

**ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ**

P. 3347/94

MARIAN PASKO



**DOBÓR KOMPENSATORÓW
OPTYMALIZUJĄCYCH
WARUNKI PRACY ŹRÓDEŁ NAPIĘĆ
JEDNOFAZOWYCH I WIELOFAZOWYCH
Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI
ODKSZTAŁCONYMI**

ELEKTRYKA

**Z. 135
GLIWICE
1994**

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1226

P.3347/94

MARIAN PASKO



**DOBÓR KOMPENSATORÓW
OPTYMALIZUJĄCYCH
WARUNKI PRACY ŹRÓDEŁ NAPIĘĆ
JEDNOFAZOWYCH I WIELOFAZOWYCH
Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI
ODKSZTAŁCONYMI**

GLIWICE

1994

OPINIODAWCY

Prof. zw. dr inż. Stanisław Bolkowski
Dr hab. inż. Maciej Siwczyński – Profesor Politechniki Krakowskiej

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. inż. Jan Bandrowski
REDAKTOR DZIAŁU — Doc. dr inż. Zofia Cichowska
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Leško

REDAKCJA

Mgr Roma Łoś

REDAKCJA TECHNICZNA

Alicja Nowacka

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4688

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakład 150+83 Ark. wyd. 13,5 Ark. druk , 10,5 Papier offset. kl.III 70x100 80g
Oddano do druku 16.12.93 Podpis. do druku 16.12.93 Druk ukończ. w styczniu 1994
Zam. 558/93 Cena zł 47.000,--

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I OKREŚLEŃ UŻYWANYCH W PRACY	13
1. WSTĘP	15
1.1. Wprowadzenie	15
1.2. Cel i zakres pracy	20
1.3. Układ pracy	21
2. PRZEGLĄD ROZWIĄZAŃ ENERGETYCZNO-JAKOŚCIOWYCH PROBLEMÓW OPTIMALIZACJI PRACY ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA OKRESOWEGO ODKSZTAŁCONEGO I ROZKŁADY ORTOGONALNE	23
2.1. Źródła idealne napięcia odkształconego okresowego zasilającego obwody jednofazowe	24
2.2. Źródła idealne napięcia odkształconego okresowego zasilające obwody n-fazowe	27
2.3. Układy dwuzaciskowe liniowe zasilane z rzeczywistych źródeł napięcia odkształconego okresowego	31
2.3.1. Warunki eliminacji wybranych składowych prądu źródła dla różnych kryteriów optymalizacyjnych	34
2.4. Układy trójfazowe liniowe zasilane z rzeczywistych źródeł napięcia odkształconego okresowego	37
2.4.1. Wyznaczenie prądu aktywnego (optymalnego)	38
2.4.2. Uwagi o kompensacji (modyfikacji)	39
3. MODYFIKACJA OBWODÓW JEDNOFAZOWYCH I WIELOFAZOWYCH ZASILANYCH Z IDEALNEGO ŹRÓDŁA NAPIĘCIA OKRESOWEGO ODKSZTAŁCONEGO	41
3.1. Metoda interpolacyjna syntezy dwójników pasywnych LC	42
3.1.1. Formalizacja problemu syntezy i jego analiza	43
3.2. Metoda syntezy suboptymalnego kompensatora LC prądu reaktancyjnego	57
3.2.1. Idea metody	57
3.2.2. Synteza dwójnika kompensującego K_I	58
3.2.3. Pierwszy etap syntezy	59

3.2.4. Drugi etap syntezy	61
3.2.5. Trzeci etap syntezy	62
3.3. Metoda interpolacyjna syntezy pewnych klas dwójników aktywnych	64
3.3.1. Synteza dwójników w klasie (RC, $-R^{(1)}$)	65
3.3.2. Synteza dwójników w klasie (RL, $-R^{(1)}$)	68
3.3.3. Synteza dwójników w klasie (RLC, $-R^{(1)}$)	70
4. MODYFIKACJA OBWODÓW TRÓJFAZOWYCH Z IDEALNYMI ŹRÓDŁAMI NAPIĘCIA ODKSZTAŁCZONEGO OKRESOWEGO ZA POMOCĄ DWÓJNIKÓW LC ORAZ (RLC, $-R^{(1)}$)..	77
4.1. Niesymetryczny odbiornik trójfazowy z przewodem zerowym	77
4.2. Kompensacja składowej asymetrii a_s i	81
4.3. Niesymetryczny odbiornik trójfazowy połączony w trójkąt	86
4.4. Uogólnienie zasad symetryzacji dla układów n-fazowych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi	93
4.5. Metoda przybliżonej symetryzacji za pomocą prostych kompensatorów LC	98
4.6. Kompensacja składowej dyspersji d_s i prądu źródła	101
5. UOGÓLNIENIE STOSOWANYCH METOD OPTIMALIZACYJNYCH DLA UKŁADÓW JEDNOFAZOWYCH ZASILANYCH Z RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA ODKSZTAŁCZONEGO OKRESOWEGO	103
5.1. Wyznaczanie obwodów kompensacyjnych dla różnych wariantów ograniczeń na moc czynną P	103
5.2. Rozwiązanie poszczególnych zadań	105
5.3. Suboptymalizacja dla poszczególnych zadań i wariantów za pomocą układów pasywnych LC	110
5.4. Pewna propozycja uproszczonej modyfikacji układów jednofazowych	111
5.5. Uwagi o kompensacji prądu rozproszenia za pomocą układów LC dla obwodów liniowych zasilanych ze źródeł idealnych i rzeczywistych napięcia odkształconego okresowego	114
6. DOBÓR KOMPENSATORÓW OPTIMALIZUJĄCYCH I SUBOPTIMALIZUJĄCYCH WARUNKI PRACY RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ TRÓJFAZOWYCH OKRESOWYCH NIESINUSOIDALNYCH	125
6.1. Sformułowanie i rozwiązanie przedstawionych zagadnień	125
7. UWAGI O MOŻLIWOŚCI KOMPENSACJI NIEPOŻADANYCH PRĄDÓW ZA POMOCĄ ELEMENTÓW PARAMETRYCZNYCH	138

7.1. Wstęp	138
7.2. Układ z idealnym źródłem napięcia odkształconego okresowego ..	139
8. ZAKOŃCZENIE	147
ZALĄCZNIK A	149
A. I. Krótka charakterystyka przestrzeni funkcyjnych stosowanych w pracy	149
A. I. 1. Przestrzeń $L_n^2(0, T)$ jako uogólnienie przestrzeni Hilberta $L^2(0, T)$	149
A. I. 2. Przestrzeń Sobolewa $W^{2, \delta}(0, T)$	150
A. I. 3. Przestrzeń $W_n^{2, \delta}(0, T)$ jako uogólnienie przestrzeni $W^{2, \delta}(0, T)$	152
LITERATURA	153
STRESZCZENIA	162

CONTENTS

LIST OF SOME DENOTATIONS AND DEFINITIONS USED FOR THE PURPOSE

OF THE WORK	13
1. PREFACE	15
1.1. Introduction	15
1.2. The goal and the scope of the work	20
1.2. Arrangement of the work	21
2. REVIEW OF SOLUTIONS OF ENERGY-QUALITY PROBLEMS CONCERNING OPTIMIZATION OF PERIODIC NONSINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE WORK AND ORTHOGONAL DISTRIBUTIONS	23
2.1. Ideal sources of periodic nonsinusoidal voltage supplying one-phase circuits	24
2.2. Ideal sources of periodic nonsinusoidal voltage supplying n-phase circuits	27
2.3. Two-terminal linear systems supplied from the real sources of periodic nonsinusoidal voltage	31
2.3.1. Conditions of eliminating selected source current components for different optimizing criteria	34
2.4. Three-phase linear systems supplied from the real sources of periodic nonsinusoidal voltage	37
2.4.1. Determination of active current (optimum)	38
2.4.2. Remarks on compensation (modification)	39
3. MODIFICATION OF ONE-PHASE AND MULTI-PHASE CIRCUITS SUPPLIED FROM THE IDEAL SOURCE OF PERIODIC NONSINUSOIDAL VOLTAGE	41
3.1. Interpolating method of LC passive one-ports synthesis	42
3.1.1. Formalization of the synthesis problem and its analysis	43
3.2. Method of synthesis of suboptimum LC compensator of reactance current	57

3.2.1. Idea of the method	57
3.2.2. Synthesis of K_I compensating one-port	58
3.2.3. First stage of the synthesis	59
3.2.4. Second stage of the synthesis	61
3.2.5. Third stage of the synthesis	62
3.3. Interpolation method of the synthesis of some active one-ports	64
3.3.1. Synthesis of one-ports of the class (RC, $-R^{(1)}$)	65
3.3.2. Synthesis of one-ports of the class (RL, $-R^{(1)}$)	68
3.3.3. Synthesis of one-ports of the class (RLC, $-R^{(1)}$)	70
4. MODIFICATION OF THREE-PHASE CIRCUITS WITH IDEAL SOURCES OF PERIODIC NONSINUSOIDAL VOLTAGE BY MEANS OF LC ONE-PORTS AND (RLC, $-R^{(1)}$) ..	77
4.1. Asymmetrical three-phase load with a neutral connection	77
4.2. Compensation of asymmetry component i_{as}	81
4.3. Asymmetrical three-phase load of delta connection	86
4.4. Generalization of symmetrization rules for n-phase systems with periodic nonsinusoidal waveforms	93
4.5. Method of approximate symmetrization by means of simple LC compensators	98
4.6. Compensation of dispersion component i_{ds} of source current ..	101
5. GENERALIZATION OF APPLIED OPTIMIZING METHODS FOR ONE-PHASE NETWORKS SUPPLIED FROM REAL SOURCES OF PERIODIC NONSINUSOIDAL VOLTAGE	103
5.1. Determination of compensating circuits for different variants of constraints on active power P	103
5.2. Solution of particular tasks	105
5.3. Suboptimization for particular tasks and variants by means of LC passive systems	110
5.4. A suggestion of simplified modification of one-phase systems	111
5.5. Remarks on dissipation current compensation by means of LC systems for linear circuits supplied from ideal and real sources of periodic nonsinusoidal voltage	114
6. SELECTION OF COMPENSATORS OPTIMIZING AND SUBOPTIMIZING WORKING CONDITIONS OF REAL THREE-PHASE PERIODIC NONSINUSOIDAL SOURCES	125

6.1. Formulation and solution of presented problems	125
7. REMARKS ON POSSIBILITY OF COMPENSATION OF UNDESIRABLE CURRENTS BY MEANS OF PARAMETRIC ELEMENTS	138
7.1. Introduction	138
7.2. Network with ideal source of periodic nonsinusoidal voltage..	139
8. ENDING	147
ANNEX A	149
A.I. Short characteristics of function spaces used in the work ...	149
A.I.1. Space $L_n^2(0,T)$ as generalization of Hilbert's space $L^2(0,T)$	149
A.I.2. Sobolev's space $W^2(\delta,T)$	150
A.I.3. Space $W_n^2(\delta,T)$ as generalization of the space $W^2(\delta,T)$..	152
BIBLIOGRAPHY	153
SUMMARIES	162

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ БОЛЕЕ СУЩЕСТВЕННЫХ ВОСПОЛЬЗУЕМЫХ В РАБОТЕ ОБОЗНАЧЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ	13
1. ПРЕДИСЛОВИЕ	15
1.1. Введение	15
1.2. Цель и область работы	20
1.3. План работы	21
2. ОСМОТР РЕШЕНИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И КАЧЕСТВЕННЫХ ВОПРОСОВ ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ ИСТОЧНИКОВ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО НАПРЯЖЕНИЯ И ОРТОГОНАЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	23
2.1. Идеальные источники деформированного периодического напряжения питающие однофазные цепи	24
2.2. Идеальные источники деформированного периодического напряжения питающие n-фазные цепи	27
2.3. Двухзажимные линейные схемы питаемые от действительных источников деформированного периодического напряжения	31
2.3.1. Условия устранения определенных составляющих тока источника для различных оптимизационных критериев	34
2.4. Трехфазные схемы питаемые от действительных источников деформированного периодического напряжения	37
2.4.1. Определение активного тока (оптимального)	38
2.4.2. Замечания относительно компенсации (модифицирования) ..	39
3. МОДИФИЦИРОВАНИЕ ОДНОФАЗНЫХ И МНОГОФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПИТАЕМЫХ ОТ ИДЕАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО НАПРЯЖЕНИЯ ...	41
3.1. Интерполяционный метод синтеза пассивных двупольников LC	42
3.1.1. Формальная постановка вопроса синтеза и его анализ	43
3.2. Метод синтеза субоптимального компенсатора LC	57
реактивного тока	57
3.2.1. Идея метода	57

3.2.2. Синтез компенсирующего двуполосника K_1	58
3.2.3. Первый этап синтеза	59
3.2.4. Второй этап синтеза	61
3.2.5. Третий этап синтеза	62
3.3. Интерполяционный метод синтеза некоторых активных двуполосников	64
3.3.1. Синтез двуполосников в классе $(RC, -R^{(1)})$	65
3.3.2. Синтез двуполосников в классе $(RL, -R^{(1)})$	68
3.3.3. Синтез двуполосников в классе $(RLC, -R^{(1)})$	70
4. МОДИФИЦИРОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ С ИДЕАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО НАПРЯЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ДВУПОЛЮСНИКОВ LC И $(RLC, -R^{(1)})$	77
4.1. Несимметричный трехфазный приемник с нулевым проводом	77
4.2. Компенсация составляющей несимметрии i_{as}	81
4.3. Несимметричный трехфазный приемник соединенный в треугольник ..	86
4.4. Обобщение принципов симметризации для n-фазных схем с периодическими несинусоидальными напряжениями	93
4.5. Метод приближенной симметризации с помощью простых компенсаторов LC	98
4.6. Компенсация составляющей дисперсии i_{ds} тока источника	101
5. ОБОБЩЕНИЕ ПРИМЕНЯЕМЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОДНОФАЗНЫХ СХЕМ ПИТАЕМЫХ ОТ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО НАПРЯЖЕНИЯ	103
5.1. Определение компенсационных цепей для различных вариантов ограничений на поток активной мощности P	103
5.2. Решение отдельных задач	105
5.3. Субоптимизация для отдельных задач и вариантов с помощью пассивных схем LC	110
5.4. Некоторая пропозиция упрощенного модифицирования однофазных схем	111
5.5. Замечания относительно компенсации тока рассеяния с помощью схем LC для линейных цепей питаемых от идеальных источников и действительных источников периодического деформированного напряжения	114

6. ВЫБОР КОМПЕНСАТОРОВ ОПТИМИЗИРУЮЩИХ И СУБОПТИМИЗИРУЮЩИХ УСЛОВИЯ РАБОТЫ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ	125
6.1. Постановка и решение представленных вопросов	125
7. ЗАМЕЧАНИЯ О ВОЗМОЖНОСТИ КОМПЕНСИРОВАНИЯ НЕЖЕЛАЕМЫХ ТОКОВ С ПОМОЩЬЮ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ	138
7.1. Введение	138
7.2. Схема с идеальным источником периодического деформированного напряжения	139
8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	147
ПРИЛОЖЕНИЕ А	149
А. I. Краткая характеристика функциональных пространств применяемых в данной работе	149
А. I. 1. Пространство $L_n^2(0, T)$ как обобщение пространства Гильберта $L^2(0, T)$	149
А. I. 2. Пространство Соболева $W^{2, \delta}(0, T)$	150
А. I. 3. Пространство $W_n^{2, \delta}(0, T)$ как обобщение пространства $W^{2, \delta}(0, T)$	152
ЛИТЕРАТУРА	153
РЕЗЮМЕ	162

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I OKREŚLEŃ UŻYWANYCH W PRACY

W pracy stosuje się system oznaczeń obowiązujący wspólnie dla wszystkich rozdziałów. Symbolami R, C, N oznaczono odpowiednio zbiory liczb rzeczywistych, liczb zespolonych, liczb naturalnych, a przez R^+, N^+, N_0 odpowiednio zbiory liczb rzeczywistych nieujemnych, liczb całkowitych nieujemnych, podzbiór liczb naturalnych.

Stosowane w pracy przestrzenie funkcyjne $L^2(0, T)$, $L_n^2(0, T)$, $W^{2, \delta}(0, T)$, $W_n^{2, \delta}(0, T)$ opisano krótko w załączniku A. Iloczyny skalarne i normy w tych przestrzeniach oznaczono dodatkowo uproszczonymi symbolami:

L^2 - w przypadku przestrzeni $L^2(0, T)$,

L_n^2 - w przypadku n -krotnej przestrzeni $L_n^2(0, T)$,

W^2 - w przypadku przestrzeni Sobolewa $W^{2, \delta}(0, T)$,

W_n^2 - w przypadku n -krotnej przestrzeni Sobolewa $W_n^{2, \delta}(0, T)$.

Wielkości o charakterze wskaźników oznaczono małymi literami alfabetu łacińskiego, np.: h, i, k, l, m, n , natomiast literami greckimi, np.: α, β oznaczono numerację przewodów fazowych.

Przyjęto następującą zasadę odnośnie do symboliki wielkości o charakterze elektrycznym:

- Litery występujące po lewej dolnej stronie symbolu określają zawsze charakter fizyczny wielkości opisanej tym symbolem, np. G - oznacza konduktancję zastępczą (efektywną) układu zasilanego z idealnego źródła napięcia odkształconego.
- Wielkości występujące po prawej dolnej stronie symbolu oznaczają zawsze zbiór wskaźników.
- Wielkości występujące po dolnej prawej stronie symbolu w nawiasie okrągłym oznaczają zawsze składowe symetryczne odpowiedniej kolejności faz.
- Litera umieszczona w nawiasie okrągłym pod symbolem, np. (W) oznacza, że wielkość dotyczy przestrzeni Sobolewa.
- Literami pogrubionymi oznaczono wektory i macierze, odnośnie do których stosuje się również zapis wskaźnikowy.
- Numeracja wzorów, tablic, tabel, wykresów, rysunków obowiązuje jednolicie w obrębie całej pracy.

Wykaz ważniejszych oznaczeń jest następujący:

$L^2(0, T)$ - przestrzeń Hilberta funkcji okresowych o całkowalnym kwadracie,
 $L_n^2(0, T)$ - wektorowa przestrzeń Hilberta ciągów funkcji o całkowalnym kwadracie,

$W^{2, \delta}(0, T)$ - przestrzeń Sobolewa funkcji okresowych,

$W_n^{2, \delta}(0, T)$ - wektorowa przestrzeń Sobolewa funkcji okresowych.

$(\cdot | \cdot)_{L^2(0, T)}$, $(\cdot | \cdot)_{L_n^2(0, T)}$, $(\cdot | \cdot)_{W^{2, \delta}(0, T)}$, $(\cdot | \cdot)_{W_n^{2, \delta}(0, T)}$ - iloczyny skalarne

odpowiednio w przestrzeniach $L^2(0, T)$, $L_n^2(0, T)$, $W^{2, \delta}(0, T)$, $W_n^{2, \delta}(0, T)$,

$\| \cdot \|_{L^2(0, T)}$, $\| \cdot \|_{L_n^2(0, T)}$, $\| \cdot \|_{W^{2, \delta}(0, T)}$, $\| \cdot \|_{W_n^{2, \delta}(0, T)}$ - normy odpowiednio w przestrzeniach $L^2(0, T)$, $L_n^2(0, T)$, $W^{2, \delta}(0, T)$, $W_n^{2, \delta}(0, T)$,

T - okres funkcji,

ω_0 - pulsacja podstawowa funkcji okresowej,

ω - pulsacja,

t - czas,

s - zmienna zespolona $s = \sigma + j\omega$,

δ_k - wagi zastosowane w oznaczeniach normy i iloczynu przestrzeni Sobolewa,

$j = \sqrt{-1}$,

$a = \exp(j\frac{2\pi}{n})$, - operator obrotu, $n \in N$,

λ - mnożnik Lagrange'a,

F - wartość skuteczna zespolona,

F^* - wartość skuteczna zespolona sprzężona,

$|F|$ - moduł wartości skutecznej zespolonej,

$i = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ - ciąg prądów odkształconych okresowych o okresie T ,

$u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ - ciąg napięć odkształconych okresowych o okresie T ,

1 - macierz jednostkowa,

I, U, E - macierze kolumnowe prądów, napięć, napięć źródłowych,

A^T - macierz transponowana,

A^* - macierz sprzężona,

P - moc czynna,

Q - moc bierna dla przebiegów sinusoidalnych,

$|S|$ - moc pozorna,

$\text{Re}\{ \}$, $\text{Im}\{ \}$ - operator wyodrębnienia części rzeczywistej, części urojonej liczby zespolonej.

Użycie w pracy innych oznaczeń, które nie odpowiadają przedstawionemu systemowi, będzie w tekście każdorazowo dokładnie objaśnione.

1. WSTĘP

1.1. WPROWADZENIE

Praca dotyczy głównie grupy zagadnień teoretycznych związanych z synteza kompensatorów w obwodach z przebiegami okresowymi odkształconymi. Ogólna definicja kompensatorów w teorii obwodów jest niejednoznaczna, gdyż wymaga określenia celu, któremu te kompensatory winny służyć. W pracy przez kompensatory rozumie się układy liniowe dwu- i wielozaciskowe o takich właściwościach, że dołączenie ich do wybranych węzłów obwodów determinuje w sposób jednoznaczny optymalny stan pracy tych obwodów. Przez optymalny stan pracy rozumie się stan napięciowo-prądowy obwodu, w którym straty energii elektrycznej (mocy czynnej) na wybranych elementach obwodu oraz zawartość wyższych harmonicznych w wybranych przebiegach prądów i napięć w obwodzie są minimalne. Metodyka wyznaczania optymalnych stanów pracy (w wymienionym sensie) jest od niedawna znana [B. 8], [B. 13], [W. 5], [S. 7], [S. 14], [P. 15], ale problemy doboru i syntezy układów korekcyjnych (kompensatorów) umożliwiających realizację tych stanów pracy są do chwili obecnej otwarte. W pracy wykorzystuje się przeważnie częstotliwościowe metody syntezy, które pozwalają w większości przypadków na uzyskanie rozwiązań, tzn. struktury i wartości elementów kompensatorów w postaci jawnej (analitycznej). Należy podkreślić, że w przeciwieństwie do większości znanych (klasycznych) metod syntezy, bazujących na znajomości operatorowych immitancji układów, w pracy stosuje się i rozwija metody syntezy na podstawie znajomości reprezentacji widmowych immitancji syntezyowanych kompensatorów, dla skończonego widma częstotliwości harmonicznych. Rozwiązanie tak postawionych problemów syntezy wymagało wprowadzenia nowych jakościowo metod bazujących na technikach interpolacyjnych.

W pracy rozpatruje się wyłącznie liniowe obwody zasilane ze źródeł napięć okresowych odkształconych. Syntezę kompensatorów przeprowadza się z wykorzystaniem elementów SLS, w szczególności:

- elementów LC, stosowanych w kompensatorach pasywnych,
- elementów RLC, uzupełnionych dwójnikiem aktywnym realizującym rezystancję ujemną, wykorzystywaną w kompensatorach aktywnych.

Ponadto rozpatruje się problemy związane z syntezą kompensatorów wykorzystujących kondensatory parametryczne o programowalnych charakterystykach.

W przedstawionej pracy można wyróżnić następujące grupy zagadnień, które są ze sobą ściśle powiązane:

- synteza dwójników SLS na podstawie znajomości znanych reprezentacji widmowych admitancji tych dwójników,
- synteza kompensatorów jednofazowych i wielofazowych z wykorzystaniem wymienionych klas dwójników,
- wyznaczanie admitancji kompensatorów na podstawie znanych prądów i napięć optymalnych obwodów, jak też na podstawie szeregu nowych uzyskanych w pracy prądów optymalnych,
- symetryzacja obciążeń faz dla układów trójfazowych i wielofazowych za pomocą bezstratnych kompensatorów reaktancyjnych,
- synteza kompensatorów suboptymalnych realizowanych z wykorzystaniem dwójników LC realizujących "w przybliżeniu" optymalne stany pracy obwodów.

Pomimo że wiele z wymienionych zagadnień było poruszanych w cytowanej literaturze, w pracy uzyskano szereg nowych wyników z zakresu:

- syntezy dwójników kompensacyjnych LC,
- syntezy suboptymalnego kompensatora LC dla prądu reaktancyjnego,
- syntezy pewnej klasy dwójników aktywnych,
- doboru dwójników symetryzujących obciążenie faz zarówno dla układów trójfazowych, jak i wielofazowych,
- wyróżnienia prądów optymalnych i suboptymalnych źródła dla układów jednofazowych i wielofazowych zasilanych z rzeczywistych źródeł napięć odkształconych okresowych, dla różnych zadań optymalizacyjnych. Wykazano również, że dla pełnej optymalizacji warunków pracy źródeł użycie tylko elementów pasywnych jest niewystarczające,
- rozszerzenia klasy układów modyfikujących o najprostszy kondensator parametryczny.

Opis układów jednofazowych i wielofazowych z przebiegami odkształconymi okresowymi, szczególnie ze względu na właściwości energetyczne nie jest jednoznaczny. Opis ten ma ścisły związek z tzw. teoriami mocy dla układów z przebiegami odkształconymi. Do znaczących prac z tej tematyki należy zaliczyć: [B.14], [F.6], [F.7], [N.1], [S.3], [S.5], [E.1], [N.2], [D.2], [K.10], [P.1] [K.11], [C.6], [C.9], [S.12], [S.16], [G.4], [C.17], [E.3], [D.3], [W.11], oraz pozycje bibliograficzne tych prac. W cytowanych powyżej pracach wielkością nie budzącą kontrowersji, a odnoszącą się do definicji mocy, jest tylko pojęcie mocy czynnej P . W ostatnich latach, szczególnie dla układów trójfazowych

proponowana jest teoria mocy, bazująca na pojęciu tylko mocy chwilowej [A.1], [D.1], [F.1], [W.10], [A.2]. Pomimo że w latach 1965 + 1984 opublikowano ponad 600 prac dotyczących wymienionych zagadnień, to jednak wyniki tych prac nie przyczyniły się w sposób zdecydowany i jednoznaczny do wyjaśnienia i usunięcia rozbieżności dotyczących opisu właściwości energetycznych obwodów z przebiegami niesinusoidalnymi [B.15]. W większości dotychczasowych prac próbowano oraz próbuje się wprowadzać nowe często wykluczające się definicje mocy biernych dla przebiegów niesinusoidalnych. Świadczą o tym liczne artykuły polemiczne, np. [S.2], [E.1], [C.12], [S.12], [F.2], [E.2], [C.17], [C.18], [D.3], [E.3], [E.4], [F.3]. Stan ten dalej się pogłębia i jest daleki od zakończenia [C.17], [E.4], [F.3]. Istniejące kontrowersje mają istotny wpływ na modyfikację właściwości energetycznych układów.

Głównym celem pracy jest przede wszystkim modyfikacja właściwości energetyczno-jakościowych układów z przebiegami odkształconymi okresowymi. Poprzez właściwości energetyczno-jakościowe obwodów rozumie się właściwości tych obwodów opisywane stratami energii na wybranych elementach obwodów (reprezentujących układy pośredniczące w przekazywaniu energii pomiędzy źródłami i odbiornikami) oraz opisywane zawartością wyższych harmonicznymi prądów i napięć w zadanych gałęziach i węzłach obwodów (np. na zaciskach źródeł i odbiorników). Układy modyfikujące wyznaczane są na podstawie znajomości danych opisujących źródło, odbiornik oraz wielkości, co do których istnieje pełna zgodność poglądów dla układów z przebiegami odkształconymi okresowymi. Tymi wielkościami są: prąd, napięcie oraz moc czynna P . Z tego punktu widzenia na szczególną uwagę zasługuje teoria mocy zaproponowana przez S. Fryzego [F.6], [F.7], według której na drodze aksjomatycznej dla źródeł idealnych o przebiegach okresowych odkształconych został wyróżniony prąd czynny (aktywny). Jest to prąd o minimalnej wartości skutecznej, zapewniający zadaną moc czynną odbiornika [B.8], [S.14]. Teoria ta była modyfikowana przez wielu autorów z pokazaniem możliwości doprowadzenia do obniżenia wartości skutecznej prądu źródła [S.2], [E.1], [D.2], [K.10], [P.1], [C.7], [C.9], [C.13] [C.14], [E.5], [B.9], [P.6], [C.18], [D.3], [W.11]. W wymienionych pracach można znaleźć propozycje różnych rozkładów ortogonalnych, zawierające również prąd czynny w sensie S. Fryzego oraz niepożądane składowe prądu źródła, które należy wyeliminować. Jedną ze składowych prądu źródła zwiększającą jego wartość skuteczną jest składowa bierna (reaktancyjna) zaproponowana w pracy [S.4]. Możliwość kompensacji tego prądu za pomocą dwójnika reaktancyjnego została podana w pracy [E.1], w której stwierdzono, że aby skompensować prąd bierny dla n -harmonicznymi, należy włączyć na zaciski odbiornika dwójnik LC

złożony z $n(2n-1)$ elementów reaktancyjnych. Redukcja złożoności dwójnika LC służącego do kompensacji prądu biernego została zauważona w pracy [C.6]. W pracach (np. [E.1], [C.6], [C.9], [C.11]) istnieją przykłady rozwiązania tego problemu dla niewielkiej liczby harmonicznych, natomiast brak było analizy warunków istnienia rozwiązań wymienionego problemu dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych. Zagadnienia kompensacji prądu biernego (reaktancyjnego) dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych przedstawiono w niniejszej pracy oraz wcześniejszych pracach autora, np. [P.2], [P.3], [P.5], w których podano warunki konieczne oraz podjęto próbę udowodnienia warunków wystarczających do rozwiązania powyższego problemu w całej klasie dwójników LC.

L. Czarnecki w pracy [C.9] połączył zaletę obu rozkładów zaproponowanych przez S. Fryzego [F.6] oraz W. Shepherd'a i P. Zakikhaniego [S.4], [S.5] i zaproponował rozkład prądu źródła idealnego odkształconego okresowego na trzy składowe wzajemnie ortogonalne: składową czynną (pożądaną), składową bierną (reaktancyjną) kompensowalną za pomocą układów LC oraz składową rozrzutu (rozproszenia), której nie można skompensować za pomocą układów pasywnych. W pracy [C.16] został przedstawiony problem kompensacji składowych biernej oraz rozrzutu za pomocą układów LC. Rozważania i rozwiązania zawarte w pracy [C.16] wydają się być dyskusyjne, pewne uwagi na ten temat zostały przedstawione w pracy [P.16] oraz punkcie 5.5 niniejszej rozprawy. Dla kompensacji składowej rozrzutu lub realizacji części rzeczywistej admitancji kompensatora dla rozważanych harmonicznych zaproponowano dwójniki (RLC, $-R^{(1)}$). Przykładowe kompensatory (RLC, $-R^{(1)}$) dla uzyskania optymalnego prądu źródła zawierające energoelektroniczne realizacje rezystancji ujemnej zostały przedstawione w artykułach [P.13], [P.21].

Sens poszukiwania rozkładów ortogonalnych prądu źródła (siuszych tylko dla źródeł o zerowej impedancji wewnętrznej) zarówno dla układów jednofazowych, jak i wielofazowych i definiowanie na podstawie tych składowych odpowiednich mocy, motywowany był możliwością kompensacji poszczególnych składowych prądu, bez naruszania pozostałych. Kompensacja tych składowych prądu może odbywać się zarówno za pomocą energoelektronicznych kompensatorów realizujących żądane źródła prądowe, np. [B.4], [B.5], [J.1], [K.2], [P.13], [P.21], jak też za pomocą układów bezstratnych LC [E.1], [F.5], [K.10], [P.1], [C.6], [C.9], [C.14], [P.3], [P.4], [P.9], [S.16], [C.18].

Prace [C.14], [C.18] zostały poświęcone kompensacji składowej biernej oraz asymetrii prądu dla układów trójfazowych trójprzewodowych o diagonalnej macierzy admitancji odbiornika za pomocą układów LC. W pracach [P.4], [P.6], [P.9], [P.12] i niniejszej rozprawie zaproponowano inny sposób podejścia, a mianowicie wykorzystujący teorię składowych symetrycznych.

Wyznaczono susceptancje kompensatorów LC do kompensacji składowej biernej (reaktancyjnej) oraz składowej asymetrii dla dowolnej konfiguracji odbiornika trójfazowego opisanego pełną macierzą immitancyjną dla rozważanych harmonicznych. Problematyka ta pod nazwą symetryzacji została uogólniona na układy n -fazowe [P.23]. Należy podkreślić, że do rozwiązania powyższego problemu nie jest konieczne korzystanie z teorii rozkładu prądu źródła na składowe wzajemnie ortogonalne, co stanowi zaletę takiego podejścia.

Wykorzystanie układów reaktancyjnych do poprawy współczynnika mocy źródła, zmniejszenia wartości skutecznej prądu źródła, symetryzacji obciążeń faz przez zastosowanie różnego rodzaju filtrów tak dla układów z przebiegami sinusoidalnymi, jak i niesinusoidalnymi okresowymi było proponowane od dawna przez wielu autorów, np. [C.3], [C.5], [B.3], [K.13], [Z.1], [M.1], [S.19], [B.7], [H.1], [M.2], [K.9], [A.4], [P.25].

Modyfikacja właściwości energetyczno-jakościowych, a więc równoczesna modyfikacja właściwości energetycznych oraz odkształceń przebiegów względem przebiegu sinusoidalnego, dla układów jednofazowych i wielofazowych zasilanych z idealnych źródeł o przebiegach odkształconych okresowych stała się możliwa po wprowadzeniu dwukryterialnego wskaźnika jakości energii [B.8] [B.10], [B.11], [W.4]. Wskaźnik ten umożliwia uzyskanie kompromisu pomiędzy wartością skuteczną prądu źródła a jego zniekształceniami. Minimalizacja wskaźników jakości definiowanych w postaci pewnych funkcjonałów prowadzi do wyróżnienia prądu optymalnego oraz pozostałych składowych wzajemnie względem siebie ortogonalnych w sensie przyjętego iloczynu skalarnego.

Wyróżnienie prądu aktywnego (czynnego) na drodze optymalizacyjnej (a nie aksjomatycznej [F.6]) dla źródeł idealnych przedstawiono po raz pierwszy w pracach [B.8], [B.9], [B.10]. W piśmiennictwie światowym takie podejście zostało zaprezentowane w 1991 r. w pracy [S.14], natomiast dla źródeł rzeczywistych wyróżnienie prądu optymalnego dla różnych kryteriów optymalizacyjnych zostało przedstawione w pracach [W.1], [S.7], [S.8], [W.3], [P.7] [W.5]. W pracach tych wykazano nieortogonalność poszczególnych składowych prądu źródła, bez względu na przyjęte kryterium optymalizacyjne. Fakt ten ma istotny wpływ na sposób podejścia do modyfikacji obwodów. Modyfikacja polegająca na doborze kompensatorów, eliminująca poszczególne składowe prądu źródła, jest w tym przypadku bezzasadna, gdyż eliminacja jednej składowej za pomocą kompensatora wpływa na zmianę pozostałych. Za zasadne można uznać natomiast następujące podejście:

- wyróżnienie prądu optymalnego dla zadanego kryterium optymalizacyjnego,
- wyznaczenie prądu kompensatora na podstawie znajomości prądu źródła przed kompensacją i prądu optymalnego.

- prąd optymalny źródła oraz znajomość danych opisujących odbiornik pozwala na wyznaczenie napięcia na zaciskach kompensatora,
- uporządkowane pary napięcia i prądu kompensatora dla rozważanych harmonicznych pozwalają na wyznaczenie admitancji potrzebnego kompensatora.

Takie podejście, opisane we wcześniejszych pracach [S.8], [P.14], [P.15], [P.18] [S.10] oraz w niniejszej rozprawie dla układów jednofazowych i trójfazowych zasilanych z rzeczywistego źródła napięcia odkształconego okresowego dla różnych wskaźników jakości i przy różnych warunkach ubocznych ograniczeń na moc czynną P , zapewniło, że wszystkie uzyskane wyniki są w postaci jawnej. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że do uzyskania optymalnego prądu konieczny jest kompensator aktywny, co w znacznym stopniu komplikuje jego realizację i dlatego w pracy zaproponowano również wyznaczanie suboptymalnych prądów źródła na podstawie różnych kryteriów, do realizacji których wymagane jest użycie tylko kompensatora reaktancyjnego.

1.2. CEL I ZAKRES PRACY

Podstawowym celem pracy jest modyfikacja właściwości energetyczno-jakościowych obwodów z przebiegami okresowymi odkształconymi. Modyfikacja ta polega na dołączeniu do wybranych węzłów obwodu układów wielozaciskowych nazywanych kompensatorami. W efekcie tego w obwodach ulegają ograniczeniu straty mocy czynnej (energii) na wybranych elementach obwodów oraz obniżona zostaje zawartość wyższych harmonicznych w przebiegach prądów (napięć) w zadanych gałęziach tych obwodów. Modyfikacja obwodów (w opisanym sensie) sprowadza się więc do syntezy odpowiednich kompensatorów.

W ramach pracy:

- opracowano metody syntezy dwójników LC oraz dwójników aktywnych (zawierających pojedynczą rezystancję ujemną), na podstawie znajomości skończonej liczby zadanych wartości admitancji widmowej tych dwójników,
- opracowano metody doboru kompensatorów (z wykorzystaniem wymienionych dwójników) dla szerokiej klasy obwodów jednofazowych i wielofazowych,
- rozwiązano wiele nowych problemów optymalizacyjnych i suboptymalizacyjnych dotyczących poprawy efektywności wykorzystania źródeł w obwodach i podano warunki modyfikacji tych obwodów,
- rozwiązano zagadnienia symetryzacji obwodów trójfazowych i wielofazowych z przebiegami okresowymi odkształconymi,
- opracowano metodę syntezy kompensatorów parametrycznych (pojemnościowych) bez stosowania metod częstotliwościowych.

Opracowane metody umożliwiły konstrukcję szeregu algorytmów numerycznych wykorzystanych przy projektowaniu kompensatorów.

1.3. UKŁAD PRACY

Monografia zawiera siedem rozdziałów, zakończenie oraz załącznik A, który stanowi krótką charakterystykę przestrzeni funkcyjnych stosowanych w pracy.

W rozdziale pierwszym (wstęp) pokazano umiejscowienie problematyki pracy wśród zagadnień związanych z teorią mocy oraz modyfikację układów o przebiegach odkształconych okresowych biorąc pod uwagę optymalny kształt prądu źródła, który zapewnia minimalizację strat energii podczas jej przesyłu ze źródła do odbiornika lub zadany kompromis pomiędzy stratami a odkształceniami prądu od pożądanego kształtu. Podano również cel i zakres pracy.

W rozdziale drugim przedstawiono krótki przegląd rozwiązań energetyczno-jakościowych problemów optymalizacji pracy źródeł jednofazowych i wielofazowych napięcia okresowego odkształconego. Przedstawiono rozkłady ortogonalne prądu źródła idealnego oraz przydatność tych rozkładów z punktu widzenia modyfikacji energetyczno-jakościowej dla źródeł rzeczywistych.

Rozdział trzeci poświęcony jest modyfikacji obwodów jednofazowych i wielofazowych zasilanych z idealnego źródła napięcia odkształconego okresowego za pomocą kompensatorów liniowych należących do klasy układów pasywnych bezstratnych. Rozpatrzono również w roli kompensatorów dwójniki aktywne należące do klasy układów $(RLC, -R^{(1)})$.

Rozdział czwarty poświęcony jest modyfikacji obwodów trójfazowych zasilanych z idealnego symetrycznego źródła napięcia odkształconego okresowego za pomocą obwodów liniowych LC oraz dwójników aktywnych doprowadzając prąd źródła do kształtu optymalnego wynikającego z przyjętego wskaźnika optymalizacyjnego. W rozdziale tym zaprezentowano również zagadnienia symetryzacji obciążenia faz za pomocą dwójników LC dla odbiornika trójfazowego o dowolnej konfiguracji opisanego pełną macierzą immitancyjną dla rozpatrywanych harmonicznych. W punkcie 4.4 przedstawiono uogólnienie zasad symetryzacji dla układów n -fazowych z przebiegami odkształconymi okresowymi. W punkcie 4.5 zaproponowano dobór układów kompensujących, wynikających z uproszczonych warunków symetryzacji poprzez dobór optymalnej pojemności indukcyjności, szeregowego układu LC lub równoległego ogniwa LC.

Rozdział piąty poświęcony jest w głównej mierze wyznaczeniu w sposób analityczny admitancji kompensatorów dla układów jednofazowych zasilanych ze źródeł o niezerowej impedancji wewnętrznej dla różnych zadań optymalizacyj-

nych i dla różnych wariantów ograniczeń na moc czynną P. Wyznaczono w tym celu w pierwszej kolejności za pomocą klasycznej teorii mnożników Lagrange'a prąd optymalny, a z jego pomocą parę, prąd i napięcie kompensatora dla każdej rozważanej harmonicznej. Para ta stanowi podstawę do wyznaczenia admitancji kompensatora. W rozdziale tym przedstawiono również metody suboptymalizacji dla poszczególnych zadań i wariantów za pomocą układów pasywnych LC.

Rozdział szósty poświęcony jest doborowi kompensatorów optymalizujących i suboptymalizujących warunki pracy rzeczywistych źródeł trójfazowych okresowych niesinusoidalnych. Rozdział 6 stanowi uogólnienie rozdziału 5 na układy trójfazowe. Cechą znamioną tego i poprzedniego rozdziału jest to, że wyznaczone admitancje kompensatorów dla przyjętego modelu źródło-odbiornik są podane w postaci analitycznej (zamkniętej) dla każdego rozważanego zadania optymalizacyjnego i każdego wariantu, a nie jako wynik rozwiązania nieliniowych układów równań, ze względu na konduktancje i susceptancje kompensatorów dla każdej rozważanej harmonicznej.

Rozdział siódmy stanowi wstępne badania nad zastosowaniem kondensatora parametrycznego jako elementu modyfikującego do stanu optymalnego pracę źródła idealnego o napięciu odkształconym okresowym. Rozważania prowadzone w tym rozdziale dotyczą tylko obwodów jednofazowych.

Rozdział ósmy zawiera krótkie podsumowanie uzyskanych wyników, które może stanowić wytyczne dla kierunku dalszych prac nad omawianą problematyką, ze szczególnym rozwinięciem kierunku badań nad zastosowaniem złożonych układów parametrycznych, a w przyszłości nieliniowych zarówno po stronie źródła, jak i odbiornika.

W pracy każdy omawiany problem poparty jest stosunkowo prostym przykładem.

Niektóre wyniki zaprezentowane w pracy, a zawarte w rozdziale drugim oraz częściowo w trzecim uzyskane zostały w ramach zespołowych badań dla Centralnego i Resortowego Problemu Badań Podstawowych CPBR 0.2.20 oraz RPBP 7/II.3.2.1. w latach 1986-1991. Część wyników zawartych w rozdziale piątym autor opracował w 1992 w ramach GRANTU Nr 33018 92 03.

[1], [2], [3], [4], [5], [6], [7].

Wyniki prac autora z omawianej problematyki były przedmiotem wielu publikacji krajowych i zagranicznych i stanowią istotną część niniejszej pracy.

2. PRZEGLĄD ROZWIĄZAŃ ENERGETYCZNO - JAKOŚCIOWYCH PROBLEMÓW OPTIMALIZACJI PRACY ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA OKRESOWEGO ODKSZTAŁCONEGO I ROZKŁADY ORTOGONALNE

Problematyka obejmująca zagadnienia energetyczno-jakościowe obwodów jednofazowych i wielofazowych z przebiegami odkształconymi wiąże się ściśle z problemem minimalizacji wprowadzonych wskaźników jakości energii. Minimalizacja wskaźników jakości definiowanych w postaci pewnych funkcjonałów w przestrzeniach Hilberta dla źródeł sztywnych o zerowej impedancji wewnętrznej $L^2(0, T)$, $L_n^2(0, T)$, $W^{2, \delta}(0, T)$, $W_n^{2, \delta}(0, T)$ [C. 9], [C. 10], [B. 9], [B. 8], [B. 10], [B. 11], [C. 13], [C. 14], [B. 12], [B. 13], [W. 5] umożliwia rozkład prądów źródła na wzajemnie ortogonalne (w sensie wprowadzonego iloczynu skalarnego) składowe. Wprowadzone składowe mają swoją interpretację fizyczną. Podstawę teorii mocy dla przebiegów odkształconych bazującą na rozkładach ortogonalnych zapoczątkował S. Fryze [F. 6]. Teoria ta była następnie rozwijana i modyfikowana przez wielu autorów: [N. 1], [S. 2], [S. 5], [E. 1], [D. 2], [K. 10], [P. 1], [C. 7], [C. 9], [C. 13], [C. 14], [E. 5], [B. 9], [B. 12], [P. 6], [C. 18], [D. 3]. Wyróżnienie prądu aktywnego (optymalnego) na drodze optymalizacji dla źródeł idealnych przedstawiono po raz pierwszy w pracach [B. 8], [B. 9], [B. 10], [B. 13] [S. 14]. Dla źródeł rzeczywistych wyróżnienie prądu źródła optymalnego dla różnych kryteriów optymalizacyjnych zostało zaproponowane znacznie później w pracach [W. 1], [S. 7], [S. 8], [W. 3], [P. 7]. Należy podkreślić, że dla źródeł rzeczywistych wyodrębnienie pozostałych składowych (poza prądem optymalnym), które nie są wzajemnie ortogonalne bez względu na przyjęte kryterium optymalizacyjne [W. 1], [S. 7], [W. 5], [P. 14], nie wydaje się całkowicie uzasadnione przede wszystkim z punktu widzenia modyfikacji (kompensacji) obwodu, czemu dano wyraz w pracach [P. 14], [P. 15]. W niniejszym rozdziale zostanie pokrótce omówiony najważniejszy przegląd sygnalizowanych rozwiązań.

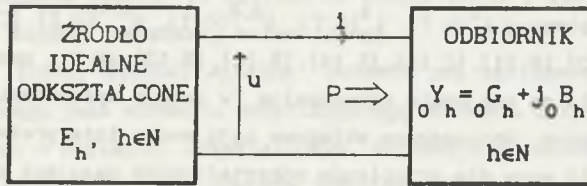
2.1. ŹRÓDŁA IDEALNE NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO OKRESOWEGO ZASILAJĄCE OBWODY JEDNOFAZOWE

Rozpatrzmy obwód jednofazowy przedstawiony na rys.2.1 zasilany z idealnego źródła napięcia odkształconego okresowego. Zakładamy ponadto, że:

- prąd i i napięcia odbiornika są opisane funkcjami okresowymi zmiennej rzeczywistej (czasu) należącymi do przestrzeni $W^{2,\delta}(0,T) \subset L^2(0,T)$,
- odbiornik należy do klasy układów SLS i jest opisany za pomocą ciągu admittancji dla każdej rozpatrywanej harmonicznej, o postaci

$$Y = G_n + j_0 B_n, \quad G_n > 0, \quad h \in \{1, 2, \dots\}, \quad (2.1)$$

- moc czynna odbiornika jest równa zadanej mocy P ,
- pochodne prądu do 1-tego rzędu włącznie należą do $W^{2,\delta}(0,T)$, [B.8], [B.11].



Rys.2.1. Obwód jednofazowy
Fig.2.1. One-phase circuit

Dla tak poczynionych założeń minimalizacja funkcjonału Lagrange'a o postaci

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{L^2(0,T)}^2 + \lambda(P - (u|i)_{L^2(0,T)}) \quad (2.2)$$

gdzie:

$$P = (u|i)_{L^2(0,T)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt, \quad (2.3)$$

$$\|i\|_{L^2(0,T)}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt, \quad (2.4)$$

proceedzi do wyróżnienia prądu optymalnego $i(t)$ zwanego też czynnym

$$i(t) = G u(t) \quad (2.5)$$

gdzie:

$$G = \frac{P}{\|u\|_{L^2}^2} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt}{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)dt}, \quad (2.6)$$

G - nazywamy konduktancją równoważną odbiornika.

Po raz pierwszy prąd czynny oraz równoważna konduktancja zostały wprowadzone w roku 1930 przez S. Fryzego [F.6], [F.7]. Należy zaznaczyć, że prąd optymalny (2.5) w pracach [F.6], [F.7] został wyróżniony na drodze aksjomatycznej.

Według teorii zaproponowanej przez S. Fryzego prąd źródła rozkłada się na dwa wzajemnie ortogonalne składniki

$$i(t) = i_a(t) + i_b(t). \quad (2.7)$$

Teoria ta znamienna jest tym, że wszystkie występujące w niej wielkości wyznaczone są bez potrzeby stosowania analizy harmonicznej. Teoria ta była modyfikowana i przedstawiana w pracach wymienionych na wstępie tego rozdziału. Rozszerzenie rozkładów ortogonalnych prądu źródła $i \in L^2(0,T)$ dla układów jednofazowych zostało szczegółowo opracowane w pracy [C.9] wraz z bogatą literaturą bibliograficzną.

Niech:

$$u(t) = e(t) = E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} E_h \exp jh\omega_0 t, \quad (2.8)$$

wówczas prąd źródła ma postać

$$i(t) = G_0 E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h + j_0 B_h) E_h \exp jh\omega_0 t, \quad (2.9)$$

gdzie:

E_h - wartość skuteczna zespolona h -tej harmonicznej.

Składowa czynna prądu $i_a(t)$ ma postać

$$i_a(t) = G u(t) = G_0 E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_h E_h \exp jh\omega_0 t. \quad (2.10)$$

Różnicę prądu $i(t) - i_a(t)$ rozkłada się na dwa wzajemnie ortogonalne składniki: - składową reaktancyjną, wprowadzoną po raz pierwszy w pracy [S.4]

$$i_r(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j_0 B_h E_h \exp jh\omega_0 t, \quad (2.11)$$

- składową rozproszenia (składowa rozrzutu [C.9]). Składowa ta nie jest kompensowalna za pomocą układów pasywnych [C.9]

$$i_a(t) = (G_0 - G)E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G)E_h \exp jh\omega_0 t. \quad (2.12)$$

Dla tak zdefiniowanych składowych prądu źródła zachodzi związek

$$\|i\|_{L^2}^2 = \|i_a\|_{L^2}^2 + \|i_r\|_{L^2}^2 + \|i_s\|_{L^2}^2.$$

Motywacją takiego rozkładu jest fakt, że każdą ze składowych można kompensować oddzielnie oraz że dla wprowadzonych prądów można konstruować prostopadłościان wprowadzonych mocy [C.9]. Rozkład prądu źródła na składowe określone wzorami (2.10), (2.11), (2.12) zapewnia minimalizację wartości skutecznej prądu źródła (po skompensowaniu składowych reaktancyjnej i składowej rozproszenia prądu źródła), nie zapewnia minimalizacji odkształceń prądu. Równoczesna ocena właściwości energetycznych oraz ocena odkształceń przebiegów względem przebiegu sinusoidalnego możliwa jest dzięki wprowadzeniu wskaźnika jakości zaproponowanego po raz pierwszy w pracach [B.8], [B.11].

$$J = \sqrt{\sum_{k=0}^1 \delta_k \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d^k}{dt^k} i(t)\right)^2 dt}. \quad (2.13)$$

Wskaźnik (2.13) ustala kompromis pomiędzy oceną właściwości energetycznych i oceną odkształceń przebiegów. Kompromis regulowany jest poprzez współczynniki wagowe δ_k , $k \in \{0, 1, 2, \dots, 1\}$. Wprowadzony wskaźnik silnie tłumi udział wyższych harmonicznych w przebiegu prądu. Minimalizacja funkcjonału Lagrange'a o postaci [B.8], [B.11], [W.5]

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{W^{2, \delta}}^2 + \lambda (P - (u|i)_{L^2(0, T)}) \quad (2.14)$$

prowadzi do wyróżnienia prądu optymalnego (nazywanego prądem aktywnym $i_a(t)$)

$$i_a(t) = G_{(W)} E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_h E_h \exp jh\omega_0 t, \quad (2.15)$$

gdzie:

$$G_{(W)} = \frac{P}{\sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|E_k|^2}{\sqrt{2}^k}}, \quad (2.16)$$

$$\sqrt{2}^k = \delta_0 + \delta_1 (h\omega)^2 + \delta_2 (h\omega)^4 + \dots + \delta_1 (h\omega)^{21}, \quad \delta_0 > 0, \delta_1 < 0. \quad (2.17)$$

Różnicę prądu $i(t) - i_a(t)$ rozkłada się na dwie składowe wzajemnie ortogonalne w sensie iloczynu skalarnego zdefiniowanego w przestrzeni $W^{2, \delta}(0, T)$ (por. załącznik A):

- składową reaktancyjną prądu źródła

$$i_r(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j B_h E_h \exp jh\omega_0 t, \quad (2.18)$$

- składową rozproszenia prądu źródła

$$i_s(t) = (G_0 - G_{(W)})E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{(W)})E_h \exp jh\omega_0 t. \quad (2.19)$$

Pomiędzy poszczególnymi składowymi zachodzi związek

$$\|i\|_{W^2}^2 = \|i_a\|_{W^2}^2 + \|i_r\|_{W^2}^2 + \|i_s\|_{W^2}^2. \quad (2.20)$$

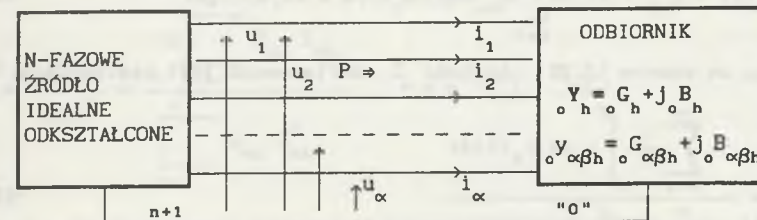
Analizując wzory (2.11) oraz (2.18) zauważamy, że składowe te są takie same, natomiast różne są składowe czynne i rozproszenia, ale zachodzi pomiędzy nimi związek

$$i_a(t) + i_s(t) = i_a(t) + i_r(t). \quad (2.21)$$

Kompensacja tylko $i_r(t)$ bądź $i_s(t)$ nie wpływa na zmniejszenie odkształceń. Dla obydwu rozkładów tylko składowe $i_a(t)$ oraz $i_s(t)$ zapewniają moc czynną odbiornika P, pozostałe są bezużyteczne i należy je wyeliminować za pomocą układów kompensacyjnych. Problemowi temu poświęcono rozdział 3.

2.2. ŹRÓDŁA IDEALNE NAPIĘCIA OKDSZTAŁCZONEGO OKRESOWEGO ZASILAJĄCE OBWODY N-FAZOWE

Rozpatrzmy odbiornik przedstawiony na rys.2.2 i załóżmy, że:



Rys.2.2. Obwód n-fazowy

Fig.2.2. N-phase circuit

- napięcia fazowe $u_\alpha(t)$ oraz prądy fazowe $i_\alpha(t)$, $\alpha \in \{1, 2, \dots, n\}$ są opisane funkcjami rzeczywistymi zmiennej rzeczywistej (czasu t), okresowymi o tym samym okresie T ,
- prądy oraz napięcia $u_\alpha(t)$, $i_\alpha(t)$ na przedziale $\langle 0, T \rangle$ posiadają całkwalny kwadrat oraz posiadają pochodne do 1-tego rzędu włącznie i ich pochodne posiadają te same własności co różniczkowane funkcje,
- odbiornik klasy SLS opisany jest pełną macierzą admitancyjną Y_h dla rozważanych harmonicznych o elementach

$$y_{\alpha\beta h} = G_{\alpha\beta h} + j B_{\alpha\beta h}, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\}, h \in N_0, \quad (2.22)$$

- zakłada się ponadto, że

$$G_{\alpha\beta h} = G_{\beta\alpha h}, \quad B_{\alpha\beta h} = B_{\beta\alpha h}, \quad \alpha \neq \beta, \quad (2.23)$$

- punkt pracy odbiornika opisany jest przez parę ciągów

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_n), \quad i = (i_1, i_2, \dots, i_n), \quad u, i \in W_n^{2, \delta}(0, T).$$

Ponieważ $W_n^{2, \delta}(0, T) \subset L_n^2(0, T)$, więc $u, i \in L_n^2(0, T)$.

Dla tak poczynionych założeń poszukuje się prądu optymalnego w przestrzeni $W_n^{2, \delta}(0, T)$ oraz $L_n^2(0, T)$.

Minimalizacja funkcjonału Lagrange'a o postaci [B.9], [B.10], [W.5]

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{L_n^2(0, T)}^2 + \lambda(P - (u|i)_{L_n^2(0, T)}) \quad (2.24)$$

prowadzi do wyróżnienia składowej aktywnej prądu $i_\alpha(t) = (i_{\alpha 1}, i_{\alpha 2}, \dots, i_{\alpha n})$ zapewniającego moc czynną odbiornika, gdzie

$$i_\alpha(t) = e_{\alpha 0} G E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} e_{\alpha h} G E_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2.25)$$

przy założeniu, że

$$u_\alpha(t) = e_\alpha(t) = E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} E_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (2.26)$$

Wprowadzona we wzorze (2.25) wielkość G zdefiniowana jest następująco:

$$G = \frac{P}{\|u\|_{L_n^2}^2} = \frac{\sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{T} \int_0^T u_\alpha(t) i_\alpha(t) dt}{\sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{T} \int_0^T u_\alpha^2(t) dt}. \quad (2.27)$$

Należy nadmienić, że wprowadzenie na drodze aksjomatycznej prądu i_α zapewniającego moc czynną odbiornika P dla układów trójfazowych o przebiegach

odkształconych okresowych zostało zaprezentowane po raz pierwszy w pracach S. Fryzego np. [F.7]. Wykorzystując klasyczną bazę trygonometryczną przestrzeni $L_n^2(0, T)$ (por. załącznik A) oraz metodę symboliczną, przeprowadza się rozkład prądu źródła i na cztery wzajemne ortogonalne składowe:

$$i = a_i + r_i + as_i + ds_i. \quad (2.28)$$

Dla układów trójfazowych trójprzewodowych zasilanych z symetrycznego źródła napięcia odkształconego i dla odbiornika opisanego macierzą diagonalną Y_h (bez sprzężeń) rozkład (2.28) został zaproponowany po raz pierwszy w pracy [C.13]. Składową czynną określa wzór (2.25), natomiast pozostałe składowe prądu źródła określone są wzorami:

- składowa reaktancyjna prądu źródła

$$r_i(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^n j B_{\alpha\beta h} E_{\beta h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (2.29)$$

- składowa asymetrii prądu źródła

$$as_i(t) = (G_{\alpha 0} - G_{\alpha 0}) E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^n (G_{\alpha\beta h} - G_h \sigma_{\alpha\beta}) E_{\beta h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2.30)$$

- składowa dyspersji prądu źródła

$$ds_i(t) = (G_{\alpha 0} - G_{\alpha 0}) E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{\alpha 0}) E_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad (2.31)$$

gdzie:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{dla } \alpha = \beta, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\} \\ 0 & \text{dla } \alpha \neq \beta. \end{cases}$$

$$G_h = \frac{P_h}{|E_h|^2} = \frac{\operatorname{Re} \sum_{\alpha=1}^n E_{\alpha h} I_{\alpha h}^*}{\sum_{\alpha=1}^n E_{\alpha h} E_{\alpha h}^*}, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (2.32)$$

W pracy [B.9] wykazano wzajemną ortogonalność tych składowych, tzn.:

$$\begin{aligned} (a_i | r_i)_{L_n^2} &= 0, & (a_i | as_i)_{L_n^2} &= 0, & (a_i | ds_i)_{L_n^2} &= 0, & (r_i | ds_i)_{L_n^2} &= 0, \\ (r_i | as_i)_{L_n^2} &= 0, & (as_i | ds_i)_{L_n^2} &= 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

W przedstawionym rozkładzie tylko składowa i zapewnia moc czynną odbiornika P, pozostałe niepotrzebnie zwiększają wartość skuteczną prądu źródła i należy je skompensować. Przytoczmy tu interpretacje poszczególnych składowych podane w pracach [C.13], [B.9], [C.14]:

- i - zwrotny przepływ energii pomiędzy polem magnetycznym a elektrycznym,
- i_{as} - asymetria fazowa konduktancji dla ustalonej harmonicznej,
- i_{ds} - składnik fazowo-symetryczny, związany z dyspersją częstotliwościową konduktancji.

Na podstawie wzoru (2.33) zachodzi:

$$\|i\|_{L_n}^2 = \|i_a\|_{L_n}^2 + \|i_r\|_{L_n}^2 + \|i_{ds}\|_{L_n}^2 + \|i_{as}\|_{L_n}^2, \quad (2.34)$$

$$(u|_a i)_{L_n} = P, \quad (u|_r i)_{L_n} = 0, \quad (u|_{as} i)_{L_n} = 0, \quad (u|_{ds} i)_{L_n} = 0. \quad (2.35)$$

Podobnego rozkładu można dokonać dla prądów i napięć należących do przestrzeni $W_n^{2,\delta}(0,T)$, korzystając z wyników zawartych w pracach [B.9] [B.10]. W pracy [B.10] wykazano, że minimalizacja funkcjonału:

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{W_n^{2,\delta}(0,T)}^2 + \lambda(P - (u|i)_{L_n^2(0,T)}) \quad (2.36)$$

prowadzi do wyróżnienia prądu optymalnego $i = (i_{(W)}^1, i_{(W)}^2, \dots, i_{(W)}^n)$ określonego wzorem

$$i_{(W)}^\alpha(t) = e G_\alpha E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_h E_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2.37)$$

$$e G_h = \frac{P}{V_h^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n \frac{|E_{\alpha k}|^2}{V_k^2}} \quad (2.38)$$

$$V_k^2 = \delta_0 + \delta_1(k\omega)^2 + \delta_2(k\omega)^4 + \dots + \delta_l(k\omega)^{2l}. \quad (2.39)$$

Prąd optymalny i źródła ustala poprzez współczynniki wagi δ_k (2.39) zadany kompromis pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu a jego zniekształceniami oraz zapewnia zadaną moc czynną odbiornika P. Różnicę prądu $i - i_{(W)}$ rozkłada się na trzy wzajemnie ortogonalne składowe w sensie iloczynu skalarnego w przestrzeni $W_n^{2,\delta}(0,T)$ (por. załącznik A).

- składowa reaktancyjna prądu źródła

$$i_{(W)}^\alpha(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n j_0 B_{\alpha h} E_{\beta h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (2.40)$$

- składowa asymetrii prądu źródła

$$i_{(W)}^\alpha(t) = (G_{\alpha 0} - G_0) E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^n (G_{\alpha \beta h} - G_h \sigma_{\alpha \beta}) E_{\beta h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2.41)$$

- składowa dyspersji prądu źródła

$$i_{(W)}^\alpha(t) = (G_0 - e G_0) E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - e G_h) E_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t. \quad (2.42)$$

Pomiędzy poszczególnymi składowymi prądu źródła zachodzą związki:

$$\|i\|_{(W)}^2 = \|i_a\|_{(W)}^2 + \|i_r\|_{(W)}^2 + \|i_{ds}\|_{(W)}^2 + \|i_{as}\|_{(W)}^2. \quad (2.43)$$

$$(u|_a i)_{(W)} = P, \quad (u|_r i)_{(W)} = 0, \quad (u|_{as} i)_{(W)} = 0, \quad (u|_{ds} i)_{(W)} = 0. \quad (2.44)$$

Interpretacja poszczególnych składowych prądu źródła: $i_{(W)}^a, i_{(W)}^r, i_{(W)}^{as}, i_{(W)}^{ds}$

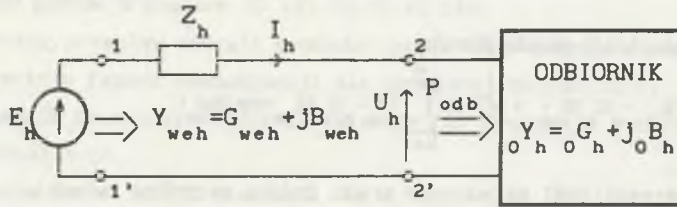
$i_{(W)}^{as}, i_{(W)}^{ds}$ jest podobna jak dla składowych w przestrzeni $L_n^2(0,T)$ [B.10].

Wszystkie wprowadzone równania są słuszne dla układów trójfazowych ($n = 3$) jako najczęściej stosowane do przesyłu i przetwarzania energii elektrycznej. Problemowi eliminacji niepożądanych składowych prądu źródła dla układów trójfazowych i wielofazowych poświęcony jest rozdział 4 niniejszej pracy.

2.3. UKŁADY DWUZACISKOWE LINIOWE ZASILANE Z RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO OKRESOWEGO

Dotychczasowe rozważania dotyczyły układów zasilanych z idealnych źródeł napięcia odkształconego i stanowiły bazę do rozpoczęcia badań nad zachowaniem się układów zasilanych z rzeczywistych źródeł napięcia odkształconego okresowego. Prace [W.1], [W.2], [S.7], [S.8], [W.5] były poświęcone minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła, jak również uzyskaniu zadanego kompromisu pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu a jego zniekształceniami dla układów dwuzaciskowych zasilanych z rzeczywistego źródła napięcia odkształconego okresowego. Rezultatem uzyskanym w tych pracach było przede wszystkim wyróżnienie prądu optymalnego dla zadanego warunku na moc czynną P źródła. Poniżej przytoczono najważniejsze wątki tej problematyki z uwagi na możliwość wykorzystania ich do badań nad układami kompensującymi.

Dla modelu źródła rzeczywistego zasilającego odbiornik dwuzaciskowy przedstawionego na rys.2.3, o danych:



Rys.2.3. Obwód jednofazowy zasilany z rzeczywistego źródła napięcia odkształconego okresowego

Fig.2.3. One-phase circuit supplied from the real source of the periodic nonsinusoidal voltage

- napięcie źródłowe

$$e(t) = E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h \exp jh\omega_0 t, \quad (2.45)$$

- impedancja wewnętrzna źródła należy do klasy układów SLS

$$Z_h = R_h + jX_h, \quad R_h > 0, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (2.46)$$

- admitancja odbiornika należy do klasy układów SLS

$$Y_{oh} = G_{oh} + jB_{oh}, \quad G_{oh} > 0, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (2.47)$$

za pomocą mnożnika Lagrange'a wyznaczono prąd optymalny.

Minimalizacja funkcjonału Lagrange'a o postaci [W.1]

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{W^2, \delta(0, T)}^2 + \lambda (P - (u|i)_{L^2(0, T)}) \quad (2.48)$$

proceedzi do wyróżnienia prądu źródła, który zapewnia ustalony kompromis pomiędzy minimalną wartością skuteczną prądu a jego odkształceniami względem przebiegu sinusoidalnego. Wyróżniony prąd optymalny zapewnia stałość mocy czynnej źródła rzeczywistego, tzn. moc czynna źródła przed kompensacją jest równa mocy czynnej źródła po kompensacji. Dla tak postawionego zagadnienia optymalizacyjnego nie jest zapewniona stałość mocy czynnej odbiornika oraz nie są wyczerpane wszystkie możliwości uzyskania prądów optymalnych źródła. Dlatego też w rozdziale 5 rozpatrzono rozszerzenie metod optymalizacyjnych na różne warianty dotyczące mocy czynnej P.

Wartości chwilowe tego prądu opisane są za pomocą wzoru:

$$i_{(W)}(t) = G_{(W)0} E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n G_{(W)h} E_h \exp jh\omega_0 t \quad (2.49)$$

gdzie:

$$G_{(W)h} = \frac{\lambda_h}{2(\sqrt{\lambda_h^2 + R_h^2})}, \quad (2.50)$$

λ_h - stanowi dodatnie rozwiązanie równania wynikającego z warunku bilansu mocy

$$P = \sum_{h=0}^n \left[\frac{\lambda}{2(\sqrt{\lambda^2 + R_h^2})} - R_h \frac{\lambda^2}{4(\sqrt{\lambda^2 + R_h^2})^2} \right] |E_h|^2, \quad (2.51)$$

natomiast $\sqrt{\lambda_h^2}$ określone jest wzorem (2.17). Prąd źródła $i(t)$ wyraża się wzorem

$$i(t) = G_{we0} E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n Y_{weh} E_h \exp jh\omega_0 t \quad (2.52)$$

gdzie: admitancja wejściowa dla h-tej harmonicznej widziana z zacisków idealnego źródła napięcia odkształconego $e(t)$ określona wzorem (2.53)

$$Y_{weh} = G_{weh} + jB_{weh} \quad (2.53)$$

$$G_{weh} = \frac{G_{oh}(1+R_{oh}G_{oh})+R_{oh}B_{oh}^2}{(1+G_{oh}R_{oh}-X_{oh}B_{oh})^2+(G_{oh}X_{oh}+R_{oh}B_{oh})^2}, \quad (2.54)$$

$$B_{weh} = \frac{B_{oh}-X_{oh}(G_{oh}^2+B_{oh}^2)}{(1+G_{oh}R_{oh}-X_{oh}B_{oh})^2+(G_{oh}X_{oh}+R_{oh}B_{oh})^2}. \quad (2.55)$$

Różnicę prądów $i(t) - i_{(W)}(t)$ można rozłożyć (przez analogię do źródeł idealnych) na dwie składowe:

- składową reaktancyjną prądu źródła opisaną wzorem

$$i_{(W)}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n jB_{weh} E_h \exp jh\omega_0 t. \quad (2.56)$$

- składową rozproszenia prądu źródła opisaną wzorem

$$i_{(W)}(t) = (G_{we0} - G_{(W)0}) E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (G_{weh} - G_{(W)h}) E_h \exp jh\omega_0 t. \quad (2.57)$$

W pracy [W.1] wykazano, że poszczególne składowe prądu $i_{(W)}(t)$, $i_{(W)}(t)$, $i_{(W)}(t)$ nie są wzajemnie ortogonalne, ponadto iloczyn skalarny

$$(e|_{s(W)} i)_{L^2} \neq 0. \quad (2.58)$$

Wzór (2.58) wskazuje, że składowa rozproszenia przenosi moc czynną (co nie występowało dla źródeł idealnych). Ponadto nieortogonalność składowych prądu źródła powoduje, że eliminacja jednej składowej wpływa na zmianę pozostałych. Ponieważ $W^2, \delta(0, T) \subset L^2(0, T)$, więc jeżeli we wzorze (2.17) przyjmie się

$\delta_0 = 1, \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_n = 0$, tzn. $\bigwedge_h \delta_h^2 = 1$, to otrzymamy prąd optymalny minimalizujący wartość skuteczną prądu źródła:

$$i(t) = e_0 E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} e_h E_h \exp j h \omega_0 t, \quad (2.59)$$

gdzie:

$$e_h = \frac{\lambda_h}{2(1 + \lambda_h R_h)}, \quad (2.60)$$

a λ_h - stanowi dodatnie rozwiązanie równania bilansu mocy czynnej

$$P = \sum_{h=0}^n \left[\frac{\lambda}{2(1 + \lambda R_h)} - R_h \frac{\lambda^2}{4(1 + \lambda R_h)^2} \right] |E_h|^2, \quad (2.61)$$

Pozostałe składowe przyjmują postać:

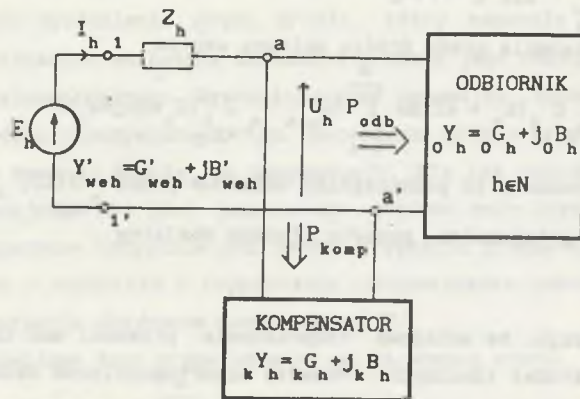
$$i_r(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j B_{weh} E_h \exp j h \omega_0 t, \quad (2.62)$$

$$i_s(t) = (G_{we0} - G_0) E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_{weh} - G_h) E_h \exp j h \omega_0 t. \quad (2.63)$$

2.3.1. Warunki eliminacji wybranych składowych prądu źródła dla różnych kryteriów optymalizacyjnych

Z przedstawionych rozważań, szczególnie dla układów jednofazowych, wynikają warunki, jakie muszą spełniać układy modyfikujące (kompensatory), aby eliminować poszczególne składowe prądu źródła.

Rozpatrzmy układ przedstawiony na rys. 2.4.



Rys.2.4. Schemat układu jednofazowego: źródło-kompensator-odbiornik
Fig.2.4. Block diagram of one-phase system: source-compensator-load

Analizując wzory (2.56), (2.57) zauważamy, że warunki, jakie musi spełniać kompensator (włączony na zaciski a-a' jako jedynie dostępne) o admitancji

$$Y_{kh} = G_{kh} + j B_{kh}, \quad G_{kh} > 0, \quad G_{kh} < 0 \quad (2.64)$$

dla każdej rozpatrywanej harmonicznej, opisane są zależnościami (2.65+2.68). Dla kryterium optymalizacyjnego $\min \|i\|_w^2$ przy warunku ubocznym stałości mocy

czynnej P źródła, zachodzi:

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_{weh} = 0, \quad (2.65)$$

$$\text{oraz } \bigwedge_{h \in N_0} (G_{weh} - G_{(w)h}) = 0. \quad (2.66)$$

Natomiast dla minimalizacji $\min \|i\|_L^2$ przy tym samym warunku ubocznym mamy:

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_{weh} = 0 \quad (2.67)$$

$$\text{oraz } \bigwedge_{h \in N_0} (G_{weh} - G_h) = 0. \quad (2.68)$$

gdzie:

$$B_{weh} = \frac{B_{oh} + B_{kh} - X_h [(G_{oh} + G_{kh})^2 + (B_{oh} + B_{kh})^2]}{[1 + R_h (G_{oh} + G_{kh}) - X_h (B_{oh} + B_{kh})]^2 + [X_h (G_{oh} + G_{kh}) + R_h (B_{oh} + B_{kh})]^2}, \quad (2.69)$$

$$G_{weh} = \frac{(G_{oh} + G_{kh}) [1 + R_h (G_{oh} + G_{kh})] + R_h (B_{oh} + B_{kh})^2}{[1 + R_h (G_{oh} + G_{kh}) - X_h (B_{oh} + B_{kh})]^2 + [X_h (G_{oh} + G_{kh}) + R_h (B_{oh} + B_{kh})]^2}, \quad (2.70)$$

$Y_{weh} = G_{weh} + j B_{weh}$ - admitancja widziana z zacisków idealnego źródła.

Wyznaczenie $B_{kh}, G_{kh} \in R$ dla każdej rozpatrywanej harmonicznej z równań (2.69) oraz (2.70) jest zagadnieniem trudnym, wiąże się bowiem z wykazaniem istnienia rozwiązań układów równań nieliniowych względem B_{kh} oraz G_{kh} spełniających ich realizowalność fizyczną w zadanej klasie układów. Wyznaczenie wartości G_{kh} i B_{kh} jest możliwe w ogólnym przypadku tylko za pomocą metod iteracyjnych, co sprawia, że problem syntezy kompensatora jest bardzo złożony. Dlatego w pracy, celem ominięcia tej trudności, proponuje się inne podejście (por. rozdz. 5), pozwalające wyznaczyć admitancje kompensatorów w sposób jawny (analityczny). Jeżeli źródło jest idealne, to warunki kompensacji (2.65), (2.66) upraszczają się do znanych zależności:

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_{kh} = -B_{oh} \quad \text{oraz} \quad (2.71)$$

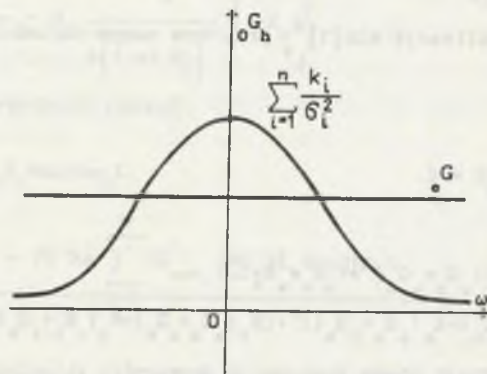
$$\bigwedge_{h \in N_0} G_{kh} = G_{(w)h} - G_{oh} \quad \text{dla } \min \|i\|_w^2, \quad (2.72)$$

natomiast dla $\min \|i\|_L^2$

$$\bigwedge_{h \in N_0} k_h B_h = -o_h B_h \text{ oraz} \quad (2.73)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0} k_h G_h = o_h G_h - o_h G_h. \quad (2.74)$$

Z analizy wzorów (2.65+2.74) wynika, że warunek (2.71) można zrealizować za pomocą dwójników LC dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych. Przykłady kompensacji składowej reaktancyjnej za pomocą dwójników LC były przedstawione, np. w pracach [E.1], [C.6], [C.9]. Warunki konieczne i próba udowodnienia warunków wystarczających zostały podane w pracach [P.3], [P.5].



Rys.2.5. Przebieg konduktancji dwójnika RL w funkcji ω
 Fig.2.5. RL one-port conductance as function of ω

Analizując wzory (2.72) oraz (2.74), można zauważyć, że jeżeli np. odbiornik ma charakter RL, dla którego przebieg konduktancji przedstawiony jest na rys.2.5 [G.2], to ponieważ zachodzi związek $o_h G < \max \{G_h\}$, więc $o_h G - G_h$ może przyjmować zarówno wartości dodatnie, jak i ujemne. Fakt ten przesądza o tym, że nie istnieje dwójnik pasywny, którego konduktancja spełniałaby warunki (2.74) [C.9] bądź (2.72). Dla spełnienia warunków (2.66), (2.68) należy poszerzyć klasę układów kompensacyjnych o układy aktywne lub parametryczne. Należy nadmienić, że w pracy [C.16] został przedstawiony problem kompensacji składowej reaktancyjnej (biernej) oraz rozproszenia (rozrzutu) za pomocą kompensatorów LC, z których jeden $(LC)_1$ jest włączony równolegle na zaciski odbiornika, a drugi $(LC)_2$ szeregowo. Rozważania i rozwiązania zawarte w pracy [C.16] są dyskusyjne i uwagi na ten temat zostały przedstawione w pracy [P.16] oraz rozdziale 5 (punkcie 5.5.) niniejszej pracy. W pracach [W.6], [P.13] zaproponowano kompensator należący do klasy układów (RLC, $-R^{(1)}$). Układ ten zawiera jednak rezystancję ujemną. Problemy związane z jego reali-

zacja techniczna, wrażliwością oraz zagadnieniem stabilności sprawiają trudności. Warunkiem uzyskania prądu optymalnego (2.49) lub (2.59) jest jednak użycie elementów aktywnych w postaci różnego rodzaju źródeł prądowych eliminujących różnicę pomiędzy prądem źródła a prądem optymalnym i spełniających warunki (2.66), bądź (2.68). Istnieje również możliwość realizacji ujemnej rezystancji na bazie układów energoelektronicznych. Przykładowe realizacje rozwiązań przedstawiono w pracach [P.13], [P.21].

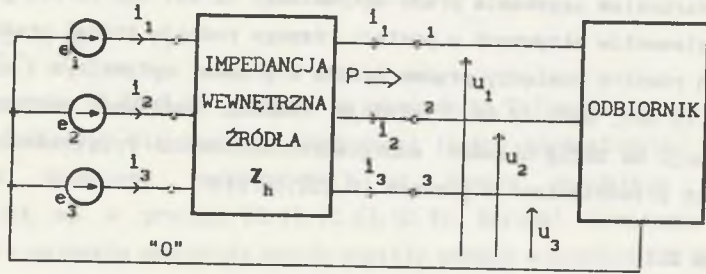
Uwaga 2.1

Ze względu na wzajemną nieortogonalność składowych prądu źródła $i_a, i_r, i_s \in L^2$ lub $i_{a(W)}, i_{r(W)}, i_{s(W)} \in W^2$ modyfikacja energetyczno-jakościowych warunków pracy źródła za pomocą kompensacji poszczególnych składowych oraz poszukiwanie poszczególnych składowych są raczej nieuzasadnione. Należy określić prąd optymalny źródła, a następnie za pomocą kompensatora, wyznaczonego na podstawie znajomości rozkładu admitancji odbiornika oraz pary wielkości: napięcia w danym przekroju i prądu optymalnego dla rozważanej harmonicznej, można ustalić potrzebną admitancję kompensatora Y_{kh} . Tak postawione i rozwiązane zagadnienie dla różnych kryteriów optymalizacyjnych zostało częściowo omówione w pracach [S.7], [P.15], [P.18] oraz w rozdziale 5 niniejszej pracy.

2.4. UKŁADY TRÓJFAZOWE LINIOWE ZASILANE Z RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO OKRESOWEGO

Jak już wspomniano, w pracach [C.13], [B.9] wykazano, że prądy w obwodach trójfazowych (wielofazowych) z idealnymi źródłami napięć odkształconych mogą być rozłożone na cztery wzajemnie ortogonalne składniki, które mają odpowiednie interpretacje. W pracy [S.7] przedstawiono propozycję wyznaczenia prądów aktywnych metodą iteracyjną. Stanowią one minimalizację wartości skutecznych prądów fazowych źródła rzeczywistego. Dalsze uogólnienia w tym zakresie zawierają prace [W.3], [W.5], w których przeprowadzono analizę właściwości energetyczno-jakościowych układów ze źródłami rzeczywistymi dla odpowiedniej konfiguracji źródła i odbiornika. W pracach tych podano również ogólne uwagi o kompensacji prądów różnicowych (pomiędzy prądem źródła a prądem optymalnym) dla przyjętego kryterium. W punkcie 2.4.1. zostaną przedstawione rozwiązania zawarte głównie w tych pracach ze względu na ich przydatność z punktu widzenia dalszych uogólnień oraz modyfikacji obwodów.

2.4.1. Wyznaczenie prądu aktywnego (optymalnego)



Rys.2.6. Model obwodu n-fazowego zasilanego z rzeczywistego źródła napięcia odkształconego okresowego

Fig.2.6. Model of n-phase circuit supplied from the real source of periodic nonsinusoidal voltage

Dla modelu źródła trójfazowego rzeczywistego przedstawionego na rys.2.6 o impedancji wewnętrznej opisanej pełną macierzą impedancyjną Z_h , przy pozostałych założeniach odnośnie do źródła, jak i odbiornika takich samych jak w punkcie 2.2, przedstawia się następujący problem optymalizacyjny:

$$\min(\|i\|_{W_3}^2, \delta_{(0,T)}) \quad (2.75)$$

przy warunku ubocznym stałości mocy czynnej P źródła:

$$P = (u|i)_{L_n^2(0,T)} \quad (2.76)$$

Minimalizacja funkcjonału Lagrange'a o postaci

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{W_n^2, \delta_{(0,T)}}^2 + \lambda(P - (u|i)_{L_n^2(0,T)}) \quad (2.77)$$

prowadzi do wyróżnienia prądu optymalnego opisanego wzorem:

$$a_{(W)}^{i_\alpha}(t) = G_{\alpha 0} E_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_{\alpha h} E_{\alpha h} \exp(jh\omega_0 t), \quad \alpha \in \{1, 2, 3\} \quad (2.78)$$

gdzie:

$$G_{\alpha h} = \frac{\lambda_\alpha}{2(\sqrt{V_h^2 + \lambda_\alpha R_{\alpha\alpha h}})} \quad (2.79)$$

λ_α - dodatnie rozwiązanie równania (2.80) o postaci

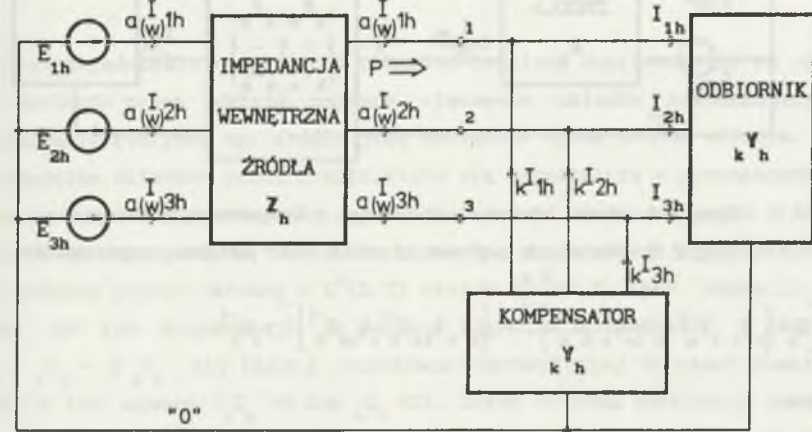
$$P = \sum_{h=0}^n \sum_{\alpha=1}^3 \left[\frac{\lambda}{2(\sqrt{V_h^2 + \lambda R_{\alpha\alpha h}})} - R_{\alpha\alpha h} \frac{\lambda^2}{4(\sqrt{V_h^2 + \lambda R_{\alpha\alpha h}})^2} \right] |E_h|^2 \quad (2.80)$$

przy założeniu, że:

$$\bigwedge_{h \in \mathbb{N}} Z_{\alpha\beta h} = \begin{cases} R_{\alpha\alpha h} + jX_{\alpha\alpha h} & \text{dla } \alpha=\beta, \\ jX_{\alpha\beta h}, X_{\alpha\beta h} = X_{\beta\alpha h} & \text{dla } \alpha \neq \beta, \end{cases} \quad (2.81)$$

oraz że źródło jest symetryczne.

2.4.2. Uwagi o kompensacji (modyfikacji)



Rys.2.7. Model obwodu n-fazowego z kompensacją równoległą

Fig.2.7. Model of n-phase circuit with parallel compensation

Zapewnienie optymalnej pracy źródła zgodnie z problemem optymalizacyjnym (2.75) przy warunku (2.76) wymaga dołączenia układów kompensacyjnych równoległe (rys.2.7) bądź szeregowo (rys.2.8). Po włączeniu kompensatorów spełniających warunki (2.83) i (2.84) ze źródła wydawany jest tylko prąd aktywny (2.78). W przypadku kompensacji równoległej (rys.2.7) warunki kompensacji opisane są przez zależności:

$$\bigwedge_{h \in \mathbb{N}} [Z_{\alpha\beta h} + (Y_{\alpha\beta h} + Y_{k\alpha\beta h})^{-1}]^{-1} = G_{\alpha\beta h} \quad (2.82)$$

gdzie:

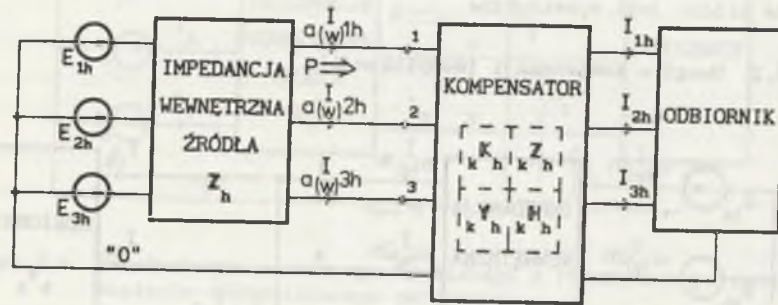
$Z_{\alpha\beta h}$ - współczynniki macierzy impedancji wewnętrznych źródła dla h-tej harmonicznej,

$Y_{\alpha\beta h}$ - współczynniki macierzy admittancji odbiornika dla h-tej harmonicznej,

$Y_{k\alpha\beta h}$ - współczynniki macierzy admittancji kompensatora dla h-tej harmonicznej,

$G_{\alpha\beta h}$ - współczynniki macierzy konduktancji zastępczych układu widzianych z zacisków idealnego źródła dla h-tej harmonicznej.

Natomiast dla kompensacji szeregowej (rys.2.8) warunki kompensacji opisane są wzorami:



Rys.2.8. Model obwodu n-fazowego z kompensacją szeregową
Fig.2.8. Model of n-phase circuit with series compensation

$$\bigwedge_{h \in N} [Z_h + (Y_h K_h^{-1} + H_h Z_h^{-1} K_h^{-1})^{-1} + (Y_h Z_h Z_h^{-1} H_h Z_h^{-1})^{-1}]^{-1} = G_h^{-1} \quad (2.83)$$

gdzie:

G_h - macierz konduktancji zastępczych układu widziana z zacisków idealnego źródła dla h-tej harmonicznej,

K_h, Z_h, Y_h, H_h - macierze immitancyjne kompensatora dla h-tej harmonicznej,

Z_h - macierz impedancyjna operatora źródła dla h-tej harmonicznej,

Z_h - macierz impedancyjna odbiornika dla h-tej harmonicznej.

Dobór kompensatorów (jako wielobiegunników) spełniających warunki (2.82) lub (2.83) jest trudny i wiąże się z rozwiązaniem nieliniowych układów równań.

Wyznaczenie parametrów kompensatorów możliwe jest tylko za pomocą metod numerycznych, co powoduje, że problem syntezy kompensatorów jest bardzo złożony. W niniejszej pracy (w rozdziale 6) proponuje się rozszerzenie problemu wyznaczania prądów optymalnych źródła trójfazowego dla różnych kryteriów optymalizacyjnych. W rozdziale 6 zaproponowano kompensację równoległą i wyznaczono w sposób analityczny potrzebne admitancje kompensatorów. Zagadnienia te były również przedmiotem publikacji autora [P.18], [P.25].

3. MODYFIKACJA OBWODÓW JEDNOFAZOWYCH I WIELOFAZOWYCH ZASILANYCH Z IDEALNEGO ŹRÓDŁA NAPIĘCIA OKRESOWEGO ODKSZTAŁCONEGO

Przez zagadnienie modyfikacji rozumiemy doprowadzenie do optymalnych warunków pracy układu, poprzez włączenie układów kompensujących, po zastosowaniu których, np. źródło jest obciążone tylko prądem czynnym.

Poszczególne składowe prądu źródła, które nie uczestniczą w przenoszeniu mocy czynnej, a tylko niepotrzebnie zwiększają wartość skuteczną prądu źródła lub zadany kompromis pomiędzy wartością skuteczną prądu a jego zniekształceniami, mają podobną postać zarówno w $L^2(0, T)$ oraz w $W^{2, \delta}(0, T)$ (por. rozdz.2), zatem środki do ich kompensacji są podobne. Ogólnie, kompensator o admitancji

$Y_{k_h} = G_{k_h} + j B_{k_h}$ dla każdej rozważanej harmonicznej ma część rzeczywistą dodatnią lub ujemną ($G_{k_h} > 0$ lub $G_{k_h} < 0$). Część urojona admitancji kompensatora można zrealizować za pomocą dwójników LC, natomiast część rzeczywista kompensatora wymaga użycia do realizacji elementów opisanych za pomocą funkcji rzeczywistych. Problemowi syntezy zadanej admitancji kompensatora $Y_{k_h} = G_{k_h} + j B_{k_h}$ (dla zadanego widma harmonicznych admitancji odbiornika) poświęcono jest niniejszy rozdział.

Proces syntezy układów liniowych przeprowadza się [B.1], [G.2], [K.1], [O.1] [P.D1], [S.18], [W.9] z reguły w dwóch kolejno po sobie następujących etapach:

- etapie aproksymacji, polegającej na określeniu immitancji (transmitancji) dwójnika (wielowrotnika) spełniającego warunki realizowalności w zadanej klasie elementów,
- etapie przyporządkowania danej immitancji (transmitancji), konkretnego układu realizowanego fizycznie.

W pracy zagadnienia syntezy sprowadza się do rozwiązania pierwszego z wymienionych etapów. Drugi etap jest dobrze rozeznany w literaturze dotyczącej syntezy. W niniejszej pracy znane postaci kanoniczne dwójników będą realizowane na podstawie rozwiązania pierwszego etapu syntezy.

3.1. METODA INTERPOLACYJNA SYNTEZY DWÓJNIKÓW PASYWNYCH LC

Postać składowej reaktancyjnej nie zależy od tego, czy przeprowadza się minimalizację: $\min \|i\|_{L_2}^2$ czy też $\min \|i\|_{W_2}^2$ [(por. wzory (2.11), (2.18)] w przypadku układów dwuzaciskowych oraz minimalizację $\|i\|_{L_n}^2, \|i\|_{W_n}^2$ w przypadku układów wielofazowych przy ograniczeniu równościowym na moc czynną P idealnego źródła napięcia odkształconego okresowego.

Zapiszmy jeszcze raz wzór na składową reaktancyjną prądu źródła (2.11)

$$i_r(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j_{oh} B_h E_h \exp j h \omega_0 t. \quad (3.1)$$

Ze wzoru (3.1) wynika, że składowa reaktancyjna prądu źródła zasilającego odbiornik dwuzaciskowy jest przesunięta o kąt -90° w stosunku do napięcia źródła dla każdej harmonicznej. Składową tę można skompensować dwójnikiem reaktancyjnym LC o skończonej liczbie elementów, gdyż w tym celu wystarczy (dla skończonej liczby harmonicznych) skonstruować dwójnik LC, którego susceptancje będą równe co do wartości i przeciwne co do znaku w stosunku do susceptancji odbiornika B_h dla pewnej zadanej liczby harmonicznych.

Spełnienie powyższego warunku zostało podane przez A.E. Emanuela w 1974 [E.1]. Stwierdza on, że aby skompensować moc bierną n-harmonicznych, należy włączyć na zaciski odbiornika dwójnik LC złożony z n(2n-1) elementów reaktancyjnych. L.S. Czarnecki w swoich pracach [C.6], [C.9] stwierdził, że dla kompensacji n-harmonicznych wystarczy włączyć dwójnik reaktancyjny złożony z m-elementów spełniających zależność:

$$n < m < 2n-1. \quad (3.2)$$

W literaturze [E.1], [C.6], [C.9] istnieją przykłady rozwiązania tego problemu dla niewielkiej liczby harmonicznych, brak było natomiast analizy warunków istnienia rozwiązań wymienionego problemu dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych. Istnieją również przykłady [P.2] świadczące o tym, że nie zawsze wymieniony problem syntezy ma realizację fizyczną. Zagadnienia kompensacji prądu i_r dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych przedstawiono w pracach autora i niniejszej pracy [P.2], [P.3], [P.5]. Podano warunki konieczne oraz podjęto próbę udowodnienia warunków wystarczających do rozwiązania tego problemu w całej klasie dwójników LC, dla dowolnego skończonego widma susceptancji odbiornika B_h . Kompensacja taka zachodzi z dowolną dokładnością w sensie normy przyjętej przestrzeni funkcyjnej, tzn.:

$$\bigwedge_{\varepsilon > 0} \bigvee_{n \in N_0} \bigwedge_{u \in L_2(0,T)} \|i_r(t) - i_r^n(t)\|_{L_2(0,T)} < \varepsilon \quad (3.3)$$

gdzie

$$i_r^n(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n j_{oh} B_h E_h \exp j h \omega_0 t, \quad (3.4)$$

natomiast składowa $i_r(t)$ - określona jest wzorem (3.1).

Sformalizujmy obecnie problem syntezy układu kompensacji składowej (biernej) reaktancyjnej prądu źródła dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych.

3.1.1. Formalizacja problemu syntezy i jego analiza

Problem syntezy dwójników LC można sformułować na wiele sposobów. Dwa z nich zostaną omówione szczegółowo.

Problem syntezy PS.1

Należy wyznaczyć funkcję reaktancyjną $B_r(\omega)$ określoną wzorem np. [G.2]

$$B_r(\omega) = \frac{H \prod_{i=1}^n (\omega^2 - \omega_{2i-1}^2)}{\omega \prod_{i=1}^n (\omega^2 - \omega_{2i}^2)}, \quad (3.5)$$

i równocześnie spełniającą warunek przeplatania zer i biegunów

$$0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots < \omega_{2n}, \quad (3.6)$$

przy założeniu że dane są wartości susceptancji kompensatora w skończonej

liczbie punktów $\omega_h \in R^+$ i że spełniają warunki określone wzorem

$$\bigwedge_h B_k B_r(\omega_h) = -B_h \quad (3.7)$$

gdzie:

$$\omega_i = \begin{cases} \text{dla } i=2k \pm 1, \quad k \in N_0 - \text{zera funkcji reaktancyjnej,} \\ \text{dla } i=2k, \quad k \in N - \text{bieguny funkcji reaktancyjnej,} \end{cases}$$

$$\omega_h = h \omega_1 = h \frac{2\pi}{T}, \quad h \in N_0 \subset N, \quad T \in R^+, \quad B_h \in R,$$

N_0 - pewien skończony podzbiór zbioru liczb naturalnych.

Przed przystąpieniem do rozwiązania przedstawionego problemu syntezy PS.1 zbiór wszystkich dwójników reaktancyjnych LC opisany ogólnie wzorem (3.5) można podzielić na cztery rozłączne klasy (D1. + D4.), charakteryzujące się różnymi własnościami funkcji $B_r(\omega)$ przy dążeniu ich argumentu ω do zera oraz do nieskończoności:

$$\left. \begin{aligned} \text{klasa D1.: } \lim_{\omega \rightarrow 0^+} B_r(\omega) = -\infty, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_r(\omega) = \infty, \\ \text{klasa D2.: } \lim_{\omega \rightarrow 0^+} B_r(\omega) = -\infty, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_r(\omega) = 0, \\ \text{klasa D3.: } \lim_{\omega \rightarrow 0^+} B_r(\omega) = 0, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_r(\omega) = \infty, \\ \text{klasa D4.: } \lim_{\omega \rightarrow 0^+} B_r(\omega) = 0, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_r(\omega) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Z uwagi na różne własności asymptotyczne $B_r(\omega)$ dwójników należących do klas (D1. + D4.), przy $\omega \rightarrow \infty$, kompensacja składowej reaktancyjnej prądu źródła z dowolną dokładnością jest możliwa przy narzuceniu odpowiednich założeń odnośnie do widma częstotliwościowego napięcia zasilającego odbiornik. Warunek zbieżności szeregu Fouriera funkcji $i \in L^2(0, T)$ jest określony wzorem

$$\sum_{h=1}^{\infty} |I_h|^2 < \infty \quad \text{czyli} \quad \sum_{h=1}^{\infty} |B_h U_h|^2 < \infty. \quad (3.9)$$

Susceptancje dwójników kompensujących dla poszczególnych harmonicznych składowej reaktancyjnej prądu źródła spełniają nierówności

- dla klas D2. oraz D4. $B_h \leq \frac{1}{h}$ przy $h \rightarrow \infty$,
- dla klas D1. oraz D3. $B_h \leq h$ przy $h \rightarrow \infty$.

Założenie zbieżności szeregu pociąga za sobą następujące nierówności słuszne dla klasy D2. oraz D4. dwójników.

$$\sum_{h=1}^{\infty} |B_h U_h|^2 \leq \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} |U_h|^2 \leq \sum_{h=1}^{\infty} \frac{C}{h^\rho}, \quad \rho > 1. \quad (3.10)$$

Warunek określony wzorem (3.10) jest spełniony, gdy $|U_h| < h^\kappa$, przy $\kappa < 0,5$. Prowadząc podobne rozumowanie dla klas dwójników D1. oraz D3. z wykorzystaniem wzoru (3.9), dochodzimy do warunku

$$\sum_{h=1}^{\infty} |B_h U_h|^2 \leq \sum_{h=1}^{\infty} h^2 |U_h|^2 \leq \sum_{h=1}^{\infty} \frac{C}{h^\rho}, \quad \rho > 1. \quad (3.11)$$

Ze wzoru (3.11) wynika, że $|U_h| < \frac{1}{h^\kappa}$ przy $\kappa > 1,5$. Widać więc, że nie dla każdego widma, czyli nie dla każdego przebiegu w $L^2(0, T)$ warunek ten zachodzi. Przedstawiony problem syntezy PS.1 sprowadza się do rozwiązania następującego układu równań algebraicznych nieliniowych:

$$-B_h h \omega_1 \prod_{i=1}^n \left((h\omega_1)^2 - \omega_{2i}^2 \right) = H \prod_{i=1}^n \left((h\omega_1)^2 - \omega_{2i-1}^2 \right) \quad (3.12)$$

względem niewiadomych: $H, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{2n-1}$, przy czym niewiadome (zera i bieguny funkcji B_r) ω_i ($i \in \{1, 2, \dots, 2n\}$) winny spełniać warunek przeplatania określony wzorem (3.6). Przyjęcie $\omega_1 > 0$ lub $\omega_1 = 0$ oraz znaków "+", lub "-" we wskaźniku $2n \pm 1$ występującym we wzorze (3.12) determinuje wybór przyjętej klasy dwójników LC. Rozwiązanie układu równań (3.12) pozwala więc wyznaczyć zera i bieguny funkcji wymiernej (3.5). Funkcja ta spełnia warunki konieczne i wystarczające realizowalności w klasie dwójników LC, gdy [G.2], [0.1]:

- współczynnik H ma znak odpowiedni dla przyjętej do realizacji klasy (D1. + D4.) dwójników,
- zera i bieguny funkcji wymiernej spełniają warunek przeplatania (por. wzór (3.6)).

Rozwiązanie problemu PS.1 wymaga:

- wykazania istnienia rozwiązań silnie nieliniowych układów równań (3.12) wraz z podaniem konstrukcji efektywnej procedury rozwiązania tego układu równań zawierającej sposób doboru przybliżenia początkowego,
- wykazania, że przy odpowiednio dobranym przybliżeniu początkowym istnieje rozwiązanie wymienionego układu równań spełniające warunki realizowalności w klasie dwójników LC.

Wykazanie wymienionych wymagań jest rzeczą bardzo trudną (metodami analitycznymi). Dlatego też problem syntezy PS.1 należy sprowadzić do postaci umożliwiającej wykorzystanie teorii układów liniowych. W tym celu funkcję $B_r(\omega)$ (wzór 3.5) należy przedstawić dla poszczególnych klas dwójników w następującej postaci:

- dla dwójników klasy D1.:

$$B_r(\omega) = \frac{H}{\omega} \frac{L(\omega^2)}{M(\omega^2)}, \quad H=1 \quad (3.13)$$

gdzie:

$$L(\omega^2) = (-1)^{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i a_{2i} \omega^{2i}, \quad (3.14)$$

$$M(\omega^2) = (-1)^n \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i a_{2i+1} \omega^{2i}, \quad (3.15)$$

- dla dwójników klasy D2.:

Funkcję $B_r(\omega)$ określa wzór (3.13) dla $H=-1$, przy czym:

$$L(\omega^2) = (-1)^n \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i a_{2i} \omega^{2i}, \quad (3.16)$$

$M(\omega^2)$ - zgodne ze wzorem (3.15)

- dla klasy dwójników klasy D3.:

$$B_r(\omega) = H\omega \frac{L(\omega^2)}{M(\omega^2)}, \quad H=1 \quad (3.17)$$

$L(\omega^2)$ - określa wzór (3.16),

$M(\omega^2)$ - zgodne ze wzorem (3.15),

- dla dwójników klasy D4.:

Funkcję $B_r(\omega)$ określa wzór (3.17) dla $H=-1$, przy czym:

$$L(\omega^2) = (-1)^{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i a_{2i} \omega^{2i}, \quad (3.18)$$

$$M(\omega^2) = (-1)^n \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i a_{2i+1} \omega^{2i}. \quad (3.19)$$

Współczynniki wielomianów występujących we wzorach (3.14+3.19) muszą być dodatnie. Poszukiwaną funkcję $B_r(\omega)$ określoną wzorem (3.5) oraz spełniającą warunek (3.6) można przedstawić w postaci ilorazu dwóch wielomianów Hurwitza [G.2], np. dla klasy D2.

$$B_r(\omega) = \frac{H(a_{2n}\omega^{2n} - a_{2n-2}\omega^{2n-2} + a_{2n-4}\omega^{2n-4} - \dots - a_2\omega^2 + a_0)}{\omega(a_{2n+1}\omega^{2n} - a_{2n-1}\omega^{2n-2} + \dots - a_3\omega^2 + a_1)} = \frac{H}{\omega} \frac{L(\omega^2)}{M(\omega^2)} \quad (3.20)$$

gdzie

$\omega_1, a_k \in R^+, k \in \{0, 1, 2, \dots, 2n+1\}, n \in N_0, H=-1$.

Wyznaczenie funkcji $B_r(\omega)$ sprowadza się do wyznaczenia wszystkich współczynników $a_k \in \{0, 1, \dots, n\}$ wielomianów licznika $L(\omega^2)$ oraz mianownika $M(\omega^2)$, a zatem wyznaczenia wszystkich zer i biegunów funkcji $B_r(\omega)$. Tak postawiony problem prowadzi do równań liniowych jednorodnych (zazwyczaj o rozwiązaniach zerowych [P.5]) w postaci:

$$\begin{bmatrix} -B_1\omega_1^{2n+1}, -H\omega_1^{2n}, B_1\omega_1^{2n-1}, H\omega_1^{2n-2}, \dots, -B_1\omega_1, -H \\ -B_2\omega_2^{2n+1}, -H\omega_2^{2n}, B_2\omega_2^{2n-1}, H\omega_2^{2n-2}, \dots, -B_2\omega_2, -H \\ \vdots \\ -B_h\omega_h^{2n+1}, -H\omega_h^{2n}, B_h\omega_h^{2n-1}, H\omega_h^{2n-2}, \dots, -B_h\omega_h, -H \\ \vdots \\ -B_m\omega_m^{2n+1}, -H\omega_m^{2n}, B_m\omega_m^{2n-1}, H\omega_m^{2n-2}, \dots, -B_m\omega_m, -H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{2n+1} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.21)$$

gdzie:

$a_k > 0, B_h \in R, H=-1, \omega_h = h\omega_1, \omega_1 = \frac{2\pi}{T}, h \in \{1, 2, \dots, m\}$,

z wyjątkiem zbioru takich konfiguracji susceptancji odbiornika (B_1, \dots, B_n) leżących na hiperpowierzchniach opisujących zerowanie wyznaczników równania macierzowego (3.21). Prowadząc podobne rozumowanie można sprawdzić, że wyznaczenie części współczynników wielomianu $L(\omega^2)$ oraz części współczynników wielomianu $M(\omega^2)$, czyli wyznaczenie części zer oraz części biegunów funkcji $B_r(\omega)$ prowadzi do:

- niepożądanego zwiększenia stopnia $B_r(\omega)$,
- jednorodnego układu równań liniowych względem niewiadomych współczynników wielomianów $L(\omega^2)$ oraz $M(\omega^2)$, który posiada zazwyczaj rozwiązania zerowe.

Z przedstawionych powodów konieczne jest założenie, że znane są wszystkie bieguny (lub zera) poszukiwanej funkcji $B_r(\omega)$. Wyznaczenie wszystkich współczynników wielomianu $L(\omega^2)$ lub $M(\omega^2)$ uzyskuje się drogą rozwiązania układu równań liniowych. Można sformalizować następujący problem syntezy PS.2:

Dla przyjętej klasy dwójników LC (D1.+ D4.) należy wyznaczyć współczynniki wielomianu $L(\omega^2)$ mając dane:

- n zer mianownika ω_{2k}^* ($k \in \{1, 2, \dots, n\}$) odpowiedniego wielomianu $M(\omega^2)$ (tzn. wszystkie bieguny funkcji $B_r(\omega)$), które spełniają warunki:

$$\bigwedge_{k \in \{1, \dots, n\}} \omega_{2k}^* > \omega_{2k-2}^*, \dots, \omega_{2k}^* > 0, \quad (3.22)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_r(\omega_h) = -B_h$$

gdzie:

$B_r(\omega_h)$ - zadane wartości funkcji $B_r(\omega)$ dla zadanych pulsacji ω_h .

Zera wielomianów $L(\omega^2)$ oraz $M(\omega^2)$ winny spełniać warunek przeplatania.

Rozwiązanie przedstawionego problemu syntezy PS.2 wiąże się z problemem istnienia pewnych rozwiązań układu równań liniowych, których postaci dla różnych klas dwójników LC D1.+ D4. niewiele się różnią. Zapiszmy wymieniony układ równań przykładowo dla dwójnika należącego do klasy D2. (co w niczym nie umniejsza ogólności rozważań). Układ równań dla dwójnika n-tego rzędu ma postać

$$VA=B \quad (3.23)$$

gdzie:

$$A = [a_0, -a_2, a_4, \dots, -a_{2n-2}, a_{2n}]^T, \bigwedge_{k \in \{0, 1, \dots, n\}} a_{2k} > 0, \dim A = n+1, \quad (3.24)$$

$$B = [B_1\omega_1 M(\omega_1^2), \dots, B_h\omega_h M(\omega_h^2), \dots, B_q\omega_q M(\omega_q^2)]^T, \quad (3.25)$$

$h \in N, B_h \in R, q = \max h, \dim B = n+1$,

$M(\omega_h^2)$ - oznacza wielomian mianownika funkcji,

$\omega_1, \dots, \omega_h$ - oznaczają zbiór pulsacji przyporządkowanych susceptancjom odbiornika B_h ,

$$V = \begin{bmatrix} 1 & \omega_1^2 & \dots & \omega_1^{2n-4} & \omega_1^{2n-2} & \omega_1^{2n} \\ 1 & \omega_h^2 & \dots & \omega_h^{2n-4} & \omega_h^{2n-2} & \omega_h^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \omega_q^2 & \dots & \omega_q^{2n-4} & \omega_q^{2n-2} & \omega_q^{2n} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Z założenia wynika, że $\omega_i \neq \omega_j$ (dla $i \neq j$), $i, j \in N_0$, a więc macierz (3.26) jest macierzą Vandermonde'a o wymiarze $n+1$. Macierz ta jest nieosobliwa [M.1].

Układ równań (3.23) jest układem Cramera i ma zawsze rozwiązania niezerowe [M.1]. Twierdzenie Cramera nie podaje warunków istnienia rozwiązań układu równań (3.23) o postaci określonej wzorem (3.24), tzn. o znakach zmieniających się na przemian, co stanowi warunek konieczny realizowalności funkcji reaktancyjnej dwójników LC [G.2]. Zauważamy, że znaki składowych wektora B (wzór 3.25) mogą być dowolne. Jeżeli nie zachodzi zgodność znaków składowych wektorów A oraz B o tym samym indeksie, to wydaje się niemożliwe wykazanie, że współczynniki wielomianu $L(\omega^2)$ są dodatnie, a tym samym wykazanie warunku koniecznego realizowalności funkcji $B_r(\omega)$ w klasie dwójników LC metodami jakościowymi. Jeżeli założymy zgodność znaków składowych wektorów A oraz B o tym samym indeksie, to rozwiązanie układu równań (3.23) spełnia warunek (3.24), [P.5]. Można wykazać, że jeżeli pulsacje $\omega_h \in R^+$, $h \in N_0$ użyte do konstrukcji macierzy Vandermonde'a tworzą ciąg rosnący, to macierz ta jest znakoregularna, tzn. wszystkie minory k -tego rzędu ($k \in \{1, 2, \dots, n+1\}$) tej macierzy są dodatnie. Z powyższego stwierdzenia, z definicji macierzy odwrotnej oraz z faktu, że transpozycja macierzy, której minory n -tego rzędu są dodatnie, nie zmienia znaku dopełnień algebraicznych n -tego rzędu, wynika, że elementy macierzy V^{-1} spełniają warunek określony wzorem (3.27).

$$\text{sgn } V_{ij}^{-1} = (-1)^{1+j} \quad (3.27)$$

gdzie: i, j - indeksy wierszowy i kolumnowy elementu V_{ij} macierzy V^{-1} .

Przejdźmy obecnie do określenia warunków, przy których zachodzi zgodność znaków wektorów A oraz B [P.5].

Warunki te dotyczą:

- sposobu doboru częstotliwości przyporządkowanych danym biegunom funkcji $B_r(\omega)$ i usytuowaniu względem nich częstotliwości ω_h przyporządkowanych danym wartościom funkcji $B_r(\omega)$, oznaczonym przez B_h ,
- charakteru jakościowego zmian wartości B_h w funkcji częstotliwości.

Korzystając z wcześniej podanych zapisów funkcji $B_r(\omega)$ dla poszczególnych klas dwójników (por. wzory (3.13+3.19)) oraz wykorzystując wzór (3.12) i posługując się metodą indukcji można wykazać, że warunki konieczne i wystarczające zgodności znaków składowych wektorów A i B są następujące:

- dla dwójników klasy D1.:

$$0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_2^* \quad (3.28)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0, h > 2} \omega_{2k-2}^* < \omega_h < \omega_{2k}^*, \quad k \in \{2, 3, \dots, n\}, \quad (3.29)$$

$$B_{o_1} > 0, \text{ dla } \omega = \omega_1, \quad B_{o_2} < 0, \text{ dla } \omega = \omega_2, \quad (3.30)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0, h > 2} B_h < 0. \quad (3.30)$$

- dla dwójników klasy D2. (dwa warianty) a, b:

$$\text{wariant a) } \bigwedge_{h \in N_0} \omega_{2k-2}^* < \omega_h < \omega_{2k}^*, \quad k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3.31)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_h > 0, \quad (3.32)$$

$$\text{wariant b) } \bigwedge_{h \in N_0} \omega_{2k-2}^* < \omega_h < \omega_{2k}^*, \quad k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3.33)$$

$$B_{o_1} > 0 \text{ dla } \omega = \omega_1, \quad (3.34)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0, h > 1} B_h < 0. \quad (3.34)$$

- dla dwójników klasy D3.:

$$\bigwedge_{h \in N_0} \omega_{2k-2}^* < \omega_h < \omega_{2k}^*, \quad k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3.35)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_h < 0, \quad (3.36)$$

- dla dwójników klasy D4.

$$\bigwedge_{h \in N_0} \omega_{2k-2}^* < \omega_h < \omega_{2k}^*, \quad k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3.37)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0} B_h < 0. \quad (3.38)$$

We wzorach (3.28+3.38) wielkości ω_{2k}^* , $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ oznaczają częstotliwości przyporządkowane biegunom poszukiwanej funkcji reaktancyjnej dla danej klasy dwójników, a wielkości ω_h oznaczają częstotliwości przyporządkowane stałym B_h . Wyznaczone funkcje reaktancyjne dwójników kompensujących $B_k(\omega)$ w zależności od klasy różnią się nie tylko postacią, ale także i możliwościami kompensacyjnymi. Funkcje $B_k(\omega)$ dla poszczególnych klas spełniające warunki (3.28 + 3.38) na przykładzie dwójnika posiadającego trzy skończone bieguny zestawiono w tabelicy 3.1, natomiast w tabelicy 3.2 odpowiadające struktury Fostera dla poszczególnych dwójników.

Tablica 3.1

Klasa dwójnika	Postać analityczna dwójnika kompensującego $k_r B_r(\omega)$	Przebieg funkcji $k_r B_r(\omega)$ dwójnika kompensującego z zaznaczonymi warunkami na wektor ${}_o B_h$	Liczba komp. harm.
D1.	$k_r B_r(\omega) = \frac{a_6 \omega^8 - a_6 \omega^6 + a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2)(\omega^2 - \omega_6^2)}$		5
D2.	$k_r B_r(\omega) = \frac{-a_6 \omega^6 + a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2)(\omega^2 - \omega_6^2)}$	<p>wariant: a) ----, b) —</p>	4
D3.	$k_r B_r(\omega) = \frac{\omega(a_6 \omega^6 - a_4 \omega^4 + a_2 \omega^2 - a_0)}{(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2)(\omega^2 - \omega_6^2)}$		4
D4.	$k_r B_r(\omega) = \frac{\omega(-a_4 \omega^4 + a_2 \omega^2 - a_0)}{(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2)(\omega^2 - \omega_6^2)}$		3

Tablica 3.2

Klasa	Postać kanoniczna $k_r B_r(\omega)$	Struktura dwójnika
D1.	$A_\infty \omega - \frac{A_0}{\omega} + \sum_{k=1}^n \frac{A_{2k} \omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$	
D2.	$\frac{A_0}{\omega} + \sum_{k=1}^n \frac{A_{2k} \omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$	
D3.	$A_\infty \omega + \sum_{k=1}^n \frac{A_{2k} \omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$	
D4.	$\sum_{k=1}^n \frac{A_{2k} \omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$	

Jeżeli wektor susceptancji odbiornika nie spełnia żadnego z wymienionych warunków (3.28 + 3.38), to stosuje się tzw. rozkład delta, który polega na tym, że wektor ${}_o B_h$ należy rozłożyć na dwa wektory ${}_o B'_h$ i ${}_o B''_h$ według następującej zasady:

$$B'_{oh} = \begin{cases} B_h + \Delta_h & \text{jeżeli } B_h > 0, \\ \Delta_h & \text{jeżeli } B_h < 0, \end{cases} \quad (3.39)$$

$$B''_{oh} = \begin{cases} -\Delta_h & \text{jeżeli } B_h > 0, \\ B_h - \Delta_h & \text{jeżeli } B_h < 0, \end{cases} \quad (3.40)$$

przy czym

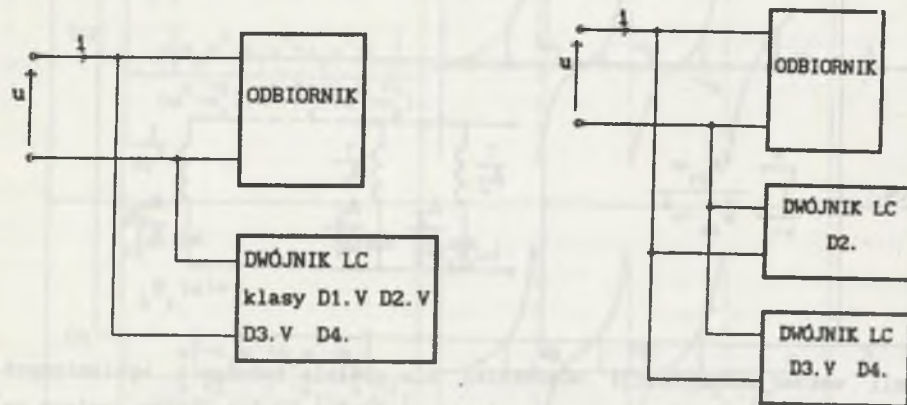
$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} \Delta_h > 0.$$

Składową reaktancyjną prądu źródła przedstawia się wówczas w postaci wzoru

$$i_r(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j_o B'_h E_h \exp j \omega_0 t + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j_o B''_h E_h \exp j \omega_0 t = i_{r1} + i_{r2}. \quad (3.41)$$

Zauważmy, że prąd $i_{r1}(t)$ (odpowiadający dodatnim susceptancjom odbiornika zastępczego) jest zawsze kompensowalny w klasie dwójników klasy D2., natomiast prąd $i_{r2}(t)$ (odpowiadający ujemnym susceptancjom odbiornika zastępczego) jest zawsze kompensowalny w klasach D3. lub D4.. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że układ do kompensacji składowej reaktancyjnej prądu źródła składa się:

- z jednego dwójnika reaktancyjnego należącego do klasy D1. + D4., gdy susceptancje odbiornika spełniają warunki określone wzorami (3.28 + 3.38) (rys. 3.1),
- z dwóch połączonych równolegle dwójników LC, z których jeden należy do klasy D2., a drugi do klasy D3. lub D4. (rys. 3.2).



Rys. 3.1. i Rys. 3.2. Idea kompensacji składowej reaktancyjnej prądu źródła
Fig. 3.1. and Fig. 3.2. Compensation idea of the reactance component of the source current

Podjęte próby wykazania warunku dostatecznego, tzn. przeplatania się zer i biegunów syntezywanej funkcji rozpatrywaną metodą opisaną w pracy [P.5], okazały się niezadowalające i dlatego sprawdzenie warunku dostatecznego należy przeprowadzić na drodze numerycznej badając znak elementów uzyskanego dwójnika Fostera [P.8]. Ewentualnie spełnienie warunku dostatecznego można uzyskać poprzez modyfikację założonych biegunów. Obliczenia sprowadzają się do wyznaczenia współczynników rozwinięcia II struktury Fostera A_{ω}, A_o, A_{2k} , $k \in \{2, 4, \dots, 2n\}$, które powinny spełniać warunki $A_{\omega} > 0, A_o > 0$, natomiast $A_{2k} > 0$. Wyznaczenie odbywa się poprzez rozwiązanie układu równań o postaci

$$CA_1 = B_k B_r, \quad (3.42)$$

gdzie: C - wygenerowana macierz o wymiarze $n \times n$ różna dla różnych klas dwójników LC.

Klasa D1.:

$$C(I, J) = \begin{cases} \omega(I) & \text{dla } J=1, I \in \{1, 2, \dots, n\}, \\ -\frac{1}{\omega(I)} & \text{dla } J=2, I \in \{1, 2, \dots, n\}, \\ \frac{\omega(I)}{\omega_B^2(J) - \omega^2(I)} & \text{dla } J=\{3, 4, \dots, n\}. \end{cases} \quad (3.43)$$

Klasa D2.:

$$C(I, J) = \begin{cases} -\frac{1}{\omega(I)} & \text{dla } J=1, \\ \frac{\omega(I)}{\omega_B^2(J) - \omega^2(I)} & \text{dla } J=\{2, 3, \dots, n\}. \end{cases} \quad (3.44)$$

Klasa D3.:

$$C(I, J) = \begin{cases} \omega(I) & \text{dla } J=1, \\ \frac{\omega(I)}{\omega_B^2(J) - \omega^2(I)} & \text{dla } J=\{2, 3, \dots, n\}. \end{cases} \quad (3.45)$$

Klasa D4.:

$$C(I, J) = \begin{cases} \frac{\omega(I)}{\omega_B^2(J) - \omega^2(I)} & \text{dla } J=\{1, 2, \dots, n\}. \end{cases} \quad (3.46)$$

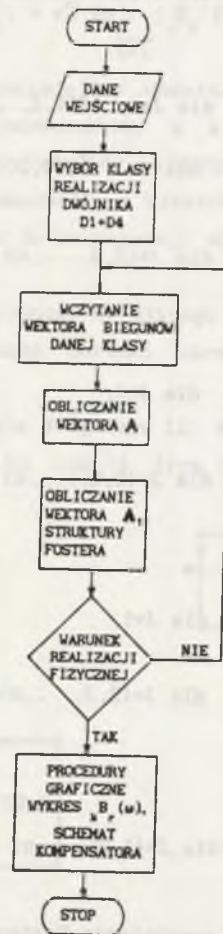
A_1 - wektor współczynników rozwinięcia Fostera o postaci:

$$A_1 = [A_{\omega}, A_o, A_2, \dots, A_{2k}]^T, \quad (3.47)$$

\mathbf{B}_{k_r} - wektor susceptancji dwójnika kompensującego dla rozpatrywanych częstotliwości kompensujących,

$$\mathbf{B}_{k_r} = [B_{k_r}(1), B_{k_r}(2), \dots, B_{k_r}(n)]^T \quad (3.48)$$

Na podstawie powyższych rozważań skonstruowano odpowiedni algorytm numeryczny doboru dwójników reaktancyjnych i opracowano program umożliwiający przeprowadzenie syntezy łącznie z procedurami graficznymi. Wynikiem jest wydruk schematów struktury dwójnika kompensującego z naniesionymi parametrami LC oraz wydruk przebiegu susceptancji dwójnika kompensującego $B_{k_r}(\omega)$. Problem ten został szczegółowo opisany w pracy [P.8], natomiast tutaj jest przedstawiony tylko schemat blokowy (rys. 3.3) oraz dwa przykłady syntezy.



Rys. 3.3. Schemat blokowy do wyznaczenia kompensatora reaktancyjnego

Fig. 3.3. Block diagram to determine a reactance compensator

Przykład 3.1

Należy przeprowadzić syntezę dwójnika LC do kompensacji prądu reaktancyjnego źródła dla susceptancji odbiornika $B_1 = 0,5 \text{ S}$, $B_3 = -0,5 \text{ S}$, $B_7 = -1 \text{ S}$, $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$.

Warunki, które narzucone są na susceptancje dwójnika kompensującego $B_{k_r}(\omega)$, spełnione są przez dwójniki klasy D2. (wariant b tablica 3.1). Susceptancja szukanego dwójnika ma postać

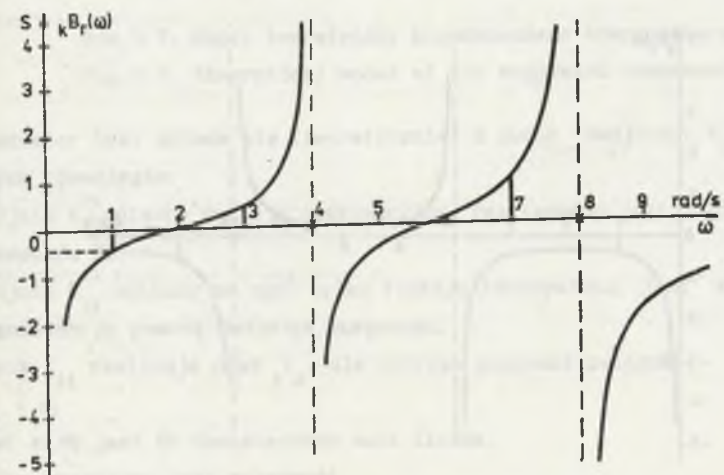
$$B_{k_r}(\omega) = \frac{-a_4 \omega^4 + a_2 \omega^2 - a_0}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2)} \quad (3.49)$$

Przyjęto, że bieguny wynoszą $\omega_2 = 4 \text{ rad/s}$, $\omega_4 = 8 \text{ rad/s}$. Przy tych wartościach równanie (3.23) ma postać

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 91 \\ 1 & 49 & 2401 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_0 \\ a_2 \\ -a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -472,5 \\ 577,5 \\ -3465 \end{bmatrix}$$

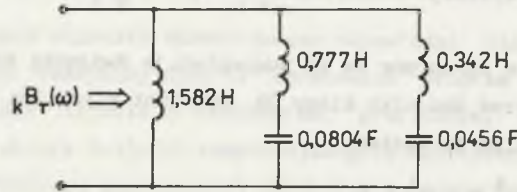
Szukane współczynniki funkcji (3.49) wynoszą $a_0 = 647,31$; $a_2 = 179,65$; $a_4 = 4,84$. Przebieg funkcji $B_{k_r}(\omega)$ o postaci analitycznej określonej wzorem (3.50) przedstawiono na rys. 3.4.

$$B_{k_r}(\omega) = \frac{-4,84\omega^4 + 179,65\omega^2 - 647,31}{\omega(\omega^2 - 16)(\omega^2 - 64)} \quad (3.50)$$



Rys. 3.4. Przebieg susceptancji $B_{k_r}(\omega)$ dwójnika kompensującego LC w funkcji ω
Fig. 3.4. Susceptance $B_{k_r}(\omega)$ of LC compensating one-port as the function of ω

Dwójnik reaktancyjny realizujący funkcję (3.50) jako admitancję dwójnika kompensacyjnego przedstawiony jest na rys.3.5.



Rys.3.5. Przykładowy dwójnik reaktancyjny realizujący funkcję (3.50)

Fig.3.5. Exemplary reactance one-port realizing the function (3.50)

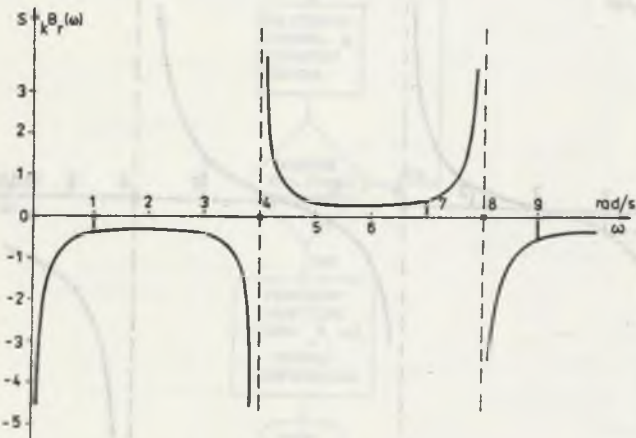
Dobór susceptancji dwójnika kompensującego niezgodnie z warunkami podanymi dla danej klasy (D1.+ D4.) może prowadzić do tego, że funkcja otrzymana w wyniku syntezy nie jest funkcją reaktancyjną.

Przykład 3.2

Niech $k_r B_r(1) = -0,5$ S; $k_r B_r(7) = 0,6$ S; $k_r B_r(9) = -0,5$ S; $\omega_1 = 1$ rad/s; $\omega_2 = 4$ rad/s; $\omega_4 = 8$ rad/s, to otrzymana w wyniku syntezy funkcja ma postać

$$k_r B_r(\omega) = \frac{-0,71\omega^4 + 2,17\omega^2 - 473}{\omega(\omega^2-16)(\omega^2-64)} \quad (3.51)$$

i nie jest funkcją reaktancyjną. Jej przebieg podano na rys.3.6.



Rys.3.6. Przebieg funkcji określonej wzorem (3.51)

Fig.3.6. Function described by the formula (3.51)

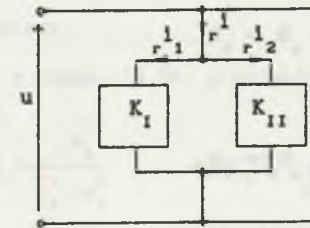
3.2. METODA SYNTEZY SUBOPTIMALNEGO KOMPENSATORA LC PRĄDU REAKTANCYJNEGO

Przedstawiona w punkcie 3.1 procedura doboru dwójników LC według wzoru $\bigwedge_h (B_h = -k B_h)$ (3.52)

w wielu przypadkach może być bardzo złożona (rozkład delta por. wzory (3.39 + 3.41)) i wymaga dużej liczby elementów reaktancyjnych do kompensacji zadanej liczby harmoniczných. Ponadto podjęta próba wykazania warunków wystarczających w postaci jawnej dla fizycznej realizacji dwójników LC nie okazała się w pełni zadowalająca. W niniejszym punkcie przedstawiono metodę, która realizuje wzór (3.52) z pewną niedokładnością, ale prowadzi do struktury dwójników LC o mniejszej liczbie elementów reaktancyjnych, a to z punktu widzenia technicznego jest nie bez znaczenia.

3.2.1. Idea metody

Model teoretyczny proponowanego kompensatora przedstawiono na rys.3.7.



Rys.3.7. Model teoretyczny proponowanego kompensatora

Fig.3.7. Theoretical model of the suggested compensator

Kompensator taki składa się (teoretycznie) z dwóch dwójników K_I, K_{II} połączonych równolegle:

- dwójnik K_I opisany funkcją reaktancyjną, realizowany jest za pomocą elementów LC.
- dwójnik K_{II} opisany na ogół tylko funkcją rzeczywistą, jest zatem nierealizowalny za pomocą dwójnika pasywnego.

Dwójnik K_{II} realizuje prąd i_{r2} , dla którego zachodzi związek

$$\|i_{r2}\| < \epsilon, \quad (3.53)$$

gdzie: $\epsilon > 0$ jest to dostatecznie mała liczba,

ponadto spełniona jest zależność

$$\|i_{r1}\|_{L2} = \|i_{r1} + i_{r2}\|_{L2} \leq \|i_{r1}\|_{L2} + \|i_{r2}\|_{L2} \approx \|i_{r1}\|_{L2} \quad (3.54)$$

Procedura syntezy jest następująca:

1. Przyjmujemy (zawsze), że są spełnione warunki (3.58) oraz (3.59)

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \dots < \omega_n, \quad (3.58)$$

$$\dot{\omega}_2 < \dot{\omega}_4 < \dot{\omega}_6 < \dot{\omega}_8 < \dots < \dot{\omega}_{2n}, \quad (3.59)$$

które oznaczają, że ciągi częstotliwości bieżących ω_i i ciągi biegunów $\dot{\omega}_{2i}$ są rosnące.

2. Z narzuconego warunku dodatnich wartości elementów na przekątnej głównej macierzy A uzyskuje się wstępny warunek doboru biegunów. Należy zaznaczyć, że warunek ten musi być spełniony podczas całego procesu syntezy.

$$c_{11} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\omega}_{21} > \omega_1, & \text{gdy } \text{sgn}(B_1) = 1, \\ \dot{\omega}_{21} < \omega_1, & \text{gdy } \text{sgn}(B_1) = -1. \end{cases} \quad (3.60)$$

3. Dekompozycja macierzy C

Równanie (3.57) można przedstawić w następującej postaci:

$$CA = (C^{(1)} + C^{(2)})A = B. \quad (3.61)$$

Elementy macierzy $C^{(1)}$ są określone w następujący sposób:

$$c_{kl}^{(1)} = \begin{cases} c_{kl}^{(1)} = c_{kl} - \text{zgodnie ze wzorem (3.60) dla } k=1, \\ c_{kl}^{(1)} = c_{kl} \quad (k \neq 1) = \begin{cases} c_{kl}^{(1)} = c_{kl}, & \text{gdy } \text{sgn}(B_k) \frac{\omega_k}{\omega_{21}^2 - \omega_k^2} < 0, \\ c_{kl}^{(1)} = -c_{kl} = -\text{sgn}(B_k) \frac{\omega_k}{\omega_{21}^2 - \omega_k^2}, & \text{gdy } \text{sgn}(B_k) \frac{\omega_k}{\omega_{21}^2 - \omega_k^2} > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (3.62)$$

natomiast elementy macierzy $C^{(2)}$ są określone następująco:

$$c_{kl}^{(2)} = \begin{cases} 0 & \text{dla } k=1 \\ 0, & \text{gdy } \text{sgn}(c_{kl}) < 0; \quad k \neq 1 \\ 2\text{sgn}(B_k) \frac{\omega_k}{\omega_{21}^2 - \omega_k^2}, & \text{gdy } \text{sgn}(c_{kl}) > 0 \text{ dla } k \neq 1. \end{cases} \quad (3.63)$$

Macierze $C^{(1)}$ i $C^{(2)}$ posiadają następującą budowę:

$$C^{(1)} \rightarrow \begin{bmatrix} + & & & & \\ & + & & & < 0 \\ & & + & & \\ & & & + & \\ < 0 & & & & + \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$C^{(2)} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & (+, 0) & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ (+, 0) & & & & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Z budowy macierzy $C^{(2)}$ wynika, że jej elementy są zawsze nieujemne.

4. Regularyzacja macierzy $C^{(1)}$

Regularyzacja polega na ciągłej zmianie położenia biegunów tak, aby została spełniona zależność:

$$c_{kk}^{(1)} > \sum_{l=1}^n |c_{kl}^{(1)}| \quad \text{dla } k \neq 1. \quad (3.66)$$

Zmiana położenia biegunów musi odbywać się w taki sposób, aby były spełnione ograniczenia (3.58), (3.59), (3.60). Zmiana ta jest zawsze możliwa do przeprowadzenia ze względu na ciągłą oraz monotoniczną zależność wartości $c_{kk}^{(1)}$ od położenia biegunów. Spełnienie warunku (3.66), tzn. jego realizacja, możliwa jest wyłącznie za pomocą metod numerycznych, np. za pomocą metody wariacji lokalnych Hooke'a-Jeevesa.

5. Ostateczne rozwiązanie I etapu syntezy

Ostateczne rozwiązanie I etapu syntezy sprowadza się do rozwiązania równania macierzowego o postaci (por. wzór (3.61))

$$C^{(1)}A = B. \quad (3.67)$$

Ponieważ tak skonstruowana macierz $C^{(1)}$ jest typu M , to wektor A jest zawsze dodatni, a z jego znajomości oraz ze znajomości biegunów $\dot{\omega}_{21}$ można określić fizyczną realizację dwójnika LC (dwójnik K_I).

3.2.4. Drugi etap syntezy

Rozwiązanie równania (3.67) zakończyłoby proces syntezy, gdyby (por. (3.61)) było spełnione równanie

$$\bigwedge_A C^{(2)}A = 0, \quad (3.68)$$

co zachodzi w przybliżeniu, gdy:

$$\|C^{(2)}\| < \epsilon. \quad (3.69)$$

Drugi etap syntezy polega na minimalizacji normy macierzy $\|C^{(2)}\|$. Cel ten osiąga się za pomocą równoległe dołączonej cewki (rys.3.8), co zostanie wykazane poniżej. Po przeprowadzonej dekompozycji macierzy C na składowe $C^{(1)}$ oraz $C^{(2)}$ można stwierdzić, że macierze te charakteryzują się następującymi własnościami:

- macierz $C^{(1)}$ (3.64) ma na przekątnej głównej elementy zawsze dodatnie, a poza przekątną elementy ujemne, ponadto spełnia warunek (3.66), i jest macierzą typu M ,
- macierz $C^{(2)}$ (3.65) jest macierzą rzadką o elementach dodatnich leżących wyłącznie poza przekątną główną, jest więc macierzą dodatnią, czyli macierzą, która spełnia warunki: $c_{kl}^{(2)} \geq 0$ $k, l \in \{1, 2, \dots, n\}$, $k \neq l$.

Z własności tych wynika, że susceptancje dwójnika (rys.3.7) K_{II} są określone wzorem

$$C^{(2)}A = B^{(2)} \quad (3.70)$$

gdzie: $B^{(2)}$ - wektor susceptancji dwójnika K_{II} .

Susceptancje te są dodatnie dla każdej rozpatrywanej harmonicznej, lecz dwójnik K_{II} nie jest realizowalny na ogół w klasie dwójników LC. Minimalizacja $\|C^{(2)}\|$ sprowadza się do minimalizacji prądu dwójnika o susceptancjach określonych równaniem (3.70). Ponieważ susceptancje te są zawsze dodatnie, to minimalizację tego prądu można przeprowadzić za pomocą pojedynczego indukto-ra. Chodzi zatem o to, by uzyskać minimalizację wyrażenia (3.71) ze względu na L_0 :

$$\min_{L_0} \left(\sum_{h=1}^n \left(\sum_{k=1}^n c_{hk}^{(2)} A_{2k} - \frac{1}{\omega_h L_0} \right)^2 |U_h|^2 \right) = \min_{L_0} \xi. \quad (3.71)$$

Po rozwiązaniu otrzymuje się wartość L_0

$$L_0 = \frac{\sum_{h=1}^n \frac{1}{\omega_h^2} |U_h|^2}{\sum_{h=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{\omega_h} c_{hk}^{(2)} A_{2k} |U_h|^2} > 0. \quad (3.72)$$

Wartość L_0 wyznaczona w ten sposób jest zawsze dodatnia, co wynika z poprzednich rozważań. Jeżeli otrzymana wartość ξ spełnia zależność

$$\xi > \epsilon, \quad (3.73)$$

gdzie: ϵ - zadany błąd syntezy dwójnika,

to proces syntezy nie jest zakończony i należy przejść do trzeciego etapu syntezy.

3.2.5. Trzeci etap syntezy

Wyznaczona struktura kompensatora na podstawie dotychczasowych rozważań jest jedną z możliwych i składa się z n gałęzi równoległych LC oraz dodatkowej gałęzi L_0 (postać kanoniczna dwójnika Fostera należącego do klasy D2. (por. tabela 3.2 punkt 3.1). Struktura ta determinuje wartość prądu i_{r2} , którego kwadrat normy określony jest zależnością:

$$\|i_{r2}\|^2 = \sum_{h=1}^n \left(\sum_{k=1}^n c_{hk}^{(2)} A_{2k} \right)^2 |U_h|^2. \quad (3.74)$$

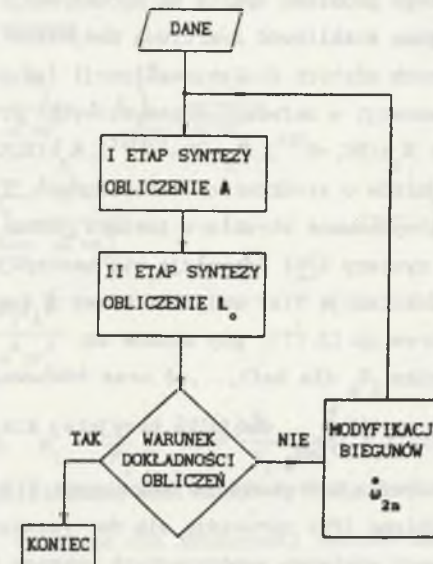
Jeżeli obniżenie wartości wyrażenia (3.74) jest celowe, to całą procedurę syntezy należy przeprowadzić w pętli iteracyjnej modyfikując położenie biegunów dwójnika kompensującego K_1 , aż do momentu, gdy:

$$\|i_{r2}\| < \epsilon. \quad (3.75)$$

Współczynniki macierzy $C_{kl}^{(2)}$ (3.63) są ściśle uzależnione od położenia biegunów ω_{2k} $k \in \{1, 2, \dots, n\}$. W tym etapie syntezy rozwiązuje się następujący problem:

$$\min_{\{\omega_{2k}\}} \left(\sum_{h=1}^n \left(\sum_{k=1}^n c_{hk}^{(2)} (\omega_{2k}) A_{2k} \right)^2 \right). \quad (3.76)$$

Rozwiązanie tego nieliniowego problemu jest zawsze możliwe, może być uzyskane metodą wariacji lokalnych Hooke'a-Jeevesa. Należy zaznaczyć, że muszą być przy tym spełnione wszystkie ograniczenia występujące w I etapie syntezy. Uzyskuje się nowy ciąg biegunów $\{\omega_{2k}\}$ i wraca do pierwszego etapu syntezy. Proces iteracyjny przerywa się po osiągnięciu zadanej dokładności, tzn., gdy $\|C^{(2)}\|$ jest wystarczająco mała. Algorytm proponowanej metody syntezy suboptymalnego kompensatora przedstawiono na rys.3.9.



Rys.3.9. Schemat blokowy do wyznaczania kompensatora suboptymalnego
Fig.3.9. Block diagram for determination a suboptimum compensator

3.3. METODA INTERPOLACYJNA SYNTEZY PEWNYCH KLAS DWÓJNIKÓW AKTYWNYCH

Kompensacja składowych rozproszenia prądu s_i [(2.12)], s_i [(2.19)] jest niemożliwa w klasie dwójników pasywnych [C.9], [B.11], [P.4], [W.6], [P.16], ponieważ admitancja dwójników kompensacyjnych nie jest funkcją rzeczywistą dodatnią, lecz tylko funkcją rzeczywistą. Ze wzorów (2.12) oraz (2.19) wynika, że eliminacja skończonej liczby harmoniczných składowych rozproszenia prądu źródła jest możliwa poprzez włączenie równolegle do jego zacisków dwójnika o admitancji $Y(s)$ spełniającej warunki:

$$\bigwedge_{h \in N_0} \operatorname{Re}\{Y(j\omega)\} \Big|_{\omega=\omega_h=h\omega_0} = -(\sigma_h G_h - G) \text{ dla kryterium (2.2)} \quad (3.77)$$

$$\bigwedge_{h \in N_0} \operatorname{Re}\{Y(j\omega)\} \Big|_{\omega=\omega_h=h\omega_0} = -(\sigma_h G_h - G_h) \text{ dla kryterium (2.14)} \quad (3.78)$$

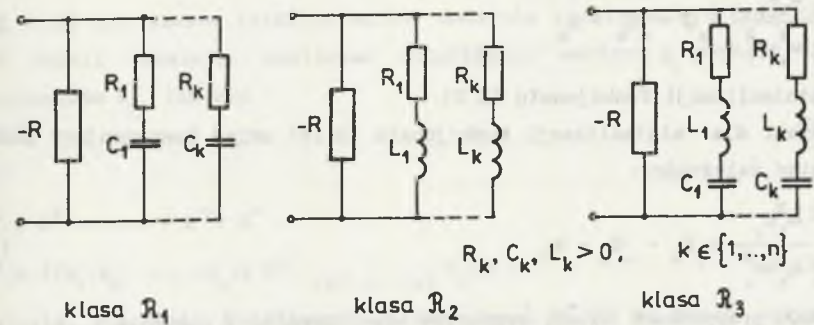
Problem syntezy sprowadza się więc do interpolacji części rzeczywistej admitancji dwójników, zgodnie ze wzorami (3.77), (3.78). W przeciwieństwie do znanych metod syntezy dwójników klasy $(\pm R, L, C)$ [B.6], [C.1], [G.1], [S.18] admitancja $Y(s)$ dwójnika wynika z rozwiązania postawionego w pracy problemu syntezy, a nie jest wielkością zadaną. Należy zauważyć, że prezentowana w pracy interpolacyjna metoda syntezy nie jest jedyną, znane są [O.2] metody rozwiązania postawionego problemu oparte na aproksymacji admitancji dwójników. Z uwagi na wymaganą stabilność zwarciovą dwójników i możliwie małą liczbę elementów aktywnych użytych do ich realizacji (ze względu na ewentualne zastosowanie do kompensacji w układach przemysłowych) problem syntezy rozpatrzono w podzbiorach $\mathcal{R}_1 \subset (RC, -R^{(1)})$, $\mathcal{R}_2 \subset (RL, -R^{(1)})$, $\mathcal{R}_3 \subset (RLC, -R^{(1)})$ klas $(\pm R, C)$, $(\pm R, L)$, $(\pm R, L, C)$ dwójników o strukturach kanonicznych Fostera przedstawionych na rys.3.10. Zaproponowana struktura zawiera jedną rezystancję ujemną. Rozpatrywany problem syntezy (PS) formułuje się następująco:

Należy wyznaczyć admitancję $Y(s)$ dwójnika klasy \mathcal{R}_j ($j \in \{1, 2, 3\}$) spełniająca warunki określone wzorem np. (3.77), gdy zadane są:

- konduktancje odbiornika G_h dla $h \in \{1, \dots, n\}$ oraz równoważna konduktancja G ,
- zbiór n biegunów $\left\{s_i = \sigma_i + j\beta_i\right\}_{i \in N_0}$ dwójnika przyjętej klasy \mathcal{R}_j .

Wykorzystując wzory określające postacie kanoniczne $Y(j\omega)$ dwójników klas \mathcal{R}_j [G.2], rozwiązanie problemu (PS) sprowadza się do rozwiązania następujących układów równań liniowych względem współrzędnych wektora k_j o postaci

$$V_j k_j = g_j \quad (3.79)$$



Rys.3.10. Klasy realizacji dwójników (RLC, $-R^{(1)}$)

Fig.3.10. Classes of (RLC, $-R^{(1)}$) one-ports realization

Macierz V_j oraz wektor g_j przyjmuje różne postacie w zależności od klasy dwójnika $j \in \{1, 2, 3\}$.

3.3.1. Synteza dwójników w klasie (RC, $-R^{(1)}$)

Rozpatrzmy dwójnik z rys.3.10a, którego admitancja wejściowa

$$Y_{we}(s) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i s}{s + \sigma_i} \quad (3.80)$$

dla $s = j\omega$ przyjmuje postać

$$Y_{we}(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2 k_i}{\omega^2 + \sigma_i^2} + j \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2} \quad (3.81)$$

$$\operatorname{Re}\{Y_{we}(j\omega)\} = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2 k_i}{\omega^2 + \sigma_i^2} \quad (3.82)$$

$$\operatorname{Im}\{Y_{we}(j\omega)\} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2} \quad (3.83)$$

gdzie:

$$k_0 = -\frac{1}{R} < 0, \quad k_i = \frac{1}{R_i}, \quad C_i = \frac{k_i}{\sigma_i} \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.84)$$

σ_i - biegun realizowanej admitancji $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Układ kompensujący powinien dla skończonej liczby harmoniczných h spełniać zależności:

$$\bigwedge_{h \in N_0} \frac{\omega_h^2 k_1}{\omega_h^2 + \sigma_h^2} = G_e - G_o - k_0 \quad (3.85)$$

dla minimalizacji funkcjonału (2.2).

Natomiast dla minimalizacji funkcjonału (2.14) układ kompensujący powinien spełniać zależności:

$$\bigwedge_{h \in N_0} \frac{\omega_h^2 k_1}{\omega_h^2 + \sigma_h^2} = G_e - G_o - k_0 \quad (3.86)$$

W obydwu przypadkach należy wyznaczyć współczynniki $k_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Rozwiązanie powyższego problemu sprowadza się do rozwiązania pewnego układu równań liniowych względem wektora k_1 o postaci

$$V_1 k_1 = g_1 \quad (3.87)$$

gdzie:

$$k_1 = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T,$$

$$g_1 = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T,$$

$$g_1 = G_e - G_o - k_0, \text{ dla (2.2), } i \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ lub } (3.88)$$

$$g_1 = G_e - G_o - k_0, \text{ dla (2.14), } i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}, \quad (3.89)$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_n^2} \\ \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

Z założenia, że bieguny σ_i oraz ω_i tworzą ciągi rosnące, wynika, że macierz V_1 jest uogólnioną macierzą Vandermonde'a, zatem jest macierzą nieosobliwą. Układ równań (3.87) jest układem Cramera i ma rozwiązania niezerowe. Warunkiem koniecznym i wystarczającym realizowalności dwójników tej klasy jest to, aby wszystkie współrzędne wektora k_1 były ściśle dodatnie. Niestety dla arbitralnie dobranych wektorów g_1 (wzory (3.88), (3.89) i zbioru $\{\sigma_i\}$),

$i \in \{1, 2, \dots, n\}$ nie zawsze istnieje ściśle dodatnie rozwiązanie układu równań (3.87). Jeżeli istnieje możliwość modyfikacji wektora g_1 poprzez dobór współczynników k_0 , tak aby

$$g_1 \in VK^{*n}, \quad (3.91)$$

gdzie:

$$V: K^{*n} \subset R^n \longrightarrow V K^{*n} \subset R^n, \quad (3.92)$$

$$K^{*n} = \{(k_1, k_2, \dots, k_n) \in R^n: i \in \{1, 2, \dots, n\} k_i > 0\}, \quad (3.93)$$

to wektor k_1 stanowiący rozwiązanie układu równań (3.87) ma zawsze wszystkie składowe ściśle dodatnie. We wzorze (3.92) symbolem V oznaczono skończenie wymiarową operację na przestrzeni R^n opisaną macierzą V_1 (wzór 3.90).

Niestety rozpatrywanego problemu nie można przedstawić w sposób analityczny i do jego rozwiązania należy posłużyć się algorytmem numerycznym, którego ogólna postać została przedstawiona w pracy [W.6].

Prosty przykład 3.3 ilustruje to zagadnienie.

Przykład 3.3

Niech źródło zawiera tylko dwie harmoniczne: podstawową (pierwszą) i n-tą: ponadto znane są wartości G_o oraz G_e . Należy znaleźć maksymalny klin VK^{*2} , do którego należy wektor g_1 , tak aby równanie (3.87) miało rozwiązanie ściśle dodatnie przy założonych wartościach biegunów σ_1 i σ_2 .

Równanie (3.87) ma postać

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_2^2} \\ \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_2^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

gdzie: $g_1 = G_e - G_1 - k_0, \quad g_2 = G_e - G_n - k_0$.

Niech $k_1 = 0$, wówczas

$$g_2 = \frac{(1 + \sigma_2^2)n^2}{n^2 + \sigma_2^2} g_1 \quad (3.95)$$

Jeśli $\sigma_2 = 0$, to $g_2 = g_1$,

natomiast jeśli $\sigma_2 = \infty$, to $g_2 = n^2 g_1$.

Podobnie gdy $k_2 = 0$, wówczas

$$g_2 = \frac{(1+\sigma_1^2)n^2}{n^2+\sigma_1^2} g_1 \quad (3.96)$$

Jeśli $\sigma_1 = 0$, to $g_2 = g_1$, natomiast gdy $\sigma_1 = \infty$, $g_2 = n^2 g_1$.

Ponieważ musi być spełniony warunek

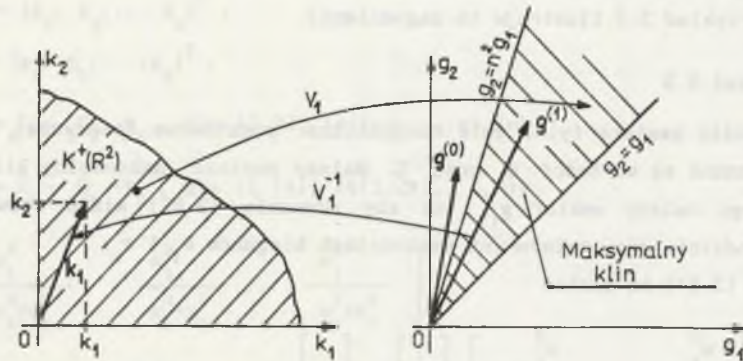
$$0 < \sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \dots < \sigma_n < \infty, \quad (3.97)$$

więc maksymalny klin, do którego należy wektor g_1 , zawarty jest w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych (rys.3.11) pomiędzy prostymi

$$g_1 < g_2 < n^2 g_1, \quad (3.98)$$

gwarantujący ściśle dodatnie wartości współrzędnych wektora k_1 .

W przeciwnym przypadku nie jest możliwa synteza w rozpatrywanej klasie \mathcal{R}_1 .



Rys.3.11. Maksymalny klin w rozważanej klasie dwójnika
Fig.3.11. Maximum wedge in the considered one-port class

3.3.2. Synteza dwójników w klasie (RL, $-R^{(1)}$)

Dwójnik przedstawiony na rys.3.10b posiada admitancję wejściową

$$Y_{we}(s) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{s+\sigma_i} \quad (3.99)$$

Dla $s=j\omega$ wzór (3.99) przyjmuje postać

$$Y_{we}(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i}{\omega^2 + \sigma_i^2} - j \sum_{i=1}^n \frac{k_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (3.100)$$

$$\operatorname{Re}\{Y_{we}(j\omega)\} = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (3.101)$$

$$\operatorname{Im}\{Y_{we}(j\omega)\} = - \sum_{i=1}^n \frac{k_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (3.102)$$

gdzie:

$$k_0 = -\frac{1}{R} < 0, \quad L_1 = \frac{1}{k_1}, \quad R_1 = \frac{\sigma_1}{L_1}, \quad (3.103)$$

$\{\sigma_i\}$ - zbiór biegunów realizowanej funkcji, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Dla problemu syntezy sformułowanego tak jak poprzednio układ kompensujący powinien spełniać następujące zależności dla skończonej liczby harmonicznych:

$$\bigwedge_{h \in \mathbb{N}_0} \sum_{i=1}^n \frac{\omega_h^2 \sigma_i}{\omega_h^2 + \sigma_i^2} = {}_o G - {}_o G_h - k_0, \quad (3.104)$$

$$\bigwedge_{h \in \mathbb{N}_0} \sum_{i=1}^n \frac{\omega_h^2 \sigma_i}{\omega_h^2 + \sigma_i^2} = {}_e G_h - {}_o G_h - k_0. \quad (3.105)$$

Dla rozpatrywanej klasy realizacji układów macierz V_2 równania (3.87) przyjmuje postać:

$$V_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{\omega_1^2 + \sigma_1^2} & \frac{\sigma_2}{\omega_1^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\sigma_n}{\omega_1^2 + \sigma_n^2} \\ \frac{\sigma_1}{\omega_2^2 + \sigma_1^2} & \frac{\sigma_2}{\omega_2^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\sigma_n}{\omega_2^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sigma_1}{\omega_n^2 + \sigma_1^2} & \frac{\sigma_2}{\omega_n^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\sigma_n}{\omega_n^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

Procedura wyznaczania wektora k_2 jest taka sama jak w poprzednim punkcie. Maksymalny klin, do którego należy wektor g_2 (dla takiego samego przykładu jak w poprzednim punkcie), zawarty jest w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych pomiędzy prostymi

$$\frac{1}{n^2} g_1 < g_2 < g_1 \quad (3.107)$$

i gwarantuje ściśle dodatnie wartości współrzędnych wektora k_2 .

3.3.3. Synteza dwójników w klasie (RLC, $-R^{(1)}$)

Rozpatrywany dwójnik złożony jest z równoległego połączenia rezystancji ujemnej ($-R$) i dwójnika RLC. Tak zwana druga struktura Fostera pokazana jest na rys. 3.10c.

Admitancja przedstawionego dwójnika wyraża się wzorem:

$$Y_{we}(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{-(s_1 + s_1^*)\omega^2 k_i}{(s_1 s_1^* - \omega^2)^2 + \omega^2 (s_1 + s_1^*)^2} + j \sum_{i=1}^n \frac{k_i \omega (s_1 s_1^* - \omega^2)}{(s_1 s_1^* - \omega^2)^2 + \omega^2 (s_1 + s_1^*)^2}, \quad (3.108)$$

gdzie:

$$\operatorname{Re}\{Y_{we}(j\omega)\} = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{-(s_1 + s_1^*)\omega^2 k_i}{(s_1 s_1^* - \omega^2)^2 + \omega^2 (s_1 + s_1^*)^2}, \quad (3.109)$$

$$\operatorname{Im}\{Y_{we}(j\omega)\} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i \omega (s_1 s_1^* - \omega^2)}{(s_1 s_1^* - \omega^2)^2 + \omega^2 (s_1 + s_1^*)^2}, \quad (3.110)$$

$$k_0 = -\frac{1}{R}, R_1 = \frac{-(s_1 + s_1^*)}{k_1}, L_1 = \frac{1}{k_1}, C_1 = \frac{1}{L_1 s_1 s_1^*},$$

$$s_1 = -\sigma_1 + j\beta_1, \quad s_1^* = -\sigma_1 - j\beta_1 - \text{założone bieguny funkcji.}$$

Wyznaczenie elementów dwójnika sprowadza się do rozwiązania równania macierzowego postaci:

$$V_3 k_3 = g_3 \quad (3.111)$$

gdzie:

$$V = \begin{bmatrix} \frac{-(s_1 + s_1^*)\omega_1^2}{(s_1 s_1^* - \omega_1^2)^2 + \omega_1^2 (s_1 + s_1^*)^2} & \frac{-(s_2 + s_2^*)\omega_1^2}{(s_2 s_2^* - \omega_1^2)^2 + \omega_1^2 (s_2 + s_2^*)^2} & \dots & \frac{-(s_n + s_n^*)\omega_1^2}{(s_n s_n^* - \omega_1^2)^2 + \omega_1^2 (s_n + s_n^*)^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{-(s_1 + s_1^*)\omega_n^2}{(s_1 s_1^* - \omega_n^2)^2 + \omega_n^2 (s_1 + s_1^*)^2} & \frac{-(s_2 + s_2^*)\omega_n^2}{(s_2 s_2^* - \omega_n^2)^2 + \omega_n^2 (s_2 + s_2^*)^2} & \dots & \frac{-(s_n + s_n^*)\omega_n^2}{(s_n s_n^* - \omega_n^2)^2 + \omega_n^2 (s_n + s_n^*)^2} \end{bmatrix}$$

$$k_3 = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T - \text{macierz szukanych współczynników } k_i, \quad (3.112)$$

$$g_3 = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T, \quad g_i = k_i G_i - k_0. \quad (3.113)$$

Przy założeniu biegunów s_1 i s_1^* tak, aby macierz V_3 była nieosobliwa, układ (3.111) jest układem Cramera i ma rozwiązania niezerowe o postaci:

$$k_3 = V_3^{-1} g_3. \quad (3.114)$$

Warunkiem koniecznym i wystarczającym fizycznej realizowalności dwójnika pokazanego na rys. 3.10c jest, by współczynniki k_i wektora k_3 były dodatnie [P.15]. Dobór biegunów s_1, s_1^* oraz współczynnika k_0 tak, aby wektor k_3 posiadał wszystkie współrzędne dodatnie, jest trudny i możliwy tylko z wykorzystaniem algorytmu numerycznego. Dołączenie dwójnika kompensującego o admitancji opisanej zależnością (3.81), (3.100) bądź (3.108) wprowadza do układu oprócz poszukiwanej (żądaney) części rzeczywistej admitancji, również część urojoną opisaną zależnościami (3.83), (3.102), bądź (3.110). Część urojona admitancji powoduje wprowadzenie do układu odbiornik-kompensator dodatkowej składowej prądu w postaci

$$r_1'(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n j \frac{k_i \sigma_i \omega_h}{\omega_h^2 + \sigma_i^2} U_h \exp j\omega_0 t, \quad (3.115)$$

dla dwójnika klasy (RC, $-R^{(1)}$) lub

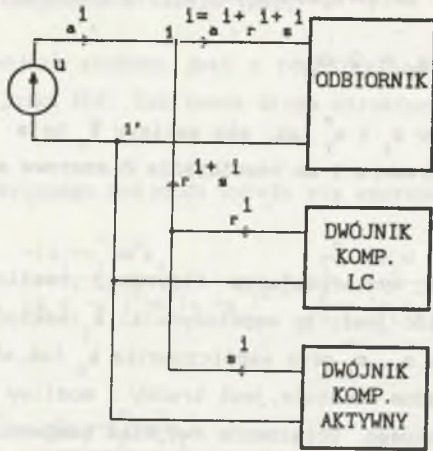
$$r_1''(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n \left(-j \frac{k_i \omega_h}{\omega_h^2 + \sigma_i^2} \right) U_h \exp j\omega_0 t, \quad (3.116)$$

dla dwójnika klasy (R,L, $-R^{(1)}$), lub

$$r_1'''(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n j \frac{k_i \omega_h (s_i s_i^* - \omega_h^2)}{(s_i s_i^* - \omega_h^2)^2 + \omega_h^2 (s_i + s_i^*)^2} U_h \exp j\omega_0 t, \quad (3.117)$$

dla dwójnika klasy (RLC, $-R^{(1)}$).

Składowe te mają taki sam charakter jak składowe reaktancyjne prądu źródła i należy je kompensować łącznie ze składową reaktancyjną za pomocą dwójników LC. Zatem przystępując do kompensacji obu niepożądanych składowych prądu źródła, a mianowicie prądu rozproszenia oraz prądu reaktancyjnego, należy w pierwszym rzędzie kompensować prąd rozproszenia źródła, a następnie prąd reaktancyjny łącznie z wprowadzonymi prądami (3.115), (3.116), (3.117) [P.13]. Pełny układ do kompensacji obu niepożądanych składowych prądu źródła przedstawiono na rys. 3.12.

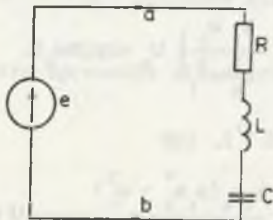


Rys. 3.12. Pełny układ do kompensacji niepożądanych składowych prądu źródła w układach jednofazowych

Fig. 3.12. Complete network for compensation of undesirable components of the source current in one-phase networks

Przykład 3.4

Dla obwodu przedstawionego na rys. 3.13 o danych: $e(t) = 100\sqrt{2}\cos\omega t + 20\sqrt{2}\cos 5\omega t$, $R = 1 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $C = 0,5 \text{ F}$, $\omega = 1 \text{ rad/s}$, należy dobrać kompensatory dla obu kryteriów optymalizacyjnych (2.2), (2.14).



Rys. 3.13. Układ: źródło-odbiornik

Fig. 3.13. System: source-load

Dla rozpatrywanego układu moc czynna odbiornika wynosi $P = 5018 \text{ W}$, wartość skuteczna prądu źródła przed kompensacją $|I| = 70,83 \text{ A}$. Obliczone wartości admitancji kompensatorów wynoszą:

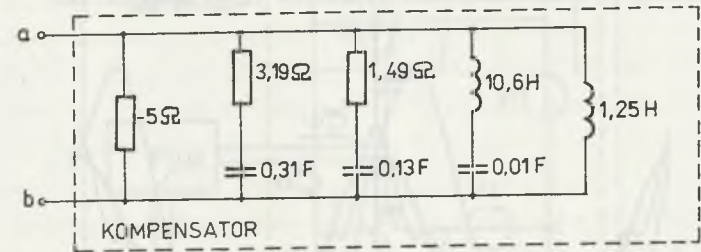
- dla minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła (2.2)

$$Y_{k1} = (-0,0172 - j0,5) \text{ S}, \quad Y_{k5} = (0,437 + j0,207) \text{ S}.$$

- dla zadanego kompromisu pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu źródła a jego odkształceniem od przebiegu sinusoidalnego (2.14)

$$Y_{k1} = (0,0017 - j0,5) \text{ S}, \quad Y_{k5} = (-0,042 + j0,2075) \text{ S}.$$

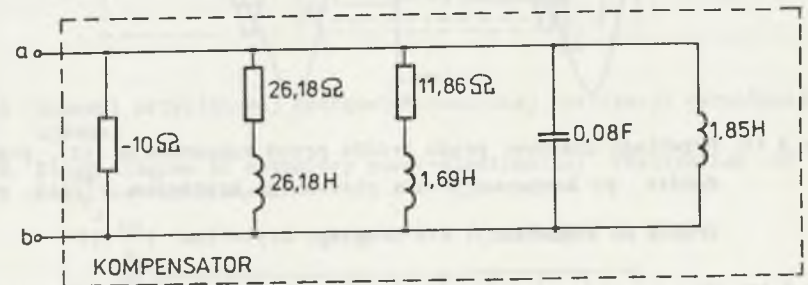
Kompensator realizujący kryterium (2.2) ma postać przedstawioną na rys. 3.14. Wartość skuteczna prądu źródła po kompensacji wynosi $|I_a| = 49,2 \text{ A}$.



Rys. 3.14. Kompensator dla pierwszego kryterium [(2.2)]

Fig. 3.14. Compensator for the first criterion [(2.2)]

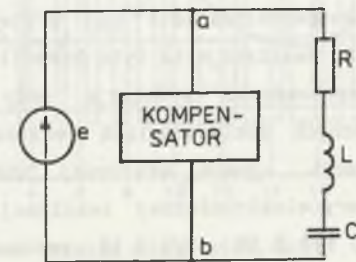
Kompensator realizujący kryterium optymalizacyjne (2.14.) (dla $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$), czyli przy uwzględnieniu pierwszej oraz drugiej pochodnej, przedstawiono na rys. 3.15. Wartość skuteczna prądu źródła po kompensacji, warunkująca spełnienie drugiego kryterium optymalizacyjnego (2.14) wynosi $|I_a| = 50,71 \text{ A}$.



Rys. 3.15. Kompensator dla drugiego kryterium [(2.14)]

Fig. 3.15. Compensator for the second criterion [(2.14)]

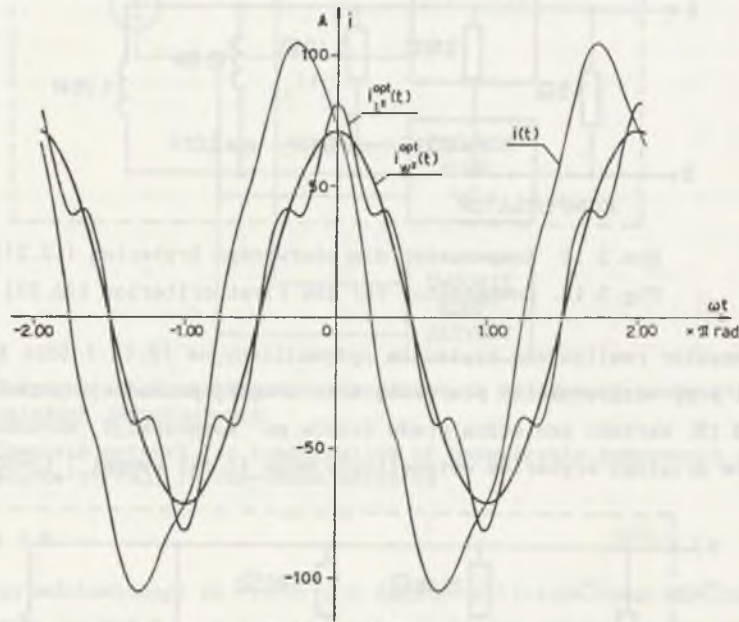
Kompensatory przedstawione na rys. 3.14 oraz rys. 3.15 należy włączyć na zaciski a-b odbiornika zgodnie z rys. 3.16.



Rys. 3.16. Układ: źródło-kompensator-odbiornik

Fig. 3.16. System: source-compensator-load

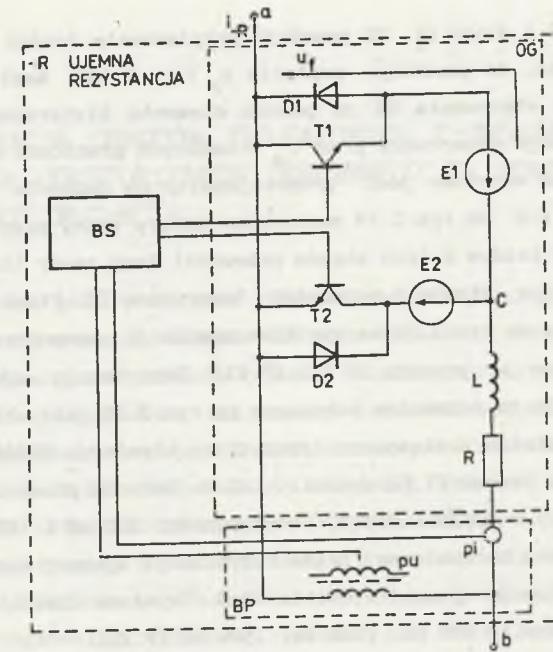
Na rys.3.17 przedstawiono przebiegi czasowe prądu źródła przed kompensacją, prądu źródła po kompensacji dla kryteriów (2.2) oraz (2.14).



Rys.3.17. Przebiegi czasowe: prądu źródła przed kompensacją $i(t)$, prądu źródła po kompensacji dla pierwszego kryterium $i_{L^2}^{opt}(t)$, prądu źródła po kompensacji dla drugiego kryterium $i_{W^2}^{opt}(t)$

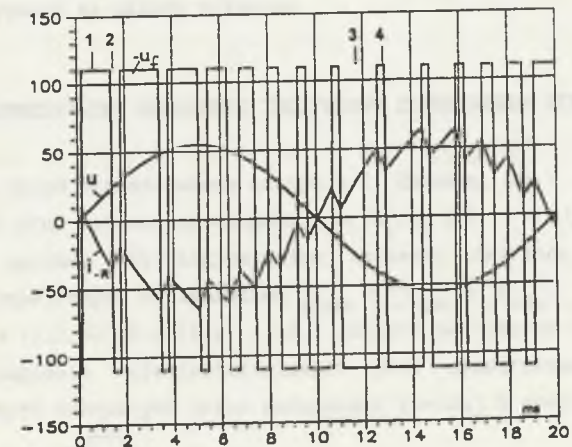
Fig.3.17. Time waveforms: of the source current before $i(t)$ compensation, of the source current after compensation for the first criterion $i_{L^2}^{opt}(t)$, of the source current after compensation for the second criterion $i_{W^2}^{opt}(t)$

Przykładową realizację energoelektroniczną rezystancji ujemnej wchodzącej w skład zaproponowanego kompensatora dla obu kryteriów optymalizacyjnych przedstawiono na rys.3.18. Realizacja ta była zamodelowana w języku programu TCAD 4.2 [I.1]. Przeprowadzono symulację przy różnych wartościach rezystancji ujemnej, różnych dokładnościach realizacji prądu. Przebadano funkcjonowanie rezystancji ujemnej włączonej jako część kompensatora z rys.3.16. Działanie energoelektronicznej realizacji rezystancji ujemnej wyjaśniają rys.3.18 i rys.3.19. Rys.3.18 przedstawia schemat układu realizującego rezystancję ujemną, jest to przekształtnik energoelektroniczny. Rezystancja ta może być za pomocą zacisków a-b przyłączona tylko do źródła napięcia.



Rys.3.18. Schemat przykładowej energoelektronicznej realizacji rezystancji ujemnej

Fig.3.18. Block diagram of exemplary power-electronical realization of negative resistance



Rys.3.19. Przebiegi czasowe: napięcie $e(t)=u(t)$, $u_f(t)$ oraz prądu $i_{-R}(t)$

Fig.3.19. Time waveforms: the voltages $e(t)=u(t)$, $u_f(t)$ and the current $i_{-R}(t)$

Tranzystory T1, T2 i diody D1, D2 powodują przyłączenie źródeł E1, E2 pomiędzy zaciski a-c tak, że powstaje napięcie u_f (rys.3.19). Napięcie to jest formowane w bloku sterowania BS za pomocą elementu histerezy. Element histerezy utrzymuje generowany prąd i_{-R} w zadanych granicach względem prądu wzorcowego. Prąd wzorcowy jest proporcjonalny do napięcia przyłożonego pomiędzy zaciskami a-b. Na rys.3.19 zaznaczono cztery stany pracy przekształtnika (1,2,3,4). W każdym z tych stanów przewodzi inny zawór (tranzystor lub dioda). Na przykład w stanie 1 przewodzi tranzystor T2. Przebiegi napięć i prądu przedstawione na rys.3.19 są wynikiem symulacji komputerowej TCAD 4.2 i były prezentowane w pracach [P.13],[P.21]. Rezystancja ujemna została zrealizowana zgodnie ze schematem pokazanym na rys.3.18 jako układ laboratoryjny. W przekształtniku zastosowano tranzystory bipolarne BUS48A oraz diody D22-10-10. Wartości źródeł E1,E2 wynosiły 120 V. Badania przeprowadzono przy napięciu $e(t) = u(t) = 40\sqrt{2}\sin(314t)$, indukcyjności 300 mH i 150 mH. Wartość skuteczna podstawowej harmonicznej prądu rezystancji ujemnej wynosiła 0,8 A, tzn. wartość rezystancji ujemnej wynosiła 50 Ω . Uzyskane częstotliwości średnie przełączeń wynosiły 500 Hz, 1000 Hz, 1500 Hz [P.21].

4. MODYFIKACJA OBWODÓW TRÓJFAZOWYCH Z IDEALNYMI ŹRÓDŁAMI NAPIĘCIA ODKSZTAŁCZONEGO OKRESOWEGO ZA POMOCĄ DWÓJNIKÓW LC ORAZ (RLC,-R⁽¹⁾)

Rozdział ten poświęcony jest głównie kompensacji niepożądanych składowych prądu źródła za pomocą układów LC oraz układów z rezystancją ujemną. Ze względu na identyczne postacie czasowe składowych reaktancyjnej prądu źródła oraz składowej asymetrii dla obydwu kryteriów optymalizacyjnych (2.24) i (2.36), zagadnienie kompensacji tych składowych zostanie rozpatrzone tylko dla kryterium (2.24). Kompensacja składowej (biernej) reaktancyjnej oraz asymetrii dla układów trójfazowych trójprzewodowych o diagonalnej macierzy admitancji odbiornika została opisana w pracach [C.14],[P.6],[P.11],[C.18]. Inny sposób podejścia, a mianowicie wykorzystanie teorii składowych symetrycznych do kompensacji składowej reaktancyjnej oraz składowej asymetrii dla dowolnej konfiguracji odbiornika opisanego pełną macierzą immitancyjną został opisany przez autora pracy w cyklu artykułów [P.4],[P.6],[P.9],[P.10],[P.11],[P.23]. Problem ten ściśle wiąże się z problemem symetryzacji obwodów trójfazowych zasilanych z idealnego symetrycznego źródła napięcia sinusoidalnego [M.6],[H.1],[P.26],[M.7]. Tu zostanie przedstawione uogólnienie zasady symetryzacji na układy n-fazowe.

4.1. NIESYMETRYCZNY ODBIORNIK TRÓJFAZOWY Z PRZEWODEM ZEROWYM

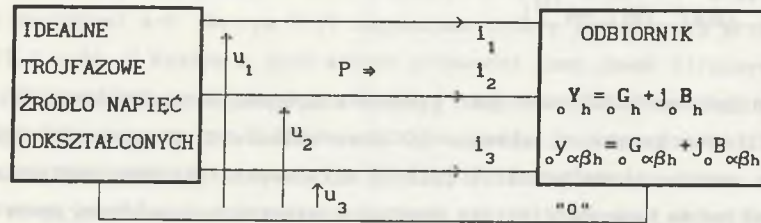
Rozważmy obwód przedstawiony na rys.4.1. Załóżmy, że :

- napięcie i prąd opisane są ciągami $u = (u_1, u_2, u_3)$, $i = (i_1, i_2, i_3) \in L_3^2$,
- odbiornik opisany jest ciągiem pełnej macierzy admitancyjnej dla rozpatrywanych harmonicznych o elementach ${}_0y_{\alpha\beta h} = G_{\alpha\beta h} + j B_{\alpha\beta h}$, ${}_0y_{\alpha\beta h} = {}_0y_{\beta\alpha h}$ dla $\alpha \neq \beta$, $\alpha, \beta \in \{1, 2, 3\}$ $h \in \{1, 2, \dots, l\}$ i pobiera moc czynną P ,
- źródło napięcia niesinusoidalnego jest symetryczne, nie zawiera harmonicznych tworzących układ kolejności zerowej i spełnia zależności:

$$e_1(t) = u_1(t) = \sqrt{2} \sum_{h=1}^l U_{1h} \exp j h \omega_0 t, \quad (4.1)$$

$$u_2(t) = u_1(t - \frac{T}{3}), \quad u_3(t) = u_2(t - \frac{T}{3}) \quad (4.2)$$

gdzie: U_{1h} - wartość skuteczna zespolona napięcia źródła h-tej harmonicznej.



Rys. 4.1. Rozważany układ trójfazowy z przewodem zerowym

Fig. 4.1. Considered three-phase network with a neutral connection

Wartości skuteczne zespolone napięć źródła są względem siebie obrócone o operator obrotu

$$a = \exp(j2\pi/3) \text{ lub } a^{-1} \exp(-j2\pi/3). \quad (4.3)$$

Korzystając z warunku (4.3), można doprowadzić do postaci, w której prąd danej fazy zależy tylko od napięcia źródła tej samej fazy, np. dla $h=3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$ (układ kolejności zgodnej)

$$I_{1h} = (Y_{11h} + a^{-1} Y_{12h} + a^{-2} Y_{13h}) U_{1h} = (G_{1h} + jB_{1h}) U_{1h}, \quad (4.4)$$

$$I_{2h} = (a Y_{21h} + Y_{22h} + a^{-1} Y_{23h}) U_{2h} = (G_{2h} + jB_{2h}) U_{2h}, \quad (4.5)$$

$$I_{3h} = (a^2 Y_{31h} + a Y_{32h} + Y_{33h}) U_{3h} = (G_{3h} + jB_{3h}) U_{3h}. \quad (4.6)$$

Równania (4.4+4.6) sprowadzają się do postaci

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} G_1 + jB_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G_2 + jB_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & G_3 + jB_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_3 \end{bmatrix}_h \quad h \in 3n+1 \quad (4.7)$$

gdzie:

$$G_{1h} = G_{11h} - \frac{1}{2}(G_{12h} + G_{13h}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(B_{12h} - B_{13h}), \quad (4.8)$$

$$G_{2h} = G_{22h} - \frac{1}{2}(G_{21h} + G_{23h}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(B_{23h} - B_{21h}), \quad (4.9)$$

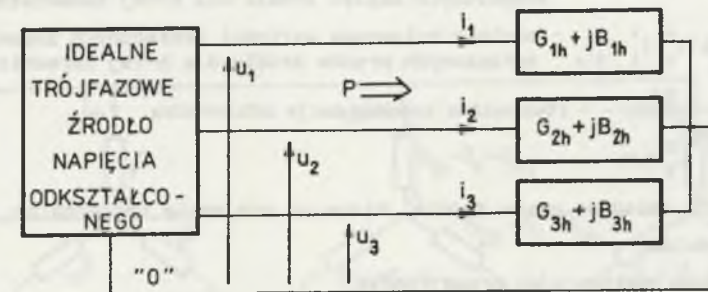
$$G_{3h} = G_{33h} - \frac{1}{2}(G_{31h} + G_{32h}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(B_{31h} - B_{32h}), \quad (4.10)$$

$$B_{1h} = B_{11h} - \frac{1}{2}(B_{12h} + B_{13h}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(G_{13h} - G_{12h}), \quad (4.11)$$

$$B_{2h} = B_{22h} - \frac{1}{2}(B_{21h} + B_{23h}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(G_{21h} - G_{23h}), \quad (4.12)$$

$$B_{3h} = B_{33h} - \frac{1}{2}(B_{32h} + B_{31h}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(G_{32h} - G_{31h}). \quad (4.13)$$

Równaniom (4.7) opisującym układ z rys. 4.1 można przyporządkować równoważny układ przedstawiony na rys 4.2.



Rys. 4.2. Równoważny układ obwodu z rys. 4.1.

Fig. 4.2. Network equivalent to the circuit from Fig. 4.1.

Dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots, k\}$ (układ kolejności przeciwnej) otrzymujemy wyrażenia różniące się tylko znakiem przed $\sqrt{3}/2$ tak dla $G_{\alpha h}$, jak i $B_{\alpha h}$, $\alpha \in \{1, 2, 3\}$.

Prąd odbiornika danej fazy dla harmonicznych $h=3n+1$ opisany jest zależnością

$$i_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^k (G_{\alpha h} + jB_{\alpha h}) U_{\alpha h} \exp(j\omega_0 t), \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.14)$$

Minimalizacja funkcjonału Lagrange'a

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{L_3(0, T)}^2 + \lambda \left(P - (u|i)_{L_3(0, T)} \right) \quad (4.15)$$

przy ograniczeniu równościowym na moc czynną dostarczoną do odbiornika

$$P - (u|i)_{L_3(0, T)} = 0 \quad (4.16)$$

prowadzi do wyróżnienia składowej czynnej prądu źródła, która zapewnia żadaną moc czynną odbiornika P przy minimalnej wartości skutecznej prądu źródła

$$i_{\alpha}(t) = G u_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} e^{j h \omega_0 t} G U_{\alpha h}, \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}, \quad (4.17)$$

gdzie

$$\|i\|_{L_3(0,T)}^2 = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{1}{T} \int_0^T i_{\alpha}^2(t) dt, \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}, \quad (4.18)$$

$$P = (u|i)_{L_3(0,T)} = (u|_a i)_{L_3(0,T)} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{1}{T} \int_0^T u_{\alpha}(t) i_{\alpha}(t) dt = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} U_h^T I_h^*, \quad (4.19)$$

$U_h^T = [U_1, U_2, U_3]_h$ - macierz wierszowa wartości skutecznych zespolonych napięć źródła dla h-tej harmonicznej,

$I_h^* = \operatorname{col}[I_1^*, I_2^*, I_3^*]_h$ - macierz kolumnowa wartości skutecznych zespolonych sprzężonych prądów źródła dla h-tej harmonicznej,

$$G = \frac{P}{\|u\|_{L_3(0,T)}^2} - \text{równoważna konduktancja odbiornika.} \quad (4.20)$$

Pozostałe składowe prądu źródła, które są wzajemnie ortogonalne, opisane są zależnościami:

- składowa reaktancyjna prądu źródła

$$i_{r\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} j B_{\alpha h} U_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha, \epsilon \{1, 2, 3\}. \quad (4.21)$$

- składowa asymetrii prądu źródła

$$i_{as\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_{\alpha h} - G_h) U_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad (4.22)$$

- składowa dyspersji prądu źródła

$$i_{ds\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{\alpha h}) U_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad (4.23)$$

gdzie

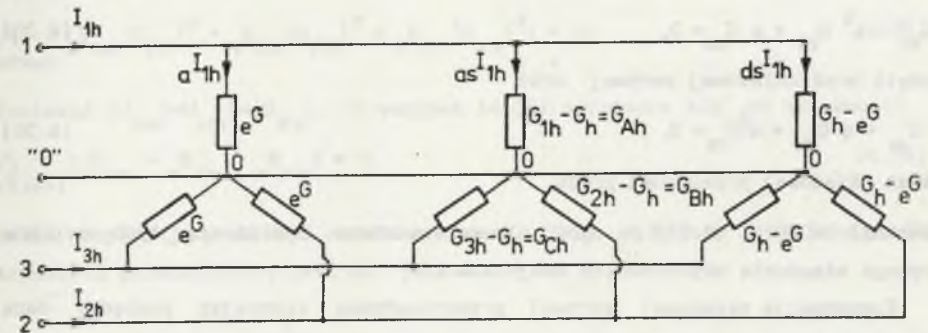
$$G_h = \frac{P_h}{|U_h|^2} = \frac{\operatorname{Re} \sum_{\alpha=1}^3 U_{\alpha h} I_{\alpha h}^*}{\sum_{\alpha=1}^3 U_{\alpha h} U_{\alpha h}^*} = \frac{G_{1h} + G_{2h} + G_{3h}}{3}, \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.24)$$

Analizując wzory (4.11+4.13) oraz (4.21), można zauważyć, że składowa reaktancyjna prądu $i_{r\alpha}$ w układach ze sprzężeniami elektromagnetycznymi zależy nie tylko od części urojonej macierzy $Y_{\alpha h}$, lecz także od wartości $G_{\alpha\beta h}$ dla $\alpha \neq \beta$. Po sprowadzeniu pełnej macierzy $Y_{\alpha h}$ do macierzy diagonalnej problem

kompensacji składowej reaktancyjnej określonej wzorem (2.29) sprowadza się do syntezy trzech niezależnych dwójników LC włączonych pomiędzy daną fazę α a przewód zerowy. Syntezę dwójników LC należy przeprowadzić według metody zaproponowanej w rozdziale 3, punkt 3.1, 3.2.

4.2. KOMPENSACJA SKŁADOWEJ ASYMETRII i_{as}

Układ przedstawiony na rys.4.2 po skompensowaniu składowej reaktancyjnej prądu źródła i jest obwodem, któremu można przyporządkować schemat przedstawiony na rys.4.3.



Rys.4.3. Schemat zastępczy obwodu eksponujący poszczególne składowe prądu źródła po skompensowaniu składowej reaktancyjnej prądu

Fig.4.3. Substitute block diagram of the circuit showing particular components of the source current after the reactance component of the current being compensated

Składowa czynna i zapewniająca moc czynną odbiornika jest reprezentowana na rys.4.3 przez trzy identyczne konduktancje G . Składowa asymetrii i_{as} jest reprezentowana przez konduktancje $G_{\alpha h} - G_h$, $\alpha \in \{1, 2, 3\}$. Składowa dyspersji prądu źródła i_{ds} jest reprezentowana przez konduktancje $G_h - G_{\alpha h}$. Składową asymetrii związaną z asymetrią fazową można skompensować za pomocą obwodów LC w sposób przedstawiony w dalszej części, posługując się teorią składowych symetrycznych [P.4], [P.6]. Dla harmonicznych rzędu $h = 3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$, źródło zasilające ma tylko składową zgodną $U_{(1)h}$ ($U_{(2)h} = 0$, $U_{(0)h} = 0$)

$$\begin{bmatrix} i_{as}^{(0)} \\ i_{as}^{(1)} \\ i_{as}^{(2)} \end{bmatrix}_h = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_A & 0 & 0 \\ 0 & G_B & 0 \\ 0 & 0 & G_C \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{(0)} \\ U_{(1)} \\ U_{(2)} \end{bmatrix}_h. \quad (4.25)$$

gdzie:

$$G_{Ah} = G_{1h} - G_h, \quad G_{Bh} = G_{2h} - G_h, \quad G_{Ch} = G_{3h} - G_h \quad (4.26)$$

stąd:

$$I_{as(0)h} = \frac{1}{3} (G_{Ah} + a^2 G_{Bh} + a G_{Ch}) U_{(1)h} \quad (4.27)$$

$$I_{as(1)h} = \frac{1}{3} (G_{Ah} + G_{Bh} + G_{Ch}) U_{(1)h} \quad (4.28)$$

$$I_{as(2)h} = \frac{1}{3} (G_{Ah} + a G_{Bh} + a^2 G_{Ch}) U_{(1)h} \quad (4.29)$$

Przez symetryzację obwodu widzianego z zacisków źródła rozumie się spełnienie warunków:

$$G_{Ah} + a^2 G_{Bh} + a G_{Ch} = 0, \quad (4.30)$$

czyli brak składowej zerowej oraz

$$G_{Ah} + a G_{Bh} + a^2 G_{Ch} = 0, \quad (4.31)$$

brak składowej przeciwnej prądu.

Warunki (4.30) i (4.31) na ogół nie są spełnione. Spełnienie tych warunków wymaga włączenia odpowiednich dwójników LC.

Kompensację składowej zerowej przeprowadzamy, włączając pomiędzy daną fazę α a przewód zerowy układy kompensacyjne złożone z dwójników LC o admittancjach $Y_{k\alpha 0h}$. Warunek kompensacji składowej zerowej przyjmuje postać

$$G_{Ah} + j k B_{k10h} + a^2 (G_{Ah} + j k B_{k20h}) + a (G_{Ch} + j k B_{k30h}) = 0 \quad (4.32)$$

gdzie:

$B_{k10h}, B_{k20h}, B_{k30h}$ -susceptancje dwójników symetryzujących (kompensujących) LC dla rozpatrywanych harmonicznych.

W równaniu (4.32) i następnym przyjmuje się, że susceptancja $\text{Im}\{Y_{k\alpha 0h}\} > 0$ odpowiada susceptancji kondensatora, natomiast $\text{Im}\{Y_{k\alpha 0h}\} < 0$ susceptancji cewki $\alpha \in \{1, 2, 3\}$.

Jednocześnie narzucamy warunek, aby moc bierna pobierana przez dwójniki kompensujące dla każdej rozważanej harmonicznej była równa zero, czyli

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (B_{k10h} |U_{1h}|^2 + B_{k20h} |U_{2h}|^2 + B_{k30h} |U_{3h}|^2) = 0. \quad (4.33)$$

Ponieważ $|U_{1h}| = |U_{2h}| = |U_{3h}|$, to warunek (4.33) sprowadza się do zależności

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (B_{k10h} + B_{k20h} + B_{k30h}) = 0. \quad (4.34)$$

Rozwiązanie równań (4.32) oraz (4.34) daje wartości poszukiwanych susceptancji dwójników LC kompensujących składową zerową prądu asymetrii $I_{as(0)h}$.

Po rozwiązaniu otrzymuje się dla $h = 3n+1, n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k10h} = \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{2h} - G_{3h}), \quad (4.35)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k20h} = \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{3h} - G_{1h}), \quad (4.36)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k30h} = \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{1h} - G_{2h}), \quad n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}. \quad (4.37)$$

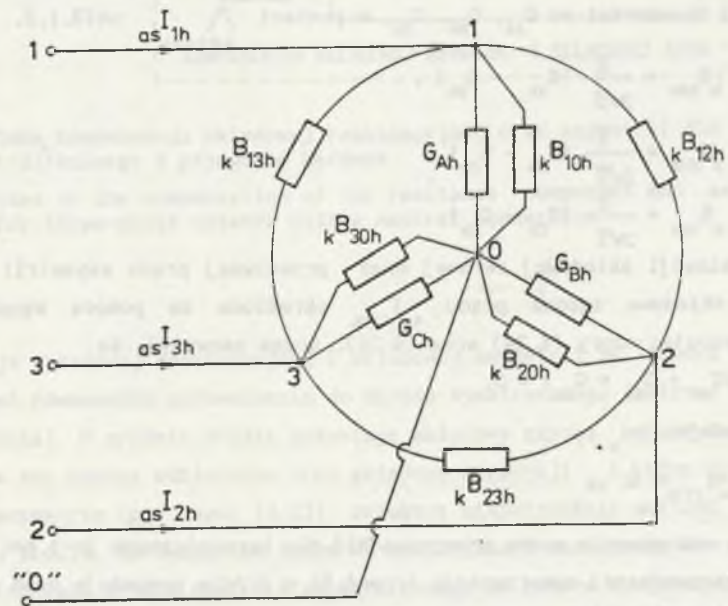
Spełnienie warunku (4.31) przy jednoczesnym spełnieniu warunku (4.30) nie jest możliwe poprzez dołączenie elementów kompensujących LC pomiędzy daną fazę a przewód zerowy. Dwójniki kompensujące $B_{k\alpha\beta h}$ należy włączyć na napięcia międzyfazowe oraz narzucić warunek

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (B_{k12h} |U_{12h}|^2 + B_{k23h} |U_{23h}|^2 + B_{k31h} |U_{31h}|^2) = 0. \quad (4.38)$$

Ponieważ $|U_{12h}| = |U_{21h}| = |U_{31h}|$, to warunek (4.38) sprowadza się do zależności

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (B_{k12h} + B_{k23h} + B_{k31h}) = 0. \quad (4.39)$$

Układ kompensacyjny zarówno składową zerową, jak i składową przeciwną prądu asymetrii przedstawiony jest na rys. 4.4.



Rys. 4.4. Idea kompensacji składowej asymetrii prądu źródła

Fig. 4.4. Idea of asymmetry component compensation of the source current

Dla układu z rys. 4.4 wyrażając prądy w poszczególnych fazach przez napięcia odpowiednich faz otrzymuje się:

$$I_{as\ 1h}' = \left[G_{Ah} + j(B_{k\ 10h} + B_{k\ 12h}(1-a^2) + B_{k\ 13h}(1-a)) \right] U_{1h} = Y_{11h}' U_{1h}$$

$$I_{as\ 2h}' = \left[G_{Bh} + j(B_{k\ 20h} + B_{k\ 23h}(1-a^2) + B_{k\ 12h}(1-a)) \right] U_{2h} = Y_{22h}' U_{2h}$$

$$I_{as\ 3h}' = \left[G_{Ch} + j(B_{k\ 30h} + B_{k\ 13h}(1-a^2) + B_{k\ 23h}(1-a)) \right] U_{3h} = Y_{33h}' U_{3h}$$

Przechodząc na składowe symetryczne otrzymuje się:

$$I_{as\ (0)h}' = \frac{1}{3} (Y_{11h}' + a^2 Y_{22h}' + a Y_{33h}') U_{(1)h}' \quad (4.40)$$

$$I_{as\ (1)h}' = \frac{1}{3} (Y_{11h}' + Y_{22h}' + Y_{33h}') U_{(1)h}' \quad (4.41)$$

$$I_{as\ (2)h}' = \frac{1}{3} (Y_{11h}' + a Y_{22h}' + a^2 Y_{33h}') U_{(1)h}' \quad (4.42)$$

Spełnienie warunku

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (Y_{k\ 11h}' + a Y_{k\ 22h}' + a^2 Y_{k\ 33h}') = 0 \quad (4.43)$$

oraz warunku (4.39) prowadzi do wyznaczenia szukanych susceptancji dwójników kompensujących LC $B_{k\ 12h}$, $B_{k\ 23h}$, $B_{k\ 31h}$ połączonych w trójkąt wyrażonych poprzez zależności od G_{Ah} , G_{Bh} , G_{Ch} , w postaci $\bigwedge_{h \in 3n+1}$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$,

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k\ 12h} = \frac{2}{3\sqrt{3}} (G_{Ah} - G_{Bh}), \quad (4.44)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k\ 23h} = \frac{2}{3\sqrt{3}} (G_{Bh} - G_{Ch}), \quad (4.45)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k\ 31h} = \frac{2}{3\sqrt{3}} (G_{Ch} - G_{Ah}). \quad (4.46)$$

Po eliminacji składowej zerowej oraz przeciwnej prądu asymetrii pozostaje tylko składowa zgodna prądu $I_{as\ (1)h}'$ określona za pomocą wzoru (4.41).

Wykorzystując wzory (4.24) oraz (4.26), można zauważyć, że

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (G_{Ah} + G_{Bh} + G_{Ch}) = 0, \quad (4.47)$$

co powoduje, że

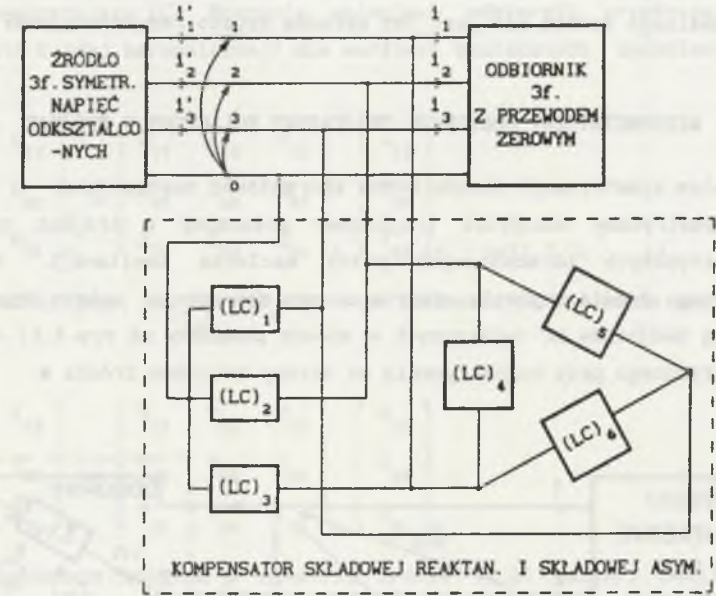
$$\bigwedge_{h \in 3n+1} I_{as\ (1)h}' = 0. \quad (4.48)$$

Podobne rozumowanie można przeprowadzić dla harmonicznych $3n-1, n \in \{1, 2, \dots, k\}$.

Po przeprowadzonej symetryzacji (rys. 4.5) w źródle pozostaje prąd określony zależnością (4.49)

$$i_{\alpha}'(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^k G_h U_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.49)$$

Układ: źródło-układ symetryzujący-odbiornik, realizujący opisaną koncepcję przedstawiono na rys. 4.5.



Rys. 4.5. Idea kompensacji składowej reaktancyjnej oraz asymetrii dla układu trójfazowego z przewodem zerowym

Fig. 4.5. Idea of the compensation of the reactance component and asymmetry for three-phase network with a neutral connection

Uwaga 4.1

Kompensacja składowej reaktancyjnej i składowej asymetrii za pomocą dwójników LC jest równoważna sprowadzeniu do układu symetrycznego (patrząc od zacisków źródła). W prądzie źródła pozostaje składowa czynna i_a (aktywna) zapewniająca moc czynną odbiornika oraz składowa dyspersyjna i_{ds} , która nie wpływając na asymetrię (por. wzór (4.23)), zwiększa niepotrzebnie wartość skuteczną prądu źródła. Sprowadzenie zatem do symetryzacji obciążenia faz idealnego trójfazowego źródła napięcia odkształconego za pomocą dwójników LC nie wymaga korzystania z teorii rozkładu prądu źródła na składowe wzajemnie ortogonalne. W następnym punkcie zostanie przedstawione to zagadnienie dla układu trójfazowego trójprzewodowego oraz uogólnienie na układy wielofazowe.

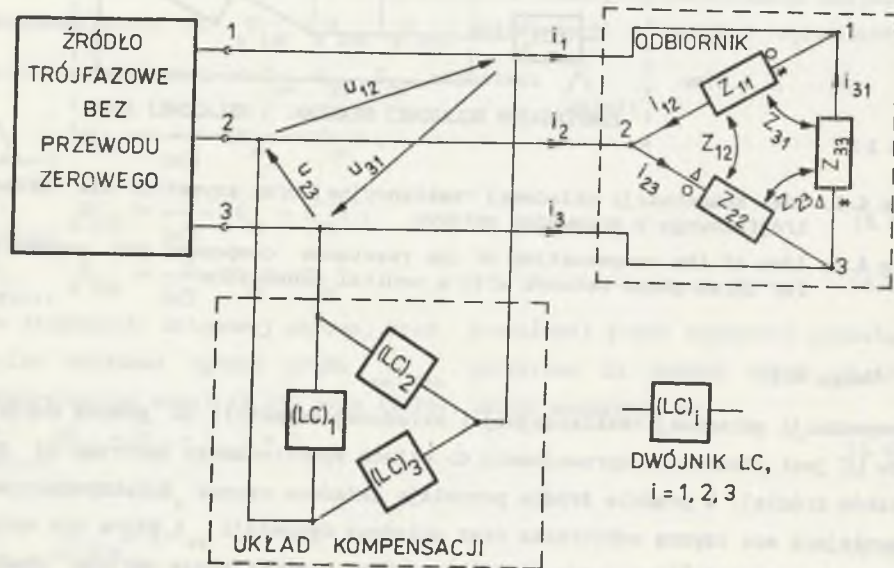
Uwaga 4.2

Jeżeli źródło jest nieidealne, ale jest zachowana symetria, tzn. impedancje wewnętrzne źródeł każdej fazy są takie same, to zaproponowany dobór kompensatorów oraz przedstawiona zasada symetryzacji pozostaje nadal słuszną. Impedancje wewnętrzne źródeł są na ogół zespolone, to układ widziany z zacisków idealnego źródła nie jest już układem czysto rezystancyjnym.

4.3. NIESYMETRYCZNY ODBIORNIK TRÓJFAZOWY POŁĄCZONY W TRÓJKĄT

Problem symetryzacji obwodu można sformułować następująco:

- niesymetryczny odbiornik trójfazowy połączony w trójkąt opisany dla rozpatrywanych harmonicznych pełną macierzą immitancji, zasilany z idealnego źródła napięcia odkształconego okresowego, należy doprowadzić za pomocą dwójników LC (włączonych w sposób pokazany na rys.4.6) do obwodu symetrycznego przy rozpatrywaniu od strony zacisków źródła ■.



Rys.4.6. Układ trójfazowy: źródło-układ symetryzujący-odbiornik

Fig.4.6. Three-phase network : source-symmetrizing system-load

Stawiamy ponadto wymaganie, aby po dołączeniu dwójników LC ze źródła nie była pobierana moc bierna. Tak postawiony i rozwiązany problem pozwala na uzyskanie symetrycznego rozpiływu prądu źródła oraz zapewnia znaczne zmniejszenie jego wartości skutecznej.

Rozważmy obwód przedstawiony na rys.4.6 przy odłączonym kompensatorze (układ symetryzujący LC). Równania opisujące odbiornik przedstawiony na rys.4.6 (dla każdej harmonicznej) dla wartości skutecznych zespolonych mają postać:

$$\begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \\ U_{31} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} I_{12} \\ I_{23} \\ I_{31} \end{bmatrix}_h \quad h \in \{1, 2, 3, \dots, l\}. \quad (4.50)$$

Ponieważ założyliśmy, że $\bigwedge_{h \in N_0} \det Z_h \neq 0$, więc równanie (4.50) można zapisać w postaci:

$$\begin{bmatrix} I_{12} \\ I_{23} \\ I_{31} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \\ U_{31} \end{bmatrix}_h \quad (4.51)$$

Wobec poczynionych założeń o symetrii źródła (4.2) macierz admitycyjna równania (4.51) można przedstawić w postaci macierzy diagonalnej. W tym celu odpowiednie prądy fazowe I_{12}, I_{23}, I_{31} wyrażamy poprzez odpowiednie napięcie międzyfazowe dla harmonicznych rzędu $3n+1, n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$ oraz harmonicznych rzędu $3n-1, n \in \{1, 2, \dots, k\}$. Przykładowo dla harmonicznych rzędu $h = 3n+1$ równanie (4.51) przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} I_{12} \\ I_{23} \\ I_{31} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} Y_{11} + a^2 Y_{12} + a Y_{13} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22} + a^2 Y_{21} + a Y_{23} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33} + a^2 Y_{31} + a Y_{32} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \\ U_{31} \end{bmatrix}_h \quad (4.52)$$

gdzie: $a = \exp j120^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $a^2 = \exp(-j120^\circ) = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$.

W podobny sposób można dokonać diagonalizacji dla harmonicznych rzędu $h = 3n-1, n \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ (składowa przeciwna). Z równania (4.52) wynika, że każdą pełną macierz admitycyjną odbiornika trójfazowego zasilanego z symetrycznego źródła napięć odkształconych zawsze można zastąpić odpowiednią macierzą diagonalną dla harmonicznych rzędu $3n+1, n \in \{0, 1, 2, 3, \dots, k\}$ oraz harmonicznych rzędu $3n-1, n \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$.

Równanie (4.52) zapiszmy w postaci

$$\begin{bmatrix} I_{12} \\ I_{23} \\ I_{31} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Y_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{CA} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \\ U_{31} \end{bmatrix}_h \quad h \in \{3n+1\} \quad (4.53)$$

Postawmy pytanie, jakie warunki muszą spełnić admitancje $Y_{ABh}, Y_{BCh}, Y_{CAh}$, dla $h=3n+1$ i $h=3n-1$, aby odpowiednie składowe symetryczne napięć źródła wywoływały te same składowe symetryczne prądów przewodowych. Wyrażmy w tym celu napięcia międzyfazowe za pomocą napięć fazowych źródła oraz prądy przewodowe za pomocą prądów fazowych. Równanie (4.53) przyjmuje wówczas postać

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{CA} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}_h \quad (4.54)$$

Dla składowych symetrycznych równanie (4.54) ma postać

$$\begin{bmatrix} I_{(0)} \\ I_{(1)} \\ I_{(2)} \end{bmatrix}_h = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{CA} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{(0)} \\ U_{(1)} \\ U_{(2)} \end{bmatrix}_h \quad (4.55)$$

Rozpatrywany obwód przedstawiony na rys.4.6 jest trójprzewodowy, więc

$$I_{(0)} = 0, \text{ ponadto z założenia } U_{(0)} = 0.$$

Przekształcając równanie (4.55), otrzymujemy:

$$I_{(1)h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh})U_{(1)h} - (aY_{ABh} + Y_{BCh} + a^2Y_{CAh})U_{(2)h} \quad (4.56)$$

$$I_{(2)h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh})U_{(2)h} - (a^2Y_{ABh} + Y_{BCh} + aY_{CAh})U_{(1)h} \quad (4.57)$$

Równania (4.56) oraz (4.57) w naszych rozważaniach mają znaczenie podstawowe. Wobec poczynionych założeń odnośnie do symetrii źródła dla harmonicznych rzędu $3n+1$ w źródle występują tylko składowe zgodne napięcia, czyli

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} (U_{(1)h} \neq 0, U_{(2)h} = 0), \quad h \in \{0, 1, 2, \dots, l\}. \quad (4.58)$$

Gdy $U_{(2)h} = 0$, wówczas równania (4.56) oraz (4.57) dla każdej rozważanej harmonicznej rzędu $3n+1$ przyjmują postać:

^{*)} wzór (4.53) dla składowej przeciwnej $(3n-1)$ ma postać analogiczną, z tym że wartości admitancji są inne.

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} [I_{(1)h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh})U_{(1)h}], \quad (4.59)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} [I_{(2)h} = (a^2Y_{ABh} + Y_{BCh} + aY_{CAh})U_{(1)h}]. \quad (4.60)$$

Aby prądy przewodowe źródła zawierały tylko składową zgodną, to na podstawie równania (4.60) prąd składowej przeciwnej musi być równy zeru

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} I_{(2)h} = 0.$$

gdym spełniony jest warunek

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} [a^2Y_{ABh} + Y_{BCh} + aY_{CAh} = 0]. \quad (4.61)$$

Dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots, k\}$ w napięciach fazowych źródła występuje tylko składowa przeciwna, czyli

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} [U_{(1)h} = 0, U_{(2)h} \neq 0]$$

wówczas równania (4.56) oraz (4.57) przyjmują postać

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} [I_{(1)h} = (aY_{ABh} + Y_{BCh} + a^2Y_{CAh})U_{(2)h}], \quad (4.62)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} [I_{(2)h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh})U_{(2)h}]. \quad (4.63)$$

Aby prądy przewodowe zawierały tylko składową przeciwną, to na podstawie równania (4.62) prąd składowej zgodnej musi być równy zeru

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} I_{1h} = 0$$

co wymaga spełnienia warunku

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} (aY_{ABh} + Y_{BCh} + a^2Y_{CAh} = 0). \quad (4.64)$$

W rozważanych niesymetrycznych odbiornikach trójfazowych warunki (4.61) oraz (4.64) nie są spełnione. Spełnienie warunków (4.61) oraz (4.64) wymaga włączenia równolegle na zaciski odbiornika układów symetryzujących LC (kompensatorów) połączonych również w trójkąt, tak jak to przedstawiono na rys.4.6. Warunki, stawiane układom kompensującym, są następujące:

- nie mogą pobierać mocy czynnej ze źródła,
- mają kompensować moc bierną dla poszczególnych harmonicznych.

Układami pasywnymi, które spełniają powyższe wymagania, są układy LC.

Sformułujemy następujące zagadnienie:

Należy dobrać wartości elementów kompensujących symetryzujących, tak aby dla harmonicznych rzędu $h = 3n+1$, $n \in \{0, 1, \dots, k\}$ w prądzie źródła wystąpiły tylko składowe zgodne prądu, natomiast dla harmonicznych rzędu $h = 3n-1$,

$n \in \{1, 2, \dots, k\}$ wystąpiły tylko składowe przeciwne prądu. Narzucamy ponadto warunek, aby całkowita moc bierna, pobierana przez odbiornik i dołączone kompensatory dla każdej rozważanej harmonicznej, była równa zero ■.

W tym celu rozważamy obwód przedstawiony na rys. 4.6 z dołączonym kompensatorem i wyznaczamy wartości elementów kompensacyjnych LC dla harmonicznych rzędu $h = 3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$. Aby w prądach źródła I_1, I_2, I_3 wystąpiły tylko składowe zgodne, musi być spełniony warunek (4.61), który obecnie przyjmuje postać

$$a^2(Y_{ABh} + j_k B_{k12h}) + Y_{BCh} + j_k B_{k23h} + a(Y_{ACh} + j_k B_{k13h}) = 0 \quad (4.65)$$

Jeżeli założymy, że admitancje $Y_{ABh}, Y_{BCh}, Y_{ACh}$ są określone następująco:

$$Y_{ABh} = G_{ABh} + jB_{ABh}, \quad Y_{BCh} = G_{BCh} + jB_{BCh}, \quad Y_{ACh} = G_{ACh} + jB_{ACh}$$

to równanie (4.65) przyjmuje postać

$$a^2[G_{ABh} + j(B_{ABh} + B_{k12h})] + G_{BCh} + j(B_{BCh} + B_{k23h}) + a[G_{ACh} + j(B_{ACh} + B_{k13h})] = 0 \quad (4.66)$$

Z warunku wymagającego, aby całkowita moc bierna pobierana przez odbiornik i kompensator dla każdej harmonicznej była równa zero, wynika

$$Q_h = (B_{ABh} + B_{k12h})|U_{12h}|^2 + (B_{BCh} + B_{k23h})|U_{23h}|^2 + (B_{ACh} + B_{k13h})|U_{31h}|^2 = 0 \quad (4.67)$$

Ponieważ źródło jest symetryczne $|U_{12h}| = |U_{23h}| = |U_{31h}|$, więc równanie (4.67) będzie spełnione, gdy

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} [B_{ABh} + B_{k12h} + B_{BCh} + B_{k23h} + B_{ACh} + B_{k13h} = 0] \quad (4.68)$$

Rozwiązanie równań (4.66) oraz (4.68) ze względu na $B_{k12h}, B_{k23h}, B_{k13h}$ prowadzi do wyznaczenia wartości elementów kompensujących $\bigwedge_{h \in 3n+1}$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k12h} = -B_{ABh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ACh} - G_{BCh}), \quad (4.69)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k23h} = -B_{BCh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ABh} - G_{ACh}), \quad (4.70)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k13h} = -B_{ACh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{BCh} - G_{ABh}). \quad (4.71)$$

Przeprowadzając podobne rozważania dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots, k\}$, otrzymujemy wartości elementów kompensujących

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k12h} = -B_{ABh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{BCh} - G_{ACh}), \quad (4.72)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k23h} = -B_{BCh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ACh} - G_{ABh}), \quad (4.73)$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} B_{k13h} = -B_{ACh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ABh} - G_{BCh}). \quad (4.74)$$

Gdyby źródło było niesymetryczne, a odbiornik z rys. 4.5 opisany był macierzą diagonalną o postaci (4.53), wówczas pełna symetryzacja na podstawie wzorów

(4.56), (4.57) wymagałaby spełnienia jednocześnie następujących warunków:

$$a^2(Y_{ABh} + j_k B_{k12h}) + Y_{BCh} + j_k B_{k23h} + a(Y_{ACh} + j_k B_{k13h}) = 0, \quad (4.75)$$

$$a(Y_{ABh} + j_k B_{k12h}) + Y_{BCh} + j_k B_{k23h} + a^2(Y_{ACh} + j_k B_{k13h}) = 0, \quad (4.76)$$

$$B_{k12h} + B_{k23h} + B_{k13h} = -(B_{ABh} + B_{ACh} + B_{BCh}). \quad (4.77)$$

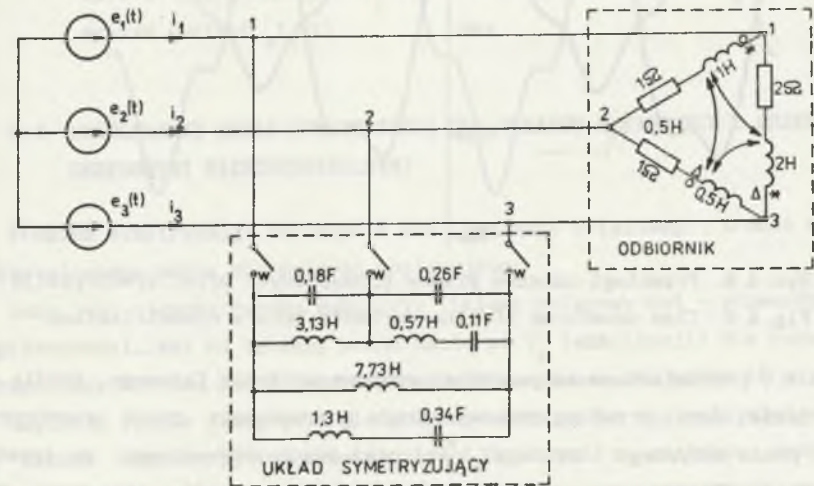
Spełnienie równoczesne warunków (4.75), (4.76), (4.77) jest możliwe tylko wówczas, gdy

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} \bigwedge_{h \in 3n-1} [G_{ABh} = G_{BCh} = G_{ACh}]. \quad (4.78)$$

Zatem całkowita symetryzacja w takim przypadku jest możliwa, gdy asymetria fazowa odbiornika jest spowodowana tylko różnymi wartościami części urojonej admitancji $Y_{ABh}, Y_{BCh}, Y_{ACh}$ dla rozpatrywanych harmonicznych. Przedstawiony na rys. 4.6 układ do symetryzacji jest słuszny dla obwodów trójprzewodowych zarówno dla odbiornika połączony w trójkąt, jak i gwiazdę [P.12].

Przykład 4.1

Należy przeprowadzić symetryzację odbiornika przedstawionego na rys. 4.7 (układ symetryzujący odłączony) dla następujących danych dotyczących pierwszej harmonicznej: $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$, $Z_{11} = 1+j1 \Omega$, $Z_{22} = 1+j0,5 \Omega$, $Z_{33} = 2+j2 \Omega$, $Z_{12} = Z_{21} = Z_{23} = Z_{32} = Z_{13} = Z_{31} = j0,5 \Omega$; $u_1(t) = \sqrt{2}(100\cos\omega_0 t + 20\cos5\omega_0 t)$, $u_2(t) = u_1(t-T/3)$, $u_3(t) = u_2(t-T/3)$.



Rys. 4.7. Przykładowy układ trójfazowy
Fig. 4.7. Exemplary three-phase network

Moc czynna odbiornika wynosi $P = 64492$ W.

Wartości skuteczne prądów przewodowych źródła przed symetryzacją wynoszą:

$$|I_1| = 167,3 \text{ A}; |I_2| = 262,3 \text{ A}; |I_3| = 256,9 \text{ A}; \|i\| = 403,47 \text{ A};$$

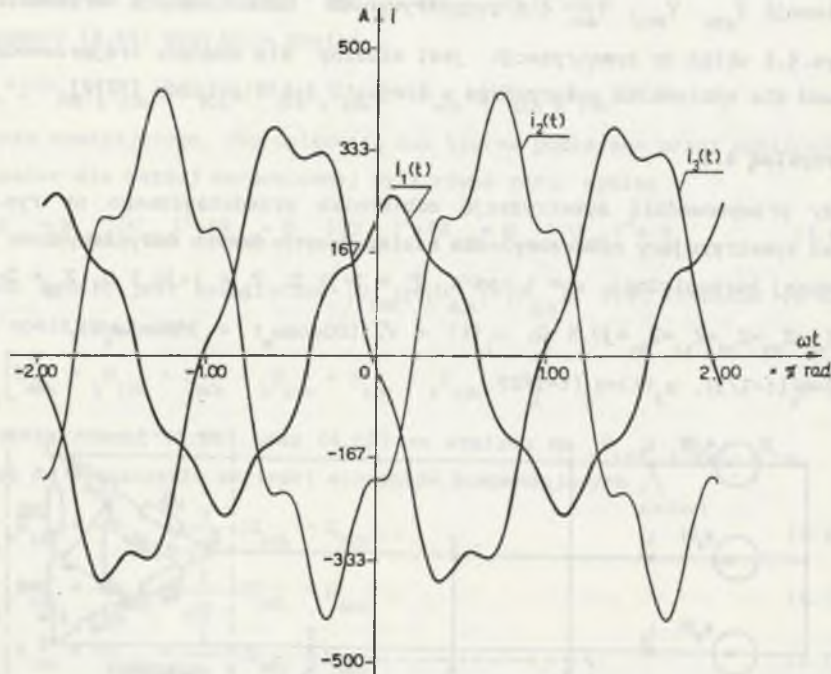
Wartości skuteczne prądu aktywnego zapewniającego moc czynną odbiornika:

$$|I_{a1}| = |I_{a2}| = |I_{a3}| = 210,8 \text{ A}; \|i_a\| = 365,11 \text{ A}.$$

Wartości skuteczne prądów przewodowych po przeprowadzonej symetryzacji za pomocą dwójników reaktancyjnych LC wynoszą:

$$|I'_1| = |I'_2| = |I'_3| = 212,1 \text{ A}; \|i'\| = 367,36 \text{ A}.$$

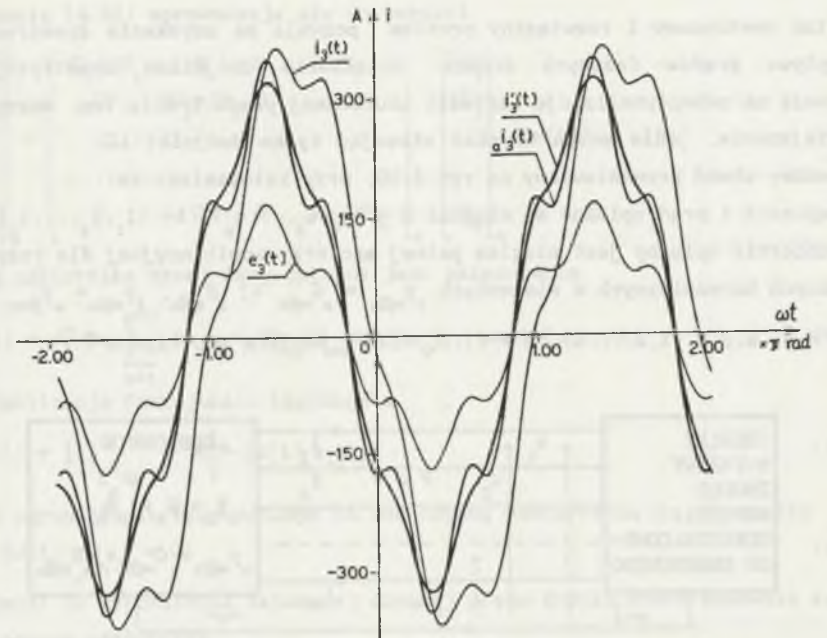
Na rys. 4.7 przedstawiony jest całkowity układ: źródło-układy symetryzujące-odbiornik. Na rys. 4.8 przedstawiono przebiegi czasowe prądów przewodowych przed symetryzacją.



Rys. 4.8. Przebiegi czasowe prądów przewodowych przed symetryzacją

Fig. 4.8. Time waveforms of line currents before symmetrization

Na rys. 4.9 przedstawione są przebiegi czasowe napięcia fazowego źródła $e(t)$ dla trzeciej fazy, przebieg czasowy prądu przewodowego przed symetryzacją $i_3(t)$, prądu aktywnego (czynnego) $i_{a3}(t)$ oraz prądu przewodowego po symetryzacji $i'_3(t)$. Należy zaznaczyć, że wartości chwilowe prądów aktywnych spełniają zależności $i_{a2}(t) = i_{a1}(t - T/3)$, $i_{a3}(t) = i_{a2}(t - T/3)$. Podobne są spełnione zależności po symetryzacji $i'_{a2}(t) = i'_{a1}(t - T/3)$, $i'_{a3}(t) = i'_{a2}(t - T/3)$.



Rys. 4.9. Przebiegi czasowe: napięcia źródła $e_3(t)$, prądu źródła przed symetryzacją $i_3(t)$, po symetryzacji $i'_3(t)$ oraz prądu aktywnego (czynnego) $i_{a3}(t)$

Fig. 4.9. Time waveforms: of the source voltage $e_3(t)$, of the source current before symmetrization $i_3(t)$, after symmetrization $i'_3(t)$, and the active current $i_{a3}(t)$

4.4. UOGÓLNIENIE ZASAD SYMETRYZACJI DLA UKŁADÓW N-FAZOWYCH Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI NIESINUSOIDALNYMI

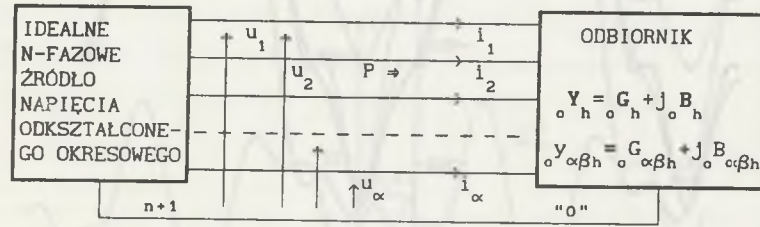
Problem symetryzacji obciążenia faz idealnego n-fazowego źródła napięcia odkształconego można sformułować następująco:

Dany jest niesymetryczny odbiornik liniowy n-fazowy n+1 - przewodowy (lub n-przewodowy). Jest on opisany pełną macierzą Y_n (admitancji) dla rozważanych harmonicznych. Układ ten należy doprowadzić za pomocą dwójników LC włączonych na napięcia fazowe i napięcia międzyfazowe (lub tylko napięcia międzyfazowe) do układu impedancyjnie symetrycznego (patrzac z zacisków źródła). Postawiono wymagania, aby po dołączeniu dwójników symetryzujących ze źródła nie była pobierana moc bierna ■.

Tak postawiony i rozwiązany problem pozwala na uzyskanie symetrycznego rozplywu prądów fazowych źródła. Dołączenie dwójników symetryzujących pozwala na suboptymalizację wartości skutecznej prądu źródła, tzn. maksymalne zmniejszenie, jakie można uzyskać stosując tylko dwójniki LC.

Rozważmy obwód przedstawiony na rys. 4.10, przy założeniach że:

- napięcie i prąd opisane są ciągami $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $i = (i_1, i_2, \dots, i_n) \in L_n^2$,
- odbiornik opisany jest ciągiem pełnej macierzy admitancyjnej dla rozpatrywanych harmonicznych o elementach $Y_{\alpha\beta h} = G_{\alpha\beta h} + jB_{\alpha\beta h}$, $Y_{\alpha\beta h} = Y_{\beta\alpha h}$ dla $\alpha \neq \beta$, $\alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\}$ $h \in \{1, 2, \dots, l\}$ i pobiera moc czynną P.



Rys. 4.10. Układ n-fazowy
Fig. 4.10. N-phase network

- źródło napięcia niesinusoidalnego jest symetryczne, nie zawiera harmonicznych tworzących układ kolejności zerowej i spełnia zależności:

$$e_1(t) = u_1(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^l U_{1h} \exp jh\omega_0 t, \quad (4.79)$$

$$u_2(t) = u_1(t - \frac{T}{n}), \quad u_3(t) = u_2(t - \frac{T}{n}), \dots, u_n(t) = u_{n-1}(t - \frac{T}{n}) \quad (4.80)$$

Wartości skuteczne zespolone napięć źródła poprzesuwane są względem siebie o operator obrotu

$$a = \exp(j2\pi/n) \text{ lub } a^{-1} = \exp(-j2\pi/n). \quad (4.81)$$

Korzystając z warunku (4.80) można doprowadzić do postaci, w której prąd danej fazy zależy tylko od napięcia źródła tej samej fazy zgodnie ze wzorami:

$$\begin{aligned} I_{1h} &= (Y_{11h} + a^{-1} Y_{12h} + a^{-2} Y_{13h} + \dots + a^{-(n-1)} Y_{1nh}) U_{1h} = (G_{1h} + jB_{1h}) U_{1h}, \\ I_{2h} &= (a Y_{21h} + Y_{22h} + a^{-1} Y_{23h} + \dots + a^{-(n-2)} Y_{2nh}) U_{2h} = (G_{2h} + jB_{2h}) U_{2h}, \\ I_{3h} &= (a^2 Y_{31h} + a Y_{32h} + Y_{33h} + \dots + a^{-(n-3)} Y_{3nh}) U_{3h} = (G_{3h} + jB_{3h}) U_{3h}, \end{aligned} \quad (4.82)$$

$$I_{nh} = (a^{n-1} Y_{n1h} + a^{n-2} Y_{n2h} + \dots + a Y_{n(n-1)h} + Y_{nnh}) U_{nh} = (G_{nh} + jB_{nh}) U_{nh}.$$

Równania (4.82) sprowadzają się do postaci

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} G_1 + jB_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G_2 + jB_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & G_n + jB_n \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, l\}. \quad (4.83)$$

Prąd odbiornika danej fazy opisany jest zależnością

$$i_\alpha(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^l (G_{\alpha h} + jB_{\alpha h}) U_{\alpha h} \exp jh\omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (4.84)$$

Minimalizacja funkcjonału Lagrange'a

$$\Phi(i, \lambda) = \|i\|_{L_n^2(0, T)}^2 + \lambda \left(P - (u|i)_{L_n^2(0, T)} \right) \quad (4.85)$$

przy ograniczeniu równościowym na moc czynną dostarczoną do odbiornika

$$P - (u|i)_{L_n^2(0, T)} = 0 \quad (4.86)$$

prowadzi do wyróżnienia składowej czynnej prądu źródła, która zapewnia żadaną moc czynną odbiornika

$$i_\alpha(t) = G_\alpha u_\alpha(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^l G_\alpha U_{\alpha h} \exp jh\omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (4.87)$$

gdzie:

$$G_\alpha = \frac{P}{\|u\|_{L_n^2(0, T)}^2} - \text{równoważna konduktancja odbiornika}. \quad (4.88)$$

Przez analogię do układów trójfazowych opisanych w punkcie 4.1 za pomocą kompensatora reaktancyjnego można doprowadzić do pełnej symetrii prądów fazowych źródła oraz znacznie obniżyć ich wartość skuteczną. Po symetryzacji prąd źródła będzie określony zależnością

$$i_\alpha^*(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^l G_h U_{\alpha h} \exp jh\omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (4.89)$$

gdzie:

$$G_h = \frac{P_h}{\|U_h\|^2} = \frac{\operatorname{Re} \sum_{\alpha=1}^n U_{\alpha h} I_{\alpha h}^*}{\sum_{\alpha=1}^n |U_{\alpha h}|^2} = \frac{\sum_{\alpha=1}^n G_{\alpha h}}{n}, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (4.90)$$

Do wykazania zależności danej wzorem (4.89) skorzystamy z teorii składowych symetrycznych dla układów n-fazowych. Macierz składowych symetrycznych ma postać

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a^{-1} & a^{-2} & \dots & a^{-(n-1)} \\ 1 & a^{-2} & a^{-4} & \dots & a^{-2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a^{-(n-1)} & a^{-2(n-1)} & \dots & a^{-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

natomiast macierz odwrotna

$$S^{-1} = \frac{1}{n} S^{*T} \quad (4.92)$$

gdzie: S^{*T} - oznacza macierz sprzężoną i transponowaną

$$S^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a^{*-1} & a^{*-2} & \dots & a^{*-(n-1)} \\ 1 & a^{*-2} & a^{*-4} & \dots & a^{*-2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a^{*-(n-1)} & a^{*-2(n-1)} & \dots & a^{*-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

Rozkładając zmodyfikowany prąd źródła (4.83) wraz z dołączonymi dwójnikami symetryzującymi (kompensującymi) $B_{\alpha 0h}$, oraz $B_{\alpha \beta h}$, $\alpha \neq \beta$ dla rozważanych harmonicznych na składowe symetryczne, mamy

$$\begin{bmatrix} I_{(0)} \\ I_{(1)} \\ \dots \\ I_{(n-1)} \end{bmatrix}_h = S^{-1} (\text{diag } Y'_h) S \begin{bmatrix} U_{(0)} \\ U_{(1)} \\ \dots \\ U_{(n-1)} \end{bmatrix}_h \quad (4.94)$$

gdzie:

$$Y'_{11h} = G_{1h} + j(B_{1h} + B_{k10h}) + j B_{k12h} (1-a^{n-1}) + j B_{k1nh} (1-a), \quad (4.95)$$

$$Y'_{22h} = G_{2h} + j(B_{2h} + B_{k20h}) + j B_{k23h} (1-a^{n-1}) + j B_{k2h} (1-a), \quad (4.96)$$

$$Y'_{33h} = G_{3h} + j(B_{3h} + B_{k30h}) + j B_{k34h} (1-a^{n-1}) + j B_{k23h} (1-a), \quad (4.97)$$

$$Y'_{nnh} = G_{nh} + j(B_{nh} + B_{kn0h}) + j B_{k1nh} (1-a^{n-1}) + j B_{(n-1)nh} (1-a). \quad (4.98)$$

Rozważmy możliwość symetrii prądu dla harmonicznych rzędu $h = mn+1$, $m \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$. Dla tych harmonicznych w napięciu źródła występuje tylko składowa zgodna $U_{(1)h} \neq 0$, czyli

$$\bigwedge_{h \in mn+1} (U_{(1)h} \neq 0, U_{(0)}, U_{(2)}, \dots, U_{(n-1)} = 0). \quad (4.99)$$

Żądamy, aby w prądzie źródła pozostała tylko jego składowa symetryczna zgodna. Posługując się indukcją matematyczną, zasadę symetryzacji dla układów czteroprzewodowych [P.23] można uogólnić na $n+1$ -przewodowe. Warunki symetryzacji

dla rozważanego układu $n+1$ - przewodowego będą spełnione, gdy :

$$G_{1h} + j(B_{1h} + B_{k10h}) + a^{n-1}(G_{2h} + j(B_{2h} + B_{k20h})) + a^{n-2}(G_{3h} + j(B_{3h} + B_{k30h})) + \dots + a(G_{nh} + j(B_{nh} + B_{kn0h})) = 0. \quad (4.100)$$

Równanie (4.100) mówi nam o eliminacji składowej zerowej prądu.

$$Y'_{11h} + aY'_{22h} + a^2Y'_{33h} + \dots + a^{n-1}Y'_{nnh} = 0. \quad (4.101)$$

a równanie (4.101) o eliminacji składowej drugiej prądu.

$$Y'_{11h} + a^2Y'_{22h} + a^4Y'_{33h} + \dots + a^{2(n-1)}Y'_{nnh} = 0. \quad (4.102)$$

Równanie (4.102) mówi nam o eliminacji składowej trzeciej prądu

$$Y'_{11h} + a^{n-2}Y'_{22h} + a^{2(n-2)}Y'_{33h} + \dots + a^{(n-1)(n-2)}Y'_{nnh} = 0. \quad (4.103)$$

a równanie (4.103) o eliminacji składowej $n-1$ prądu.

$B_{k\alpha 0h}$ - susceptancja dwójnika reaktancyjnego LC (kompensatora) dla h -tej harmonicznej włączonego pomiędzy daną fazę α , a przewód zerowy $\alpha \in \{1, 2, \dots, n\}$,

$B_{k\alpha \beta h}$ - susceptancja dwójnika reaktancyjnego LC (kompensatora) dla h -tej harmonicznej włączonego pomiędzy fazy α oraz β , $\alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, n\}$, $\alpha \neq \beta$.

Ponadto na dwójniki kompensacyjne narzucamy warunki, aby dla każdej rozpatrywanej harmonicznej moc bierna pobierana ze źródła była równa zero, tzn.:

$$\bigwedge_{h \in mn+1} (B_{k10h} + B_{k20h} + \dots + B_{kn0h} + B_{1h} + B_{2h} + \dots + B_{nh} = 0), \quad (4.104)$$

$$\bigwedge_{h \in mn+1} (B_{k12h} + B_{k23h} + \dots + B_{k1nh} = 0). \quad (4.105)$$

Rozwiązanie równań (4.100 + 4.103) z narzuconymi warunkami (4.104), (4.105) daje szukane wartości susceptancji dwójników kompensacyjnych $B_{k\alpha 0h}$, $B_{k\alpha \beta h}$, $\alpha \neq \beta$, $h \in N_0$.

Po włączeniu dwójników kompensacyjnych wyznaczonych np. na podstawie algorytmu zaproponowanego w pracy [P.8] w źródle pozostaje tylko składowa zgodna prądu określona wzorem

$$\bigwedge_{h \in mn+1} (I_{(1)h} = \frac{1}{n}(G_{1h} + G_{1h} + \dots + G_{1h})U_{(1)h} = G_h U_{(1)h}). \quad (4.106)$$

Podobne rozumowanie można przeprowadzić dla harmonicznych rzędu $h = mn-2$, $m \in \{1, 2, \dots, k\}$ oraz następnych. Dla harmonicznych $h = mn-2$

$$\bigwedge_{h \in mn-2} (I_{(2)h} = G_h U_{(2)h}). \quad (4.107)$$

Po symetryzacji prąd źródła ma postać opisaną wzorem (4.89), czyli:

$$i'_\alpha(t) = \sqrt{2} \text{Re} \sum_{h=1}^1 G_h U_{\alpha h} \exp j\omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (4.108)$$

Przykład 4.2

Dla $n=4$ należy wyznaczyć susceptancje reaktancyjnych kompensatorów potrzebnych do doprowadzenia do symetrii obciążenia dla harmonicznych $mn+1$, $m \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$. Na podstawie warunków (4.100+4.103) oraz (4.104+4.105) wartości susceptancji kompensatorów symetryzujących, które należy włączyć na napięcia fazowe bądź międzyfazowe, określone są następującymi zależnościami, które należy włączyć:

-na napięcia fazowe

$$\begin{aligned} B_{k\ 10h} &= \frac{1}{2}(G_{2h} - G_{4h}) - B_{1h}, & B_{k\ 20h} &= \frac{1}{2}(G_{3h} - G_{1h}) - B_{2h}, \\ B_{k\ 30h} &= \frac{1}{2}(G_{4h} - G_{2h}) - B_{3h}, & B_{k\ 40h} &= \frac{1}{2}(G_{1h} - G_{3h}) - B_{4h}, \end{aligned} \quad (4.109)$$

-na napięcia międzyfazowe

$$\begin{aligned} B_{k\ 12h} &= \frac{1}{8}(3G_{1h} - 3G_{2h} - G_{3h} + G_{4h}), & B_{k\ 23h} &= \frac{1}{8}(G_{1h} + 3G_{2h} - 3G_{3h} - G_{4h}), \\ B_{k\ 34h} &= \frac{1}{8}(-G_{1h} + G_{2h} + 3G_{3h} - 3G_{4h}), & B_{k\ 14h} &= \frac{1}{8}(-3G_{1h} - G_{2h} + G_{3h} + 3G_{4h}). \end{aligned} \quad (4.110)$$

4.5. METODA PRZYBLIŻONEJ SYMETRYZACJI ZA POMOCĄ PROSTYCH KOMPENSATORÓW LC

Dwójniki reaktancyjne służące do symetryzacji, a otrzymane na podstawie wzorów (4.35+4.37), (4.44+4.46), (4.69+4.71) lub (4.109+4.110) posiadają złożoną strukturę, co wydatnie wpływa na koszty kompensacji. Z punktu widzenia technicznego można je zastąpić w wielu przypadkach prostszymi strukturami kompensatorów LC licząc się z pewną niedokładnością. Takimi strukturami mogą być: pojedynczy kondensator, pojedyncza cewka, gałąź szeregową LC lub też ogniwo równoległe LC. Adaptując wyniki zawarte, np. w pracach [S.5], [K.3], [K.10], [P.1], [C.8], [C.9], [S.16], [W.5], [P.26], [C.18], dla prowadzonych rozważań związanych z symetryzacją wyznaczono optymalne wartości poszczególnych kompensatorów, zastępując np. złożone struktury dwójników LC dobranych za pomocą wzorów (4.35+4.37) następująco:

1^o Pojedynczy kondensator, zamiast $B_{k\ \alpha 0h}$, (wzory 4.35+4.37)

Wyznaczenie pojemności optymalnej $C_{\omega 0}^{opt}$ przeprowadza się poprzez rozwiązanie następującego zadania optymalizacyjnego

$$\sum_{h=1}^1 |B_{k\ \alpha 0h} - \omega_0 h C_{\omega 0}|^2 |U_{\alpha h}|^2 \rightarrow \min \quad (4.111)$$

Rozwiązanie problemu (4.111) prowadzi do wyznaczenia pojemności optymalnej określonej wzorem (4.112)

$$C_{\omega 0}^{opt} = \frac{\sum_{h=1}^1 h B_{k\ \alpha 0h} |U_{\alpha h}|^2}{\sum_{h=1}^1 \omega_0 h^2 |U_{\alpha h}|^2} \quad (4.112)$$

Pojemność optymalna wyznaczona na podstawie wzoru (4.112) może być fizycznie realizowana, gdy jest spełniony warunek (4.113), w przeciwnym przypadku nie ma realizacji fizycznej.

$$\sum_{h=1}^1 h B_{k\ \alpha 0h} |U_{\alpha h}|^2 > 0, \alpha \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.113)$$

Dobór pojemności optymalnej według wzoru (4.112) może odbywać się za pomocą przetwornika prądu i napięcia odbiornika na napięcie proporcjonalne do optymalnej pojemności. Algorytm pracy takiego przetwornika zaproponowano w pracy [S.6], a jeden z możliwych sposobów realizacji przedstawiono w pracy [C.9]. Analizę własności statycznych i dynamicznych przetwornika opisanego w pracy [C.9] przeprowadzono w pracy [L.1]. Z przeprowadzonych komputerowych badań symulacyjnych wynika, że dobrany kondensator optymalny zmniejsza wartość skuteczną prądu, ale niestety w większości przypadków powoduje jego znaczną deformację.

2^o Pojedyncza cewka

Analogicznie wyznaczamy $L_{\omega 0}^{opt}$ jako rozwiązanie następującego zadania optymalizacyjnego

$$\sum_{h=1}^1 |B_{k\ \alpha 0h} + 1/\omega_0 h L_{\omega 0}|^2 |U_{\alpha h}|^2 \rightarrow \min \quad (4.114)$$

Po rozwiązaniu otrzymujemy możliwość realizacji fizycznej indukcyjności $L_{\omega 0}^{opt}$, gdy spełniony jest warunek (4.116)

$$L_{\omega 0}^{opt} = \frac{\sum_{h=1}^1 \frac{1}{h^2} |U_{\alpha h}|^2}{\omega_0 \sum_{h=1}^1 \frac{1}{h} B_{k\ \alpha 0h} |U_{\alpha h}|^2} \quad (4.115)$$

$$\sum_{h=1}^1 \frac{1}{h} B_{k\ \alpha 0h} |U_{\alpha h}|^2 < 0. \quad (4.116)$$

3^o Gałąź szeregową LC

Wyznaczenie parametrów gałęzi szeregowej LC jako kompensatora wymaga rozwiązania zadania optymalizacyjnego określonego wzorem (4.117)

$$\sum_{h=1}^1 |k_{\alpha 0h}^B - \omega_0 h C_{\alpha 0} / (1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0})|^2 |U_{\alpha h}|^2 \rightarrow \min. \quad (4.117)$$

Warunki konieczne minimum (4.117) spełniają dodatnie rozwiązania układu nieliniowych równań algebraicznych (4.118+4.119) ze względu na $C_{\alpha 0}$ oraz $L_{\alpha 0}$.

Ponadto musi być spełniony warunek, aby $\bigwedge_h (1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}) \neq 0, \alpha \in \{1, 2, 3\}$.

$$\sum_{h=1}^1 \left(k_{\alpha 0h}^B - \frac{\omega_0 h C_{\alpha 0}}{1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}} \right) \frac{|U_{\alpha h}|^2 h}{[1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}]^2} = 0, \quad (4.118)$$

$$\sum_{h=1}^1 \left(k_{\alpha 0h}^B - \frac{\omega_0 h C_{\alpha 0}}{1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}} \right) \frac{|U_{\alpha h}|^2 h^3 \omega_0^2 C_{\alpha 0}^2}{[1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}]^2} = 0. \quad (4.119)$$

4^o Ogniwo równoległe LC

Analogicznie wyznaczamy parametry ogniwa równoległego LC jako rozwiązanie zadania optymalizacyjnego określonego wzorem (4.120)

$$\sum_{h=1}^1 |k_{\alpha 0h}^B + (1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}) / \omega_0 h L_{\alpha 0}|^2 |U_{\alpha h}|^2 \rightarrow \min \quad (4.120)$$

Warunki konieczne minimum zależności (4.120) spełniają dodatnie rozwiązania układu nieliniowych równań algebraicznych (4.121 + 4.122) ze względu na $C_{\alpha 0}$ oraz $L_{\alpha 0}$.

$$\sum_{h=1}^1 \left(k_{\alpha 0h}^B + \frac{1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}}{\omega_0 h L_{\alpha 0}} \right) \frac{|U_{\alpha h}|^2}{\omega_0 h L_{\alpha 0}^2} = 0, \quad (4.121)$$

$$\sum_{h=1}^1 \left(k_{\alpha 0h}^B + \frac{1 - (\omega_0 h)^2 L_{\alpha 0} C_{\alpha 0}}{\omega_0 h L_{\alpha 0}} \right) |U_{\alpha h}|^2 \omega_0 h = 0. \quad (4.122)$$

Przeprowadzona symetryzacja pełna lub też przybliżona opisana w punkcie 4.5 nie spełnia optymalnych warunków pracy źródła. Dopiero dodatkowa kompensacja składowej dyspersji prądu źródła doprowadza do optymalnej pracy źródła

ze względu na przyjęte kryterium. Propozycji kompensacji składowej dyspersji prądu źródła poświęcony jest punkt 4.6.

4.6. KOMPENSACJA SKŁADOWEJ DYSPERSJI i_{ds} I PRĄDU ŹRÓDŁA

Rozważmy obwód przedstawiony na rys.4.1, dla którego składowe dyspersji prądu źródła w zależności od kryterium optymalizacyjnego określone są: zależnościami

$$i_{ds \alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_e) U_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad (4.123)$$

dla kryterium optymalizacyjnego

$$\min \|i\|_{L_3^2(0,T)}^2 \quad (4.124)$$

przy ograniczeniu równościowym na moc czynną odbiornika

$$P - (u|i)_{L_3^2(0,T)} = 0 \quad (4.125)$$

lub zależnościami

$$i_{ds(\omega) \alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_e) U_{\alpha h} \exp j h \omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.126)$$

dla kryterium optymalizacyjnego

$$\min \|i\|_{W_3^{2,\delta}(0,T)}^2 \quad (4.127)$$

przy takim samym ograniczeniu równościowym (4.125).

Z analizy wzorów (4.123) i (4.126) wynika, że eliminacja skończonej liczby harmoniczných składowych dyspersji prądu źródła jest możliwa za pomocą trzech identycznych dwójników aktywnych włączonych pomiędzy daną fazą a przewód zerowy [P.11], takich że:

$$\bigwedge_{h \in N_0} \operatorname{Re} \left\{ Y(j\omega_h) \right\} \Big|_{\omega_h = \omega_0 h} = - (G_h - G_e), \quad (4.128)$$

dla kryterium (4.124) przy warunku ubocznym (4.125)

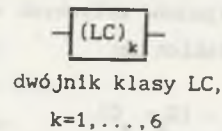
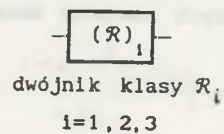
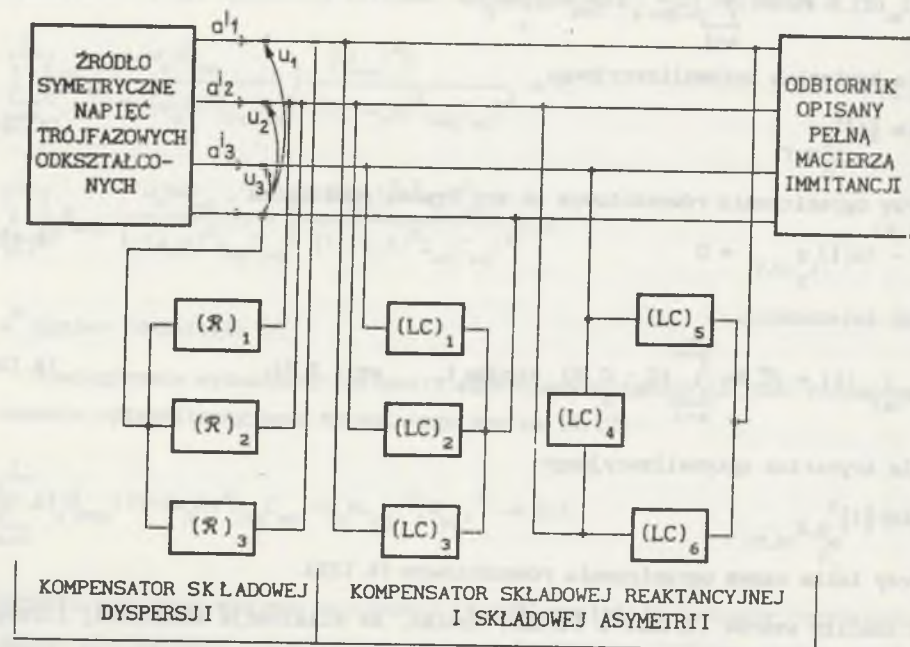
lub

$$\bigwedge_{h \in N_0} \operatorname{Re} \left\{ Y(j\omega_h) \right\} \Big|_{\omega_h = \omega_0 h} = - (G_h - G_e), \quad (4.129)$$

dla kryterium (4.127) przy warunku ubocznym (4.125).

Synteze dwójników aktywnych należących do klasy $(RLC, -R^{(1)})$ przedstawiono w punkcie 3.3. Układ: źródło-kompensator-odbiornik realizujący koncepcję opisaną w punktach 4.1, 4.2 oraz 4.5 przedstawiono na rys.4.11.

Problem kompensacji składowej dyspersji można uogólnić w prosty sposób na układy n-fazowe, n+1-przewodowe przedstawione na rys.4.10. Kompensacja powyższej składowej prądu źródła jest możliwa za pomocą n-identycznych dwójników aktywnych włączonych pomiędzy daną fazę α a przewód zerowy, dobranych zgodnie z zależnościami (4.128) lub (4.129), gdzie G_h określone jest wzorem (4.90).



Rys.4.11. Układ n-fazowy: idea całkowitej kompensacji
Fig.4.11. N-phase network: idea of a complete compensation

5. UOGÓLNIENIE STOSOWANYCH METOD OPTIMALIZACYJNYCH DLA UKŁADÓW JEDNOFAZOWYCH ZASILANYCH Z RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO OKRESOWEGO

W pracach [W.1], [S.7], [W.2], [P.7], [W.5] wykazano nieortogonalność poszczególnych składowych prądu rzeczywistego źródła bez względu na przyjęte kryterium optymalizacyjne. W związku z tym modyfikacja polegająca na doborze kompensatorów eliminujących te składowe wydaje się bezzasadna, gdyż eliminacja jednej składowej wpływa na zmianę pozostałych, co nie występowało przy zasilaniu ze źródeł idealnych. Zasadne wydaje się natomiast:

- wyznaczenie prądu optymalnego dla danego kryterium optymalizacyjnego,
- rozszerzenie kryteriów na różne warianty ograniczeń nałożonych na moc czynną P.

Następnie należy wyznaczyć prąd kompensatora $i_k(t)$, który realizuje różnicę pomiędzy prądem źródła przed kompensacją a prądem optymalnym źródła.

$$i_k(t) = i(t) - i^{opt}(t). \quad (5.1)$$

Żądany prąd kompensatora należy zrealizować za pomocą kompensatora dołączonego równolegle do zacisków odbiornika. Prąd optymalny źródła pozwala na wyznaczenie odpowiadającego mu napięcia $u^{opt}(t)$ w danym przekroju, które jest równocześnie napięciem na zaciskach kompensatora. Uporządkowane pary U_{kh}^{opt} , I_{kh} dla każdej rozważanej harmonicznej pozwalają na wyznaczenie admittancji potrzebnego kompensatora dla każdej rozważanej harmonicznej.

5.1. WYZNACZANIE OBWODÓW KOMPENSACYJNYCH DLA RÓŻNYCH WARIANTÓW OGRANICZEŃ NA MOC CZYNNĄ P

Dla układu przedstawionego na rys.5.1 określonego za pomocą danych:

-napięcie źródłowe

$$e(t) = E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h \exp j\omega_0 t, \quad (5.2)$$

-impedancja wewnętrzna źródła należąca do klasy układów SLS

$$Z_h = R_h + jX_h, \quad R_h > 0, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (5.3)$$

-admitancja odbiornika należąca do klasy układów SLS

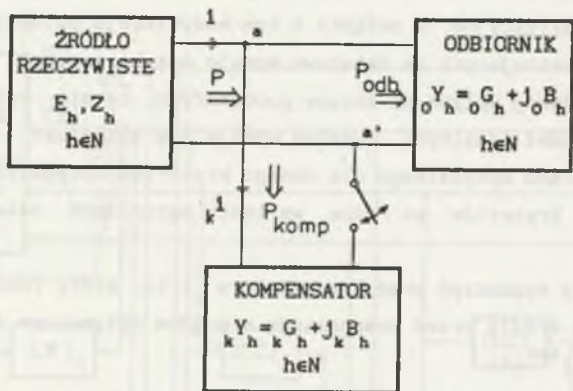
$$Y_h = G_h + jB_h, G_h > 0, h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (5.4)$$

należy wyznaczyć prąd optymalny dla różnych zadań optymalizacyjnych P1., P2., a następnie za pomocą kompensatorów o admitancjach

$$Y_k = G_k + jB_k, h \in \{0, 1, 2, \dots, n\} \quad (5.5)$$

doprowadzić do stanu optymalnego wynikającego z danego zadania

$$i^{opt}(t) = i(t) - i_k(t). \quad (5.6)$$



Rys. 5.1. Schemat układu jednofazowego: Źródło rzeczywiste napięcia odkształconego, kompensator równoległy, odbiornik

Fig. 5.1. Block diagram of one-phase network: Real source of nonsinusoidal voltage, parallel compensator, load

Zadanie P1.

P1. Należy przeprowadzić minimalizację wartości skutecznej prądu źródła

$$\min \sum_{h=0}^n I_h I_h^* \quad (5.7)$$

Zadanie P2.

P2. Należy przeprowadzić minimalizację funkcji celu, która jest zadaniem kompromisem pomiędzy minimalną wartością skutecznej prądu źródła a jego zniekształceniami względem sinusoidy

$$\min \sum_{h=0}^n V_h^2 I_h I_h^* \quad (5.8)$$

gdzie: $I_h, (I_h^*)$ - wartości skuteczne zespolone (sprzężone) prądu dla h-tej harmonicznej,

$$V_h^2 = \delta_0 + \delta_1 (h\omega)^2 + \delta_2 (h\omega)^4 + \dots + \delta_l (h\omega)^{2l}, \quad (5.9)$$

$\delta_0 > 0, \delta_l \geq 0, l$ -rzęd pochodnej.

Zadanie optymalizacyjne (5.7) nazywane jest w literaturze minimalizacją w $L^2(0, T)$, natomiast zadanie (5.8) minimalizacją w $W^{2, \delta}(0, T)$ [B.8].

Zadania optymalizacyjne P1., P2. należy przeprowadzić dla trzech wariantów ograniczeń dla mocy czynnej P [P.15].

Wariant A

$$P = \text{Re} \left(\sum_{h=0}^n E_h I_h^* - \sum_{h=0}^n Z_h I_h I_h^* \right). \quad (5.10)$$

Wariant ten najczęściej rozważany w literaturze [W.1], [W.5] zapewnia stałość mocy czynnej P w przekroju a-a' przed kompensacją i po kompensacji.

Wariant B

$$P = \text{Re} \sum_{h=0}^n U_h Y_h^* U_h^* \quad (5.11)$$

Wariant ten zapewnia stałość mocy czynnej odbiornika przed i po kompensacji.

Wariant C

$$\text{Re} \left(\sum_{h=0}^n E_h I_h^* - \sum_{h=0}^n Z_h I_h I_h^* \right) = \text{Re} \sum_{h=0}^n U_h Y_h^* U_h^* \quad (5.12)$$

W wariantcie tym kompensator nie pobiera mocy czynnej $P_{komp} = 0$.

5.2. ROZWIĄZANIE POSZCZEGÓLNYCH ZADAŃ

W celu wyznaczenia prądu optymalnego, np. w zadaniu P1. w wariantcie C należy ułożyć funkcjonal Lagrange'a o postaci

$$\Phi(\lambda, \{I_h\}) = \sum_{h=0}^n I_h I_h^* + \lambda \left\{ \text{Re} \left(\sum_{h=0}^n (E_h - Z_h I_h) Y_h^* (E_h - Z_h I_h)^* - \sum_{h=0}^n (E_h I_h^* - Z_h I_h I_h^*) \right) \right\} \quad (5.13)$$

Po przekształceniach

$$\Phi(\lambda, \{I_h\}) = \sum_{h=0}^n \theta I_h I_h^* - \lambda \text{Re} \sum_{h=0}^n (1 + 2G_h Z_h^*) E_h I_h^* + \lambda \sum_{h=0}^n G_h E_h E_h^* \quad (5.14)$$

gdzie:

$$\theta = 1 + \lambda (R_h + G_h |Z_h|^2). \quad (5.15)$$

Natomiast

$$\Phi_1(\lambda, \{I_h + \Delta I_h\}) = \sum_{h=0}^n \theta (I_h + \Delta I_h) (I_h + \Delta I_h)^* - \lambda \text{Re} \sum_{h=0}^n (1 + 2G_h Z_h^*) E_h (I_h + \Delta I_h)^* + \lambda \sum_{h=0}^n G_h E_h E_h^*$$

Przyrost funkcjonału Lagrange'a $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi$ ma postać

$$\Delta\Phi = \operatorname{Re} \sum_{h=0}^n \left(2\theta I_h - \lambda (1 + 2 G_h Z_h^*) E_h \right) \Delta I_h + \sum_{h=0}^n \theta |\Delta I_h|^2. \quad (5.16)$$

Warunkiem wystarczającym istnienia minimum funkcjonału Lagrange'a (5.13) jest, aby $\bigwedge_{\Delta I_h} \bigwedge_{h \in N_0} \Delta\Phi > 0$. Warunkiem koniecznym jest spełnienie zależności (5.17)

$$\bigwedge_{h \in N_0} \left(2\theta I_h - \lambda (1 + 2 G_h Z_h^*) E_h \right) = 0. \quad (5.17)$$

Warunek wystarczający jest spełniony dla dowolnego przyrostu ΔI_h , gdy

$$\bigwedge_{h \in N_0} \theta > 0. \quad (5.18)$$

Warunek (5.18) spełniony jest zawsze dla $\lambda \geq 0$.

Mnożnik Lagrange'a λ wyznaczamy jako dodatnie rozwiązanie warunku mocowego (5.12), który zapewnia, że prąd określony wzorem (5.19) dla każdej rozważanej harmonicznej jest prądem optymalnym

$$\bigwedge_{h \in N_0} I_h^{\text{opt}} = \frac{2 G_h \lambda Z_h^* + \lambda}{2(1 + G_h \lambda |Z_h|^2 + \lambda R_h)} E_h. \quad (5.19)$$

Warunek mocowy (5.12) po przekształceniach przyjmuje postać

$$P = \sum_{h=0}^n \left\{ G_h - \frac{\lambda}{2\theta} a + \left(\frac{\lambda}{2\theta} \right)^2 ab \right\} |E_h|^2 = 0 \quad (5.20)$$

gdzie:

$$a = 1 + 4 G_h R_h + 4 G_h^2 |Z_h|^2, \quad (5.21)$$

$$b = R_h + G_h |Z_h|^2. \quad (5.22)$$

Prąd optymalny źródła (5.19) pozwala na wyznaczenie odpowiadającego mu napięcia $U_h^{\text{opt}}, h \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ w danym przekroju a-a'

$$\bigwedge_{h \in N_0} U_h^{\text{opt}} = E_h - Z_h I_h^{\text{opt}} = \frac{2 + \lambda Z_h^*}{2(1 + G_h \lambda |Z_h|^2 + \lambda R_h)} E_h. \quad (5.23)$$

Na podstawie wyrażeń (5.19) i (5.23) oraz znajomości widma admitancji odbiornika Y_h wyznacza się admitancję potrzebnego kompensatora dla poszczególnych harmonicznych

$$\bigwedge_{h \in N_0} \left(\frac{I_h^{\text{opt}}}{U_h^{\text{opt}}} = Y_k^h + Y_o^h \right), h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.24)$$

Stąd dla rozpatrywanego przypadku

$$\bigwedge_{h \in N_0} \left(Y_k^h = \frac{2 G_h \lambda Z_h^* + \lambda}{2 + \lambda Z_h^*} - Y_o^h \right), h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.25)$$

Postępując analogicznie dla pozostałych wariantów wyznaczono prądy optymalne, a za ich pomocą wartości admitancji kompensatorów, które należy przyłączyć równolegle do zacisków odbiornika. Wyniki dla poszczególnych zadań P1, P2 oraz wariantów zestawiono w tablicach 5.1 + 5.6 [P.15].

Tablica 5.1

WARIANT	zad. P1.	$\min \sum_{h=0}^n I_h I_h^*$
A	$I_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2(1 + \lambda R_h)} E_h$	$U_h^{\text{opt}} = \frac{2 + \lambda Z_h^*}{2(1 + \lambda R_h)} E_h, h \in \{1, \dots, n\}$
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_k^h = G_h + j B_h$	
	$Y_k^h = \frac{\lambda}{2 + \lambda Z_h^*} - Y_o^h, h \in \{1, 2, \dots, n\}$	
	WARUNEK MOCOWY DO WYZNACZENIA λ .	
$P = \sum_{h=0}^n \left[\frac{\lambda}{2(1 + \lambda R_h)} - R_h \frac{\lambda^2}{4(1 + \lambda R_h)^2} \right] E_h ^2$		

Tablica 5.2

WARIANT	zad. P1.	$\min \sum_{h=0}^n I_h I_h^*$
B	$I_h^{\text{opt}} = \frac{G_h \lambda Z_h^*}{1 + G_h \lambda Z_h ^2} E_h$	$U_h^{\text{opt}} = \frac{1}{1 + G_h \lambda Z_h ^2} E_h, h \in \{1, \dots, n\}$
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_k^h = G_h + j B_h$	
	$Y_k^h = G_h \lambda Z_h^* - Y_o^h, h \in \{1, 2, \dots, n\}$	
	WARUNEK MOCOWY DO WYZNACZENIA λ .	
$P = \sum_{h=0}^n G_h \left(\frac{ E_h }{1 + G_h \lambda Z_h ^2} \right)^2$		

Tablica 5.3

WARIANT	zad. <u>P1.</u> $\min \sum_{h=0}^n I_h I_h^*$	
C	$I_h^{opt} = \frac{2 G_h \lambda_* Z_h^* + \lambda_*}{2(1 + G_h \lambda_* Z_h ^2 + \lambda_* R_h)} E_h$	$U_h^{opt} = \frac{2 + \lambda_* Z_h^*}{2(1 + G_h \lambda_* Z_h ^2 + \lambda_* R_h)} E_h, h \in \{1, \dots, n\}$
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k_h} = G_{k_h} + j B_{k_h}$	
	$Y_{k_h} = \frac{2 G_h \lambda_* Z_h^* + \lambda_*}{2 + \lambda_* Z_h^*} - Y_h, h \in \{1, 2, \dots, n\}$	
	WARUNEK MOCOWY DO WYZNACZENIA λ_*	
	$P = \sum_{h=0}^n \left\{ G_h - \frac{\lambda}{2\theta} a + \left(\frac{\lambda}{2\theta}\right)^2 ab \right\} E_h ^2 = 0$ gdzie: $\theta = 1 + \lambda(R_h + G_h Z_h ^2)$; $a = 1 + 4 G_h R_h + 4 G_h^2 Z_h ^2$; $b = R_h + G_h Z_h ^2$	

Tablica 5.4

WARIANT	zad. <u>P2.</u> $\min \sum_{h=0}^n \nabla_h^2 I_h I_h^*$	
A	$I_h^{opt} = \frac{\lambda_*}{2(\nabla_h^2 + \lambda_* R_h)} E_h$	$U_h^{opt} = \frac{2\nabla_h^2 + \lambda_* Z_h^*}{2(\nabla_h^2 + \lambda_* R_h)} E_h, h \in \{1, \dots, n\}$
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k_h} = G_{k_h} + j B_{k_h}$	
	$Y_{k_h} = \frac{\lambda_*}{2\nabla_h^2 + \lambda_* Z_h^*} - Y_h, h \in \{1, 2, \dots, n\}$	
	WARUNEK MOCOWY DO WYZNACZENIA λ_*	
	$P = \sum_{h=0}^n \left[\frac{\lambda}{2(\nabla_h^2 + \lambda R_h)} - R_h \frac{\lambda^2}{4(\nabla_h^2 + \lambda R_h)^2} \right] E_h ^2$	

Tablica 5.5

WARIANT	zad. <u>P2.</u> $\min \sum_{h=0}^n \nabla_h^2 I_h I_h^*$	
B	$I_h^{opt} = \frac{G_h \lambda_* Z_h^*}{\nabla_h^2 + G_h \lambda_* Z_h ^2} E_h$	$U_h^{opt} = \frac{\nabla_h^2}{\nabla_h^2 + G_h \lambda_* Z_h ^2} E_h, h \in \{1, \dots, n\}$
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k_h} = G_{k_h} + j B_{k_h}$	
	$Y_{k_h} = \frac{G_h \lambda_* Z_h^*}{\nabla_h^2} - Y_h, h \in \{1, 2, \dots, n\}$	
	WARUNEK MOCOWY DO WYZNACZENIA λ_*	
	$P = \sum_{h=0}^n G_h \left(\frac{\nabla_h^2 E_h }{\nabla_h^2 + G_h \lambda Z_h ^2} \right)^2$	

Tablica 5.6

WARIANT	zad. <u>P2.</u> $\min \sum_{h=0}^n \nabla_h^2 I_h I_h^*$	
C	$I_h^{opt} = \frac{2 G_h \lambda_* Z_h^* + \lambda_*}{2(\nabla_h^2 + G_h \lambda_* Z_h ^2 + \lambda_* R_h)} E_h$	$U_h^{opt} = \frac{2\nabla_h^2 + \lambda_* Z_h^*}{2(\nabla_h^2 + G_h \lambda_* Z_h ^2 + \lambda_* R_h)} E_h$
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k_h} = G_{k_h} + j B_{k_h}$	
	$Y_{k_h} = \frac{2 G_h \lambda_* Z_h^* + \lambda_*}{2\nabla_h^2 + \lambda_* Z_h^*} - Y_h, h \in \{1, 2, \dots, n\}$	
	WARUNEK MOCOWY DO WYZNACZENIA λ_*	
	$P = \sum_{h=0}^n \left\{ G_h - \frac{\lambda}{2\theta_1} a + \left(\frac{\lambda}{2\theta_1}\right)^2 ab \right\} E_h ^2 = 0$ gdzie: $\theta_1 = \nabla_h^2 + \lambda(R_h + G_h Z_h ^2)$; $a = 1 + 4 G_h R_h + 4 G_h^2 Z_h ^2$; $b = R_h + G_h Z_h ^2$	

Dla wszystkich rozważanych zadań i wariantów pełna kompensacja wymaga użycia kompensatora aktywnego. W następnych punktach zaproponowano podejście suboptymalizacyjne tylko za pomocą elementów LC.

5.3. SUBOPTIMALIZACJA DLA POSZCZEGÓLNYCH ZADAŃ I WARIANTÓW ZA POMOCĄ UKŁADÓW PASYWNYCH LC

W punkcie tym rozważa się możliwość minimalizacji odchyłki pomiędzy prądem optymalnym źródła dla danego zadania $P1.$, $P2.$ oraz rozważanych wariantów przedstawionych w punktach 5.1 oraz 5.2 a prądem źródła, gdy kompensator realizowany jest za pomocą dwójników LC. Rozważmy ponownie obwód przedstawiony na rys. 5.1. Prąd $I_h^{opt(zw)}$, $h \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ wyznaczony dla danego zadania i dla danego wariantu optymalizacyjnego określony jest zależnością

$$\bigwedge_{h \in N_0} I_h^{opt(zw)} = Y_h^{opt(zw)} E_h \quad (5.26)$$

gdzie: $Y_h^{opt(zw)}$ - admitancja widziana z zacisków idealnego źródła, jaką można uzyskać za pomocą kompensatora realizującego żądane zadanie oraz dany wariant: $z=1$ dotyczy zadania $P1.$, $z=2$ zadania $P2.$ natomiast $(w=\{a, b, c\})$ odpowiada poszczególnym wariantom.

Admitancje kompensatora dla poszczególnych zadań i wariantów mają postać

$$Y_{k_h}^{(zw)} = G_{k_h}^{(zw)} + j B_{k_h}^{(zw)}, h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.27)$$

Jeżeli natomiast kompensator stanowią tylko dwójniki LC, to prąd źródła dla każdej rozważanej harmonicznej $I_h \neq I_h^{opt(zw)}$, $h \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Naszym zadaniem jest dobór susceptancji kompensatora reaktancyjnego B_{k_h}' dla $h \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ tak, aby

$$\bigwedge_{h \in N_0} \|I_h' - I_h^{opt(zw)}\|^2 \rightarrow \min \quad (5.28)$$

gdzie:

$$I_h' = \frac{E_h}{Z_h + \frac{1}{j B_{k_h}' + Y_{o_h}'}} = \frac{(Y_{o_h}' + j B_{k_h}') E_h}{1 + Z_h (Y_{o_h}' + j B_{k_h}')}. \quad (5.29)$$

Natomiast

$$I_h' - I_h^{opt(zw)} = \left(\frac{Y_{o_h}' + j B_{k_h}'}{1 + Z_h (Y_{o_h}' + j B_{k_h}')} - Y_h^{opt(zw)} \right) E_h. \quad (5.30)$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$I_h' - I_h^{opt(zw)} = \Delta Y_h^{(zw)} E_h \frac{Y_{o_h}' - Y_h^{opt(zw)} (1 + Z_h Y_{o_h}') + j(1 - Y_h^{opt(zw)} Z_h) B_{k_h}'}{1 + Z_h Y_{o_h}' + j B_{k_h}' Z_h} E_h. \quad (5.31)$$

Wzór (5.31) można przedstawić w prostszej postaci, wprowadzając oznaczenia:

$$a = Y_{o_h}' - Y_h^{opt(zw)} (1 + Z_h Y_{o_h}'), \quad (5.32)$$

$$b = j(1 - Y_h^{opt(zw)} Z_h), \quad (5.33)$$

$$c = 1 + Z_h Y_{o_h}', \quad (5.34)$$

$$d = j Z_h, \quad (5.35)$$

$$x = \frac{B_{k_h}'}{B_{k_h}'}. \quad (5.36)$$

Wykorzystując te oznaczenia, mamy

$$I_h' - I_h^{opt(zw)} = \Delta Y_h^{(zw)} E_h = \frac{a + bx}{c + dx}. \quad (5.37)$$

Wzór (5.37) opisuje dobrze nam znaną funkcję homograficzną, której obrazem na płaszczyźnie zespolonej przy zmianie $x \in (-\infty, \infty)$ jest w ogólnym przypadku okrąg. Okrąg ten opisany jest równaniem

$$(\Psi - \Psi_0)(\Psi^* - \Psi_0^*) = r^2 \quad (5.38)$$

gdzie:

$$\Psi_0 = \frac{ad^* - bc^*}{cd^* - c^*d} - \text{środek okręgu}, \quad (5.39)$$

$$r = \left| \frac{ad - bc}{cd - c^*d} \right| - \text{promień okręgu}. \quad (5.40)$$

Szukamy minimum funkcji $|\Psi|$ o postaci

$$|\Psi| = |\Delta Y_h^{(zw)}|^2 = \frac{(a + bx)(a^* + b^*x)}{(c + dx)(c^* + d^*x)} = \frac{|b|^2 x^2 + 2x \operatorname{Re}(ab^*) + |a|^2}{|d|^2 x^2 + 2x \operatorname{Re}(cd^*) + |c|^2}. \quad (5.41)$$

Warunek konieczny ekstremum $\frac{d|\Psi|}{dx} = 0$, spełniony jest dla pierwiastków równania kwadratowego o postaci

$$\{|b|^2 \operatorname{Re}(cd^*) - |d|^2 \operatorname{Re}(ab^*)\} x^2 + (|b|^2 |c|^2 - |a|^2 |d|^2) x + |c|^2 \operatorname{Re}(ab^*) - |a|^2 \operatorname{Re}(cd^*) = 0. \quad (5.42)$$

Szukaną wartością $\bigwedge_{h \in N_0} B_{k_h}'$ spełniającą warunek minimum funkcji (5.41) jest ten pierwiastek równania kwadratowego (5.42), dla którego wartość wyrażenia $|\Phi|$ jest mniejsza. Podobne podejście dla minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła przy stałości mocy czynnej źródła było prezentowane również w pracach [C. 4], [P. 19].

5.4. PEWNA PROPOZYCJA UPROSZCZONEJ MODYFIKACJI UKŁADÓW JEDNOFAZOWYCH

W punkcie tym zostanie przedstawione inne podejście do niepełnej modyfikacji obwodów tylko za pomocą elementów LC.

Cele niniejszego punktu są następujące:

- wyznaczenie optymalnej wartości skutecznej prądu źródła dla każdej rozpa-

trywanej harmoniczej dla układu przedstawionego na rys. 5.1 przy warunku ubocznym:

$$\bigwedge_{h \in N_0} \frac{1}{T} \int_0^T u_h(t) i_h(t) dt = 0, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (5.43)$$

gdzie:

$u_h(t), (i_h(t))$ - napięcie (prąd) kompensatora h-tej harmoniczej,

- przeprowadzenie syntezy kompensatora realizującego zadane warunki ■.

Funkcjonał Lagrange'a dla tak postawionego problemu ma postać:

$$\Phi(\lambda, \{I_h\}) = I_h I_h^* + \lambda \left\{ G_h U_h U_h^* - \operatorname{Re}(E_h I_h^* - Z_h I_h I_h^*) \right\}. \quad (5.44)$$

Przekształcając wzór (5.44), otrzymuje się:

$$\Phi(\lambda, I_h) = \theta I_h I_h^* + \lambda G_h |E_h|^2 - \lambda \operatorname{Re}(E_h I_h^* + 2 G_h E_h Z_h^* I_h^*) \quad (5.45)$$

gdzie:

$$\theta = 1 + \lambda(R_h + G_h |Z_h|^2). \quad (5.46)$$

Przyrost funkcjonału Lagrange'a:

$\Delta\Phi(\lambda, I_h) = \Phi(\lambda, I_h + \Delta I_h) - \Phi(\lambda, I_h)$ ma postać:

$$\Delta\Phi(\lambda, I_h) = \operatorname{Re} \left[2\theta I_h - \lambda(E_h + 2 G_h E_h Z_h^*) \right] \Delta I_h^* + \theta |\Delta I_h|^2. \quad (5.47)$$

Warunkiem koniecznym istnienia minimum funkcjonału Lagrange'a (5.44) jest spełnienie zależności (5.48)

$$2\theta I_h - \lambda(E_h + 2 G_h E_h Z_h^*) = 0. \quad (5.48)$$

Warunek wystarczający jest spełniony dla dowolnego przyrostu ΔI_h , gdy:

$$\theta = 1 + \lambda(R_h + G_h |Z_h|^2) > 0. \quad (5.49)$$

Warunek (5.49) spełniony jest zawsze dla $\lambda > 0$.

Z warunku (5.48) wyznaczamy prąd optymalny:

$$I_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda_*(1 + 2 G_h Z_h^*) E_h}{2\theta}. \quad (5.50)$$

Napięcie w przekroju a-a' przyjmuje postać:

$$U_h^{\text{opt}} = E_h - Z_h I_h^{\text{opt}} = \frac{2 + \lambda_* Z_h^*}{2\theta} E_h. \quad (5.51)$$

Admitancję kompensatora dla każdej rozpatrywanej harmoniczej wyznacza się ze związku (5.52)

$$\frac{I_h^{\text{opt}}}{U_h^{\text{opt}}} = Y_k + Y_o, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.52)$$

Po przekształceniach wyrażeń (5.50), (5.51) oraz (5.52) mamy:

$$Y_k = \frac{\lambda_*(1 + 2 G_h Z_h^*)}{2 + \lambda_* Z_h^*} - Y_o, \quad (5.53)$$

$$Y_o = \frac{X_h \lambda_*^2 - 4 X_h G_h \lambda_*}{(2 + R_h \lambda_*)^2 + (X_h \lambda_*)^2} - Y_o, \quad (5.54)$$

Sprawdzaniem poprawnego rozwiązania postawionego problemu jest związek $\bigwedge_k G_h = 0$. W wyrażeniach (5.50), (5.51) oraz dalszych λ_* stanowi dodatnie rozwiązanie bilansu mocy (5.55) po wstawieniu za prąd $I_h(\lambda)$ wyrażenia wyznaczonego ze wzoru (5.48).

$$\bigwedge_{h \in N_0} \left\{ \operatorname{Re}(E_h I_h^* - Z_h I_h I_h^*) = \operatorname{Re} U_h Y_h^* U_h^* \right\}. \quad (5.55)$$

Po przekształceniach równanie (5.55) sprowadza się do postaci:

$$ab \left(\frac{\lambda}{2\theta} \right)^2 - a \frac{\lambda}{2\theta} + G_h = 0 \quad (5.56)$$

gdzie:

$$a = 1 + 4 G_h R_h + 4 G_h^2 |Z_h|^2, \quad (5.57)$$

$$b = R_h + G_h |Z_h|^2, \quad (5.58)$$

$$2\theta = 2[1 + \lambda(R_h + G_h |Z_h|^2)]. \quad (5.59)$$

Wprowadzając do równania (5.56) podstawienie:

$$\vartheta = \frac{\lambda}{2\theta} \quad (5.60)$$

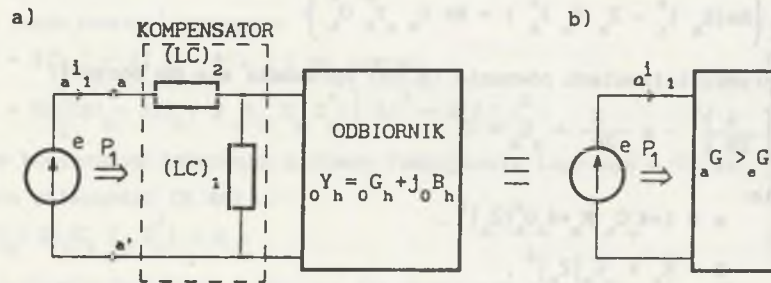
i rozwiązując je, otrzymujemy po prostych przekształceniach dwa rozwiązania. Ze wzoru na warunek wystarczający (5.49) wynika, że należy przyjąć tylko rozwiązanie dodatnie, stąd:

Uwaga 5.1

Ze względu na fakt, że dla uzyskania prądu optymalnego we wszystkich rozważanych zadaniach i wariantach wymagany jest kompensator aktywny, należy rozważyć również metody niepełnej modyfikacji opisane w punktach 5.3 i 5.4. W wielu przypadkach odstępianie od pełnej kompensacji (użycie tylko elementów pasywnych) wydaje się być uzasadnione.

5.5. UWAGI O KOMPENSACJI PRĄDU ROZPROSZENIA ZA POMOCĄ UKŁADÓW LC DLA OBWODÓW LINIOWYCH ZASILANYCH ZE ŹRÓDEŁ IDEALNYCH I RZECZYWISTYCH NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO OKRESOWEGO

L.S. Czarnecki w pracy [C.16] przedstawił koncepcję kompensacji składowej rozproszenia za pomocą dwójników LC, z których jeden $(LC)_1$ jest włączony równolegle na zaciski odbiornika, a drugi $(LC)_2$ szeregowo, jak to ilustruje rys.5.2a. Na skutek modyfikacji obwodu za pomocą takich dwójników układ widziany z zacisków idealnego źródła jest równoważny obwodowi pokazanemu na rys.5.2b dla rozpatrywanych harmonicznych. Z rozważań zawartych w pracy [C.16] wynika jednak, że zastępcza konduktancja $G_a > G$. Stąd nasuwa się pierwszy wniosek, że nie można osiągnąć stanu optymalnego, tzn. takiego, przy którym po modyfikacji (kompensacji) jest spełniony następujący warunek $i_a(t) = G_e e(t)$, (por. wzór 2.10). (5.61)

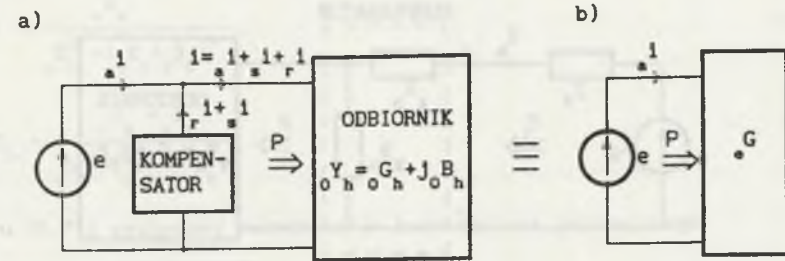


Rys. 5.2. Koncepcja kompensacji prądu reaktancyjnego i rozrzutu za pomocą układu reaktancyjnego [C.16]

Fig. 5.2. General outline of the compensation of reactance current and scattered current by means of a reactance network [C.16]

Warunek (5.61) może być spełniony, jeśli po włączeniu kompensatora (rys.5.3a) lub jak na rys.5.2a układ widziany z zacisków idealnego źródła jest równoważny obwodowi przedstawionemu na rys.5.3b. Minimalna wartość, jaką może przyjmować G_a , jest narzucona przez maksymalną wartość $(G_h)_{max}$. Ponieważ ogólnie $G_a \geq (G_h)_{max}$, to modyfikacja zaproponowana w pracy [C.16] zapewnia jedynie to, że prąd źródła powtarza kształt napięcia i spełnia zależność $i_a(t) = G_e e(t)$. (5.62)

Zródło wydaje tylko moc czynną, ale $P_1 > P$ (rys.5.2b i rys.5.3b). Otrzymana w ten sposób wartość skuteczna prądu źródła po kompensacji $|I_1|$ może okazać się większa od wartości skutecznej prądu $|I|$ (rys.5.3a) przed kompensacją.



Rys. 5.3. Układ: źródło, kompensator, odbiornik

Fig. 5.3. System: source, compensator, load

Należy zatem postawić pytanie:

Czy jest to kompensacja prądu rozproszenia określonego wzorem (5.63)

$$i_a(t) = (G_0 - G)E_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (G_h - G)E_h \exp j\omega_0 t, \quad (5.63)$$

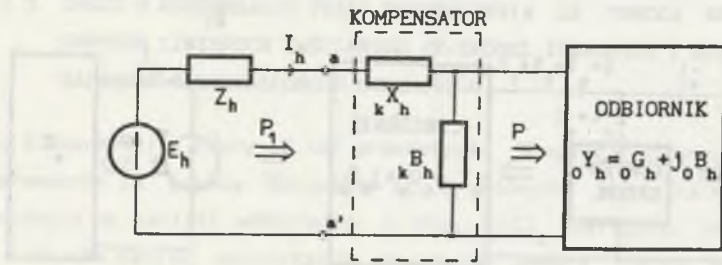
czy tylko kompensacja dążąca do tego, aby prąd powtarzał kształt napięcia źródła bez względu na uzyskaną wartość skuteczną prądu źródła.

Na podstawie kryterium optymalizacyjnego w dalszej części wykazemy, że nawet dla źródła idealnego nie można za pomocą dwójników LC zaproponowanych w pracy [C.16] doprowadzić do układu przedstawionego na rys.5.3b. Tak więc mówienie o całkowitej kompensacji prądu rozproszenia i prądu reaktancyjnego dla odbiornika liniowego o znanej admitancji (Y_h) za pomocą dowolnej konfiguracji układów LC jest raczej dyskusyjne. W dalszej części zostaną podane przykłady świadczące o tym, że zaproponowana w artykule [C.16] modyfikacja może zwiększać wartość skuteczną prądu źródła ponad jego wartość skuteczną przed kompensacją. Przedstawimy sformułowanie i rozwiązanie problemu dla obwodu przedstawionego na rys.5.4 zasilanego z rzeczywistego źródła napięcia okresowego odkształconego. Należy dobrać (o ile jest to możliwe) wartości reaktancji kompensatora wzdużnego (X_k) i susceptancji kompensatora poprzecznego (B_h) $h \in \{1, 2, \dots, n\}$ na podstawie rozwiązania zadania optymalizacyjnego.

$$\min \sum_{h=0}^n I_h I_h^*, \quad (5.64)$$

przy warunku ubocznym na stałość mocy czynnej P w danym przekroju a-a'

$$P = P_1 = \operatorname{Re} \left(\sum_{h=0}^n E_h I_h^* - \sum_{h=0}^n Z_h I_h I_h^* \right). \quad (5.65)$$



Rys.5.4. Schemat rozważanego obwodu: rzeczywiste źródło, układ kompensujący odbiornik

Fig.5.4. Diagram of the considered circuit: real source, system compensating the load

Funkcjonał Lagrange'a utworzony na podstawie wzorów (5.64) oraz (5.65) przyjmuje postać

$$\Phi(\lambda, \{I_h\}) = \sum_{h=0}^n I_h I_h^* + \lambda \left\{ P - \operatorname{Re} \left(\sum_{h=0}^n (E_h I_h^* - Z_h I_h I_h^*) \right) \right\}.$$

Po rozwiązaniu otrzymuje się prąd optymalny o postaci

$$\bigwedge_{h \in N} I_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2(1+\lambda R_h)} E_h \quad (5.66)$$

gdzie λ - dodatnie rozwiązanie równania bilansu na stałość mocy czynnej P.

$$P = \sum_{h=0}^n |E_h|^2 \left[\frac{\lambda}{2(1+\lambda R_h)} - R_h \left(\frac{\lambda}{2(1+\lambda R_h)} \right)^2 \right]. \quad (5.67)$$

Wyznaczenie prądu optymalnego (5.66) pozwala na określenie napięcia pomiędzy zaciskami a-a' (rys.5.4).

$$\bigwedge_{h \in N_0} U_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2(1+\lambda R_h)} E_h. \quad (5.68)$$

Para prąd (5.66) i napięcie (5.67) określa impedancję Z_h^{opt} , która zapewnia warunek (5.64).

$$Z_h^{\text{opt}} = R_h + \frac{2}{\lambda} - j \lambda X_h, \quad \text{dla każdej harmonicznej } h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.69)$$

Z drugiej strony, dla układu z rys.5.4, mamy

$$Z_{\text{weh}} = j_k X_h + \frac{1}{G_h + j(B_h + B_k)} \quad (5.70)$$

Porównując wzory (5.69) oraz (5.70) otrzymuje się

$$R_h + \frac{2}{\lambda} = \frac{G_h}{G_h^2 + (B_h + B_k)^2}, \quad (5.71)$$

$$-X_h = X_k - \frac{B_h + B_k}{G_h^2 + (B_h + B_k)^2}.$$

Ze wzoru (5.71) wyznaczmy susceptancje kompensatora poprzecznego

$$B_k = -B_h + \sqrt{\frac{\lambda G_h}{2 + R_h \lambda} - G_h^2}, \quad \text{dla } h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.72)$$

Ponieważ B_k musi być rzeczywiste, więc warunkiem rozwiązania jest, aby

$$\frac{\lambda G_h}{2 + R_h \lambda} - G_h^2 > 0 \quad (5.73)$$

lub co jest równoważne

$$\lambda > \frac{2 G_h}{1 - R_h G_h}. \quad (5.74)$$

Aby były spełnione warunki (5.64) oraz (5.65), współczynnik Lagrange'a λ musi być dodatni, więc $\bigwedge_{h \in N} (1 - R_h G_h) > 0$, co nie zawsze musi być spełnione.

Należy postawić pytanie, czy warunek (5.74) jest możliwy do spełnienia nawet dla źródła idealnego?

Niech źródło będzie idealne ($R_h = 0$), wtedy

$$\bigwedge_{h \in N_0} \lambda > 2 G_h. \quad (5.75)$$

Natomiast na podstawie wzoru (5.67) dla ($R_h = 0$), $\lambda = 2 G_h$.

Zatem musiałby zachodzić następujący warunek

$$\bigwedge_{h \in N_0} G_h \geq G_h. \quad (5.76)$$

Warunek (5.76) nie jest spełniony z wyjątkiem jednego przypadku, gdy

$$\bigwedge_{h \in N_0} G_h = \text{const} = G, \quad \text{ale wówczas nie ma prądu rozproszenia (por wzór 5.63).}$$

Uwaga 5.2

Reasumując, należy stwierdzić na podstawie przeprowadzonych rozważań, zawartych w rozdziale 5 łącznie z uwagami zawartymi w punkcie 5.5, że do uzyskania prądu optymalnego źródła bez względu na przyjęte kryterium optymalizacji

cyjne konieczne jest użycie kompensatora aktywnego. Za pomocą kompensatora pasywnego LC można dokonać suboptymalizacji opisaną w punktach 5.3 oraz 5.4, która w wielu wypadkach może okazać się bardzo przydatna.

Przykład 5.1

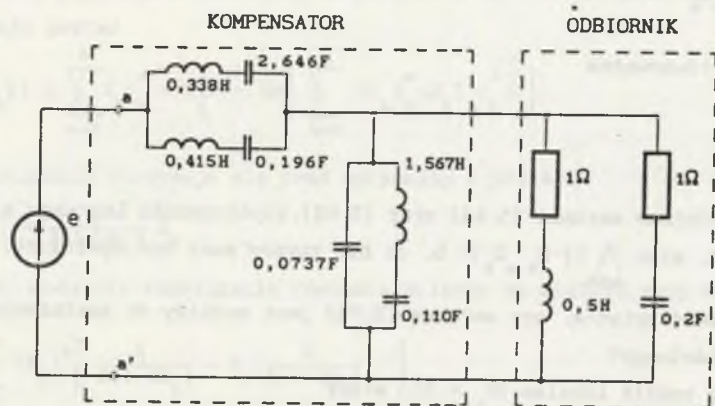
Zasilmy układ przedstawiony w pracy [C.16] wraz z dołączonym układem kompensującym (rys.5.5) z idealnego źródła napięcia odkształconego o postaci:

$e(t) = \sqrt{2}(150\cos\omega_0 t + 50\cos3\omega_0 t + 30\cos5\omega_0 t)$, $\omega_0 = 1$ rad/s. Wartości prądów i mocy czynnej w tym układzie są następujące:

przed kompensacją: $|I| = 134,16$ A; $P = 20,871$ kW; $G = 0,806$ S,

po kompensacji: $|I_1| = 134,9$ A; $P_1 = 21,717$ kW; $G = 0,838$ S, $|I_1| > |I|$.

Natomiast prąd optymalny $|I| = 129,69$ A.



Rys.5.5. Rozważany układ z przykładu 5.1

Fig.5.5. Considered network from the example 5.1

Przykład 5.2

Rozważmy obwód przedstawiony na rys.5.6 zasilony napięciem odkształconym:

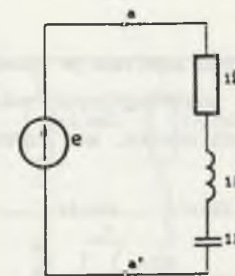
$e(t) = \sqrt{2}(120\cos\omega_0 t + 60\cos2\omega_0 t + 40\cos3\omega_0 t)$, $\omega_0 = 1$ rad/s.

Wartości prądów i mocy czynnej w tym obwodzie są następujące:

przed kompensacją: $|I| = 125,32$ A; $P = 15,702$ kW; $G = 0,801$ S,

po kompensacji: $|I_1| = 140$ A; $P_1 = 19,6$ kW; $G = 1$ S, $|I_1| > |I|$.

Natomiast prąd optymalny $|I| = 112,16$ A.



Rys.5.6. Rozważany układ z przykładu 5.2

Fig.5.6. Considered network from the example 5.2

Przedstawione przykłady uzasadniają wysunięte wcześniej wątpliwości.

Przykład 5.3

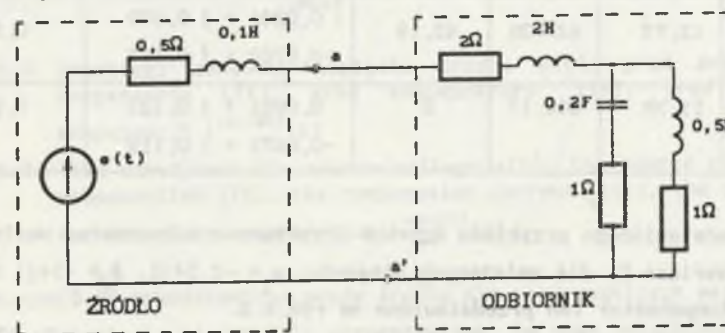
Dla układu przedstawionego na rys.5.7 o napięciu:

$e(t) = 60\sqrt{2}\cos\omega_0 t - 20\sqrt{2}\cos3\omega_0 t$, parametrach wewnętrznych źródła $L = 0,1$ H, $R = 0,5$ Ω, pulsacji podstawowej $\omega_0 = 1$ rad/s, i admitancjach odbiornika dla rozpatrywanych harmonicznych:

$Y_1 = 0,2089 - j 0,1265$ S ; $Y_3 = 0,0737 - j 0,1194$ S,

należy przeprowadzić modyfikację układu dla wszystkich rozważanych w rozdziale 5 zadań (P1.,P2.) oraz wariantów (A,B,C) optymalizacyjnych, podając wartości admitancji kompensatorów. Podać wartości prądów optymalnych dla każdego zadania (P1.,P2.) i wariantu. Podać przebiegi prądów źródła przed i po kompensacji. Do rozwiązania przedstawionych zagadnień sporządzono pakiet programów komputerowych. W trakcie rozwiązania obliczono:

- moc czynną odbiornika przed kompensacją $P = 627,36$ W,
- wartość skuteczną prądu źródła $|I| = 13,36$ A,
- współczynnik mocy źródła $\cos\phi = 0,84$.



Rys.5.7. Rozważany układ z przykładu 5.3

Fig.5.7. Considered network from the example 5.3

W tabelach 5.1 + 5.2 zestawiono admitancje kompensatorów oraz następujące wielkości po kompensacji dla poszczególnych zadań i wariantów: prąd optymalny, moc czynną odbiornika, moc czynną kompensatora, $\cos\varphi$ źródła.

Tabela 5.1

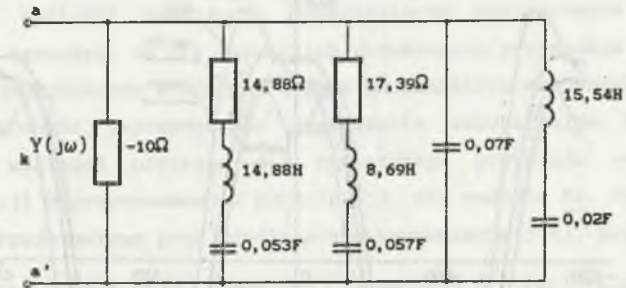
WARIANT	zad. P1. $\min \sum_{h=0}^n I_h I_h^*$				
	$ I^{opt} $	P_{oddb}	P_{komp}	$Y_k = G_k + j B_k$	$\cos\varphi'$
	A	W	W	S	
A	10,85	653,49	-26,13	$-0,0213 + j 0,132$ $0,1133 + j 0,129$	1
B	12,61	627,36	58,43	$-0,0194 + j 0,081$ $0,0067 + j 0,072$	0,96
C	11,24	647,30	0	$-0,0151 + j 0,122$ $0,1015 + j 0,120$	0,99

Tabela 5.2

WARIANT	zad. P2. $\min \sum_{h=0}^n V_h^2 I_h I_h^*$ dla $\delta_0=1, \delta_1=1, \delta_2=1$				
	$ I^{opt} $	P_{oddb}	P_{komp}	$Y_k = G_k + j B_k$	$\cos\varphi'$
	A	W	W	S	
A	11,51	644,24	-16,88	$0,00315 + j 0,113$ $-0,0659 + j 0,119$	0,95
B	12,74	627,36	42,19	$0,0246 + j 0,079$ $-0,0709 + j 0,117$	0,93
C	11,78	640,17	0	$0,0091 + j 0,123$ $-0,0672 + j 0,119$	0,94

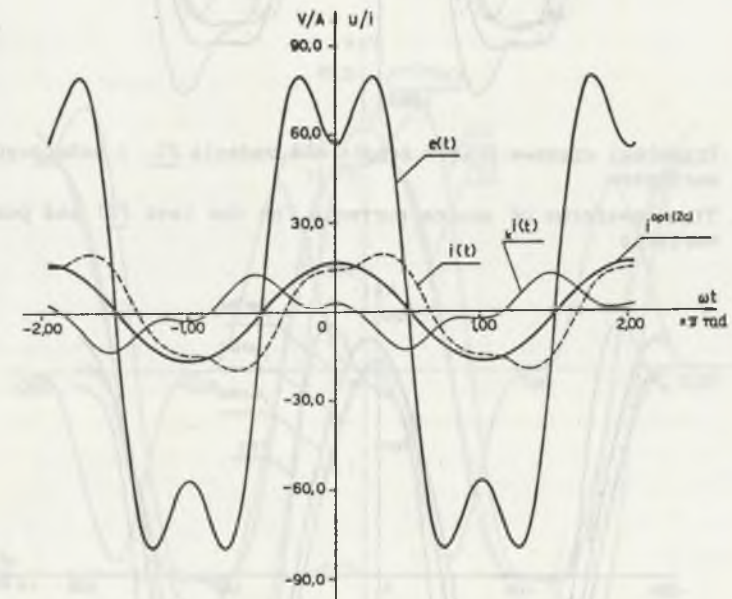
Dla przedstawionego przykładu dobrano przykładowo kompensator według zadania P2. wariant C, dla założonych biegunów: $s_1 = -0,5 + j1$, $s_2 = -1 + j1$ oraz $k_0 = -0,1$. Kompensator ten przedstawiono na rys. 5.8.

Na rys. 5.9 przedstawiono przebiegi czasowe: napięcia źródła $e(t)$, prądu źródła przed kompensacją $i(t)$, prądu kompensatora $i_k(t)$ oraz przebieg prądu źródła po kompensacji dla zadania P2. wariantu C, $i^{opt(2c)}(t)$



Rys. 5.8. Kompensator dla przykładu 5.3 zadania P2., wariant C

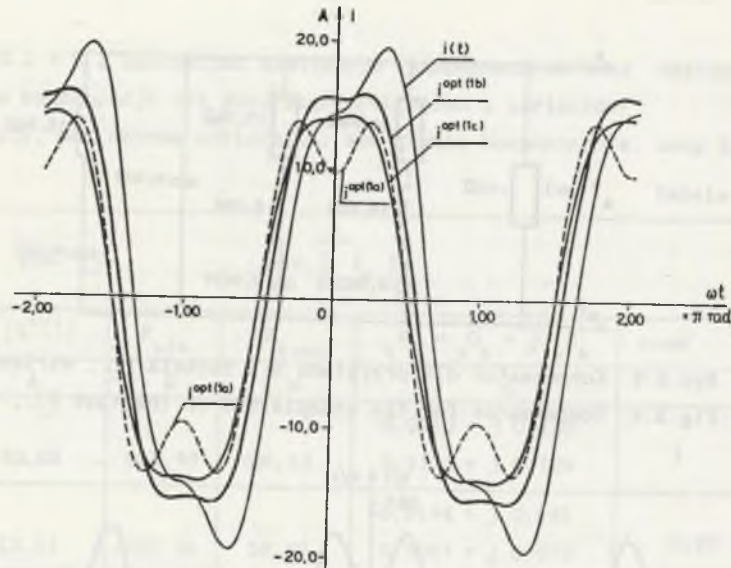
Fig. 5.8. Compensator for the example 5.3 of the task P2., variant C



Rys. 5.9. Przebiegi czasowe: napięcie źródła $e(t)$, prąd źródła przed kompensacją $i(t)$, prąd kompensatora $i_k(t)$, prąd źródła po kompensacji $i^{opt(2c)}(t)$

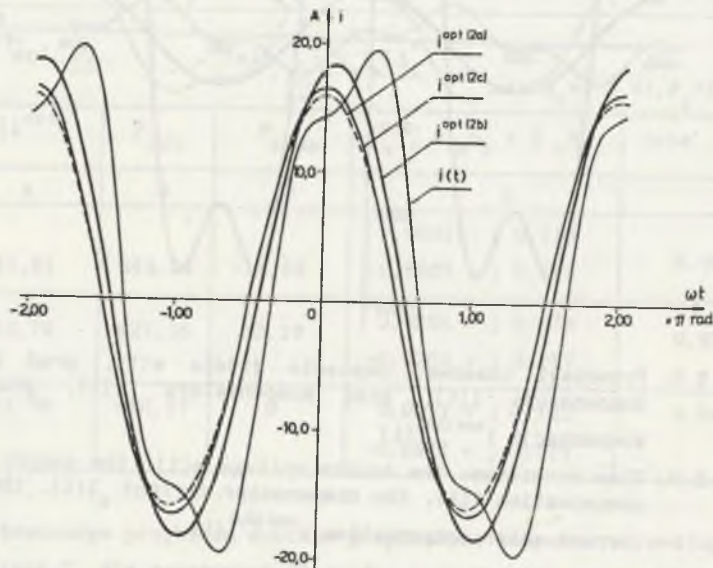
Fig. 5.9. Time waveforms: the source voltage $e(t)$, the source current before compensation $i(t)$, the compensator current $i_k(t)$, the source current after compensation $i^{opt(2c)}(t)$

Na rys. 5.10 przedstawiono prądy źródła dla poszczególnych wariantów zadania P1. Natomiast na rys. 5.11 przedstawiono te same wielkości dla zadania P2. przy $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$.



Rys.5.10. Przebiegi czasowe prądów źródła dla zadania P1. i poszczególnych wariantów

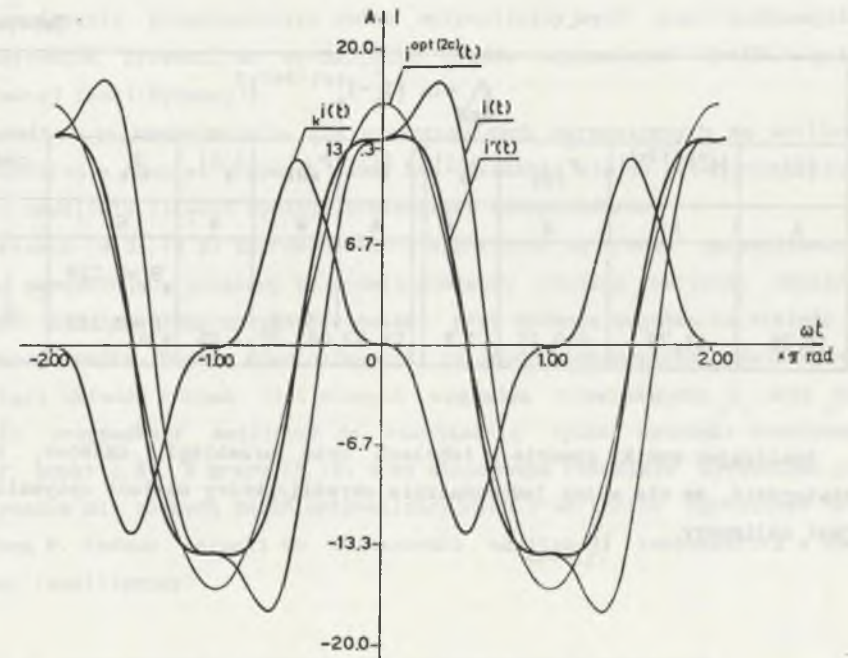
Fig.5.10. Time waveforms of source currents for the task P1. and particular variants



Rys.5.11. Przebiegi czasowe prądów źródła dla zadania P2. i poszczególnych wariantów

Fig.5.11. Time waveforms of source currents for the task P2. and particular variants

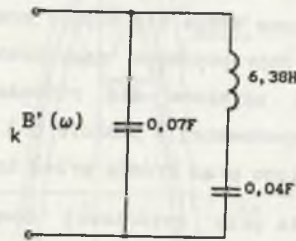
Analizując wartości admitancji kompensatorów zestawionych w tabelach 5.1+5.2 można zauważyć, że dla wszystkich rozważanych przypadków do całkowitej kompensacji konieczne staje się użycie kompensatora aktywnego. Aby ominąć tę niedogodność, zaproponowano rozwiązania suboptymalne. W tabeli 5.3 przedstawiono wartości uzyskane dla rozważanego przykładu według metody suboptymalizacji zaproponowanej w punkcie 5.3. dla zadania P2. wariantu C. Na rys.5.12 przedstawiono prąd źródła przed kompensacją $i(t)$, prąd optymalny $i^{opt(2c)}(t)$, prąd źródła przy częściowej kompensacji dwójnikiem LC $i'(t)$ według metody zaproponowanej w punkcie 5.3, oraz prąd kompensatora reaktancyjnego $i_k'(t)$.



Rys.5.12. Przebiegi czasowe: prądu źródła przed kompensacją $i(t)$, prąd optymalny $i^{opt(2c)}(t)$, prąd suboptymalny $i'(t)$

Fig.5.12. Time waveforms: the source current before compensation $i(t)$, the optimum current $i^{opt(2c)}(t)$, the suboptimum current $i'(t)$

Strukturę kompensatora reaktancyjnego $B'_k(\omega)$ przedstawiono na rys. 5.13.



Rys. 5.13. Kompensator reaktancyjny
Fig. 5.13. Reactance compensator

Tabela 5.3

$\bigwedge_{h \in N} \min \ I'_h - I_h^{opt(2c)}\ ^2$								
$ I $	$ I^{opt(2c)} $	P_{odb}	$ I_k $	$ I $	P_{odb}	$ I_k $	B_{kh}	$\cos\varphi$
A	A	W	A	A	W	A	S	
13,36	11,78	640,17	7,2	11,43	643,32	7,05	$B_{k1} = 0,129$ $B_{k3} = 0,118$	0,97

Analizując wyniki zawarte w tabelach oraz przebiegi czasowe, należy stwierdzić, że nie można jednoznacznie określić, który wariant optymalizacji jest najlepszy.

6. DOBÓR KOMPENSATORÓW OPTIMALIZUJĄCYCH I SUBOPTIMALIZUJĄCYCH WARUNKI PRACY RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ TRÓJFAZOWYCH OKRESOWYCH NIESINUSOIDALNYCH

Rozważania przeprowadzone w rozdziale 5 dla układu jednofazowego zostaną uogólnione na układy trójfazowe. Zostaną rozpatrzone obwody ze źródłami trójfazowymi symetrycznymi okresowymi odkształconymi o niezerowej impedancji wewnętrznej. Rozważania te były przedstawione w pracach autora [P.18], [P.25] na przykładzie często spotykanego układu, źródło-kompensator-odbiornik, podanego na rys.6.1. Motywacja przyjęcia takiej struktury jest następująca:

- rozwiązanie poszczególnych zadań optymalizacyjnych oraz poszczególnych wariantów prowadzi do wyróżnienia prądów optymalnych źródła w postaci jawnej (analitycznej),
- admitancje kompensatorów dla poszczególnych harmonicznych są możliwe do określenia również w sposób jawny bez uciekania się do metod przybliżonych, co umożliwi łatwość syntezy koniecznych kompensatorów.

W pracach [W.3], [W.5] zaproponowano i wyznaczono na drodze optymalizacyjnej prąd zapewniający ustalony kompromis pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu źródła a jego zniekształceniami przy zadanym warunku na stałość mocy czynnej źródła. Podano również warunki na dobór kompensatora równoległego w postaci układów równań nieliniowych względem niewiadomych G_{kh} oraz B_{kh} , w wielu przypadkach możliwych do rozwiązania tylko metodami numerycznymi (por. punkt 2.4). W pracy [P.18] oraz niniejszym rozdziale wyznaczono prądy optymalne dla różnych zadań optymalizacyjnych i wariantów ograniczeń na moc czynną P. Podano warunki do wyznaczenia admitancji kompensatora w sposób jawny (analityczny).

6.1. SFORMUŁOWANIE I ROZWIĄZANIE PRZEDSTAWIONYCH ZAGADNIĘŃ

Układ przedstawiony na rys.6.1 określony jest za pomocą danych:

- napięcie źródłowe

$$e_1(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_{1h} \exp jh\omega_0 t. \quad (6.1)$$

Zakłada się, że źródło trójfazowe jest symetryczne, czyli spełnia zależności:

$$e_2(t) = e_1(t-T/3), \quad e_3(t) = e_1(t+T/3),$$

napięcie $e_1(t)$ jest okresowe niesinusoidalne, nie zawiera harmoniczných tworzących układ kolejności zerowej,

E_{1h} - oznacza wartość skuteczną zespoloną napięcia źródła dla h-tej harmonicznej,

- macierz impedancji wewnętrznej źródła trójfazowego

$$Z_h = R_h + jX_h, Z_h = Z_h^T, h \in N_0, \text{ indeks T oznacza transpozycje macierzy.} \quad (6.2)$$

- macierz admitancji odbiornika

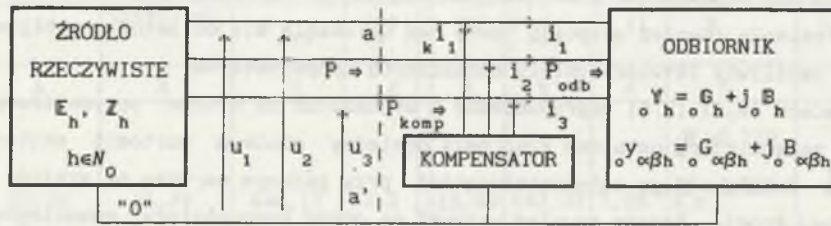
$$Y_h = G_h + jB_h, Y_h = Y_h^T, h \in N_0. \quad (6.3)$$

Impedancje wewnętrzne źródła oraz odbiornika są typu SLS.

Dla obwodu z rys.6.1 należy przez dobór kompensatorów o admitancjach

$$Y_{\alpha Oh} = G_{\alpha Oh} + jB_{\alpha Oh}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0, \quad (6.4)$$

włączonych pomiędzy daną fazę a przewód zerowy (o którym zakłada się, że posiada zerową impedancję (por. rys.6.1) doprowadzić do prądów optymalnych według następujących zadań optymalizacyjnych P1., P2.



Rys.6.1. Układ trójfazowy: Źródło rzeczywiste-kompensator-odbiornik

Fig.6.1. Three-phase network: real source-compensator-load

Zadanie P1.: przeprowadzić minimalizację wartości skutecznej prądu źródła

$$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}. \quad (6.5)$$

Zadanie P2.: przeprowadzić minimalizację funkcji celu, która jest zadaniem kompromisem pomiędzy minimalną wartością skuteczną prądu a jego zniekształceniami względem przebiegu sinusoidalnego

$$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, \quad (6.6)$$

$\nabla_h^2 = \delta_0 + \delta_1 (h\omega)^2 + \delta_2 (h\omega)^4 + \dots + \delta_1 (h\omega)^{2l}$, $\delta_0 > 0$, $\delta_1 \geq 0$, l-rząd pochodnej.

Zadanie optymalizacyjne (6.5) nazywane jest w literaturze [B.9] minimalizacją w $L_3^2(0,T)$, natomiast (6.6) minimalizacją w $W_3^{2,\delta}(0,T)$ [W.3], [B.10], [B.13].

Zadania optymalizacyjne P1., P2. należy przeprowadzić dla trzech wariantów ograniczeń nałożonych na moc czynną P.

Wariant A

$$P = \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T I_h^* - \sum_{h=1}^n I_h^T Z_h^T I_h^* \right\}. \quad (6.7)$$

Wariant ten najczęściej rozpatrywany w literaturze [W.5] zapewnia stałość mocy czynnej w danym przekroju a-a' (por. rys.6.1) przed i po kompensacji.

Wariant B

$$P = \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n U_h^T Y_h U_h^* \right\}. \quad (6.8)$$

Wariant ten zapewnia stałość mocy czynnej odbiornika przed i po kompensacji.

Wariant C

$$\text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T I_h^* - \sum_{h=1}^n I_h^T Z_h^T I_h^* \right\} = \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n U_h^T Y_h U_h^* \right\}. \quad (6.9)$$

W wariantcie tym kompensator nie pobiera mocy czynnej $P_{\text{komp}} = 0$.

Oznaczenia we wzorach 6.7+6.9:

$E_h^T = [E_1, E_2, E_3]_h$ - macierz transponowana napięć źródła dla h-tej harmonicznej,

$I_h^T = [I_1, I_2, I_3]_h$ - macierz transponowana prądów źródła dla h-tej harmonicznej,

$U_h = E_h - Z_h I_h$ - macierz napięcia na odbiorniku dla h-tej harmonicznej,

I_h^* - macierz sprzężona do macierzy I_h , $h \in N_0$,

$$P = (u|i)_{L_3^2(0,T)} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{1}{T} \int_0^T u_{\alpha}(t) i_{\alpha}(t) dt = \text{Re} \sum_{h=1}^n U_h^T I_h^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0. \quad (6.10)$$

Rozwiązanie zagadnienia przeprowadza się za pomocą mnożników Lagrange'a.

Funkcjonał Lagrange'a, np. dla zadania P1. wariantu A ma postać

$$\Phi(\lambda, \{I_h\}) = \sum_{h=1}^n I_h^T I_h^* + \lambda \left\{ P - \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T I_h^* - \sum_{h=1}^n I_h^T Z_h^T I_h^* \right\} \right\}. \quad (6.11)$$

Wektorowi prądu I_h nadajemy dowolny przyrost ΔI_h , wówczas $I_{1h} = I_h + \Delta I_h$, stąd:

$$\Phi_1(\lambda, \{I_h + \Delta I_h\}) = \sum_{h=1}^n (I_h + \Delta I_h)^T (I_h + \Delta I_h)^* + \lambda \left\{ P - \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T (I_h + \Delta I_h)^* - \sum_{h=1}^n (I_h + \Delta I_h)^T Z_h^T (I_h + \Delta I_h)^* \right\} \right\}. \quad (6.12)$$

Przyrost funkcjonału Lagrange'a ma postać

$$\Delta \Phi = \Phi_1 - \Phi = \text{Re} \sum_{h=1}^n \left(2I_h^T (1 + \lambda R_h) - \lambda E_h^T \right) \Delta I_h^* + \sum_{h=1}^n \Delta I_h^T (1 + \lambda R_h) \Delta I_h^*. \quad (6.13)$$

Warunkiem wystarczającym istnienia minimum funkcjonału Lagrange'a (6.11)

$$\text{jest, aby } \bigwedge_{h \in N_0} \Delta \Phi > 0.$$

Warunkiem koniecznym istnienia minimum jest spełnienie równania wektorowego

$$\bigwedge_{h \in N} \left(2 \mathbb{I}_h^T (1 + \lambda R_h) - \lambda E_h^T \right) = 0. \quad (6.14)$$

Warunek wystarczający jest spełniony dla dowolnego przyrostu $\Delta \mathbb{I}_h$, gdy forma kwadratowa określona wzorem (6.15) jest dodatnia, tzn.:

$$\bigwedge_{h \in N} \left(\Delta \mathbb{I}_h^T (1 + \lambda R_h) \Delta \mathbb{I}_h \right) > 0. \quad (6.15)$$

Wobec poczynionych założeń macierz $1 + \lambda R_h$ jest symetryczna oraz nieosobliwa dla każdego $\lambda \geq 0$, zatem forma kwadratowa (6.15) określona jest dodatnio.

Współczynnik λ wyznacza się z warunku mocowego (6.7), w którym prąd $\mathbb{I}_h(\lambda)$ określony jest wzorem

$$\mathbb{I}_h(\lambda) = \frac{\lambda}{2} (1 + \lambda R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda}{2} A_h E_h \quad (6.16)$$

stąd

$$P(\lambda) = \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T \mathbb{I}_h^*(\lambda) - \sum_{h=1}^n \mathbb{I}_h^T(\lambda) Z_h^T \mathbb{I}_h^*(\lambda) \right\} = F(\lambda). \quad (6.17)$$

Można wykazać, podobnie jak to zrobiono w pracach [S.8], [W.3], że $F(\lambda)$ monotonicznie narasta dla $\lambda > 0$, a tym samym istnieje jednoznaczne rozwiązanie zadania optymalizacyjnego (6.5) przy warunku (6.7). Wyznamy w tym celu pochodną $F(\lambda)$

$$F'(\lambda) = \text{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T (\mathbb{I}_h^*(\lambda))' - \sum_{h=1}^n \left[(\mathbb{I}_h^T(\lambda))' R_h^T \mathbb{I}_h^*(\lambda) + \mathbb{I}_h^T(\lambda) R_h (\mathbb{I}_h^*(\lambda))' \right] \right\}. \quad (6.18)$$

Różniczkując obustronnie równanie (6.14) względem λ mamy

$$R_h \mathbb{I}_h(\lambda) + (1 + \lambda R_h) \mathbb{I}_h'(\lambda) = \frac{1}{2} E_h. \quad (6.19)$$

Wykorzystując równanie (6.19) oraz przekształcając równanie (6.18)

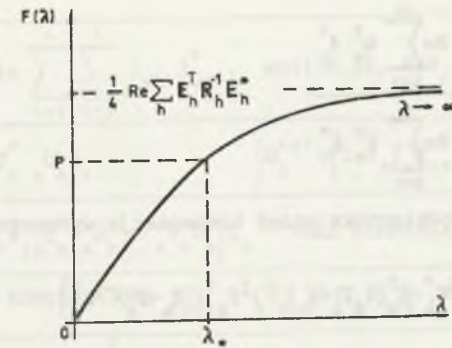
otrzymujemy

$$F'(\lambda) = \text{Re} \sum_{h=1}^n (\mathbb{I}_h^T(\lambda))' (1 + \lambda R_h) (\mathbb{I}_h^*(\lambda))' \geq 0, \text{ dla } \lambda > 0. \quad (6.20)$$

$$\text{Dla } \lambda = 0 \rightarrow \mathbb{I}_h(\lambda) = 0 \rightarrow F(0) = 0.$$

$$\text{Dla } \lambda \rightarrow \infty \quad \mathbb{I}_h(\lambda) = \frac{1}{2} R_h^{-1} E_h, \quad F(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{1}{4} \text{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T R_h^{-1} E_h.$$

Przebieg zmienności $F(\lambda)$ $\lambda \in (0, \infty)$ przedstawiono na rys.6.2.



Rys.6.2. Wykres funkcji $F(\lambda)$

Fig.6.2. Plot of the function $F(\lambda)$

Dla wyznaczonego z równania (6.17) $\lambda_* > 0$ prąd optymalny źródła ma postać

$$\bigwedge_{h \in N_0} \mathbb{I}_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda_*}{2} (1 + \lambda_* R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda_*}{2} A_h E_h. \quad (6.21)$$

Napięcie na odbiorniku przy prądzie optymalnym (6.21) wynosi

$$U_h^{\text{opt}} = E_h - Z_h \mathbb{I}_h^{\text{opt}} = E_h - \frac{\lambda_*}{2} Z_h A_h E_h = \left(1 - \frac{\lambda_*}{2} Z_h A_h \right) E_h. \quad (6.22)$$

Ze znajomości prądu optymalnego $\mathbb{I}_h^{\text{opt}}$ oraz napięcia optymalnego U_h^{opt} $h \in N_0$ wyznacza się wektor prądu kompensatora \mathbb{I}_k . Na podstawie znanego wektora prądu kompensatora można wyznaczyć parametry admitancji kompensatora zapewniającego prąd optymalny. Z rys.6.1 wynika, że

$$\bigwedge_{h \in N_0} \mathbb{I}_h^{\text{opt}} = \mathbb{I}_k + \mathbb{I}_h, \quad \text{gdzie:} \quad (6.23)$$

$$\mathbb{I}_h = Y_h (E_h - Z_h \mathbb{I}_h^{\text{opt}}),$$

a stąd wektor prądu kompensatora \mathbb{I}_k $h \in N_0$

$$\mathbb{I}_k = \left(\frac{\lambda_*}{2} (1 + Y_h Z_h) A_h - Y_h \right) E_h. \quad (6.24)$$

Otrzymana macierz \mathbb{I}_k jest macierzą kolumnową podobnie jak macierz napięcia kompensatora $U_k^{\text{opt}} = U_k$. Admitancję kompensatora dla każdej harmonicznej (włączonego pomiędzy daną fazę a przewód zerowy) wyznacza się z zależności

$$Y_{k \alpha 0h} = \frac{I_{k \alpha 0h}}{U_{k \alpha 0h}}, \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}, \quad h \in N_0. \quad (6.25)$$

Współczynnik Lagrange'a λ_* wyznacza się z równania (6.17), np. za pomocą metody Newtona o punkcie startowym

$$\lambda_0 = G = \frac{P}{\|e\|_{L_3}^2} = \frac{\operatorname{Re} \sum_{h=1}^n U_h^T I_h^*}{\operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T E_h^*} \quad (6.26)$$

gdzie: P moc czynna odbiornika przed kompensacją wyznaczoną ze związku

$$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \left[E_h^T (Z_h^* + Z_h)^{-1} E_h^* - E_h^T ((Z_h + Z_h^*)^{-1})^T Z_h^T (Z_h + Z_h^*)^{-1} E_h^* \right] \quad (6.27)$$

Natomiast moc czynna odbiornika po kompensacji P_{odb}

$$P_{\text{odb}} = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{\text{opt}})^T Y_h^* (U_h^{\text{opt}})^* = \sum_{h=1}^n (U_h^{\text{opt}})^T G_h (U_h^{\text{opt}})^* \quad (6.28)$$

Postępując analogicznie dla pozostałych wariantów, wyznaczono prądy optymalne, a za ich pomocą wartości admittance kompensatorów, które należy włączyć pomiędzy daną fazę a przewód zerowy (por. rys. 6.1). Wyniki dla zadań P1., P2. oraz poszczególnych wariantów zestawiono w tablicach 6.1 + 6.6.

Tablica 6.1

WARIANT	P1. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
A	$I_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2} (1 + \lambda R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda}{2} A_h E_h$	$U_h^{\text{opt}} = E_h - Z_h I_h^{\text{opt}} = \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_h\right) E_h$
	$I_k = \left(\frac{\lambda}{2} (1 + Y_h Z_h) A_h - Y_h \right) E_h$ - PRAD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k\alpha oh} = G_{k\alpha oh} + j B_{k\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{k\alpha oh} = \frac{I_{\alpha h}}{U_{\alpha h}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{\text{opt}})^T (I_h^{\text{opt}})^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_h\right)^T \frac{\lambda}{2} A_h E_h^*$		
OZNACZENIA		
$A_h = (1 + \lambda R_h)^{-1}, U_h^{\text{opt}} = U_h, h \in N_0, 1$ - macierz jednostkowa		

Tablica 6.2

WARIANT	P1. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
B	$I_h^{\text{opt}} = \lambda A_{1h}^{-1} Z_h^* G_h E_h$	$U_h^{\text{opt}} = \left(1 - \lambda Z_h A_{1h}^{-1} Z_h^* G_h\right) E_h = C_h E_h$
	$I_k = \left(\lambda A_{1h}^{-1} Z_h^* G_h - Y_h C_h \right) E_h$ - PRAD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k\alpha oh} = G_{k\alpha oh} + j B_{k\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{k\alpha oh} = \frac{I_{\alpha h}}{U_{\alpha h}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
WARUNEK MOCOWY		
$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{\text{opt}})^T (I_h^{\text{opt}})^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T C_h^T G_h E_h^*$		
OZNACZENIA		
$A_{1h} = 1 + \lambda Z_h^T G_h Z_h^*, C_h = 1 - \lambda Z_h A_{1h}^{-1} Z_h^* G_h, U_h^{\text{opt}} = U_h, h \in N_0$		

Tablica 6.3

WARIANT	P1. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
C	$I_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2} A_{2h}^{-1} D_h^T E_h$	$U_h^{\text{opt}} = E_h - Z_h I_h^{\text{opt}} = \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right) E_h$
	$I_k = \left(1 + Y_h Z_h\right) I_h^{\text{opt}} - Y_h E_h = \left(1 + Y_h Z_h\right) \frac{\lambda}{2} A_{2h}^{-1} D_h^T E_h - Y_h E_h$ - PRAD KOMP.	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k\alpha oh} = G_{k\alpha oh} + j B_{k\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{k\alpha oh} = \frac{I_{\alpha h}}{U_{\alpha h}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^T G_h \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right) E_h^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \frac{\lambda}{2} E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^T (A_{2h}^{-1} D_h^T)^* E_h^*$		
OZNACZENIA		
$A_{2h} = 1 + \lambda (R_h + Z_h^T G_h Z_h^*), D_h = 1 + 2 G_h Z_h^*, U_h^{\text{opt}} = U_h, h \in N_0$		

Tablica 6.4

WARIANT	P2. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
A	$I_h^{opt} = \frac{\lambda}{2} (\nabla_h^2 1 + \lambda \cdot R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda}{2} A_h' E_h$	$U_h^{opt} = E_h - Z_h I_h^{opt} = \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_h'\right) E_h$
	$I_{kh} = \left(\frac{\lambda}{2} (1 + Y_h Z_h) A_h' - Y_h\right) E_h$ - PRĄD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k\alpha oh} = G_{k\alpha oh} + j B_{k\alpha oh}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{k\alpha oh} = \frac{k I_{\alpha h}}{U_{\alpha h}}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
$P = \text{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{opt})^T (I_h^{opt})^* = \text{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_h'\right)^T \frac{\lambda}{2} A_h' E_h$		
OZNACZENIA		
$A_h' = (\nabla_h^2 1 + \lambda \cdot R_h)^{-1}$, $U_h^{opt} = U_{kh}$, $h \in N_0$, 1 - macierz jednostkowa		

Tablica 6.5

WARIANT	P2. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
B	$I_h^{opt} = \lambda \cdot A_{1h}'^{-1} Z_h^* G_h E_h$	$U_h^{opt} = \left(1 - \lambda \cdot Z_h A_{1h}'^{-1} Z_h^* G_h\right) E_h = C_h' E_h$
	$I_{kh} = \left(\lambda \cdot A_{1h}'^{-1} Z_h^* G_h - Y_h C_h'\right) E_h$ - PRĄD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k\alpha oh} = G_{k\alpha oh} + j B_{k\alpha oh}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{k\alpha oh} = \frac{k I_{\alpha h}}{U_{\alpha h}}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
$P = \text{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{opt})^T (I_h^{opt})^* = \text{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T C_h'^T G_h E_h$		
OZNACZENIA		
$A_{1h}' = \nabla_h^2 1 + \lambda \cdot Z_h^T G_h Z_h^*$, $C_h' = 1 - \lambda \cdot Z_h A_{1h}'^{-1} Z_h^* G_h$, $U_h^{opt} = U_{kh}$, $h \in N_0$		

Tablica 6.6

WARIANT	P2. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
C	$I_h^{opt} = \frac{\lambda}{2} A_{2h}'^{-1} D_h^T E_h$	$U_h^{opt} = E_h - Z_h I_h^{opt} = \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}'^{-1} D_h^T\right) E_h$
	$I_{kh} = \left(1 + Y_h Z_h\right) I_h^{opt} - Y_h E_h = \left(1 + Y_h Z_h\right) \frac{\lambda}{2} A_{2h}'^{-1} D_h^T E_h - Y_h E_h$ - PRĄD KOMP.	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{k\alpha oh} = G_{k\alpha oh} + j B_{k\alpha oh}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{k\alpha oh} = \frac{k I_{\alpha h}}{U_{\alpha h}}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
$\text{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}'^{-1} D_h^T\right)^T G_h \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}'^{-1} D_h^T\right) E_h = \text{Re} \sum_{h=1}^n \frac{\lambda}{2} E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}'^{-1} D_h^T\right)^T (A_{2h}'^{-1} D_h^T) E_h$		
OZNACZENIA		
$A_{2h}' = \nabla_h^2 1 + \lambda \cdot (R_h^T + Z_h^* G_h Z_h^*)$, $D_h = 1 + 2 \cdot G_h Z_h^*$, $U_h^{opt} = U_{kh}$, $h \in N_0$		

W przypadku całkowitej kompensacji admitancja Y_{kh} posiada część rzeczywista ujemną dla niektórych harmonicznych, co wymaga użycia kompensatora aktywnego. Nie zawsze potrzebna jest całkowita kompensacja i wówczas mówimy o suboptymalizacji, którą przeprowadzamy za pomocą kompensatora pasywnego LC.

Przykład 6.1

Dla układu (rys.6.3) o danych: $e_1(t) = \sqrt{2}(120\cos\omega_0 t + 30\cos 4\omega_0 t + 20\cos 5\omega_0 t)$, $e_2(t) = e_1(t-T/3)$, $e_3(t) = e_2(t-T/3)$, $\omega_0 = 1$ rad/s, należy przeprowadzić modyfikację układu według zadań P1., P2. dla poszczególnych wariantów.

Moc czynna odbiornika przed modyfikacją: $P_{odb} = 3288,3$ W.

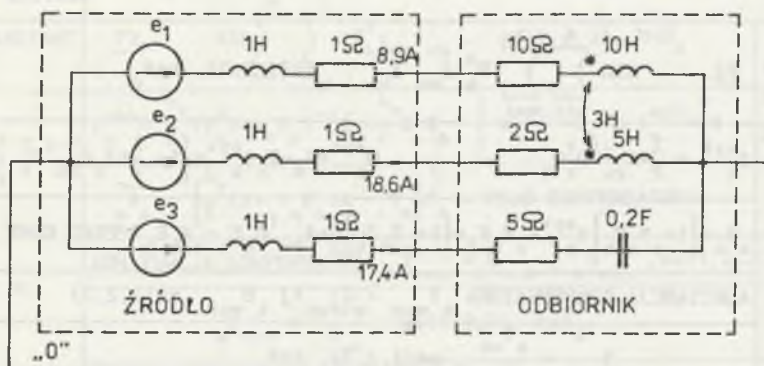
Wartość skuteczna prądu źródła przed modyfikacją: $|I| = 27,1$ A.

Niektóre wartości uzyskane po rozwiązaniu zadania P1. zestawiono w tabeli 6.1. Wartości admitancji kompensatora dla spełnienia zadania optymalizacyjnego P1. dla wariantu A wynoszą:

$$Y_{k101} = -0,0065 + j0,0243 \text{ S}, Y_{k201} = -0,022 + j0,217 \text{ S}, Y_{k301} = -0,0190 - j0,0933 \text{ S}.$$

$$Y_{k104} = 0,0475 + j0,0534 \text{ S}, Y_{k204} = 0,0739 + j0,096 \text{ S}, Y_{k304} = -0,1145 - j0,0235 \text{ S}.$$

$$Y_{k105} = 0,0883 + j0,0569 \text{ S}, Y_{k205} = 0,0569 + j0,085 \text{ S}, Y_{k305} = -0,1223 - j0,0200 \text{ S}.$$

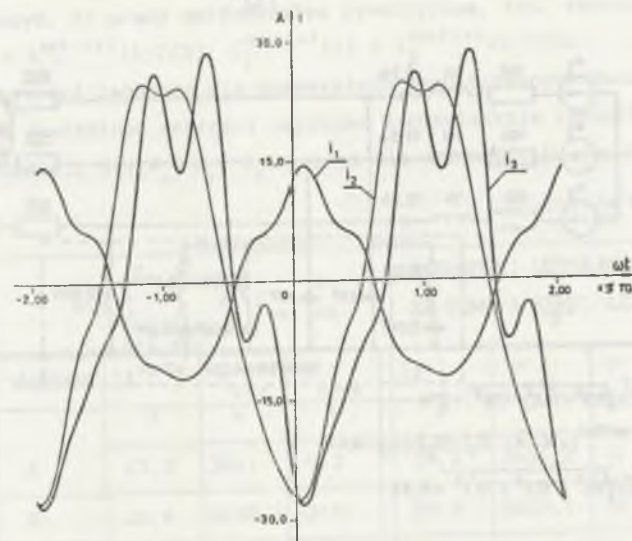


Rys. 6.3. Analizowany układ w przykładzie 6.1
Fig. 6.3. Network analyzed in the example 6.1

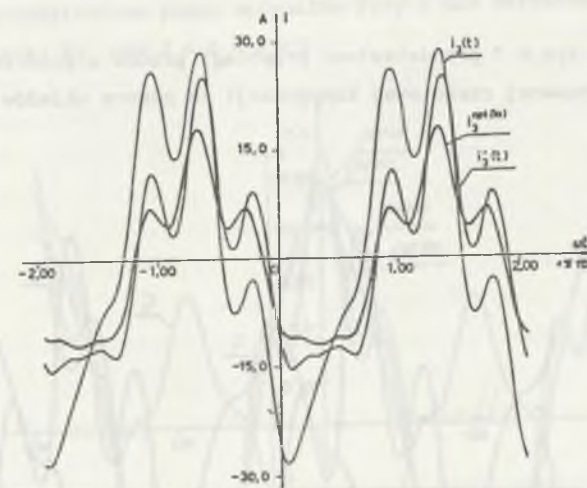
Tabela 6.1

WARIANT	$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$			WIELKOŚCI UZYSKANE ZA POMOCĄ KOMP. LC		
	$ \vartheta^{opt} $	P_{odb}	P_{komp}	$ \vartheta' $	P'_{odb}	P'_{komp}
	A	W	W	A	W	W
A	16,4	3843	-554,7	19,3	3592,8	0
B	17,4	3288,3	-1228	19,8	3048,9	0
C	18,2	3523	0	18,4	3407,8	0

Analizując powyższe wartości admitancji kompensatorów, zauważamy, że ich realizacja wymaga użycia dwójników aktywnych ze względu na ujemne wartości konduktancji. Realizacja takiego dwójnika jest możliwa za pomocą układów energoelektronicznych [P.21]. Jeżeli ograniczymy się tylko do układów LC (część urojona admitancji kompensatora), to mówimy wówczas o częściowej kompensacji. Na rys. 6.4 przedstawiono przebiegi prądów źródła przed kompensacją, a na rys. 6.5 - przebiegi prądów w fazie 3: przed kompensacją $i_3(t)$ przy całkowitej kompensacji $i_3^{opt(1a)}(t)$, przy częściowej kompensacji $i_3'(t)$ (kompensator stanowi tylko jego część urojoną admitancji), dla zadania P1. wariantu A.

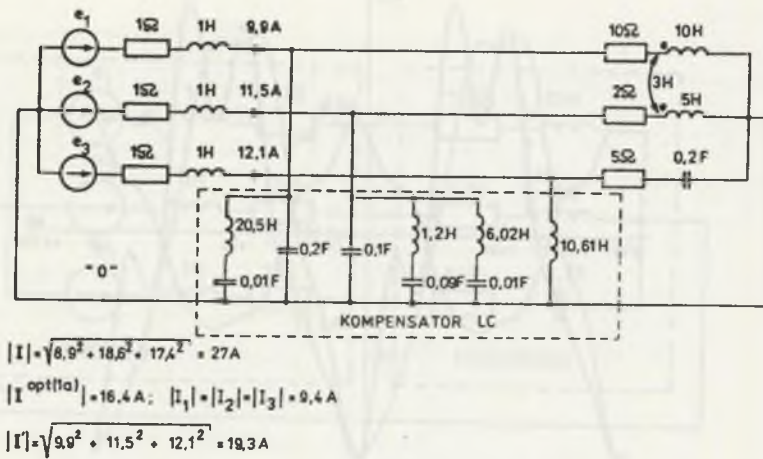


Rys. 6.4. Przebiegi czasowe prądów przed kompensacją
Fig. 6.4. Time waveforms of the currents before compensation



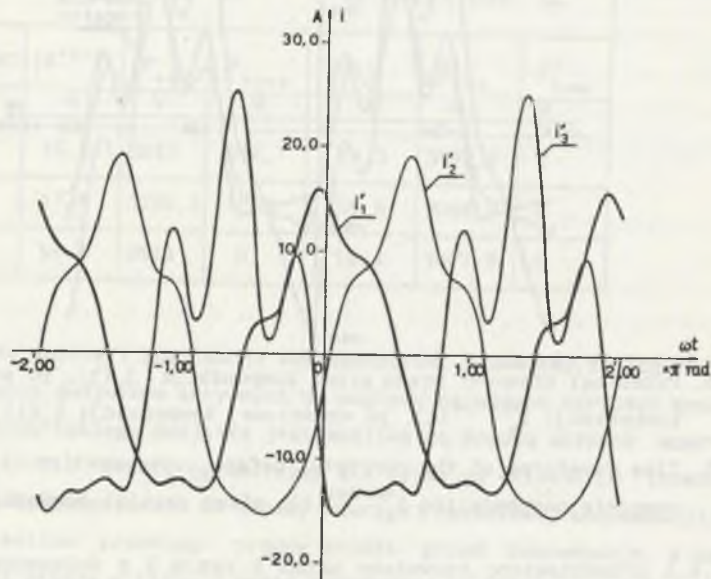
Rys. 6.5. Przebiegi czasowe: prądu przed kompensacją $i_3(t)$, po pełnej kompensacji $i_3^{opt(1a)}(t)$, po częściowej kompensacji $i_3'(t)$
Fig. 6.5. Time waveforms of the currents before compensation $i_3(t)$, after complete compensation $i_3^{opt(1a)}(t)$, after partial compensation $i_3'(t)$

Na rys. 6.6 przedstawiono rozważany układ z rys. 6.3 z dołączonymi obwodami kompensatorów reaktancyjnych LC zapewniających częściową kompensację. Struktury kompensatorów reaktancyjnych wyznaczono według algorytmu syntezy zaproponowanego w punkcie 3.1 niniejszej pracy oraz pracy [P.8].



Rys.6.6. Analizowany układ w przykładzie 6.1 wraz z obliczonym kompensatorem
 Fig.6.6. Network analyzed in the example 6.1 together with a calculated compensator

Natomiast na rys.6.7 przedstawiono przebiegi prądów w poszczególnych fazach przy zaproponowanej częściowej kompensacji za pomocą układów LC.



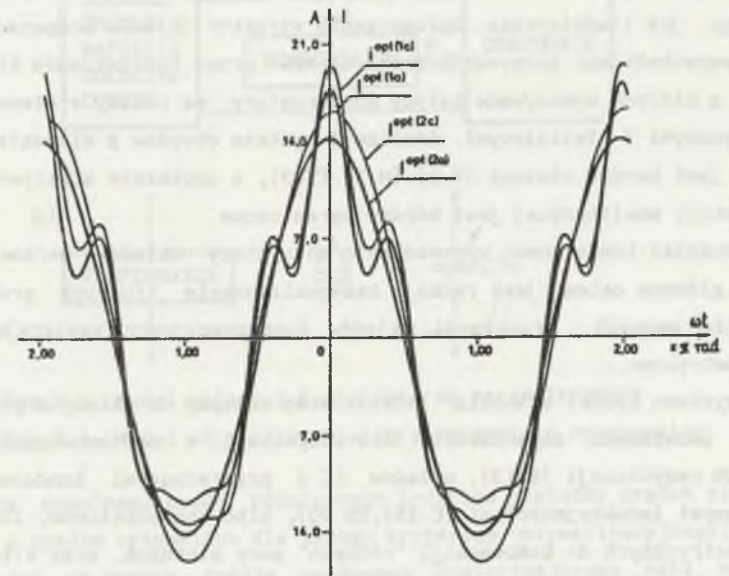
Rys.6.7. Przebiegi czasowe prądów po kompensacji układem LC z rys.6.6
 Fig.6.7. Time waveforms of the currents after compensation with LC network from Fig.6.6.

Należy zauważyć, że prądy optymalne są symetryczne, tzn. spełniają zależność $i_2^{opt(1a)}(t) = i_1^{opt(1a)}(t-T/3); i_3^{opt(1a)}(t) = i_2^{opt(1a)}(t-T/3)$. Podobne zależności zachodzą dla pozostałych rozpatrywanych zadań i wariantów. W tabeli 6.2 zestawiono wartości uzyskane z rozwiązania zadania P2. dla pełnej kompensacji dla $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$ oraz dla kompensacji częściowej.

Tabela 6.2

WARIANT	$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$			WIELKOŚCI UZYSKANE ZA POMOCĄ KOMP. LC		
	$ I^{opt} $	P_{odb}	P_{komp}	$ I' $	P'_{odb}	P'_{komp}
	A	W	W	A	W	W
A	17,2	3801	-513	19,2	3606,2	0
B	20,6	3288,3	-810	20,9	3033,1	0
C	19,3	3589,3	0	18,4	3444,5	0

Na rys.6.8 przedstawiono prądy optymalne fazy 1 dla wariantów A oraz C dla zadania P1. oraz P2. dla $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$.



Rys.6.8. Przebiegi czasowe prądów optymalnych dla rozpatrywanych zadań i wariantów
 Fig.6.8. Time waveforms of the optimum currents for the considered tasks and variants

7. UWAGI O MOŻLIWOŚCI KOMPENSACJI NIEPOŻĄDANYCH PRĄDÓW ZA POMOCĄ ELEMENTÓW PARAMETRYCZNYCH

7.1. WSTĘP

Tematem dotychczasowych rozważań była modyfikacja układów jednofazowych i wielofazowych przede wszystkim za pomocą obwodów kompensujących rozpatrywanych w klasie układów SLS pasywnych oraz w mniejszym stopniu aktywnych. Takie podejście uzasadnione jest szerokim zastosowaniem tej klasy układów kompensacyjnych w praktyce [B.3], [M.2], [S.19], [B.7], [K.9], [B.4]. Struktury obwodów kompensujących (zapewniających prąd optymalny) są w tym przypadku złożone, w szczególności jeśli rozpatruje się zagadnienia związane z eliminacją dużej liczby harmonicznych niepożądanego prądu lub prądów źródła. Ponadto proponowana klasa układów kompensujących jest mało uniwersalna i nie obejmuje wszystkich możliwych sytuacji dotyczących zarówno źródła odkształconego, jak i odbiornika. Uproszczenie struktur układów kompensujących oraz ich wszechstronne stosowanie można uzyskać przez rozszerzenie klasy elementów, z których wykonywane byłyby kompensatory, na układy z elementami parametrycznymi i nieliniowymi. Analiza i synteza obwodów z elementami nieliniowymi jest bardzo złożona [V.1], [M.3], [S.9], a uzyskanie efektywnych wyników w postaci analitycznej jest bardzo ograniczone.

Rozdział ten stanowi wprowadzenie do syntezy układów parametrycznych, a jego głównym celem jest raczej zasygnalizowanie trudnych problemów oraz podanie pewnych propozycji układów kompensacyjnych zawierające elementy parametryczne.

Uzyskane wyniki stanowią jedynie etap wstępny do dalszych prac poświęconych omawianemu zagadnieniu. Idea kompensacji z zastosowaniem parametrycznych rezystancji [S.13], układów LC z przełączanymi kondensatorami lub zmiennymi indukcyjnościami [C.15], [S.20], albo kondensatorów, lub induktorów parametrycznych do kompensacji "różnych" mocy biernych, oraz eliminacji niepożądanych prądów źródła jest proponowana zarówno w rozważaniach teoretycznych, jak i praktycznych [B.16], [S.9], [S.21], [K.4], [P.17].

W niniejszym rozdziale zagadnienie syntezy kompensatorów parametrycznych rozpatrzono przyjmując ich najprostszą strukturę, tzn., że kompensatorem jest

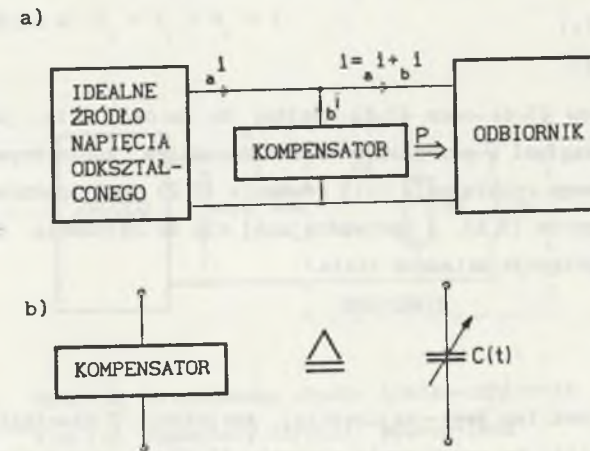
pojedynczy kondensator parametryczny. Przyjęcie takiego modelu umożliwia:

- podanie analitycznej metody syntezy,
- dość prostą (w porównaniu do bogatszych struktur) realizację takiego kompensatora w postaci układu SC oraz dwojników LC,
- pominięcie analizy dynamiki takiego kompensatora.

Opisana poniżej metoda syntezy dotyczy eliminacji niepożądanych składowych prądu źródła dla obwodu jednofazowego (por. rozdział 2). Metodę tę można stosunkowo prosto zaadaptować do układów wielofazowych rozpatrywanych w niniejszej pracy.

7.2. UKŁAD Z IDEALNYM ŹRÓDŁEM NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO OKRESOWEGO

Rozpatruje się układ przedstawiony na rys 7.1, złożony z idealnego źródła napięcia odkształconego oraz odbiornika, do którego dostarczana jest zadana moc czynna P (por. rozdz.2).



Rys.7.1. Model układu z kompensatorem parametrycznym

Fig.7.1. Model of a network with a parametric compensator

Eliminacja dowolnego prądu różnicowego (różnica pomiędzy prądem pierwotnym źródła a prądem optymalnym dla danego kryterium optymalizacyjnego) jest zawsze możliwa za pomocą źródła prądowego dostarczającego taki prąd w przeciwfazie. Jest to znana koncepcja prądu biernego wprowadzonego przez S.Fryzego lub jego modyfikacje [F.7], [K.10], [B.5]. Realizacja takiego źródła z pewnym błędem jest możliwa za pomocą kondensatora parametrycznego, którego prąd określony jest wzorem (7.1)

$$i_b = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C(t)u(t))}{dt} \quad (7.1)$$

gdzie:

i_b - prąd różnicowy, który należy wyeliminować za pomocą kompensatora parametrycznego.

Z równania (7.1) wynika wprost równanie opisujące kompensator parametryczny $C(t)$, mianowicie

$$\frac{dC(t)}{dt} + a(t)C(t) = f(t), \quad t \in \langle 0, T \rangle, \quad (7.2)$$

z warunkiem brzegowym

$$C(0) = C(T) \quad (7.3)$$

gdzie:

$$a(t) = \frac{1}{u(t)} \frac{du(t)}{dt}, \quad (7.4)$$

$$f(t) = \frac{i_b(t)}{u(t)}. \quad (7.5)$$

Z analizy wzorów (7.4) oraz (7.5) wynika, że zarówno $a(t)$, jak i $f(t)$ są funkcjami nieciągłymi w przedziale $\langle 0, T \rangle$. Warunkiem koniecznym i wystarczającym T-okresowego rozwiązania $C(t)$ równania (7.2) jest spełnienie zależności opisanej wzorem (7.6), a sprowadzającej się do założenia, że w przebiegu prądu i_b nie występuje składowa stała.

$$\int_0^T i_b(t) dt = 0. \quad (7.6)$$

W praktyce warunek ten jest najczęściej spełniony. Z nieciągłości funkcji (7.4), (7.5) wynika, że rozwiązania równania (7.2) są nieciągłe w skończonej liczbie punktów $\tau_i \in \{1, 2, \dots, l\}$, $i \geq 1$ leżących wewnątrz przedziału $\langle 0, T \rangle$ oraz na brzegach tego przedziału, jeżeli zachodzi zależność:

$$u(0) = u(T) = 0. \quad (7.7)$$

Rozwiązanie równania (7.2) z warunkiem brzegowym (7.3) wyraża wzór

$$C(t) = \frac{1}{u(t)} \left[\int_b i(t) dt + A \right], \quad t \in \langle 0, T \rangle, \quad (7.8)$$

gdzie :

$$A = - \left(\int_b i(t) dt \right) \Big|_{t=0} \quad (7.9)$$

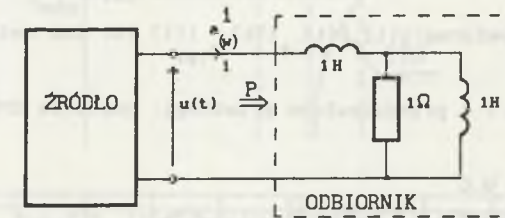
Ciągłość rozwiązania równania (7.2) na końcach przedziału $\langle 0, T \rangle$ wynika ze spełnienia warunku T-okresowości funkcji $C(t)$

$$C(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{i_b(t)}{\frac{du(t)}{dt}} = C(T) = \lim_{t \rightarrow T^-} \frac{i_b(t)}{\frac{du(t)}{dt}}. \quad (7.10)$$

Funkcja $C(t)$ opisana wzorem (7.8) posiada zatem co najmniej jeden punkt nieciągłości we wnętrzu przedziału $\langle 0, T \rangle$. Ponadto funkcja $C(t)$ (7.8) określająca w postaci analitycznej równanie kondensatora parametrycznego służącego do kompensacji prądu i_b jest na ogół niedodatnia w przedziale $\langle 0, T \rangle$, co wyklucza prostą realizację fizyczną kondensatora. W celu zilustrowania powyższych stwierdzeń posłużmy się prostym przykładem.

Przykład 7.1

Rozważmy układ przedstawiony na rys. 7.2 zasilony napięciem odkształconym okresowym postaci $u(t) = 100\sqrt{2}\sin t + 50\sqrt{2}\sin 2t + 30\sqrt{2}\sin 3t$. Moc czynna tego układu $P = 2381,4$ W, $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$.



Rys. 7.2. Przykładowy obwód: źródło-odbiornik

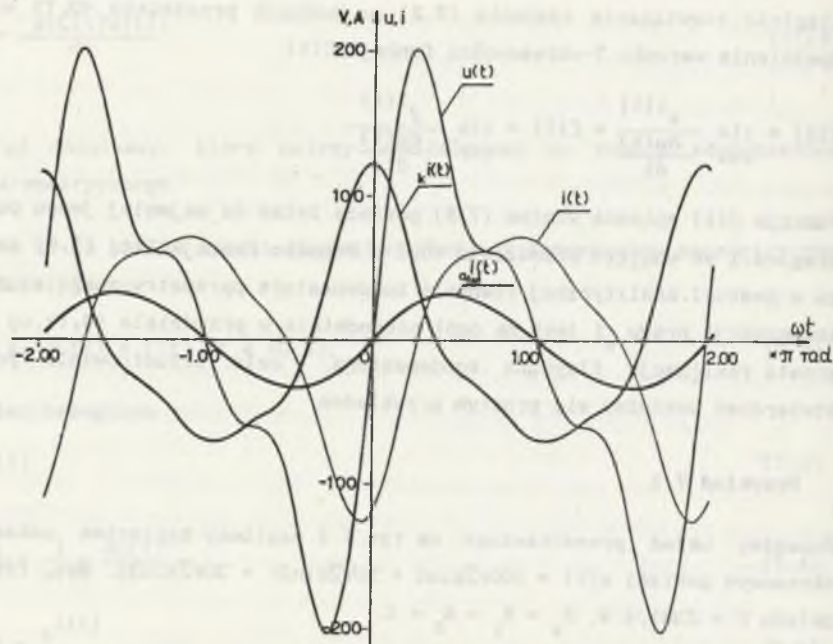
Fig. 7.2. Exemplary circuit: source-load

Dla rozważanego układu należy wyznaczyć prąd optymalny według następującego kryterium optymalizacyjnego (por. rozdz. 2 wzór 2.14)

$$\Phi(i, \lambda) = \left\| i \right\|_{W^2, \delta_{(0,T)}}^2 + \lambda (P - (u|i))_{L^2(0,T)} \quad (7.11)$$

oraz przebieg pojemności $C(t)$ kompensatora parametrycznego zapewniającego prąd optymalny źródła.

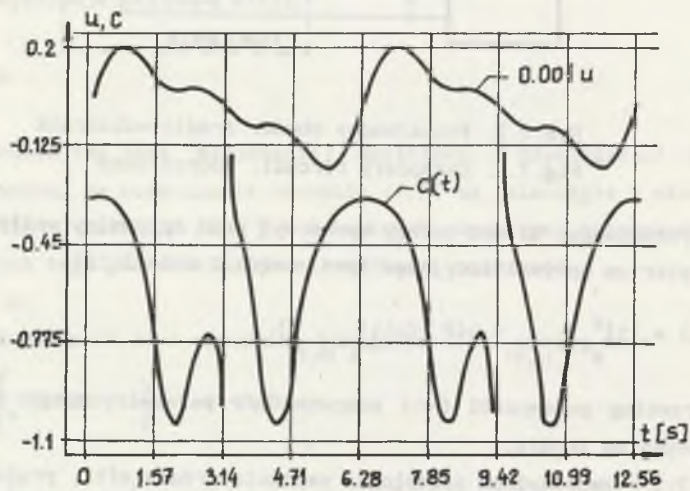
Na rys. 7.3 przedstawiono przebiegi: napięcia źródła $u(t)$, prądu źródła przed kompensacją $i(t)$, prądu optymalnego w sensie przyjętego kryterium (7.11) oraz prądu kompensatora $i_k(t)$.



Rys.7.3. Przebiegi czasowe: $u(t)$, $i(t)$, $i_k(t)$, $i_a(t)$ dla układu z rys.7.2

Fig.7.3. Time waveforms: $u(t)$, $i(t)$, $i_k(t)$, $i_a(t)$ for the network from Fig.7.2

Natomiast na rys.7.4 przedstawiono przebiegi: napięcia źródła oraz przebieg pojemności $C(t)$.

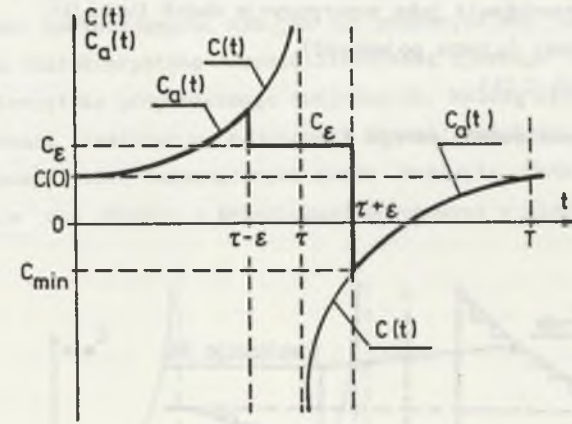


Rys.7.4. Przebiegi czasowe: $u(t)$, $C(t)$ dla układu z rys.7.2

Fig.7.4. Time waveforms: $u(t)$, $C(t)$ for the network from Fig.7.2.

Z wykresu wyraźnie widać nieciągłości funkcji $C(t)$ w punktach, w których napięcie źródła przyjmuje wartości równe zero.

Już ten przykład przekonuje nas, że dokładna realizacja kondensatora opisanego funkcją (7.8) jest niemożliwa z uwagi na występowanie nieciągłości II rodzaju funkcji $C(t)$. Konieczna zatem staje się aproksymacja zależności $C(t)$, tak aby mogła być realizowana przez układ fizyczny. Dla prostoty rozważań przyjmijmy, że tylko w jednym punkcie τ_1 wnętrza przedziału $\langle 0, T \rangle$ napięcie $u(\tau_1) = 0$, co nie ogranicza ogólności rozważań. W otoczeniu punktu nieciągłości charakterystyka kompensatora winna być aproksymowana zgodnie ze wzorem (7.12). Ilustruje to rys.7.5.



Rys.7.5. Ilustracyjny przebieg $C(t)$ oraz $C_a(t)$

Fig.7.5. Illustrative waveforms of $C(t)$ and $C_a(t)$

$$C_a(t) = \begin{cases} C_E = \text{const dla } t \in \{\tau - \epsilon, \tau + \epsilon\} \\ C(t) - \text{zgodnie ze wzorem (7.8) dla pozostałych } t \in (0, T). \end{cases} \quad (7.12)$$

Bardzo istotny jest dobór wartości C_E , tak aby różnica (w sensie normy w L^2) prądu kompensatora idealnego opisanego funkcją $C(t)$ oraz aproksymowanego za pomocą funkcji $C_a(t)$ była dowolnie mała. Stąd pojemność C_E określa się za pomocą rozwiązania pomocniczego zadania optymalizacyjnego

$$\min_{C_E} \|i_b - i_{cb}\|^2 = \min_{C_E} \left(\int_{\tau-\epsilon}^{\tau+\epsilon} (i_b(t) - i_{cb}(t))^2 dt \right) \quad (7.13)$$

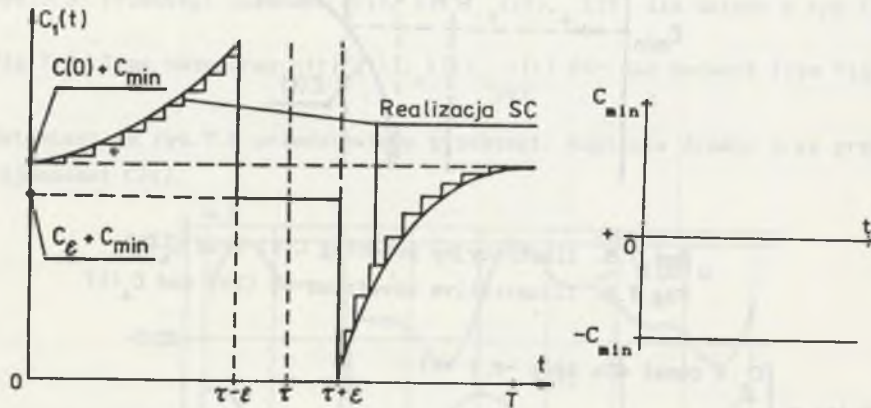
Na podstawie obliczeń można wykazać, że rozwiązanie równania (7.13) jest określone za pomocą wzoru

$$C_\epsilon = \left(\int_{\tau-\epsilon}^{\tau+\epsilon} i(t) \frac{du(t)}{dt} dt \right) \left(\int_{\tau-\epsilon}^{\tau+\epsilon} \left(\frac{du(t)}{dt} \right)^2 dt \right)^{-1} \quad (7.14)$$

Dobór liczby ϵ nie jest możliwy w sposób ogólny. Jest ona dobierana dla konkretnych funkcji $i(t)$, $u(t)$ oraz zależy od przyjętego kroku aproksymacji funkcji $C_a(t)$ przebiegiem schodkowym, tak jak to przedstawiono na rys.7.6. Funkcja $C_a(t)$ podobnie jak funkcja $C(t)$ jest funkcją niedodatnią, a więc jest w dalszym ciągu nierealizowalna za pomocą klasycznych układów SC. Funkcję $C_a(t)$ można przedstawić jako superpozycję dwóch funkcji:

- $(-C_{\min}) = \text{const}$ (ujemna pojemność),
- oraz funkcji $C_1(t)$.

Zasadę tę przedstawiono na rys.7.6.



Rys.7.6. Fizyczna realizacja kompensatora

Fig.7.6. Physical realization of the compensator

Realizacja fizyczna funkcji $C_1(t)$ jest możliwa za pomocą układu kondensatora SC. Pojemność $-C_{\min}$ dobrana jest zgodnie ze wzorami (7.15), (7.16)

$$-C_{\min} = [\min C(t), (t \in (0, \tau - \epsilon)) \cup (t \in (\tau + \epsilon, T))] \text{ jeżeli } \bigwedge_{t \in (0, T)} \text{sgn } C(t) \neq 1] \quad (7.15)$$

lub

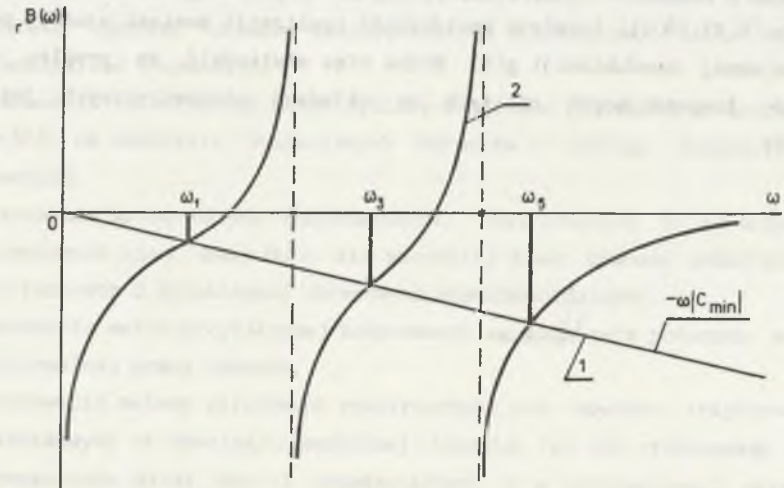
$$-C_{\min} = [0 \text{ jeżeli } \bigwedge_{t \in (0, T)} \text{sgn } C(t) = 1]. \quad (7.16)$$

Uzyskany w ten sposób kompensator parametryczny opisany jest funkcją $C_a(t)$

$$C_a(t) = C_1(t) + (-C_{\min}), \quad (7.17)$$

która realizuje prąd $i_{\epsilon b}$.

Realizacja fizyczna ujemnej pojemności $-C_{\min}(t) = \text{const}$ jest trudna i wymaga z reguły zastosowania elementów aktywnych [M.8], [H.3]. Realizacja charakterystyki częstotliwościowej takiego kondensatora w skończonej liczbie wzajemnie izolowanych punktów widma jest możliwa za pomocą dwójników LC. Kondensator taki można realizować dla niewielkiej liczby harmonicznych, przez zastąpienie idealnego kondensatora o ujemnej pojemności dwójnikiem reaktancyjnym o susceptancjach równych susceptancji ujemnego kondensatora dla rozpatrywanych harmonicznych, tak jak to przedstawiono na rys.7.7, na którym: 1-oznacza charakterystykę częstotliwościową ujemnego kondensatora, 2-oznacza charakterystykę proponowanego dwójnika LC. Należy wyraźnie zaznaczyć, że proponowana realizacja pojemności ujemnej rys.7.7c jest słuszna tylko dla skończonej liczby harmonicznych widma napięcia. Model jest zatem słuszny wyłącznie dla obwodów z przebiegami okresowymi w stanie ustalonym.

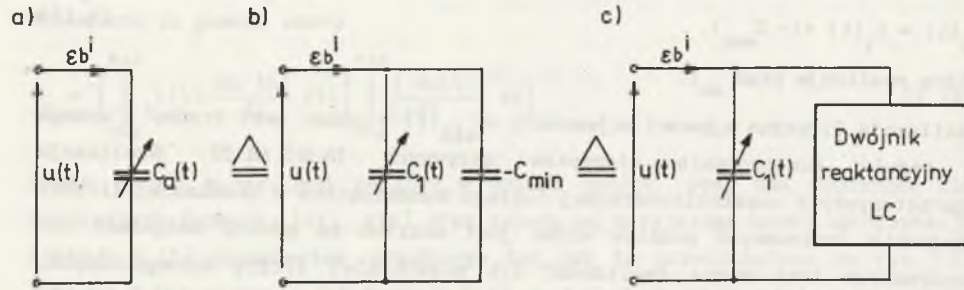


1 - Charakterystyka częstotliwościowa ujemnego kondensatora
2 - Charakterystyka dwójnika LC

Rys.7.7. Realizacja ujemnego kondensatora dla wybranych częstotliwości

Fig.7.7. Realization of the negative compensator for the chosen frequencies

Pełny układ kompensatora parametrycznego służącego do kompensacji prądu $i_{\epsilon b}$ opisanego funkcją $C_a(t)$ (wzór (7.17)) przedstawiono na rys.7.8.



Rys.7.8. Pełny układ kompensatora do kompensacji prądu $i_{eb}(t)$
 Fig.7.8. Complete network of the compensator for current compensation $i_{eb}(t)$

Dokładna eliminacja dowolnego prądu biernego i_b jest możliwa poprzez realizację układu parametrycznego w postaci równoległego obwodu $g(t)$ oraz $C(t)$. Jednoczesny dobór funkcji zmian konduktancji i pojemności możliwy jest tylko na drodze numerycznej. Wzbogacenie struktury utrudnia zatem otrzymanie rozwiązania w postaci analitycznej, ponadto w większości rozpatrywanych przypadków [K.4], [S.11] istnieje konieczność realizacji zamiast ujemnej pojemności - ujemnej konduktancji $g(t)$. Można więc stwierdzić, że problem syntezy układów kompensujących opartych na układach parametrycznych jest wciąż otwarty.

8. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione opracowanie konsoliduje szereg zagadnień współczesnej elektrotechniki teoretycznej i stosowanej dotyczących minimalizacji strat energii elektrycznej i wyższych harmonicznych przebiegów w układach liniowych, stacjonarnych, z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi. Uzyskane rezultaty umożliwiają efektywny dobór układów kompensacyjnych realizowanych w zasadzie w klasie elementów SLS, minimalizujących straty energii i udział wyższych harmonicznych w przebiegach, a zatem poprawiające efektywność warunków pracy źródeł i odbiorników w obwodach. Opracowane w pracy zagadnienia stanowią uogólnienia teorii mocy w sensie zaproponowanym przez S. Fryzego dla układów z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi i wykorzystują w dużej mierze nowoczesne metody matematyczne, w tym w szczególności techniki optymalizacyjne.

Do najważniejszych zagadnień przedstawionych w pracy można zaliczyć:

- opracowanie szeregu nowych warunków modyfikacji obwodów stanowiących podstawę syntezy układów umożliwiających minimalizację strat energii i zniekształceń w obwodach,
- opracowanie efektywnych metod syntezy dwójników pasywnych LC oraz dwójników SLS, na podstawie wymienionych warunków i szeregu innych, znanych wcześniej,
- opracowanie metod doboru kompensatorów, realizowanych z wykorzystaniem wymienionych klas dwójników, dla szerokiej klasy obwodów jednofazowych i wielofazowych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi,
- opracowanie metod przybliżonej kompensacji na podstawie podanych warunków suboptymalnej pracy obwodów,
- zastosowanie metody składowych symetrycznych dla obwodów trójfazowych i wielofazowych o dowolnej skończonej liczbie faz do efektywnego doboru kompensatorów strat mocy i zniekształceń, a w szczególności określenie warunków symetryzacji takich obwodów.

Symetryzacja ta jest w pełni równoważna innym, znanym metodom eliminacji niepożądanych składowych prądów źródeł wielofazowych.

- opracowanie metody syntezy w dziedzinie czasu pojemnościowego kompensatora parametrycznego o prostej strukturze.

Należy zauważyć, że uzyskane w pracy wyniki, a dotyczące:

- optymalizacji warunków pracy obwodów zarówno jednofazowych i wielofazowych stanowią uogólnienia wcześniejszych prac [B.8], [W.1], [S.7], [W.3],
- syntezy układów kompensatorów stanowią istotne uogólnienie i rozszerzenie wyników uzyskanych w pracach [E.1], [C.9], [C.10], [S.16].

Podobnie jak w pracach [W.1], [S.7], [W.5], [S.8] znaczna część rozważań zawartych w rozprawie poświęcona jest układowi zasilanym z nieidealnych (autonomicznych) źródeł napięć odkształconych i poza wymienionymi pracami analiza takich układów nie była, jak się wydaje, opisywana w literaturze.

Generalnie, stosowanie w pracy metod analizy częstotliwościowej umożliwiło uzyskanie rozwiązań w postaci analitycznej zarówno dla rozpatrywanych problemów optymalizacyjnych, jak i dla problemów związanych z syntezą kompensatorów. Metody te, w podobny sposób jak w niniejszej pracy, można stosować do analizy obwodów o bardziej złożonych strukturach.

Prezentowane w pracy metody oraz uzyskane wyniki stanowią mogą podstawę dalszych badań w kierunku:

- określenia optymalnych stanów pracy obwodów dla różnych wskaźników jakości,
- syntezy kompensatorów z wykorzystaniem elementów parametrycznych, a w dalszej kolejności nieliniowych [S.11].

Zaproponowane w pracy metody, jak i uzyskane wyniki mają nie tylko znaczenie poznawcze, lecz mogą one znaleźć zastosowanie w technice przy doborze różnych układów kompensacyjnych w układach z przebiegami niesinusoidalnymi.

ZAŁĄCZNIK A

A.1. KRÓTKA CHARAKTERYSTYKA PRZESTRZENI FUNKCYJNYCH STOSOWANYCH W PRACY

Przedstawiona praca podejmuje zagadnienia modyfikacji energetyczno-jakościowych warunków pracy źródeł napięć okresowych odkształconych zasilających odbiorniki jednofazowe, jak i wielofazowe. Prowadzone rozważania dotyczą modyfikacji dla różnych wskaźników optymalizacyjnych zawierających prąd, napięcie, moc czynną, co do których istnieje pełna zgodność poglądów. Istnieje konieczność zdefiniowania odpowiednich przestrzeni Hilberta, do których należałyby prądy i napięcia. Iloczyn skalarny oraz ich normy posiadają interpretację fizyczną w elektrotechnice. Własnościom tych przestrzeni zostaną poświęcone następujące punkty niniejszego załącznika.

A.1.1 Przestrzeń $L_n^2(0,T)$ jako uogólnienie przestrzeni Hilberta $L^2(0,T)$

Znaną przestrzeń $L^2(0,T)$ [K.6] uogólniono na przestrzeń $L_n^2(0,T)$ w pracy [B.9]. Na podstawie tej pracy podano najważniejsze jej własności.

Niech $f = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)$ będzie ciągiem prądów (napięć) odkształconych okresowych o okresie T zmiennej czasu t .

Funkcje $f_\alpha(t)$, $\alpha \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ są funkcjami zmiennej rzeczywistej (czas) okresowymi o tym samym okresie T oraz posiadają całkowalny kwadrat, tzn.

$$\int_0^T f_\alpha^2(t) dt < \infty. \quad (A.1)$$

Iloczyn skalarny $f, g \in L_n^2(0,T)$ definiowany jest w następujący sposób:

$$(f|g)_{L_n^2(0,T)} = \sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{T} \int_0^T f_\alpha(t) g_\alpha(t) dt, \quad \alpha \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \quad (A.2)$$

Natomiast kwadrat normy

$$\|f\|_{L_n^2(0,T)}^2 = (f|f)_{L_n^2(0,T)}. \quad (A.3)$$

W omawianej przestrzeni Hilberta istnieje baza ortonormalna $\{e_k\}$
 $\{e_k\} = \{(1, 0, \dots, 0), \dots, (0, 0, \dots, 1), \dots, (\sqrt{2}\cos\omega_0 t, 0, \dots, 0), \dots, (\sqrt{2}\cosh\omega_0 t, 0, \dots, 0), \dots, (0, 0, \dots, \sqrt{2}\sinh\omega_0 t), \dots\}$ (A.4)

Dowolny element $f \in L_n^2(0, T)$ posiada szereg Fouriera postaci

$$f_\alpha(t) = F_{\alpha 0} + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} F_{\alpha h} \exp jh\omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (\text{A.5})$$

gdzie: $F_{\alpha 0} = \frac{1}{T} \int_0^T f_\alpha(t) dt,$ (A.6)

$$F_{\alpha h} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T f_\alpha(t) \exp(-jh\omega_0 t) dt. \quad (\text{A.7})$$

Iloczyn skalarny dla dwóch dowolnych $f, g \in L_n^2(0, T)$ wyraża się wzorem

$$(f|g)_{L_n^2(0, T)} = \operatorname{Re} \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n F_{\alpha h} G_{\alpha h}^* \quad (\text{A.8})$$

Natomiast na podstawie wzoru Parsewala kwadrat normy określony jest wzorem

$$\|f\|_{L_n^2(0, T)}^2 = \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n |F_{\alpha h}|^2 \quad (\text{A.9})$$

A.1.2 Przestrzeń Sobolewa $W^{2, \delta}(0, T)$

Opis własności przestrzeni Sobolewa $W^{2, \delta}(0, T)$ przeprowadzono na podstawie prac [2], [B.8] i pozycji bibliograficznych zawartych w tych pracach.

Oznaczmy przez $W^{2, \delta}(0, T)$ zbiór funkcji okresowych zmiennej rzeczywistej (czas). Funkcje okresowe powinny posiadać ten sam okres T oraz spełniać następujące warunki:

- funkcje te posiadają na przedziale $(0, T)$ prawie wszędzie pochodne do 1-tego rzędu włącznie
- funkcje te wraz z pochodnymi do 1-tego rzędu włącznie posiadają całkowny kwadrat.

Iloczyn skalarny definiowany jest następująco:

$$(f|g)_{W^{2, \delta}(0, T)} = \sum_{k=0}^1 \delta_k \frac{1}{T} \int_0^T \frac{d^k}{dt^k} f(t) \frac{d^k}{dt^k} g(t) dt \quad (\text{A.10})$$

gdzie: $f, g \in W^{2, \delta}(0, T), \delta_k \geq 0$ dla $k \geq 1, \delta_0 > 0$.

$\frac{d^k}{dt^k} f(t), \frac{d^k}{dt^k} g(t),$ k -te pochodne funkcji f, g .

Natomiast norma

$$\|f\|_{W^{2, \delta}(0, T)} = \sqrt{\sum_{k=0}^1 \delta_k \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d^k}{dt^k} f(t)\right)^2 dt} \quad (\text{A.11})$$

W omawianej przestrzeni istnieje baza ortonormalna $\{e_k\}$ [B.8]

$$\{e_k\} = \{\Delta_0, \Delta_1 \sqrt{2} \cos \omega_0 t, \dots, \Delta_h \sqrt{2} \cosh \omega_0 t, \dots, \Delta_1 \sqrt{2} \sin \omega_0 t, \dots, \Delta_h \sqrt{2} \sinh \omega_0 t, \dots\} \quad (\text{A.12})$$

gdzie:

$$\Delta_h^2 = (\delta_0 + \delta_1 (h\omega_0)^2 + \delta_2 (h\omega_0)^4 + \delta_3 (h\omega_0)^6 + \dots + \delta_l (h\omega_0)^{2l})^{-1} \quad (\text{A.13})$$

l - maksymalny rząd pochodnej występującej w normie przestrzeni $W^{2, \delta}(0, T)$.

Każdy element $f \in W^{2, \delta}(0, T)$ można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$f(t) = F_{(W)0} \Delta_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} F_{(W)h} \Delta_h \exp jh\omega_0 t, \quad (\text{A.14})$$

gdzie:

$$F_{(W)0} = \frac{1}{\Delta_0 T} \int_0^T f(t) dt, \quad (\text{A.15})$$

$$F_{(W)h} = \frac{\sqrt{2}}{\Delta_h T} \int_0^T f(t) \exp(-jh\omega_0 t) dt. \quad (\text{A.16})$$

Z uwagi, że $W^{2, \delta}(0, T) \subset L^2(0, T)$, to każdy element $f \in W^{2, \delta}(0, T)$ posiada w przestrzeni $L^2(0, T)$ rozwinięcie w szereg zespolony Fouriera określony wzorem

$$f(t) = F_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} F_h \exp jh\omega_0 t, \quad (\text{A.17})$$

pamiętając, że: $F_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad F_h = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T f(t) \exp(-jh\omega_0 t) dt.$

Pomiędzy współczynnikami szeregu Fouriera funkcji $f \in W^{2, \delta}(0, T)$ i $f \in L^2(0, T)$ zachodzą związki:

$$F_{(W)h} = \frac{1}{\Delta_h} F_h = \nabla_h F_h, \quad \nabla_h = \frac{1}{\Delta_h}.$$

Iloczyn skalarny i normę w omawianej przestrzeni wyrażają wzory

$$(f|g)_{W^{2, \delta}(0, T)} = \operatorname{Re} \sum_{h=0}^{\infty} F_{(W)h} G_{(W)h}^* = \operatorname{Re} \sum_{h=0}^{\infty} \nabla_h^2 F_h G_h^* \quad (\text{A.18})$$

$$\|f\|_{W^2(0,T)}^2 = \sum_{h=0}^{\infty} |F_{(W)h}|^2 = \sum_{h=0}^{\infty} \nabla_h^2 |F_h|^2. \quad (A.19)$$

A.1.3 Przestrzeń $W_n^{2,\delta}(0,T)$ jako uogólnienie przestrzeni $W^{2,\delta}(0,T)$

Opis własności przestrzeni $W_n^{2,\delta}(0,T)$ przeprowadzono na podstawie prac [B.8], [B.10] i pozycji bibliograficznych zawartych w tych pracach.

Niech $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ będzie ciągiem prądów (napięć), którego wyrazami $f_\alpha(t)$, $\alpha \in \{1, 2, \dots, n\}$ są napięcia (prądy).

Funkcje $f_\alpha(t)$ są funkcjami zmiennej rzeczywistej (czas) okresowymi o tym samym okresie T oraz posiadają całkowny kwadrat.

Funkcje $f_\alpha(t)$ posiadają na przedziale $(0,T)$ prawie wszędzie pochodne do 1-tego rzędu włącznie, funkcje te wraz ze swymi pochodnymi do 1-tego rzędu posiadają całkowny kwadrat.

Iloczyn skalarny określony jest wzorem

$$(f|g)_{W_n^{2,\delta}(0,T)} = \sum_{k=0}^1 \delta_k \sum_{\alpha=0}^n \frac{1}{T} \int_0^T \frac{d^k}{dt^k} f_\alpha(t) \frac{d^k}{dt^k} g_\alpha(t) dt \quad (A.20)$$

Iloczyn skalarny indukuje normę określoną wzorem

$$\|f\|_{W_n^{2,\delta}(0,T)}^2 = \sum_{k=0}^1 \delta_k \sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{d^k}{dt^k} f_\alpha(t) \right)^2 dt. \quad (A.21)$$

Baza ortonormalna $\{e_k\}$ ma postać:

$$\{e_k\} = \{(\Delta_0, 0, \dots, 0), (0, \Delta_0, 0, \dots, 0), (0, 0, \dots, \Delta_0), \dots, (\Delta_h \sqrt{2} \cosh \omega_0 t, 0, \dots, 0), \dots, (\Delta_h \sqrt{2} \sinh \omega_0 t, 0, \dots, 0), \dots, (0, \dots, 0, \Delta_h \sqrt{2} \cosh \omega_0 t), \dots, (0, \dots, 0, \Delta_h \sqrt{2} \sinh \omega_0 t), \dots\}. \quad (A.22)$$

Każdy element $f \in W_n^{2,\delta}(0,T)$ można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$f_\alpha(t) = F_{(W)\alpha 0} \Delta_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} F_{(W)\alpha h} \Delta_h \exp jh\omega_0 t, \quad \alpha \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (A.23)$$

Z zamkniętości układu (A.22) wynika, że dla każdego $f, g \in W_n^{2,\delta}(0,T)$ zachodzi

$$(f|g)_{W_n^{2,\delta}(0,T)} = \operatorname{Re} \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n F_{(W)\alpha h} G_{(W)\alpha h}^* = \operatorname{Re} \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n \nabla_h^2 F_{\alpha h} G_{\alpha h}^*. \quad (A.24)$$

Natomiast kwadrat normy określa wzór

$$\|f\|_{W_n^{2,\delta}(0,T)}^2 = \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n |F_{(W)\alpha h}|^2 = \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^n \nabla_h^2 |F_{\alpha h}|^2. \quad (A.25)$$

LITERATURA

- A.1 Akagi H., Kanazawa Y., Nabe A.: Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components. IEEE Tran on Industry Appl. Vol 1A-20 No 3. May/June 1984, pp.625-630.
- A.2 Akagi H., Nabe A.: The p-q Theory in Three-Phase Systems under Non-Sinusoidal Conditions. ETEP, Vol.3, No.1, Jan./Feb. 1993, pp.27-33.
- A.3 Andria G., Salvatore L., Savino M., Trotta A.: Measurements of Power and Current Components in Unbalanced and Distorted Three-Phase Systems. ETEP, Vol.3, No.1, January./Feb. 1993, pp.75-83.
- A.4 Alexsa D., Adasealitzei A.: Selbstgeführter Blindleistungsstromrichter mit induktivem für Elektrotechnik. Bd 71, 1988, pp.115-119.
- B.1 Balabanian N.: Network Synthesis. Prentice-Hall, 1958.
- B.2 Baron B.: Wybrane algorytmy numeryczne zagadnień matematycznych elektrotechniki w języku Turbo Pascal. Cz. I, Skrypt Politechniki Śląskiej, Nr 1653, Gliwice 1991.
- B.3 Białkiewicz Z.S.: Reducing of Harmonic in MV Networks with LC Filters. Int. Conf. on Sources and Effects of Power Systems Disturbances, London, April, 224-24, 1974, pp.151-155.
- B.4 Blajszczak G.: Nowa metoda sterowania kompensatorów mocy biernej, wyższych harmonicznych i asymetrii. Materiały IV Krajowej Konferencji Energoelektroniki, Warszawa 1990, ss.25-32.
- B.5 Blajszczak G.: Non-active power compensation using time-window method ETEP Vol.2, No.5, Sept/Oct. 1992, pp.285-290.
- B.6 Boesch F.T., Wohlers M.R.: On network synthesis with negative resistances. Proc. IRE, 48, Sept. 1960, pp.1656-1657.
- B.7 Bolkowski S., Brociek W.: Projektowanie filtrów rezonansowych w układach trójfazowych nieliniowych. Materiały X SPETO, Gliwice 1987, ss.155-161.
- B.8 Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Propozycja nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. Materiały XI SPETO, Gliwice-Wisła, 1988, ss. 255-266, lub Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z.113, Gliwice 1991, ss.45-57.
- B.9 Brodzki M., Pasko M.: Definicje pewnych mocy dla układów wielofazowych o przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne z.1, 1989, ss.31-44.
- B.10 Brodzki M., Walczak J.: O pewnym sposobie oceny prądów odkształconych odbiorników wielofazowych wykorzystujących pojęcie przestrzeni Sobolewa. Materiały XI SPETO, Gliwice-Wisła 1988, ss.213-232.
- B.11 Brodzki M., Walczak J., Umińska-Bortliczek M., Pasko M.: Оптимизация нововведенного показателя качества электрической энергии. 33. Int. Wiss. Koll. TH, Ilmenau 1988 pp. 63-66.
- B.12 Brodzki M.: Sformułowanie problemów wyznaczania prądów aktywnych oraz kompensacji pewnych prądów w sieciach elektrycznych. Materiały XIV SPETO, Gliwice-Wisła, 1991, ss.65-75.

- B.13 Brodzki M., Walczak J., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Optymalizacja warunków pracy obwodów elektrycznych przy niesinusoidalnych przebiegach oraz modyfikacja właściwości tych przebiegów. *Archiwum Elektrotechniki* z.1, Tom XL, 1991, ss.105-108.
- B.14 Budeanu C.: Puissances reactives et fictives. *RGE*, T. XXIII, 1928, pp.762-773.
- B.15 —: "Bibliography of power system harmonics". Part I and Part II. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*. Vol. Pas-103, No.9, Sept. 1984, pp.2460-2479.
- B.16 Бирюк Н., Д., Дамгов Б., Н., Епифанцев Ю., Ф.: Преобразование активной мощности линейной периодически изменяющейся во времени емкостью. *Электричество* No.2, 1991, ss.63-65.
- C.1 Carlin H.J.: General N-port Synthesis with Negative resistors. *Proc. IRE*, Vol.48, June 1960, pp.1174-1175.
- C.2 Cholewicki T.: Macierze składowych symetrycznych. *Archiwum Elektrotechniki* z.2, 1954, ss.231-263.
- C.3 Cichowska Z.: Podstawy teoretyczne projektowania filtrów mocy. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1965.
- C.4 Chorążak Z.: Matematyczny model minimalizacji prądu, pobieranego z rzeczywistego źródła napięcia odkształconego, przez odbiornik RLC. WSI, Zielona Góra 1990 (praca dyplomowa).
- C.5 Czajczyński Z.: Podstawy symetryzacji stalowniczego pieca łukowego. *Przegląd Elektrotechniczny*, Nr 4. Sierpień, 1966, ss.345-347.
- C.6 Czarnecki L.S.: Minimisation of distortion power of nonsinusoidal sources applied to linear loads. *Proc. IEE*, Vol.128. Pt.C, No.4, July, 1981, pp.208-210.
- C.7 Czarnecki L.S.: Ortogonalne składniki prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"*, z.86, Gliwice 1983, ss.5-16.
- C.8 Czarnecki L.S.: Pojemnościowo-indukcyjna kompensacja mocy biernej obwodów z przebiegami odkształconymi. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"*, z.86, Gliwice 1983, ss.18-23.
- C.9 Czarnecki L.S.: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"*, z.91, Gliwice 1984, (monografia habilitacyjna).
- C.10 Czarnecki L.S.: Power Theories of Periodic Nonsinusoidal Systems. *Rozprawy Elektrotechniczne* z.3-4, 1985, ss.659-685.
- C.11 Czarnecki L.S.: Minimization of reactive power under nonsinusoidal conditions. *IEEE Trans. Instr. Meas.* Vol. IM-36. No.1. March, 1987, pp.18-22.
- C.12 Czarnecki L.S.: Moc bierna i moc deformacji według definicji Budeanu i przyczyny bezużyteczności tych wielkości w elektrotechnice. *Materiały X SPETO*, Gliwice-Wisła 1987, ss.101-110.
- C.13 Czarnecki L.S.: Orthogonal decomposition of the currents in 3-phase nonlinear asymmetrical circuit with a nonsinusoidal voltage source. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* Vol.37, No.1, March 1988, pp.30-34.
- C.14 Czarnecki L.S.: Kompensacja prądu biernego i prądu asymetrii układu 3-fazowego z przebiegami niesinusoidalnymi. *Wiosenne Seminarium prądów niesinusoidalnych*, Drzonków, maj 1989, ss.59-72.

- C.15 Czarnecki L.S.: A time-domain approach to reactive current minimization in nonsinusoidal situations. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* Vol. 39 No.5. October, 1990, pp.698-703.
- C.16 Czarnecki L.S.: Scattered and Reactive Current, Voltage, and Power in Circuits with Nonsinusoidal Waveforms and Their Compensation. *IEEE Trans. on Instr. and Meas.* Vol.40, No3, June 1991, pp. 563-567.
- C.17 Czarnecki L.S.: "Physical Reasons of Currents RMS Value Increase in Power Systems with Nonsinusoidal Voltage" and discussion by Baghzoous Y. Emanuel A.E., Filipski P.S. *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol.8, No.1, January 1993, pp.437-447.
- C.18 Czarnecki L.S.: "Power Factor Improvement of Three-Phase Unbalanced Loads with Non-Sinusoidal Supply Voltage" and discussion by Willems J.L. Ferrero A., Superti-Furga G. *ETEP*, Vol.3, No.1, Jan./Feb. 1993, pp.67-74.
- D.1 Демирчян К.С.: Реактивная или обменная мощность. *Энергетика и транспорт* No.2, 1984, с.66-72.
- D.2 Depenbrock M.: Wirk- und Blindleistung. *ETG Fachung "Blindleistung"* Aachen, Oct. 1979, pp.17-63.
- D.3 Depenbrock M.: Some Remarks to Active and Fictitious Power in Polyphase and Single-Phase Systems. *ETEP*, Vol.3, No.1, Jan./Feb. 1993, pp.15-19.
- E.1 Emanuel A.E.: Suggested definition of reactive power nonsinusoidal systems. *Proc IEEE* Vol 121, No 7, July 1974, pp.705-706.
- E.2 Emanuel A.E.: Correspondence: Power Components in System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents Conditions. *IEE. Proc. Pt.B*, Vol.137, No.3, May, 1990, p.194.
- E.3 Emanuel A.E.: Apparent and Reactive Powers in Three-Phase Systems: In Search of a Physical Meaning and Better Resolution. *ETEP*, Vol.3, No.1, January/Feb. 1993, pp.15-19.
- E.4 Emanuel A.E.: "The need for a Simple and Practical Resolution of the Apparent Power" and discussion by Willems J.L., Ferrero A., Depenbrock M., Superti-Furga G. *ETEP*, Vol.3, No.1, January/Feb. 1993, pp.103-106.
- E.5 Enslin J.H.R., Van Wyk J.D.: Measurement and Compensation of Fiction Power under Nonsinusoidal Voltage and Current Conditions. *IEEE Trans.* Vol. IM-37, 1988 pp.403-408.
- E.6 Erlicki M.S., Emanuel A.E.: A New Aspects of Power Factor Improvement. *IEEE Trans.* Vol. IGA-4, No.4, July/August, 1968, pp.441-455.
- F.1 Ferrero A., Superti-Furga G.: A new Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems Under Nonsinusoidal Conditions. *IEEE Trans. Instr. and Meas.* Vol.40, No.3, June 1991, pp.568-577.
- F.2 Filipski P.: Correspondence: Power Component in System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents Conditions. *IEE. Proc. Pt.B*, Vol.136, No.2, March, 1989, p.90.
- F.3 Filipski P.: Apparent Power - a Misleading Quantity in the Non-Sinusoidal Power Theory: Are all Non-Sinusoidal Power Theories Doomed to Fail? *ETEP*, Vol.3, No.1, January/Feb. 1993, pp.21-26.
- F.4 Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1980.
- F.5 Fodor G., Tevan G.: Powers and Compensation in Network In Periodic State. *Archiv fur Elektrotechnik*. No.65, 1982, pp.27-33.

- F.6 Fryze S.: Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny Nr 7, 1931, ss.193-203, Nr 8, ss.225-234, oraz Nr 22, 1932, ss.673-676.
- F.7 Fryze S.: Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki. PWN, Wrocław, 1966.
- G.1 Gafni H., Cederbaum I.: Synthesis with negative resistors. Proc. IEE 113, May 1966, pp.783-787.
- G.2 Guillemain E.A.: Synthesis of passive networks. J.Wiley New York 1957.
- G.3 Gyuagi L., Taylor E.R.: Characteristics of static, thyristor-controlled shunt compensators for power transmission system applications. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-99, No.5, Sept/Oct. 1990, pp.1795-1802.
- G.4 Gyarfás J., Rapant S.: Theory and Practice of Energy Measurement of Nonsinusoidal and Asymmetrical Currents and Voltages. ETEP Vol.1, No.3, May/June 1991, pp.159-164.
- H.1 Hanzelka Z.: Zastosowanie kompensatorów statycznych dla symetryzacji kompensacji asymetrycznych odbiorników energii elektrycznej. Materiały konferencji- "Jakość energii elektrycznej". Łódź 1987, ss.449-466.
- H.2 Heydt G.T., Grady W.M.: Distributed rectifier loads in electric power systems. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No.9 Sept. 1984, pp.2452-2459.
- H.3 Huelsman L.P.: Active Filters, Lumped, Distributed, Integrated, Digital and Parametric. Mc Graw-Hill Book Co. New York, 1970.
- I.1 Iwan K., Szczepny R.: System TCAD 4.2, pakiet programów symulacyjnych układów energoelektronicznych. Przewodnik użytkownika, Gdańsk 1992.
- J.1 Janczak J.: Opracowanie kompensatora mocy odkształcenia. Materiały 10 Międzynarodowego Sympozjum Elektrotechnika i Elektronika, 1988, Zielona Góra 1988, ss.98-107.
- K.1 Karni S.: Network Theory: Analysis and Synthesis. Allyn and Bacon, Inc. Boston, 1966.
- K.2 Karpowicz J. Falownik napięcia bezpośrednio kształtujący prąd wyjściowy jako kompensator mocy biernej. Materiały 10 Międzynarodowego Sympozjum Elektrotechnika i Elektronika, Zielona Góra 1988, ss.93-97.
- K.3 Klinger G.: L-C Kompensation and Symmetrierung für Mehrphasensysteme mit beliebigem Spannungsverlauf. ETZ Archiv, No.2, Feb. 1979, pp.57-61.
- K.4 Kłosinski R., Siwczyński M.: Algorytm warunkowej minimalizacji prądu rzeczywistego źródła napięcia z okresowo zmiennymi parametrami w dziedzinie czasowej. Materiały XV SPETO, Gliwice-Ustroń 1992, ss.481-488.
- K.5 Kohata M., Shiota T., Atoh S.: Compensator for harmonics and reactive power using static induction thyristors. EPE, 1986, pp.1265-1270.
- K.6 Kołodziej W.: Wybrane rozdziały analizy matematycznej. PWN Warszawa 1970
- K.7 Kropacz W., Mikołajuk K.: Synteza falowników realizujących przebiegi o dowolnym kształcie III Sympozjum PPE'85, Bielsko-Biała, ss.7-16.
- K.8 Kudrewicz J.: Analiza funkcjonalna dla automatyków i elektroników. PWN, Warszawa 1970.
- K.9 Kurbiel A.: Elektrotermiczne urządzenia łukowe. WNT, Warszawa 1988.

- K.10 Kusters N.L., Moore W.I.M.: "On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions", and discussion by Shepherd W. Mitchell K.M., Page C.H., Willems J.L., Emanuel A.E. IEEE Trans. on PAS. Vol. PAS-99, 1980, Sept/October, pp. 1845-1854.
- K.11 Kuśmierk Z.: Zagadnienia pomiarów wielkości elektrycznych w układach kompensacji mocy biernej o okresowym niesinusoidalnym napięciu i prądzie. Rozprawy Elektrotechniczne, z.2, 1984, ss.311-323.
- K.12 Kurcysz S.: Matematyczne podstawy optymalizacji. PWN, Warszawa 1982.
- K.13 Кузнецов Б.Г.: Компенсация реактивной мощности в электрических сетях с несимметричными нагрузками. Электричество, No.2, 1983, с.64-67.
- L.1 Lasicz A., Pasko M., Walczak J.: Własności statyczne i dynamiczne przetwornika prądu i napięcia odbiornika na napięcie stałe proporcjonalne do pojemności kompensującej. III Sympozjum PPE'85, Bielsko-Biała, ss.25-38.
- M.1 Maier R.: Auslegung von Filtern in der Starkstromtechnik. ETZ Bd 100, 1979, Heft 9, s.438-439.
- M.2 Mayer D., Pav M.: Prispevek ke kompenzaci trojfazoveho nelinearniho spotrebice. Electrotechn. Obzor 77, 1988, pp.75-77.
- M.3 Mikołajuk K., Trzaska Z.: Elektrotechnika teoretyczna, analiza i synteza elektrycznych obwodów nieliniowych. PWN, Warszawa 1987.
- M.4 Mikołajuk K., Tobiła A.: Dwojniki przełączane generujące pożądane harmoniczne prądu. Materiały XV SPETO, Gliwice-Wisła 1992, ss. 511-517.
- M.6 Минц М.Я., Чинков Б.И., Гриб О.Г.: Симметрирование системы токов трехфазной сети. ИЗВ. вузов. Энергетика, No.10, 1984.
- M.7 Минц М.Я., Чинков Б.И.: Оптимизация параметров симметрирующих компенсирующих устройств трехфазных сетей. Электричество, No.12. 1991, с.31-34.
- M.8 Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych. WNT, Warszawa 1974.
- M.9 Mostowski A., Stark M.: Elementy algebry wyższej. PWN, Warszawa 1970.
- N.1 Nowomiejski Z.: Moc i energia elektryczna w układach elektrycznych o dowolnych ustalonych przebiegach. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej z.77, Gliwice 1963 (monografia habilitacyjna).
- N.2 Nowomiejski Z., Sowa E.: Teoria mocy układów elektrycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka", z.49, Gliwice 1977,
- O.1 Osiowski J.: Zarys rachunku operatorowego. WNT, Warszawa 1965.
- O.2 Osowski S.: Formuła optymalizacyjna syntezy obwodów pasywnych. Materiały XII SPETO, Gliwice-Wisła 1989, ss.338-345.
- P.1 Page C.H.: Reactive power in nonsinusoidal situations. IEEE on IM. Vol. IM-29. No.4, Dec. 1980, pp.420-423.
- P.2 Pasko M.: Dobór dwojników kompensujących składową reakcyjną prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. Materiały XII SPETO, Gliwice-Wisła 1989, ss.362-374. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.117, Gliwice 1991, ss.63-75. Archiwum Elektrotechniki z.4, Warszawa 1991 (w druku).
- P.3 Pasko M., Walczak J.: A synthesis of compensation systems of current reactance component of two terminal receiver with deformed voltage supply. XIV Int. conf. "Math. Opt. Theory and Appl". Eisenach, Dec 1989, pp.187-190.

- P.4 Pasko M.: Symetryzacja odkształconych prądów źródła trójfazowego zasilającego niesymetryczny odbiornik". Materiały XIII SPETO, Gliwice-Wisła 1990, ss.317-329.
- P.5 Pasko M., Walczak J.: Metoda syntezy układów kompensacji składowej reaktancyjnej prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka", z.113, Gliwice 1991, ss.95-112.
- P.6 Pasko M.: Ocena możliwości kompensacji niepożądanych składowych prądu symetrycznego źródła napięcia trójfazowego odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.117, Gliwice 1991, ss.189-211.
- P.7 Pasko M.: Dobór kompensatorów optymalizujących warunki energetyczne rzeczywistego źródła napięć odkształconych. Materiały XIV SPETO, Gliwice-Wisła 1991, ss.129-139. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka", z.122, Gliwice 1991, ss.69-82.
- P.8 Pasko M., Dybek M.: Komputerowe wyznaczanie struktur dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.122, Gliwice 1991, ss.21-35.
- P.9 Pasko M.: Symmetrization of Deformed Three-Phase Currents Supplying Asymmetrical Receiver. 10th European Conference Circuit Theory and Design, Lyngby, September 1991, pp.1068-1075.
- P.10 Pasko M.: Zastosowanie dwójników LC do symetryzacji obciążeń faz idealnego trójfazowego źródła napięcia odkształconego okresowego. Archiwum Elektrotechniki, z.4, Warszawa 1991 (w druku).
- P.11 Pasko M.: Kompensacja składowej reaktancyjnej asymetrii i dyspersji prądu źródła trójfazowego napięć odkształconych. Materiały Międzynarodowej Konferencji "Jakość Energii Elektrycznej". Spała 25-27 wrzesień 1991, ss.217-223, t.1.
- P.12 Pasko M.: Zastosowanie dwójników LC do symetryzacji faz w układach trójfazowych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka", z.130, Gliwice 1992, ss.57-68.
- P.13 Pasko M., Grzesik B.: Kompensacja składowych biernych prądu źródła napięcia odkształconego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka", z.130, Gliwice 1992, ss.23-38.
- P.14 Pasko M.: Dobór kompensatorów optymalizujących pracę rzeczywistego źródła napięć odkształconych i linii przesyłowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka", z.126, Gliwice 1992, ss.145-155.
- P.15 Pasko M.: Propozycje modyfikacji układów zasilanych z rzeczywistego źródła jednofazowego napięć niesinusoidalnych w zależności od warunków dla strumienia mocy czynnej. Zeszyty Politechniki Śląskiej "Elektryka" z.130, Gliwice 1992, ss.39-56.
- P.16 Pasko M.: Uwagi o kompensacji prądu rozproszenia za pomocą układów LC dla obwodów liniowych zasilanych ze źródeł idealnych i rzeczywistych napięć odkształconych. Materiały XV-SPETO, Wisła 1992, ss.519-525.
- P.17 Pasko M., Walczak J.: A Variable Capacitance Compensator for Minimization of Harmonics in the System Under Nonsinusoidal Conditions. International Conference on ED & PE 92, KOSICE, CSFR, 1992 pp.436-439.
- P.18 Pasko M.: Minimalizacja strat mocy czynnej w źródle trójfazowym odkształconym za pomocą kompensatorów optymalizujących i suboptymalizujących warunki pracy. Materiały XVI-SPETO, Gliwice-Ustroń 1993, ss.463-472.

- P.19 Pasko M.: Propozycje uproszczonych metod modyfikacji obwodów z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi. Materiały PPE'93, Ustroń, ss.562-568.
- P.20 Pasko M.: Uogólnienie zasad symetryzacji n-fazowych układów z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi. Materiały XVI SPETO, Gliwice-Ustroń 1993, ss.473-481.
- P.21 Pasko M., Grzesik B., Kaczmarczyk Z.: Energoelektroniczna realizacja techniczna dwójnika-ujemnej rezystancji. Materiały XVI SPETO, Gliwice-Ustroń 1993, ss.225-232.
- P.22 Pasko M.: Układ do symetryzacji i minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła trójfazowego odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Zgłoszenie patentowe, P.287183, 1990.
- P.23 Pasko M.: Application of LC One-Ports in Phase Load Symmetrization in N-Phase Systems with Nonsinusoidal Periodical Waveforms. European Conference Circuit Theory and Design, Davos, Switzerland, 30.Aug.-3.Sept. 1993, pp.1159-1164, lub Archiwum Elektrotechniki (w druku).
- P.24 Pasko M.: Optimization of working conditions of the non-sinusoidal periodic real voltage source by means of LC one ports. Archiwum Elektrotechniki, (w druku).
- P.25 Pasko M.: Modification of three-phase systems with non-sinusoidal waveforms in consideration of optimum shape of source current. 7th Int. Symposium on Theoretical Electrical Engineering ISTET'93, Sept. 1993, pp.85-90, Szczecin, Poland, lub Archiwum Elektrotechniki (w druku).
- P.26 Pirog S.: Sterowanie trójfazowymi symetryzującymi energoelektronicznymi kompensatorami mocy biernej. Zeszyty Naukowe AGH "Elektrotechnika" z.14 Kraków 1989 (monografia habilitacyjna).
- P.D1 —: The realization of n-port networks without transformers, -A panel discussion. IRE Trans. on Circuit Theory, Sept. 1962, pp.202-213.
- S.1 Seidler J., Badach A., Molisz W.: Metody rozwiązania zadań optymalizacji. WNT, Warszawa 1980.
- S.2 Sharon D.: Reactive Power Definition and Power Factor Improvement in Nonlinear Systems IEE Proc., Vol.120, No.6, June, 1973, pp.704-706.
- S.3 Sharon D.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol.121, No.9, Sept. 1972,
- S.4 Shepard W., Zakikhani P.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol.119, No.9, Sept.1972, pp.1361-1362.
- S.5 Shepard W., Zakikhani P.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol.120, No.7, July 1973, pp.704-706.
- S.6 Shepherd W., Zakikhani P.: Capacitive compensation in systems with nonsinusoidal voltage. Proc of the Univ. power-engineering conference, Bradford, England, Jan. 1972, pp.117-122.
- S.7 Siwczyński M.: Optymalizacja warunków energetycznych rzeczywistego źródła napięcia metodami analizy funkcjonalnej. Materiały XIII SPETO, Gliwice-Wisła 1990, ss.276-295.
- S.8 Siwczyński M., Kłosiński R.: Algorytm minimalizacji warunkowej kwadratowych funkcjonalów strat energii w rzeczywistym źródle napięcia. Materiały XIV SPETO, Gliwice-Wisła 1991, ss.85-91.
- S.9 Siwczyński M.: Minimalizacja prądu źródła z nieliniowym dwójnikiem impedancji wewnętrznej. Materiały XV-SPETO, Gliwice-Wisła 1992, ss.442-447.

- S.10 Siwczyński M., Pasko M.: Minimization of losses on the line of electrical energy transmission. *Journal of Appl. Math. and Comp. Science* (w druku).
- S.11 Siwczyński M., Pasko M., Kłosinski R.: Current minimization of the non-ideal voltage source with periodically time-varying parameters by means of an active compensator. *Journal of Appl. Math. and Comp. Science*, Vol.3, No.2, Zielona Góra 1993, pp.329-339.
- S.12 Slonim N.A., Van Wyk J.D.: Power Components in System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents Conditions. *IEE Proc. Pt. B*, Vol.135, 1988, pp.76-84.
- S.13 Stec K., Topór-Kamiński L.: Zastosowanie rezystancji parametrycznych do kompensacji mocy biernej. III Sympozjum PPE'85, Bielsko-Biała, ss.17-24.
- S.14 Sun S., Huang H.: On the meaning of nonsinusoidal active currents. *IEEE Trans on Instrum. and Meas.* Vol.40, No.1. February, 1991, pp.36-38.
- S.15 Sun S., Q., Klykova H.: Decomposition of voltage, current and power. *IEE Proc. Pt-B*, Vol.138, No.1, January 1991, pp.35-39.
- S.16 Sun S.Q., Jiang C., G.: Decomposition of Czarnecki's reactive current and reactive power. *IEE Proc.*, Pt. B, Vol.138, No.3, May, 1991, pp.125-128.
- S.17 Sun S.Q., Xiang Q., R.: Waveform distortion and distortion power. *IEE Proc. Pt-B*, Vol.139, No.4, July 1992, pp.303-306.
- S.18 Su K.L.: Teoria układów aktywnych. WNT, Warszawa, 1969.
- S.19 Supronowicz H.: Poprawa współczynnika mocy układów przekształtnikowych. WNT, Warszawa, 1981.
- S.20 Supronowicz H., Janczak J.: Capacitance compensation system with controller of induction current. PEMC'90, Budapest, pp.961-963.
- S.21 Шидловский А.К., Мостовяк И.В., Новский Б.А.: Симметрирование режимов трехфазных систем с нелинейными однофазными нагрузками. *Электричество* No.2 февраль, 1991, с.1-6.
- V.1 Van der Ziel A. *Nonlinear electronic circuits*. New York, J. Wiley, 1977.
- W.1 Walczak J.: Ortogonalny rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym z rzeczywistego źródła napięcia. *Materiały XIII SPETO, Gliwice-Wisła* 1990, ss. 331-341.
- W.2 Walczak J.: O dekompozycji prądu rzeczywistego źródła napięcia odkształconego i możliwości jego ortogonalizacji. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka"*, z.122, Gliwice 1991, ss.37-52.
- W.3 Walczak J.: Optymalizacja warunków pracy rzeczywistych trójfazowych źródeł napięć odkształconych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka"*, z.122, Gliwice 1991, ss.125-158.
- W.4 Walczak J., Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Układ do pomiaru wskaźnika jakości energii elektrycznej. Patent RP, Nr 156569. 1992.
- W.5 Walczak J.: Optymalizacja energetyczno-jakościowych właściwości obwodów elektrycznych w przestrzeniach Hilberta. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka"* z.125, Gliwice 1992 (monografia habilitacyjna).
- W.6 Walczak J., Pasko M.: Interpolacyjna metoda syntezy funkcji rzeczywistych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"*, z.122, Gliwice 1991, ss.7-21.
- W.7 Walczak J., Pasko M.: Generator przebiegów odkształconych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"*, z.126, Gliwice 1992, ss.157-172.

- W.8 Walczak J., Gawłowski A.: Optymalizacyjna metoda doboru kompensatorów LC. *Materiały XVI SPETO, Gliwice-Ustroń* 1993, ss.491-498.
- W.9 Weinberg L., Slepian P.: Realizability Conditions on n-port networks. *IRE Trans on Circuit Theory CT-5*, Sept.1958, pp.217-221.
- W.10 Willems J.L.: A new interpretation of the Akagi-Nabe power components for nonsinusoidal three-phase situations. *IEEE Trans. Instr. and Meas.* Vol.41, No.4, August 1992, pp.523-527.
- W.11 Willems J.L.: Current compensation in Three-Phase Power Systems. *ETEP*, Vol.3, No.1, January/Feb. 1993, pp.61-66.
- Z.1 Жежеленко И.В.: Высшие гармоники в системах электроснабжения промышленных предприятий. М. Энергия, 1974.

PRACE NIE PUBLIKOWANE, PRACE ZGŁOSZONE NA KONFERENCJE

1. Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Jednolita teoria mocy dla obwodów trójfazowych o przebiegach odkształconych. Warszawa 1986. Sprawozdanie z prac CPBR 5.7.II.3.9.27 (stron 32).
2. Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Analiza właściwości energetycznych układów dwuzaciskowych o przebiegach odkształconych z uwagi na właściwy wybór wskaźników jakości. Warszawa 1987. Sprawozdanie z prac CPBR 5.7.II.3.9.27 (stron 52).
3. Brodzki M., Walczak J., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Analiza właściwości energetycznych układów wielofazowych w przestrzeniach Sobolewa oraz synteza układów kompensacji składowej reaktancyjnej prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym. Warszawa 1988. Sprawozdanie z prac RBPB 02.7/II.3.2.1 (stron 46).
4. Brodzki M., Walczak J., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Analiza właściwości obwodów elektrycznych o sygnałach prawie okresowych wraz z synteza układów kompensacji. I. Analiza właściwości energetycznych układów dwuzaciskowych w przestrzeniach funkcji prawie okresowych. II. Synteza układów kompensacji składowej reaktancyjnej i składowej asymetrii prądów odbiorników trójfazowych zasilanych napięciem odkształconym. Warszawa 1989. Sprawozdanie z pracy RBPB 02.7/II.3.2.1 (stron 37).
5. Brodzki M., Walczak J., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Konstrukcja wskaźników jakości energii w aspekcie globalnym sieci elektrycznych, synteza algorytmów kompensacji. Warszawa 1990. Sprawozdanie z pracy RBPB 02.7/II.3.2.1 (stron 36).
6. Walczak J., Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Raport z Grantu MEN: G-515/RE-3/1991.
7. Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Raport Nr 1 z realizacji projektu badawczego KBN, pt. "Modyfikacja układów elektrycznych z przebiegami odkształconymi z uwagi na optymalny kształt prądu. Warszawa 1993.
8. Pasko M.: Suggestion of simplified methods modifying the systems with periodical nonsinusoidal waveforms. *MMTE'93*, November 1993, Pilzen.

DOBÓR KOMPENSATORÓW OPTYMALIZUJĄCYCH WARUNKI PRACY ŹRÓDEŁ NAPIĘĆ JEDNOFAZOWYCH I WIELOFAZOWYCH Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI ODKSZTAŁCONYMI

S t r e s z c z e n i e

Przedstawiona monografia łączy wiele zagadnień współczesnej elektrotechniki teoretycznej i stosowanej dotyczących minimalizacji strat energii elektrycznej i wyższych harmonicznych przebiegów w układach liniowych stacjonarnych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi. Przyjęcie do rozważań tej klasy układów umożliwia uzyskanie w większości przypadków rozwiązań w postaci analitycznej, a to pozwala na przejrzystą ich interpretację. Opracowane w pracy zagadnienia stanowią uogólnienia teorii mocy zaproponowanej przez S. Fryzego dla układów z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi, zasilanych z idealnych źródeł. Rozwiązane w pracy zagadnienia wykorzystują w dużej mierze nowoczesne metody matematyczne, w tym w szczególności metody optymalizacyjne.

Do najważniejszych zagadnień przedstawionych i rozwiązanych w pracy ściśle ze sobą powiązanych należy zaliczyć:

- opracowanie wielu nowych warunków modyfikacji obwodów stanowiących podstawę syntezy układów umożliwiających minimalizację strat energii i zniekształceń w obwodach jednofazowych i wielofazowych zasilanych z idealnych i rzeczywistych źródeł napięcia odkształconego okresowego. Jako obwodów kompensujących użyto dwójniki LC oraz zaproponowano układy RLC zawierające jedną rezystancję ujemną, co umożliwia optymalny stan pracy źródła ze względu na przyjęte kryterium optymalizacyjne (rozdział 3),
- symetryzację obciążenia faz dla układów trójfazowych i wielofazowych za pomocą bezstratnych kompensatorów reaktancyjnych. Wykazano, stosując metody składowych symetrycznych, że przedstawiona symetryzacja jest równoważna innym znanym metodom eliminacji niepożądanych składowych prądu źródeł trójfazowych (wielofazowych) o napięciach okresowych niesinusoidalnych (rozdział 4),

- wyznaczenie prądu optymalnego źródła, dla danego kryterium optymalizacyjnego, zarówno dla układów jednofazowych, jak i wielofazowych zasilanych z rzeczywistych źródeł napięć okresowych niesinusoidalnych, które stanowią uogólnienie wcześniejszych prac z tego zakresu. Syntezę kompensatorów, których admitancje dla rozważanych harmonicznych uzyskuje się w postaci analitycznej (rozdziały 5 i 6),
- opracowanie metod przybliżonej kompensacji za pomocą dwójników LC na podstawie podanych warunków suboptymalnej pracy obwodów i określenie zakresu jej dokładności (rozdział 5),
- przedstawiono ideę zastosowania obwodów szerszej klasy niż LC do syntezy kompensatorów, a mianowicie pojemnościowego kompensatora parametrycznego o prostej strukturze (rozdział 7).

SELECTION OF THE COMPENSATORS OPTIMIZING WORKING CONDITIONS
OF ONE-PHASE AND MULTI-PHASE VOLTAGE SOURCES
WITH PERIODIC NONSINUSOIDAL WAVEFORMS

S u m m a r y

The presented monograph combines many problems of modern theoretical and applied electrotechnics concerning minimization of electric energy losses and higher harmonics of the waveforms in linear stationary systems with periodic nonsinusoidal waveforms. Consideration of that class of the networks enables to obtain in most cases the solutions in an analytical form, what in turn allows for their clear interpretation. The problems developed in the work are the generalizations of power theory suggested by S. Fryze for the networks with periodic nonsinusoidal waveforms, supplied from ideal sources. The problems solved here make use of modern mathematical methods, especially optimizing methods.

The most important problems presented and solved in the work, and closely connected with one another, are the following:

- developing many new conditions of circuit modification which are the basis for the synthesis of the networks enabling minimization of energy losses and determination in the one-phase and multi-phase circuits supplied from ideal and real sources of periodic nonsinusoidal voltage. LC one-ports have been used as compensating networks and RLC networks with one negative resistance have been suggested, what enables optimum working conditions of the source due to accepted optimizing criterion (chapter 3),
- symmetrization of phase load for three-phase and multi-phase systems by means of lossless reactance compensators. It has been proved, by applying a symmetrical components method, that the presented symmetrization is equivalent to other know methods of eliminating undesirable current components of three-phase (multi-phase) sources with periodic nonsinusoidal voltages (chapter 4),
- determination of the optimum source current for a given optimizing criterion, both for one-phase and multi-phase systems supplied from the

sources of periodic nonsinusoidal voltage, which are the generalization of previous works on the subject. Synthesis of the compensators whose admittance for the considered harmonics is achieved in an analytical form (chapter 5 and 6),

- elaboration of the methods of approximate compensation by means of LC one ports on the basis of the given conditions of suboptimum circuit work and determination of the range of the accuracy (chapter 5),
- there has been presented an idea of applying the circuits of larger class than LC for synthesis, of compensators namely a parametric capacitive compensator of a simple structure (chapter 7).

ВЫБОР КОМПЕНСАТОРОВ ОПТИМИЗИРУЮЩИХ УСЛОВИЯ РАБОТЫ ОДНОФАЗНЫХ
И МНОГОФАЗНЫХ ИСТОЧНИКОВ НАПРЯЖЕНИЯ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ
ДЕФОРМИРОВАННЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

Резюме

Данная монография связывает ряд вопросов современной теоретической и прикладной электротехники касающихся минимизации потерь электроэнергии и высших гармоник в линейных, стационарных схемах с периодическими, несинусоидальными токами. Разработка этого класса схем дает возможность получить в большинстве случаев решения в аналитическом виде, благодаря чему получается ясная их интерпретация. Разработанные вопросы являются обобщением теории мощности предложенной проф. Фризе для схем с периодическими несинусоидальными графиками, питаемых от идеальных источников. Для решения поставленных вопросов применяются современные математические методы, в частности оптимизационные.

К важнейшим, поставленным и решенным в данной работе и тесно связанным друг с другом вопросам, надо зачислить:

- определение ряда новых условий модифицирования цепей являющихся основой синтеза схем дающих возможность минимизации потерь энергии деформации в однофазных и многофазных цепях питаемых от идеальных и действительных источников периодического деформированного напряжения. В качестве компенсирующих цепей приняты двупольники LC и предложены схемы RLC содержащие одно отрицательное сопротивление, что дает возможность получения оптимального режима работы источника по оптимизационному критерию (глава 3),
- симметрирование нагрузки фаз для трехфазных и многофазных схем с помощью реактанционных компенсаторов без потерь мощности. С применением метода симметрических составляющих доказана эквивалентность проведенного симметрирования с другими известными методами устранения нежелательных составляющих тока многофазных периодических несинусоидальных источников (глава 4)
- определение оптимального тока источника, для данного оптимизационного критерия, как для однофазных, так для многофазных схем питаемых от

действительных источников периодического несинусоидального напряжения, являющееся обобщением ранее проведенных работ. Синтез компенсаторов, которых адмитансы для обсуждаемых гармоник получаются в аналитическом виде (главы 5 и 6),

- разработку метода приближенной компенсации с помощью двупольников LC на основе данных условий субоптимальной работы цепей и определение области его точности (глава 5),
- представление идеи приложения к синтезу компенсаторов цепей классом шире чем LC, а именно емкостного параметрического компенсатора с простой структурой (глава 7).

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej

P. 3347 / 94 / 135