



**Politechnika  
Śląska**

**Praca interdyscyplinarna z zakresu:  
Inżynieria Środowiska, Górnictwa i Energetyki  
oraz Inżynieria Mechaniczna**

**Rafał Robak**

Optymalizacja parametrów dynamicznych kierownic turbin  
niskiego ciśnienia silnika turbowentylatorowego z wykorzystaniem  
metod sztucznej inteligencji

Rozprawa doktorska

Promotorzy:

dr hab inż. Sebastian Rulik, prof. PŚ (opiekun naukowy z dyscypliny  
Inżynieria Środowiska, Górnictwa i Energetyki)

dr hab inż. Mirosław Szczepanik, prof. PŚ (opiekun naukowy z dyscypliny  
Inżynieria Mechaniczna)

Gliwice 2022



Praca została wykonana przy wsparciu firmy Avio Polska Sp. z o.o.  
(ul. Grażyńskiego 141, 43-300 Bielsko-Biała), która dostarczyła  
parametry wejściowe oraz udostępniła  
stanowisko obliczeniowe i oprogramowanie Ansys.





## Spis treści

Spis rysunków.....	7
Spis tabel.....	11
Spis oznaczeń.....	12
1. Wprowadzenie.....	13
2. Cel i teza pracy.....	16
3. Opis przedmiotu optymalizacji – kierownica turbiny gazowej.....	17
4. Optymalizacja z zastosowaniem metod sztucznej inteligencji.....	27
4.1. Algorytmy genetyczne (AG).....	30
4.2. Algorytmy immunologiczne (AIS).....	33
5. Metoda elementów skończonych.....	44
5.1. Elementy tarczowe.....	45
5.2. Elementy osiowo symetryczne.....	50
5.3. Zagadnienia dynamiki w metodzie elementów skończonych.....	52
5.4. Elementy kontaktowe w modelu numerycznym.....	55
6. Sformułowanie zadania optymalizacji.....	56
7. Modelowanie zastępcze ( <i>metamodeling</i> ).....	58
7.1. Strategia aproksymacji wielomianem drugiego rzędu dla funkcji wielu zmiennych.....	62
8. Opis modelu numerycznego.....	64
9. Analiza wrażliwości parametrów geometrycznych.....	71
10. Opis środowiska optymalizacji.....	73
11. Optymalizacja genetyczna.....	76
11.1. Omówienie wyników dla minimalizacji $J_1$ przy ograniczeniu $O_1$ .....	76
11.2. Omówienie wyników dla maksymalizacji $J_2$ oraz $J_3$ .....	81
12. Optymalizacja immunologiczna.....	87
12.1. Omówienie wyników dla minimalizacji $J_4$ przy ograniczeniu $O_1$ .....	87
12.2. Omówienie wyników dla minimalizacji $J_2$ oraz $J_3$ .....	92
13. Podsumowanie i wnioski końcowe.....	95
Bibliografia.....	98
Streszczenie.....	102
Abstract.....	103



## Spis rysunków

RYSUNEK 1. SILNIK LOTNICZY TURBOWENTYLATOROWY [39] .....	17
RYSUNEK 2. CYKL TERMOMECHANICZNY BRAYTON'A .....	18
RYSUNEK 3. KIEROWNICA TURBINY SILNIKA TURBOWENTYLATOROWEGO .....	18
RYSUNEK 4. KIEROWNICA TURBINY – STREFY PROJEKTOWE .....	19
RYSUNEK 5. DIAGRAM GOODMANA – SCHEMATYCZNY [40] .....	20
RYSUNEK 6. ROZKŁAD OBCIĄŻEŃ TERMICZNYCH A) ORAZ MECHANICZNYCH (CIŚNIENIA) B).....	20
RYSUNEK 7. DIAGRAM CAMPBELL'A - SCHEMATYCZNY.....	21
RYSUNEK 8. DIAGRAM CAMPBELL'A – OPTYMALNY SCENARIUSZ DYNAMICZNY.....	22
RYSUNEK 9. FORMA MODALNA SYSTEMOWA – WAHADŁOWA - OSIOWA.....	22
RYSUNEK 10. RODZAJE FORM MODALNYCH ZWIĄZANYCH Z PROFILEM AERODYNAMICZNYM (PRZEMIESZCZENIA SUMARYCZNE).....	23
RYSUNEK 11. STANOWISKO TESTOWE DO BADANIA CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH STATORA..	23
RYSUNEK 12. TEST EKSPERYMENTALNY PORÓWNAWCZY – MODEL NUMERYCZNY A KOMPONENT RZECZYWISTY.....	24
RYSUNEK 13. STATOR WRAZ Z ZAAPLIKOWANYMI TENSOMETRAMI .....	25
RYSUNEK 14. STANOWISKO TESTOWE DLA TESTU CERTYFIKACYJNEGO SILNIKA TURBOWENTYLATOROWEGO [GE AVIATION] .....	25
RYSUNEK 15. EKSPERYMENTALNY DIAGRAM CAMPBELL'A .....	26
RYSUNEK 16. ZALEŻNOŚĆ EKSTREMUM WYZNACZONEGO METODĄ GRADIENTOWĄ OD PUNKTU STARTOWEGO.....	27
RYSUNEK 17. POSZUKIWANIE SYMULTANICZNE W DWUWYMIAROWEJ PRZESTRZENI ZMIENNYCH DECYZYJNYCH .....	28
RYSUNEK 18. ILUSTRACJA METODY HYBRYDOWEJ GRADIENTOWO-LOSOWEJ .....	29
RYSUNEK 19. EFEKTYWNOŚĆ METODY A TYP PROBLEMU OPTIMALIZACJI .....	30
RYSUNEK 20. KANONICZNA POSTAĆ ALGORYTMÓW GENETYCZNYCH.....	31
RYSUNEK 21. SCHEMATYCZNA BUDOWA LIMFOCYTU TYPU B .....	34
RYSUNEK 22. KANONICZNA POSTAĆ ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO .....	35
RYSUNEK 23. PRZYKŁADY OPTIMALIZACJI TARCZ Z WYKORZYSTANIEM AIS.....	38
RYSUNEK 24. SCHEMAT ODPOWIEDZI IMMUNOLOGICZNEJ NA PRZYKŁADZIE KOSTYMULACJI .....	39
RYSUNEK 25. BRAK KO-STYMULACJI I ZANIK KOMÓRKI B.....	39
RYSUNEK 26. POSTAĆ ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO WZBOGAĆONA O EFEKT KOSTYMULACJI ...	40

RYSUNEK 27. FUNKCJA ACKLEY’A - PORÓWNANIE ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO KLASYCZNEGO ORAZ ALGORYTMU ROZSZERZONEGO O EFEKT KOSTYMULACJI .....	42
RYSUNEK 28. FUNKCJA BOHACHEVSKY’EGO - PORÓWNANIE ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO KLASYCZNEGO ORAZ ALGORYTMU ROZSZERZONEGO O EFEKT KOSTYMULACJI.....	43
RYSUNEK 29. DYSKRETYZACJA OŚRODKA CIĄGŁEGO .....	44
RYSUNEK 30. PODZIAŁ MODELU NUMERYCZNEGO ZE WZGLĘDU NA TYP ELEMENTU SKOŃCZONEGO ..	45
RYSUNEK 31. SCHEMAT IDEOWY TARCZY .....	46
RYSUNEK 32. ELEMENT SKOŃCZONY DWUWYMIAROWY PROSTOKĄTNY (LINIOWA FUNKCJA INTERPOLACYJNA) .....	47
RYSUNEK 33. FUNKCJA INTERPOLACYJNA DLA WĘZŁA NUMER 1 W ELEMENCIE SKOŃCZONYM .....	48
RYSUNEK 34. ELEMENT OSIOWO SYMETRYCZNY .....	51
RYSUNEK 35. STAN ODKSZTAŁCEŃ ORAZ NAPRĘŻEŃ W ELEMENCIE OBROTOWO SYMETRYCZNYM.....	51
RYSUNEK 36. ELEMENT KONTAKTOWY .....	55
RYSUNEK 37. DIAGRAM CAMPBELLA – DEFINICJA OGRANICZENIA.....	56
RYSUNEK 38. MODELE OBIEKTU BADAŃ [25].....	59
RYSUNEK 39 RODZAJ PLANÓW BOX-WILSON.....	59
RYSUNEK 40. AGREGACJA FUNKCJI APROKSYMUJĄCYCH – PRZYKŁAD 1D .....	61
RYSUNEK 41. DEFINICJA MODELU DWUWYMIAROWEGO PRZYJĘTEGO DO OPTIMALIZACJI.....	65
RYSUNEK 42. WPŁYW GĘSTOŚCI SIATKI ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH NA WYNIKI CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH.....	66
RYSUNEK 43. WPŁYW SZTYWNOŚCI KONTAKTU NA CZĘSTOTLIWOŚĆ DRGAŃ WŁASNYCH (PIERWSZA POSTAĆ) .....	66
RYSUNEK 44. MODEL MES – DEFINICJA POWIERZCHNI KONTAKTOWYCH ORAZ UTWIERDZENIA MODELU .....	67
RYSUNEK 45. ROZKŁAD ENERGII ODKSZTAŁCENIA DLA PIERWSZEJ CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH .....	67
RYSUNEK 46. PARAMETRY GEOMETRYCZNE ZASTOSOWANE JAKO ZMIENNE PROJEKTOWE W ZADANIU OPTIMALIZACJI (OZNACZONE JAKO $\bar{X}_A$ ) .....	68
RYSUNEK 47. ZESTAWY ZMIENNYCH DECYZYJNYCH W ZADANIU OPTIMALIZACJI OZNACZONY JAKO $\bar{X}_B$ .....	68
RYSUNEK 48. ZESTAWY ZMIENNYCH DECYZYJNYCH W ZADANIU OPTIMALIZACJI OZNACZONY JAKO $\bar{X}_C$ .....	69
RYSUNEK 49. INTERPRETACJA WSPÓŁCZYNNIKA KORELACJI $P$ .....	71
RYSUNEK 50. WSPÓŁCZYNNIK KORELACJI DLA ANALIZOWANYCH ODPOWIEDZI .....	72

RYSUNEK 51. SCHEMAT ZAPROPONOWANEJ W PRACY METODY OPTIMALIZACJI .....	73
RYSUNEK 52. OPIS KOMUNIKACJI POMIĘDZY ALGORYTMEM IMMUNOLOGICZNYM ORAZ ŚRODOWISKIEM ANSYS WORKBENCH.....	74
RYSUNEK 53. SCHEMAT WYZNACZANIA METAMODELU DLA LIMFOCYTU T .....	75
RYSUNEK 54. FUNKCJA CELU $J_1$ - HISTORIA ZMIAN POPULACJI W KOLEJNYCH ITERACJACH .....	77
RYSUNEK 55. FUNKCJA CELU $J_1$ - ZBIEŻNOŚĆ W KOLEJNYCH ITERACJACH (ŚREDNIA POPULACJI).....	77
RYSUNEK 56. FUNKCJA CELU $J_1$ - ZBIEŻNOŚĆ W KOLEJNYCH ITERACJACH (ODCHYLENIE STANDARDOWE DLA POPULACJI) .....	78
RYSUNEK 57. FUNKCJA CELU $J_1$ - WERYFIKACJA WYNIKÓW METAMODELU POPRZEZ ANALIZĘ MODALNĄ MES.....	79
RYSUNEK 58. FUNKCJA CELU $J_1$ - PORÓWNANIE GEOMETRII REFERENCYJNEJ Z NAJLEPSZYM OTRZYMANYM ROZWIĄZANIEM A) WIDOK OGÓLNY, B) WIDOK SZCZEGÓŁOWY.....	80
RYSUNEK 59. FUNKCJA CELU $J_2$ ORAZ $J_3$ - HISTORIA ZMIAN POPULACJI W KOLEJNYCH ITERACJACH ..	81
RYSUNEK 60. FUNKCJA CELU $J_2$ ORAZ $J_3$ - ZBIEŻNOŚĆ W KOLEJNYCH ITERACJACH (ŚREDNIA POPULACJI) .....	82
RYSUNEK 61. FUNKCJA CELU $J_2$ ORAZ $J_3$ - ZBIEŻNOŚĆ W KOLEJNYCH ITERACJACH (ODCHYLENIE STANDARDOWE DLA POPULACJI) .....	82
RYSUNEK 62. FUNKCJA CELU $J_2$ - WERYFIKACJA WYNIKÓW METAMODELU POPRZEZ ANALIZĘ MODALNĄ MES.....	83
RYSUNEK 63. FUNKCJA CELU $J_2$ - PORÓWNANIE GEOMETRII REFERENCYJNEJ Z NAJLEPSZYM OTRZYMANYM ROZWIĄZANIEM A) WIDOK OGÓLNY, B) WIDOK SZCZEGÓŁOWY.....	84
RYSUNEK 64. FUNKCJA CELU $J_3$ - WERYFIKACJA WYNIKÓW METAMODELU POPRZEZ MODEL MES ....	85
RYSUNEK 65. FUNKCJA CELU $J_3$ - PORÓWNANIE GEOMETRII REFERENCYJNEJ Z NAJLEPSZYM OTRZYMANYM ROZWIĄZANIEM A) WIDOK OGÓLNY, B) WIDOK SZCZEGÓŁOWY.....	86
RYSUNEK 66. FUNKCJA CELU $J_4$ - HISTORIA ZMIAN POPULACJI W KOLEJNYCH ITERACJACH .....	88
RYSUNEK 67. FUNKCJA CELU $J_4$ - HISTORIA ZMIAN PIERWSZEJ CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH	88
RYSUNEK 68. FUNKCJA CELU $J_4$ - HISTORIA ZBIEŻNOŚCI ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO DLA MINIMALIZACJI WARTOŚCI POWIERZCHNI (WARTOŚĆ ŚREDNIA W ITERACJI) .....	89
RYSUNEK 69. FUNKCJA CELU $J_4$ - HISTORIA ZBIEŻNOŚCI ALGORYTMU (ODCHYLENIE STANDARDOWE DLA ITERACJI) .....	89
RYSUNEK 70. FUNKCJA CELU $J_4$ - WALIDACJA MODELU ZASTĘPCZEGO (METAMODELU) Z WYNIKAMI ANALIZY MES .....	90
RYSUNEK 71. FUNKCJA CELU $J_4$ - PORÓWNANIE GEOMETRII REFERENCYJNEJ Z NAJLEPSZYM OTRZYMANYM ROZWIĄZANIEM A) WIDOK OGÓLNY, B) WIDOK SZCZEGÓŁOWY.....	91

RYSUNEK 72. FUNKCJA CELU $J_2$ ORAZ $J_3$ - WYNIKI UZYSKANE DLA POSZCZEGÓLNYCH LIMFOCYTÓW	92
RYSUNEK 73. FUNKCJA CELU $J_2$ ORAZ $J_3$ - ZBIEŻNOŚĆ W ITERACJACH (ŚREDNIA POPULACJI) .....	93
RYSUNEK 74. FUNKCJA CELU $J_2$ ORAZ $J_3$ - ZBIEŻNOŚĆ W ITERACJACH (ODCHYLENIE STANDARDOWE W POPULACJI) .....	93
RYSUNEK 75. FUNKCJA CELU $J_3$ - PORÓWNANIE GEOMETRII REFERENCYJNEJ Z NAJLEPSZYM OTRZYMANYM ROZWIĄZANIEM A) WIDOK OGÓLNY, B) WIDOK SZCZEGÓŁOWY .....	94
RYSUNEK 76. GRAFICZNA REPREZENTACJA WYNIKÓW OPTYMALIZACJI .....	96

## Spis tabel

TABELA 1. ZESTAW PARAMETRÓW ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO .....	35
TABELA 2. ZESTAW PARAMETRÓW ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO DLA OPTIMALIZACJI TARCZ ....	38
TABELA 3. PARAMETRY ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO .....	42
TABELA 4. ZESTAWIENIE WSPÓŁCZYNNIKA DOPASOWANIA DLA METAMODELI .....	62
TABELA 5. ZESTAW PARAMETRÓW ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO DLA WYZNACZENIA WSPÓŁCZYNNIKÓW WIELOMIANU .....	63
TABELA 6. ZESTAWIENIE MASY MODELI.....	64
TABELA 7. ZESTAWIENIE CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH DLA PIERWSZEJ FORMY .....	64
TABELA 8. CHARAKTERYSTYKI GEOMETRYCZNE LINIOWE .....	69
TABELA 9. CHARAKTERYSTYKI GEOMETRYCZNE KĄTOWE .....	69
TABELA 10. DODATKOWE PARAMETRY ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO Z KOSTYMULACJĄ.....	75
TABELA 11. PARAMETRY ALGORYTMU GENETYCZNEGO .....	76
TABELA 12. WYNIKOWE ZESTAWIENIA ZMIENNYCH PROJEKTOWYCH DLA FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA $J_1$ .....	79
TABELA 13. WPŁYW PRAWDOPODOBIENSTW OPERATORÓW EWOLUCYJNYCH NA ILOŚĆ WYWOŁAŃ FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA .....	80
TABELA 14. WYNIKOWE ZESTAWIENIA ZMIENNYCH PROJEKTOWYCH DLA FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA $J_2$ .....	83
TABELA 15. WYNIKOWE ZESTAWIENIE ZMIENNYCH PROJEKTOWYCH DLA FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA $J_3$ .....	85
TABELA 16. PARAMETRY ALGORYTMU IMMUNOLOGICZNEGO .....	87
TABELA 17. WYNIKOWE ZESTAWIENIE ZMIENNYCH PROJEKTOWYCH DLA FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA $J_4$ .....	90
TABELA 18. PORÓWNANIE WYNIKÓW OPTIMALIZACJI .....	91

## Spis oznaczeń

AG – Algorytm genetyczny

AIS – Sztuczny algorytm immunologiczny

AISCO – Sztuczny algorytm immunologiczny rozszerzony o kostymulacje

$CL_B(t)$  – klon komórki pamięci (limfocytu B) w iteracji  $t$ ,

$f_1$  – częstotliwość drgań własnych – pierwsza postać wahadłowa

$K$  – globalna macierz sztywności modelu

$k$  – liczba zmiennych decyzyjnych,

$L_B(t)$  – limfocyt B w iteracji  $t$ ,

$L_T(t)$  – limfocyt T w iteracji  $t$ ,

$M$  – globalna macierz mas modelu

MES – metoda elementów skończonych

$P$  – ciśnienie

$P(t)$  – populacja chromosomów w iteracji  $t$

$S$  – entalpia

$T_3$  – temperatura powietrza wlotu do turbiny

$\sigma_d$  – naprężenie dynamiczne

$\sigma_s$  – naprężenie statyczne

$\Lambda$  – zbiór potomków w algorytmie genetycznym

$\Gamma$  – zbiór rodziców w algorytmie genetycznym

$\Theta$  – zbiór wszystkich limfocytów B przeanalizowanych w trakcie procesu optymalizacji,

$X_A$  – wektor zmiennych decyzyjnych uwzględniający parametry obudowy i kierownicy,

$X_B$  – wektor zmiennych decyzyjnych uwzględniający parametry kierownicy,

$X_C$  – wektor zmiennych decyzyjnych uwzględniający parametry dyslokacyjne kierownicy,

$\gamma_{freq}$  – funkcja kary dla ograniczenia częstotliwościowego,

$y(X)$  – wartość funkcji dla danego wektora parametrów  $X$ ,

$\hat{y}(X)$  – wartość funkcji dla danego wektora parametrów  $X$  w oparciu o model zastępczy (metamodel),



# 1. Wprowadzenie

Proces konstruowania musi brać pod uwagę zarówno zastosowanie jak i możliwości wytworzenia wybranych obiektów technicznych. Wstępnym etapem tego procesu jest sprecyzowanie potrzeb, a później ocena możliwości realizacji, biorąc pod uwagę dostępną technologię, opłacalność inwestycji związanej z wdrożeniem projektu czy materiały. W sektorze projektowo-konstrukcyjnym od lat przykładą się istotną wagę nie tylko do jakości produktu, ale także do czasu jego wykonania i uzyskania wyrobu zgodnego z wymogami w fazie prototypowania i przygotowania produkcji. Oznacza to spełnienie wszystkich wymogów technicznych związanych z trwałością komponentów, wagą, wydajnością, obsługą i naprawami serwisowymi oraz wymogów ekonomicznych związanych z kosztami testów i produkcji.

W przypadku silnika lotniczego kluczowe jest, aby faza testów naziemnych wymaganych przez federalną agencję lotniczą (14 CFR § 33 – Silniki lotnicze [13]) odbyła się z wykorzystaniem docelowego wariantu konstrukcyjnego. Wszelkie zmiany, które wymagają powtórzenia testów naziemnych implikują duże koszty i opóźnienia w projekcie, które wpływają na konkurencyjność danego rozwiązania i niosą ryzyko kar umownych wynikających z kontraktów pomiędzy producentami silników a producentami płatowców. Zapewnienie odpowiedniego balansu pomiędzy wszystkimi wymogami pozwala dobrać odpowiednią technologię i materiał przy zadanych ograniczeniach kosztowych. Wybór powinien być podyktowany wiedzą ekspercką i doświadczeniem oraz oceną rozwiązania konstrukcyjnego z zastosowaniem symulacji numerycznych i testów eksperymentalnych. W ramach teorii projektowania korzysta się z metod postępowania opartych na procesie optymalizacji, o ile efekt da się przedstawić w sposób ilościowy (zdefiniować funkcję celu), zależny od wartości parametrów (zmiennych decyzyjnych), w granicach wyznaczających zbiór możliwych rozwiązań (zbiór dopuszczalny).

Standardem jest obecnie używanie narzędzi do symulacji komputerowej złożonych zjawisk i procesów fizycznych zachodzących w turbinach gazowych począwszy od analizy przepływu czynnika roboczego, wymiany ciepła, analizy termo-mechanicznej i modalnej. Wszystkie te informacje pozwalają na ocenę kluczowych komponentów względem zdefiniowanych kryteriów zgodnie z zasadami projektowania (dobór odpowiedniego kształtu, materiału i wymiarów).

Optymalizacja jest obecnie kluczowym procesem w projektowaniu maszyn i urządzeń. Jej celem jest zapewnienie odpowiedniego balansu pomiędzy wymogami technicznymi danego urządzenia a trwałością komponentów, wagą, wydajnością, obsługą (naprawami) oraz kosztami. W ostatnich

latach proces ten szczególnie się rozwinął ze względu na znaczący rozwój mocy obliczeniowej oraz potrzebę dostarczania konkurencyjnych produktów.

Analiza modalna jest fundamentalną oceną w procesie konstrukcji kierownicy turbiny niskiego ciśnienia w silniku lotniczym. Ocena jest istotna zarówno dla nowych projektów, ale także w celu modyfikacji i rozwoju rozwiązań istniejących, np. w celu zwiększenia trwałości komponentów. Wymogiem technicznym jest zapewnienie odpowiedniego poziomu trwałości systemu często wyrażonym w postaci powtarzalnych cykli, gdzie przez jeden cykl rozumiemy rejs samolotu poczynszony od uruchomienia silnika, rozbiegu, startu, przelotu oraz lądowania. Zrozumienie dynamiki jest kluczowe w ocenie zmęczenia wysokocyklowego (*HCF; high cycle fatigue*). Metoda elementów skończonych (MES) jest powszechnie używana w nowych projektach, aby zweryfikować charakterystykę modalną (częstotliwości drgań własnych oraz postacie) względem zakresu operacyjnego oraz funkcji wzbudzających. Weryfikacja na wczesnym etapie projektu daje możliwość adresowania problemów związanych z dynamiką zanim pierwsze prototypy wejdą w fazę intensywnych testów. Częstotliwości własne systemowe, to takie częstotliwości, które angażują nie tylko kierownice, ale także sąsiadujące komponenty (obudowę turbiny). Drgania własne systemowe wzbudzone są najczęściej poprzez czynniki mechaniczne (niewyważenie wału, brak współosiowości na łożyskach). W procesie optymalizacji uwzględnione zostały charakterystyki geometryczne, takie jak: grubości powłok obudowy turbiny oraz cechy geometryczne na górnej platformie kierownicy. Wybór parametrów jest podyktowany analizą energii odkształcenia w przedmiotowym modelu.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie procesu optymalizacji charakterystyk modalnych kierownicy turbiny z wykorzystaniem metod sztucznej inteligencji na przykładzie algorytmów genetycznych (zawartych w komercyjnym oprogramowaniu Ansys) oraz immunologicznych rozszerzonych o autorskie procedury. Optymalizacji parametrycznej podlegała geometria kierownicy a także fragment obudowy turbiny, w której to komponent jest zamocowany. Algorytmy optymalizacji były odpowiedzialne za poszukiwanie optymalnego zestawu parametrów geometrycznych, zaś metoda elementów skończonych za weryfikację wariantu konstrukcyjnego pod kątem charakterystyk modalnych (częstotliwości drgań własnych) wykorzystujących analizę modalną.

## Organizacja pracy

Praca składa się z 12 rozdziałów. W pierwszych dwóch przedstawiona została inspiracja do wykonania pracy oraz jej teza. W rozdziale trzecim zaprezentowano przedmiot optymalizacji i wykazano potrzebę definicji konstrukcji tak aby zapewnić jej trwałość. Rozdziały od czwartego do siódmego stanowią opis zastosowanych metod optymalizacji z uwzględnieniem metod sztucznej inteligencji tj. algorytmów genetycznych oraz immunologicznych. Sformułowano funkcje celu dla zadań optymalizacji. Opisano również metodę elementów skończonych oraz modelowanie zastępcze, stanowiące narzędzia do weryfikacji wariantów konstrukcyjnych z perspektywy częstotliwości drgań własnych i powierzchni modelu. W rozdziale ósmym omówiono model numeryczny, a w kolejnych rozdziałach wyniki analizy wrażliwości zmiennych decyzyjnych oraz środowisko optymalizacji. Rozdział jedenasty oraz dwunasty opisują odpowiednio wyniki optymalizacji z wykorzystaniem algorytmów genetycznych i immunologicznych. Przedstawiono serie procesów optymalizacji biorąc pod uwagę zdefiniowane funkcje celu. W ostatnim trzynastym rozdziale odniesiono się do otrzymanych rozwiązań i zaobserwowanych trendów. Wskazano dalsze możliwe kierunki badań.

## 2. Cel i teza pracy

Nadrzędnym celem pracy doktorskiej realizowanej w ramach programu „Doktorat Wdrożeniowy” jest wdrożenie w przemyśle nowych, innowacyjnych rozwiązań dla procesu projektowo - konstrukcyjnego. Zaproponowane rozwiązania zostaną odniesione do obecnego stanu wiedzy a przeprowadzone procesy optymalizacji będą miały na celu potwierdzenie skuteczności zaproponowanych rozwiązań w praktyce przemysłowej w branży lotniczej.

Głównym celem rozprawy jest optymalizacja charakterystyk dynamicznych kierownicy turbiny w wyniku zmiany jej kształtu. W optymalizacji wykorzystano metody sztucznej inteligencji (algorytmy genetyczne oraz immunologiczne). Optymalizacja odbywać się będzie przy użyciu algorytmu optymalizacji połączonego z programem MES weryfikującym warianty konstrukcyjne pod względem powierzchni modelu oraz częstotliwości drgań własnych.

Zrealizowanie przyjętego celu wymaga wykonania następujących zadań cząstkowych:

- zaproponowanie metody optymalizacji,
- opracowanie algorytmu immunologicznego rozszerzonego o efekt kostymulacji oraz jego implementacji na poziomie programu komputerowego,
- opracowanie schematu wymiany danych pomiędzy programem optymalizacji a programem elementów skończonych,
- przeprowadzenie testów efektywności i skuteczności opracowanego programu komputerowego optymalizacji,
- opracowanie parametrycznego modelu MES do numerycznej analizy modalnej oraz jego walidacji z modelem dokładnym (3D),
- przeprowadzenie procesu optymalizacji wybranych problemów przemysłowych.

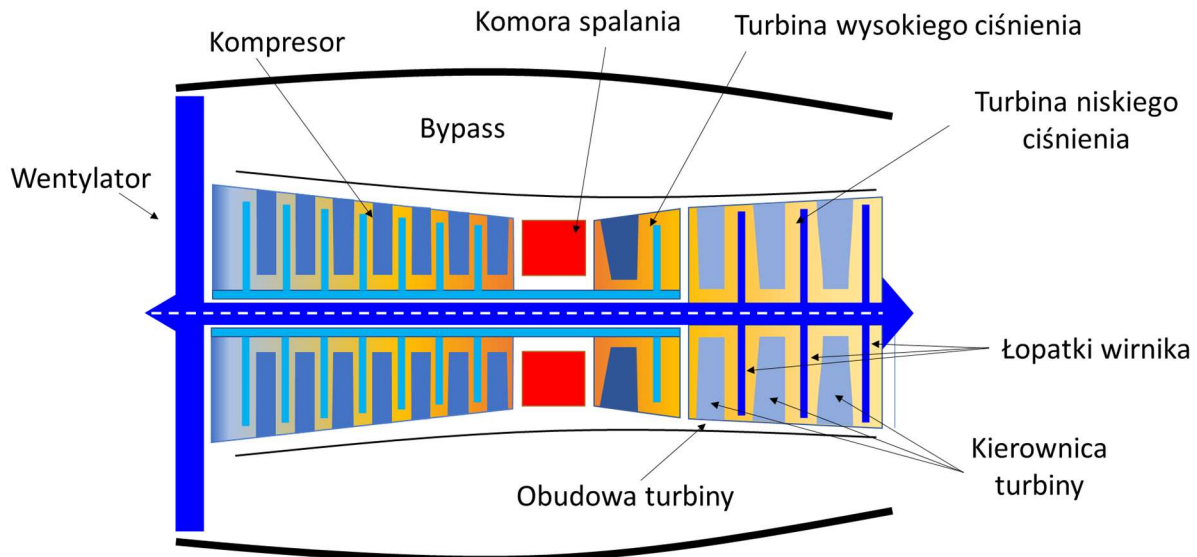
Z rozeznania literaturowego wynika, że przedstawione podejście oraz zakres pracy przedstawiony został po raz pierwszy. Powyższe cele doprowadziły do sformułowania tezy rozprawy.

Teza rozprawy

Zastosowanie metod sztucznej inteligencji w zagadnieniach optymalizacji kierownic turbin niskiego ciśnienia, umożliwia dobór optymalnych parametrów układu dla przyjętych kryteriów optymalizacji we wczesnym etapie procesu projektowania.

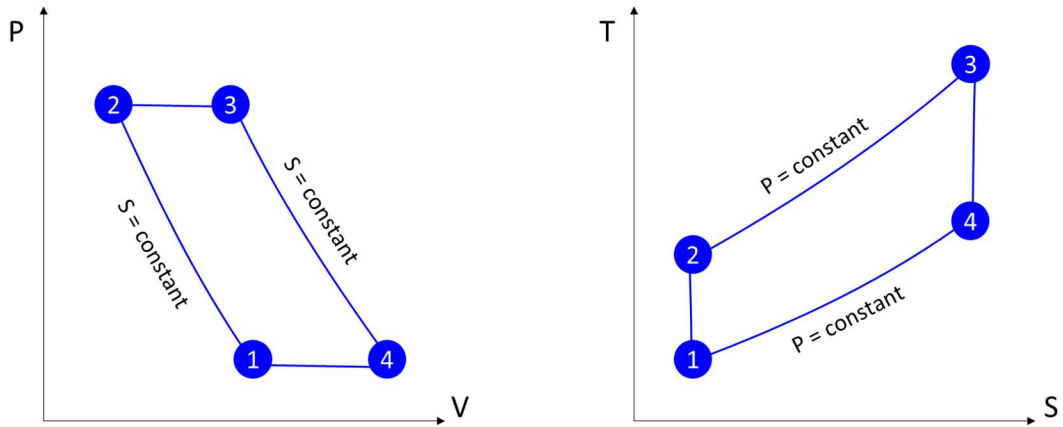
### 3. Opis przedmiotu optymalizacji – kierownica turbiny gazowej

Turbina w silniku lotniczym jest wykorzystywana do pozyskania energii z przepływającego czynnika roboczego (strumienia gorących gazów) uwolnionych z procesu spalania. Służy do napędu wentylatora silnika oraz jego kompresora. W architekturze silnika lotniczego dwuwałowego turbina wysokiego ciśnienia napędza kompresor natomiast turbina niskiego ciśnienia napędza główny wentylator generujący ciąg (rys. 1). Aby uzyskać pożądany moment obrotowy najczęściej stosuje się turbiny wielostopniowe. Pojedynczy stopień tworzy para składająca się z kierownicy (element statyczny - stator) prowadzącej strugę gazu oraz łopatki wirnika przymocowanych do dysku przenoszącego moment obrotowy na wał napędowy. Ilość stopni jest zależna od żądanej mocy możliwej do uzyskania z przepływającego gazu, prędkości obrotowej, przy której ta moc jest dostarczana oraz dozwolonej średnicy turbiny.



Rysunek 1. Silnik lotniczy turbowentylatorowy [39]

Cykl Brayton'a (rys. 2) przedstawia obieg termodynamiczny turbiny gazowej. Najczęściej prezentowany jest jako zależność, ciśnienie ( $P$ ) względem objętości ( $V$ ) lub temperatury ( $T$ ) względem entropii ( $S$ ). Obieg Brayton'a opisuje cykl przemian zachodzących w rdzeniu silnika, który realizowany jest przez poszczególne moduły tj. kompresor, komorę spalania oraz turbinę. Zaczyna się on od wlotu powietrza w punkcie 1, następnie sprężaniu zwiększającemu temperaturę czynnika do osiągnięcia punktu 2 na diagramie. Proces spalania podnosi temperaturę aż do osiągnięcia punktu 3, gdzie zaczyna się ekstrakcja energii przez moduł turbiny. Pierwsze stopnie kierownicy konwertują czynnik o wysokiej entropii w gaz o wysokiej prędkości obracając łopatki turbiny.



Rysunek 2. Cykl termomechaniczny Brayton'a

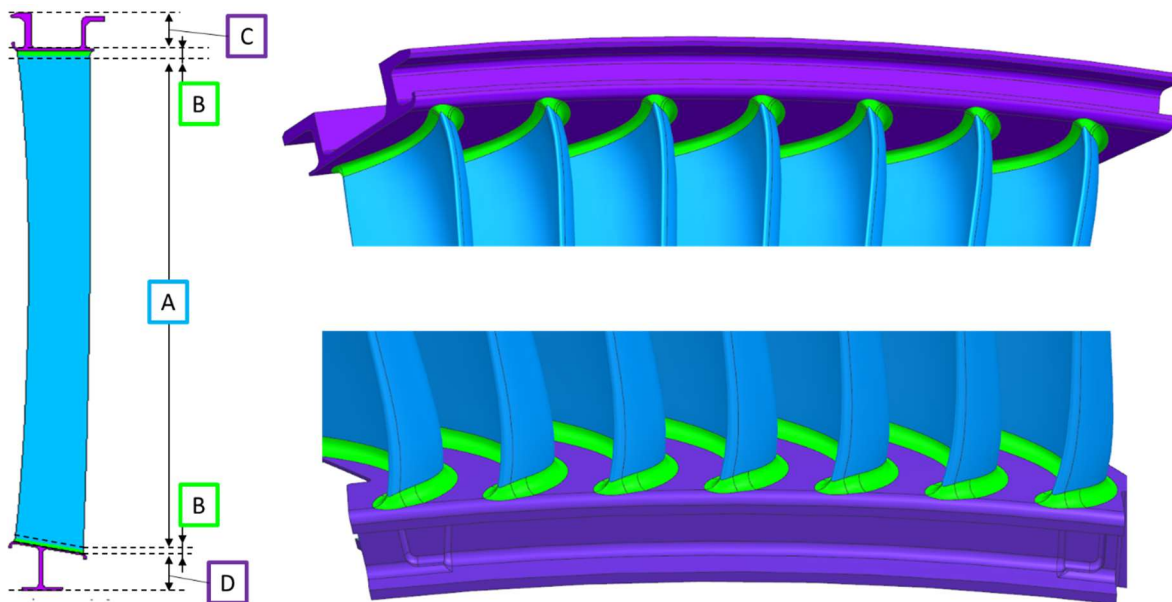
Silniki operujące w wysokiej temperaturze wlotowej do turbiny ( $T_3$ ) są termicznie bardziej efektywne i mają zwiększony stosunek uzyskanej mocy do wagi, jednakże pracują w bardziej wymagających warunkach. Temperatura wlotu i pracy turbiny jest limitowana przez użyte materiały (odporność na wysokie temperatury), zastosowane technologie chłodzenia, wymogi dotyczące trwałości, cyklu życia i kosztów komponentów. Konstrukcja kierownicy turbiny oraz łopatek jest w głównej mierze zależna od spełnienia założeń aerodynamicznych, aby osiągnąć optymalną wydajność i kompatybilność z pozostałymi modułami silnika, tj. kompresorem oraz komorą spalania. Przedmiot optymalizacji został przedstawiony na rysunku 3.



Rysunek 3. Kierownica turbiny silnika turbowentylatorowego

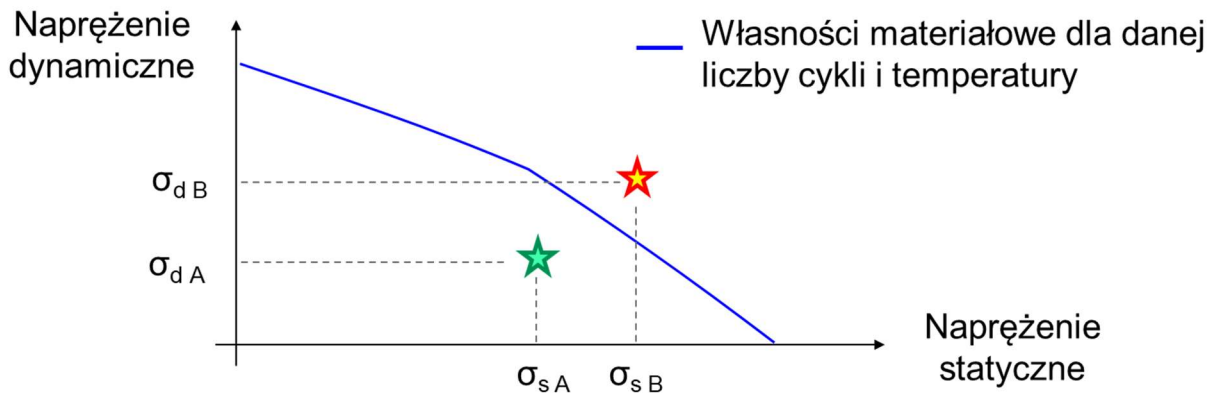
Kierownica turbiny, jak nadmieniono jest elementem statycznym, a więc przymocowanym do obudowy i nie podlega działaniu sile odśrodkowej jak ma to miejsce w przypadku łopatek wirnika. Główne formy zniszczenia jakie mogą wystąpić w przypadku tego komponentu są związane ze zmęczeniem nisko (*low cycle fatigue; LCF*) oraz wysokocyklowym (*high cycle fatigue; HCF*) [4][24], pełzaniem [46] oraz korozją i oksydacją (wpływ środowiskowy).

Konstrukcja kierownicy jest zadaniem multidyscyplinarnym i wiąże ze sobą szereg zagadnień, które wzajemnie się ze sobą przenikają. W zależności od strefy projektowej komponentu podzielonej głównie ze względów funkcjonalnych, można wyróżnić różne kryteria oceny (rys. 4). W strefie A (profilu aerodynamicznego) pierwszorzędowe kryterium dotyczy spełnienia założeń odniesionych do przepływu czynnika roboczego i osiągnięcia przez cały system zamierzonej wydajności przepływu. W drugiej kolejności weryfikuje się pozostałe aspekty dotyczące dynamiki profilu i poziomu naprężeń. Strefa B to połączenie profilu z górną i dolną częścią platformy. Tą strefę optymalizuje się głównie pod kątem naprężeń. Przykład zastosowania procesu optymalizacji dla tej strefy w łopacie turbiny przemysłowej przedstawiono w pozycji [18]. Strefa D odpowiada za uszczelnienie pomiędzy stopniami turbiny i wirującymi elementami łopatek oraz dysku. W pozycjach [36] oraz [45] wskazano optymalizacje uszczelnień w turbinie (dobór cech geometrycznych związanych z uszczelnieniem labiryntowym w strefie łopatki wirnika). Strefa C odpowiada za zamocowanie kierownicy w obudowie i jest projektowana z uwzględnieniem założeń odnoszących się do poziomu naprężeń z uwzględnieniem charakterystyk dynamicznych jak wskazano w pozycjach [34][35]. Strefa ta jest przedmiotem niniejszej pracy, w której to będzie poddana procesowi optymalizacji ze względu na częstotliwości drgań własnych.



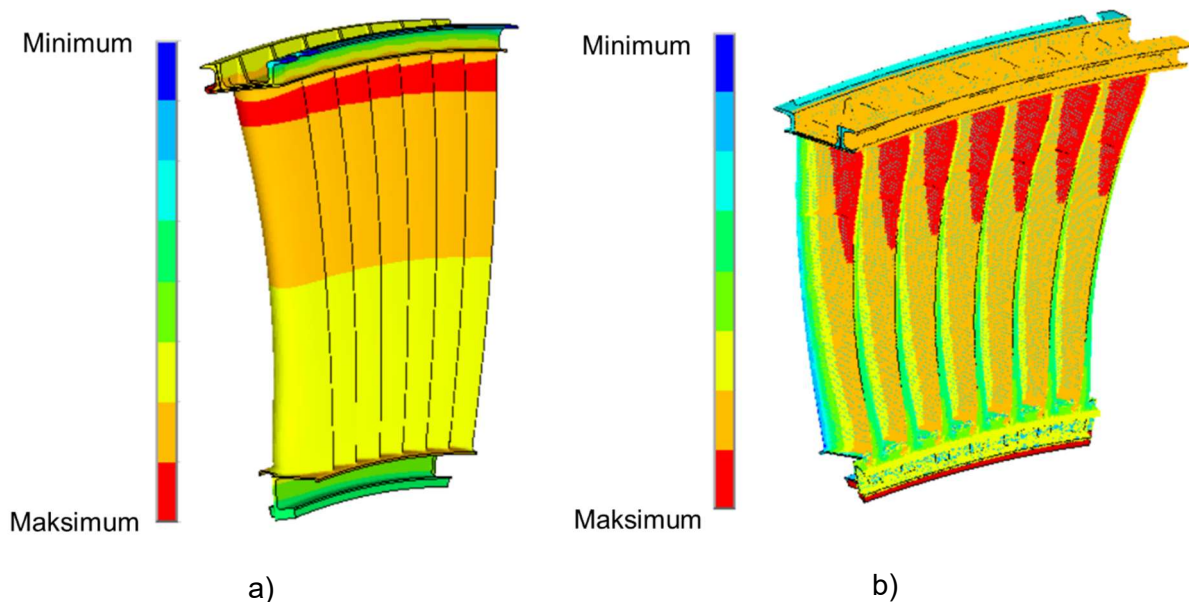
Rysunek 4. Kierownica turbiny – strefy projektowe

Zmęczenie wysokocyklowe komponentu można ocenić poprzez diagram Goodmana przedstawiony na rysunku 5. Jak wynika z diagramu kluczowymi elementami w analizie zmęczenia wysokocyklowego są naprężenia statyczne, dynamiczne, poziom temperatury oraz liczby cykli zmęczeniowych HCF. Dla zaprezentowanego przykładu jedynie punkt A spełnia założenia projektowe (naprężenie statyczne  $\sigma_s$  oraz dynamiczne  $\sigma_d$  znajdują się w zakresie dopuszczalnym pod względem stosowalności materiału).



Rysunek 5. Diagram Goodmana – schematyczny [40]

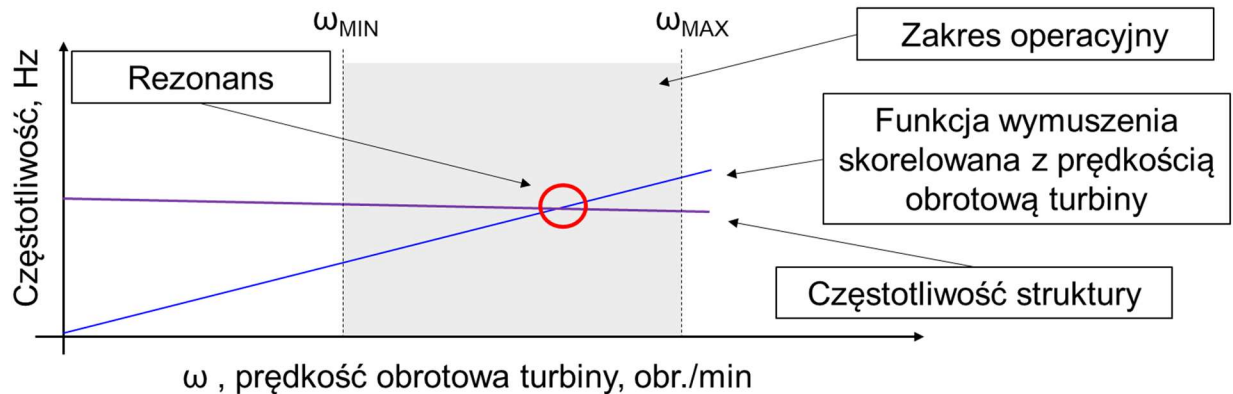
Na naprężenie statyczne składa się naprężenie termiczne (wskutek gradientów temperaturowych występujących pomiędzy głównym kanałem przepływowym a częścią otaczającą strukturę) oraz mechaniczne (powstałe w wyniku działającego pola ciśnień).



Rysunek 6. Rozkład obciążeń termicznych a) oraz mechanicznych (ciśnienia) b)



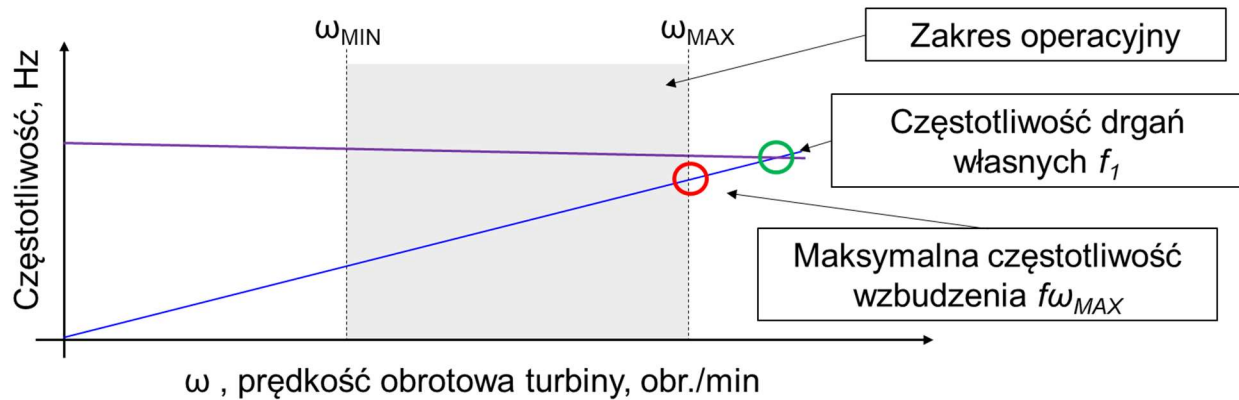
Naprężenia dynamiczne natomiast zależą od różnicy częstotliwości drgań własnych względem wartości pochodzących od źródła wzbudzenia i tłumienia. Analiza modalna jest wykonywana w celu wyznaczenia charakterystyk dynamicznych komponentu. Rysunek 7 przedstawia schematyczny diagram Campbella, na którym można określić punkt odpowiadający rezonansowi, który jest niebezpieczny dla konstrukcji.



Rysunek 7. Diagram Campbella - schematyczny

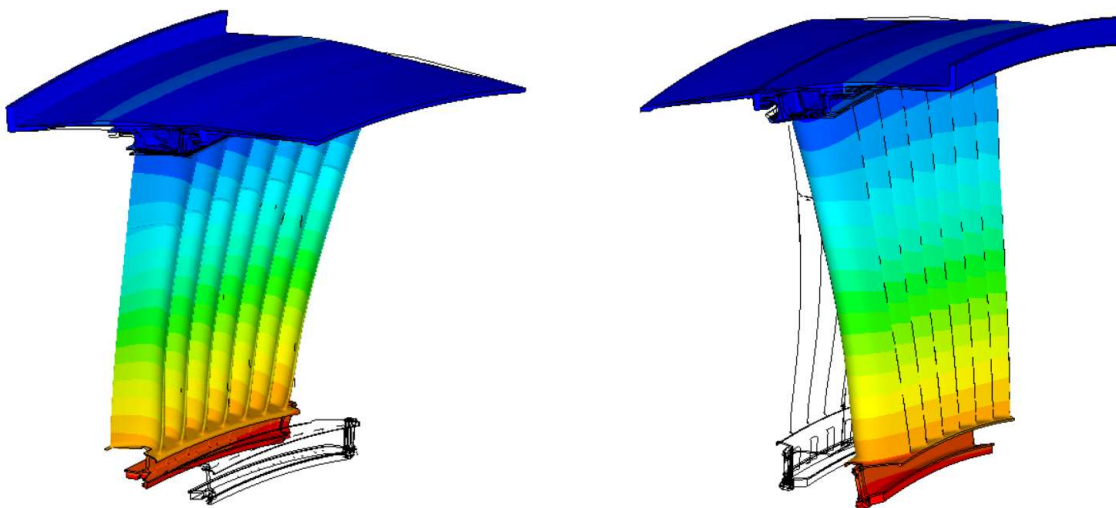
Jest to wykres zestawiający częstotliwość drgań własnych struktury w funkcji obrotów turbiny niskiego ciśnienia. Punkt przecięcia się częstotliwości drgań własnych struktury z funkcją wzbudzającą jest punktem rezonansowym i stwarza ryzyko z perspektywy zmęczenia wysokocyklowego. W przypadku niedostatecznego tłumienia dochodzi do niekontrolowanego przyrostu amplitudy i nagłego zniszczenia bądź do nadmiernego zużycia trybologicznego [6] współpracujących powierzchni kontaktowych pomiędzy kierownicą a obudową. Pożądanym scenariuszem jest, aby punkt rezonansowy (przecięcie linii wzbudzenia i częstotliwości drgań własnych) występowało poza zakresem operacyjnym turbiny (rys. 8).

$$f_1 > f\omega_{MAX} \quad (3.1)$$



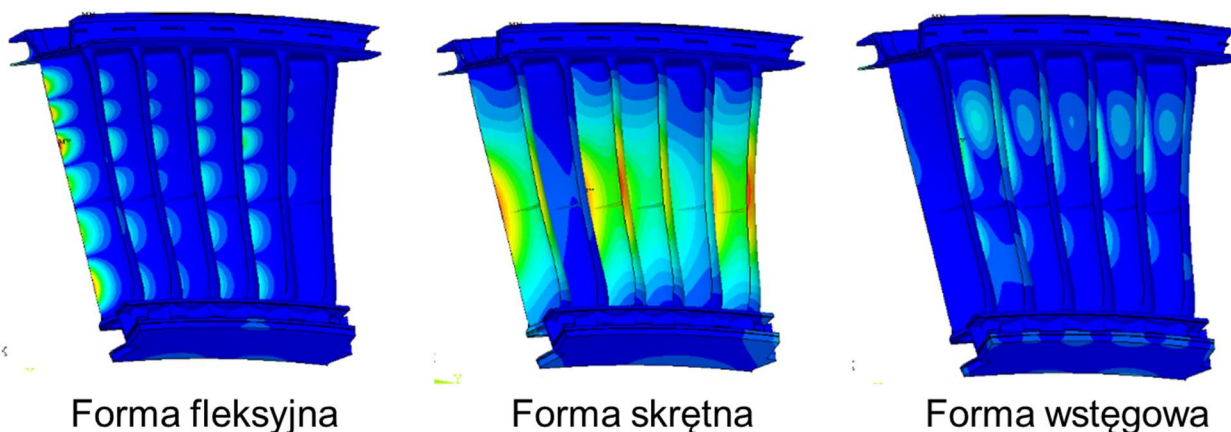
Rysunek 8. Diagram Campbell'a – optymalny scenariusz dynamiczny

W przypadku kierownicy turbiny można wyróżnić dwa typy częstotliwości drgań własnych [32][33]: systemowe oraz związane z profilem aerodynamicznym. Systemowe to takie, które angażują cały system (kilka sąsiadujących komponentów np. dysk turbiny i łopatka lub kierownica z obudową) i są wzbudzane najczęściej poprzez mechaniczną funkcję harmoniczną związaną z niewyważeniem rotora, która przez łożyska przenosi się na obudowę i wzbudza stator (rys. 9).



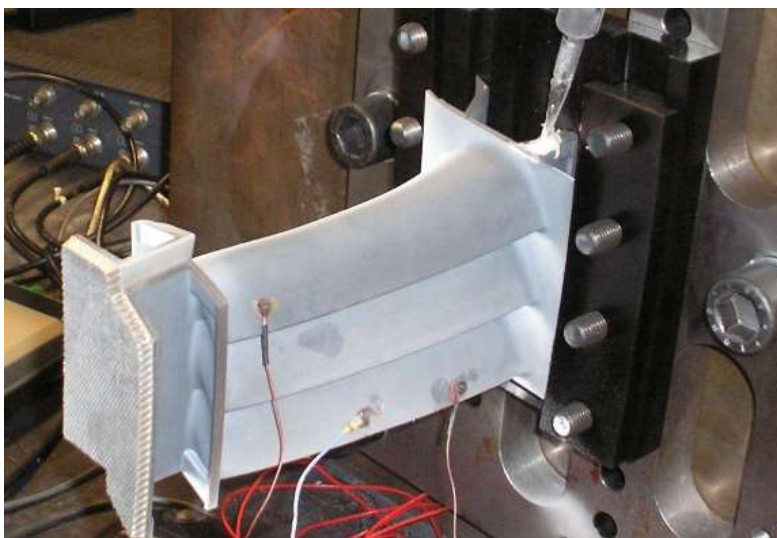
Rysunek 9. Forma modalna systemowa – wahadłowa - osiowa

Drugi typ postaci drgań własnych jest związany z profilem aerodynamicznym, gdzie funkcja wzbudzająca pochodzi od fluktuacji ciśnienia wywołanej poprzez poruszające się łopatki wirnika (rys. 10). Wzbudzenie generują zarówno łopatki poprzedzające analizowany komponent jak i kolejne. Można wyróżnić trzy typy form modalnych na profilu aerodynamicznym; formy fleksyjne, skrętne oraz wstępowe i każda z nich występuje w nieskończenie wielu rzędach np. 1F, 2F ... NF, gdzie  $N \rightarrow \infty$ . Przykład oceny wpływu parametrów grubości na charakterystyki modalne profilu aerodynamicznego w pozycji [10].



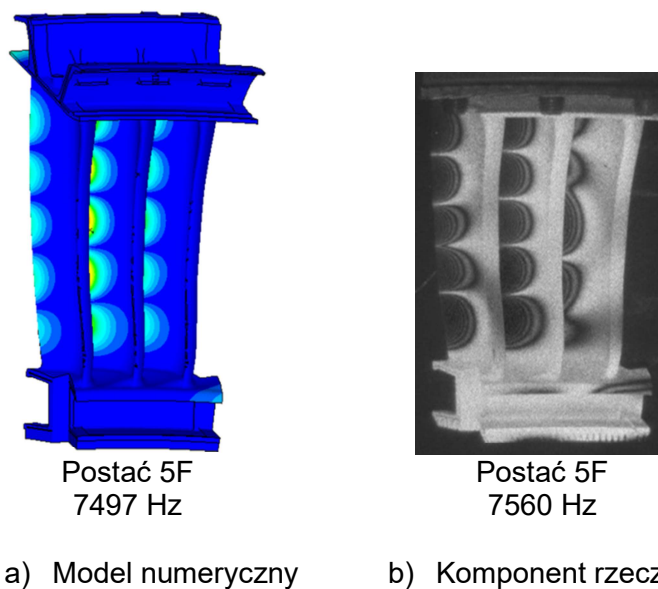
Rysunek 10. Rodzaje form modalnych związanych z profilem aerodynamicznym (przemieszczenia sumaryczne)

Charakterystyka dynamiczna jest weryfikowana nie tylko poprzez symulacje metodą elementów skończonych, ale także poprzez testy eksperymentalne zarówno w laboratorium jak i na etapie testów certyfikacyjnych silnika (zgodnie z wymogami agencji certyfikacyjnej [13]). Celem testów eksperymentalnych jest potwierdzenie poprawności założeń dotyczących modelu numerycznego oraz walidacja uzyskanych rezultatów w zakresie częstotliwości drgań własnych jak i formy modalnej. Test eksperymentalny wykonuje się w uchwycie odpowiadającym sposobie montażu kierownicy w silniku (rys. 11) przy wzbudzeniu w interesującym nas zakresie częstotliwości (wynika wprost z zakresu operacyjnego turbiny).



Rysunek 11. Stanowisko testowe do badania częstotliwości drgań własnych statora

Wynikiem testu laboratoryjnego są postacie drgań oraz częstotliwości drgań własnych, które są porównywane z wynikami numerycznej analizy modalnej MES (rys. 12).



Rysunek 12. Test eksperymentalny porównawczy – model numeryczny a komponent rzeczywisty

Modele numeryczne uwzględniają nie tylko złożoną geometrię, ale także materiały o strukturach anizotropowych (monokryształy czy odlewy kierunkowe).

Pozytywna weryfikacja na stanowisku testowym pozwala w kolejnym etapie zdefiniować pozycję i orientację tensometrów dla testu certyfikacyjnego naziemnego w oparciu o rozkład odkształceń modalnych. Test certyfikacyjny na silniku odbywa się z wykorzystaniem tensometrów przymocowanych do statora na profilu aerodynamicznym w celu określenia odpowiedzi dynamicznej (rys. 13).



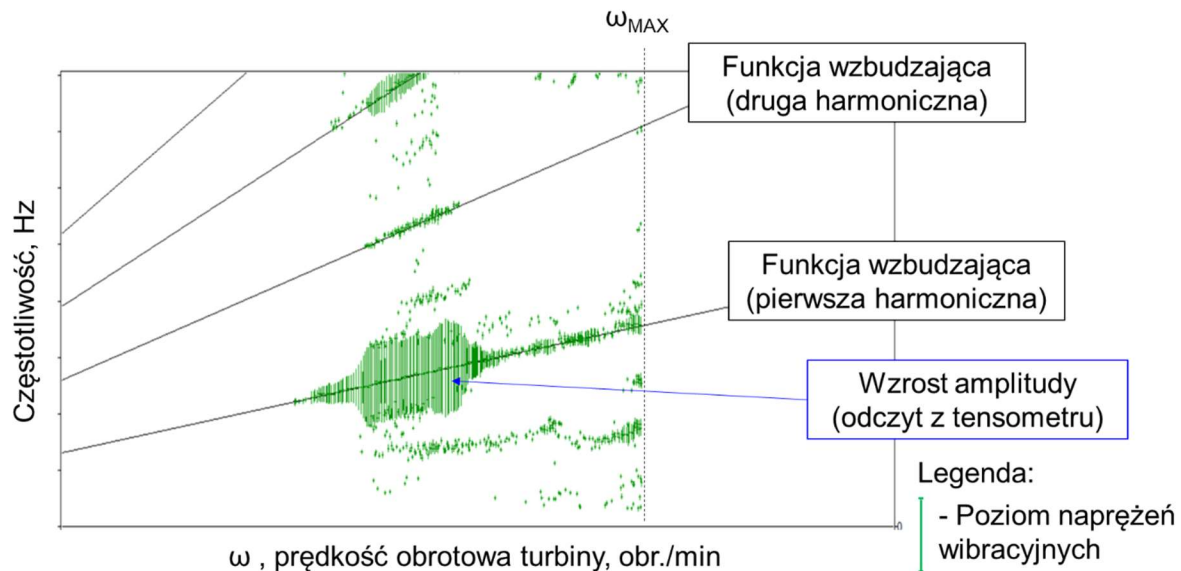
Rysunek 13. Stator wraz z zaaplikowanymi tensometrami

Dane podczas testu (rys. 14) są zbierane dla zakresu roboczego silnika zarówno z elementów statycznych jak i wirujących łopatek turbiny. Pomiary te w postaci naprężeń dynamicznych są oceniane wraz z naprężeniem statycznym. Celem testu jest wykazanie wystarczającej odporności materiału na zmęczenie wysokocyklowe z zastosowaniem diagramu Goodmana.



Rysunek 14. Stanowisko testowe dla testu certyfikacyjnego silnika turbowentylatorowego [GE Aviation]





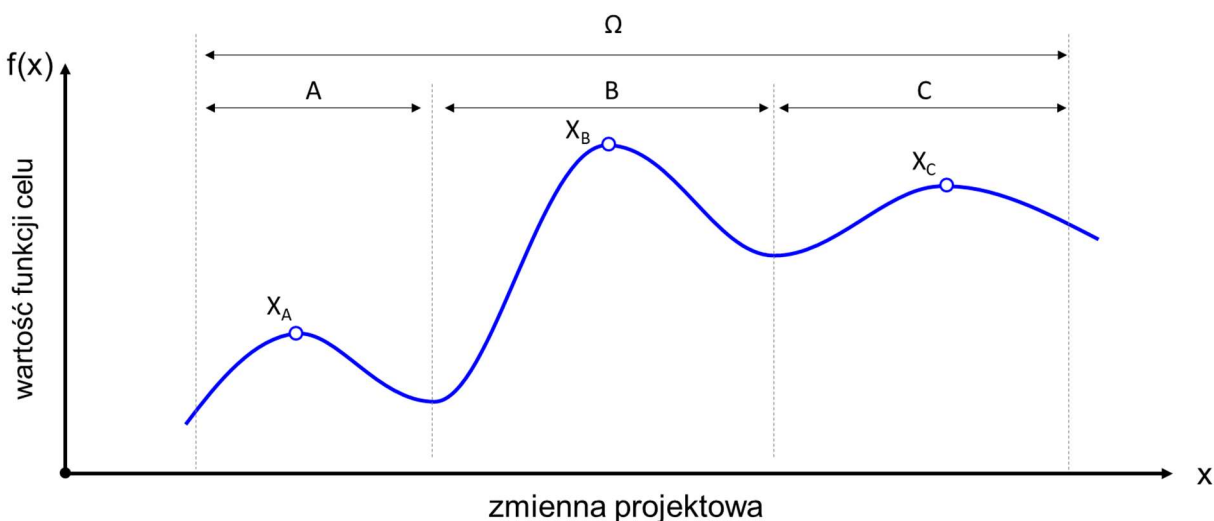
Rysunek 15. Eksperymentalny diagram Campbell'a

Pozytywny rezultat etapu testów i certyfikacja wymagają wieloletniego okresu badawczo-rozwojowego związanego z zatwierdzeniem projektu. Istotne jest zatem podejmowanie odpowiednich decyzji już na samym początku fazy projektowania, gdzie przestrzeń możliwych rozwiązań nie jest tak ograniczona jak na późniejszym etapie precyzyjnych modyfikacji. Rozwiązania wynikające z procesu optymalizacji wpływają zazwyczaj na sąsiadujące komponenty, które są powiązane w całej strukturze i również muszą zostać zatwierdzone jako elementy składowe modułu turbiny. Uzgodnienia przeprowadzane na wczesnym etapie procesu projektowania konstrukcji nie wpływają znacząco na czasy realizacji projektu.

## 4. Optymalizacja z zastosowaniem metod sztucznej inteligencji

Dobór metody optymalizacji do typu problemu jest istotny z punktu widzenia efektywności procesu, a więc jakości osiąganych rezultatów w dostępnym czasie. Spośród dostępnych technik można wyróżnić trzy grupy: analityczne, enumeratywne (przeładowe) oraz losowe.

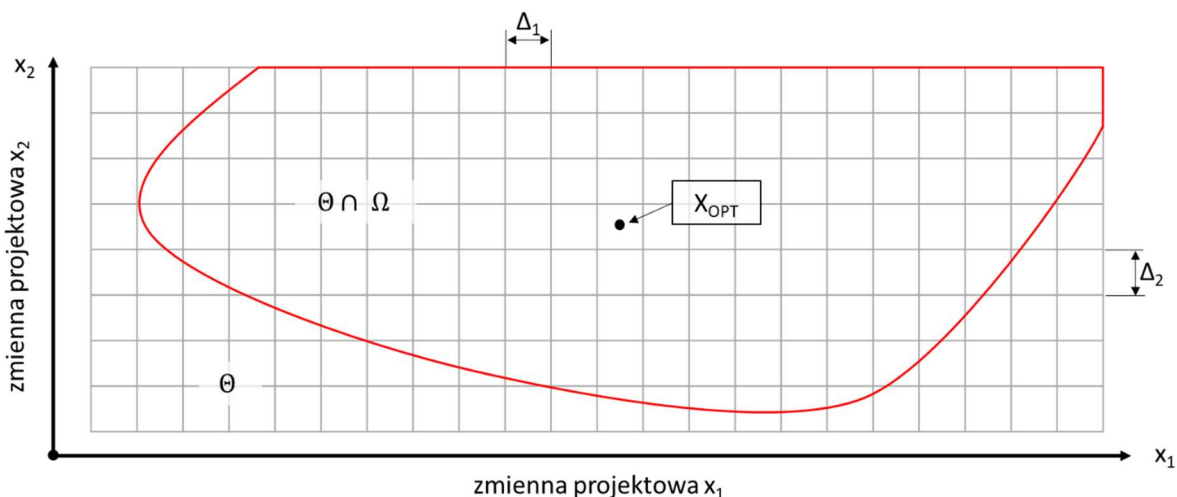
Metody analityczne dzielą się na metody pośrednie oraz bezpośrednie. W metodach pośrednich poszukiwane jest ekstremum lokalne przyrównując gradient funkcji celu do zera. Jeżeli funkcja celu jest funkcją gładką, określoną na obszarze otwartym to poszukiwanie potencjalnych ekstremów ogranicza się do zbioru punktów, w których nachylenie stycznej do wykresu funkcji jest równe zero w każdym kierunku. Zastosowanie takiego podejścia nie wykorzystuje informacji o przebiegu funkcji celu a bierze pod uwagę jedynie wartości ekstremum. Metody bezpośrednie poszukiwania ekstremum polegają na analizowaniu punktów w kierunku wyznaczonym przez lokalny gradient. Metody te będące częścią programowania nieliniowego zostały opisane w [26]. Metody te są jednak silnie uzależnione od wyboru punktu startowego i w sytuacji znalezienia ekstremum lokalnego nie jest możliwe poprawienie wyniku optymalizacji bez jej powtórzenia z innego punktu startowego (rys. 16). Dodatkowo metody gradientowe wymagają wyznaczenia pochodnych funkcji, które determinują kierunek przeszukiwania do optymalnego rozwiązania.



Rysunek 16. Zależność ekstremum wyznaczonego metodą gradientową od punktu startowego

Druga grupa to podejście enumeratywne (przeładowe) (rys. 17). Jest ona stosowana często ze względu na prostotę implementacji bądź w początkowych fazach projektowych jako metoda prób i błędów. Idea metody sprowadza się do iteracyjnego przeszukiwania przestrzeni dostępnych

rozwiązań  $(\theta \cap \Omega)$ . Może być symultaniczna, gdy seria punktów jest wyznaczona przed rozpoczęciem obliczeń lub sekwencyjna, gdy punkty wyznacza się bazując na otrzymanych rezultatach.



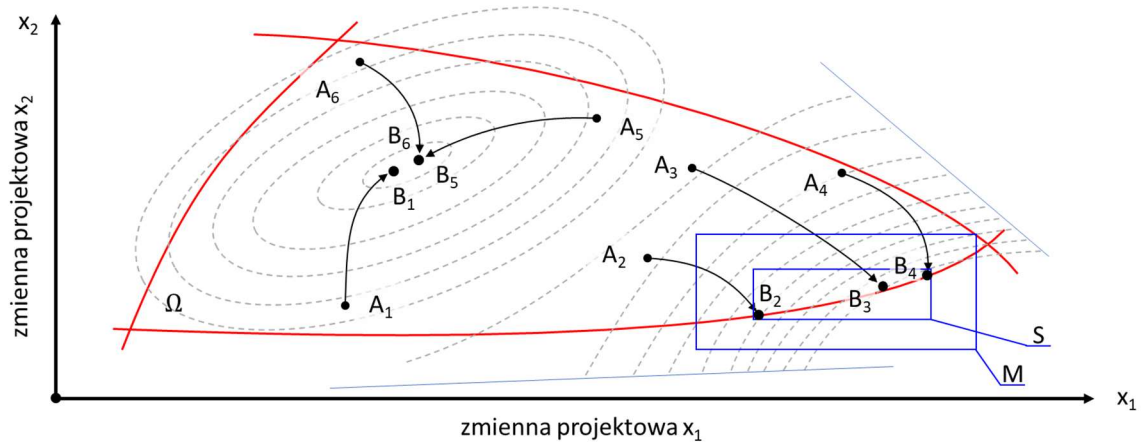
Rysunek 17. Poszukiwanie symultaniczne w dwuwymiarowej przestrzeni zmiennych decyzyjnych

Jakość rozwiązania z podejściem deterministycznym zależy od gęstości siatki  $\Delta_1$  oraz  $\Delta_2$ . Należy jednak zaznaczyć, że gęstsza siatka zwiększy koszt poszukiwania rozwiązania optymalnego. Podział dotyczący gęstości siatki należy przyjąć dla każdej zmiennej decyzyjnej  $\Delta_i=1,2,\dots,k$ . Mając małą ograniczoną przestrzeń poszukiwań i niewiele zmiennych decyzyjnych to podejście może dać wymierny efekt. Najczęściej jednak w zagadnieniach inżynierskich zdefiniowane funkcje celu są dość złożone o wielu parametrach i interakcjach, przez co metoda przeglądowa jest mało wydajna.

Trzecią grupą metod optymalizacji są metody przeszukiwania czysto losowego (metody Monte Carlo). W tym schemacie optymalizacji wybiera się pewną część przestrzeni zmiennych decyzyjnych. Poszukiwania przeprowadza się losując punkty z równomiernym rozkładem prawdopodobieństwa i wyznacza wartości funkcji celu. Obliczane wartości porównuje się kolejno z najlepszym wynikiem. Schemat ten podobnie jak podejście przeglądowe jest mało efektywne, ponieważ nie przetwarza i nie wykorzystuje w żaden sposób informacji pozyskanych w trakcie procesu optymalizacji.

Na przestrzeni lat powstało wiele wariantów i metod hybrydowych, które starają się eliminować wady tych algorytmów czego przykładem jest podejście gradientowo-losowe przedstawione na rysunku 18.

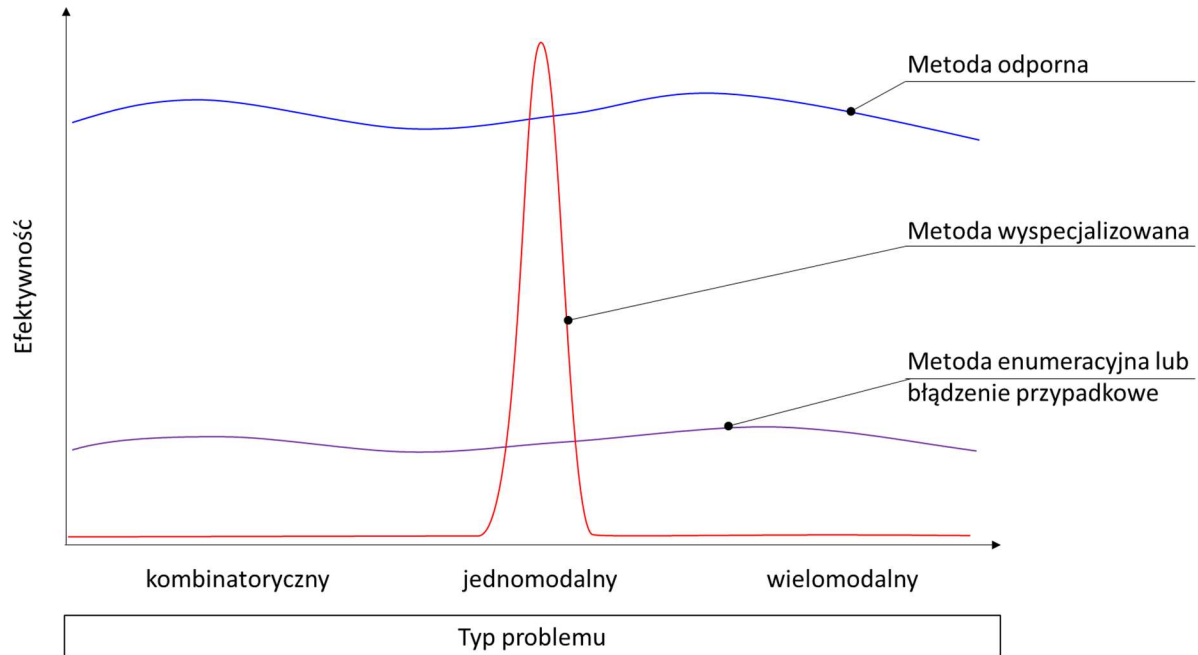




Rysunek 18. Ilustracja metody hybrydowej gradientowo-losowej

Metoda ta polega na wylosowaniu z obszaru  $\Omega$  pewnej określonej liczby punktów, które przyjmują się za punkty startowe dla metody gradientowej. Uzyskują one co do zasady różne wartości ekstremów. W kolejnym kroku definiuje się podobszar  $M$  dla punktów, które uzyskały najlepsze wartości funkcji celu i powtarza losowanie punktów w przestrzeni  $M$ , uruchamia procedurę gradientową i weryfikuje czy uzyskane punkty należą do obszaru  $\Omega$ . Następnie definiuje się nowy podobszar  $S$  i na nowo losuje punkty. Proces powtarza się do osiągnięcia ustalonego kryterium zatrzymania.

Konwencjonalne metody optymalizacji mają swoje zastosowanie i przez wiele lat były używane w zagadnieniach optymalizacji konstrukcji. W miarę pojawiania się coraz to nowych wyzwań technologicznych i złożonych problemów pojawiła się potrzeba opracowania nowych bardziej wydajnych i uniwersalnych metod optymalizacji (rys. 19).



Rysunek 19. Efektywność metody a typ problemu optymalizacji

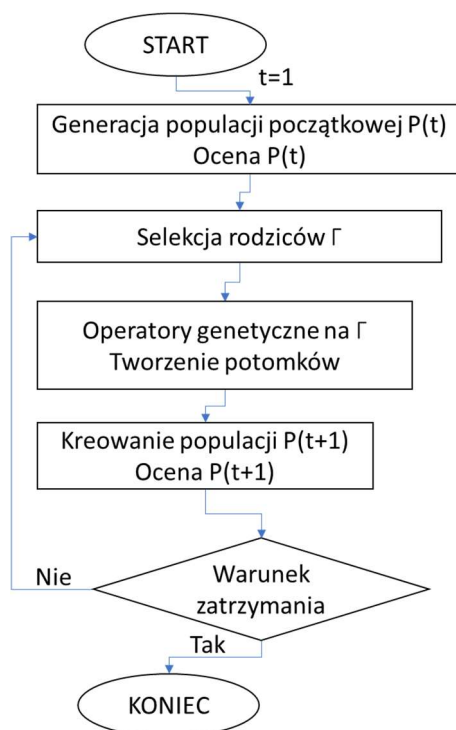
Metody sztucznej inteligencji przedstawione w pracy i zastosowane w procesie optymalizacji prowadzą poszukiwania nie z pojedynczego punktu a z wielu, bazując na populacji potencjalnych rozwiązań. Korzystają bezpośrednio ze zdefiniowanej funkcji celu a nie z jej pochodnych jak metody gradientowe. Stosują reguły probabilistyczne a nie deterministyczne. Na przestrzeni ostatnich lat rozwinęło się wiele algorytmów i strategii optymalizacji, które czerpią inspiracje głównie z procesów biologicznych. Mają one wysoką skuteczność w zadaniach optymalizacji. Przykłady zastosowania metod sztucznej inteligencji w optymalizacji układów mechanicznych [7][15][16][42].

W pracy przedstawiono optymalizację z wykorzystaniem dwóch algorytmów; genetycznego zaimplementowanego w komercyjnym oprogramowaniu Ansys oraz algorytmu immunologicznego z autorskimi modyfikacjami.

#### 4.1. Algorytmy genetyczne (AG)

Mechanizm doboru naturalnego i dziedziczności łączy w sobie ewolucyjną zasadę przeżycia najlepiej przystosowanych osobników. W algorytmach genetycznych zaimplementowano tę ewolucyjną zasadę i pomimo elementu losowości algorytmy te nie sprowadzają się do czystego przypadku jak ma to miejsce dla metod Monte-Carlo. Wykorzystują one przeszłe doświadczenie do określenia nowego obszaru poszukiwań o spodziewanej podwyższonej przydatności. Współczesny stan wiedzy na temat algorytmów genetycznych bazuje w dużej mierze na teorii

ewolucji Karola Darwina (1809-1882) [14], teorii podstawowych zasad dziedziczenia opisanych przez Grzegorza Mendela (1822-1884), teorii mutacji genów Hugo de Varisa oraz teorii chromosomu Walter Suttona (1877-1916) i Teodora Boveri (1862-1915). Pierwsze prace, które są związane z tą teorią to prace Barricellięgo, Boxa, Frasera, Friedberga, Friedmana, Bledsoe'a, Bremermanna, jednakże za twórcę teorii algorytmów genetycznych uznaje się Johna Hollanda. Sformułował on w latach sześćdziesiątych i rozwijał dalej ze swoim zespołem przez kolejne lata obecnie znaną postać algorytmów genetycznych [2][22][23]. Kanoniczną postać algorytmu przedstawia rysunek 20.



Rysunek 20. Kanoniczna postać algorytmów genetycznych

Algorytm genetyczny [17] przeszukuje domenę możliwych rozwiązań dla z góry zdefiniowanego problemu. Strategia opiera się na przetwarzaniu nie pojedynczego punktu, lecz zbioru zwanego populacją. Każda populacja  $P(t)$  jest złożona z zestawu chromosomów reprezentujących dane rozwiązanie, w niniejszej pracy – wariant konstrukcyjny.

$$P(t) = [C_t^1, C_t^2, \dots, C_t^j, \dots, C_t^N] \quad (4.1)$$

gdzie:

- $t$  – numer populacji (iteracja),
- $j$  – numer chromosomu,
- $N$  – liczba chromosomów w populacji,

$C_t^j$  – chromosom  $j$ -ty w populacji  $t$ ,

$$C_t^j = [x_1^j, x_2^j, \dots, x_i^j, \dots, x_n^j] \quad (4.2)$$

gdzie:

$j$  – indeks chromosomu,

$n$  – liczba genów w chromosomie,

$x_i^j$  – gen  $i$ -ty w chromosomie  $j$ -tym,

W pierwszym kroku generowana jest populacja początkowa metodą losową lub deterministyczną. Metoda losowa wyznaczenia wartości genu (kodowanie liczbami rzeczywistymi) według poniższej reguły:

$$\forall x_i^j = x_i^{LL} + (x_i^{UL} - x_i^{LL})RND(0,1) \quad (4.3)$$

gdzie:

$x_i^{LL}$  – dolny zakres przestrzeni poszukiwań dla  $x_i$ ,

$x_i^{UL}$  – górny zakres przestrzeni poszukiwań dla  $x_i$ ,

$RND(0,1)$  – funkcja losowa o równomiernym prawdopodobieństwie losująca liczbę z zakresu od 0 do 1.

W przypadku metody deterministycznej istnieje wiele potencjalnych rozwiązań jak wyznaczenie składowych wektora wprost przez użytkownika lub generowanie populacji początkowej przez inną heurystykę na przykład taką, która wyznacza punkty na granicy rozwiązania dopuszczalnego (często rozwiązania optymalne znajdują się na granicy obszarów dopuszczalnych i wykluczonych). Standardem jest stosowanie liczebności populacji na stałym poziomie jednak są też stosowane rozwiązania o zmiennej wartości populacji czy też oparte na podzbiorach z migracją pomiędzy nimi. Kolejnym krokiem po wyznaczeniu populacji początkowej jest jej ocena poprzez wyznaczenie wartości funkcji celu. Zadaniem procesu selekcji jest utworzenie zbioru rodziców, a więc zbioru rozwiązań w obecnej populacji do dalszego przetwarzania przez operatory genetyczne w celu wykreowania rozwiązań potomnych. Proces promuje rozwiązania najlepiej przystosowane tak jak ma to miejsce w procesie naturalnym. Motywacją takiego działania jest fakt, że takie osobniki posiadają najwięcej dobrego materiału genetycznego. Podstawowe metody selekcji to proporcjonalna (użyta przez J. Hollanda w kanonicznym schemacie AG) oraz turniejowa. Typowe operatory genetyczne to operator krzyżowania [21] oraz mutacji [20]. Podstawowym zadaniem operatora krzyżowania jest mieszanie genów chromosomów. Założeniem jest wykreowanie potomka dziedziczącego geny dające lepsze dopasowanie.

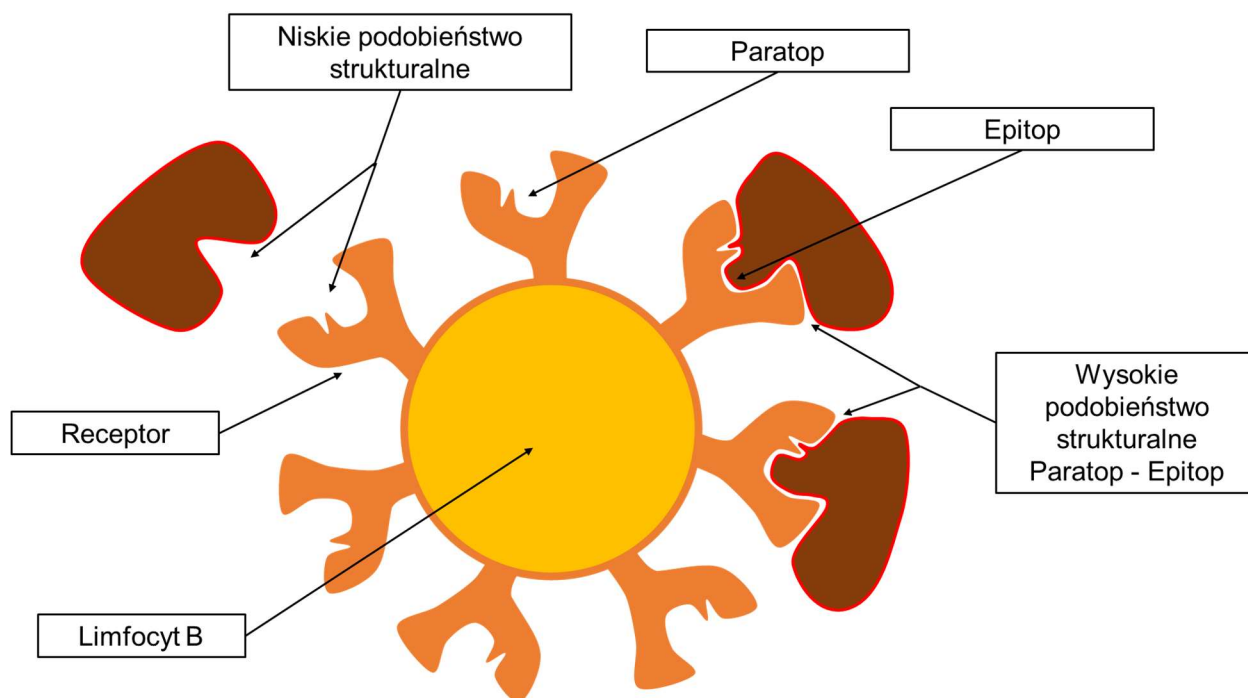
Po wykreowaniu rozwiązań potomnych mamy do dyspozycji dwa zbiory; obecną populację  $P(t)$  oraz zbiór potomków  $\Lambda$ . Istnieje szereg metod kreujących populację  $P(t+1)$  m.in. wymianę całej populacji  $P(t)$  przez  $\Lambda$  (AG pokoleniowy), warianty częściowe, czyli dopełnianie zbioru wykorzystując rozwiązania z  $P(t)$  oraz  $\Lambda$ . Operacje powtarzane są tak długo aż zostanie spełniony warunek zatrzymania. Przykładowo, warunek zatrzymania może dotyczyć osiągnięcia maksymalnej zadeklarowanej liczby iteracji, osiągnięcia zadeklarowanego czasu pracy, wartości oczekiwanej funkcji celu z założoną dokładnością czy braku poprawy lub poprawy w małym zakresie wartości funkcji celu przez określoną liczbę iteracji.

## 4.2. Algorytmy immunologiczne (AIS)

Immunologia [38] jest nauką zajmującą się procesami biologicznymi oraz biochemicznymi reakcji odpornościowej (*immunitas*) ustroju na patogen lub inne obce substancje takie jak toksyny. System immunologiczny charakteryzuje się rozproszoną progową detekcją anomalii, adaptacyjnością oraz samoorganizacją. Jest to wielowarstwowy system obrony przed intruzami i każda z jego warstw różni się stopniem skomplikowania mechanizmów obronnych. Pierwsze dwie najbardziej podstawowe warstwy to: skóra oraz bariera fizjologiczna (temperatura organizmu, pH, łyż itp.). Skóra chroni przed wpływem czynników zewnętrznych; mechanicznych, fizycznych, chemicznych i biologicznych. Naskórek pokryty warstwą zrogowaciałą jest wytrzymały na uderzenie; nacisk i rozciąganie. Dzięki obecności melaniny pochłania promieniowanie nadfioletowe zapobiegając uszkodzeniom DNA (mutacją komórek leżących w głębszych warstwach). Jest również barierą dla większości związków chemicznych w tym również antygenów cząsteczkowych wchodzących w skład bakterii i wirusów. Chroni także przed utratą wody, jest narzędziem termoregulacyjnym i syntetyzuje witaminę D3. Kolejna trzecia warstwa to wrodzony układ odpornościowy, który nie podlega żadnym modyfikacjom. Jego zadanie to wszczęcie natychmiastowej reakcji odpornościowej dając czas następnej warstwie na przygotowanie celowanej reakcji immunologicznej. Fundamentalnymi elementami wrodzonego układu odpornościowego są fagocyty, czyli komórki żerne organizmu (makrofagi, granulocyty i komórki Borowicza-Kupffera). Granulocyty dzielimy na obojętnochłonne (neutrofile), kwasochłonne (eozynofile) czy zasadochłonne (bazofile) i cechują się zdolnością ruchu, fagocytozą, wydzielaniem i uwalnianiem do otoczenia substancji bakteriobójczych. Monocyty są prekursorami układu makrofagów. Mają również zdolność do fagocytozy, wydzielania leukotrienów oraz wydzielania interleukin. Komórki Borowicza-Kupffera położone są w wątrobie w naczyniach włosowatych naczyń krwionośnych (sinusoidach). Z immunologicznego punktu widzenia ich zadaniem jest fagocytowanie bakterii i zapobieganie bakteriemii (pojawieniu się

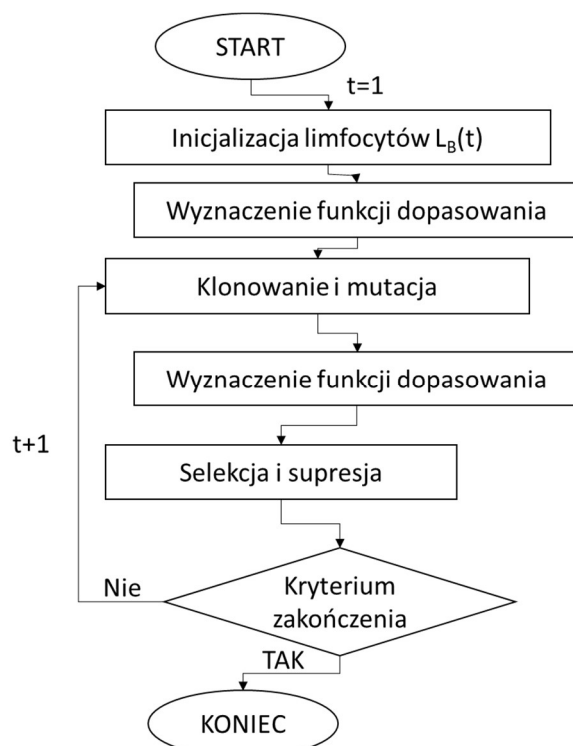
bakterii we krwi). Wymienione warstwy układu immunologicznego stanowią odpowiedź nieswoistą (wrodzoną).

Za swoistą, a zatem nabytą odpowiedź układu odpornościowego odpowiedzialna jest czwarta warstwa, czyli adaptacyjny system obronny. Jego cechą charakterystyczną jest nieustanne uczenie się specyficznych patogenów, z którymi ma styczność. Proces uczenia się zachodzi w czasie pierwotnej odpowiedzi na patogen i jest on powolny, trwający co najmniej 7 dni. W tym czasie powstają limfocyty B pamięci tj. limfocyty pamiętające kontakt z antygenem oraz limfocyty T. Układ odpornościowy zachowuje pamięć i powtórne zetknięcie z patogenem wywołuje wtórną reakcję immunologiczną, która jest bardziej intensywna i zdecydowana. Aktywnymi elementami układu immunologicznego są limfocyty typu B, T oraz NK. Komórki układu limfatycznego rozpoznają antygeny; obce makrocząsteczki. Antygenami mogą być białka, glikoproteiny, wysokocząsteczkowe wielocukry i kwasy nukleinowe. Mogą one dostawać się do tkanek jako wolne makrocząsteczki bądź jako składniki zorganizowanych form życia takich jak bakterie, wirusy lub inne komórki. Główną rolę w rozpoznawaniu i reagowaniu na antygeny odgrywają limfocyty (rys. 21). Ich reakcja na antygen nosi nazwę odpowiedzi immunologicznej, a wyrazem rozwinięcia mechanizmów odporności swoistej jest odpowiedź immunologiczna humoralna oraz komórkowa.



Rysunek 21. Schematyczna budowa limfocyty typu B

Jednym ze sposobów na rozpoznanie antygenów, aktywację i proliferację limfocytów B jest bezpośrednie wiązanie patogenu z receptorami Ig limfocyty B i bazuje ono na wysokim podobieństwie strukturalnym. Bazując na podstawowych mechanizmach systemu immunologicznego Sławomir Wierchoń [44] zaproponował sztuczny system immunologiczny. Strategia optymalizacji została przedstawiona na rysunku 22.



Rysunek 22. Kanoniczna postać algorytmu immunologicznego

W zagadnieniach optymalizacji algorytm immunologiczny [8][9] traktuje rozwiązanie optymalne jako patogen i stara się znaleźć najlepiej dopasowane limfocyty typu B (w niniejszej pracy, reprezentujące warianty konstrukcyjne). W tabeli 1 zestawiono podstawowe parametry pracy algorytmu.

Tabela 1. Zestaw parametrów algorytmu immunologicznego

Parametr
Liczba komórek pamięci (limfocytów B)
Liczba klonów komórek pamięci
Współczynnik mutacji
Współczynnik zatłoczenia

W pierwszym kroku pracy algorytmu dla  $t=1$  następuje generacja komórek B  $L_B(t)$  reprezentujących warianty konstrukcyjne. Ich ilość przez cały proces optymalizacji nie ulega zmianie. Dla każdej z nich wyznaczana jest wartość funkcji dopasowania (w niniejszej pracy jest to jedna z funkcji celu, które zdefiniowane zostaną w rozdziale 6) pomiędzy paratopem (elementem limfocyту wiążącego antygen) a epitopem (częścią patogenu która jest wiązana przez limfocyt).

$$L_B(t) = [L_{B_t}^1, L_{B_t}^2, \dots, L_{B_t}^j, \dots, L_{B_t}^N] \quad (4.4)$$

gdzie:

- $t$  – indeks populacji (iteracja),
- $j$  – numer komórki pamięci (limfocyту typu B),
- $N$  – liczba komórek pamięci w populacji,
- $L_{B_t}^j$  –  $j$ -ty limfocyt B w populacji  $t$ ,

$$L_{B_t}^j = [x_1^j, x_2^j, \dots, x_i^j, \dots, x_n^j] \quad (4.5)$$

gdzie:

- $j$  – indeks komórki pamięci,
- $n$  – liczba paratopów w limfocycie B,
- $x_i^j$  –  $i$ -ty paratop w limfocycie  $j$ -tym,

Kolejnym elementem pracy algorytmu jest zastosowanie operatorów klonowania oraz mutacji o zmiennym charakterze. Liczba klonów komórek pamięci  $CL_B(t)$  jest wprost proporcjonalna do stopnia jej dopasowania zgodnie ze wzorem 4.6.

$$C_j = \frac{C}{L_{RANK}} \quad (4.6)$$

gdzie:

- $C_j$  – liczba klonów dla  $j$ -tego limfocyту,
- $C$  – liczba klonów ustalona jako parametr algorytmu,
- $L_{RANK}$  – ranga limfocyту oceniania z funkcji dopasowania: 1,2,3, ... ,  $L_N$ ,
- $L_N$  – liczba limfocytów B z parametrów algorytmu,

Współczynnik mutacji jest wyznaczany dla wszystkich klonów pochodzących od danego limfocyту B wg wzoru 4.7.

$$m_j = m * \frac{L_{RANK}}{L_N} \quad (4.7)$$

gdzie:

- $m_j$  – współczynnik mutacji dla klonów  $j$ -tego limfocyту B,



$m$  – współczynnik mutacji z parametrów algorytmu,

Ostatecznie proces mutacji paratopów klonu  $CL_B(t)$  przebiega według wzoru 4.8

$$\forall x_i^{*j} = x_i^j + m_j RND(-1,1) (x_i^{UL} - x_i^{LL}) \quad (4.8)$$

gdzie:

$RND(-1,1)$  – funkcja losowa o równomiernym prawdopodobieństwie losująca liczbę z zakresu od -1 do 1,

$x_i^{LL}$  – dolny zakres przestrzeni poszukiwań dla  $x_i$ ,

$x_i^{UL}$  – górny zakres przestrzeni poszukiwań dla  $x_i$ ,

Każdy z klonów  $CL_B(t)$  zostaje następnie oceniony z perspektywy funkcji dopasowania i algorytm przechodzi do ostatniego już etapu iteracji którym jest selekcja oraz supresja. Zgodnie z parametrami pracy algorytmu, ilość komórek pamięci jest ograniczona i zdefiniowana przez parametr  $N$ . Oznacza to, że część komórek pamięci lub klonów musi zostać odrzuconych. Wykonanie opiera się na bezpośrednim porównaniu wartości funkcji dopasowania pomiędzy rozpatrywanym klonem a komórkami pamięci. Jeśli komórka pamięci jest gorsza od klonu wtedy następuje podmiana i to klon staje się nową komórką pamięci. Dodatkowo jak opisano w literaturze [44] stosowana jest procedura zatłoczenia mająca na celu zapewnienie ciągłej eksploracji dopuszczalnej przestrzeni rozwiązań. Jeśli dystans  $r$  zdefiniowany według 4.9 jest mniejszy niż 0.01 wtedy komórka o gorszej funkcji przystosowania jest zastępowana losowo wygenerowanym wariantem.

$$r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^j - x_i^{j+1})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i^{UL} - x_i^{LL})^2}} \quad (4.9)$$

gdzie:

$r$  – dystans pomiędzy komórkami pamięci,

Po zakończeniu tego etapu jest weryfikowane kryterium zakończenia obliczeń, którym może być ilość iteracji, osiągnięcie zadanej wartości funkcji dopasowania bądź brak zmiany funkcji dopasowania przez zadaną liczbę iteracji. Jeśli kryterium zakończenia obliczeń nie zostanie spełnione wtedy następuje przejście do kolejnej iteracji  $t+1$  i opisany proces rozpoczyna się od nowa.

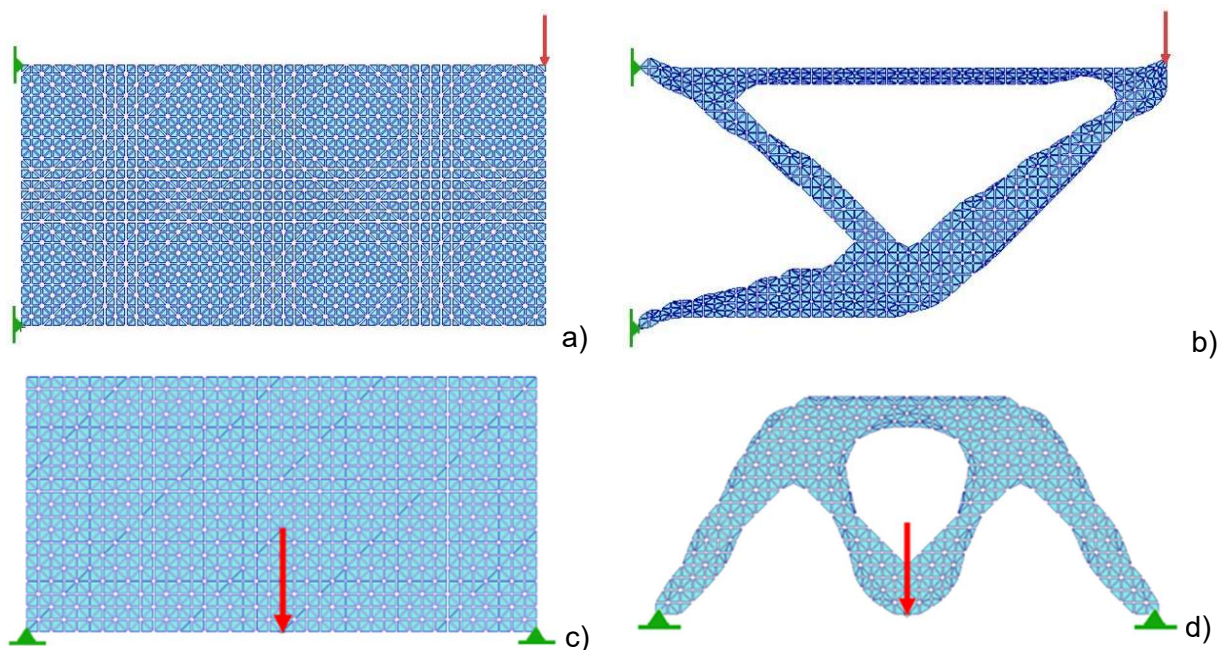
Algorytmy immunologiczne z powodzeniem są stosowane w zagadnieniach optymalizacji. Przykładem ich wykorzystania jest optymalizacja topologiczna tarcz przedstawiona w [30][31], gdzie celem była redukcja masy tarczy przy ograniczeniu naprężeniowym. Zastosowane parametry algorytmu zostały przedstawione w tabeli 2. Celem algorytmu było znalezienie optymalnego rozkładu materiału w układzie przy uzyskaniu minimalnej masy i spełnieniu

kryterium wytrzymałościowego. Tarczę zdefiniowano jako strukturę o wymiarach 200 mm x 100 mm x 4 mm.

Tabela 2. Zestaw parametrów algorytmu immunologicznego dla optymalizacji tarcz

Parametr	Oznaczenie
Liczba komórek pamięci (limfocytów B)	4
Liczba klonów komórek pamięci	8
Współczynnik mutacji	0.18
Współczynnik zatłoczenia	0.21
Dopuszczalne naprężenie zredukowane	80 MPa

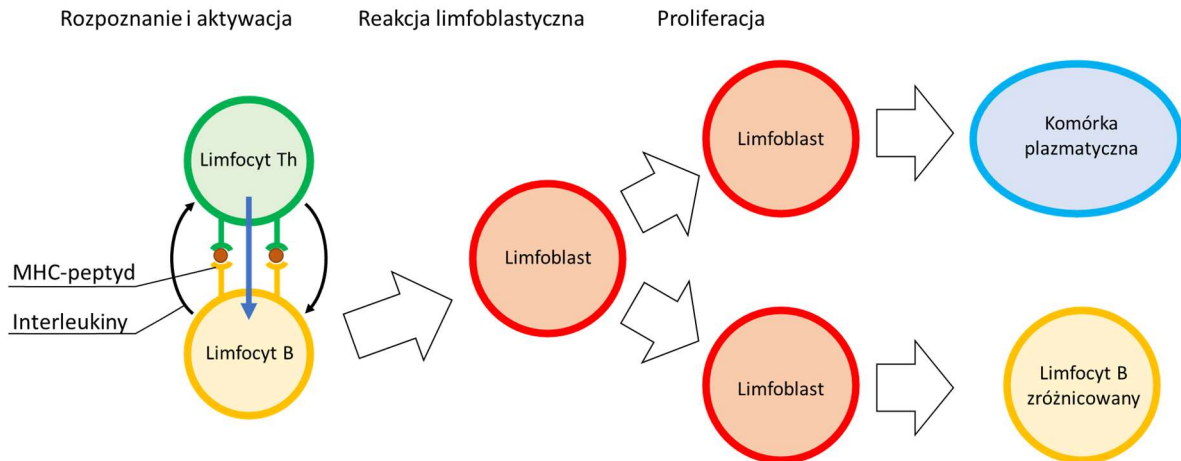
Rysunek 23 reprezentuje wynik optymalizacji (b) oraz d)) tarczy prostokątnej dla dwóch różnych schematów obciążenia (a) oraz c)).



Rysunek 23. Przykłady optymalizacji tarcz z wykorzystaniem AIS

Zastosowanie AIS w optymalizacjach topologicznych oraz strukturach 2-D oraz 3-D przedstawiają prace [27] oraz [28].

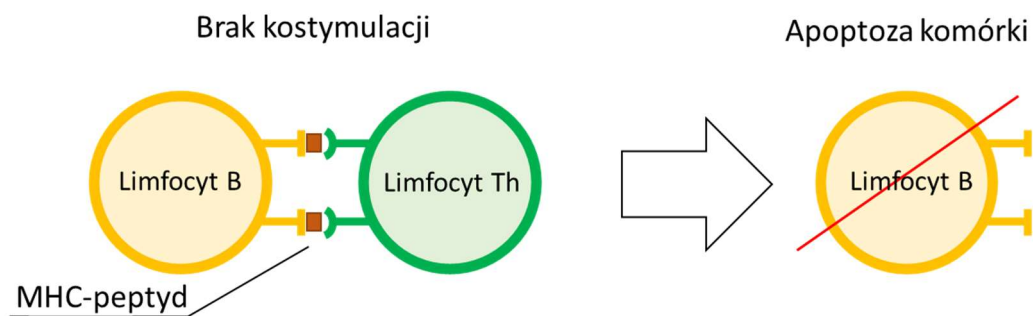
Bardziej złożonym sposobem optymalizacji jest wykorzystanie aktywacji limfocytów B poprzez tzw. zjawisko kostymulacji za pośrednictwem limfocytów T jak pokazano na rysunku 24. Kluczowym elementem jest stopień dopasowania strukturalnego pomiędzy patogenem a receptorami limfocytów B oraz T.



Rysunek 24. Schemat odpowiedzi immunologicznej na przykładzie kostymulacji

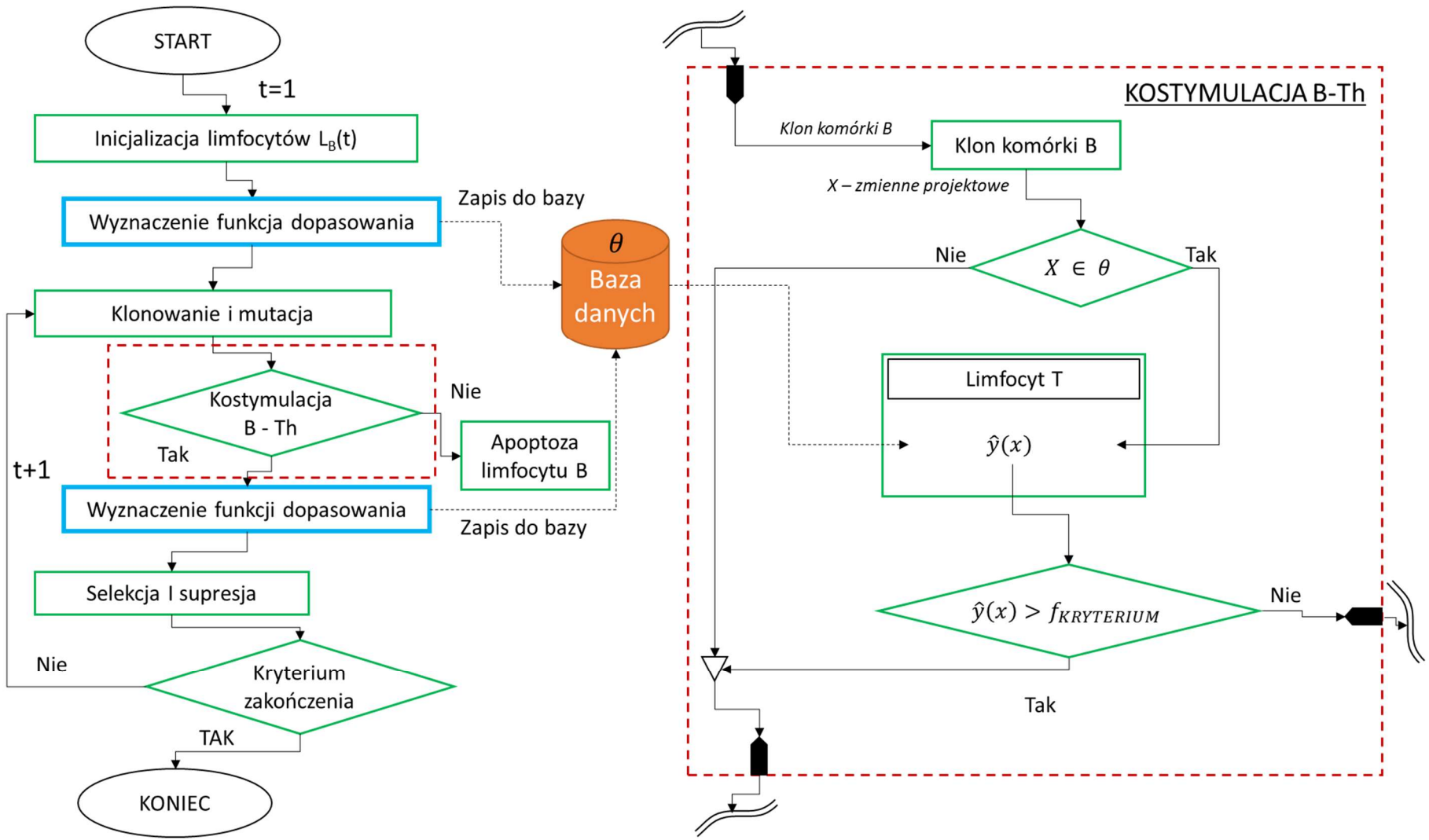
W schemacie pokazano wiązanie antygeny przez limfocyt B i prezentację peptydu limfocytowi T. Po uzyskaniu kostymulacji przez limfocyt pomocniczy Th następuje aktywacja limfocytu B, który przekształca się wskutek reakcji blastycznej w limfoblasty zdolne do proliferacji. Wynikiem jest narastanie liczby limfocytów B zdolnych do wytwarzania przeciwciał do neutralizacji zaprezentowanego antygeny (limfocyt B zróżnicowany). Komórki powstałe w wyniku proliferacji naszą nazwę klonu komórek B.

Limfocyty typu B nabierają zdolność do rozpoznawania przeciwciał w szpiku kostnym co nie zapobiega powstaniu komórek auto-reaktywnych. Do prawidłowego zainicjowania odpowiedzi immunologicznej niezbędne jest rozpoznanie patogenu przez limfocyt B oraz uzyskanie odpowiedzi od limfocytu wspomagającego Th. Brak tej odpowiedzi skutkuje obumarciem (apoptozą) limfocytu B i zapobiega autoagresji (rys. 25).



Rysunek 25. Brak ko-stymulacji i zanik komórki B

Mechanizm ten został zaimplementowany w procesie optymalizacji immunologicznej jako autorskie rozwiązanie. Metoda ta umożliwia redukcję liczby wywołań funkcji celu. Schemat algorytmu, rozszerzonego o zaproponowane podejście, przedstawiono na rysunku 26.



Rysunek 26. Postać algorytmu immunologicznego wzbogaconego o efekt kostymulacji

Proponowana wersja algorytmu immunologicznego bazującego na selekcji klonalnej polega na wzbogaceniu jej o efekt kostymulacji, polegający na wstępnej ocenie klonu limfocytu B poprzez komórkę T. Koncepcja komórki T opiera się na metamodelu szerzej omówionym w rozdziale 7. Algorytm jest więc zbieżny z kanoniczną formą co do zasady działania. Wyróżnia go natomiast zapisywanie każdego wygenerowanego limfocytu B wraz z funkcją dopasowania do zbioru  $\Theta$ , będącego bazą danych i zestawem danych służących do wyznaczenia reprezentacji komórki T. Zanim klon komórki B zostanie poddany weryfikacji przez komórkę T sprawdzana jest zależność opisana wzorem 4.10.

$$\forall x_i^j \geq x_{i\theta}^{LL} \wedge \forall x_i^j \leq x_{i\theta}^{UL} \quad (4.10)$$

gdzie:

- $x_i^j$  – weryfikowany i-ty paratop j-tego klonu komórki B,
- $x_{\theta}^{LL}$ - dolny zakres zbioru  $\Theta$  dla i-tego paratopu,
- $x_{\theta}^{UL}$ - górny zakres zbioru  $\Theta$  dla i-tego paratopu,

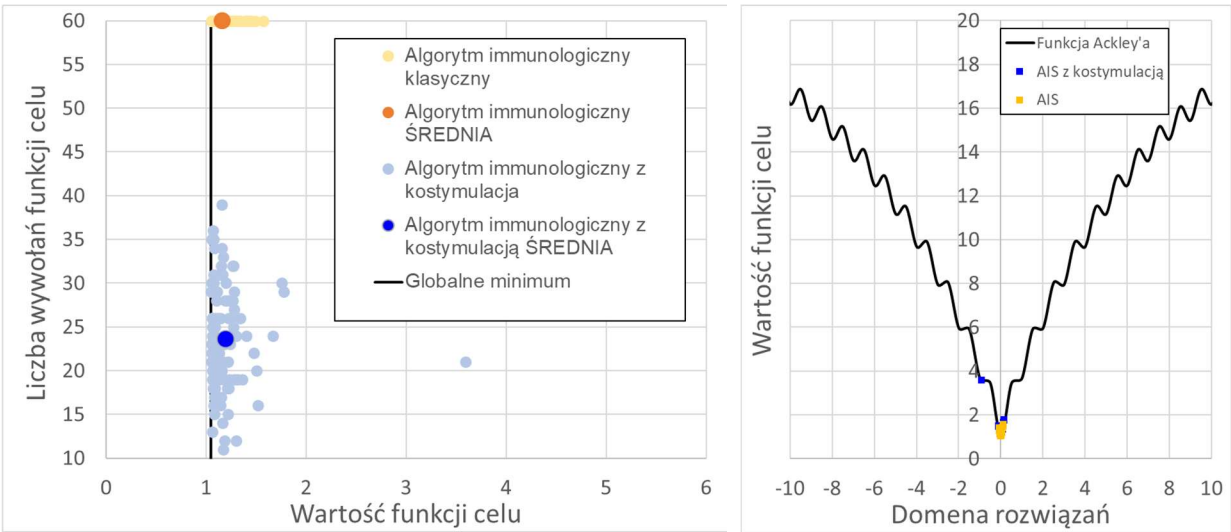
Weryfikacja ma na celu określenie czy dany zestaw zmiennych decyzyjnych reprezentowanych przez klon limfocytu B rokuje na rozwiązanie. W przypadku niniejszej pracy i zgodnie ze schematem blokowym (rys. 26) wektor charakterystyk geometrycznych jest oceniany w odniesieniu do częstotliwości drgań własnych. Jeśli spełnia ograniczenie (zdefiniowane w rozdziale 6) wtedy dany wariant geometryczny jest rozpatrywany zgodnie z kanoniczną formą. Jeśli nie spełnia ograniczenia, wtedy jest odrzucany przez zmodyfikowanie funkcji celu dużą wartością (przypisanie powierzchni modelu równe sto) co na drodze pracy algorytmu skutkuje jego odrzuceniem.

Rysunek 27 przedstawia porównanie optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu immunologicznego klasycznego oraz algorytmu rozszerzonego o efekt kostymulacji pomiędzy limfocytami B oraz T. Efektywność algorytmów oceniono biorąc pod uwagę zbieżność do ekstremum globalnego oraz ilość iteracji niezbędnych do osiągnięcia tego celu.

Funkcja testowa Ackley'a zastosowana do porównania opisana jest równaniem 4.11.

$$f(x) = -20e^{-0.2\sqrt{0.5x^2}} - e^{0.5 \cos \pi x} + e + 20 \quad (4.11)$$

Dla funkcji 4.11 minimum globalne wynosi 1.051 dla  $x=0$ .



Rysunek 27. Funkcja Ackley'a - Porównanie algorytmu immunologicznego klasycznego oraz algorytmu rozszerzonego o efekt kostymulacji

Parametry algorytmu immunologicznego zastosowanego w zadaniu porównawczym zostały zestawione w tabeli 3.

Tabela 3. Parametry algorytmu immunologicznego

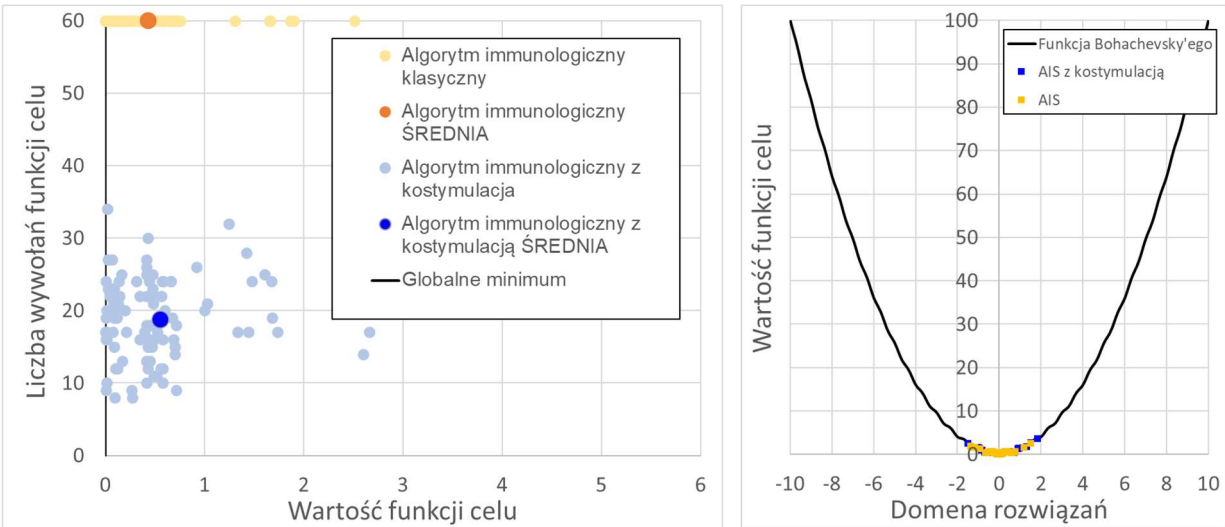
Parametr	Wartość
Liczba limfocytów (komórek pamięci)	3
Liczba klonów	6
Kryterium zakończenia (liczba iteracji)	10
Prawdopodobieństwo mutacji	0.75

Zadanie minimalizacji funkcji testowej zostało uruchomione sto razy w wersji kanonicznej oraz w wersji rozszerzonej o kostymulację. Zadanie było ograniczone do dziesięciu iteracji algorytmu przy trzech komórkach pamięci. W odniesieniu do średniego wyniku rozszerzony algorytm potrzebował o 61% mniej wywołań funkcji celu niż kanoniczna postać. Uzyskane minimum było o 3% gorsze w odniesieniu do globalnego minimum porównując średnie wartości.

Kolejną przeanalizowaną funkcją testową to funkcja Bohachevsky'ego opisana równaniem

$$f(x) = x^2 - 0.3 \cos(3 \pi x) + 0.3 \quad (4.12)$$

Dla funkcji 4.12 globalne ekstremum znajduje się dla  $x=0$  i wynosi  $f(x)=0$ . Zastosowano parametry pracy algorytmu jak poprzednio przedstawione w tabeli 3. Rysunek 28 porównuje efekty pracy algorytmów.



Rysunek 28. Funkcja Bohachevsky'ego - Porównanie algorytmu immunologicznego klasycznego oraz algorytmu rozszerzonego o efekt kostymulacji

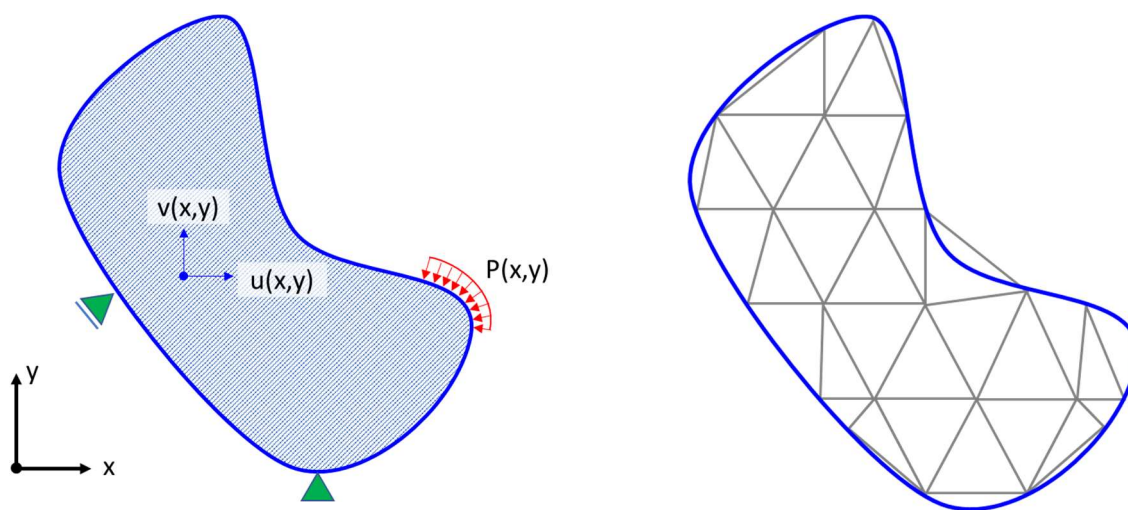
Zadanie minimalizacji funkcji 4.12 uruchomiono sto razy w wersji kanonicznej oraz rozszerzonej. Konkluzja rezultatów pozostaje niezmienna. Porównując średnie wartości funkcji, algorytm immunologiczny w wersji kanonicznej uzyskał lepsze o 29% ekstremum globalne. Potrzebował natomiast o 69% więcej wywołań funkcji celu w odniesieniu do wartości średniej.

Biorąc pod uwagę porównawcze zestawienie wyników, algorytm klasyczny wykazuje lepszą zbieżność podczas gdy algorytm rozszerzony – lepszą efektywność, która jest oczekiwana w przypadku praktyki inżynierskiej – często liczy się czas uzyskania rozwiązania.



## 5. Metoda elementów skończonych

Większość problemów mechaniki polega na wyznaczaniu pól różnych wielkości takich jak pola przemieszczeń, odkształceń, naprężeń czy temperatur występujących w przestrzeni materialnej zwanej continuum. Pole interesującej nas wielkości jest opisane przez nieskończoną liczbę parametrów, ponieważ jest funkcją nieskończonej liczby punktów materialnych należących do continuum. Matematyczny opis pola uzyskuje się analizując mały fragment ośrodka ciągłego, który prowadzi do równań różniczkowych stanowiących model problemu. Rozwiązania w postaci zamkniętej tyczą się zazwyczaj elementarnych przypadków zarówno, jeżeli chodzi o kształt continuum jak i o warunki brzegowo-początkowe. Takie metody nazywamy metodami analitycznymi. W przypadku analizy problemów technicznych o większym stopniu skomplikowania w odniesieniu do kształtu, warunków brzegowych czy obciążenia możliwe jest uzyskanie jedynie rozwiązań przybliżonych. Przybliżenie następuje poprzez dyskretyzację, czyli zastąpienie przestrzeni o nieskończonej liczbie parametrach w opis wyrażony przez skończoną liczbę wartości zlokalizowanych w punktach zwanych węzłami. Zmienność pola pomiędzy węzłami jest opisana przez funkcje interpolacyjne (funkcje kształtu). Dobór węzłów, parametrów i funkcji interpolacyjnych decyduje o poprawności i dokładności rozwiązania przybliżonego. Dyskretyzacja prowadzi do dyskretnego modelu obliczeniowego jak przedstawiono na rysunku 29 (dyskretyzacja za pomocą elementów trójkątnych).



Rysunek 29. Dyskretyzacja ośrodka ciągłego

W pracy wykorzystano metodę elementów skończonych (MES) [29][47] do wyznaczenia modelu zastępczego. Dodatkowo był wykorzystany do walidacji rozwiązania najlepszego (uzyskanego z uwzględnieniem, opisanego w dalszej części pracy, metamodelu w odniesieniu do wyniku analizy



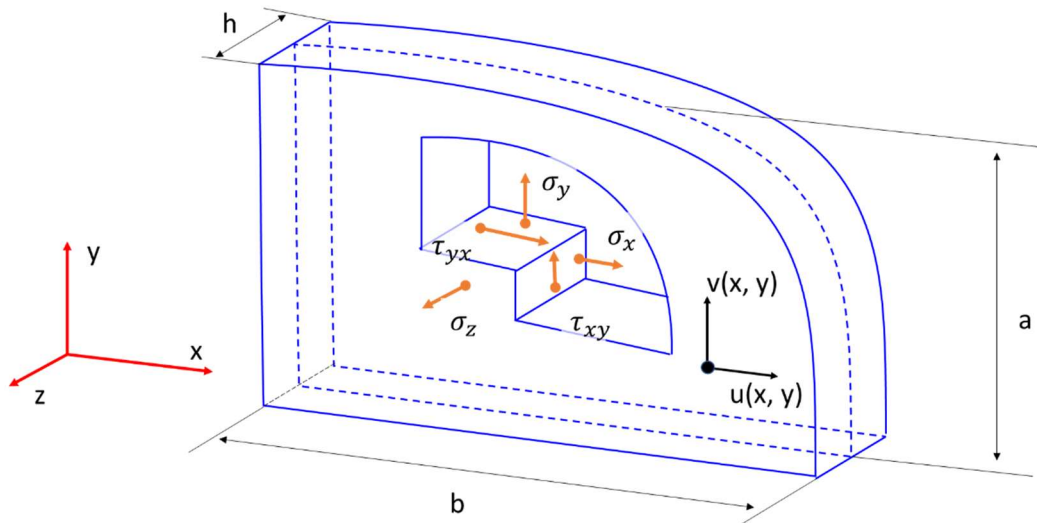
MES). Zdyskretyzowany model uwzględnia elementy skończone tarczowe w płaskim stanie naprężenia zastosowane dla geometrii kierownicy turbiny oraz elementy skończone osiowo symetryczne w przypadku geometrii obudowy turbiny. Podział ten wynika z topologii analizowanych komponentów (rys. 30). Obudowa to struktura osiowo symetryczna wykazująca dużą sztywność w kierunku obwodowym. Kierownica natomiast jest złożona z segmentów i jej przemieszczenie radialne nie generuje naprężeń w kierunku obwodowym (brak sztywności w tym kierunku w ujęciu modelowania dwuwymiarowego).



Rysunek 30. Podział modelu numerycznego ze względu na typ elementu skończonego

### 5.1. Elementy tarczowe

Tarczą nazywamy strukturę, w której jeden z wymiarów  $h$  jest dużo mniejszy od pozostałych  $a$ ,  $b$  jak przedstawiono na rysunku 31.



Rysunek 31. Schemat ideowy tarczy

Pełny stan naprężenia w tarczy jest opisany równaniem:

$$\sigma = \{\sigma_x \sigma_y \tau_{xy} \sigma_z\} \quad (5.1)$$

Pole przemieszczeń w tarczy będzie miało dwie składowe i będzie funkcją dwóch zmiennych.

$$u = \{u(x, y), v(x, y)\} \quad (5.2)$$

Przemieszczenia są wynikiem odkształceń. Pełny stan odkształcenia wyrażony jest czterema składowymi odpowiadającymi poszczególnym składowym naprężeniom.

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x \varepsilon_y \gamma_{xy} \varepsilon_z\} \quad (5.3)$$

Trzy pierwsze składowe powiązane są z przemieszczeniami związkami geometrycznymi a czwarta jest zależna od  $\sigma_z$ .

$$\varepsilon_x = \dot{u}_x, \varepsilon_y = \dot{v}_y, \gamma_{xy} = \dot{u}_x + \dot{v}_y \quad (5.4)$$

Konstitutywny związek między naprężeniami a odkształceniami ciała anizotropowego liniowo sprężystego ma postać.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Bądź zwięźle

$$\sigma = D\varepsilon \quad (5.6)$$

W analizie tarcz zastosowanych w niniejszej pracy dla płaskiego stanu naprężenia występuje zależność  $\sigma_z = 0$ . Z tego warunku i równania opisanego w 5.5 można wyrazić  $\varepsilon_z$  w zależności od

trzech pozostałych odkształceń wiążącej trzy pierwsze składowe naprężenia macierzy 5.1 z pierwszymi trzema odkształceniami macierzy 5.3. Macierz sztywności materiału izotropowego w którym są dwie niezależne wartości; moduł Younga  $E$  oraz współczynnik Poissona, opisuje macierz  $D$  w następującej formie:

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Wyprowadzenie macierzy sztywności dla elementu prostokątnego należy rozpocząć od ustalenia parametrów węzłowych dzieląc je na dwie podgrupy odpowiadające poszczególnym składowym pola przemieszczeń.

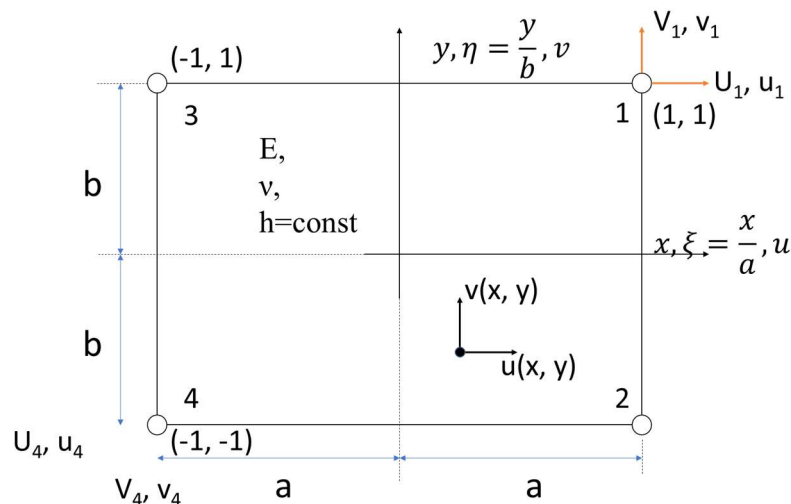
$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

gdzie:

$U, V$  – parametry statyczne, siły poziome i pionowe,

$u, v$  – parametry geometryczne (przemieszczenia węzłów poziome i pionowe).

Poszukiwana macierz sztywności, wyrażająca parametry statyczne poprzez parametry geometryczne będzie miała wymiar  $8 \times 8$ .



Rysunek 32. Element skończony dwuwymiarowy prostokątny (liniowa funkcja interpolacyjna)

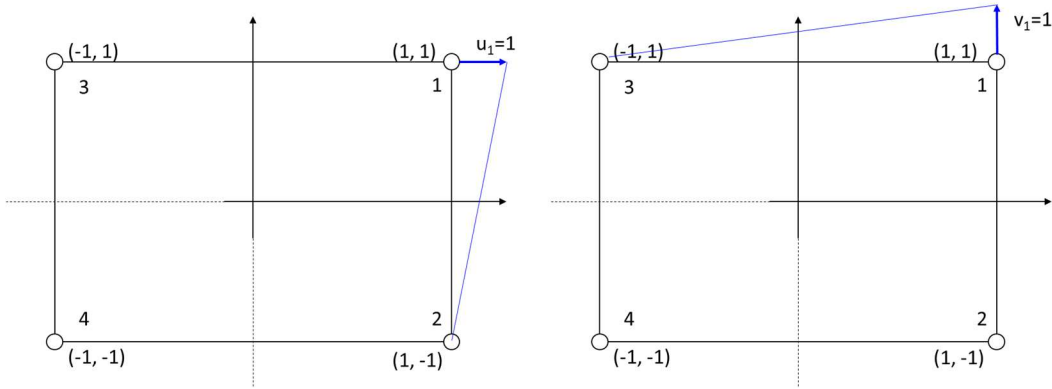
Opisu pola przemieszczeń dokonujemy za pomocą parametrów geometrycznych oraz funkcji kształtu. Parametrami geometrycznymi są jedynie przemieszczenia a do znalezienia funkcji kształtu posłużą wielomiany Lagrange'a o bezwymiarowych zmiennych  $\xi$  oraz  $\eta$ . Przykładowe

funkcje kształtu przedstawiono dla węzła 1. Odpowiednie stany jednostkowe pokazano również na rysunku 33.

$$u_1(\xi, \eta) = 1 L_1(\xi) L_1(\eta), v_1(\xi, \eta) = 1 L_1(\xi) L_1(\eta) \quad (5.9)$$

Zatem

$$u_1(\xi, \eta) = v_1(\xi, \eta) = 1 L_1(\xi) L_1(\eta) = 1 N_1 \quad (5.10)$$



Rysunek 33. Funkcja interpolacyjna dla węzła numer 1 w elemencie skończonym

Uwzględniając zasady tworzenia wielomianów Lagrange'a otrzymujemy.

$$L_1(\xi) = \frac{\xi - \xi_3}{\xi_1 - \xi_3} = \frac{\xi - (-1)}{1 - (-1)} = \frac{\xi + 1}{2} \quad (5.11)$$

$$L_1(\eta) = \frac{\eta - \eta_2}{\eta_1 - \eta_2} = \frac{\eta - (-1)}{1 - (-1)} = \frac{\eta + 1}{2} \quad (5.12)$$

Podstawiając 5.11 oraz 5.12 do równania 5.9 otrzymujemy funkcje interpolacyjną dla węzła 1.

$$N_1 = L_1(\xi) L_1(\eta) = \frac{1}{4} (\xi + 1)(1 + \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi + \eta + \xi\eta) \quad (5.13)$$

W analogiczny sposób otrzymujemy funkcje interpolacyjne dla pozostałych stanów w węzłach 2, 3 oraz 4.

$$N_2 = L_2(\xi) L_2(\eta) = \frac{1}{4} (\xi + 1)(1 - \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi - \eta - \xi\eta) \quad (5.14)$$

$$N_3 = L_3(\xi) L_3(\eta) = \frac{1}{4} (\xi - 1)(1 + \eta) = \frac{1}{4} (1 - \xi + \eta - \xi\eta) \quad (5.15)$$

$$N_4 = L_4(\xi) L_4(\eta) = \frac{1}{4} (\xi - 1)(1 - \eta) = \frac{1}{4} (1 - \xi - \eta + \xi\eta) \quad (5.16)$$

Przemieszczenie (pole)  $u(\xi, \eta)$  otrzymamy sumując iloczyny poszczególnych funkcji kształtu zgodnie ze wzorem:

$$u(\xi, \eta) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \text{ albo} \quad (5.17)$$

Bądź zwięźle

$$u = Nu \quad (5.18)$$

gdzie:

$N = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$  – macierz funkcji kształtu,

$u_n$  – macierz parametrów geometrycznych.

Macierz funkcji kształtu można przedstawić również w postaci

$$N = \omega A \quad (5.19)$$

gdzie:

$\omega = [1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta]$  – macierz składników wielomianu

$$A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ – macierz o stałych składnikach}$$

Opis pola odkształceń można zapisać wykorzystując zależność 5.4 oraz przedstawioną macierz stałych składników.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{u}_x + \dot{v}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x A & 0 \\ 0 & \dot{\omega}_y A \\ \dot{\omega}_y A & \dot{\omega}_x A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Dla przykładu odkształcenie w kierunku x zapiszemy w postaci.

$$\varepsilon_x = \dot{u}_x = [(\omega \dot{A})u]_x = \dot{\omega}_x A u \quad (5.21)$$

Korzystając z macierzy składników wielomianu otrzymujemy.

$$\dot{\omega}_x = \frac{1}{a} \dot{\omega}_\xi = \frac{1}{a} [1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta]_\xi = \frac{1}{a} [0 \ 1 \ 0 \ \eta] \quad (5.22)$$

Podstawiając 5.22 do 5.21 otrzymujemy.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{a} [0 \ 1 \ 0 \ \eta] \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} u = \frac{1}{4a} [(1 + \eta), (1 - \eta), -(1 + \eta), -(1 - \eta)] u \quad (5.23)$$

Podobnie można obliczyć pozostałe odkształcenia i ostatecznie macierz B będzie miała postać.

$$B = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \frac{1+\eta}{a} & \frac{1-\eta}{a} & -\frac{1+\eta}{a} & -\frac{1-\eta}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\xi}{b} & -\frac{1+\xi}{b} & \frac{1-\xi}{b} & -\frac{1-\xi}{b} \\ \frac{1+\xi}{b} & -\frac{1+\xi}{b} & \frac{1-\xi}{b} & -\frac{1-\xi}{b} & \frac{1+\eta}{a} & \frac{1-\eta}{a} & -\frac{1+\eta}{a} & -\frac{1-\eta}{a} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Kolejny etap to opis pola naprężeń. Na podstawie 5.6 oraz 5.20 otrzymujemy.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = D \varepsilon = DB \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Macierz sztywności elementu wyznacza się stosując zasadę prac wirtualnych  $L_z=L_w$ . Przesunięcie wirtualne (przygotowane) spowodowane przez siły zewnętrzne.

$$L_z = \delta u^T U + \delta v^T V = [\delta u^T \quad \delta v^T] \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Praca sił wewnętrznych opisana jest przez zależność 5.27.

$$L_w = \int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV = [\delta u^T \quad \delta v^T] \left( \int_V B^T DB dV \right) \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Porównanie 5.26 oraz 5.27 daje wynik.

$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = \left( \int_V B^T DB dV \right) \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \rightarrow f = ku \quad (5.28)$$

Poszukiwana macierz sztywności wyrażona jest wzorem:

$$k = \int_V B^T DB dV \quad (5.29)$$

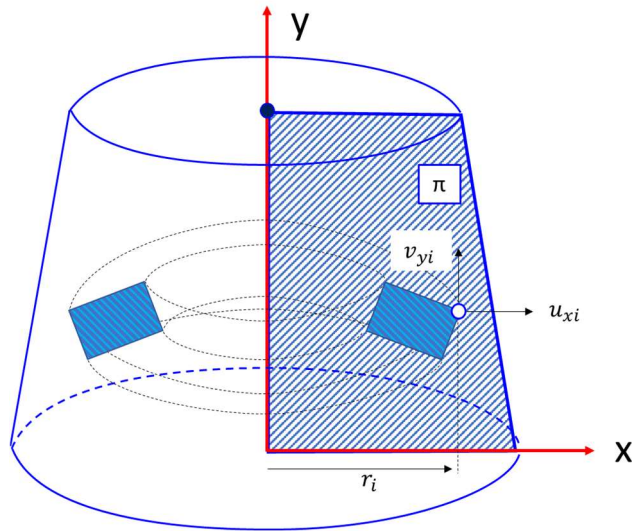
Dla tarczy o stałej grubości  $h$  mamy  $dV = dA h$ . Dla płaskiego stanu naprężenia otrzymujemy:

$$k = \frac{Eh}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{18} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{28} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{81} & k_{82} & \dots & k_{88} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Interpretacja fizyczna składników macierzy sztywności odpowiada siłom węzłowym od jednostkowych przemieszczeń węzłów. Funkcje kształtu zawierają wyraz wolny oraz liniowy co umożliwia występowanie ruchu sztywnego elementu. Przemieszczenia zmieniają się liniowo co gwarantuje stałość odkształcenia (pierwsze pochodne przemieszczeń).

## 5.2. Elementy osiowo symetryczne

Ciała trójwymiarowe osiowo symetryczne, mimo, iż geometrycznie odpowiadają zagadnieniom przestrzennym to z matematycznego punktu widzenia można je sprowadzić do zagadnienia płaskiego analogicznego do tarczowego. Przemieszczenia, odkształcenia oraz naprężenia wyznacza się w jednej z płaszczyzn  $\pi$  jak na rysunku 34. Dodatkowo przemieszczenie w płaszczyźnie  $\pi$  punktu w kierunku  $u_{xi}$  powoduje zmianę promienia  $r_i$  a więc obwodu i w konsekwencji powstanie odkształcenia oraz naprężenia w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny.



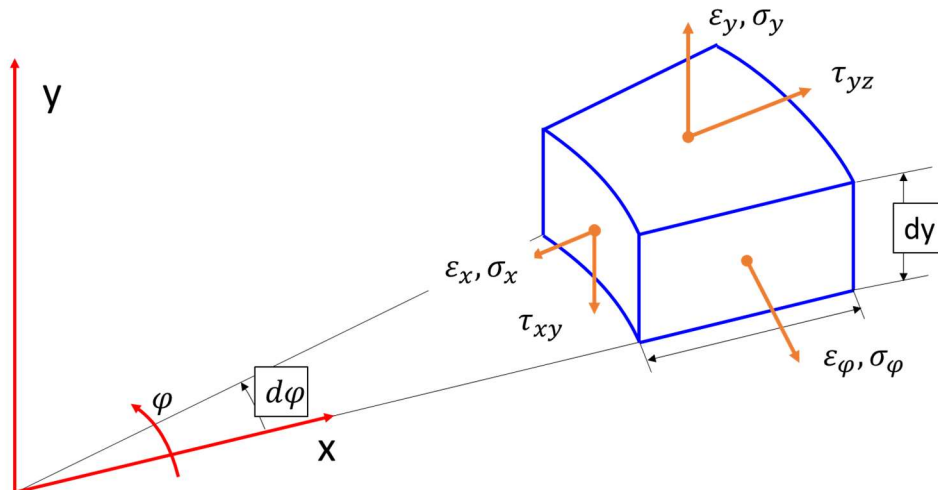
Rysunek 34. Element osiowo symetryczny

Dla elementu obrotowo symetrycznego pole odkształceń oraz naprężeń przedstawiają równania:

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy} \quad \varepsilon_\varphi\} \quad (5.31)$$

$$\sigma = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy} \quad \sigma_\varphi\} \quad (5.32)$$

Występujące składowe odkształceń oraz naprężeń przedstawia rysunek 35.



Rysunek 35. Stan odkształceń oraz naprężeń w elemencie obrotowo symetrycznym

Wyznaczenie macierzy sztywności dla tego typu elementu będzie analogiczne jak w przypadku elementu prostokątnego tarczowego. Algorytm postępowania jest analogiczny, wyznaczenie parametrów statycznych (sił) oraz geometrycznych (przemieszczeń węzłów) następnie opis pola przemieszczeń z wykorzystaniem funkcji kształtu, opis pola odkształceń, naprężeń i wyznaczenie macierzy sztywności elementu z zasady prac wirtualnych (zasada Lagrange'a).

Dla elementu osiowo symetrycznego warty zaznaczenia jest składnik dotyczący odkształcenia w kierunku prostopadłym do płaszczyzny  $\pi$  opisanym wzorem 5.33.

$$\varepsilon_\varphi = \frac{2\pi(x+u)-2\pi x}{2\pi x} = \frac{u}{x} \quad (5.33)$$

Uwzględniając 5.32 oraz 5.33 pola odkształceń przedstawia się następująco.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \varepsilon_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{u}_x + \dot{v}_y \\ \frac{u}{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \\ N & N \\ \frac{N}{x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = B_q \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

gdzie:

$$B_q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{x} & 1 & \frac{y}{x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pole naprężeń opisane jest w postaci.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \sigma_\varphi \end{bmatrix} = D\varepsilon = DB_q \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Macierz związana z materiałem D dla materiału izotropowego ma postać

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & b & 0 & b \\ b & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & c & 0 \\ b & b & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

gdzie:

$$b = \frac{\nu}{1-\nu}$$

$$c = \frac{1-2\nu}{2(1+\nu)}$$

Wykorzystanie zasady prac wirtualnych prowadzi do macierzy sztywności określonej zależnościami identycznymi jak w równaniu 5.29.

$$k_q = \int_V B_q^T DB_q dV = 2\pi \int_A B_q^T DB_q x dA \quad (5.37)$$

### 5.3. Zagadnienia dynamiki w metodzie elementów skończonych

Statyczne równanie równowagi w odniesieniu do zagadnień dynamicznych musi zostać uzupełnione o elementy dotyczące bezwładności układu oraz składnika reprezentującego tłumienia w postaci:



$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (5.38)$$

gdzie:

- $M$  – macierz mass,
- $C$  – macierz tłumienia,
- $K$  – macierz sztywności,
- $\ddot{q}(t)$  – wektor przyspieszenia,
- $\dot{q}(t)$  – wektor prędkości,
- $q(t)$  – wektor przemieszczeń,
- $F(t)$  – zewnętrzny wektor obciążenia,

W przypadku swobodnej nietłumionej analizy równanie upraszcza się do postaci:

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = 0 \quad (5.39)$$

Wektor przemieszczenia dla ruchu harmonicznego wyrażamy następująco

$$q = q_A * \sin(\omega t) \quad (5.40)$$

gdzie:

- $q_A$  – amplituda
- $\omega$  – częstość kołowa

Częstość kołowa jest związana z częstotliwością jako  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  a okres  $T$  jest odwrotnością częstotliwości. Różniczkując równanie 5.40 dwukrotnie otrzymamy:

$$\ddot{q} = -\omega^2 q_A \sin(\omega t) \quad (5.41)$$

Uogólnione równanie 5.39 uwzględniające podstawienie 5.40 oraz 5.41 możemy zapisać w postaci:

$$(K - \lambda M) q_A = 0 \quad (5.42)$$

gdzie:

$$\lambda = \omega^2$$

Równanie 5.42 jest fundamentalnym równaniem dla drgań swobodnych nietłumionych dla układu liniowego i materiałów liniowo-sprężystych (obowiązuje prawo Hook'a). Zależność ta posłuży do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych systemu i wektorów własnych (form modalnych). Aby wyznaczyć  $\lambda_i$  i przynależne jej wektory  $q_i$  należy rozwiązać równanie:

$$\det|K - \lambda M| = 0 \quad (5.43)$$

Wektor  $q_i$  reprezentuje przemieszczenia systemu dla danych wartości  $\lambda_i$  i musi spełniać poniższe równanie.

$$[q_{Ai}]^T M [q_{Ai}] = I \quad (5.44)$$

gdzie:

I – macierz jednostkowa

Wyniki analizy modalnej z uwagi na przedstawioną normalizację w równaniu 5.44 są sztuczne co do wartości natomiast rozkłady przemieszczeń czy odkształceń i naprężeń są poprawne. Wyniki muszą zostać skorelowane i zeskalowane na podstawie bardziej złożonych analiz, które uwzględniają pełne równanie dynamiki 5.38, a więc efekty tłumienia i zewnętrzne źródło wzbudzenia. W sytuacji, kiedy dane dotyczące tych elementów nie są dostępne bądź są co do nich duże niepewności rekomendowane są testy eksperymentalne.

W poprzedniej części tego rozdziału przedstawiono wyznaczenie macierzy sztywności dla elementów tarczowych oraz osiowo symetrycznych. W przypadku analizy modalnej zachodzi konieczność wyznaczenia macierzy bezwładności  $m$  w odniesieniu do tych samych zdefiniowanych funkcji kształtu. Różniczkując po czasie otrzymujemy.

$$u = Nq, \dot{u} = N\dot{q}, \ddot{u} = N\ddot{q} \quad (5.45)$$

gdzie:

$\dot{q}$  – węzłowe prędkości,

$\ddot{q}$  – węzłowe przyspieszenia,

Pole przyspieszeń implikuje zasadę d'Alemberta  $F = -\rho\ddot{u}$ , gdzie  $\rho$  to gęstość masy. Siły węzłowe otrzymamy w postaci.

$$r = \int_V N^T F dV = - \int_V N^T \rho N dV \ddot{u} = -m\ddot{u} \quad (5.46)$$

Zatem macierz bezwładności elementu zapiszemy jako.

$$m = \int_V N^T \rho N dV \quad (5.47)$$

Dla zagadnienia dwuwymiarowego równanie przyjmuje postać

$$m = \int_{\pi} N^T \rho N t dx dy$$

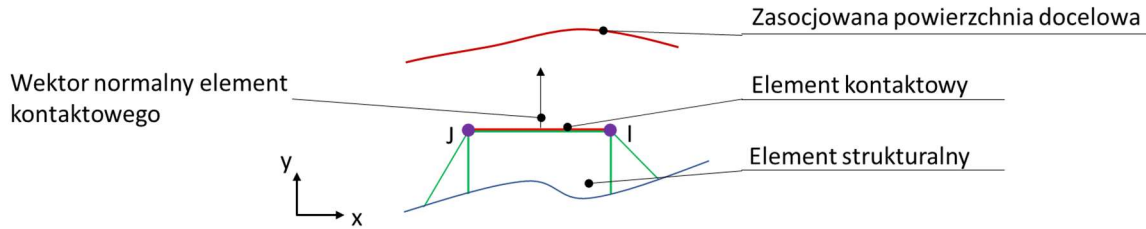
gdzie:

$t$  – grubość elementu tarczy.

W trakcie, rozważanego w pracy, procesu optymalizacji zachodzi zmiana zarówno w macierzy sztywności jak i bezwładności poprzez zmianę charakterystyk geometrycznych. Aby modyfikacja zmiennych projektowych zwiększała sztywność w strefach istotnych dla rozpatrywanej postaci drgań własnych posłużono się dystrybucją energii odkształcenia. Szczegóły opisano w rozdziale 8 dotyczącym zastosowanego modelu numerycznego.

#### 5.4. Elementy kontaktowe w modelu numerycznym

Model numeryczny MES przedstawiony w pracy wykorzystuje technikę kontaktu w celu połączenia struktury kierownicy z obudową turbiny a także w obrębie samej kierownicy pomiędzy profilem aerodynamicznym a górną i dolną platformą oraz uszczelnieniem. Szczegóły zostały omówione w rozdziale 8 dotyczącym opisu modelu numerycznego. Modelowanie kontaktu odbywa się poprzez dodatkowe elementy symulujące parę kontaktową; element kontaktowy oraz powiązany element docelowy jak zaprezentowano na rysunku 36.



Rysunek 36. Element kontaktowy

Detekcja kontaktu odbywa się na punktach Gaussa, [11], [12]. Zastosowane elementy kontaktowe opisane są przy zastosowaniu rozszerzonej metody Lagrange'a [41], gdzie wprowadzono mnożniki  $\lambda$  do wyznaczenia ciśnienia kontaktu.

$$P = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } u_n > 0 \\ K_n u_n + \lambda_{i+1} & \text{jeśli } u_n \leq 0 \end{cases} \quad (5.48)$$

gdzie:

$$\lambda_{i+1} = \begin{cases} \lambda_i + K_n u_n & \text{jeśli } |u_n| > \kappa \\ \lambda_i & \text{jeśli } |u_n| < \kappa \end{cases}$$

$P$  – ciśnienie kontaktu normalne,

$K_n$  – sztywność kontaktu w kierunku normalnym,

$u_n$  – rozmiar szczeliny pomiędzy współpracującą parą,

$\kappa$  – tolerancja kontaktu,

$\lambda_i$  – mnożnik Lagrange'a wyznaczany iteracyjnie.

Zastosowany typ kontaktu wyklucza relatywne przesunięcia powierzchni w kierunku stycznym i nie pozwala na separację pary kontaktowej.

## 6. Sformułowanie zadania optymalizacji

Zastosowano następujące funkcje celu dla zadań optymalizacji charakterystyk dynamicznych kierownicy turbiny. Pierwsza z nich  $J_1$  to funkcja opisująca powierzchnie modelu w zależności od przyjętych zmiennych decyzyjnych. Można ją scharakteryzować zgodnie ze wzorem 6.1.

$$J_1 = \int_{\Omega} d\Omega \rightarrow \min_{X_A} J_1(X_A) \quad (6.1)$$

gdzie:

$\Omega$  – obszar analizowanego modelu zależny od zmiennych projektowych  $X_A$ ,

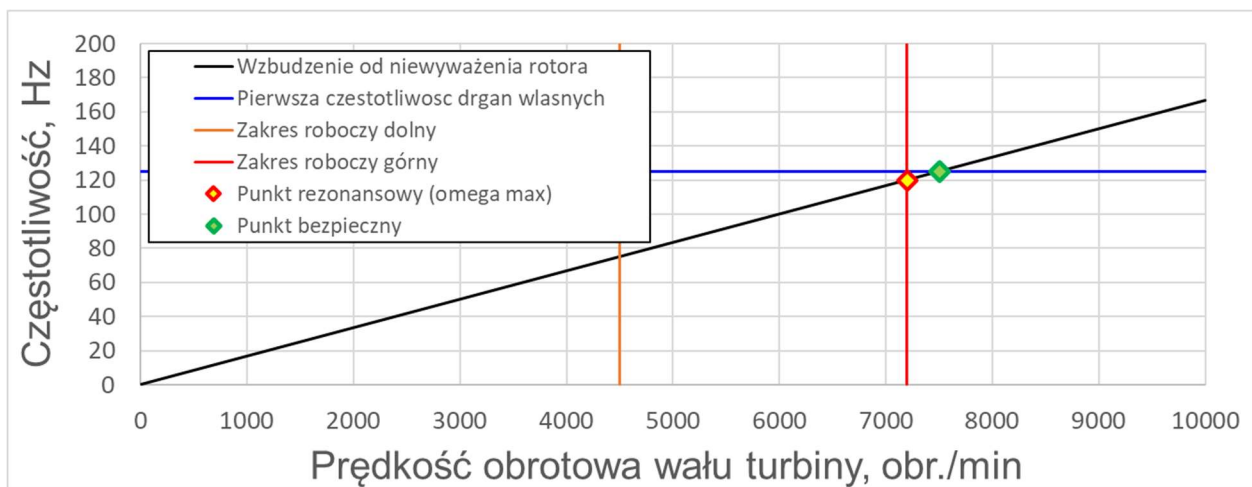
$X_A$  – wektor 10 charakterystyk geometrycznych zdefiniowanych na obudowie i kierownicy turbiny.

Celem jest zatem minimalizacja  $J_1$  przy zmianie parametrów geometrycznych zawartych w zestawie zmiennych  $X_A$  (szerzej omówione w rozdziale 8). Służy to redukcji masy i jest istotne z perspektywy aplikacji komponentu w silniku lotniczym a także istotne z punktu widzenia kosztów. W zadaniu minimalizacji funkcji  $J_1$  przyjęto ograniczenie  $O_1$  zdefiniowane dla częstotliwości drgań własnych – częstotliwości drgań własnych muszą być większe bądź równe 125 Hz. Wynika to z analizy diagramu Campbella, przedstawionego na rysunku 37 (zakresu roboczego turbiny, wzbudzenia od niewyważenia rotora) w celu osiągnięcia punktu bezpiecznego i wybicia poza zakres operacyjny turbiny.

$$O_1 \rightarrow f_1 \geq 125 \text{ Hz} \quad (6.2)$$

gdzie:

$f_1$  – pierwsza częstotliwość drgań własnych,



Rysunek 37. Diagram Campbella – definicja ograniczenia

Kolejne funkcje celu zdefiniowane w zadaniu optymalizacji to funkcje  $J_2$  oraz  $J_3$  mające na celu maksymalizację częstotliwości drgań własnych układu, przy zastosowaniu zredukowanej liczby parametrów geometrycznych. Funkcje scharakteryzowano za pomocą równań 6.3 oraz 6.4.

$$J_2 = \frac{\sqrt{\lambda_1(K,M)}}{2\pi} \rightarrow \max_{X_B} J_2(X_B) \quad (6.3)$$

$$J_3 = \frac{\sqrt{\lambda_1(K,M)}}{2\pi} \rightarrow \max_{X_C} J_3(X_C) \quad (6.4)$$

gdzie:

$K$  – macierz sztywności analizowanego układu,

$M$  – macierz bezwładności analizowanego układu,

$X_B$  – wektor 7 charakterystyk geometrycznych zdefiniowanych na kierownicy turbiny (szerzej omówionych i zilustrowanych w rozdziale 8),

$X_C$  – wektor 4 lokalizacyjnych charakterystyk geometrycznych zdefiniowanych na kierownicy turbiny (szerzej omówionych i zilustrowanych w rozdziale 8),

Ostatnią funkcje celu  $J_4$  wykorzystywaną w zadaniu optymalizacji sformułowano zgodnie z 6.5.

$$J_4 = \int_{\Omega} d\Omega * \gamma_{freq} \rightarrow \min_{X_A} J_4(X_A) \quad (6.5)$$

gdzie:

$\Omega$  – powierzchnia modelu,

$X_A$  – zestaw charakterystyk geometrycznych,

$\gamma_{freq}$  – funkcja kary związana ze zdefiniowanym ograniczeniem  $O_1$ ,

Funkcje kary zdefiniowano zgodnie z równaniem 6.6.

$$\gamma_{freq} = \begin{cases} \text{If } f_1 < 125 \text{ then } (125 - f_1) * 2 \\ 1 \end{cases} \quad (6.6)$$

gdzie:  $f_1$  – częstotliwość drgań własnych dla pierwszej postaci,

Omówione funkcje celu zastosowano w zadaniach optymalizacji przy użyciu algorytmów genetycznych oraz immunologicznych w rozdziałach 11 oraz 12.

Wektory charakterystyk geometrycznych ( $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_C$ ) mają swoje ograniczenia zgodnie z 6.7

$$x_{i,min} \leq x_i \leq x_{i,max} \quad (6.7)$$

gdzie:

$x_i$  –  $i$ -ta zmienna decyzyjna należąca do zbiorów  $X_A$ ,  $X_B$  lub  $X_C$ ,

$x_{i,min}$  – dolny zakres  $i$ -tej zmiennej decyzyjnej zgodnie z tabelą 8 oraz 9,

$x_{i,max}$  – górny zakres  $i$ -tej zmiennej decyzyjnej zgodnie z tabelą 8 oraz 9,

## 7. Modelowanie zastępcze (*metamodeling*)

Model zastępczy jest aproksymacją rzeczywistego modelu matematycznego i jego zadaniem jest zastąpienie kosztownych symulacji komputerowych głównie w procesach optymalizacji poprzez odpowiednio dobrany model uproszczony. W analizowanym przypadku zadaniem metamodelu jest opis zależności pomiędzy geometrycznymi cechami a częstotliwością drgań własnych systemu lub powierzchnią modelu.

$$f_1 = y(X) \cong \hat{y}(X) \quad (7.1)$$

gdzie:

$y(X)$  – rzeczywista odpowiedź modelu dla parametru  $X$ ,

$\hat{y}(X)$  – aproksymowana odpowiedź dla parametru  $X$ ,

$X$  – wektor zmiennych decyzyjnych,

$f_1$  – częstotliwość drgań własnych dla pierwszej postaci drgań,

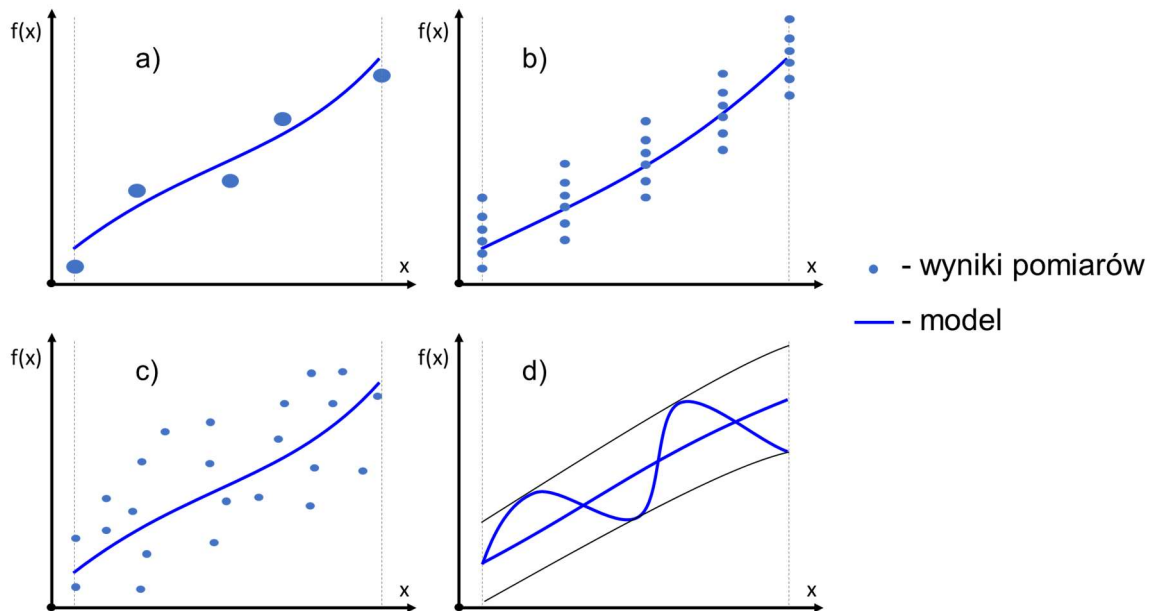
Model matematyczny może być zdefiniowany przy użyciu trzech metod. Pierwsza z nich to metoda analityczna dla fundamentalnych zjawisk fizycznych rozpoznanych i zapisanych już prawami fizycznymi (np. naprężenie w belce zginanej, częstotliwość drgań własnych oscylatora harmonicznego, temperatura ciała obiektu dla strumienia cieplnego).

Druga metoda to pasywny eksperyment, gdzie metamodel bazuje na obserwowanych wynikach procesu. Jest stosowany wszędzie tam, gdzie analizowany przypadek nie może zostać przerwany, nie możemy na niego wpływać bądź wydarzył się w przeszłości i mamy do dyspozycji jedynie zestaw danych wejściowych i wyjściowych. Metamodel jest otrzymywany poprzez analizę korelacji i testy statystyczne. To podejście jest stosowane w niniejszej pracy dla wyznaczenia funkcji matematycznej limfocytu T, aby ocenić czy dany model odwzorowany na podstawie limfocytu B spełnia ograniczenie częstotliwościowe.

Trzecia metoda to metoda aktywnego planowania eksperymentu nazywana z ang. Design of experiment (DOE) gdzie parametry wyjściowe są wyznaczone dla określonych kombinacji parametrów wejściowych. Ten typ podejścia może być stacjonarny (wszystkie przypadki określone z góry na początku eksperymentu) lub niestacjonarny (zdefiniowany pierwszy zestaw parametrów a kolejne określane na podstawie wyników poprzednich).

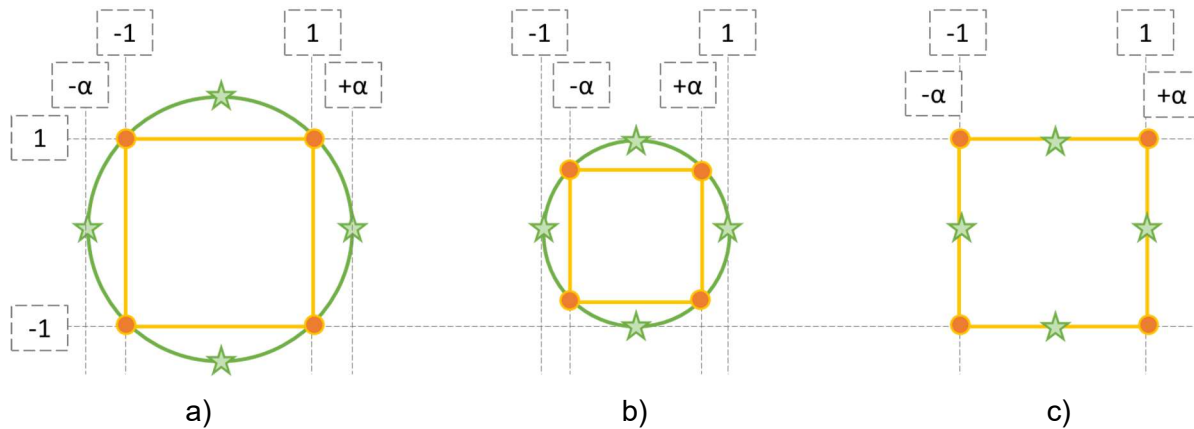
Otrzymywane zależności mogą być różnych typów i zależą od otrzymanych wyników badań. Rysunek 38 przedstawia podstawowe rodzaje wyników  $f(x)$ , które można wyróżnić dla danych parametrów wejściowych  $x$ . Pierwsza zależność jest deterministyczna, przyczynowo - skutkowa. Jest charakterystyczna i najczęściej spotykana w obliczeniach numerycznych, gdzie uzyskane wyniki dla danego zestawu parametrów wejściowych są powtarzalne i nie ulegają zmianie

(włączając w to analizy nieliniowe zakładając takie same kryteria zbieżności). Kolejny przypadek danych to obiekt sterowany zmiennymi deterministycznymi a wielkości wyjściowe różnią się na skutek występowania zakłóceń i błędów pomiarowych. Przypadek c) to typ funkcji losowej, gdzie zarówno dane wejściowe i wyjściowe różnią się wskutek występowania zakłóceń. Jest najczęściej stosowany do opracowania wyników eksperymentów biernych i opisuje badania z dziedziny technologii maszyn. Ostatni model to model rozmyty – typu obszaru, wewnątrz którego może istnieć wiele funkcji regresji opisujących zależności.



Rysunek 38. Modele obiektu badań [25]

W pracy zastosowano rodzaj trzeciej metody – stacjonarną metodę planowania eksperymentu i model zastępczy z genetyczną agregacją metamodeli. Model zastępczy został wyznaczony w oparciu o plan Box-Wilson. Zakłada on każdą zmienną decyzyjną na pięciu poziomach zmienności  $[-1, 0, 1, +\alpha, -\alpha]$ . Przykład planu dla 2 zmiennych przedstawia rysunek 39.



Rysunek 39 Rodzaj planów Box-Wilson

Wskazano trzy rodzaje planów Box-Wilson; a) opisany; na dolnym (-1) i górnym (1) limicie przedziału zmienności charakterystyki decyzyjnej, b) wpisany oraz c) ściennie centrowany ( $\alpha=1$ ). Spośród powyższych planów w pracy wykorzystano plan ściennie centrowany, ponieważ nie wykracza poza zdefiniowane limity jak ma to miejsce w planie opisanym. Mogłoby to spowodować problemy z wykonalnością modelu parametrycznego. Model wpisany natomiast niesie za sobą ryzyko niedokładności w narożach; ekstremalnych punktów zmiennych projektowych. Ostatecznie dla wybranego planu każda zmienna decyzyjna przyjmuje wartości na trzech poziomach zmienności (-1, 0, 1).

Analiza modalna MES została przeprowadzona dla wybranych konfiguracji geometrycznych. Celem analiz było wyznaczenie dla każdego wariantu wartości częstotliwości drgań własnych pierwszej postaci oraz powierzchni modelu. W procesie aproksymacji wykorzystano podejście z agregacją metamodeli [1][37][43]. Agregacja polega na złożeniu różnych modeli matematycznych przy zastosowaniu średniej wagi według zależności 7.2.

$$\hat{y}_{ens}(X) = \sum_{i=1}^{N_m} w_i \hat{y}_i(X) \quad (7.2)$$

gdzie:

- $\hat{y}_{ens}$  – predykcja złożenia,
- $\hat{y}_i$  – predykcja i-tego metamodelu,
- $N_m$  – liczba użytych metamodeli,  $N_m \geq 1$ ,
- $w_i$  – wagi dla i-tego metamodelu,

Współczynniki wagi muszą spełniać zależności przedstawione w równaniu 7.3.

$$\sum_{i=1}^{N_m} w_i = 1 \text{ and } w_i \leq 1, 1 \leq i \leq N_m \quad (7.3)$$

Aby odszukać optymalny układ wag minimalizowany jest pierwiastek z kwadratów średniej różnicy błędów opisany równaniem 7.4 (root mean square error RMSE) z przewidywanym błędem opisany równaniem 7.5.

$$RMSE(\hat{y}_{ens}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (y(x_j) - \hat{y}_{ens}(x_j))^2} \quad (7.4)$$

$$PRESS_{RMSE}(\hat{y}_{ens}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (y(x_j) - \hat{y}_{ens,-j}(x_j))^2} \quad (7.5)$$

gdzie:

- $\hat{y}_{ens,-j}(X) = \sum_{i=1}^{N_m} w_i \hat{y}_{i,-j}(X)$  – predykcja zagregowanego metamodelu zbudowanego bez wariantu projektowego j,
- $x_j$  – j-ta zmienna projektowa,
- $y(x_j)$  – wynik dla j-tej zmiennej projektowej,

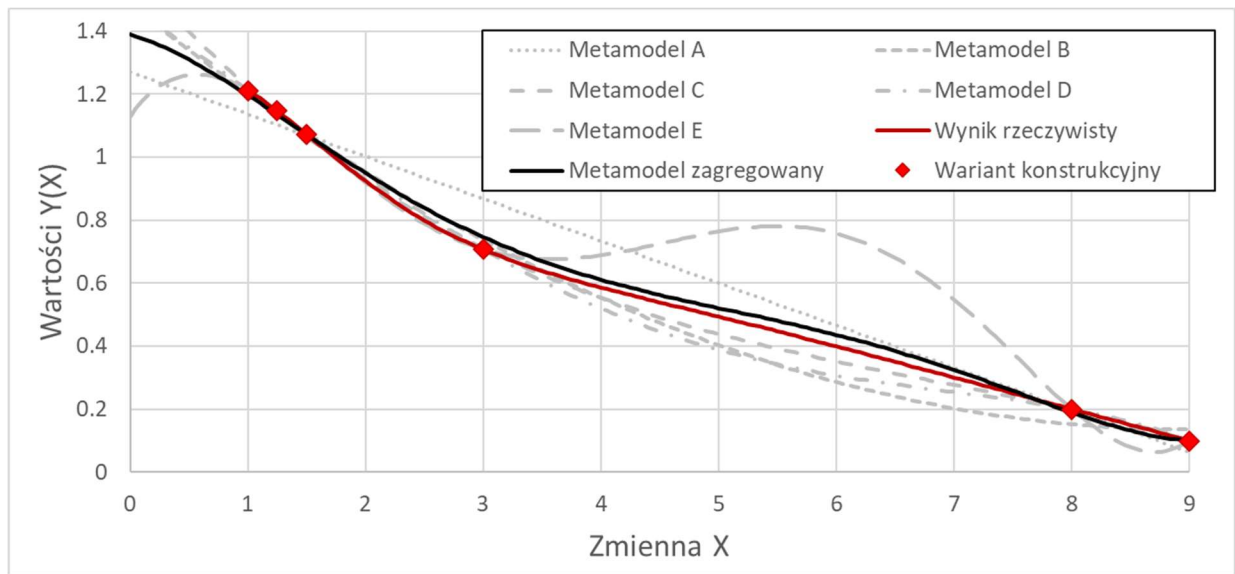


$\hat{y}_{i,-j}(x)$  – predykcja metamodelu  $i$ -tego zbudowanego bez  $j$ -tej zmiennej projektowej,

$N$  – liczba zmiennych projektowych,

Implementacja powyższej agregacji została przedstawiona dla funkcji 7.6 z wykorzystaniem 5 modeli matematycznych; regresji liniowej  $\hat{y}_A$  oraz wielomianów  $\hat{y}_B, \hat{y}_C, \hat{y}_D, \hat{y}_E$  o stopniach od 2 do 5 jak przedstawiono na rysunku 40. Modele zostały dopasowane w oparciu o 6 punktów projektowych.

$$y(x) = \frac{1}{e^x} \sin x - 0.1x + 1 \quad (7.6)$$



Rysunek 40. Agregacja funkcji aproksymujących – przykład 1D

Metamodel zagregowany wykazuje lepszy współczynnik dopasowania niż każdy z modeli z osobna jak pokazuje tabela.

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} \quad (7.7)$$

gdzie:

$R^2$  – współczynnik dopasowania,

$RSS$  – suma kwadratów reszt (różnic pomiędzy metamodelem a punktem konstrukcyjnym),

$TSS$  – suma kwadratów różnic pomiędzy punktem konstrukcyjnym a średnią,

Tabela 4. Zestawienie współczynnika dopasowania dla metamodeli

Metamodel	A	B	C	D	E	Zagregowany
R <sup>2</sup>	89.3%	94.7%	99.0%	96.1%	59.3%	99.1%

Wart podkreślenia jest fakt, że nie zawsze wyższy stopień wielomianu oznacza lepsze dopasowanie co można zaobserwować dla metamodelu E, który daje najniższy współczynnik R<sup>2</sup> spośród analizowanych modeli matematycznych.

### 7.1. Strategia aproksymacji wielomianem drugiego rzędu dla funkcji wielu zmiennych

W przedstawionym schemacie optymalizacji z wykorzystaniem efektu kostymulacji limfocytom T zachodzi konieczność budowy modelu matematycznego w oparciu o przeliczone warianty konstrukcyjne zapisane w zbiorze  $\Theta$ . Zastosowano aproksymację [19] wielomianem drugiego rzędu zgodnie ze wzorem 7.8.

$$\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^k a_i x_i^2 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1+i}^k c_i x_i x_j + d \quad (7.8)$$

gdzie:

- $x_i$  – zmienna projektowa,
- $a_i, b_i, c_i, d$  – współczynniki wielomianu
- $k$  – liczba zmiennych projektowych

Wyznaczenie współczynników wielomianu w niniejszym procesie optymalizacji uwzględniającym 10 zmiennych projektowych niesie za sobą potrzebę wyznaczenia 66 współczynników wielomianowych zgodnie z 7.9.

$$k = \binom{m+n}{n} = \frac{(m+n)!}{n! m!} \quad (7.9)$$

gdzie:

- $k$  – liczba współczynników wielomianowych,
- $m$  – rząd wielomianu interpolacyjnego,
- $n$  – liczba zmiennych,

Współczynniki te były wyznaczone używając zagnieżdżonego algorytmu immunologicznego dla którego funkcja celu była opisana jako.

$$J_T = \sum_{m=1}^{\theta} (\hat{y}(\{x_m\}) - y(\{x_m\}))^2 \rightarrow \min_x J_T \quad (7.10)$$

gdzie:

- $J_T$  – funkcja dopasowania,

$\{x_m\}$  – zestaw zmiennych projektowych dla m-tego limfocytu B,  
 $y(\{x_m\})$  – wynik częstotliwości drgań własnych z analizy numerycznej MES,  
 $\hat{y}(\{x_m\})$  – wynik częstotliwości drgań własnych z metamodelu,

Parametry algorytmu immunologicznego służącego do wyznaczania współczynników zostały zestawione w tabeli 5.

Tabela 5. Zestaw parametrów algorytmu immunologicznego dla wyznaczenia współczynników wielomianu

Parametr	Oznaczenie
Liczba komórek pamięci (limfocytów B)	10
Liczba klonów komórek pamięci	30
Współczynnik mutacji	1.0
Współczynnik zatłoczenia	0.2
Kryterium zakończenia; brak zmiany funkcji celu przez 20 iteracji o zdefiniowaną wartość	0.1 %

## 8. Opis modelu numerycznego

Model MES (wykonany w środowisku [3]) podlegający optymalizacji, to model dwuwymiarowy kierownicy wraz z obudową turbiny. Uproszczenie jest podyktowane głównie czasem obliczeń (podczas optymalizacji model numeryczny jest niezbędny do wyznaczenia modelu zastępczego opisanego w rozdziale 7) przy zastrzeżeniu, że nie wpłynie to na jakość rozwiązania końcowego. Przed rozpoczęciem procesu optymalizacji z zastosowaniem modelu 2D przeprowadzono analizy modelu 3D układu, aby upewnić się, że własności przyjętego modelu 2D są odpowiednie, a wyniki uzyskane dla obydwu modeli są porównywalne (tabela 6 oraz 7).

Tabela 6. Zestawienie masy modeli

	Masa modelu, [lbm]		Różnica, %
	Model 3D	Model 2D	
Kierownica	0.400	0.400	-0.1%
Obudowa	0.278	0.279	0.5%
Uszczelnienie	0.002	0.002	7.4%
Suma	0.680	0.680	0.0%

Tabela 7. Zestawienie częstotliwości drgań własnych dla pierwszej formy

	Model 3D	Model 2D	Różnica, %
Częstotliwość drgań własnych, [Hz]	102.4	105.8	3.4%

Otrzymane rezultaty potwierdzają zasadność zastosowanego uproszczenia i brak istotnego wpływu na charakterystykę dynamiczną kierownicy turbiny dla pierwszej postaci drgań własnych. Zgodnie z przyjętymi założeniami omówionymi w rozdziale 5, model MES składa się z elementów osiowo symetrycznych dla obudowy turbiny oraz elementów w płaskim stanie naprężenia dla samej kierownicy. Wyróżniono cztery strefy dla rozróżnienia grubości, aby model dwuwymiarowy w odpowiedni sposób odzwierciedlał rozmieszczenie masy oraz sztywność konstrukcji trójwymiarowej. Cztery wyróżnione strefy to górna platforma, profil aerodynamiczny, dolna platforma oraz uszczelnienie. Grubość zastępcza została ustalona w oparciu o zależności 8.1 oraz 8.2.

$$t_{platforma} = 2\pi R - gN \quad (8.1)$$

$$t_{profil} = 2\pi R SF \quad (8.2)$$

gdzie:

$R$  – promień do środka ciężkości analizowanego przekroju,

$g$  – odległość obwodowa pomiędzy segmentami,

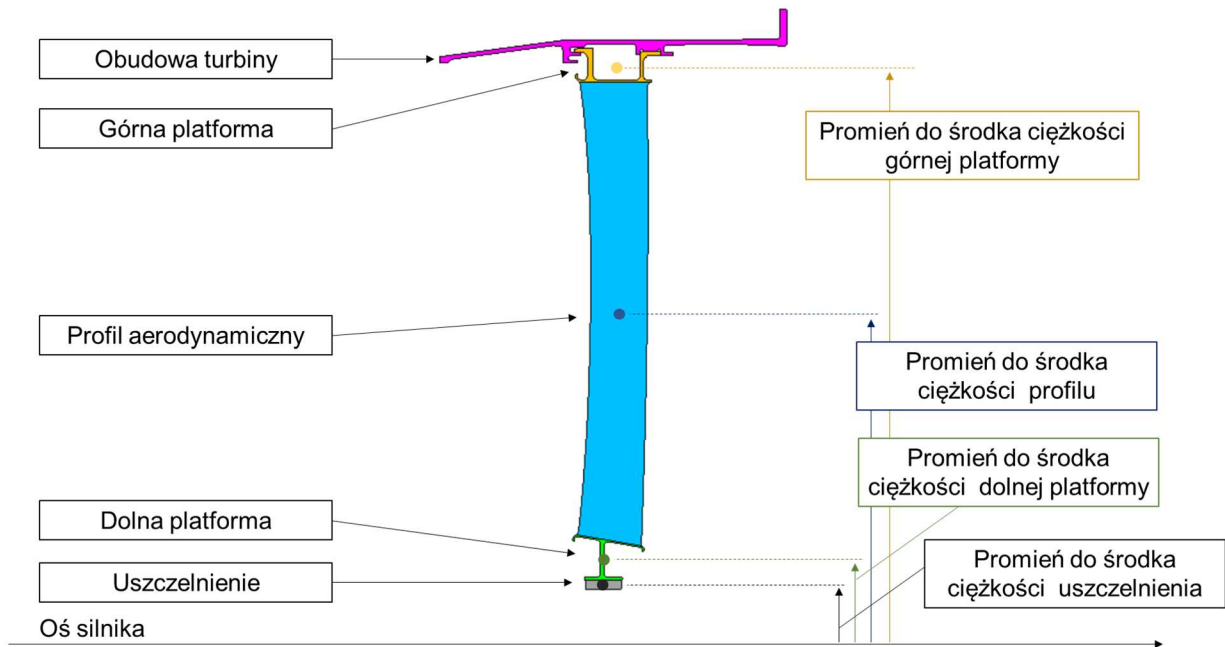
$N$  – liczba segmentów danego stopnia,

$SF$  – współczynnik skalowania z modelu 3D (stosunek objętości profilu aerodynamicznego do pełnego pierścienia będący w zakresie  $0 < SF < 1$ ),

$t_{platforma}$  – grubość platformy przypisana do elementów w płaskim stanie naprężenia,

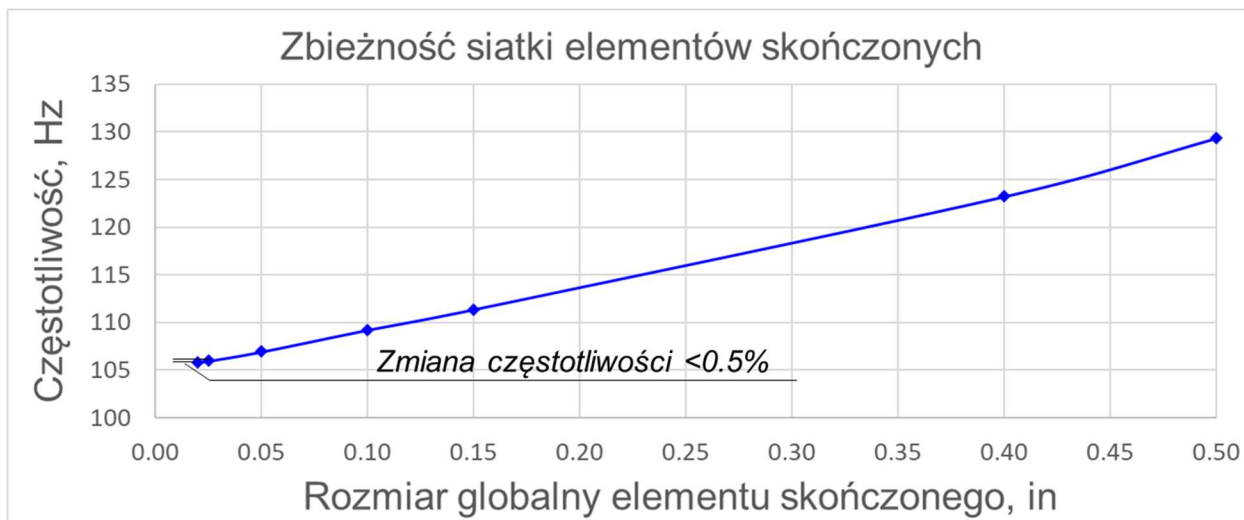
$t_{profil}$  – grubość profilu aerodynamicznego przypisana do elementów w płaskim stanie naprężenia.

Rysunek 41 ilustruje omówioną strategię uproszczonego modelu MES 2D zastosowanego w procesie optymalizacji.



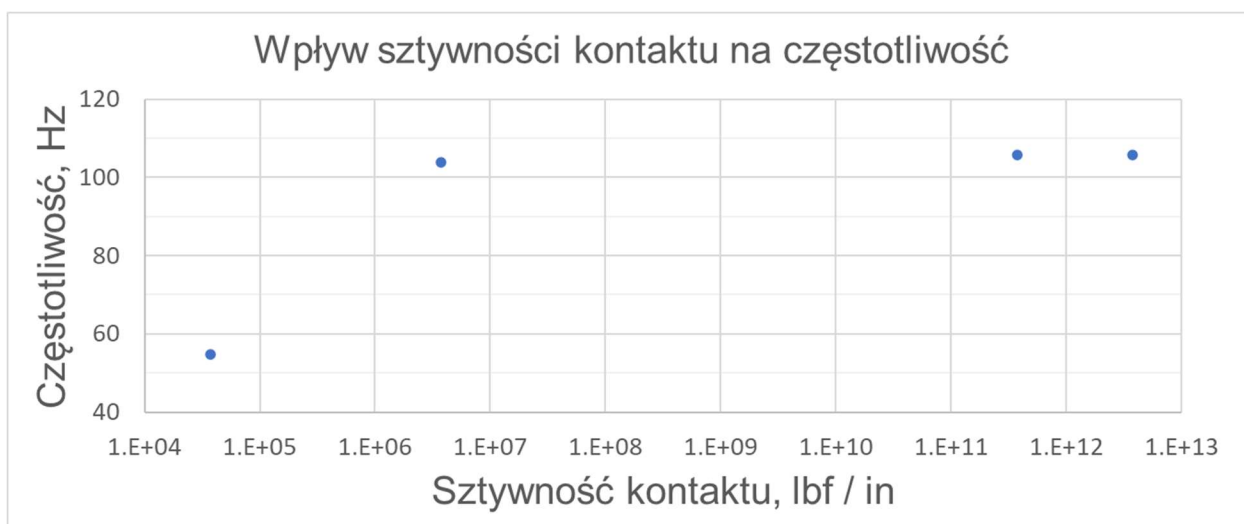
Rysunek 41. Definicja modelu dwuwymiarowego przyjętego do optymalizacji

Rozmiar elementu skończonego został dobrany w taki sposób, aby wpływ na częstotliwości drgań własnych był poniżej 0.5% w celu zachowania adekwatności zaproponowanej metody optymalizacji. Zależność gęstości siatki elementów skończonych od wyników częstotliwości drgań własnych dla pierwszej postaci przedstawia rysunek 42.



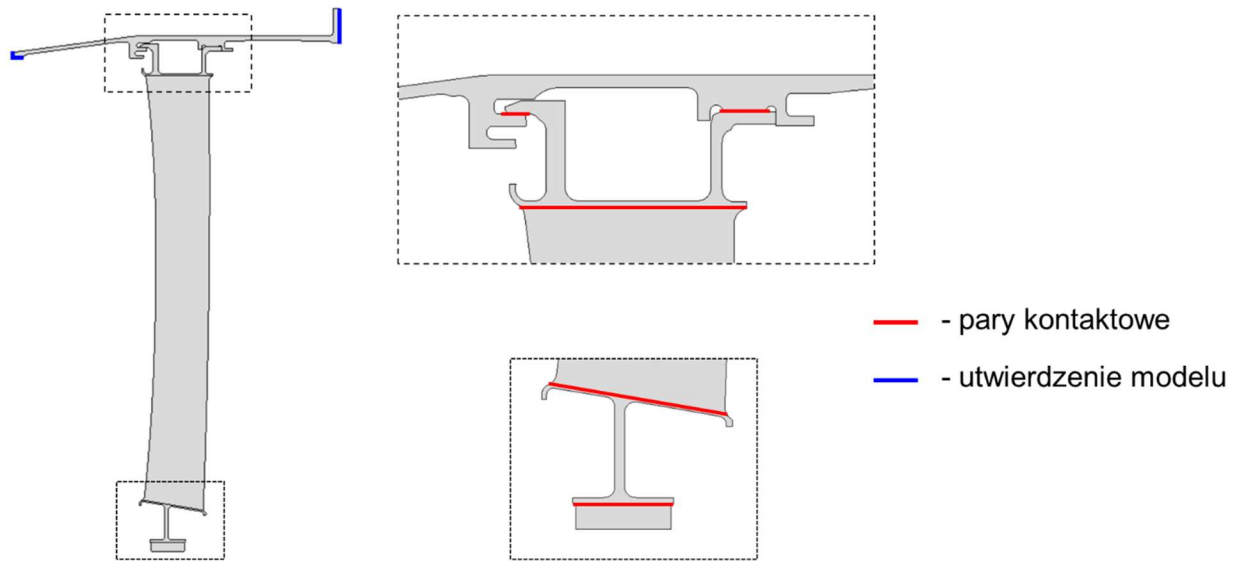
Rysunek 42. Wpływ gęstości siatki elementów skończonych na wyniki częstotliwości drgań własnych

Przeanalizowano także wpływ sztywności kontaktu na wyniki analizy modalnej (rys. 43 oraz 44). Dla wartości sztywności powyżej  $1^{11}$  lbf / in nie odnotowano wpływu na częstotliwości drgań własnych i taką sztywność zastosowano w modelu do zadania optymalizacji.



Rysunek 43. Wpływ sztywności kontaktu na częstotliwość drgań własnych (pierwsza postać)

Rysunek 44 wskazuje także strefy utwierdzenia modelu (przednia powierzchnia cięcia obudowy turbiny oraz tylny kołnierz obudowy turbiny). Utwierdzenie jest realizowane poprzez założenie zerowego przemieszczenia na węzłach wchodzących w skład tych powierzchni.



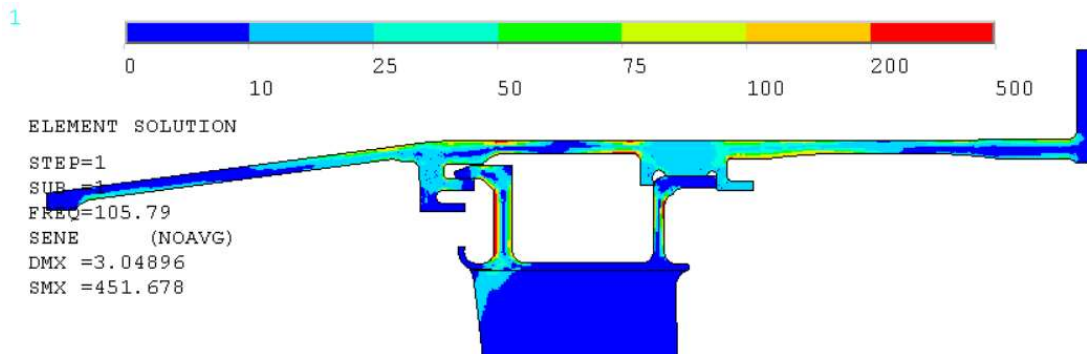
Rysunek 44. Model MES – definicja powierzchni kontaktowych oraz utwierdzenia modelu

Wybór parametrów geometrycznych wchodzących w skład procesu optymalizacji jest podyktowany rozkładem energii odkształcenia dla pierwszej częstotliwości drgań własnych (rys. 45). Energia odkształcenia jest to energia zachowana w strukturze wskutek deformacji. Jest wyznaczana w oparciu o rezultaty naprężenia oraz odkształcenia. Wzór służący do wyznaczenia energii odkształcenia w danym elemencie przedstawia 8.1.

$$E_e^{PO} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NINT} \{\sigma\}^T \{\varepsilon^{el}\} vol_i \quad (8.1)$$

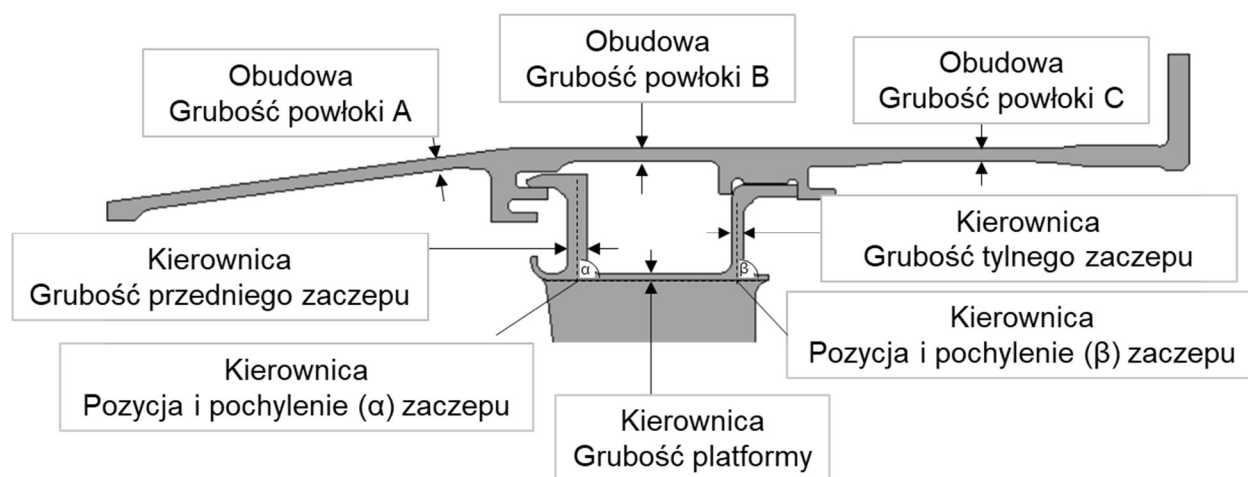
gdzie:

- $NINT$  – liczba punktów całkowania,
- $\{\sigma\}$  – tensor naprężenia,
- $\{\varepsilon\}$  – tensor odkształcenia,
- $vol_i$  – objętość  $i$ -tego punktu całkowania.



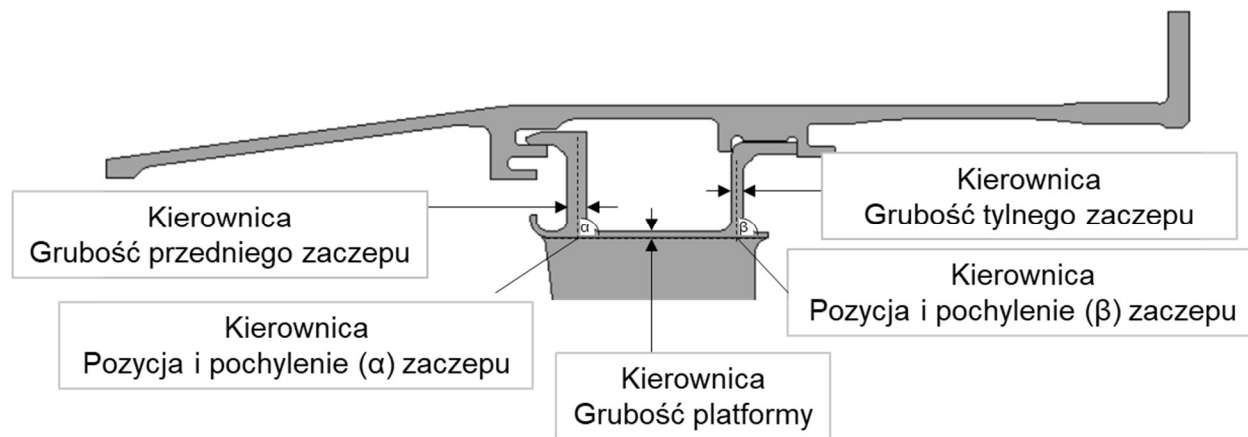
Rysunek 45. Rozkład energii odkształcenia dla pierwszej częstotliwości drgań własnych

Biorąc pod uwagę przedstawiony rozkład energii odkształcenia zdefiniowano model parametryczny uwzględniający grubości obudowy turbiny a także cechy związane z górną platformą statora; (zaczepy przedni oraz tylni biorąc pod uwagę ich grubości, pochylenie oraz pozycje). Charakterystyki wpływające na pozycje zaczepów zmieniają również pozycje szyn mocujących w obudowie, aby zachować poprawny interfejs kontaktowy. Zestaw parametrów przedstawiono na rysunku 46.



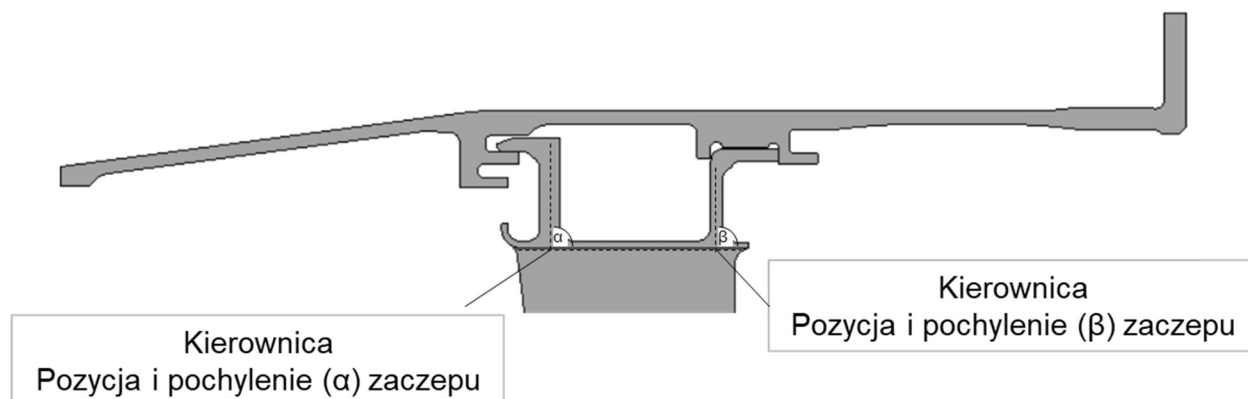
Rysunek 46. Parametry geometryczne zastosowane jako zmienne projektowe w zadaniu optymalizacji (oznaczone jako  $X_A$ )

W zadaniu optymalizacji w przypadku maksymalizacji częstotliwości drgań własnych zastosowano zredukowany zestaw zmiennych decyzyjnych przedstawiony na rysunkach 47 oraz 48. Celem była weryfikacja, czy można osiągnąć założone ograniczenie na częstotliwość drgań własnych  $O_1$  bez uwzględnienia charakterystyk powłokowych obudowy turbiny (wskazanych w analizie wrażliwości jako istotnych).



Rysunek 47. Zestawy zmiennych decyzyjnych w zadaniu optymalizacji oznaczony jako  $X_B$





Rysunek 48. Zestawy zmiennych decyzyjnych w zadaniu optymalizacji oznaczony jako  $X_C$  Tabela 8 oraz 9 przedstawia wybrane parametry oraz ich zakresy zmienności zastosowane w procesie optymalizacji (dolny i górny zakres). Model parametryczny został zweryfikowany z perspektywy poprawności geometrycznej w poniższym zakresie zmienności. Domena rozwiązań jest podyktowana wykonalnością komponentów, zwłaszcza jeśli chodzi o ich dolne zakresy. Migracja osiowa zaczepów (parametry pozycji) jest ograniczona ze względu na długość platformy i profil aerodynamiczny który pozostaje niezmienny.

Tabela 8. Charakterystyki geometryczne liniowe

Parametr	Dolny zakres, [in]	Górny zakres, [in]
Grubość powłoki A	0.080	0.120
Grubość powłoki B	0.080	0.180
Grubość powłoki C	0.080	0.120
Grubość zaczepu przedniego	0.100	0.200
Grubość zaczepu tylnego	0.090	0.120
Grubość powłoki kierownicy	0.060	0.120
Pozycja przedniego zaczepu	-0.040	0.040
Pozycja tylnego zaczepu	-0.050	0.050

Tabela 9. Charakterystyki geometryczne kątowe

Parametr	Dolny zakres, [°]	Górny zakres, [°]
Pochylenie przedniego zaczepu	80	100
Pochylenie tylnego zaczepu	80	100

Model parametryczny został zdefiniowany korzystając z narzędzia Ansys Design Modeler (pozwala na automatyczną zmianę geometrii stosowanie do aktualnie przyjętego wektora

parametrów). Geometria jest przekazywana do zintegrowanego modułu obliczeniowego MES dostępnego w Ansys Workbench, służącego do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych. Szczegóły dotyczące struktury procesu i środowiska obliczeniowego przedstawiono w 10 rozdziale.

## 9. Analiza wrażliwości parametrów geometrycznych

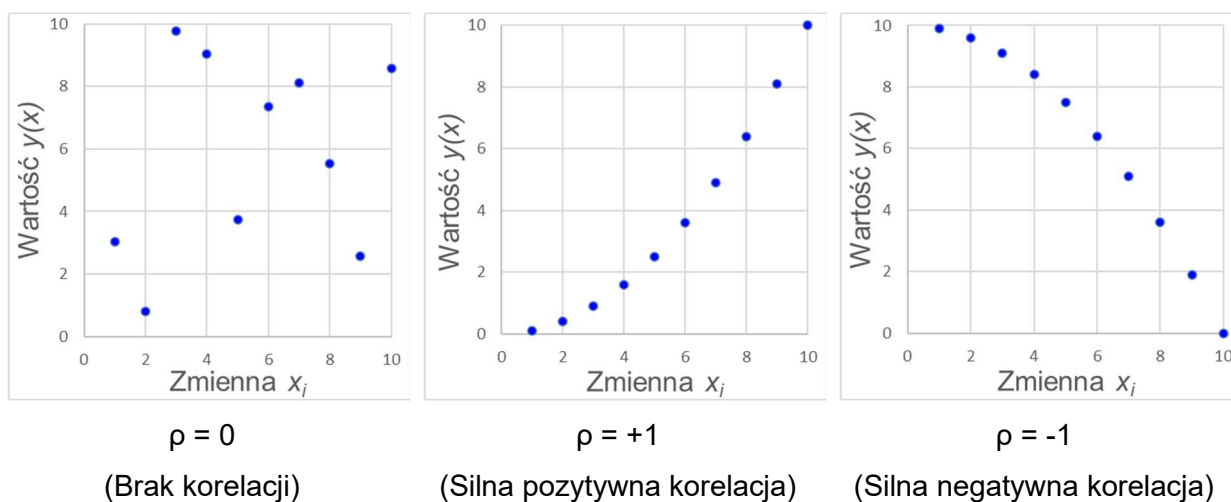
Jednym ze sposobów oceny – które parametry wejściowe ( $x_i, i=1\dots k, k$  – ilość zmiennych decyzyjnych) wpływają na mierzone parametry wyjściowe  $y(x_1, x_2, \dots, x_k)$  jest analiza wrażliwości [5]. Jeżeli oczekiwana zależność ma charakter liniowy wtedy stosuje się analizę korelacji Pearson'a, jeżeli natomiast spodziewana zależność jest nieliniowa wtedy stosuje się metodę Spearmana (rangowa). Wartości współczynnika korelacji wahają się od -1 do 1 i wskazują tendencje zależności. Współczynnik  $\rho$  określa zarówno siłę jak i kierunek zmian.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i}{n^3 - n} \quad (9.1)$$

gdzie:

$d_i$  – różnica rang pomiędzy danym  $x_i$  oraz  $y(x_i)$ ,  
 $n$  – liczba par danych,

Rysunek 49 wskazuje współczynniki korelacji ( $\rho$ ) dla trzech typów danych reprezentujących brak korelacji ( $\rho=0$ ), silną pozytywną korelację ( $\rho=+1$ ) oraz negatywną korelację ( $\rho=-1$ ) zależności pomiędzy zmiennymi  $x_i$  oraz  $y(x)$ .

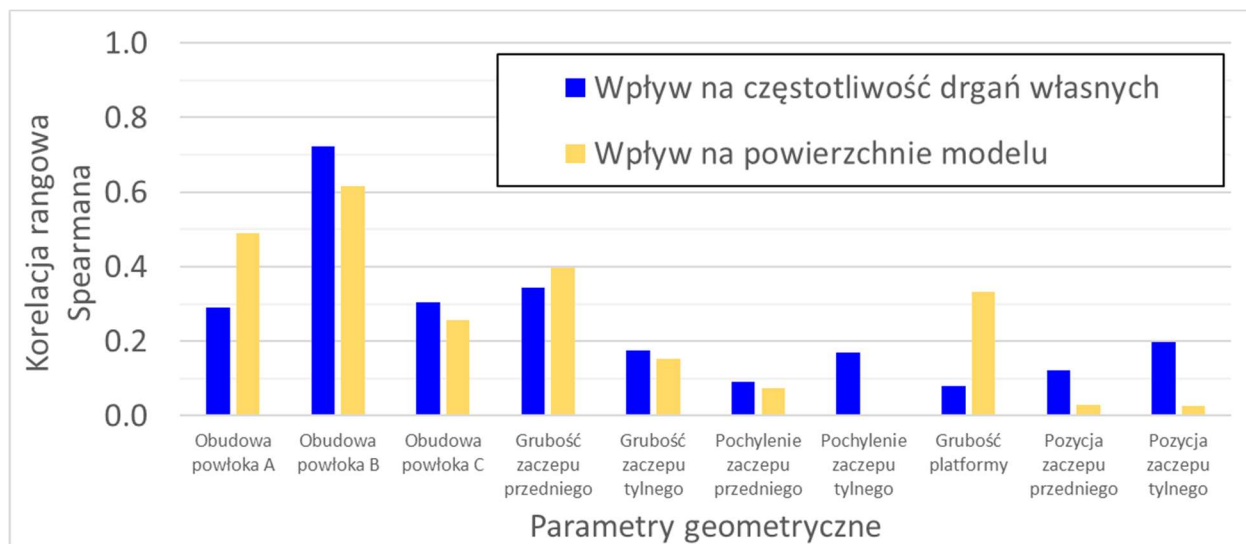


Rysunek 49. Interpretacja współczynnika korelacji  $\rho$

W pracy wykorzystano współczynnik korelacji względem dwóch obliczanych wartości; częstotliwości drgań własnych oraz powierzchni modelu. Jako dane wejściowe zastosowano parametry geometryczne oraz ich zakresy, opisane w rozdziale 8. Na wynik korelacji wpływa nie tylko sam parametr, ale także jego zakres zmienności.

Wyniki dla rozpatrywanego modelu przedstawia rysunek 50. Wskazuje on na dominujący wpływ grubości powłoki obudowy turbiny nad wpływem grubości kierownicy dla obydwu odpowiedzi;

częstotliwości drgań własnych oraz powierzchni modelu. W drugiej kolejności odnotowano wpływ parametru dotyczącego grubości przedniego zaczepu. Warto zaznaczyć, że dość interesujący wynik z punktu widzenia neutralności względem wpływu na powierzchnię modelu wykazują parametry związane z pochyleniem i pozycją zaczepów kierownicy, ponieważ nie są charakterystykami dotyczącymi grubości. Największą różnicę wpływu zaobserwowano w przypadku grubości platformy – zmiana grubości platformy kierownicy wpływa w kilkukrotnie większym stopniu na powierzchnie modelu aniżeli na częstotliwość drgań własnych.

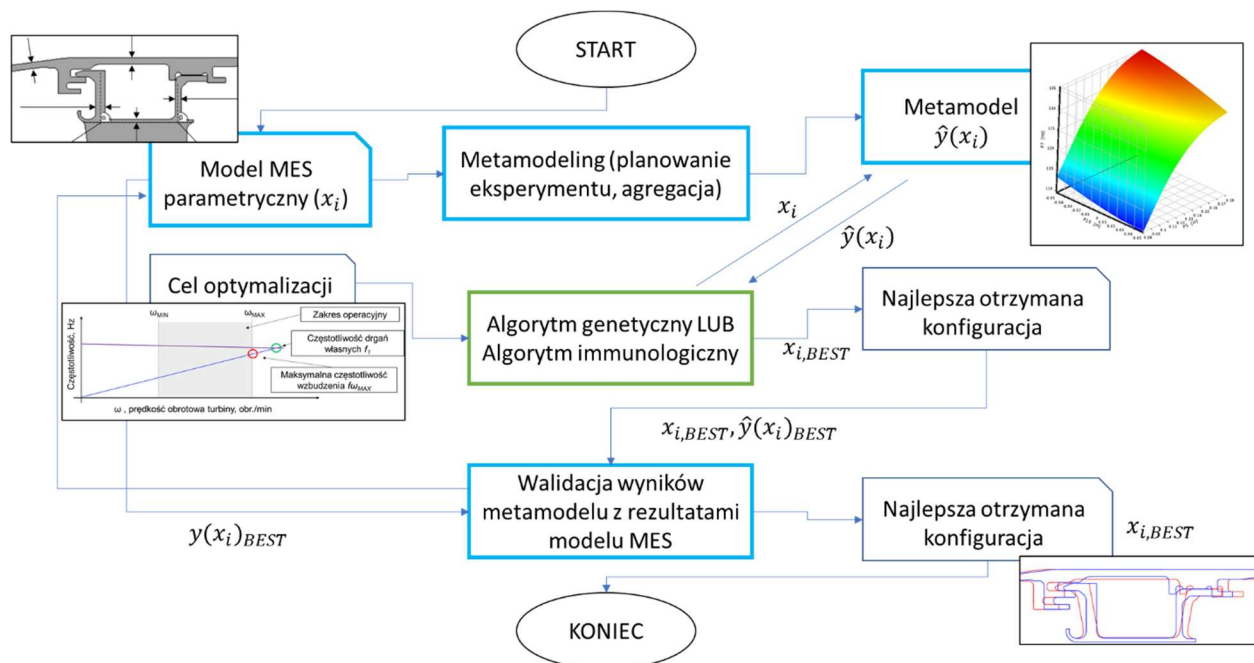


Rysunek 50. Współczynnik korelacji dla analizowanych odpowiedzi

Zestaw współczynników korelacji zawiera wstępne informacje, która spośród zdefiniowanych charakterystyk geometrycznych jest istotna dla analizowanych odpowiedzi. Wyniki otrzymane drogą optymalizacji genetycznej (AG) oraz immunologicznej (AIS) w większości przypadków będą zbieżne z analizą korelacji w sposób jakościowy. Wyniki optymalizacji zaprezentowano w rozdziałach 11 oraz 12.

## 10. Opis środowiska optymalizacji

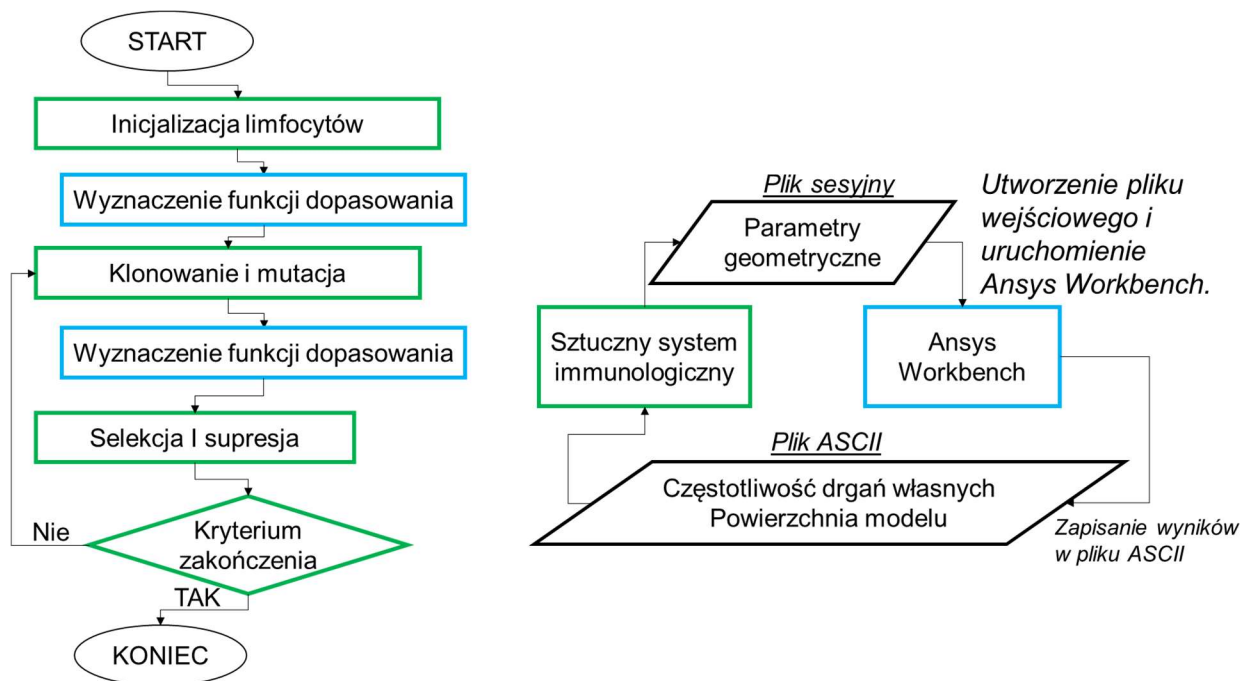
W zadaniach optymalizacji wykorzystano dwa rodzaje algorytmów: genetyczny zaimplementowany w środowisku Ansys Workbench Design Explorer a także algorytm immunologiczny wraz z autorskimi modyfikacjami celem porównania ich efektywności. Struktura samego procesu jest spójna dla obu podejść i została przedstawiona schematycznie na rysunku 51. Proces zaczyna się od zdefiniowania parametrów geometrycznych oraz ich zakresu. Następnym etapem jest wyznaczenie modelu zastępczego przy zastosowaniu opisanych technik projektowania eksperymentu oraz agregacji metamodeli. Mając zdefiniowaną funkcję celu oraz metamodel można przystąpić do procesu optymalizacji, podczas którego korzystając ze strategii algorytmów dąży się iteracyjnie do rozwiązania optymalnego (bazując na wynikach metamodelu). Najlepsza otrzymana konfiguracja geometryczna jest walidowana z zastosowaniem analizy MES, aby upewnić się, że wybrany wariant spełnia założone kryteria.



Rysunek 51. Schemat zaproponowanej w pracy metody optymalizacji

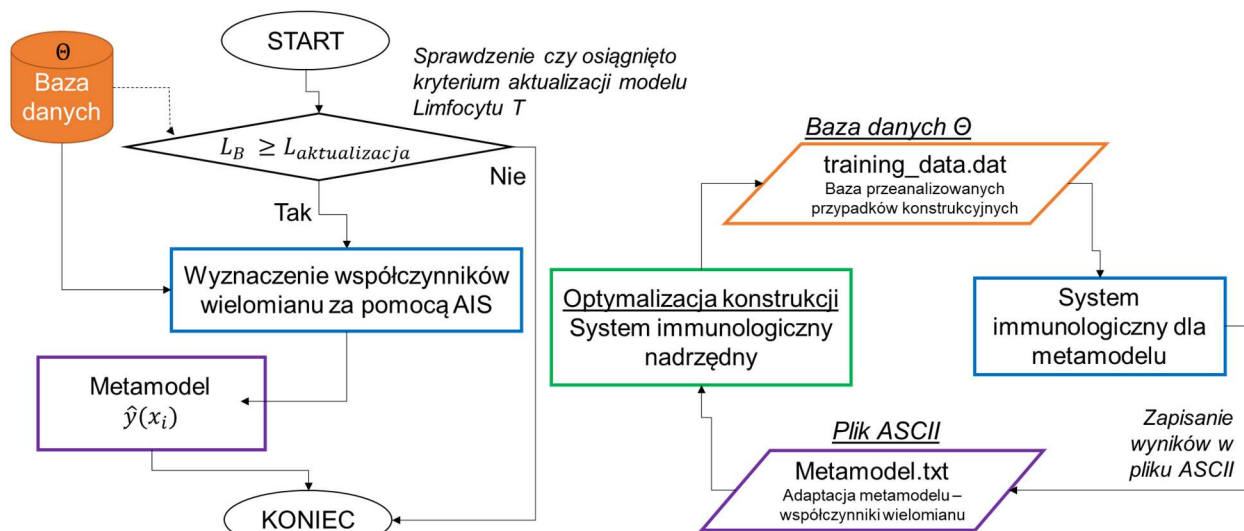
W przypadku algorytmu genetycznego proces optymalizacji odbywał się przy zastosowaniu narzędzi dostępnych w komercyjnym środowisku Ansys Workbench – niektóre odpowiednio adoptowano, inne z kolei zaimplementowano przy zastosowaniu wewnętrznych skryptów. Dla algorytmu immunologicznego należało opracować sposób komunikacji pomiędzy algorytmem a metamodeliem dostępnym w Ansys Workbench. Idea opiera się na plikach wymiany danych

między środowiskiem Ansys oraz programem immunologicznym, a także na wykorzystaniu możliwości środowiska Ansys do tworzenia wewnętrznych procedur sterujących i zapisywania danych wynikowych w pliku ASCII CSV. Zarządzanie danymi przedstawiono w rysunku 52 (kolorystycznie powiązano etapy pracy algorytmu i proces wymiany informacji pomiędzy AIS a Ansys Workbench).



Rysunek 52. Opis komunikacji pomiędzy algorytmem immunologicznym oraz środowiskiem Ansys Workbench

Dodatkowo w przypadku algorytmu immunologicznego rozszerzonego o efekt kostymulacji (omówiony w rozdziale 4) należało opracować sposób zarządzania i wymianę danych z zagnieżdżonym algorytmem immunologicznym (wywoływanym w celu wyznaczenia współczynników wielomianu). Proces ten został przedstawiony na rysunku 53.



Rysunek 53. Schemat wyznaczania metamodelu dla limfocytu T

Proces wyznaczania metamodelu wspomagającego proces optymalizacji powtarza się z uwagi na progresywny charakter bazy danych (w każdej iteracji przybywa przeliczonych przypadków). Aby model limfocytu T ewoluował i zyskiwał informacje od powiększającego się zbioru wprowadzono kolejne parametry algorytmu związane z dyskutowaną modyfikacją. Dodatkowe parametry zostały zestawione w tabeli 10.

Tabela 10. Dodatkowe parametry algorytmu immunologicznego z kostymulacją

Parametr	Oznaczenie
Określa ilość przeliczonych limfocytów B po których następuje aktualizacja metamodelu limfocytu T	$L_{aktualizacja}$
Dopuszczalna procentowa różnica pomiędzy wynikami metamodelu limfocytu T dla $f_1$ oraz kryterium $O_1$	DF

Parametr DF wprowadza się celem pokrycia potencjalnych niedokładności modelu limfocytu T i zabezpiecza przed odrzuceniem konfiguracji geometrycznych, które po przeliczeniu analizą numeryczną MES spełniałyby ograniczenia optymalizacji  $O_1$ .

# 11. Optymalizacja genetyczna

W procesie optymalizacji genetycznej kształt kierownicy turbiny wraz z obudową jest kontrolowany za pomocą genów tworzących chromosom.

$$C^j = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_k] \quad (11.1)$$

gdzie:

$C^j$  –  $j$ -ty chromosom reprezentujący wariant konstrukcyjny,

$x_i$  –  $i$ -ty gen chromosomu będący konkretną charakterystyką geometryczną o zakresie zmienności zdefiniowanej w tabeli 8 oraz 9 (szczegóły przedstawione w rozdziale 8),

$k$  – ilość zmiennych projektowych zależna od wybranej funkcji celu i powiązanego z wektorami  $X_A, X_B, X_C$ .

Parametry pracy algorytmu zostały zestawione w tabeli 11 i były takie same dla rozpatrywanych funkcji celu  $J_1, J_2$  oraz  $J_3$  (opisanych w rozdziale 6).

Tabela 11. Parametry algorytmu genetycznego

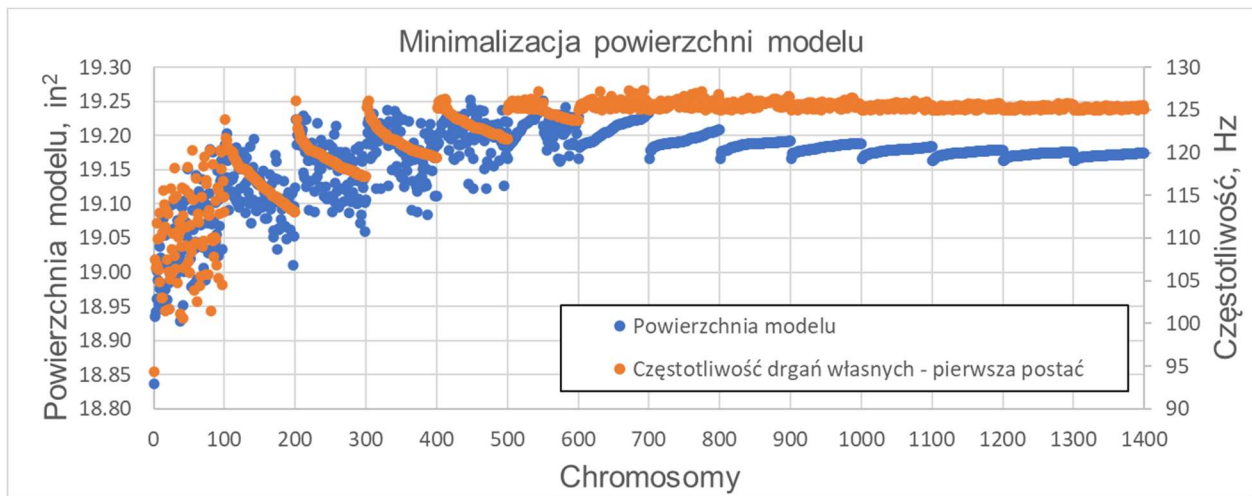
Parametr	Wartość
Liczba chromosomów w populacji	100
Kryterium zatrzymania, stabilność zbieżności, %	1%
Maksymalna liczba iteracji	20
Prawdopodobieństwo mutacji	0.01
Prawdopodobieństwo krzyżowania	0.98
Liczba najlepszych chromosomów	3

## 11.1. Omówienie wyników dla minimalizacji $J_1$ przy ograniczeniu $O_1$

Wyniki procesu optymalizacji przedstawiono w postaci zestawień wartości funkcji  $u$  – wartości powierzchni modelu oraz częstotliwości drgań własnych dla danej powierzchni odwzorowanej na podstawie chromosomu. Historia zmian powierzchni modelu oraz częstotliwości drgań własnych została przedstawiona na rysunku 54. Zgodnie z przedstawionymi parametrami ilość chromosomów w populacji pozostaje niezmienna. Populacja początkowa jest reprezentowana przez chromosomy od 1 do 100. Można zaobserwować zmianę dynamiki pracy algorytmu w kolejnych iteracjach. Wykres (rys. 54) obrazuje historię zmian populacji w kolejnych iteracjach. W celu przedstawienia wartości funkcji celu (powierzchnia modelu) oraz odpowiadającej

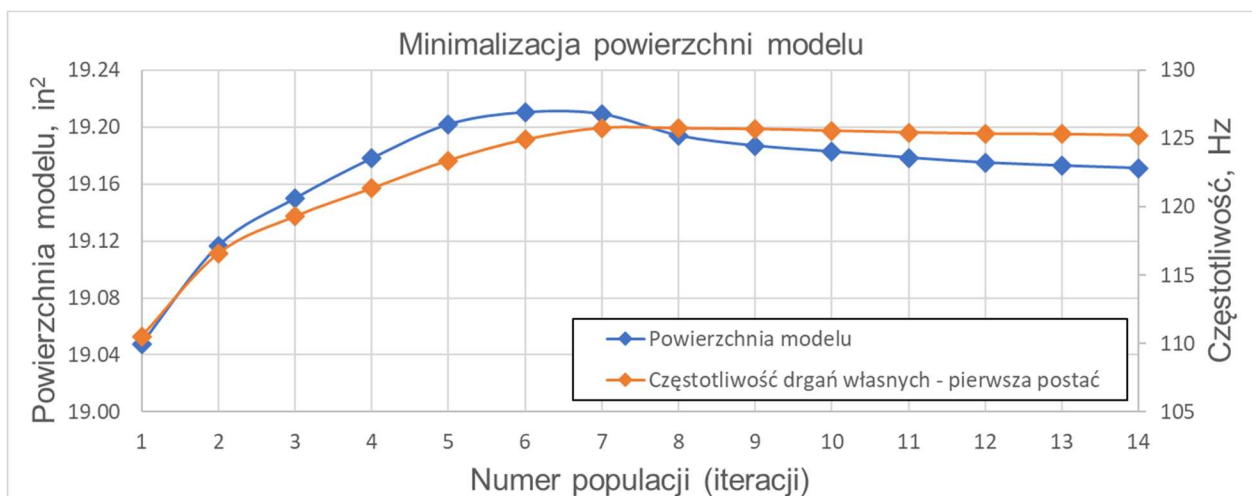


częstotliwości drgań własnych na wykresie przyjęto numerację chromosomów odnoszącą się do wszystkich chromosomów w całym procesie optymalizacji (1-1400).



Rysunek 54. Funkcja celu  $J_1$  - Historia zmian populacji w kolejnych iteracjach

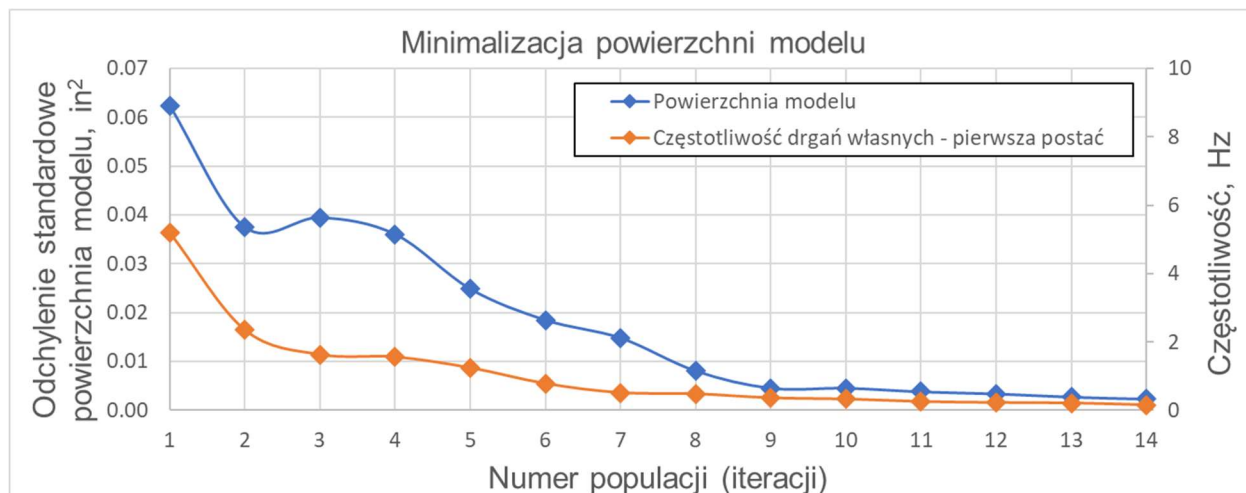
Algorytm osiągnął zbieżność po 14 iteracjach i 1374 wywołaniach funkcji celu. Maksymalna dozwolona liczba iteracji (wynosząca 20 jak przedstawiono w tabeli 11) nie została osiągnięta. Historię zmian dla średniej wartości w populacji przedstawiono na rysunku 55. Do iteracji 7 włącznie powierzchnia modelu wzrastała mimo zdefiniowania kryterium minimalizacji tego parametru. Wynika to bezpośrednio z ograniczenia częstotliwościowego. Dopiero po jego spełnieniu algorytm uzyskiwał coraz mniejszą wartość powierzchni modelu.



Rysunek 55. Funkcja celu  $J_1$  - Zbieżność w kolejnych iteracjach (średnia populacji)

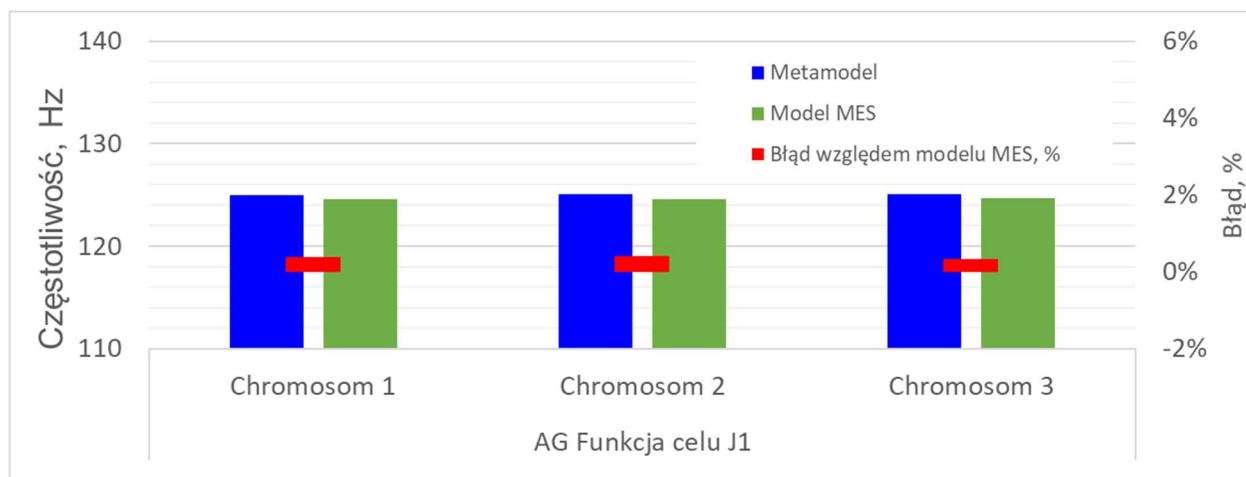
Historię zmian odchylenia standardowego (od średniej wartości w populacji) w kolejnych iteracjach przedstawiono na rysunku 56. Diagram wskazuje na konsekwentne zawężenie

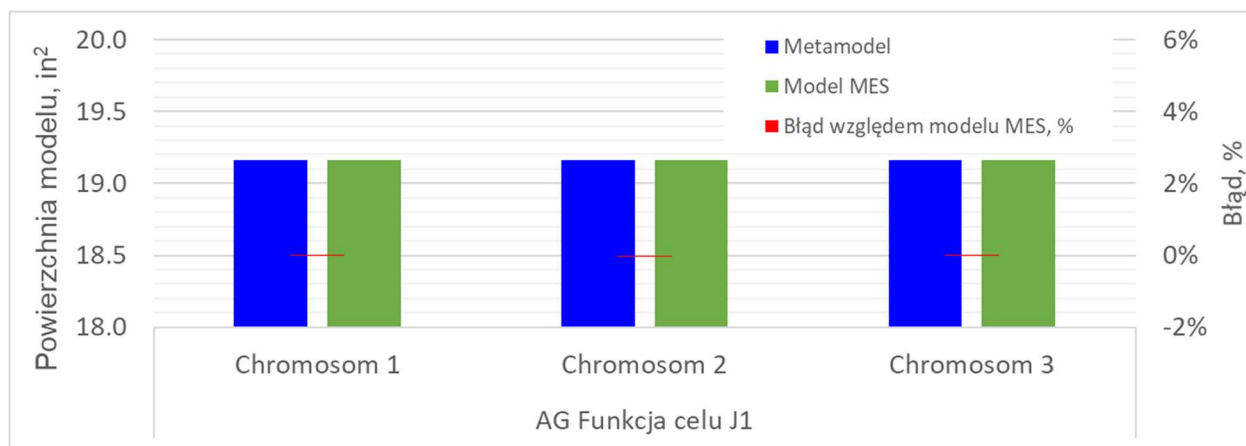
przeźreni poszukiwań i tym samym rozrzutu wyników (zarówno z punktu widzenia powierzchni modelu jak i częstotliwości drgań własnych).



Rysunek 56. Funkcja celu  $J_1$  - Zbieżność w kolejnych iteracjach (odchylenie standardowe dla populacji)

Rozwiązania optymalne wyznaczone przy użyciu metamodelu zostały zweryfikowane analizą modalną MES i przedstawione na rysunku 57. Zgodność wyników jest na poziomie do 0.5% i jest wynikiem akceptowalnym.





Rysunek 57. Funkcja celu  $J_1$  - Weryfikacja wyników metamodelu poprzez analizę modalną MES

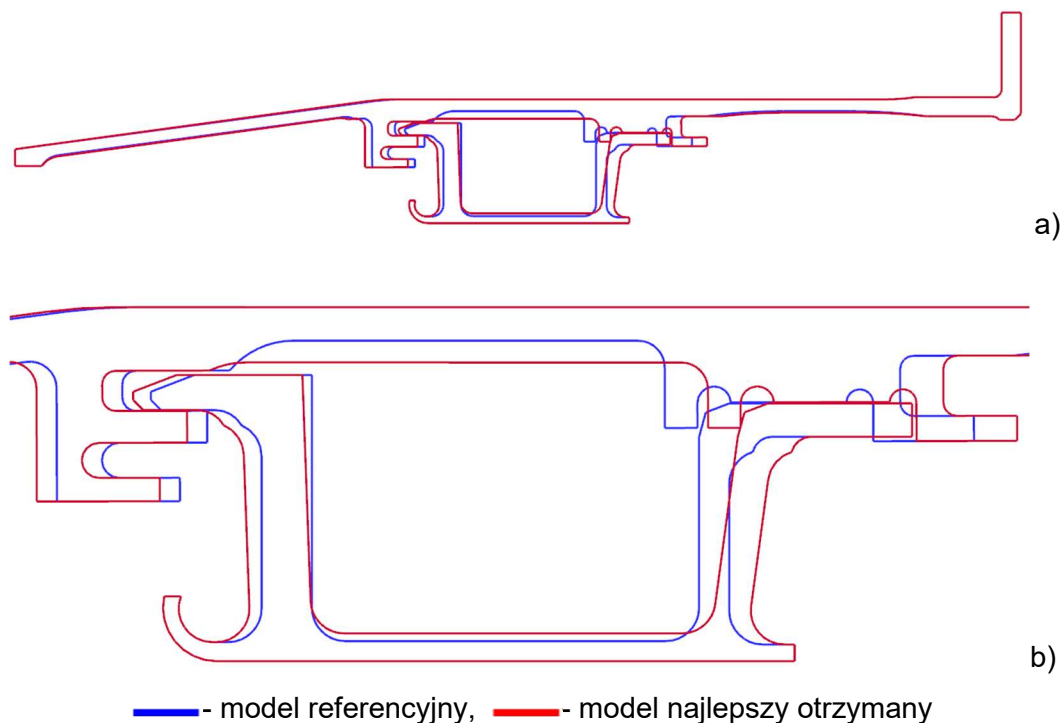
Rezultaty optymalizacji i pierwsze trzy najlepsze chromosomy zostały przedstawione w tabeli 12 łącznie z konfiguracją referencyjną jako punktu odniesienia.

Tabela 12. Wynikowe zestawienia zmiennych projektowych dla funkcji przystosowania  $J_1$

Nazwa parametru	Model			
	Referencyjny	$C^1$	$C^2$	$C^3$
Grubość powłoki A, [in]	0.100	0.110	0.110	0.110
Grubość powłoki B, [in]	0.100	0.165	0.159	0.167
Grubość powłoki C, [in]	0.100	0.111	0.111	0.110
Grubość zaczepu przedniego, [in]	0.150	0.183	0.195	0.183
Grubość zaczepu tylnego, [in]	0.090	0.107	0.106	0.107
Pochylenie przedniego zaczepu, [°]	90.0	92.1	95.6	92.1
Pochylenie tylnego zaczepu, [°]	90.0	82.3	82.4	81.6
Grubość powłoki kierownicy, [in]	0.060	0.083	0.085	0.084
Pozycja przedniego zaczepu, [in]	0	0.036	0.033	0.033
Pozycja tylnego zaczepu, [in]	0	-0.048	-0.042	-0.048
Częstotliwość drgań własnych, [Hz]	105.8	125.0	125.1	125.1
Wartość funkcji celu $J_1$ (powierzchnia modelu, [in <sup>2</sup> ])	18.968	19.163	19.164	19.165

Porównanie modelu referencyjnego do najlepszego uzyskanego rozwiązania zostało przedstawione na rysunku 58. Główne zmiany, które można zaobserwować dotyczą grubości

powłoki obudowy a także zwiększenia rozstawu zaczepów poprzez przesunięcie tylnego zaczepu i zmianę jego pochylecia.



Rysunek 58. Funkcja celu  $J_1$  - Porównanie geometrii referencyjnej z najlepszym otrzymanym rozwiązaniem  
 a) widok ogólny, b) widok szczegółowy

Dodatkowo zweryfikowano wpływ efektywności algorytmu genetycznego poprzez zmianę parametrów pracy w zakresie prawdopodobieństw mutacji i krzyżowania. Wyniki w postaci liczby wywołań funkcji celu zostały zestawione w tabeli 13.

Tabela 13. Wpływ prawdopodobieństw operatorów ewolucyjnych na ilość wywołań funkcji przystosowania

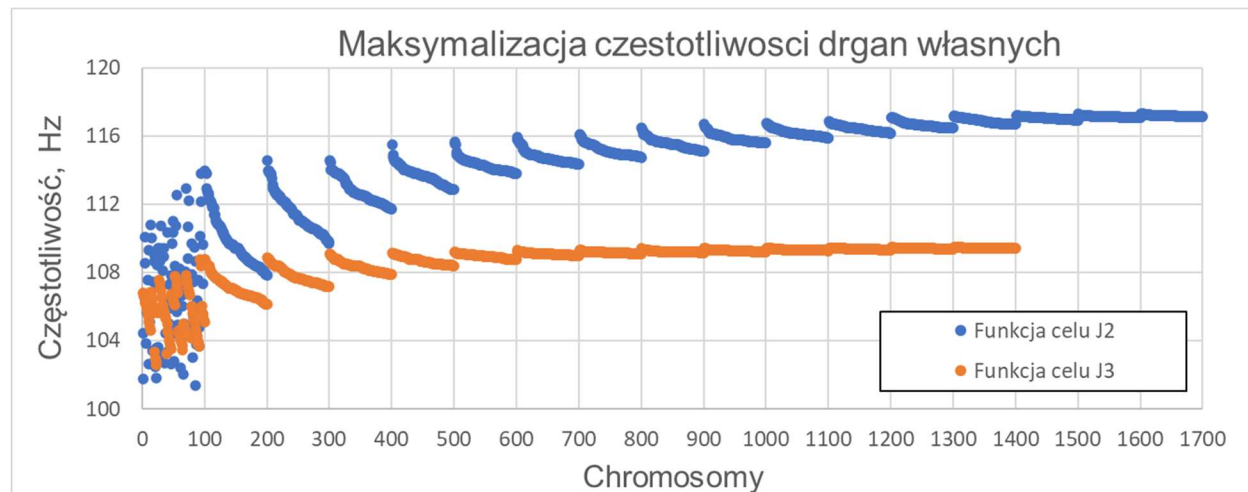
Operatory genetyczne		Prawdopodobieństwo krzyżowania		
		0.10	0.50	0.98
Prawdopodobieństwo mutacji	0.01	448	826	1374
	0.50	1397	1799	2000
	0.90	2700	2300	1900

Wzrost prawdopodobieństwa zarówno krzyżowania jak i mutacji zwiększa różnorodność populacji a co za tym idzie szanse na znalezienie lepszego kandydata będącego bliżej globalnego ekstremum. Prowadzi to jednak do zwiększenia liczby wywołań funkcji celu, ponieważ pojawia

się więcej nowych chromosomów, które należy przeanalizować. Ustawienie mniejszych wartości prawdopodobieństw może prowadzić do przedwczesnej zbieżności algorytmu i utknięcia w optimum lokalnym.

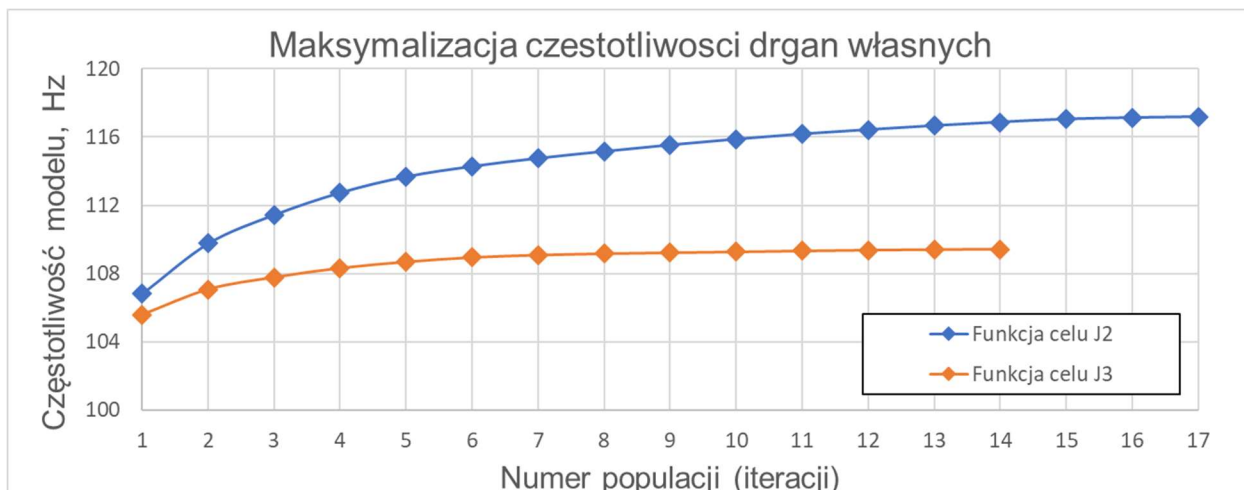
## 11.2. Omówienie wyników dla maksymalizacji $J_2$ oraz $J_3$ .

Zawężenie domeny dopuszczalnych rozwiązań w postaci redukcji liczby rozważanych parametrów geometrycznych powoduje, że algorytm nie jest w stanie znaleźć równie dobrego rozwiązania. Rysunek 59 ilustruje porównanie procesu optymalizacji w kolejnych iteracjach dla funkcji celu  $J_2$  oraz  $J_3$ . Stabilizacja rozwiązania w przypadku  $J_2$  występuje dużo wcześniej, co związane jest z mniejszą liczbą zmiennych projektowych zadania a tym samym mniejszym zbiorem dopuszczalnych rozwiązań. Z tego też powodu zbieżność dla  $J_3$  następuje po 14 iteracjach (1374 wywołaniach funkcji celu) a w przypadku  $J_2$  po 17 iteracjach (1669 wywołaniach funkcji celu). Wykres (rys. 59) obrazuje historię zmian populacji w kolejnych iteracjach. W celu przedstawienia wartości funkcji celu  $J_2$  oraz  $J_3$ , na wykresie przyjęto numerację chromosomów odnoszącą się do wszystkich chromosomów w całym procesie optymalizacji, odpowiednio dla funkcji (1-1700 i 1-1400).



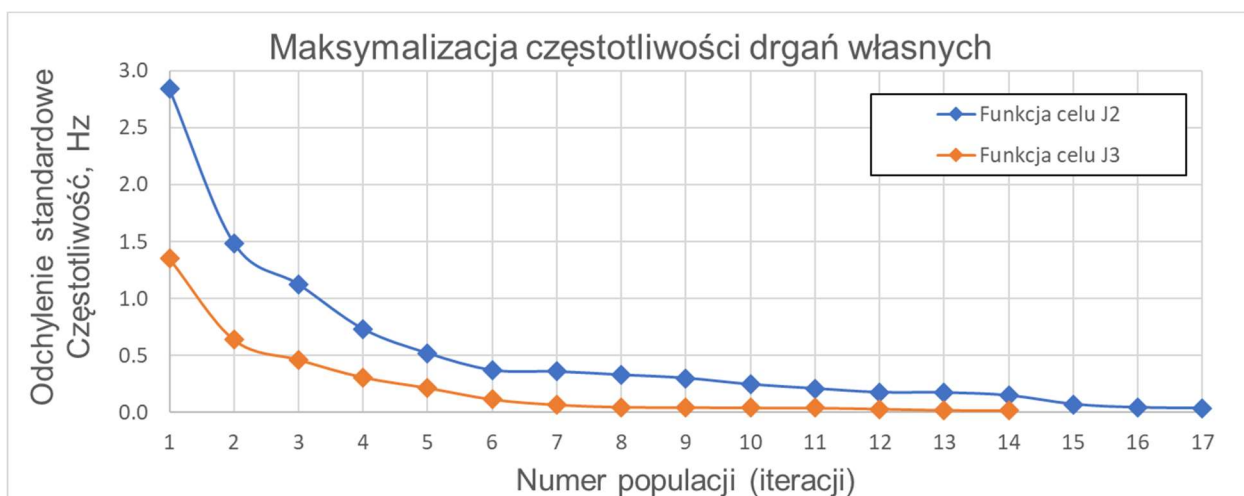
Rysunek 59. Funkcja celu  $J_2$  oraz  $J_3$  - Historia zmian populacji w kolejnych iteracjach

W obydwu przypadkach, patrząc na średnią wartość w populacji (rys. 60) obserwujemy trend asymptotycznego zbiegania się do ekstremum dostępnego przy danym zestawie zmiennych decyzyjnych.



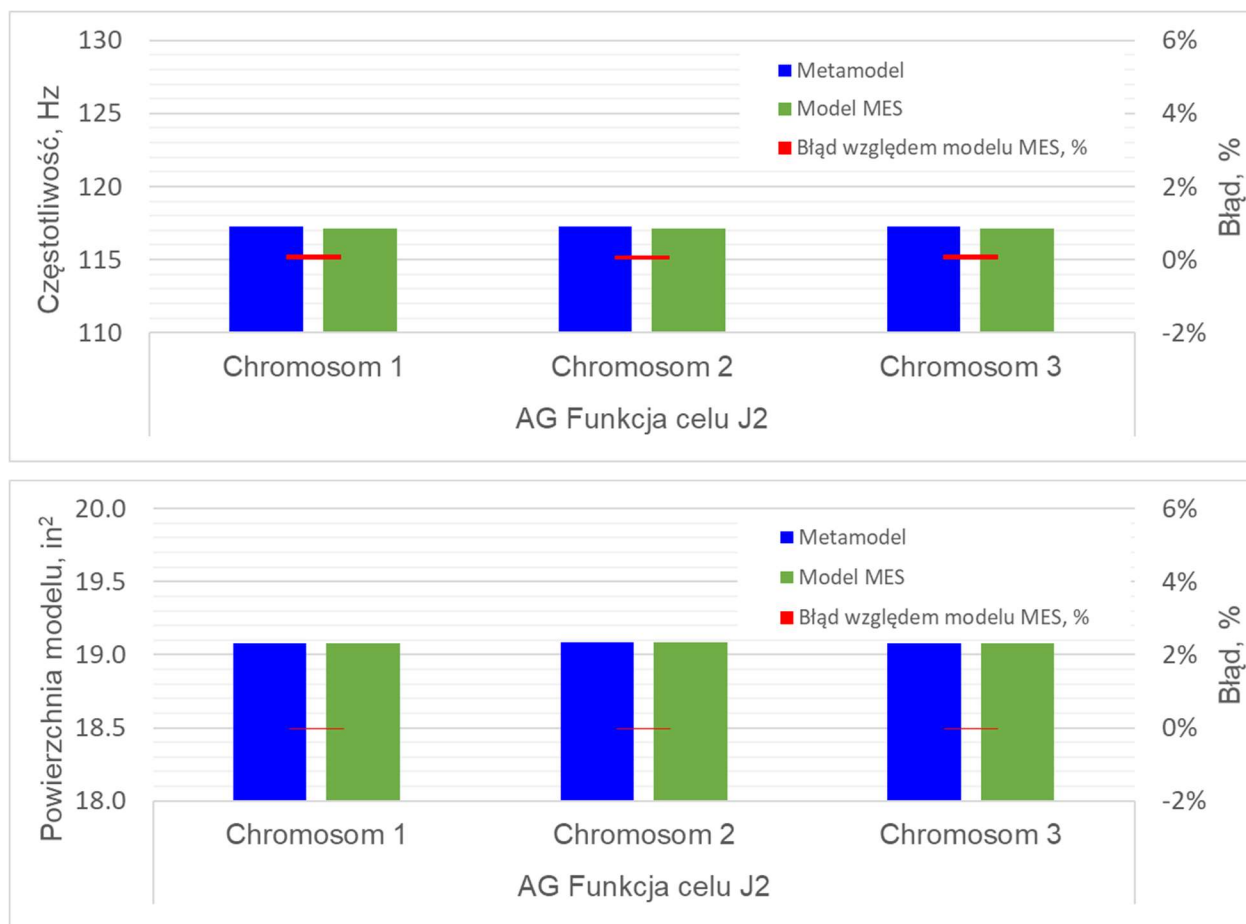
Rysunek 60. Funkcja celu  $J_2$  oraz  $J_3$  - Zbieżność w kolejnych iteracjach (średnia populacji)

Rozrzut wyników w populacji (rys. 61) również uległ zawężeniu zgodnie z wynikami dla średniej osiąganymi przez populacje w poszczególnych iteracjach. Dla  $J_3$  już od 4 iteracji wpływ dalszej zmiany zmiennych wpływa nieznacznie na wynik  $\sigma_{SD} < 0.5$  Hz. Dla funkcji  $J_2$  ten poziom jest osiągnany w iteracji 11.



Rysunek 61. Funkcja celu  $J_2$  oraz  $J_3$  - Zbieżność w kolejnych iteracjach (odchylenie standardowe dla populacji)

Analogicznie jak w przypadku poprzedniego procesu optymalizacji przeprowadzono walidację modelu zastępczego z zastosowaniem analizy modalnej MES dla najlepszych rozwiązań. Porównanie pomiędzy metamodeliem a wynikami MES przedstawia rysunek 62. Różnica jest na poziomie do 0.1% co świadczy o bardzo dobrej aproksymacji metamodelu i precyzyjnym wyznaczaniu wartości modalnych porównywalnych względem analizy modalnej MES.



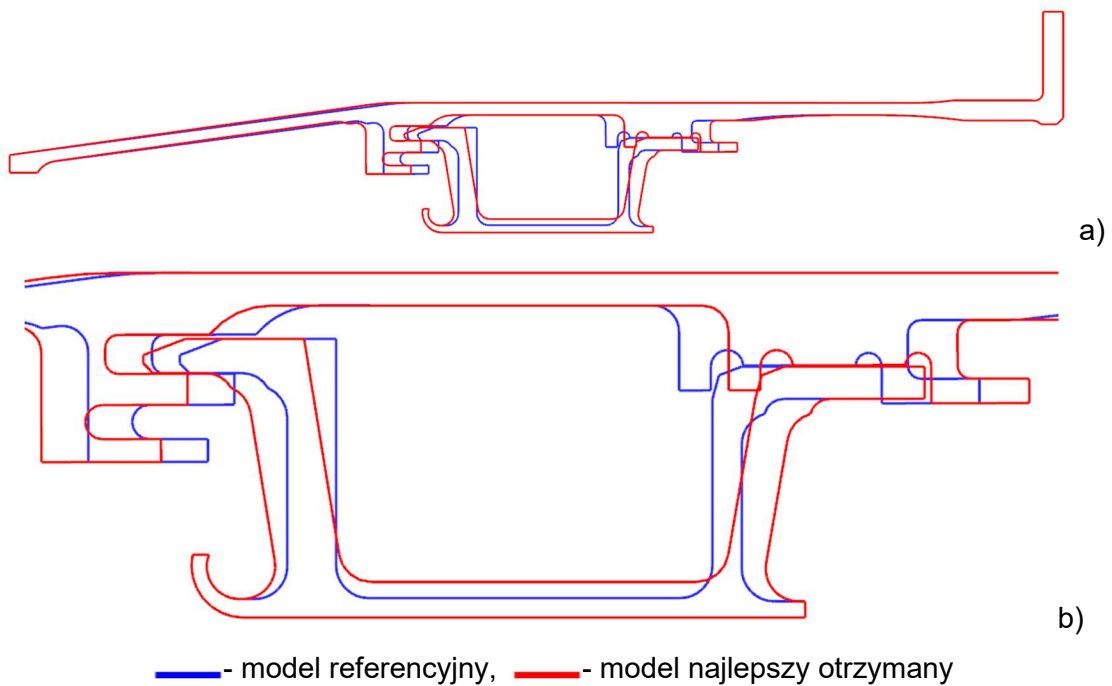
Rysunek 62. Funkcja celu  $J_2$  - Weryfikacja wyników metamodelu poprzez analizę modalną MES

Wyniki optymalizacji dla funkcji  $J_2$  dla trzech najlepszych chromosomów zostały zestawione w tabeli 14. Najlepsze uzyskane rozwiązanie przedstawiono na ilustracji 63.

Tabela 14. Wynikowe zestawienia zmiennych projektowych dla funkcji przystosowania  $J_2$

Nazwa parametru	Model			
	Referencyjny	$C^1$	$C^2$	$C^3$
Grubość zaczepu przedniego, [in]	0.150	0.198	0.198	0.198
Grubość zaczepu tylnego, [in]	0.090	0.119	0.119	0.119
Pochylenie przedniego zaczepu, [°]	90	99.2	99.8	99.3
Pochylenie tylnego zaczepu, [°]	90	80.2	80.9	80.0
Grubość powłoki kierownicy, [in]	0.060	0.109	0.114	0.109
Pozycja przedniego zaczepu, [in]	0	0.038	0.038	0.037

Pozycja tylnego zaczepu, [in]	0	-0.049	-0.049	-0.049
Powierzchnia modelu, [in <sup>2</sup> ]	18.968	19.081	19.087	19.081
Wartości funkcji celu $J_2$ (częstotliwość drgań własnych, [Hz])	105.8	117.3	117.3	117.3



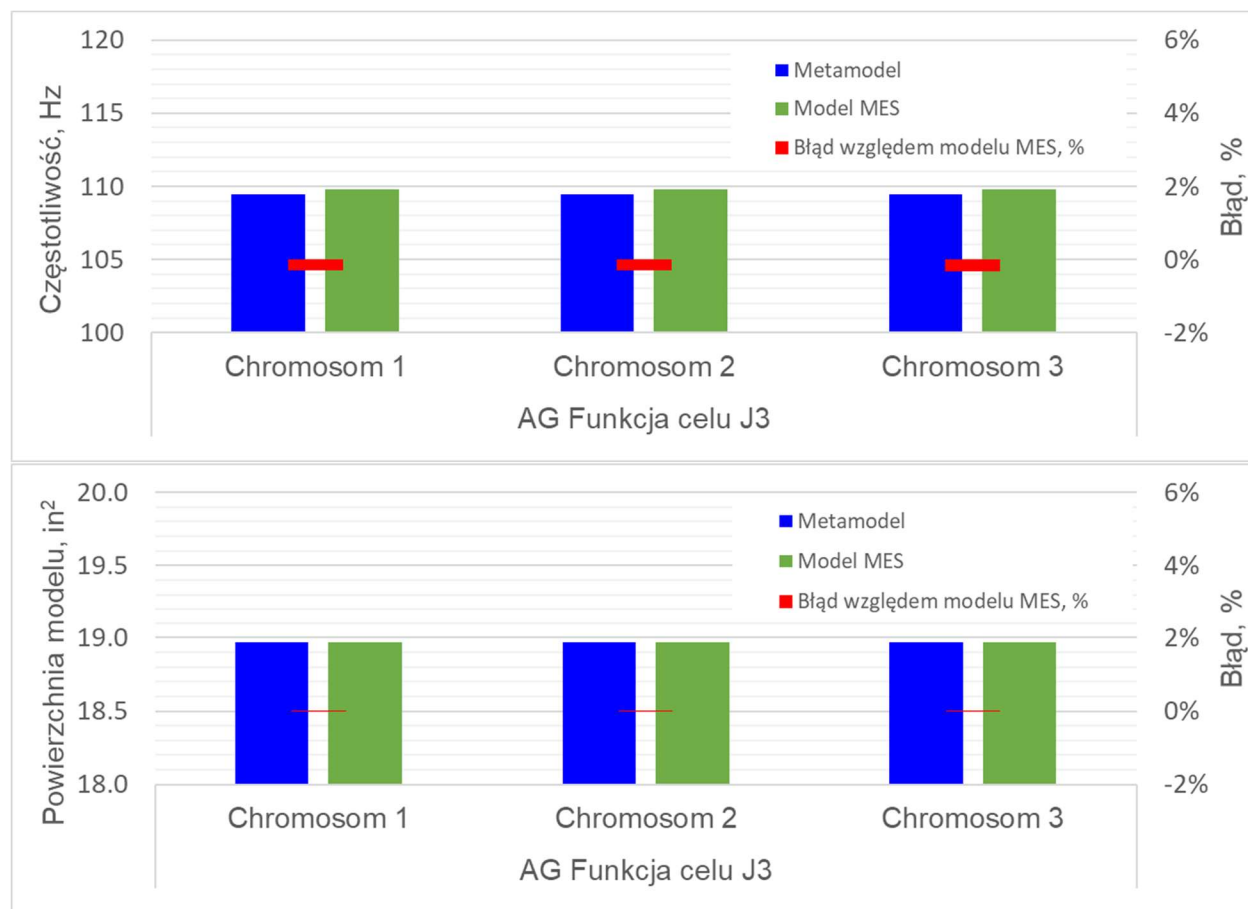
Rysunek 63. Funkcja celu  $J_2$  - Porównanie geometrii referencyjnej z najlepszym otrzymanym rozwiązaniem  
a) widok ogólny, b) widok szczegółowy

Algorytm osiągnął zbieżność po 1471 wywołaniach funkcji celu (15 iteracji). Maksymalna liczba iteracji nie została osiągnięta, ponieważ jako pierwsze zostało spełnione kryterium zbieżności. Mimo, że parametry geometryczne na obudowie zostały wykluczone w procesie optymalizacji, to wskutek zmian pochylenia zaczepów zmieniła się również geometria obudowy. W wyniku redukcji zmiennych projektowych w istotnym obszarze, które mają największy wpływ na częstotliwość drgań własnych (analiza wrażliwości – rozdział 9), algorytm nie był w stanie osiągnąć częstotliwości rzędu 125 Hz.

Walidację wyników otrzymanych z modelu zastępczego (metamodelu) oraz na podstawie analizy numerycznej MES dla funkcji  $J_3$  przedstawia rysunek 64. Uzyskana różnica wyniosła maksymalnie 0.3%, co potwierdza poprawność działania metamodelu. Otrzymano wzrost częstotliwości o 3.5% za pomocą parametrów lokalizacyjnych (zmieniających jedynie położenie



cechy geometrycznej a nie grubość). Przesunięcie częstotliwości jest niewielkie w stosunku do poprzednich wyników optymalizacji i wynika z ograniczenia liczby zmiennych projektowych zadania.



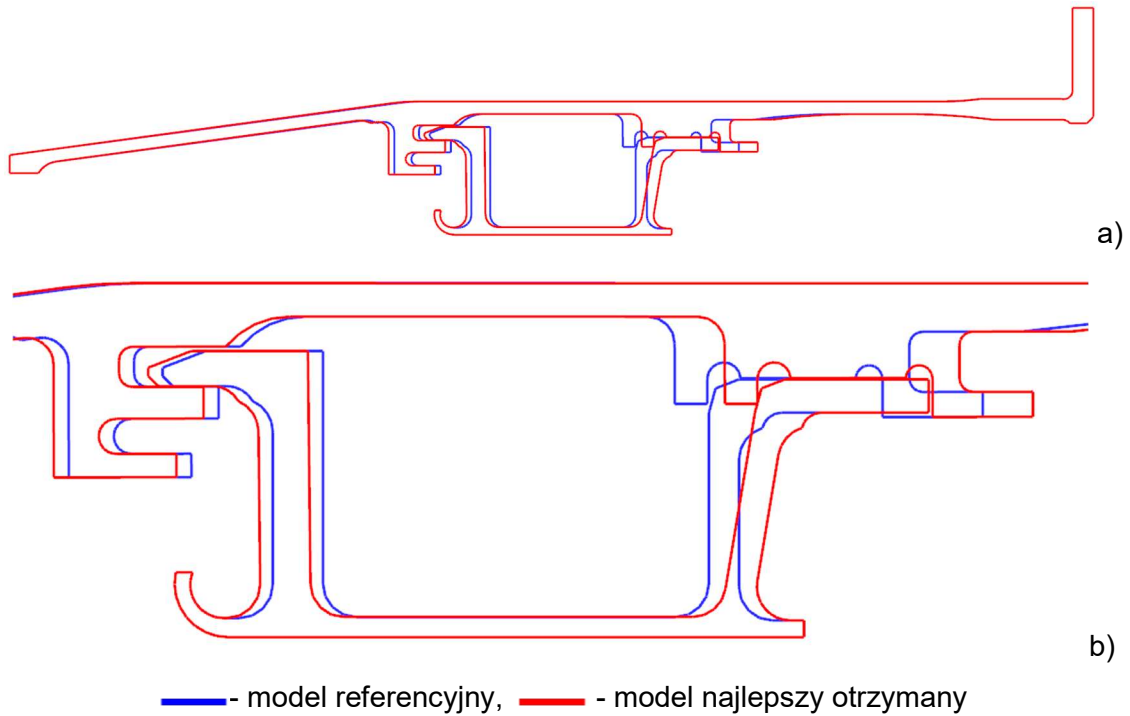
Rysunek 64. Funkcja celu  $J_3$  - Weryfikacja wyników metamodelu poprzez model MES

Wyniki optymalizacji dla  $J_3$  dla pierwszych trzech chromosomów zostały zestawione w tabeli 15 oraz pokazano na ilustracji 65.

Tabela 15. Wynikowe zestawienie zmiennych projektowych dla funkcji przystosowania  $J_3$

Nazwa parametru	Model			
	Referencyjny	$C^1$	$C^2$	$C^3$
Pochylenie przedniego zaczepu, [°]	90.0	90.6	90.6	92.1
Pochylenie tylnego zaczepu, [°]	90.0	80.5	80.1	80.4
Pozycja przedniego zaczepu, [in]	0	0.038	0.037	0.038
Pozycja tylnego zaczepu, [in]	0	-0.050	-0.049	-0.048
Powierzchnia modelu, [in²]	18.968	18.970	18.970	18.970

Wartość funkcji celu $J_3$ (częstotliwość drgań własnych, [Hz])	105.8	109.5	109.5	109.5
--	-------	-------	-------	-------



Rysunek 65. Funkcja celu  $J_3$  - Porównanie geometrii referencyjnej z najlepszym otrzymanym rozwiązaniem  
a) widok ogólny, b) widok szczegółowy

Przedstawiony proces z wykorzystaniem algorytmu genetycznego w komercyjnym oprogramowaniu Ansys jest wydajny głównie z powodu zastosowania optymalizacji na modelu zastępczym. Wynika to głównie z ilości wywołań funkcji celu przekraczających 1300 razy. Oznacza to, że w przypadku optymalizacji bezpośredniej tyle razy należałoby uruchomić numeryczną analizę modalną MES.

## 12. Optymalizacja immunologiczna

W zadaniu optymalizacji z zastosowaniem sztucznych algorytmów immunologicznych wariant konstrukcyjny są reprezentowany przez limfocyt typu B zgodnie z 12.1:

$$L_B^j = [x_1^j, x_2^j, \dots, x_i^j, \dots, x_k^j] \quad (12.1)$$

gdzie:

$L_B^j$  –  $j$ -ty limfocyt typu B reprezentujący wariant konstrukcyjny,

$x_i^j$  –  $i$ -ty paratop  $j$ -tego limfocytu będący konkretną charakterystyką geometryczną

o zakresie zmienności zdefiniowanej w tabeli 8 oraz 9 (szczegóły przedstawione w rozdziale 8),

$k$  – ilość zmiennych projektowych zależna od wybranej funkcji celu i powiązanego z wektorami  $X_A, X_B, X_C$ .

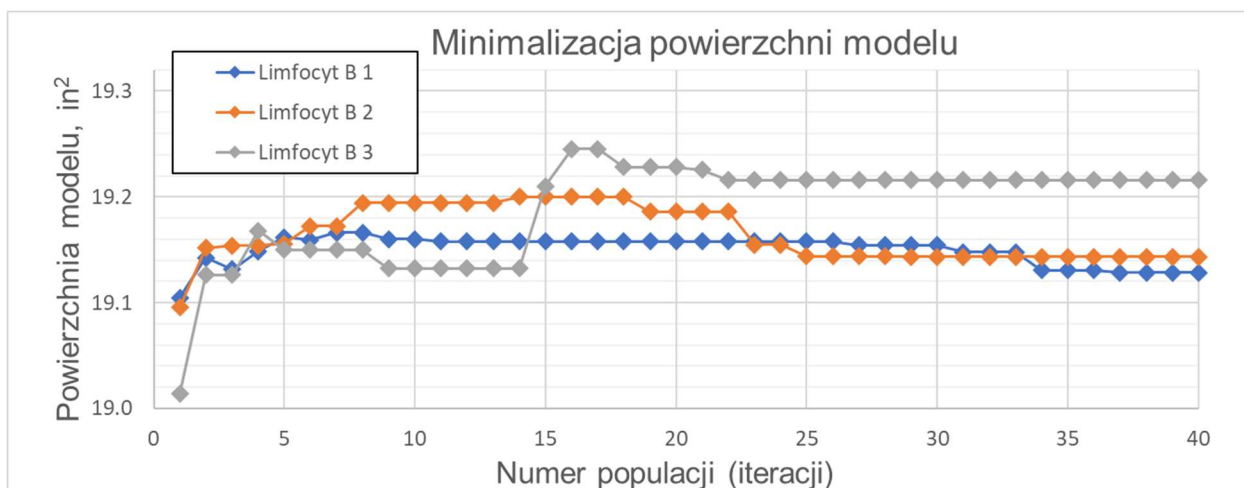
Parametry pracy algorytmu immunologicznego zostały przedstawione w tabeli 16.

Tabela 16. Parametry algorytmu immunologicznego

Parametr	Wartość
Liczba limfocytów (komórek pamięci)	3
Liczba klonów	6
Kryterium zakończenia (liczba iteracji)	40
Prawdopodobieństwo mutacji	0.75
Współczynnik zatłoczenia	0.10

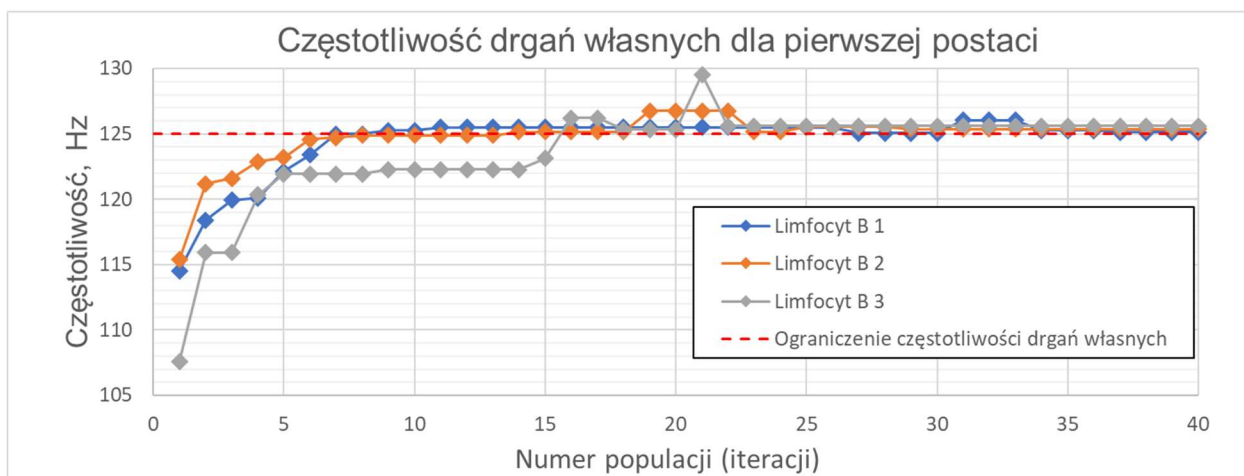
### 12.1. Omówienie wyników dla minimalizacji $J_4$ przy ograniczeniu $O_1$

Historia zmiany powierzchni modelu została przedstawiona na rysunku 66 dla trzech limfocytów B (komórek pamięci). Z wykresu można odczytać dwie fazy dla każdego limfocytu. Pierwsza to wzrost powierzchni modelu, mimo iż celem zadania jest jej minimalizacja. Wynika to z niespełnionego ograniczenia na minimalną częstotliwość drgań własnych i działania funkcji kary, która wymusza poszukiwanie rozwiązań o zwiększonej sztywności a przez to większej powierzchni. Druga faza to redukcja powierzchni modelu przy zachowaniu częstotliwości drgań własnych zgodnie z zadanym ograniczeniem. Limfocyt  $L_{B1}$  znalazł się w zakresie rozwiązań spełniających ograniczenia w 9 iteracji, limfocyt  $L_{B2}$  w iteracji 14 a  $L_{B3}$  w iteracji 16.



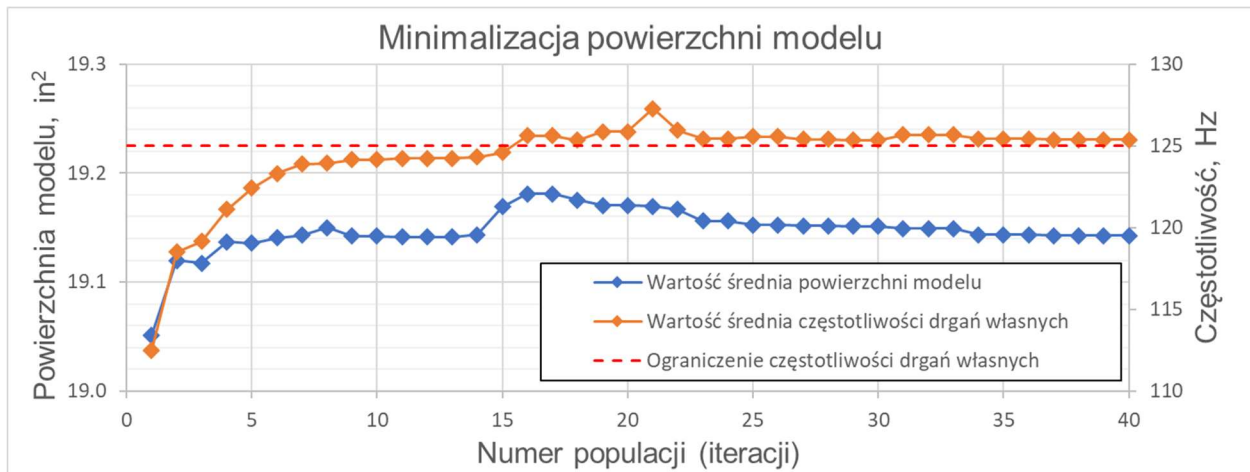
Rysunek 66. Funkcja celu  $J_4$  - Historia zmian populacji w kolejnych iteracjach

Historia zmian częstotliwości drgań własnych została przedstawiona na rysunku 67 i ilustruje dążenie do osiągnięcia rozwiązania spełniającego nałożone ograniczenia. Funkcja kary gwarantuje utrzymanie rozwiązania w zakresie ograniczeń po znalezieniu pierwszego rozwiązania mieszczącego się w zakresie dopuszczalnych rozwiązań.



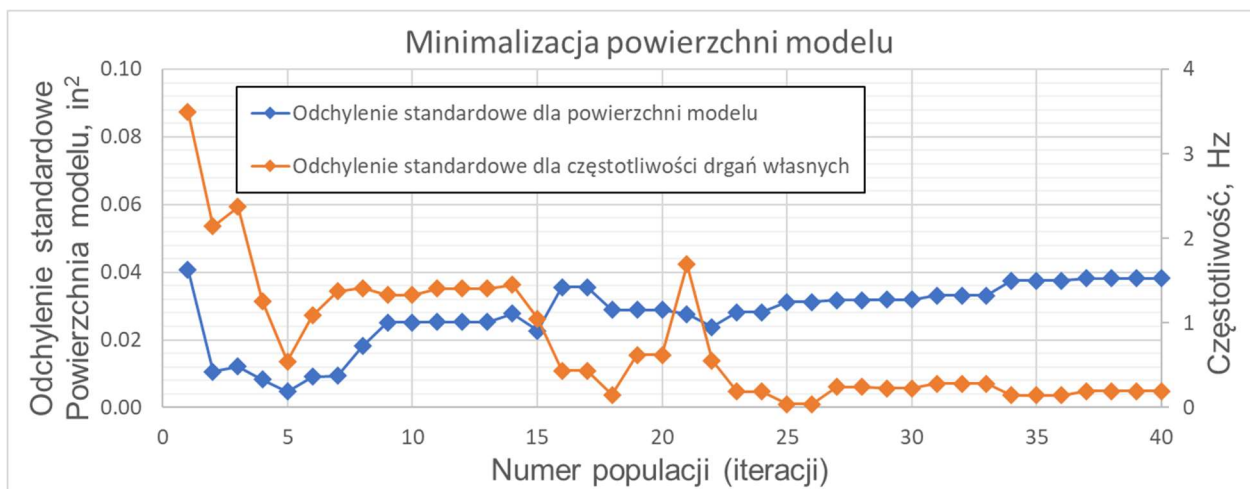
Rysunek 67. Funkcja celu  $J_4$  - Historia zmian pierwszej częstotliwości drgań własnych

Algorytm wykonał do momentu zatrzymania 40 iteracji. W tym czasie dokonał 443 wywołań funkcji celu. Historię zbieżności średniej wartości powierzchni w danej iteracji oraz średnią wartość częstotliwości drgań własnych pierwszej postaci przedstawia rysunek 68.



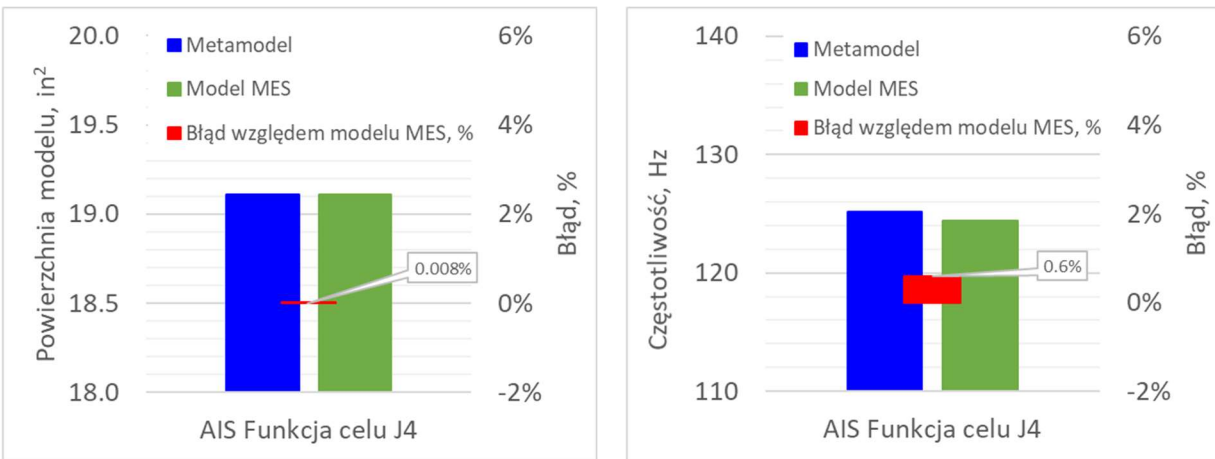
Rysunek 68. Funkcja celu  $J_4$  - Historia zbieżności algorytmu immunologicznego dla minimalizacji wartości powierzchni (wartość średnia w iteracji)

Rysunek 69 przedstawia odchylenie standardowe dla powierzchni modelu oraz częstotliwości drgań własnych.



Rysunek 69. Funkcja celu  $J_4$  - Historia zbieżności algorytmu (odchylenie standardowe dla iteracji)

Najlepszą otrzymaną konfigurację geometryczną (limfocyt  $L_{B1}$ ) zweryfikowano w kontekście otrzymanej powierzchni modelu oraz częstotliwości drgań własnych. Wyniki zostały zestawione na rysunku 70. Różnica pomiędzy modelem zastępczym a rezultatami z modelu MES wynoszą 0.6% dla częstotliwości i są akceptowalne z perspektywy procesu konstrukcyjnego.



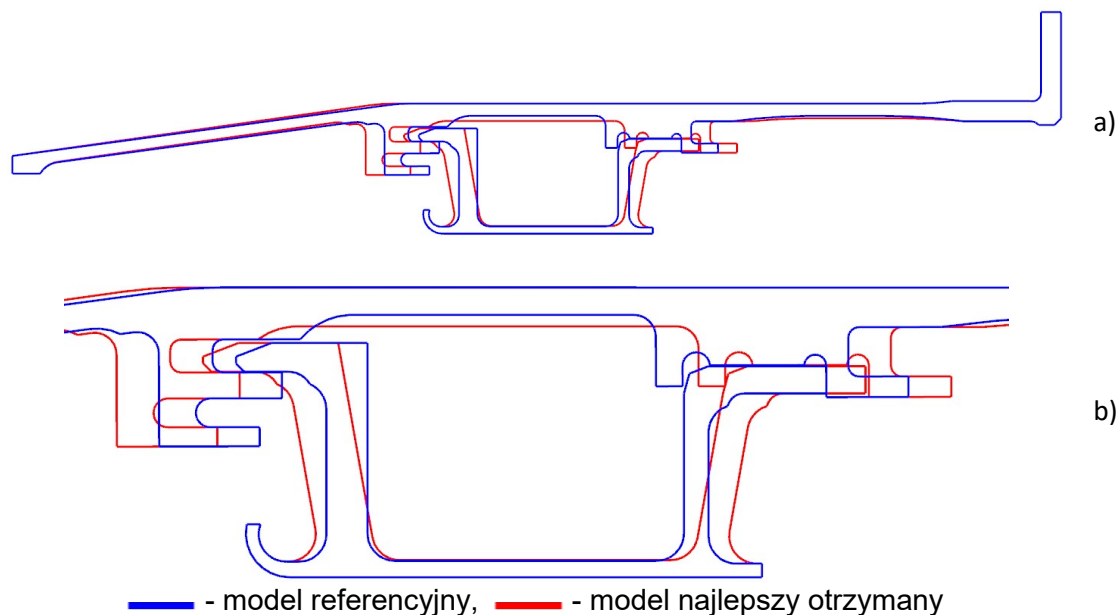
Rysunek 70. Funkcja celu  $J_4$  - Walidacja modelu zastępczego (metamodelu) z wynikami analizy MES

Szczegółowe porównanie parametrów geometrycznych dla otrzymanego optymalnego rozwiązania zostało przedstawione w tabeli 17. Zmiany w charakterystykach powiązanych z grubością silnie nawiązują do wyników analizy wrażliwości tj. istotny przyrost częstotliwości drgań własnych zanotowano w przypadku przyrostu grubości obudowy B oraz grubości przedniego zaczeput. Dodatkowo w sposób znaczący zmieniono rozstaw i kąty pochyleń zaczeput kierownicy turbiny.

Tabela 17. Wynikowe zestawienie zmiennych projektowych dla funkcji przystosowania  $J_4$

Nazwa parametru	Model	
	Referencyjny	$L_B^1$
Grubość powłoki A, [in]	0.100	0.099
Grubość powłoki B, [in]	0.100	0.142
Grubość powłoki C, [in]	0.100	0.120
Grubość zaczeput przedniego, [in]	0.150	0.200
Grubość zaczeput tylnego, [in]	0.090	0.111
Pochylenie przedniego zaczeput, [°]	90	100.0
Pochylenie tylnego zaczeput, [°]	90	80.0
Grubość powłoki kierownicy, [in]	0.060	0.063
Pozycja przedniego zaczeput, [in]	0	0.040
Pozycja tylnego zaczeput, [in]	0	-0.050
Częstotliwość drgań własnych, [Hz]	105.8	125.1
Wartość funkcji celu $J_4$ (powierzchnia modelu, [in <sup>2</sup> ])	18.968	19.109

Zmianę przedstawiono również w formie graficznej na rysunku 71, gdzie w sposób obrazowy przedstawiono różnice pomiędzy modelem wyjściowym referencyjnym a najlepszym otrzymanym rozwiązaniem. Wynik ten jest zbieżny z najlepszym rozwiązaniem wskazanym przez algorytm genetyczny.



Rysunek 71. Funkcja celu  $J_4$  - Porównanie geometrii referencyjnej z najlepszym otrzymanym rozwiązaniem  
a) widok ogólny, b) widok szczegółowy

Szczegółowo porównano wyniki otrzymane z zastosowaniem algorytmu immunologicznego z wynikami uzyskanymi dla algorytmu genetycznego u funkcji celu  $J_1$  (rozdział 11). Rezultaty w postaci częstotliwości drgań własnych oraz powierzchni modelu jak i liczby wywołań funkcji celu zostały zestawione w tabeli 18.

Tabela 18. Porównanie wyników optymalizacji

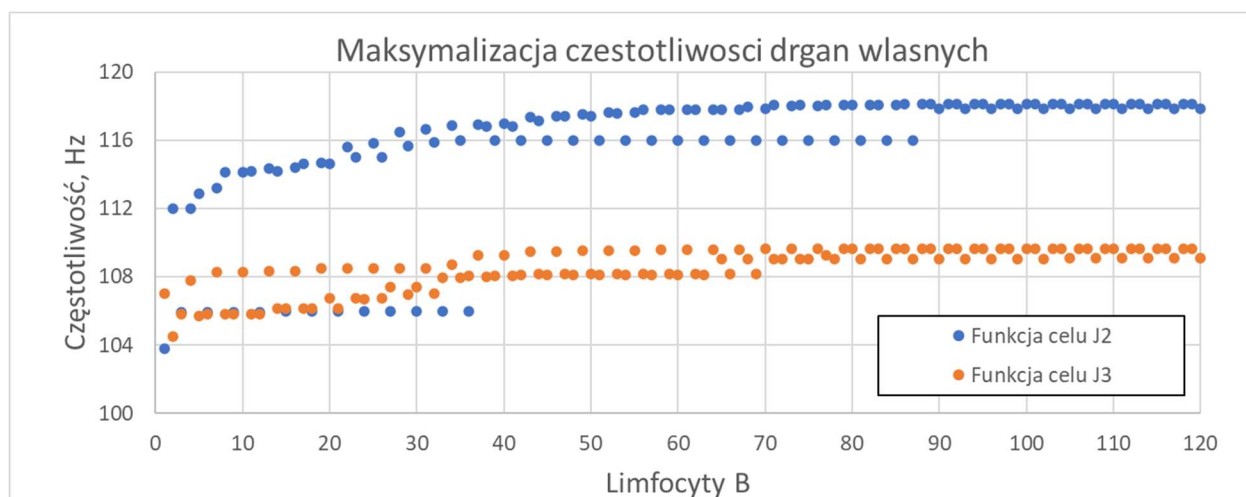
	Model referencyjny	Algorytm genetyczny *	Algorytm immunologiczny	Algorytm immunologiczny z kostymulacją
Funkcja celu	-	$J_1$	$J_4$	$J_4$
$f_1$ , Hz	105.8	125.0	125.1	124.9
A, in <sup>2</sup>	18.968	19.163	19.109	19.114
LWFC	-	1374	443	380

\* - wartości domyślne dla algorytmu genetycznego w pakiecie Ansys Design Explorer

W przypadku obydwu zadań optymalizacji dla funkcji  $J_1$  oraz  $J_4$  algorytmy dążą do minimalizacji powierzchni modelu przy zadanym ograniczeniu na częstotliwość drgań własnych  $O_1$ . W algorytmie immunologicznym zastosowano dodatkową funkcję kary. Jak można zaobserwować algorytm immunologiczny znacząco zredukował liczbę wywołań funkcji celu przy jednocześnie mniejszej powierzchni modelu.

## 12.2. Omówienie wyników dla minimalizacji $J_2$ oraz $J_3$

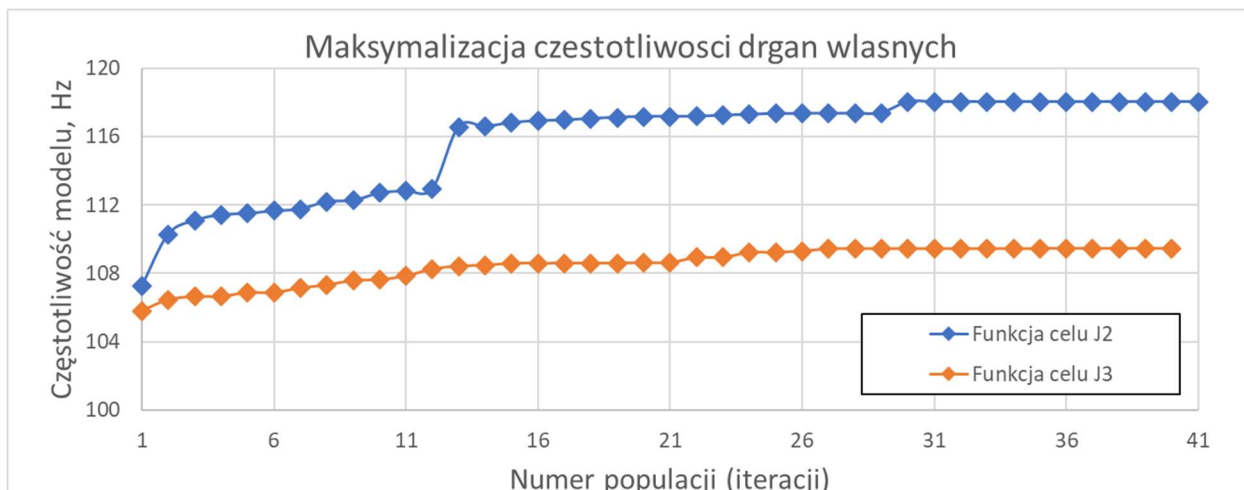
Rysunek 72 przedstawia historię zbieżności limfocytów dla analizowanych funkcji celu  $J_2$  oraz  $J_3$ . Otrzymane wartości są zbieżne z wynikami algorytmu genetycznego chociaż co do wartości algorytm immunologiczny wskazał wyższe wartości częstotliwości drgań własnych dla funkcji  $J_2$ .



Rysunek 72. Funkcja celu  $J_2$  oraz  $J_3$  - Wyniki uzyskane dla poszczególnych limfocytów

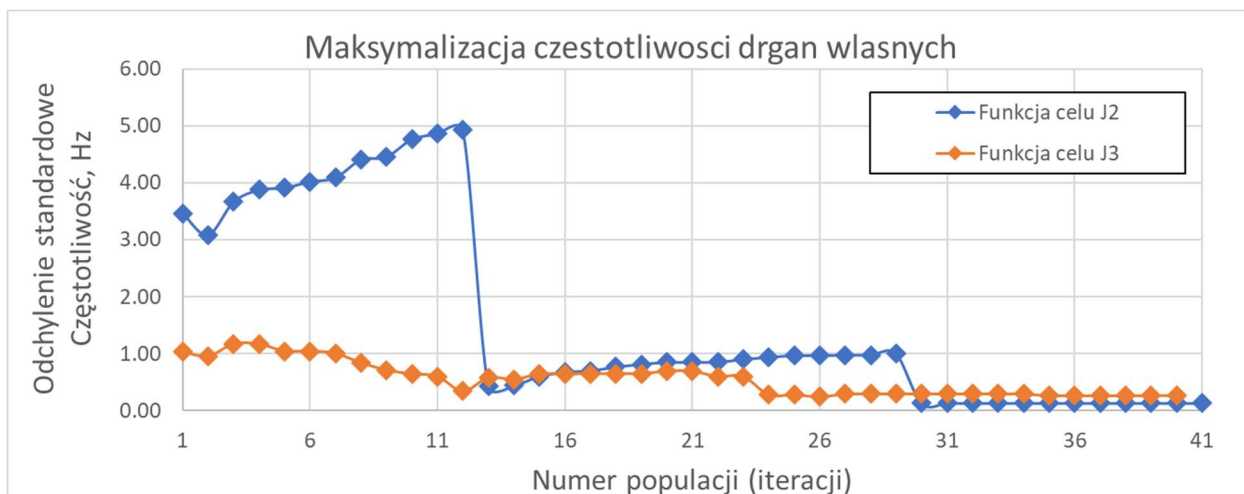
Historię zmian dla średnich wartości częstotliwości drgań własnych przedstawia rysunek 73. Skok wartości średniej zaobserwowany dla funkcji celu  $J_2$  wynika ze znacznej zmiany konfiguracji geometrycznej odwzorowanej na podstawie jednego z limfocytów.





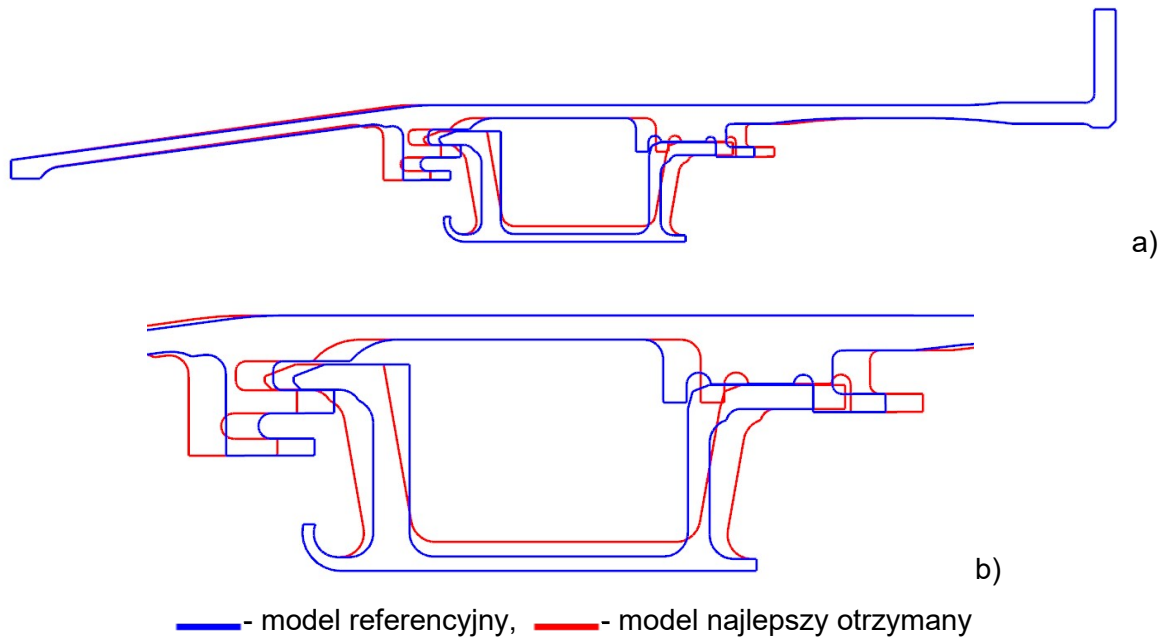
Rysunek 73. Funkcja celu  $J_2$  oraz  $J_3$  - zbieżność w iteracjach (średnia populacji)

Rysunek 74 przedstawia historię zmiany odchylenia standardowego częstotliwości drgań własnych.



Rysunek 74. Funkcja celu  $J_2$  oraz  $J_3$  - zbieżność w iteracjach (odchylenie standardowe w populacji)

Porównanie najlepszego otrzymanego rozwiązania dla funkcji celu  $J_2$  względem konfiguracji referencyjnej przedstawiono na rysunku 75. Konfiguracja geometryczna ponownie jest zbliżona do wariantu uzyskanego poprzez algorytm genetyczny. Algorytm immunologiczny wykazał mniejszą liczbę wywołań funkcji celu i nieznacznie wyższą częstotliwość dla uzyskanego rozwiązania.



— - model referencyjny, — - model najlepszy otrzymany  
 Rysunek 75. Funkcja celu  $J_3$  - Porównanie geometrii referencyjnej z najlepszym otrzymanym rozwiązaniem  
 a) widok ogólny, b) widok szczegółowy

Algorytm immunologiczny wskazywał na lepsze wyniki dla zdefiniowanych funkcji celu w odniesieniu do algorytmu genetycznego jak przedstawiono w tabeli 18. Dodatkowo algorytm immunologiczny rozszerzony o efekt kostymulacji wykazał najmniejszą liczbę wywołań funkcji celu i potwierdza rezultaty weryfikacji przeprowadzonych na funkcjach testowych przedstawionych w rozdziale 4.

## 13. Podsumowanie i wnioski końcowe

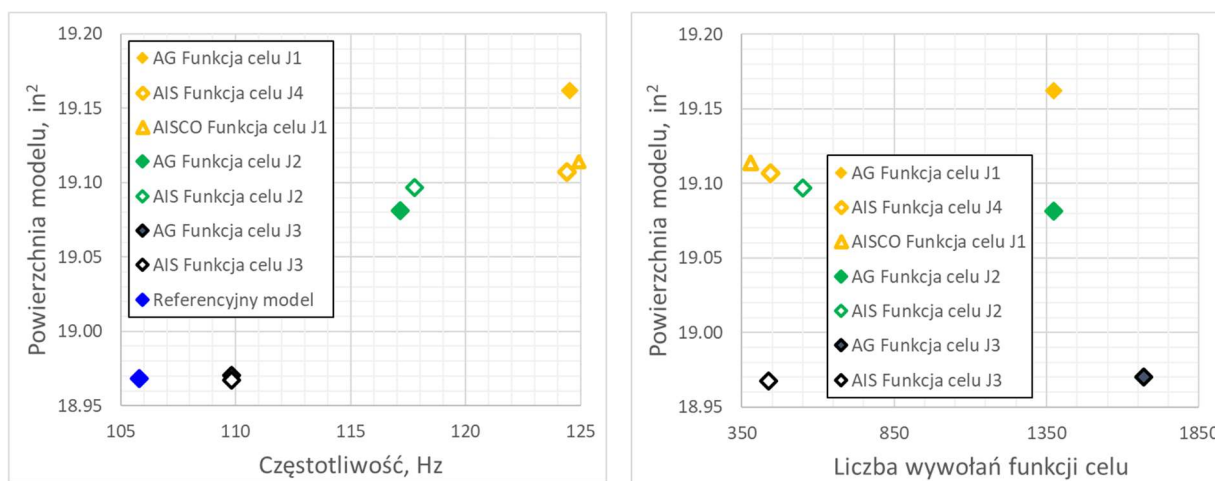
Zastosowanie wydajnego procesu optymalizacji jest kluczowe, aby z jednej strony uzyskać optymalnie zaprojektowany i konkurencyjny produkt a z drugiej zrealizować proces przygotowania produkcji zgodnie z terminem uzgodnionym z klientem. Przedstawiony proces optymalizacji i jego struktura bazuje na uproszczonym modelu dwuwymiarowym, który w dokładny sposób odzwierciedla wyniki uzyskiwane przy zastosowaniu modelu 3D oraz testów rzeczywistych w zakresie mierzonej charakterystyki dynamicznej. Różnica pomiędzy częstotliwością drgań własnych wyznaczonych pomiędzy modelem uproszczonym a dokładnym (trójwymiarowym) wynosi 3.4% i jest akceptowalna z perspektywy procesu konstrukcyjnego. Przyjęty model matematyczny analizowanego zjawiska był użyty w zagadnieniu optymalizacji parametrycznej konstrukcji.

Przedstawiono podejście wyboru zmiennych decyzyjnych w oparciu o wyniki energii odkształcenia, wskazujące w sposób jakościowy strefy istotne z punktu widzenia sztywności dla rozpatrywanej postaci drgań własnych. Przeprowadzona analiza wrażliwości zdefiniowanych cech geometrycznych wykazała największy wpływ zmian grubości obudowy turbiny, który przewyższa wpływ zmian grubości kierownicy i jest parametrem najistotniejszym z perspektywy problemu optymalizacji pierwszej częstotliwości drgań własnych układu oraz kształtu powierzchni modelu. Wyniki pracy obrazują, które cechy geometryczne należy zmienić w przypadku wykrycia pierwszej postaci drgań własnych wewnątrz zakresu operacyjnego turbiny. W przypadku minimalizacji powierzchni modelu przy zadanym ograniczeniu częstotliwościowym żaden z algorytmów nie osiągnął w pełni dostępnego zakresu zmienności grubości powłoki obudowy. Oznacza to, że kombinacja dotycząca wykorzystania również pozostałych charakterystyk geometrycznych o mniejszym wpływie na powierzchnię modelu okazała się lepszym rozwiązaniem.

W analizowanym przypadku dość niewielkie korekty w częstotliwości pierwszej postaci drgań własnych (do 4% dla zdefiniowanych zakresów zmienności) można uzyskać zmieniając tylko cechy geometryczne decydujące o przesunięciu czy nachyleniu składowych fragmentów powierzchni a nie decydujących o zmianie grubości tych fragmentów. Są to pozycje oraz kąty inklinacji zaczepów w platformie górnej kierownicy. Potencjalnie jest możliwe uzyskanie większych wartości przesunięcia częstotliwości, korzystając jedynie z charakterystyk lokalizacyjnych zwiększając ich zakres zmienności. Prowadzi to jednak do większego wpływu na sąsiadujące komponenty z uwagi na zwiększający się rozstaw zaczepów (tak jak wykazano w wynikach optymalizacji funkcji celu  $J_2$ ).

W rezultacie porównania wyników uzyskanych z zastosowaniem metamodelu oraz modelu MES zaobserwowano, iż błąd metamodelu zwiększa się wraz z liczbą zmiennych projektowych zadania. Potwierdzają to wyniki z rozdziału 11 (optymalizacja przy użyciu algorytmu genetycznego) oraz 12 (optymalizacja przy użyciu algorytmu immunologicznego) gdzie wartość błędu oscyluje na poziomie 0.5-0.6% względem rozwiązania MES. Dla zredukowanej liczby zmiennych decyzyjnych błąd zmniejsza się do poziomu 0.2-0.3%. Poziom rozbieżności pozostaje poniżej 1% i jest akceptowalny.

Efektywność algorytmów oceniona została na podstawie uzyskanych wartości powierzchni modelu oraz liczby wywołań funkcji celu. Jak można było zaobserwować algorytm immunologiczny rozszerzony o efekt kostymulacji uzyskał zbliżone wyniki pod względem kształtu modelu do algorytmu immunologicznego standardowego przy 14% mniejszej liczbie wywołań funkcji celu.



a) Rezultaty optymalizacji w odniesieniu do powierzchni modelu i częstotliwości

b) Rezultaty optymalizacji w odniesieniu do powierzchni modelu i liczby wywołań funkcji celu

Rysunek 76. Graficzna reprezentacja wyników optymalizacji

Warto zwrócić także uwagę na wyniki uzyskane przy użyciu algorytmu immunologicznego dla funkcji  $J_1$  oraz  $J_2$ . Z perspektywy powierzchni modelu te rozwiązania są sobie bliskie (różnica w powierzchni to 0.010 in<sup>2</sup>) jednakże istotnie się różnią z punktu widzenia częstotliwości drgań własnych (+6.6 Hz, +5.6%). Wynika to z uwzględnienia większej liczby zmiennych decyzyjnych, które mają lepszy stosunek uzyskanego przesunięcia częstotliwości do przyrostu powierzchni. Proponowane scenariusze zmian górnej platformy wpływają na sąsiednie komponenty turbiny poprzez zmianę rozstawu szyn i dlatego tak istotne jest wprowadzenie procesu optymalizacji na wczesnym etapie procesu konstrukcyjnego i przed procesem przygotowania produkcji.

Przedstawiony schemat optymalizacji jest uniwersalny i można go zastosować również na etapie szybkiego prototypowania i przygotowania produkcji innych elementów konstrukcyjnych, w szczególności takich, w przypadku których dużą wagę odgrywają częstotliwości drgań własnych.

Rekomendacja do dalszych prac tyczy się uwzględnienia w definicję modelu parametrycznego rozkładu energii kinetycznej dla analizowanej pierwszej postaci częstotliwości drgań własnych. Pozwoliłoby to na zwiększenie liczby zmiennych decyzyjnych w zadaniu optymalizacji. Dodatkowo, rekomendacja tyczy się kontynuacji prac nad rozszerzonym algorytmem immunologicznym wzbogaconym o efekt kostymulacji i zastosowaniu go w innych zadaniach optymalizacji konstrukcji.

## Bibliografia

1. Acar E., Various Approaches for Constructing an Ensemble of Metamodels Using Local Measures. *Struct. Multidiscip. Optim.*, 42, 879–896, 2010
2. Arbor A., Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press: Ann Arbor, MI, USA, 1975.
3. Ansys 19.2 CAE software
4. Bąk R., Burczyński T., *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2001
5. Bojczuk D., *Analiza wrażliwości i optymalizacja konstrukcji prętowych*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach, Kielce, 1999
6. Bijak-Żochowski M., Dietrich M., Kacperski T., Stupnicki J., Szala J., Witkowski J., *Podstawy konstrukcji maszyn*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1999
7. Burczyński T., Kuś W., Beluch W., Długosz A., Poteralski A., Szczepanik M., *Intelligent Computing in Optimal Design*, Volume 261, Springer, 2020
8. de Castro L.N., Timmis J., *Artificial immune systems as a novel soft computing paradigm. Soft Computing* 7(8), 526–544, 2003
9. de Castro L.N., Von Zuben F.J., *Learning and optimization using the clonal selection principle. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Special Issue on Artificial Immune Systems* 6, 239–251, 2002
10. Cao, J.; Luo, Y.; Umar, B.M.; Wang, W.; Wang, Z. Influence of structural parameters on the modal characteristics of a Francis runner. *Eng. Fail. Analysis.*, 131, 105853, 2022
11. Cescotto, S. & Charilier, R. Frictional contact finite elements based on mixed variational principles. *International Journal for Numerical Method in Engineering.* 36, 1681-1701., 1992
12. Cescottot, S. & Zhu, Y. Y. (1994). Large strain dynamic analysis using solid and contact finite elements based on a mixed formulation - application to metalforming. *Journal of Metals Processing Technology.* 45, 657-663., 1994
13. Code of Federal Regulations: Title 14: <https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-/subchapter-C/part-33> , accessed 10 June 2022
14. Darwin C., Smith S., Rachootin S.P., *Charles Darwin's Natural Selection*, 1987
15. Davari A.R., Hasheminejad M., Boorboor A., *Shape Optimization of Wind Turbine Airfoils by Genetic Algorithm.*, *IACSIT Int. J. Eng. Technol.*, 5, 206, 2013

16. Flemming S., Performance optimization of gas turbine engines using STUDGA. In Proceedings of the 14th Triennial World Congress, Beijing, China, 5-9 July 1999
17. Goldberg D. E., Algorytmy genetyczne i ich zastosowania, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1989
18. Grela W., Optymalizacja ewolucyjna kształtu łopatek turbiny., Rozprawa doktorska, Gliwice, 2006
19. Grzymkowski R., Matematyka, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice, 2000
20. Gwiazda T.D., Algorytmy genetyczne. Operator mutacji dla problemów numerycznych., Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa, 2021
21. Gwiazda T.D., Algorytmy genetyczne. Operator krzyżowania dla problemów numerycznych., Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa, 2007
22. Holland J.H., Outline for biological theory of adaptive systems., J. ACM, 3, 297–314, 1962
23. Holland J.H., Reitman J.S., Cognitive Systems Based on Adaptive Algorithms, Pattern-Directed Inference Systems, Academic Press: New York, NY, USA, 1978.
24. Kocańda S., Szala J., Podstawy obliczeń zmęczeniowych, Państwowe Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1985
25. Korzyński M., Metodyka eksperymentu, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2006
26. Martos B., Programowanie nieliniowe. Teoria i metody., Państwowe Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1983
27. Poteralski A., Szczepanik M., Kuś W., Burczyński T., Topology optimization of mechanical structures using artificial immune system., CIMNE Barcelona, 135-140, 2011
28. Poteralski A., Szczepanik M., Burczyński T., Immune optimal design of 2-D and 3-D structures, Artificial intelligence and soft computing. 14th International Conference, ICAISC 2015, 471-482, Springer, 2015
29. Rakowski G., Kacprzyk Z., Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1993
30. Robak R., Praca dyplomowa magisterska: Optymalizacja tarcz z wykorzystaniem sztucznych systemów immunologicznych (SSI) i metody elementów skończonych (MES)., Gliwice, 2007; (opiekun naukowy dr hab inż. Mirosław Szczepanik, prof. PŚ)
31. Robak R., Mechanical optimization with artificial immune system. Modelowanie inżynierskie., Tom 41. Nr 71, 69-73, Gliwice, 2019

32. Robak R., Analiza modalna kierownicy turbiny niskiego ciśnienia silnika turbowentylatorowego. *Metody Komputerowe*, 125-128, Gliwice, 2020
33. Robak R., Szczepanik M., Modal analysis of the nozzle guide vane in low pressure turbine system of aircraft engine. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Volume 1037, (IManEE 2020) 14th-15th December 2020, Athens, Greece, 2021 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1037 012049.
34. Robak R., Rulik S., Szczepanik M., Frequency optimization of nozzle guide vane in the low-pressure turbine system. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Volume 1235, (IMANEE 2021) 21/10/2021 - 22/10/2021 Online, 2022 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1235 012046.
35. Robak R., Szczepanik M., Rulik S., Parametric Optimization of Nozzle Turbine Vane Modal Characteristics by Means of Artificial System. *Applied Sciences*. 2022; 12(19):9724.
36. Rulik S., Wróblewski W., Frączek D., Metamodel-based optimization of the labyrinth seal, *Arch Mech Eng Journal*, Volume 64 number 1, 75-91, 2017
37. Salem B., Roustant O., Gamboa F., Tomaso L., Universal prediction distribution for surrogate models. *SIAM/ASA J. Uncertain. Quantif.*, 5, 1086–1109, 2017
38. Sawicki W., *Histologia*, Wydawnictwo Lekarskie PZWL, Warszawa, 2003
39. Soares C., *Gas Turbines: A Handbook of Air, Land and Sea Applications; Chapter 1: Gas Turbines: An Introduction and Applications*; Elsevier: Amsterdam, The Netherlands, 2011
40. Soares C., *Gas Turbines: A Handbook of Air, Land and Sea Applications; Chapter 10: Performance, Performance Testing, and Performance Optimization*; Elsevier: Amsterdam, The Netherlands, 2011
41. Simo, J. C. & Laursen, T. A. An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction. *Computers and Structures*. 42(1), 97-116., 1992
42. Szczepanik M., *Algorytmy rojowe w optymalizacji układów mechanicznych*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2013
43. Viana F.A.C., Haftka R.T., Steffen V., Multiple Surrogates: How Cross-Validation Errors Can Help Us to Obtain the Best Predictor., *Struct. Multidiscip. Optim.*, 39, 439–457, 2009
44. Wierzchoń S.T., *Sztuczne systemy immunologiczne. Teoria i zastosowania.*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2001
45. Wróblewski W., Dykas S., Bochon K., Rulik S., Optimization of tip seal with honeycomb land in LP counter rotating gas turbine engine., *Task Q Journal*, Volume 14 number 3, 189-207, 2010



46. Wyrzykowski J.W., Pleszakow E., Sieniawski J., Odształcanie i pękanie metali, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1999
47. Zienkiewicz O.C., The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, London, 1971

## Streszczenie

Przedstawiono proces optymalizacji charakterystyk dynamicznych kierownic turbin niskiego ciśnienia z wykorzystaniem algorytmów sztucznej inteligencji. Zastosowano uproszczenie, modelując przedmiot optymalizacji jako strukturę dwuwymiarową, wykazując jednocześnie brak istotnego wpływu na wyniki częstotliwości drgań własnych i masę układu. Model parametryczny został zdefiniowany w oparciu o wyniki energii odkształcenia dla pierwszej postaci drgań własnych. Pokazują one w sposób jakościowy, które obszary powinny zostać uwzględnione jako zmienne projektowe. Na tej podstawie zdefiniowano następujące cechy geometryczne; charakterystyki grubościowe obudowy turbiny (trzy powłoki), grubości zaczepów kierownicy wraz z ich pozycjami oraz pochyleniem a także grubość górnej platformy kierownicy (łącznie dziesięć zmiennych projektowych). Zakres zmienności parametrów został ustalony w odniesieniu do ograniczeń produkcyjnych a także z uwagi na długość platformy górnej kierownicy turbiny. Parametryczna geometria posłużyła do przygotowania modelu MES i przeprowadzenia numerycznej analizy modalnej w celu wyznaczenia częstotliwości drgań własnych pierwszej postaci oraz powierzchni modelu. Posługując się planem Box-Wilson (planowaniem eksperymentu) oraz mechanizmami agregacji metamodeli wyznaczono model zastępczy. Metamodel był narzędziem do weryfikacji wariantów konstrukcyjnych generowanych przez strategię optymalizacyjną metod sztucznej inteligencji. Zanim przystąpiono do procesu optymalizacji, wykonano analizę wrażliwości poszukiwanych odpowiedzi na zdefiniowane zmienne projektowe. Wyniki pokazały znaczny wpływ powłoki obudowy turbiny na pierwszą częstotliwość drgań własnych a także powierzchnię modelu. Porównano komercyjnie zaimplementowany algorytm genetyczny ze sztucznym algorytmem immunologicznym w postaci kanonicznej (selekcja klonalna) oraz w postaci zmodyfikowanej wzbogaconej o efekt kostymulacji limfocytu B z limfocytom T. Dla przeprowadzonych procesów optymalizacji wykazano algorytm immunologiczny jako bardziej efektywny, zarówno z perspektywy otrzymanej powierzchni modelu w przypadku jej minimalizacji, a także liczby wywołań funkcji celu. Przepływ danych w przypadku algorytmu genetycznego odbywał się wewnątrz programu Ansys Workbench. W przypadku algorytmu immunologicznego opracowano sposób komunikacji z narzędziem Ansys weryfikującym warianty konstrukcyjne poprzez zestaw plików wsadowych i sesyjnych. Optymalny wariant konstrukcyjny był każdorazowo weryfikowany poprzez dedykowaną numeryczną analizę modalną MES i wykazywał zbieżność do 0.5% co jest akceptowalne z punktu widzenia procesu konstrukcyjnego.

## Abstract

Presented optimization process of dynamic characteristics of nozzle guide vane by means of artificial intelligence algorithms. Three-dimensional nozzle guide vane has been simulated by two dimensional elements with axisymmetric and plan stress behavior. Demonstrated consistent modal analysis results between accurate model (3D) and simplified model (2D) for what concern obtained first system mode natural frequency and modal forms. The aim of the simplification was to improve process robustness with no adverse impact on measured responses. Parametric model was defined basing on strain energy distribution for first system mode. Energy pattern reveals in qualitative way which areas should be accounted for parameterization. Basing on discussed approach defined geometrical characteristics related to the thicknesses on turbine casing (three shells), thickness, position and leaning of hooks and vane outer band thickness (in total ten design variables). Parameters range has been defined considering manufacturability constrains and axial distance of the outer band platform. Parametric geometry was used to define FEM model to perform numerical modal analysis aimed to evaluate natural frequency of the system and model area. Using Box-Wilson approach (design of experiment) and metamodel aggregation evaluated surrogate model. Metamodel was a way to verify several design configurations obtained from optimization strategies of artificial intelligence algorithms. Performed sensitivity analysis in order to find major design variables impacting responses (first system mode natural frequency and model area). Sensitivity results with rank correlation factor shows shell thickness above the vane as the major contribution in the responses. Compared commercially implemented genetic algorithm (AG) with artificial immune system (AIS) algorithm and AIS enriched by co-stimulation effect. For performed optimizations demonstrated artificial immune system to be more effective in terms of the obtained model area and number of evaluations through metamodel. Data flow framework for genetic algorithm was managed inside Ansys Workbench. For immune system developed a process based on session file, batch run and CSV ASCII file report to exchange data between algorithm and Ansys Workbench CAE software. Optimal design configurations obtained from metamodel were verified with FEM modal analysis. Verification showed differences up to 0.5% and are acceptable from design perspective. Presented optimization process can be used also in other disciplines like optimization of thermal distribution, stresses or data matching between experimental test and numerical models.