

ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ

P3351/98

PIOTR STRZAŁKOWSKI

MODEL NIEUSTALONYCH  
PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH GÓROTWORU  
W OBSZARZE OBJĘTYM ODDZIAŁYWANIEM  
EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ

GÓRNICCTWO

z. 237

GLIWICE  
1998

POLITECHNIKA ŚLĄSKA  
ZESZYTY NAUKOWE  
Nr 1385



P. 3351/98

**PIOTR STRZAŁKOWSKI**

**MODEL NIEUSTALONYCH  
PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH GÓROTWORU  
W OBSZARZE OBJĘTYM ODDZIAŁYWANIEM  
EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ**

## OPINIODAWCY

Prof. dr hab. inż. Alfred Biliński  
Prof. dr hab. inż. Bogdan Dzegniuk  
Prof. dr hab. inż. Danuta Krzysztoń

## KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY – Prof. dr hab. Zygmunt Kleszczewski  
REDAKTOR DZIAŁU – Dr. hab. inż. Franciszek Plewa -  
Profesor Politechniki Śląskiej  
SEKRETARZ REDAKCJI – Mgr Elżbieta Leško

## REDAKCJA

Mgr Aleksandra Kłobuszowska

## REDAKCJA TECHNICZNA

Alicja Nowacka

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0372 - 9508

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej  
ul. Kujawska 3, 44 - 100 Gliwice

Nakł. 110+83 Ark. wyd. 8,00 Ark. druk. 8,75 Papier offset. kl. III 70 x 100, 80 g  
Oddano do druku 06.05.1998 r. Podpis. do druku 06.05.1998 r. Druk ukończ. w maju 1998 r.

Fotokopie, druk i oprawę wykonał „ROLEK”, Gliwice, ul. Kazimierza Wielkiego 4

## SPIS TREŚCI

1.	Wprowadzenie	7
2.	Dotychczasowe wyniki badań w zakresie opisu osiadań chwilowych	11
3.	Teza, cel i zakres pracy	24
4.	Podstawowe dane na temat pomiarów, których wyniki analizowano w niniejszej pracy, oraz dokonanej eksploatacji górniczej	26
4.1.	Linia 4a z terenu KWK "Jan Kanty".	26
4.2.	Linia B - L z terenu KWK "Dębieńsko".	28
4.3.	Linia nr 1 z terenu KWK "Czeczott".	30
5.	Model z funkcyjnym parametrem dotyczącym opisu niestacjonarnego procesu przemieszczeń pogórnich	32
6.	Weryfikacja rozwiązania uwzględniającego zmienność parametru c w zależności od współrzędnej czasowej	35
6.1.	Podstawowe dane o zastosowanym programie komputerowym	35
6.2.	Wyniki przeprowadzonych obliczeń	37
6.2.1.	Linia 4a z terenu KWK "Jan Kanty"	37
6.2.2.	Linia B - L z terenu KWK "Dębieńsko"	44
6.2.3.	Linia nr 1 z terenu KWK "Czeczott"	53
6.3.	Analiza otrzymanych wyników obliczeń	63
7.	Model deformacji górotworu w obszarze objętym oddziaływaniem eksploatacji uwzględniający zależność współczynnika prędkości osiadania od współrzędnych przestrzennych i współrzędnej czasowej	72
7.1.	Zagadnienie istnienia rozwiązania równania różniczkowego.	76
8.	Weryfikacja rozwiązania uwzględniającego zmienność parametru c od współrzędnej czasowej i współrzędnych przestrzennych	79

9.15/99

8.1. Wyniki obliczeń	79
8.1.1. Wyznaczone wartości parametrów dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty"	80
8.1.2. Wyznaczone wartości parametrów dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko"	86
8.1.3. Wyznaczone wartości parametrów dla linii 1 z terenu KWK "Czczcott"	94
8.2. Analiza otrzymanych wyników obliczeń	103
<b>9. Podsumowanie i wnioski końcowe</b>	112
<b>Literatura</b>	116
<b>Streszczenie</b>	122
<b>Załączniki</b>	127

## TABLE OF CONTENTS

1. Introduction	7
2. Update on the results of research on instaneous subsidence range description	11
3. Thesis, range and objectives of the study	24
4. The basic data on the measurements results discussed in the study and information on the effected mining excavation	26
4.1. Line 4a in "Jan Kanty" coal mine	26
4.2. Line B - L in "Dębieńsko" coal mine	28
4.3. Line 1 in "Czczcott" coal mine	30
5. The model with a function parameter of unsteady dislocation process in mining	32
6. The verification of the solution in consideration of c - parameter which is a time - based variable	35
6.1. Basic data on the software	35
6.2. Calculation results	37
6.2.1. Line 4a in "Jan Kanty" coal mine	37
6.2.2. Line B - L in "Dębieńsko" coal mine	44
6.2.3. Line 1 in "Czczcott" coal mine	53
6.3. Analysis of calculation results	63
7. The rock mass deformation model in mine - induced deformation area, considering the dependence of the velocity subsidence coefficient on the time function and space coordinates	72
7.1. Differential equation solution	76
8. The verification of the solution considering parameter c - time and space related variable c - parameter under time function and space coordinates	79

8.1. Calculation results	79
8.1.1. Determination of the parameter value for line 4a in "Jan Kanty" coal mine	80
8.1.2. Determination of the parameter value for line B - L in "Dębieńsko" coal mine	86
8.1.3. Determination of the parameter value for line I in "Czczott" coal mine	94
8.2. The analysis of the calculation results	103
9. Conclusions	112
References	116
Abstract	124

## 1. WPROWADZENIE

Niniejsza praca dotyczy problematyki oddziaływania eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu. Oddziaływanie to przejawia się w pewnych przypadkach występowaniem wstrząsów górotworu czy też powstawaniem na powierzchni terenu deformacji o charakterze nieciągłym (zapadlisk, uskoków terenowych itp.). Zawsze natomiast, bez względu na warunki geologiczno-górnice, eksploatacji złóż towarzyszy występowanie deformacji o charakterze ciągłym. Deformacje te przejawiają się powstawaniem na powierzchni terenu tzw. niecki osiadania i jej pochodnych (tzw. wskaźniki deformacji). W pracy zajmowano się zagadnieniami związanymi z prognozowaniem osiadania powierzchni terenu, a dokładniej predykcją chwilowych wartości tego wskaźnika deformacji.

Tematyka ta jest przedmiotem badań od dawna, gdyż pierwsze pomiary poeksploatacyjnych wskaźników deformacji wraz z ich analizą prowadzono w belgijskim mieście Liege już w początkach ubiegłego stulecia. Intensywny rozwój górnictwa węglowego, jaki nastąpił w XX stuleciu, a szczególnie prowadzenie eksploatacji pod terenami zurbanizowanymi, spowodował konieczność przeciwdziałania powstawaniu szkód górniczych. W pierwszej kolejności wymagało to opracowania metod służących prognozowaniu wielkości poeksploatacyjnych deformacji powierzchni terenu. Pierwsze próby opisu mechanizmu deformacji górotworu mogą się obecnie wydawać zbyt uproszczone lub nawet fałszywe, lecz niektóre z nich przynajmniej w pewnym stopniu trafnie oddają jego istotę (np. teoria Rzihy). Najczęściej przedmiotem zainteresowania inżynierów i naukowców było przedstawienie formuł matematycznych pozwalających na obliczanie spodziewanych wartości deformacji górotworu w tzw. stanie ustalonym, a więc finalnym, jaki występuje po ustaniu ruchów masywu skalnego. Prognozowaniem chwilowych wartości wskaźników deformacji zajmowano się rzadziej, a pierwsze prace o walorach użytkowych dotyczące tej tematyki powstały w Niemczech w latach trzydziestych.

Modele matematyczne opisujące ustaloną fazę procesu deformacji można podzielić na cztery grupy:

- **grupa pierwsza** obejmująca rozwiązania bazujące na formułach empirycznych, często bardzo prostych, bez podparcia ich w dostatecznym stopniu uzasadnieniem choćby tylko dedukcyjnym. Do grupy tej zaliczono wyniki prac pionierów badań w tej dziedzinie (G. Dumont, J. Gonot, P. Leontowski)[66],
- **grupa druga** obejmująca tzw. teorie geometryczno-całkowe, w których przyjęto założenie natury geometrycznej, że ruch górotworu przebiega w kierunku wybranej objętości złoża. Zakładano tzw. "funkcje wpływów" opisujące oddziaływanie eksploatacji złoża o elementarnej objętości na przemieszczenie pionowe wyróżnionego punktu górotworu. Korzystając z zasady superpozycji obliczano wartość obniżen jako proporcjonalną do całki z funkcji wpływów. Jako obszar całkowania przyjmowano rzut wybieranej powierzchni pokładu na płaszczyznę poziomą. Zaliczyć tu można prace m. in.: H. Keinhorsta [20], R. Balsa [1], H. Fläschenträgera [12], S. Knothego [24], T. Kochmańskiego [26] i innych,
- **grupa trzecia** to prace oparte na teorii mechaniki ośrodka ciągłego. Górotwór traktowany jest jako ośrodek reologiczny, a wartości naprężeń i odkształceń oblicza się rozwiązując układ równań różniczkowych równowagi dynamicznej i równań stanu przy założeniu odpowiednich warunków brzegowych i początkowych. Wymienić tu można prace: A. Sałustowicza [47], J. Litwiniszyna [30] i innych,
- **grupa czwarta** obejmuje prace, w których założono, że górotwór w sąsiedztwie eksploatacyjnych wyrobisk górniczych tworzy makrogruzowisko. Opierając się na powyższym założeniu, J. Litwiniszyn opracował model górotworu zwany teorią ośrodka stochastycznego. Górotwór w wyniku eksploatacji złoża podlega procesom losowym, w tym przemieszczeniom. Najbardziej znane są w tym zakresie prace [44]: J. Litwiniszyna, H. Smolarskiego, J. Mączyńskiego.

Niektóre z rozwiązań można traktować jako pośrednie pomiędzy poszczególnymi grupami, wymienić tu można prace: B. Drzęzli [66], M. Chudka, L. Stefańskiego [6]. Przyczyniły się one do uściślenia prognoz deformacji górotworu, podobnie jak praca D. Krzysztoń [30] dotycząca określenia zmienności promienia zasięgu wpływów w górotworze na podstawie badań wykonanych na modelach sypkich.

W Polsce największe zastosowanie znalazły teorie geometryczno-całkowe, a zwłaszcza Kochmańskiego i Knothego. Długi okres stosowania zwłaszcza teorii Knothego spowodował, że mimo ogromnej przydatności praktycznej i wielu zalet starano się przybliżyć w jeszcze większym stopniu wyniki prognoz do rezultatów pomiarów. Niektóre z prac zmierzały do budowy modeli uwzględniających asymetryczny przebieg krzywych deformacji. Wśród nich wymienić można prace: B. Dżegniuka [10], K. Grenia [16], J. Białka [3], czy też najpełniejszy opis podany przez J. Zycha [64]. Wszystkie powyższe rozwiązania mieszczą się w klasie teorii geometryczno-całkowych.

Z konieczności skrócony przegląd literatury wskazuje, że zagadnieniami związanymi z prognozowaniem chwilowych wartości wskaźników deformacji zajmowano się w mniejszym stopniu. Modele opisujące nieustaloną fazę deformacji podzielono na następujące grupy [43]:

- **model stały**, w którym zakłada się, że jego parametry posiadają stałe wartości, a więc są niezależne od czasu trwania procesu deformacji,
- **model adaptacyjny**, który charakteryzuje się tym, że jego parametry zależą od czasu trwania procesu deformacji.

W zależności od sposobu uwzględniania czasu trwania procesu można wyróżnić dodatkowo modele: **dyskretny i ciągły**.

Przegląd literatury dotyczącej powyższych zagadnień przedstawiono w rozdziale 2 niniejszej pracy. Z materiału przedstawionego w rozdziale wynika, że wiele prac autorów polskich inspirował model S. Knothego, w którym założono, że prędkość osiadania punktu położonego nad eksploatacją jest proporcjonalna do różnicy osiadania końcowego punktu i wartości chwilowej osiadania. Jak na to wskazano w rozdziale 2, model ten ma pewną nieadekwatność fizyczną (maksymalna wartość prędkości osiadania występuje w chwili początkowej procesu). Ponadto w ostatnich latach radykalnie zmieniły się warunki górniczo-geologiczne eksploatacji (głębokość, prędkość postępu frontu). Fakty te uzasadniają prowadzenie dalszych poszukiwań opisów matematycznych procesu deformacji z uwzględnieniem zmiennej czasowej. Praca niniejsza dotyczy zatem zagadnienia ważnego w świetle aktualnych uwarunkowań polskiego górnictwa.

Analizy wyników pomiarów geodezyjnych, wyniki prac własnych [55] i innych autorów [41, 43] wskazują na fakt, że stosując do opisu fazy nieustalonej procesu

deformacji modele stałe można uzyskiwać jedynie ograniczoną zgodność ilościową wyników opisu analitycznego z rezultatami pomiarów geodezyjnych. Nasuwa to spostrzeżenie, że w celu podniesienia jakości prognozowania deformacji górotworu w stanie nieustalonym można założyć zmienność parametrów członu czasowego formuły opisującej stan nieustalony. W niniejszej pracy oparto się na modelu dedukcyjnym S. Knothe'go z uwagi na uzasadnienie logiczne i dotychczasowe powszechne zastosowanie w praktyce. Wskazano na tkwiące w tym rozwiązaniu potencjalne możliwości podniesienia jakości prognoz deformacji w zmieniających się warunkach prowadzenia robót górniczych, budując w rezultacie nowy pod względem formalnym model. W modelu tym uzmienniono parametr  $c$ : w pierwszej kolejności od współrzędnej czasowej  $t$  -  $c(t)$ , a następnie od współrzędnych przestrzennych -  $x$  i współrzędnej czasowej -  $c(t;x)$ . Poczynienie powyższych założeń spowodowało konieczność przeprowadzenia odpowiednich analiz istnienia rozwiązań równań różniczkowych oraz zagadnienia brzegu obszaru deformacji. Prezentowane w pracy modele opisu deformacji w stanie nieustalonym poddano weryfikacji otrzymując dobrą zgodność wyników obliczeń z rezultatami odpowiednich pomiarów geodezyjnych. Dokonanie powyższych obliczeń pozwoliło na zbadanie zmienności parametru  $c$  w rozpatrywanych warunkach geologiczno-górnich. Zanalizowano również przebieg prędkości osiadania punktów na powierzchni terenu w sensie adekwatności fizycznej.

## 2. DOTYCHCZASOWE WYNIKI BADAŃ W ZAKRESIE OPISU OSIADAŃ CHWILOWYCH

Metody prognozowania chwilowych wartości osiadania powierzchni terenu w obszarze objętym wpływami eksploatacji górniczej oparte są z reguły na dwóch koncepcjach [43]:

- koncepcja **pierwsza** obejmuje rozwiązania, w których zakłada się stałość parametrów modelu. Istotną cechą powyższych rozwiązań jest zatem niezależność parametrów od czasu trwania zjawiska,
- koncepcja **druga** zakłada zmienność parametrów modelu w czasie. Jest to tzw. model adaptacyjny, który jak na to wskazują analizy wyników pomiarów geodezyjnych, jest bardziej przydatny do określania prognoz o krótkim horyzoncie czasu predykcji.

W obu grupach - jak już wspomniano - wyróżnić można modele dyskretne i ciągłe. Model dyskretny cechuje dyskretna reprezentacja czasu, co jest wygodne ze względów formalnych i obliczeniowych, jak również koresponduje ze sposobem prowadzenia obserwacji geodezyjnych. W modelu ciągłym zakłada się continuum zmiennej czasowej, co bardziej przystaje do uwarunkowań technologicznych wybierania złoża. Tym samym wielkość obniżenia końcowego jest funkcją zmiennych ( $t$ ;  $x$ ), co wprowadza komplikuje procedury obliczeniowe, lecz jest formalnie bardziej prawidłowe.

Poniżej przedstawiono bardzo skrótowo przegląd metod prognozowania przemieszczeń pionowych w stanie nieustalonym i wyników badań w tym zakresie począwszy od pierwszych prac aż do najnowszych.

Jedną z pierwszych prac nad prognozowaniem chwilowych wartości osiadań powierzchni terenu prowadził H. Keinhorst [21]. Podał on (1928 r.) wzór umożliwiający obliczanie wartości osiadania w danej chwili czasowej:

$$w = a \cdot g \cdot f \cdot z \quad (2.1)$$

gdzie:

$w$  - osiadanie,

$a$  - współczynnik kierowania stropem,

$g$  - grubość pokładu,

$f$  - stosunek wielkości wybranej powierzchni złoża (w granicach obszaru objętego wpływami) do całkowitej powierzchni obszaru objętego wpływami,

$z$  - współczynnik czasu.

H. Keinhorst wspólnie z F. Kampem (1925) [20] podali definicję czynnika czasu, co z grubsza można przedstawić następująco: "Czynnik czasu to liczba będąca miarą osiadania dla określenia położenia punktu w czasie wyrażona w procentach."

R. Bals (1931-1932) [1] prowadził badania nad wpływem czynnika czasu na przebieg osiadania wywołanego eksploatacją z podsadzką hydrauliczną i sformułował wniosek, że proces osiadania terenu trwa w tym przypadku dłużej niż przy eksploatacji zawalowej.

O. Niemczyk (1938-1949) stwierdził zależność między czasem ujawniania się wpływów a prędkością prowadzenia eksploatacji i budową górotworu oraz sposobem kierowania stropem [33,34,35].

F. Perz [37,38] opublikował (1942, 1948) wzór na wartość osiadania w zależności od czasu:

$$w_{dyn} = \int_0^l z \cdot s' \cdot dx \quad (2.2)$$

gdzie:

$w_{dyn}$  - osiadanie dynamiczne,

$z$  - współczynnik czasu,

$l$  - szerokość wyeksploatowanej przestrzeni jako funkcja położenia,

$s'$  - wartość maksymalnego nachylenia w nieustalonej niecce osiadania.

Wartość współczynnika  $z$  oraz wielkość  $s'$  określa się graficznie z wykresów w zależności od rozmiarów dokonanej eksploatacji dla różnych położenia punktu, w którym dokonuje się obliczeń.

Wardell (1953) [59] rozumie przez czynnik czasu całkowity czas ujawniania się wpływów eksploatacji.

St. Knothe (1953 r.) [23] założył, że prędkość osiadania punktu leżącego nad eksploatacją jest proporcjonalna do różnicy wartości osiadania końcowego punktu i wartości osiadania punktu w chwili  $t$  - co ujmuje zależność (2.3):

$$\frac{dw}{dt} = c(w_k - w(t)) \quad (2.3)$$

Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe, przy założeniu  $w_k = \text{const}$  (model dyskretny) i  $w(t=0)=0$ , otrzymuje się:

$$w(t) = w_k(1 - \exp(-ct)) \quad (2.4)$$

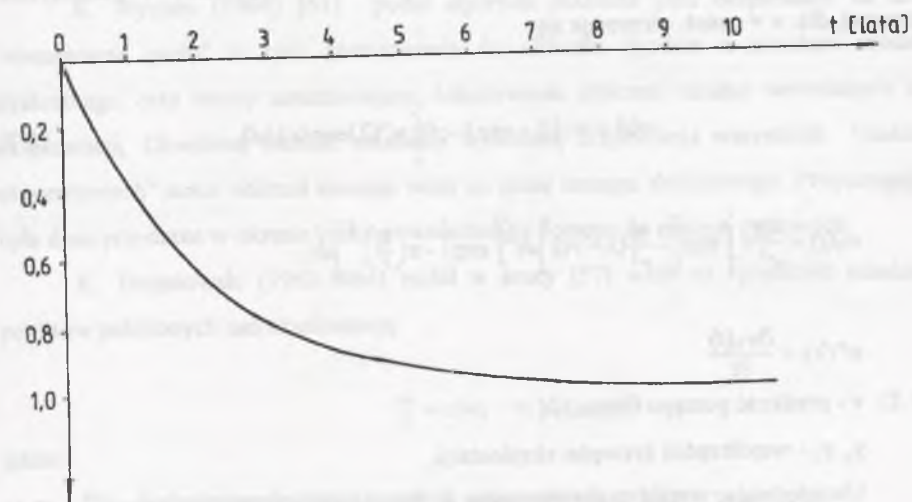
gdzie:

$w_k$  - wartość końcowa (asymptotyczna) osiadania,

$w(t)$  - wartość osiadania w czasie  $t$ ,

$c$  - współczynnik prędkości osiadania.

Zależność (2.4) obrazuje rys. 2.1.



Rys. 2.1. Przebieg osiadania punktu wg równania (2.4)

Fig. 2.1. Point subsidence course according to equation (2.4)

Otóż różniczkując równanie (2.4) względem czasu otrzymuje się wyrażenie określające prędkość osiadania punktu:



$$\frac{dw(t)}{dt} = c \cdot w_k \cdot \exp(-c \cdot t) \quad (2.5)$$

Dla czasu  $t \rightarrow 0^+$  prędkość osiadania dąży do wartości równej  $c \cdot w_k$ . Wynika stąd, że **maksymalna** prędkość osiadania punktu występuje w chwili początkowej procesu deformacji, co nie jest zgodne ze stanem faktycznym. Ponadto czas eksploatacji pewnej partii pokładu nie jest równy zero, co założono rozwiązując równanie.

Przyjmując, że wartość  $w_k$  zmienia się wraz z postępowaniem frontu eksploatacyjnego, wzór (2.3) przyjmie postać:

$$\frac{dw}{dt} = c[w_k(t) - w(t)] \quad (2.6)$$

Rozwiązując równanie (2.6) dla płaskiego stanu odkształceń w płaszczyźnie pionowej, dla  $v = \text{const}$  otrzymuje się:

$$w(t) = w_k(t) - \exp(-ct) \int_0^t w^*(\lambda) \exp(c\lambda) d\lambda \quad (2.7)$$

gdzie:

$$w_k(t) = \frac{ag}{r^2} v \int_0^t \exp\left[-\frac{\pi}{r^2}(x - vt)\right] d\tau \int_{y_1}^{y_2} \exp\left[-\pi\left(\frac{\eta}{r}\right)^2\right] d\eta$$

$$w^*(\lambda) = \frac{\partial w_k(t)}{\partial t}$$

$v$  - prędkość postępu frontu,

$y_1, y_2$  - współrzędne krawędzi eksploatacji,

Uwzględniając wyniki analiz pomiarów A. Sałustowicza rozbudował równanie (2.4) podając formułę ogólniejszą:

$$w_t = w_k(1 - g \cdot e^{-c(t-t_0)}) \quad (2.8)$$

gdzie:

$t_0$  - czas opóźnienia,

$g$  - stała, przy czym  $0 < g < 1$ .

J. Litwiniszyn (1953 r.) podał w pracy [31] propozycję obliczania przemieszczeń górotworu z uwzględnieniem czynnika czasu wykorzystując model ośrodka ciągłego, zastąpiony następnie ośrodkiem reologicznym. Przy takich założeniach wyprowadzono odpowiednie równania różniczkowe opisujące odkształcenia i naprężenia górotworu. Stosowanie praktyczne rozwiązania jest jednak dość trudne z uwagi na konieczność identyfikacji dużej ilości parametrów występujących we wzorach.

T. Kochmański (1959) w pracy [26] podał następujące równanie bazujące na rozwiązaniu Sałustowicza i Knothe'go:

$$w_t = w_k(1 - e^{-ct^\alpha}) \quad (2.9)$$

gdzie:

$$1 < \alpha < 2.$$

K. Wycisło (1964) [61] podał algorytm podziału pola eksploatacji na tzw. "elementarne paski" w celu zastosowania do obliczeń zgodnie z zasadami modelu dyskretnego oraz wzory umożliwiające dokonywanie obliczeń osiadań wywołanych ich eksploatacją. Chwilową wartość osiadania wywołaną eksploatacją wszystkich "pasków elementarnych" autor obliczał stosując wzór na sumę szeregu skończonego. Propozycja ta była dość przydatna w okresie braku powszechnego dostępu do maszyn cyfrowych.

K. Trojanowski (1963-1964) podał w pracy [57] wzór na prędkość osiadania punktów położonych nad eksploatacją:

$$\frac{dw}{dt} = c(w_k - w_t)f(t) \quad (2.10)$$

gdzie:

$f(t)$  - funkcja uwzględniająca czynnik czasu opisana wzorem:

$$f(t) = t^b - 1 \quad (2.11)$$

gdzie:

$b$  - parametr związany z głębokością w teorii T. Kochmańskiego,

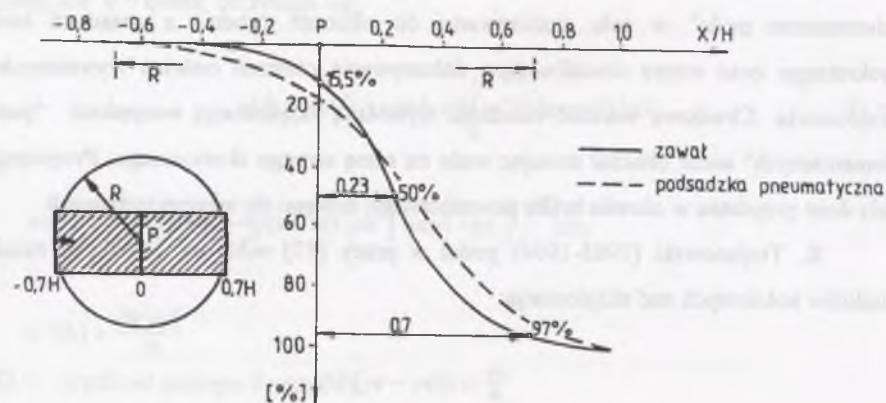
Osiadanie punktu w czasie  $t$  wyraża więc wzór:

$$w(t) = w_k(1 - e^{-\frac{ct^b}{b}}) \quad (2.12)$$

Gdy  $b = 2$ :

$$w(t) = w_k \left(1 - e^{-\frac{ct}{1}}\right) \quad (2.13)$$

H. Kratzsch [29] cytując za National Coal Board (1965) wyniki badań prowadzonych w Wielkiej Brytanii. Dla punktów położonych na powierzchni terenu nad wyeksploatowaną przestrzenią sporządzono wykresy w układzie  $(x, y)$ :  $x$  - stosunek odległości punktu od czoła ściany do głębokości eksploatacji,  $y$  - procentowa wartość osiadania. Rozpatrywano przy tym wpływ eksploatacji prowadzonej na głębokościach od 300 m do 600 m. Dla eksploatacji z zawałem stropu prawie we wszystkich przypadkach osiadanie osiągnęło wartość 15% osiadania końcowego, gdy front znajdował się pod punktem ( $x=0$ ). Połowa osiadań końcowych przypada w punkcie ( $x=0,23$ ) - rys. 2.2.



Rys. 2.2. Przebieg osiadań punktów wg pomiarów brytyjskich

Fig. 2.2. Points subsidence course under the British surveys

B. Skinderowicz (1971-1973) w pracach [50,51] podaje sposób obliczania współczynnika czasu  $c$  przyjmując przebieg osiadania punktu w czasie opisany funkcją

osiadań St. Knothego, a następnie wprowadza zmienny współczynnik kierowania stropem. Uzasadnia to istnieniem pola wspornikowego w rejonie krawędzi eksploatacji.

Z. Kowalczyk (1972) w pracy [27] proponuje funkcję (2.4) rozwijać w szereg. Podaje również wzór na obliczanie czasu potrzebnego do uspokojenia się ruchów górotworu. Wskaźniki deformacji w stanie nieustalonym proponuje obliczać wg zależności:

$$D_d = D_s \cdot f(t) \quad (2.14)$$

gdzie:

$D_d$  - wskaźnik w stanie nieustalonym,

$D_s$  - wskaźnik w stanie ustalonym,

$f(t)$  - funkcja czasu

$$f(t) = 1 - e^{-ct} = ct - \frac{c^2 t^2}{2} + \frac{c^3 t^3}{6}$$

K. Greń (1973) [15] wykorzystał do analizy czynnika czasu analog elektryczny złożony z elementów RC, pozwalający wyznaczać funkcję osiadania w czasie wg wzoru S. Knothego.

T. Lubina (1973) podaje w pracy [32] następujący wzór różniczkowy na osiadanie punktu w czasie:

$$dw(P, t) = a \cdot g \cdot f_1(t) \cdot f_2(\lambda, t) dP dt \quad (2.15)$$

gdzie:

$f_1$  - funkcja czasu o przebiegu zbliżonym do krzywej osiadania S. Knothego,

$dP$  - wyeksploatowany element powierzchni pokładu,

$f_2$  - funkcja wpływów T. Kochmańskiego.

Należy przy tym zwrócić uwagę, że w pracy [32] nie podano formuły całkowania zależności (2.15).

Autor stwierdza ponadto, że maksymalna prędkość osiadania występuje w czasie, gdy front eksploatacyjny zajmuje położenie za rozpatrywanym punktem. Zauważa ponadto, że parametr  $r_0$  jest zmienny w zależności od położenia punktu w stosunku do eksploatacji.

K. Pfläging [39] (1974) zauważa różnice w kształcie krzywych osiadania punktów w czasie w zależności od prędkości postępu frontu eksploatacyjnego.

A. Sauer (1975) [48] sporządził diagramy wiążące maksymalną prędkość osiadania z prędkością postępu frontu i głębokością eksploatacji.

K. P. Gilles (1978) [13] podaje zależność:

$$w(t) = w_k \cdot z \quad (2.16)$$

gdzie:

$z$  - współczynnik czasu,

inne oznaczenia jak we wzorach poprzednich.

Propozycja ta nie wnosi w zasadzie nic nowego do dotychczasowych rozwiązań.

Przytacza również przykłady różnych przebiegów osiadań punktów w czasie w zależności od położenia punktów względem eksploatacji. Podobne wykresy przedstawia również H. Kratzsch [29].

W. Piwowarski (1977) [41] zaproponował adaptacyjny model opis deformacji górotworu w stanie nieustalonym. Przekształcenie pozwalające obliczać wartość chwilową osiadania na podstawie znajomości wartości asymptotycznej ma postać:

$$B = 1 - e^{\gamma t} + z_j \quad (2.17)$$

gdzie:

$\gamma$  - parametr,

$i$  - wskaźnik chwili czasu (dyskretny podział czasu),

$z_j$  - składnik reprezentujący wpływ zakłóceń związanych z zaburzeniami górotworu w chwili wyjściowej.

Osiadanie chwilowe oblicza się zatem w notacji dla modelu dyskretnego zgodnie z zależnością:

$$w(i \cdot T) = w_i^k \cdot (1 - e^{\gamma i} + z_j) \quad (2.18)$$

Autor założył, że parametry modelu są stałe w kolejnych przedziałach czasu. Parametry te są cyklicznie identyfikowane na podstawie wyników pomiarów, a znając tendencję ich zmienności, można uściślać ich wartości dla celów właściwej prognozy. Autor

określił także optymalną ze względu na identyfikację parametrów ilość pomiarów oraz przedział czasu pomiędzy pomiarami.

B. Dzegniuk, J. Pielok, A. Sroka (1980) w pracy [11] podali wzór na osiadania punktów w kolejnych fazach eksploatacji, sprowadzający się do uwzględniania w obliczeniach przesuniętego pola eksploatacji - co stanowi przystosowanie formuły (2.6) do odpowiedniej procedury obliczeniowej.

W byłym ZSRR [45] opublikowano (1984) wyniki badań prowadzonych nad wpływem czasu na deformacje terenu. Czas procesu osiadania proponuje się obliczać z zależności empirycznej:

$$T = 1.2 \cdot \frac{H}{v} \quad (2.19)$$

gdzie:

$H$  - głębokość eksploatacji,

$v$  - prędkość postępu frontu eksploatacyjnego.

Podstawowe wskaźniki deformacji oblicza się mnożąc ich wartości ustalone przez stabilizowane współczynniki zależne od czasu. Badania radzieckie potwierdzają spostrzeżenia brytyjskie i niemieckie, gdyż wykazują, że w chwili, gdy front znajduje się pod punktem obserwacyjnym, jego osiadanie wynosi 14% osiadania końcowego.

A. Sroka, F. Schober, T. Sroka [52] przeprowadzili (1985) rozważania dotyczące zmienności współczynnika kierowania stropem  $a$  w zależności od odległości od stropu pokładu z uwzględnieniem zwiększania się objętości skał w strefie zawału. Zmiany objętości niecki osiadania w czasie wykorzystano do podania równania przemieszczeń pionowych punktów, uzyskując zgodność z rozwiązaniem J. Litwiniszyna.

W. Piwowarski [42] zaproponował (1989) nowy opis przemieszczeń pionowych w stanie nieustalonym, formułując odpowiednie równania różniczkowe paraboliczne stosowane w zagadnieniu dyfuzji. Jest to jedyna propozycja opisująca zjawisko w przestrzeni czterowymiarowej. Najistotniejszym w pracy [42] równaniem, którego dotyczyła weryfikacja na podstawie wyników pomiarów, była formuła:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \cdot \Delta w + B \cdot \frac{\partial w}{\partial x_2} \quad (2.20)$$

gdzie:

$D$  - współczynnik związany z dyfuzją masy,

$\Delta$  - operator Laplace'a,

$B \frac{\partial w}{\partial x_2}$  - tzw. prąd procesu.

Z. Rogusz i M. Kołodziej (1989) w pracy [46] podali uzyskane na podstawie badań statystycznych zależności między prędkością postępu eksploatacji a maksymalną prędkością osiadania punktów. Otrzymano m. in. zależność:

$$v_o = \frac{v_p}{0.01847 + 0.00077H} \quad (2.21)$$

gdzie:

$v_o$  - maksymalna prędkość osiadania punktu na powierzchni terenu,

$v_p$  - prędkość postępu frontu,

$H$  - głębokość eksploatacji.

M. Chudek, L. Stefański [6] (1990) podali wzory umożliwiające obliczanie niestalonych wskaźników deformacji oraz prędkości osiadania punktu  $v_z$ :

$$v_z = v \cdot w_{\max} \sqrt{\frac{\gamma_{sr}}{HR_{rs}}} \exp\left(\frac{-\pi x^2 \gamma_{sr}}{HR_{rs}}\right) \quad (2.22)$$

gdzie:

$v$  - prędkość postępu frontu,

$\gamma_{sr}$  - średnia ważona ciężaru objętościowego skał budujących górotwór od stropu pokładu do powierzchni terenu,

$R_{rs}$  - średnia ważona wytrzymałości na rozciąganie skał budujących górotwór od stropu pokładu do powierzchni terenu,

$H$  - głębokość eksploatacji.

Wzór (2.22) stanowi próbę skojarzenia osiadania punktów górotworu z własnościami mechanicznymi ośrodka.

J. Białek [3] (1991) podał następujący wzór określający prędkość osiadania punktu położonego nad eksploatacją:

$$\frac{dw(t)}{dt} = [c_1 - c_2 \frac{dw(t)}{dt}] \cdot [w_k(t) - w(t)] \quad (2.23)$$

gdzie:

$c_1$  [1/rok],  $c_2$  [1/m] - współczynniki

Postać wzoru (2.23) jest dość niekonwencjonalna w rozumieniu analizy wymiarowej.

B. Drzęźła [7] (1992) zaproponował uwzględnianie różnic w prędkościach rozchodzenia się wpływów w kierunkach poziomym i pionowym w górotworze przez określenie współczynnika czasu  $c$  zależnością:

$$\frac{1}{c} = \sqrt{\left(\frac{\alpha - \alpha_o}{v_1}\right)^2 + \left(\frac{\beta - \beta_o}{v_2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma - \gamma_o}{v_3}\right)^2} \quad (2.24)$$

gdzie:

$\alpha, \beta, \gamma$  - współrzędne rozpatrywanego punktu górotworu, w układzie, którego osie pokrywają się z osiami elipsoidy zmian parametru  $c$ ,

$\alpha_o, \beta_o, \gamma_o$  - współrzędne elementu eksploatacji,

$v_1, v_2, v_3$  - parametry określające prędkość zmian parametru  $c$  w miarę oddalania się od elementu wyeksploatowanego pokładu.

Związek (2.24) jest trudny do zweryfikowania na podstawie wyników pomiarów. Wynika to zarówno z trudności wyznaczenia prędkości w trzech prostopadłych kierunkach, jak też z faktu braku wyników pomiaru składowych pola przemieszczeń w górotworze.

Następnie Autor [7] z uwagi na dużą ilość parametrów we wzorze (2.24) zaproponował inny wzór, nie uwzględniający zmian prędkości rozchodzenia się wpływów w zależności od wybranego kierunku w płaszczyźnie poziomej:

$$c = \frac{v_z}{\sqrt{\alpha^2 R^2 + z^2}} \quad (2.25)$$

gdzie:

$v_z$  - parametr określający prędkość zmian parametru  $c$  w kierunku pionowym,

$\alpha$  - stosunek prędkości zmian parametru  $c$  w kierunkach pionowym i poziomym,

$R$  - odległość punktu od elementu eksploatowanego dV.

Z kolei w pracy (1995) [54] wzorując się na analogii opisu stanu nieustalonego układów elektrycznych, adaptowano wzór wyrażający przebieg ładowania kondensatora prądem stałym w obwodzie elektrycznym będącym złożeniem dwóch czwórników RC do obliczania osiadań w fazie nieustalonej. Stosując ten wzór do obliczania osiadań chwilowych (wzorując się na analogu elektrycznym K. Grenia) autor podjął próbę zróżnicowania w ten sposób wpływu własności skał karbońskich i nadległych skał młodszych na przebieg procesu deformacji.

Zamieszczony w niniejszym rozdziale przegląd literaturowy pokazuje również, jak wiele czynników wpływa na przebieg deformacji powierzchni terenu w czasie. W brytyjskiej monografii Whittakera i Reddish'a z 1989 r. [60] autorzy zaliczają do tych czynników:

- odległość punktu od frontu eksploatacyjnego,
- stopień zruszenia górotworu robotami górniczymi,
- budowę geologiczną górotworu,
- prędkość postępu frontu eksploatacyjnego,
- grubość nadkładu warstw młodszych,
- system kierowania stropem,
- rodzaj materiału podsadzkiowego,
- występowanie naturalnych pustek i kawern w górotworze,
- objętość wyeksploatowanego złoża
- zmianę stosunków wodnych w górotworze.

Przegląd znanych z literatury rozwiązań w zakresie prognozowania wartości chwilowych poeksploatacyjnych deformacji powierzchni terenu wskazuje, że znacząca ilość prac, szczególnie autorów polskich, wywodzi się z koncepcji S. Knothego [23,24]. Wymienić tu można przykładowo prace: A. Sałustowicza [47], T. Kochmańskiego [26]. Świadczy to, jak już zauważono wcześniej, o dużej przydatności praktycznej tego rozwiązania. Można tu także zauważyć, że jedną z niewielu prac poświęconych zgodności powyższego rozwiązania z wynikami pomiarów geodezyjnych jest praca własna autora [55]. W pracy tej poddano analizie wyniki pomiarów geodezyjnych prowadzonych na siedmiu liniach obserwacyjnych, zlokalizowanych nad eksploatacją dokonywaną na głębokościach od 60 m do 500 m, przy czym średnia prędkość postępu frontu zmieniała się w przedziale od 1.4 m/dobę do 5.5 m/dobę. Podstawowym wnioskiem z przeprowadzonej

analizy było stwierdzenie, że wartości współczynnika prędkości osiadania wyznaczone w kolejnych cyklach są zmienne. Stwierdzono prawidłowość, że w początkowej fazie tworzenia się niecki osiadania wartości  $c$  były mniejsze i rosły w miarę rozwoju eksploatacji, a następnie ustalały się na pewnym poziomie. Oznacza to, że proces osiadania przebiega w początkowej fazie wolniej, co jest intuicyjnie wytłumaczalne, gdyż deformowanie się górotworu zruszonego eksploatacją przebiegać powinno szybciej niż górotworu o nieprzerwanej lokalnie ciągłości warstw. Potwierdzają to również cytowane wcześniej prace M. Chudka [5,6], z których wynika, że prędkość osiadania związana jest z wytrzymałością skał. Znajduje to także swoje potwierdzenie w pracach z lat 60., w których wprowadzano do równania (2.5) tzw. funkcję czasu, celem przybliżenia wyników obliczeń do rezultatów pomiarów geodezyjnych (np.: prace K. Trojanowskiego [57] i T. Lubiny [32]. Z prac brytyjskich [60], a także prac T. Lubiny wynika, że przebieg deformacji w czasie zależy od lokalizacji punktu w stosunku do eksploatowanego pola pokładu.

Reasumując należy stwierdzić, że model opisujący przebieg osiadania w czasie zaproponowany przez S. Knothego opracowany został w wyniku analiz rezultatów pomiarów geodezyjnych prowadzonych przed ponad czterdziestu laty. Od tego czasu wskutek mechanizacji i automatyzacji prac wydobywczych zwiększyły się prędkości postępu frontu. Ponadto wzrosła głębokość eksploatacji, a górotwór wskutek wielokrotnej eksploatacji uległ zruszeniu. Mając na uwadze aktualne uwarunkowania prowadzenia robót górniczych oraz podane wcześniej względy, celowe wydaje się prowadzenie dalszych badań zmierzających do poprawy jakości opisu osiadań chwilowych.

### 3. TEZA, CEL I ZAKRES PRACY

Bogata literatura dotycząca omawianego w pracy zagadnienia, a także wyniki badań, w tym również własnych, opisane i skomentowane w rozdziale 2 niniejszej pracy upoważniają do postawienia następującej tezy:

**Parametr opisujący kinematykę procesu deformacji górotworu w konkretnych warunkach geologiczno-górnictwowych zależy od współrzędnych przestrzennych rozpatrywanego punktu oraz od współrzędnej czasowej.**

Celem pracy było więc zbudowanie odpowiedniego modelu uwzględniającego wymienione uwarunkowania.

Wobec powyższego parametr opisujący kinematykę procesu deformacji nie może mieć wartości stałej, lecz musi być funkcją współrzędnych punktu (punkt w czasoprzestrzeni ma trzy współrzędne położenia oraz współrzędną czasową). W przypadku rozpatrywania punktu położonego na powierzchni terenu wartość współrzędnej  $z$  jest stała, a zatem proces deformacji rozpatrywać można w przestrzeni  $R^2 \times R^1$ , a nie w przestrzeni  $R^3 \times R^1$ . Co prawda w pracach znanych z literatury uwzględniano zmienność tego parametru zarówno od współrzędnych przestrzennych, jak i współrzędnej czasowej, lecz nie zakładano jednoczesnej zmienności. Analizy wskazują natomiast na konieczność jednoczesnego uwzględniania zmienności parametru w przestrzeni  $R^3 \times R^1$  (lub w przypadku rozpatrywania punktu położonego na powierzchni terenu w przestrzeni  $R^2 \times R^1$ ).

Prezentowane w poprzednim rozdziale wyniki badań świadczą o wpływie wielu czynników na przebieg procesu deformacji. Najważniejszymi z nich obok wymienionych w tezie są:

- budowa i własności górotworu,
- prędkość postępu frontu eksploatacyjnego.

Budowę modelu uwzględniającego wpływ wszystkich lub prawie wszystkich czynników na przebieg procesu deformacji w czasie muszą poprzedzić analizy modeli uproszczonych. Jest tak ze względu na ogromną trudność badania zjawisk zachodzących w górotworze. Przedstawiony w pracy model, jest jak się wydaje, kolejnym krokiem na

drodze przybliżania modeli opisującego przebieg deformacji w czasie do wyników obserwacji.

Dlatego też w pracy ograniczono się do przeprowadzenia badań nad wskazanymi w tezie czynnikami w odniesieniu do zróżnicowanych warunków geologiczno-górnictwowych prowadzonej eksploatacji. Zaprezentowany w pracy model bazuje na rozwiązaniu S. Knothego - najczęściej stosowanym i będącym, jak to wynika z rozdziału 2 pracy, ogólniejszą formą większości innych modeli opracowanych w Polsce.

Tak rozumiany cel pracy implikuje zakres rozważań, który można przedstawić następująco:

- *charakterystyka odpowiednich pomiarów geodezyjnych*, których wyniki wykorzystano w pracy oraz dane o warunkach geologiczno-górnictwowych dokonanej eksploatacji,
- *opis modelu z nieliniowym członem* opisującym kinematykę procesu deformacji wraz z weryfikacją,
- *opis procesu we współrzędnych przestrzennych i współrzędnej czasowej* wraz z weryfikacją na bazie wyników pomiarów,
- *wnioski* wynikające z przeprowadzonych rozważań i analiz.

#### 4. PODSTAWOWE DANE NA TEMAT POMIARÓW, KTÓRYCH WYNIKI ANALIZOWANO W NINIEJSZEJ PRACY, ORAZ DOKONANEJ EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ

Dla celów analizy procesu deformacji w stanie nieustalonym skorzystano z wyników pomiarów prowadzonych na następujących liniach obserwacyjnych:

- 4a z terenu KWK "Jan Kanty",
- B - L z terenu KWK "Dębieńsko",
- 1 z terenu KWK "Czeczott".

Poniżej podano podstawowe informacje na temat prowadzonych pomiarów geodezyjnych oraz warunków geologiczno-górnich prowadzonej eksploatacji.

##### 4.1. Linia 4a z terenu KWK "Jan Kanty"

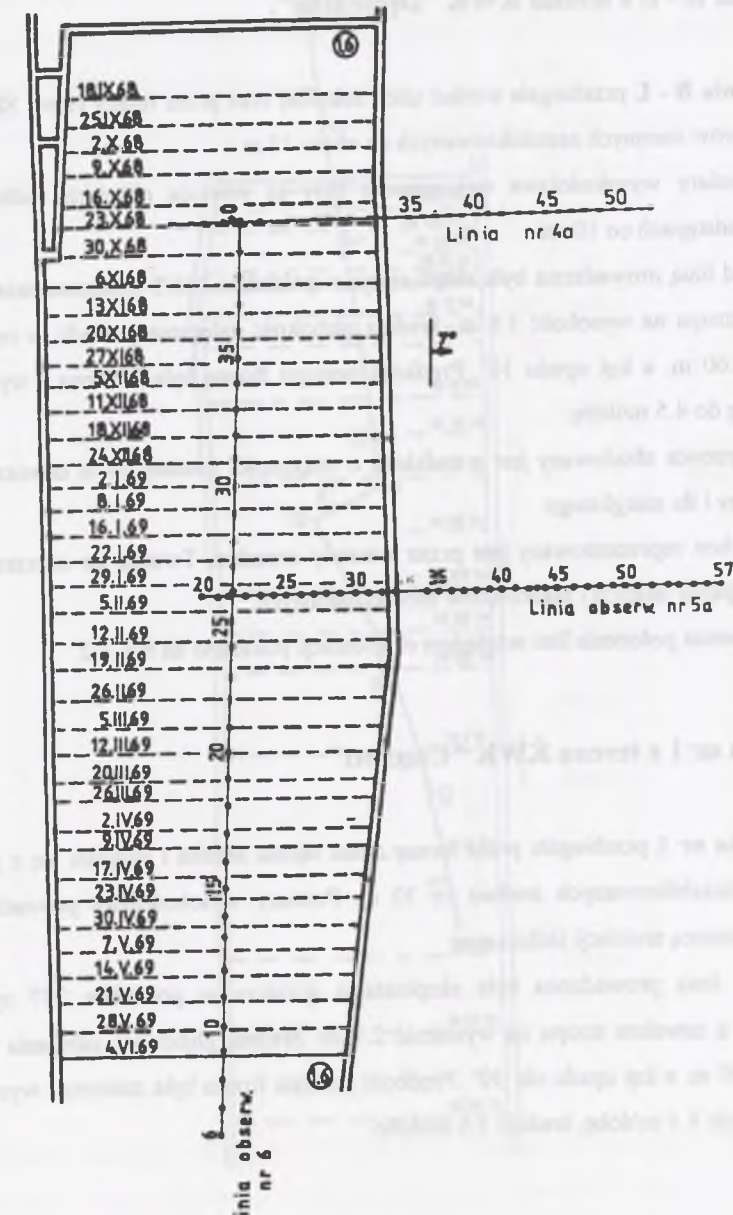
**Linia 4a** zlokalizowana była na powierzchni terenu w rejonie miejscowości Jęzor.

Linia składała się z punktów ziemnych zastabilizowanych średnio co 5 m. Pomiary wykonywano w odstępach 7 dni za pomocą niwelacji precyzyjnej II klasy.

Pod linią obserwacyjną prowadzono eksploatację górnica w pokładzie 324/1 na głębokości od 64 m do 84 m. Eksploatacja prowadzona była z zawałem stropu na wysokość 1.6 m. Prędkość postępu frontu była stała i wynosiła 1.4 m/dobę.

Górotwór zbudowany jest z nadkładu o miąższości 5 m utworzonego z warstwy piasku oraz z warstw karbonu złożonego z naprzemianległych warstw łupków piaszczystych, piaskowców i łupków ilastych. Kąt upadu pokładu wynosił ok. 7°.

Schemat lokalizacji linii względem dokonanej eksploatacji pokazano na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Schemat lokalizacji linii 4a względem dokonanej eksploatacji  
Fig. 4.1. Localization diagram for line 4a in relation to the achieved mining works

#### 4.2. Linia B - L z terenu KWK "Dębieńsko".

Linia B - L przebiegała wzdłuż ulicy Szkolnej oraz przez tereny rolne. Składała się ona z reperów ziemnych zastabilizowanych co około 15 m.

Pomiary wysokościowe wykonywane były za pomocą niwelacji technicznej w średnich odstępach co 10 dni.

Pod linią prowadzona była eksploatacja w pokładzie 326/5 systemem ścianowym z zawalem stropu na wysokość 1.6 m. Średnia głębokość zalegania pokładu w rejonie linii wynosiła 160 m, a kąt upadu  $10^\circ$ . Prędkość postępu frontu była zmienna i wynosiła od 1.5 m/dobę do 4.5 m/dobę.

Górotwór zbudowany jest z nadkładu o miąższości średniej 55 m utworzonego z piasku, gliny i iłu marglistego.

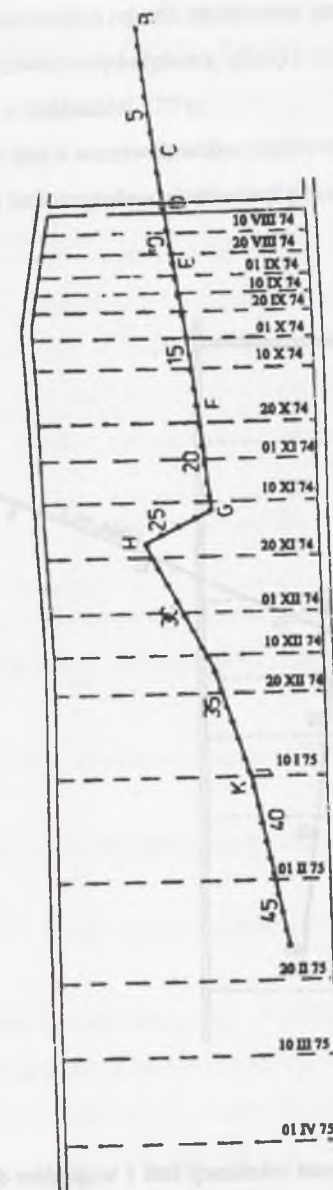
Karbon reprezentowany jest przez warstwy orzeskie. Tworzą go naprzemianległe warstwy łupków ilastych i piaskowców drobnoziarnistych.

Schemat położenia linii względem eksploatacji pokazano na rys. 4.2.

#### 4.3. Linia nr 1 z terenu KWK "Czeczott"

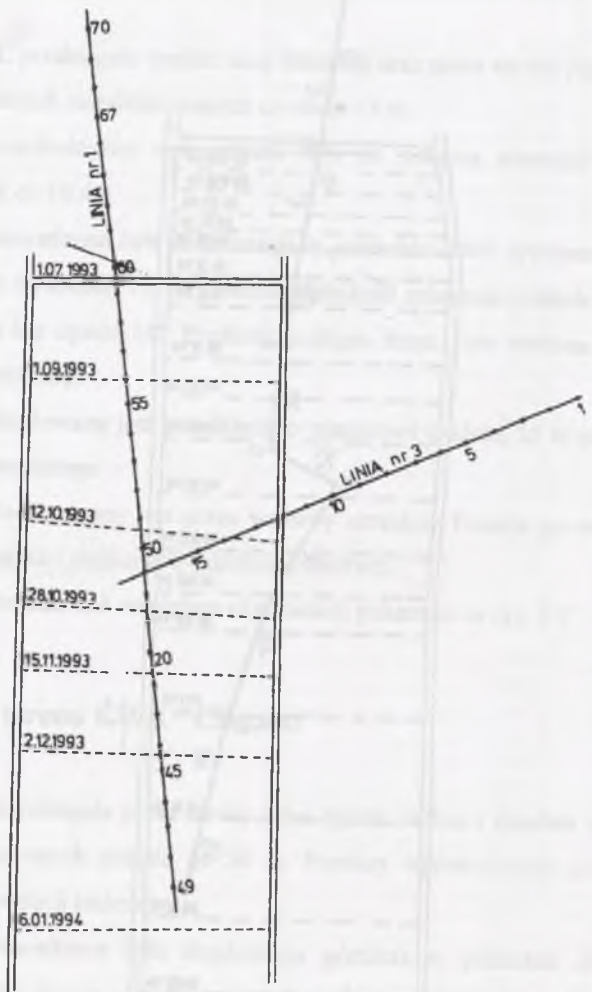
Linia nr 1 przebiegała przez tereny rolne rejonu Jedlina i składała się z punktów ziemnych zastabilizowanych średnio co 30 m. Pomiary wysokościowe prowadzono co 14 dni za pomocą niwelacji technicznej.

Pod linią prowadzona była eksploatacja górnicza w pokładzie 207 systemem ścianowym z zawalem stropu na wysokość 2.7 m. Średnia głębokość zalegania pokładu wynosiła 500 m, a kąt upadu ok.  $10^\circ$ . Prędkość postępu frontu była zmienna i wynosiła od 1.5 m/dobę do 5.5 m/dobę, średnio 3.5 m/dobę.



Rys. 4.2. Schemat lokalizacji linii B - L względem dokonanej eksploatacji  
 Fig. 4.2. Localization diagram for line B - L in relation to the achieved mining works





Rys. 4.3. Uproszczony schemat lokalizacji linii 1 względem dokonanej eksploatacji  
 Fig. 4.3. Simplify localization diagram for line 1 in relation to the achieved mining works

Górotwór w rozpatrywanym rejonie zbudowany jest z warstw nadkładu i karbonu. Nadkład tworzą warstwy czwartorzędu (piasek, glina) o miąższości ok. 15 m oraz warstwy trzeciorzęd (iły i łowce) o miąższości 170 m.

Karbon zbudowany jest z warstw łowców, mułowców i piaskowców.

Schemat położenia linii względem eksploatacji pokazano na rys. 4.3.

## 5. MODEL Z FUNKCYJNYM PARAMETREM DOTYCZĄCYM OPISU NIESTACJONARNEGO PROCESU PRZEMIESZCZEŃ POGÓRNICZYCH

Z rozważań zawartych w rozdziale 2 niniejszej pracy wynika, że uzmiennienie parametru  $c$  od współrzędnych przestrzennych i współrzędnej czasowej  $c = c(t; x)$  jest celowe. W celu uzasadnienia powyższego założenia, w pierwszej kolejności rozpatrzono zmienność tego parametru wyłącznie od współrzędnej czasowej. Założenie takie prowadzi do przedstawienia równania S. Knothe'go w następującej postaci:

$$\frac{dw(t,x)}{dt} = c(t)[w_k(t_k; x) - w(t, x)] \quad (5.1)$$

W równaniu (5.1) przyjęto takie oznaczenia jak w równaniu (2.3) przy czym:

- $t_k$  - czas potrzebny do ustania ruchów górotworu wywołanych eksploatacją pewnej partii pokładu
- $x$  - współrzędna przestrzenna

Po przemnożeniu wyrażenia w nawiasie i pogrupowaniu wyrazów otrzymano:

$$\frac{dw(t,x)}{dt} + c(t)w(t, x) = c(t)w_k(t_k; x) \quad (5.2)$$

Równanie (5.2) jest liniowym, niejednorodnym równaniem różniczkowym zwyczajnym z parametrem  $x$ , które można rozwiązać metodą uzmienniania stałej. Należy zatem w pierwszej kolejności rozwiązać równanie jednorodne w postaci:

$$\frac{dw(t,x)}{dt} + c(t)w(t, x) = 0 \quad (5.3)$$

Równanie (5.3) przekształcano następnie otrzymując:

$$\frac{dw}{w} = -c(t)dt, \quad (5.4)$$

Z uwagi na przyjęcie konwencji, że osiadanie ma wartość ujemną, rozwiązanie równania (5.4) ma postać:

$$\ln |w(t, x)| = -\int c(t)dt + A_1 \quad (5.5)$$

Zatem chwilowa wartość osiadania wyrażona jest wzorem:

$$w(t, x) = Ae^{-\int c(t)dt} \quad (5.6)$$

Uzmiennienie stałej  $A$  w równaniu (5.6) prowadzi do równania:

$$w(t, x) = A(t)e^{-\int c(t)dt} \quad (5.7)$$

Po podstawieniu równania (5.7) do (5.2) otrzymuje się:

$$A'(t)e^{-\int c(t)dt} + A(t)e^{-\int c(t)dt}(-c(t)) + c(t)A(t)e^{-\int c(t)dt} = c(t)w_k(t_k; x) \quad (5.8)$$

Po dokonaniu redukcji wyrażen otrzymano:

$$A'(t) = c(t)w_k(t_k; x)e^{\int c(t)dt} \quad (5.9)$$

$$A(t) = \left[ \int c(t)w_k(t_k; x)e^{\int c(t)dt} dt + B \right] \quad (5.10)$$

gdzie  $B = \text{const}$  jako funkcja czasu.

Podstawiając wyrażenie z równania (5.10) do równania (5.7) otrzymuje się:

$$w(t, x) = \left( \int c(t)w_k(t_k; x)e^{\int c(t)dt} dt + B \right) e^{-\int c(t)dt} \quad (5.11)$$

Całkę w równaniu (5.11) można rozwiązać metodą podstawiania  $\int c(t)e^{\int c(t)dt} dt = e^{\int c(t)dt} + D$ , gdzie  $D = \text{const}$ . Stąd:

$$w(t, x) = \left( w_k(t_k; x)e^{\int c(t)dt} + E \right) e^{-\int c(t)dt} \quad (5.12)$$

gdzie:  $E = B + D = \text{const}$ .

Ostatecznie otrzymano:

$$w(t, x) = w_k(t_k; x) + Ee^{-c(t-t_k)} \quad (5.13)$$

Powyższy wzór wyraża wartość osiadania w chwili czasu  $t$  przy założeniu, że współczynnik prędkości osiadania jest funkcją zmiennej czasowej. Dysponując wzorem (5.13) opracowano program komputerowy wykorzystywany do weryfikacji otrzymanego rozwiązania. Wyniki obliczeń przedstawiono w następnym rozdziale.

## 6. WERYFIKACJA ROZWIĄZANIA UWZGLĘDNIAJĄCEGO ZMIENNOŚĆ PARAMETRU $c$ OD WSPÓŁRZĘDNEJ CZASOWEJ

### 6.1. Podstawowe dane o zastosowanym programie komputerowym

W celu weryfikacji przedstawionego w poprzednim rozdziale rozwiązania opracowano<sup>1</sup> program komputerowy, o którym podstawowe informacje podano poniżej. Program opracowany został dla komputerów typu IBM PC w języku TurboPascal. Pozwala on na identyfikację parametrów modelu w przypadku, gdy pole eksploatacyjne ma kształt dowolnego wielokąta. Wyznaczane są wartości parametrów teorii S. Knothe'go na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych osiadań nieustalonych, z tym, że wartość parametru  $c$  określano zgodnie z formułą opisaną wzorem (5.13). Dla celów sprawdzenia, jaka jest najlepsza możliwa zgodność prezentowanego rozwiązania z wynikami pomiarów geodezyjnych, w każdym cyklu pomiarowym wyznaczano wartość parametru  $c$ , przyjmując generalnie stałą wartość parametru  $tg\beta$ . Wartość parametru  $a$  (współczynnika kierowania stropem) przyjmowano na podstawie niecki asymptotycznej. Taki algorytm obliczeń odbiegał wprawdzie od przyjętego sposobu postępowania przy zastosowaniu do obliczeń osiadań chwilowych teorii geometryczno-całkowych, lecz jak już stwierdzono wyżej, podyktowany został chęcią sprawdzenia zgodności wyników obliczeń z rezultatami pomiarów.

Konsekwencją zastosowania do obliczeń wzoru uwzględniającego zmienność parametru  $c$  od współrzędnej czasowej było otrzymywanie niezależnej wartości tego parametru tylko dla pierwszego cyklu obserwacyjnego prowadzonego na każdej z linii pomiarowych. Wartości parametru  $c$  wyznaczane na podstawie osiadań stwierdzonych pomiarami w kolejnych cyklach uzależnione były od wartości określonych we wszystkich cyklach poprzednich, zgodnie z podanym rozwiązaniem. Wymagało to numerycznego obliczania całki występującej we wzorze (5.13). Wartość całki obliczano przy zastosowaniu

<sup>1</sup> Program opracowano we współpracy z prof. W. Piwowarskim z AGH w Krakowie.

wzoru Simpsona. Dla celów identyfikacji parametrów modelu określono funkcję celu  $F$  w postaci:

$$F = \sum_{i=1}^n |w_{obsi} - w_{obli}| \quad (6.1)$$

gdzie:

$w_{obsi}$  - osiadanie obserwowane w  $i$ -tym punkcie,

$w_{obli}$  - osiadanie obliczone w  $i$ -tym punkcie,

$n$  - ilość punktów pomiarowych.

Minimum funkcji celu określano przy zastosowaniu gradientowej metody poszukiwań. W metodach tych korzysta się nie tylko z informacji o wartościach funkcji celu, lecz także dodatkowo bierze się pod uwagę wartości i zmiany gradientu tej funkcji w punktach generowanych przez algorytm. Informacje te pozwalają na bieżąco ustalać kierunki poszukiwań, które są w tym przypadku kierunkami poprawy. Po wyznaczeniu wartości parametrów, dla których funkcja celu osiąga wartość minimalną, obliczane były osiadania w rozpatrywanych punktach pomiarowych i porównywane z wartościami obserwowanymi. Jako kryterium zgodności wartości obliczonych z pomierzonymi przyjęto wartość błędu procentowego, rozumianego jako wyrażony w procentach stosunek odchylenia standardowego do maksymalnej wartości osiadania stwierdzonego pomiarem w danym cyklu.

Podkreślić należy, że w obliczeniach nie uwzględniano obszaru eksploatacyjnego. Wychodząc bowiem z założenia, że wprowadzanie do obliczeń tego dodatkowego parametru poprawia wprawdzie zgodność obliczeń z wynikami pomiarów, lecz jest z formalnego punktu widzenia nieuzasadnione, szczególnie w przypadku obliczania osiadań chwilowych, na co zwrócono uwagę w pracy autora [55].

Poniżej przedstawiono tabelaryczne zestawienie wyznaczonych wartości parametrów w poszczególnych cyklach pomiarowych na rozpatrywanych liniach oraz wartości błędów procentowych osiadań. Podkreślić należy, że prezentowane wartości  $c_c$  są asymptotykami parametru  $c$ , zgodnie z zależnością (5.13).

## 6.2. Wyniki przeprowadzonych obliczeń

### 6.2.1. Linia 4a z terenu KWK "Jan Kanty"

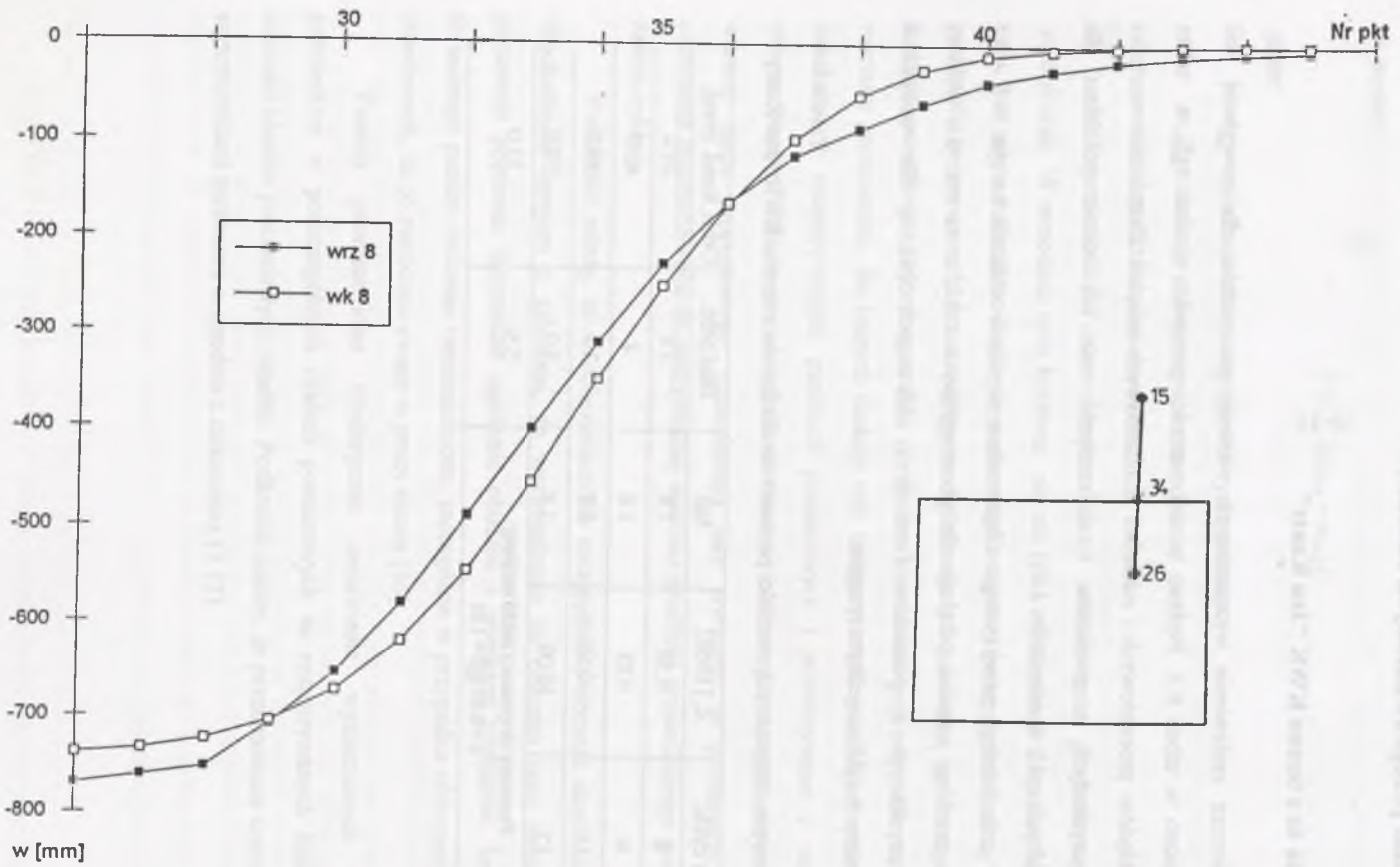
Zbiorcze zestawienie wyznaczonych wartości parametrów dla powyższej linii przedstawiono w tabeli 6.1. Podano w niej wartości parametru  $c_c$  oraz  $\text{tg}\beta$ , a także wartości błędów procentowych i odchyłeń standardowych osiadań. Zestawienie wartości osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych oraz ich różnic pokazano dla poszczególnych cykli w załączniku 1.

W celu bardziej przejrzystego zilustrowania wyników obliczeń na rys. 6.1 - 6.5 pokazano przebiegi osiadań odrębnie dla poszczególnych cykli, a na rys. 6.6 wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów ( $w_{rz}$  i) i obliczonych ( $w_k$  i) dla wszystkich rozpatrywanych cykli na jednym rysunku.

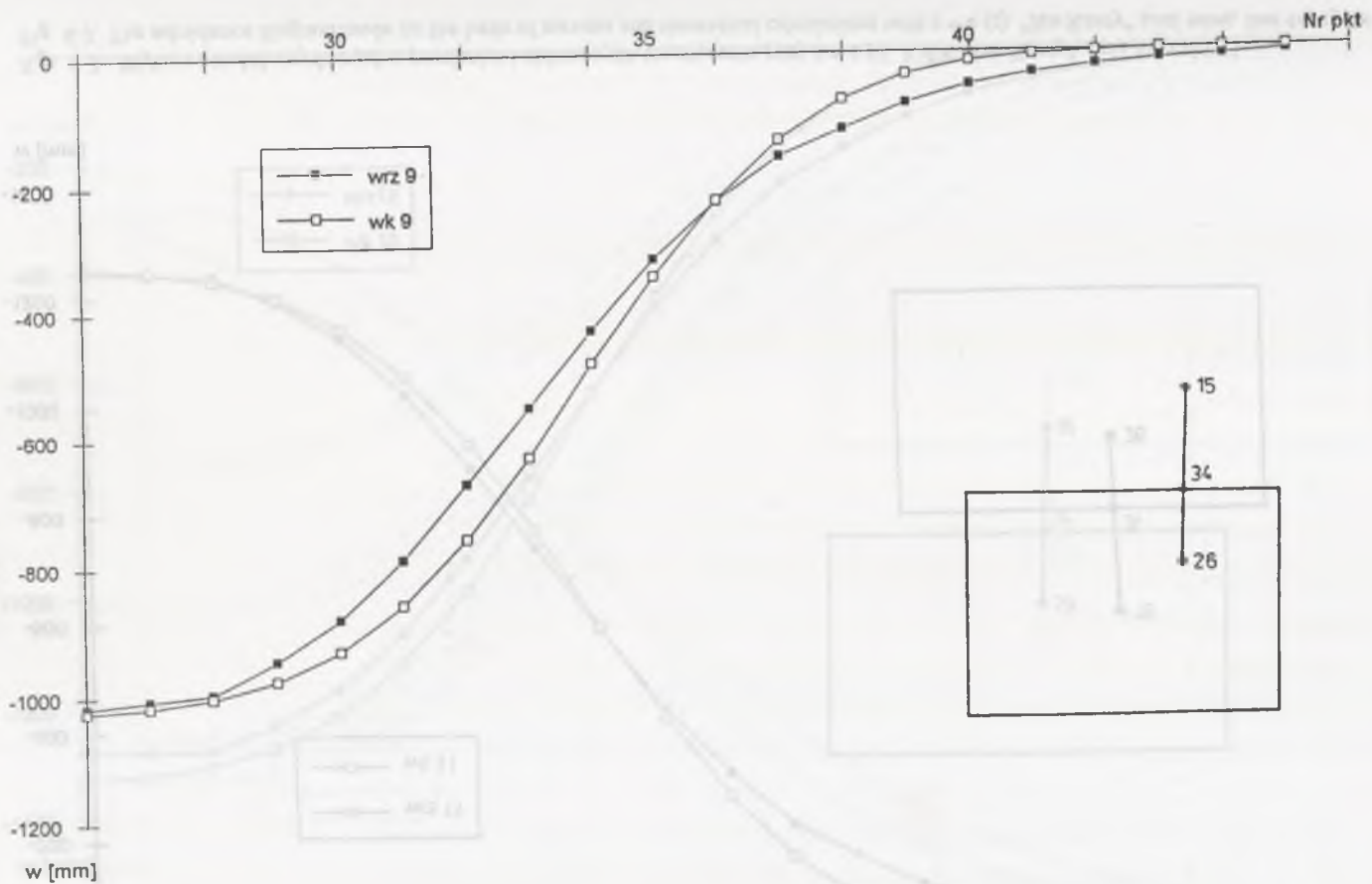
Tabela 6.1

Zestawienie otrzymanych wartości parametrów dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty"

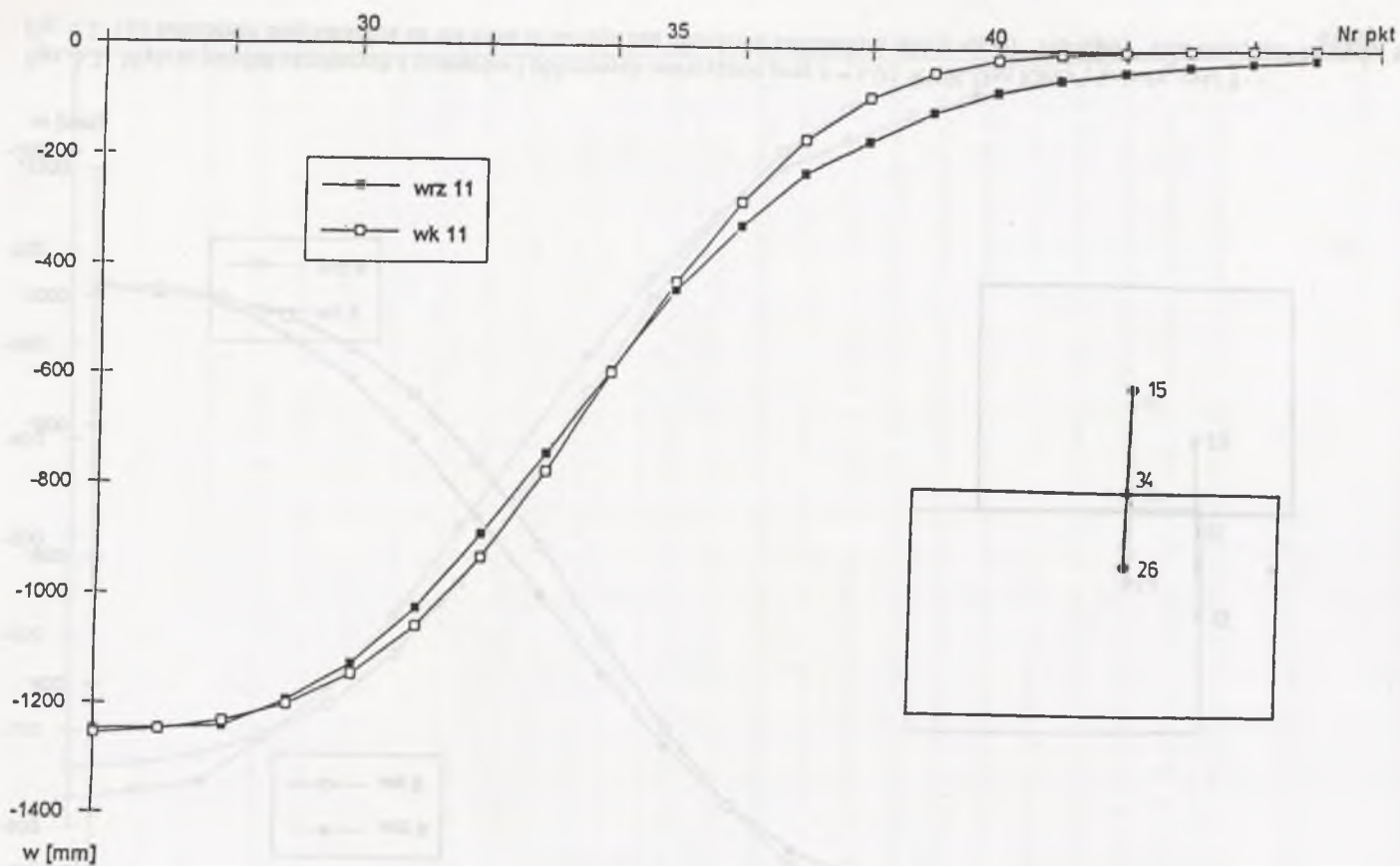
Nr cyklu	$c_c$ [1/rok]	$\text{tg}\beta$	Błąd proc.	Odch. stand. [mm]
8	6.50	1.8	3.8	29.2
9	9.03	1.8	4	40.9
11	10.50	1.8	3.1	39.0
12	10.09	1.8	3.9	50.0
Parametry otrzymane z niecki ustalonej: $a = 0.85 \text{ tg}\beta = 1.85$			5.5	33.0



Rys. 6.1. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 8  
 Fig. 6.1. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 8

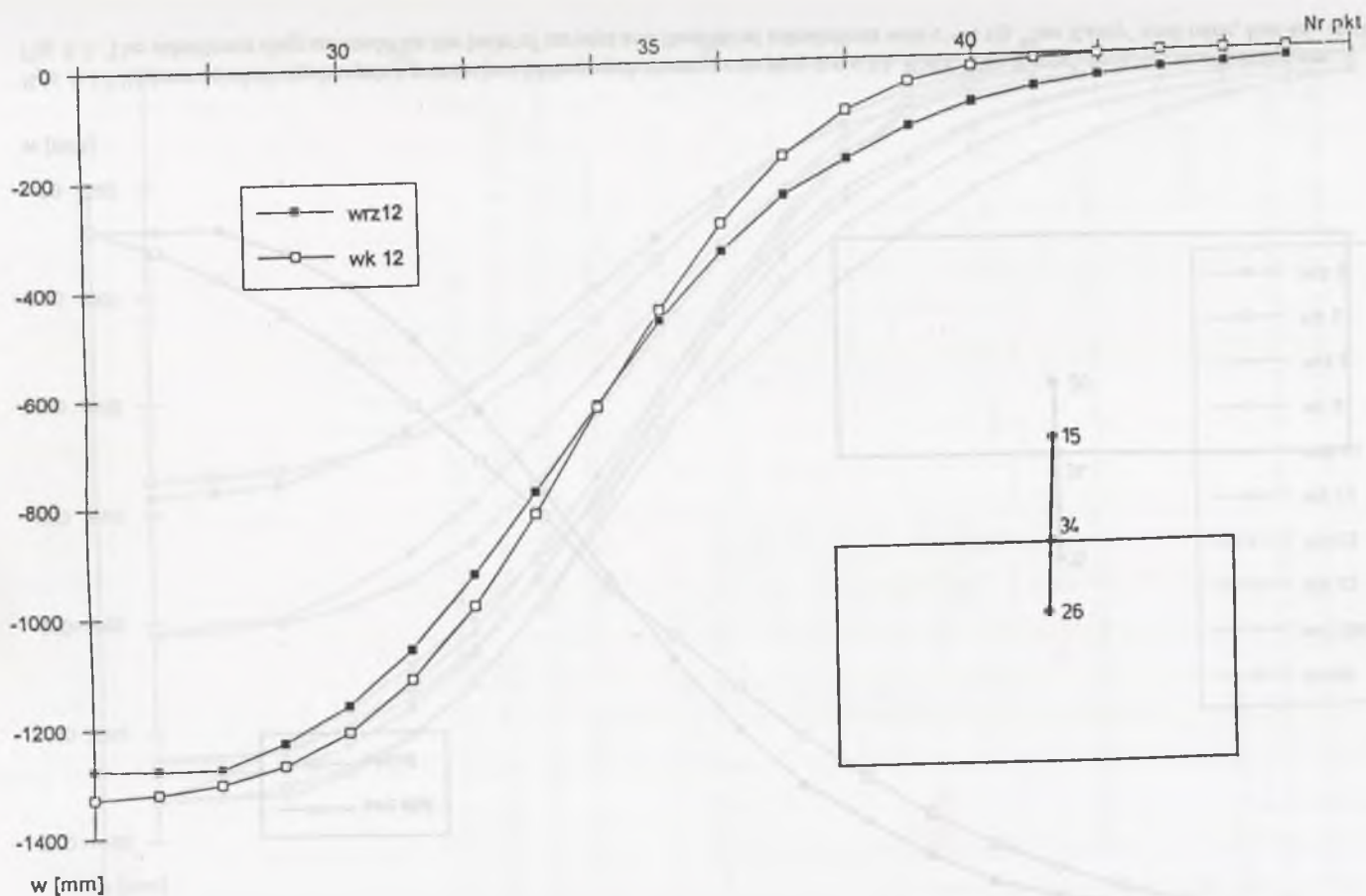


Rys. 6.2. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 9  
 Fig. 6.2. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 9



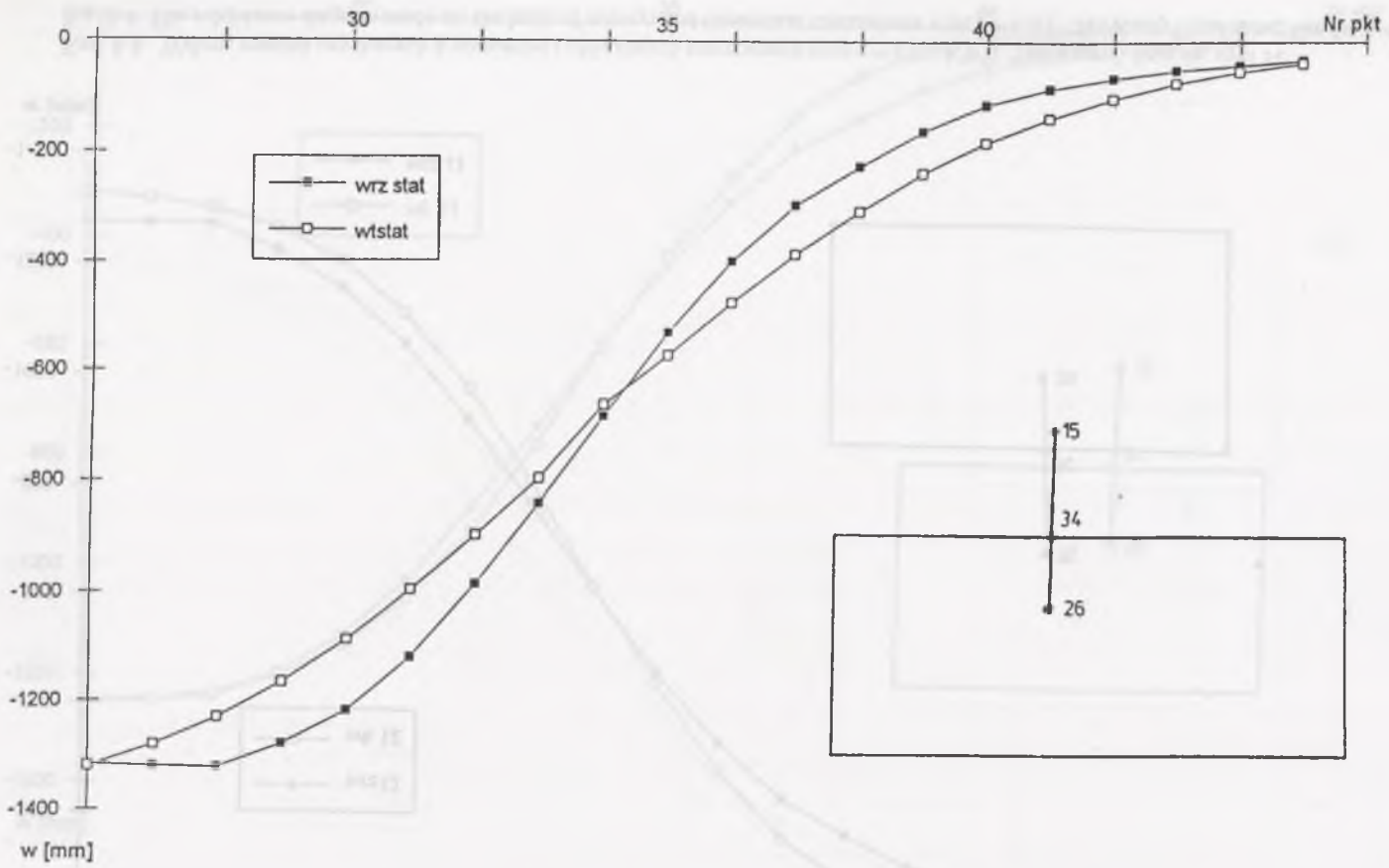
Rys. 6.3. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 11  
 Fig. 6.3. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 11

40



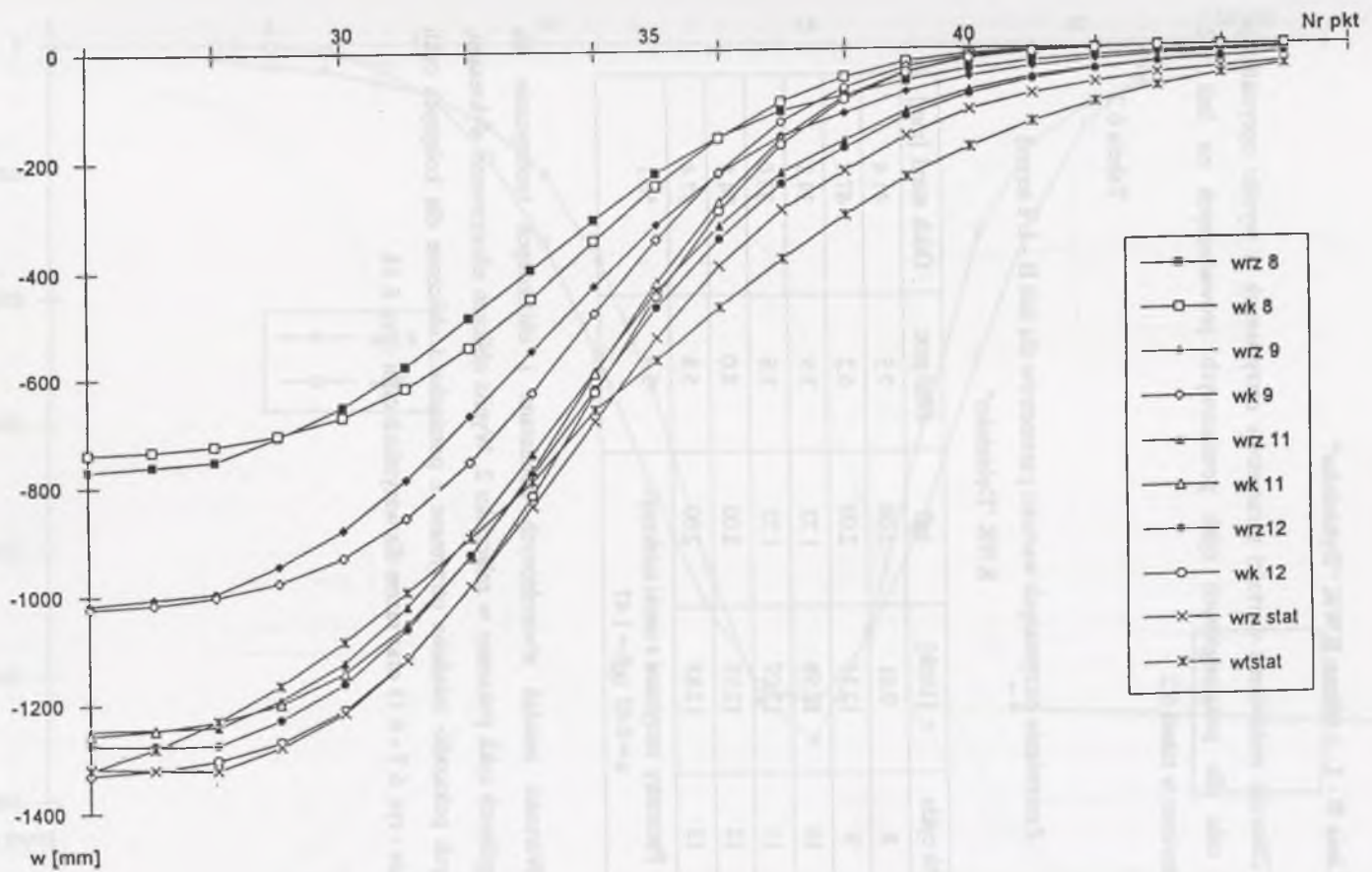
Rys. 6.4. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 12  
 Fig. 6.4. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 12

41



Rys. 6.5. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, niecka statyczna  
 Fig. 6.5. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, static basin

42



Rys. 6.6. Zbiorcze zestawienie wykresów osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a  
 Fig. 6.6. Cumulative matching subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a

43

### 6.2.2. Linia B - L z terenu KWK "Dębieńsko"

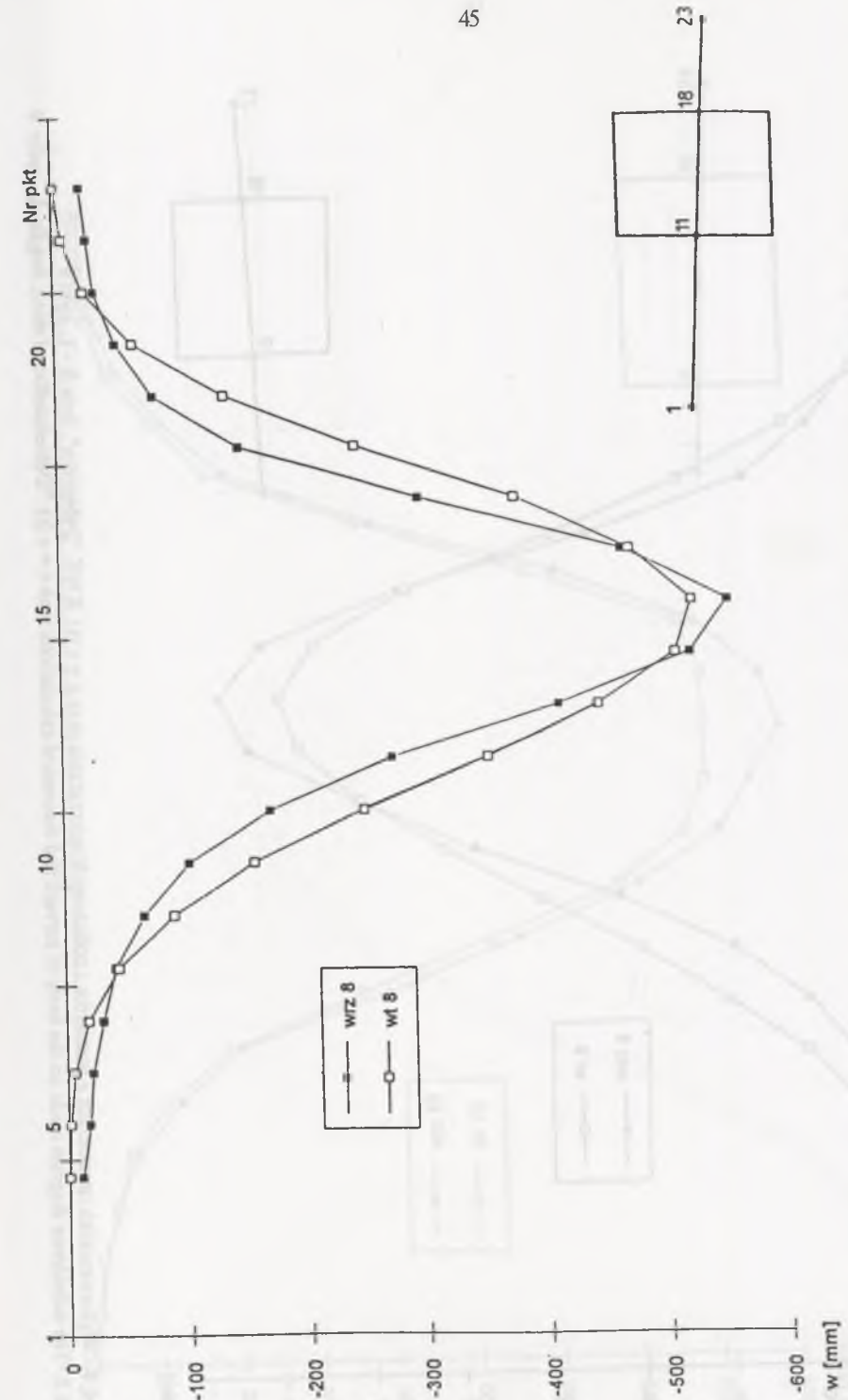
Zbiorcze zestawienie wartości parametrów otrzymanych w wyniku optymalizacji funkcji celu dla poszczególnych cykli pomiarowych prowadzonych na linii B-L przedstawiono w tabeli 6.2.

Tabela 6.2

Zestawienie otrzymanych wartości parametrów dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko"

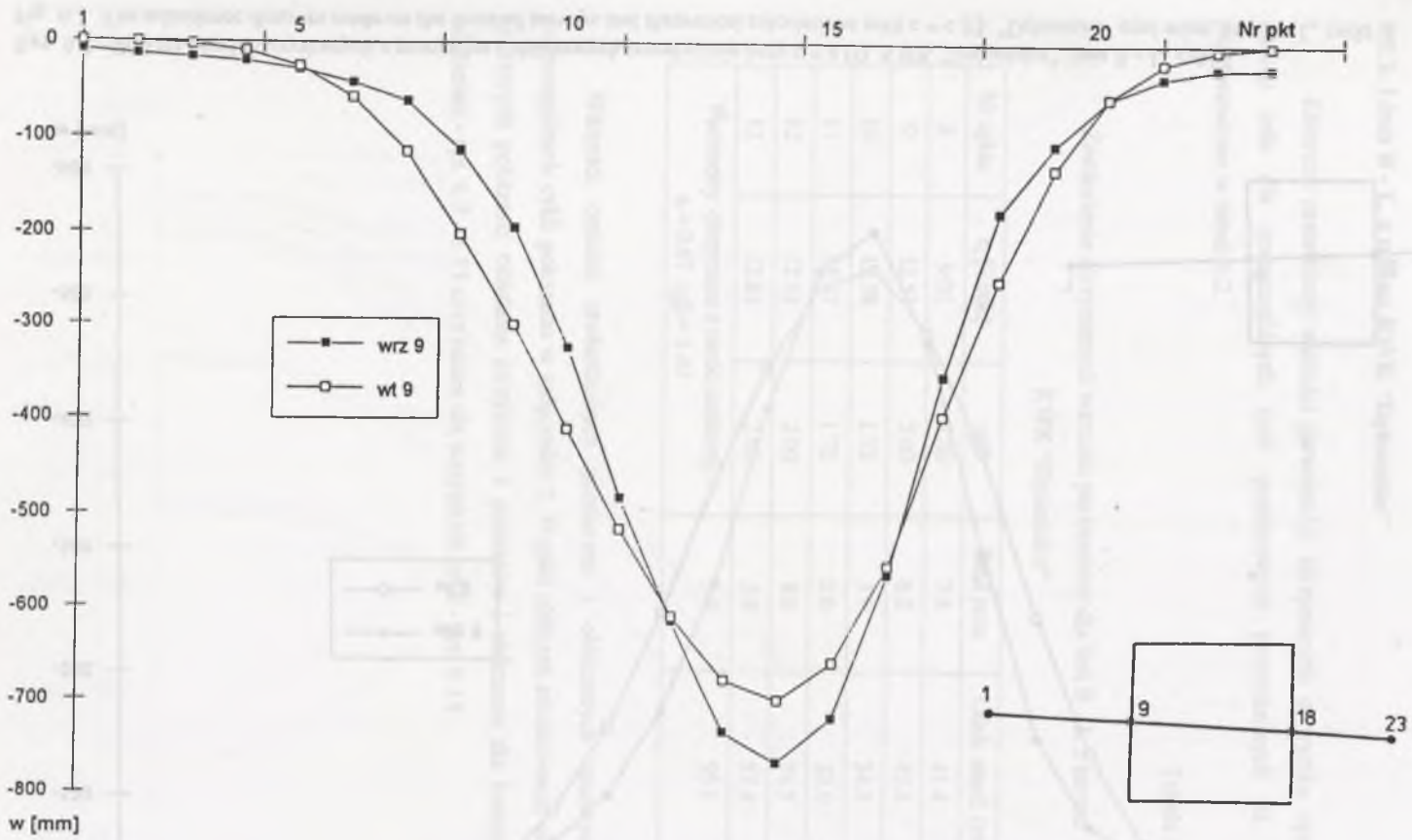
Nr cyklu	$c_c$ [1/rok]	$\text{tg}\beta$	Błąd proc.	Odch. stand. [mm]
8	9.01	2.00	7.5	41.4
9	12.51	2.00	6.2	47.4
10	12.98	1.72	3.9	34.3
11	13.07	1.72	3.6	33.0
12	12.93	2.00	8.0	74.5
13	12.83	2.00	5.8	57.4
Parametry otrzymane z niecki ustalonej: $a = 0.67$ $\text{tg}\beta = 1.47$			5.4	56.1

Wartości osiadań stwierdzonych pomiarami i obliczonych teoretycznie dla poszczególnych cykli pokazano w załączniku 2. Wyniki obliczeń zilustrowano wykresami, na których pokazano osiadania otrzymane z pomiarów i obliczone dla kolejnych cykli oddzielnie - rys. 6.7 - 6.13 oraz razem dla wszystkich cykli - rys. 6.14.

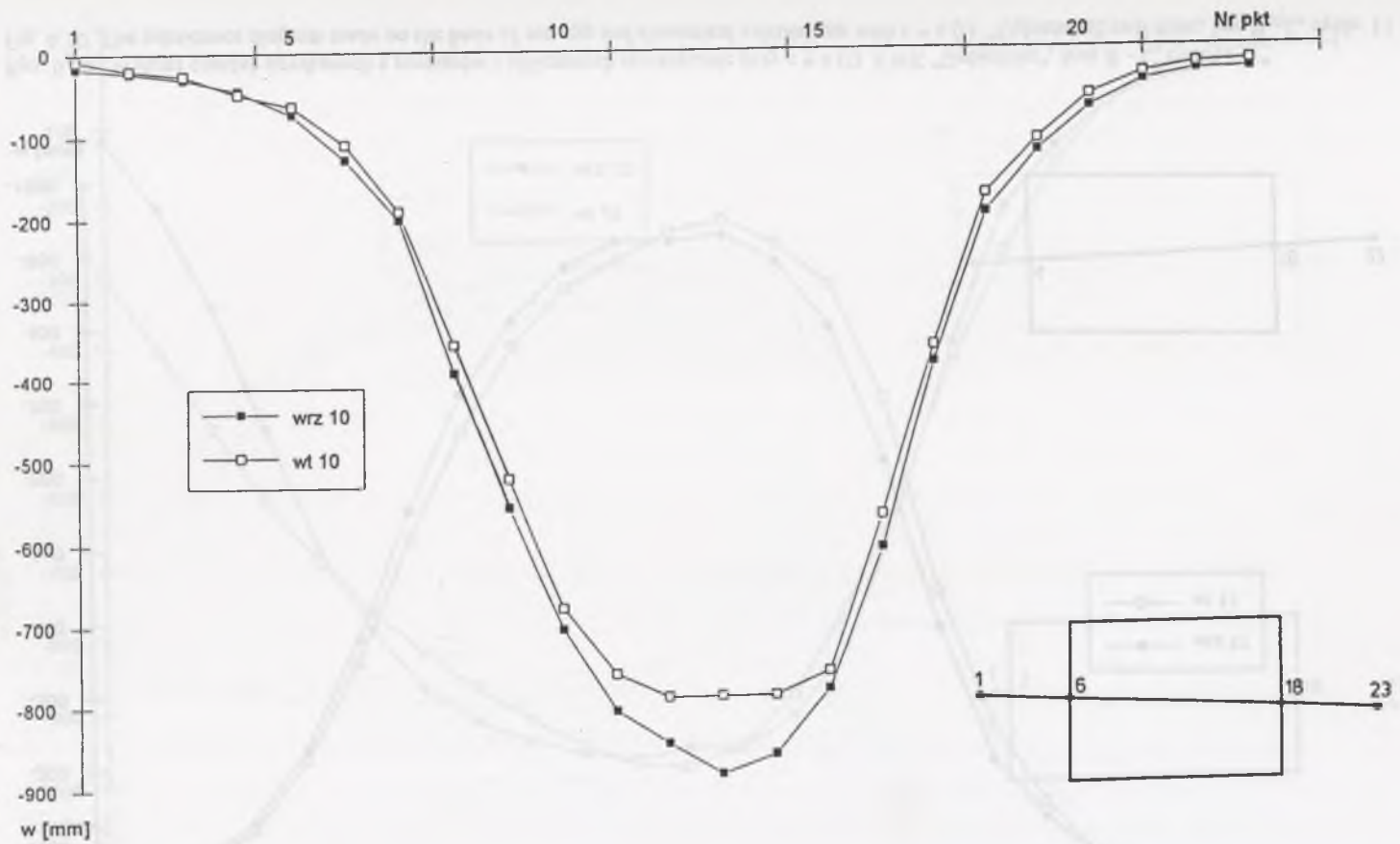


Rys. 6.7. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c=c(t)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 8  
Fig. 6.7. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c=c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 8

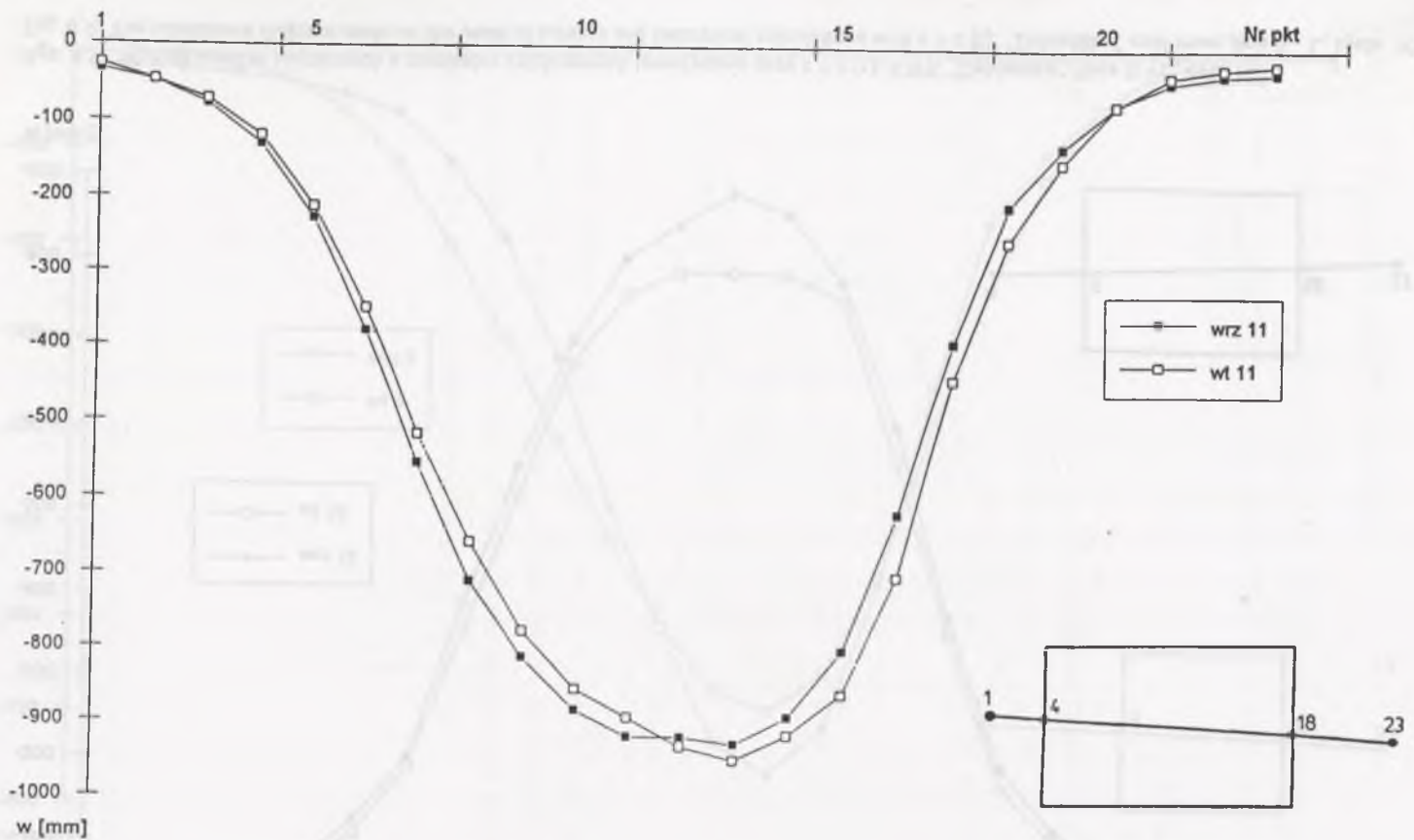




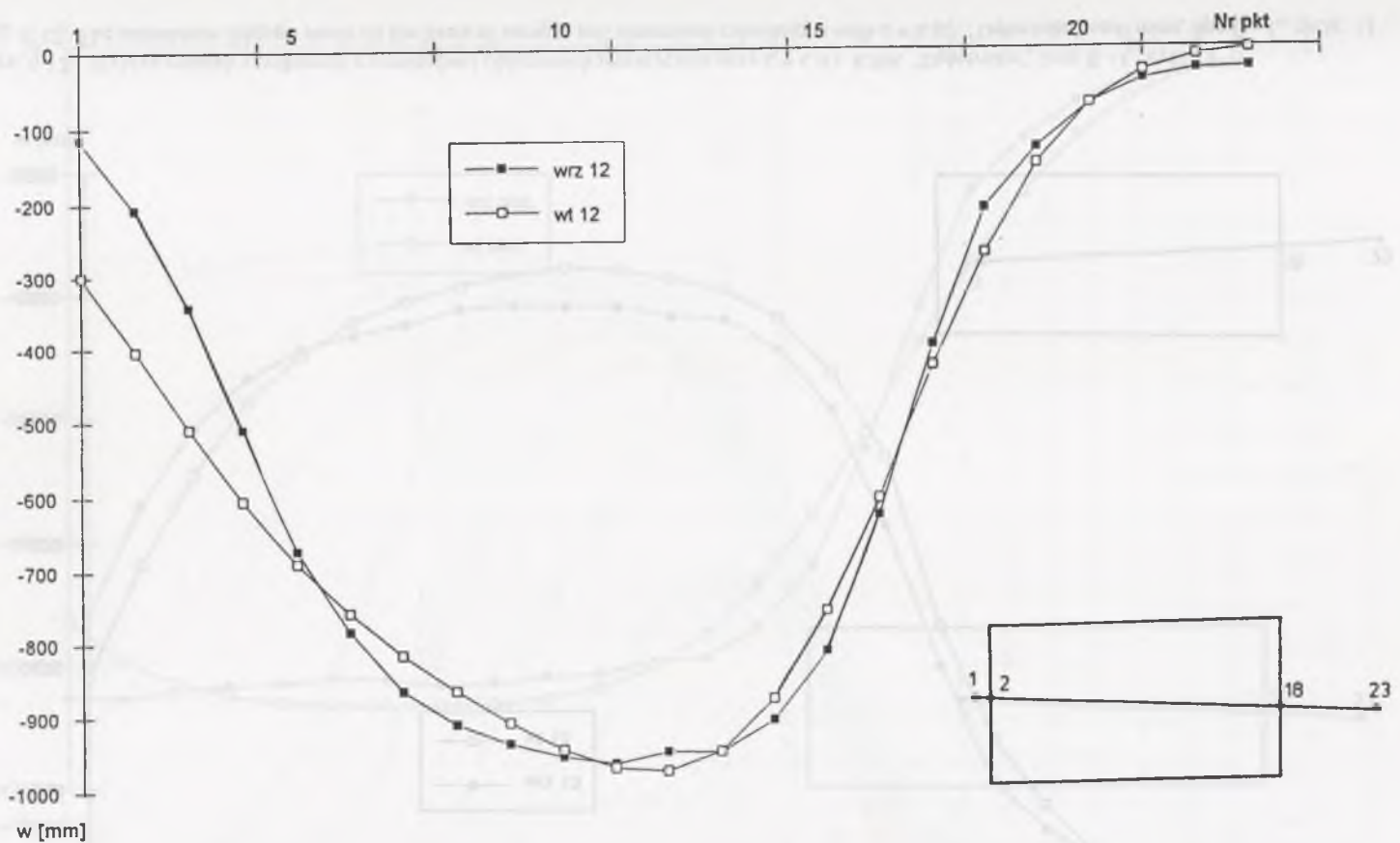
Rys. 6.8. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$  KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 9  
 Fig. 6.8. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 9



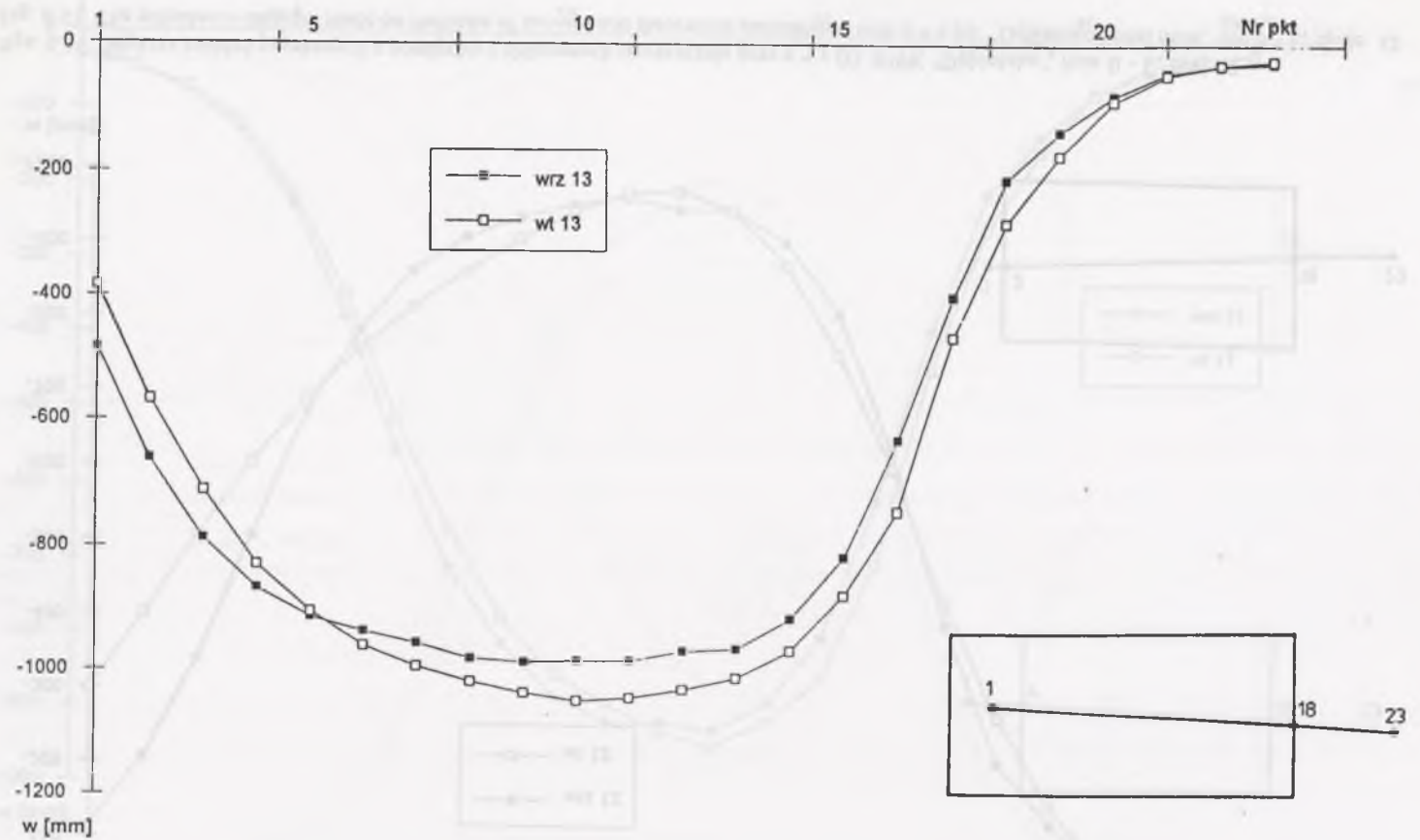
Rys. 6.9. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$  KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 10  
 Fig. 6.9. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 10



Rys. 6.10. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 11  
 Fig. 6.10. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 11

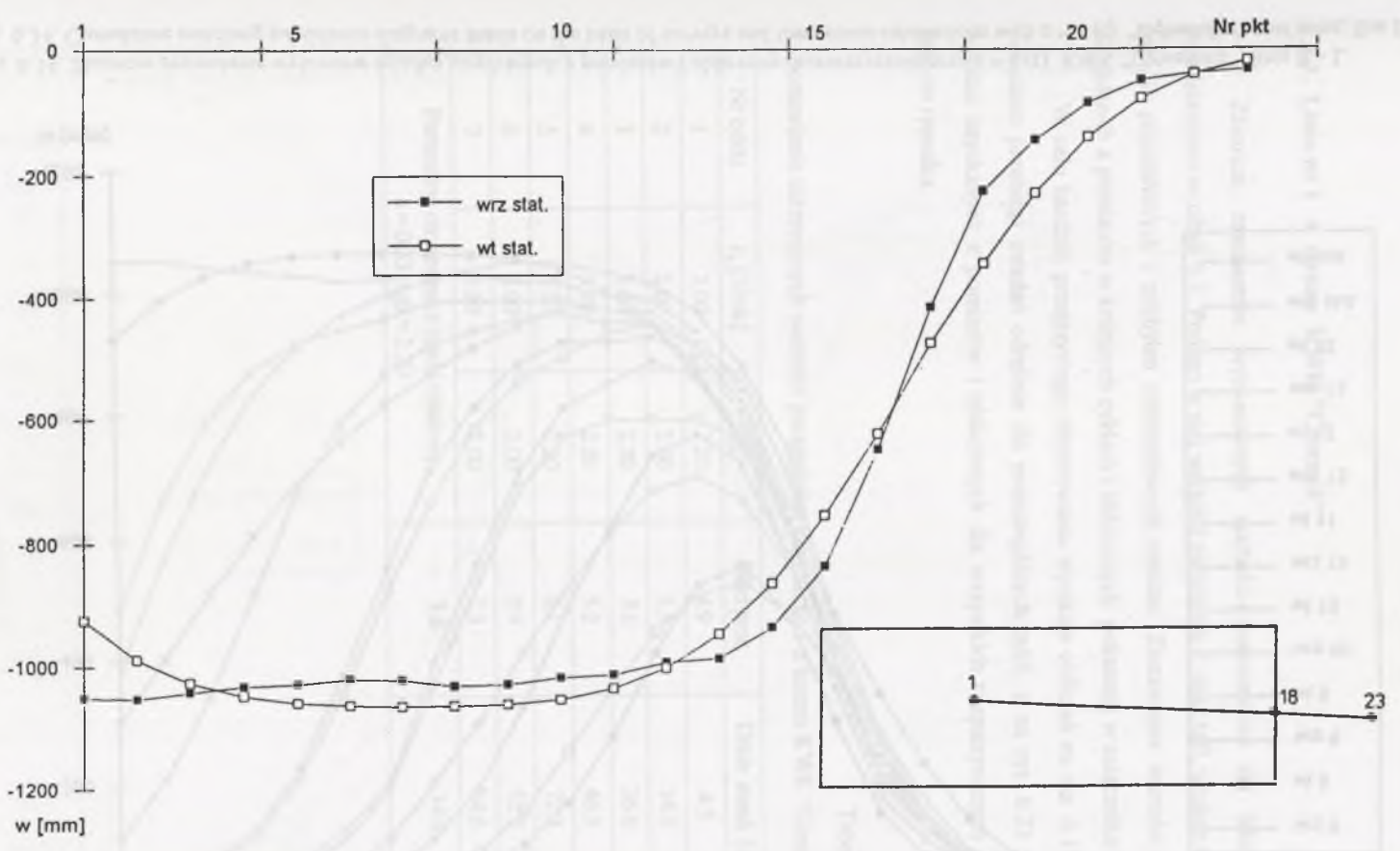


Rys. 6.11. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 12  
 Fig. 6.11. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 12



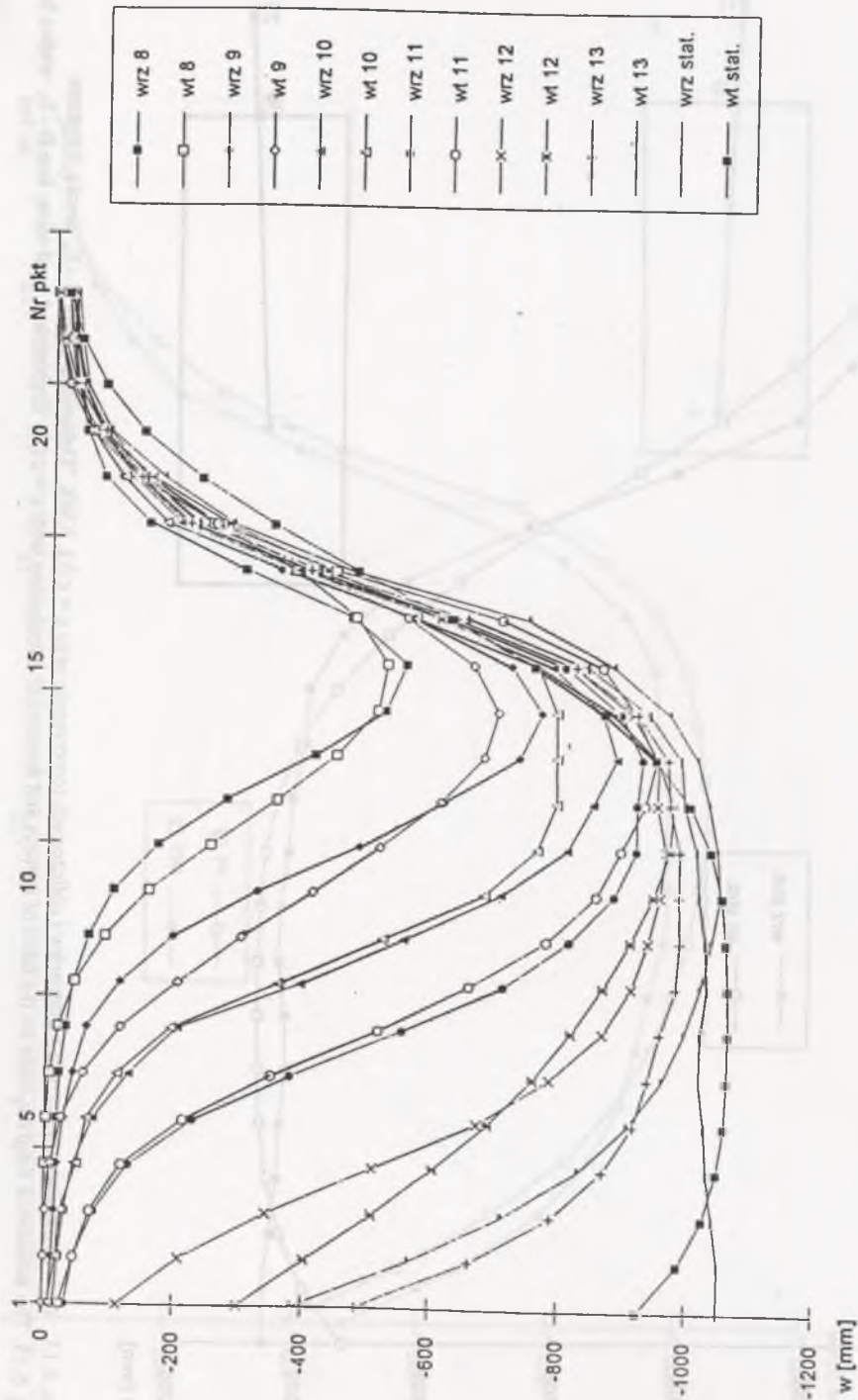
50

Rys. 6.12. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 13  
 Fig. 6.12. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 13



51

Rys. 6.13. Wykres osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, niecka statyczna  
 Fig. 6.13. The subsidence diagram made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, statics basin



Rys 6.14. Zbiorcze zestawienie wykresów osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L.  
 Fig. 6.14. Cumulative matching subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L.

### 6.2.3. Linia nr 1 z terenu KWK "Czczott"

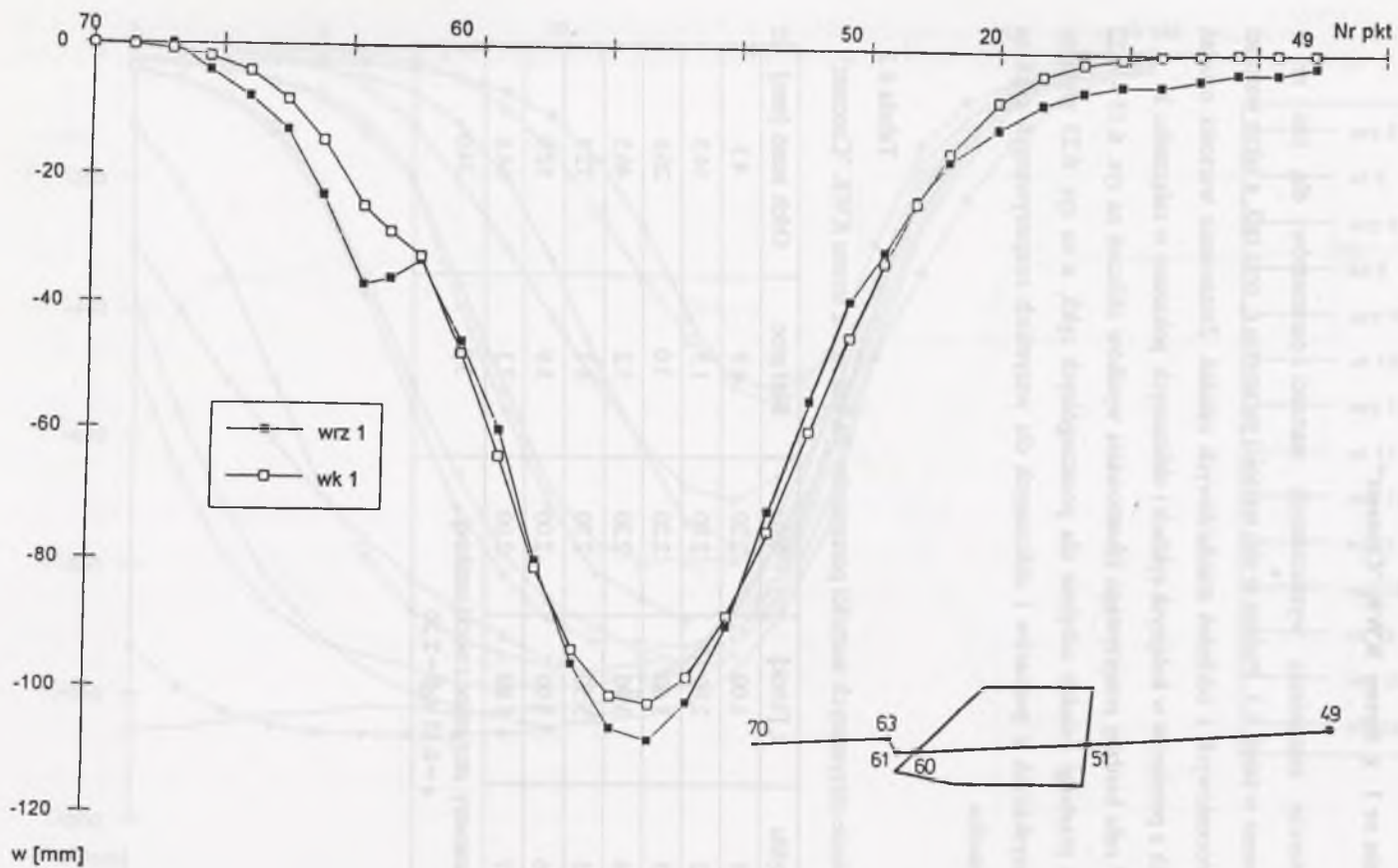
Zbiorcze zestawienie wyznaczonych wartości parametrów dla linii nr 1 przedstawiono w tabeli 6.3. Podano w niej wartości parametru  $c_c$  oraz  $tg\beta$ , a także wartości błędów procentowych i odchyłeń standardowych osiadań. Zestawienie wartości osiadań uzyskanych z pomiarów w kolejnych cyklach i obliczonych pokazano w załączniku 3.

W celu bardziej przejrzystego zilustrowania wyników obliczeń na rys. 6.15 - 6.22 pokazano przebiegi osiadań odrębnie dla poszczególnych cykli, a na rys. 6.23 wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych dla wszystkich rozpatrywanych cykli na jednym rysunku.

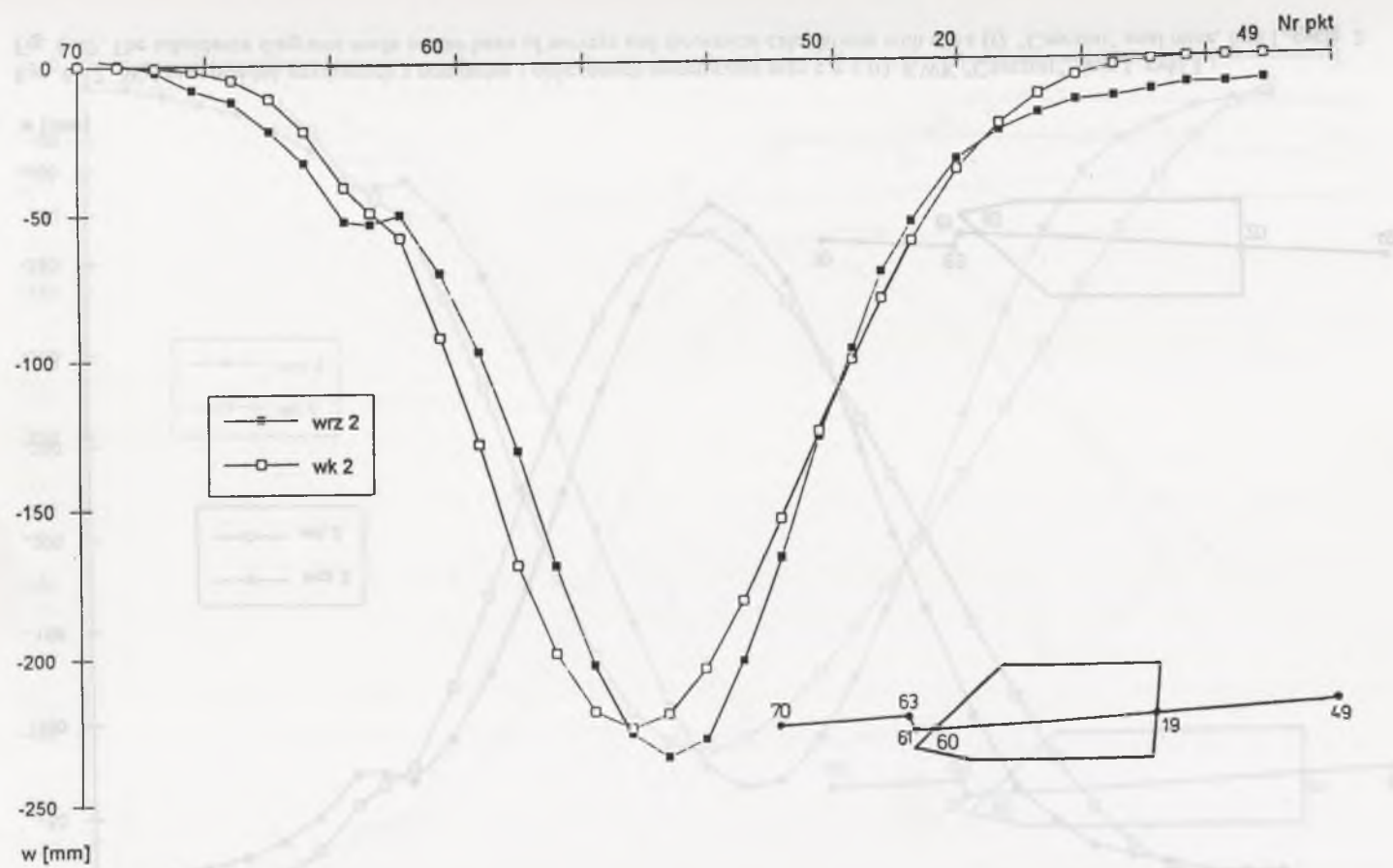
Tabela 6.3

Zestawienie otrzymanych wartości parametrów dla linii nr 1 z terenu KWK "Czczott".

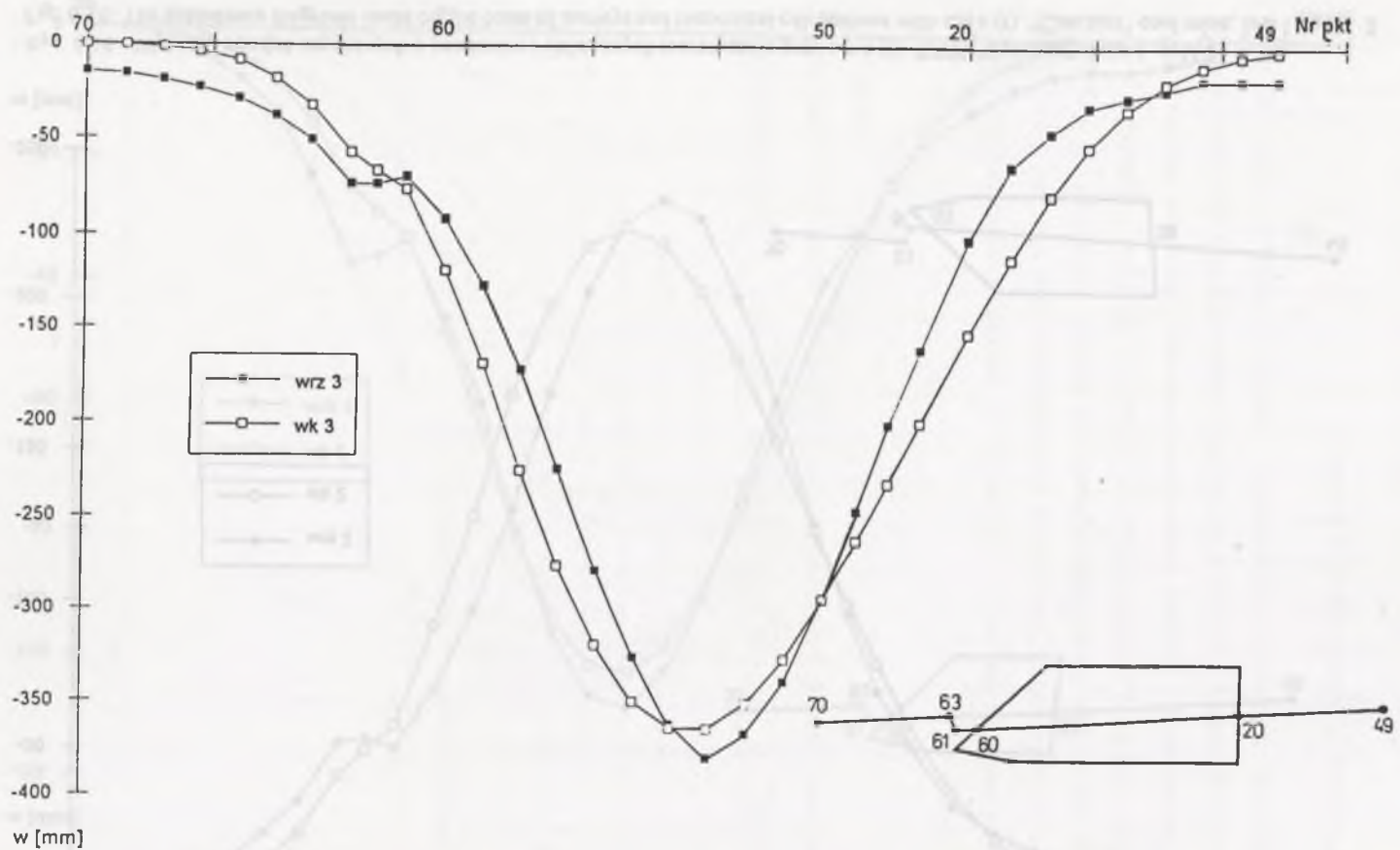
Nr cyklu	$c_c$ [1/rok]	$tg\beta$	Błąd proc.	Odch. stand. [mm]
1	1.00	2.20	4.9	4.3
2	2.00	2.00	1.5	14.3
3	3.60	2.20	3.0	26.6
4	3.90	2.20	5.2	46.5
5	5.50	2.20	8.1	72.3
6	5.90	2.00	5.9	52.9
7	5.80	2.00	7.3	64.6
Parametry otrzymane z niecki ustalonej: $a = 0.33$ $tg\beta = 2.20$			3.8	34.0



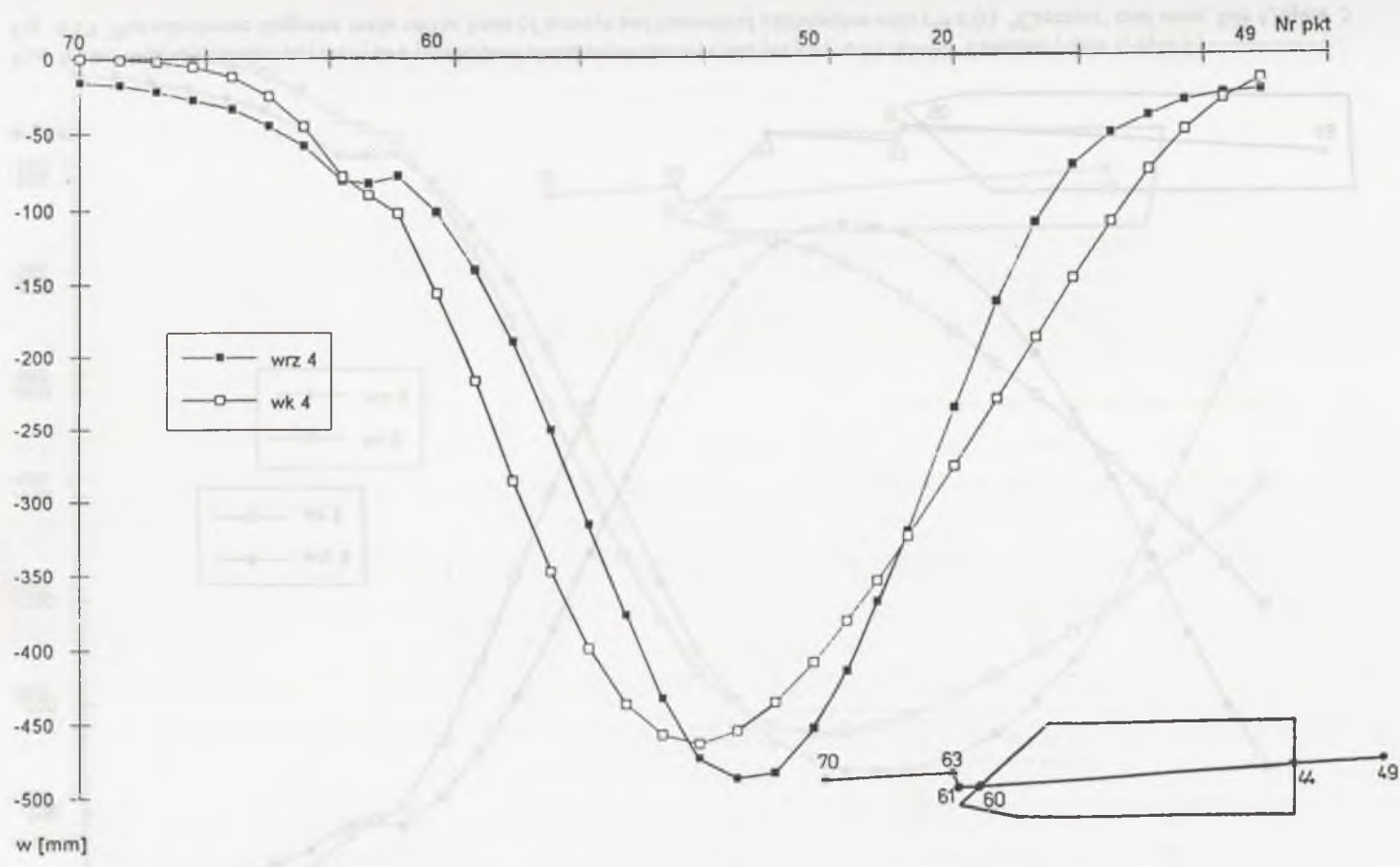
Rys. 6.15. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Czeczott", linia 1, cykl 1  
 Fig. 6.15. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czeczott" coal mine, line 1, cycle 1



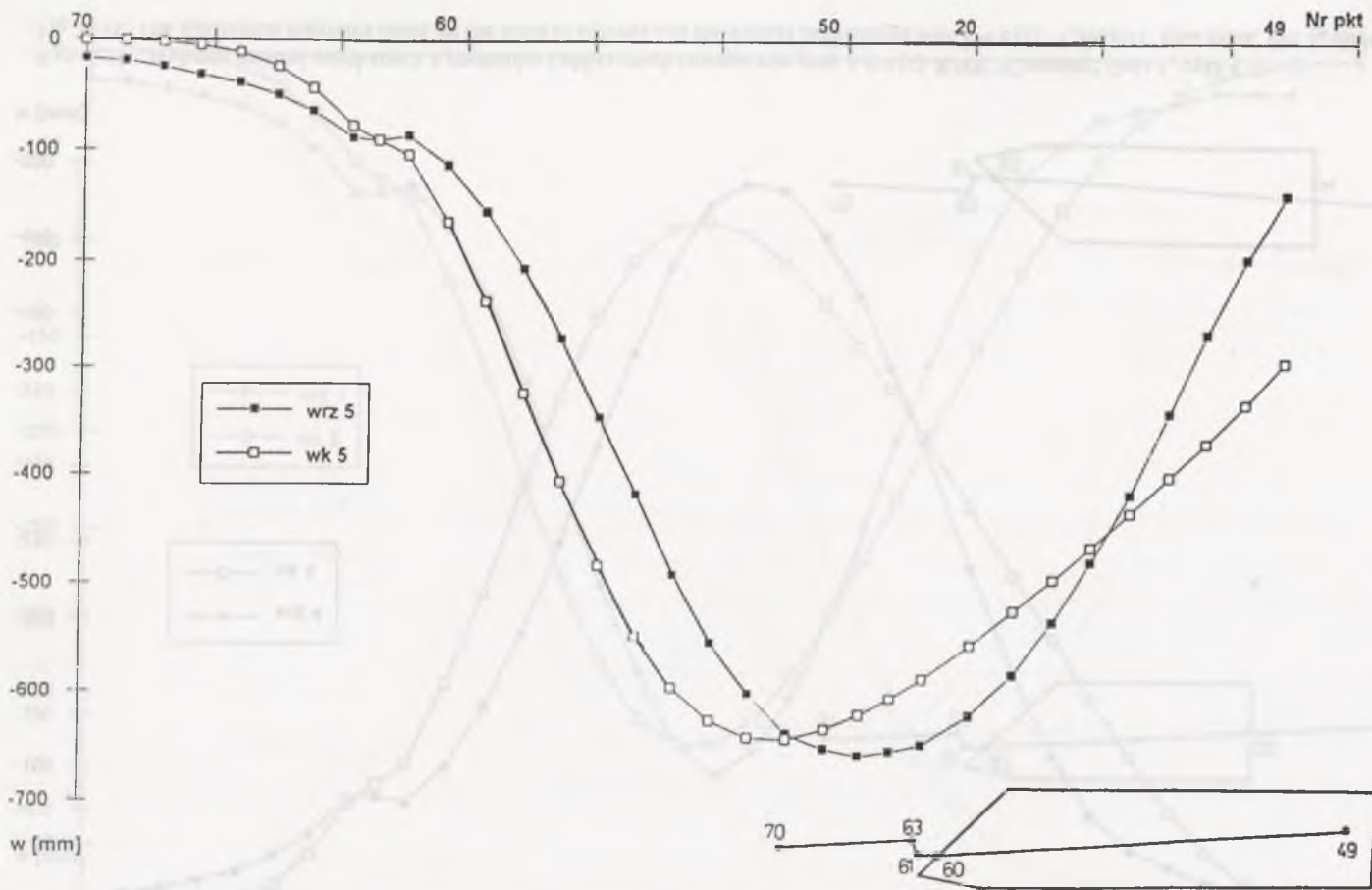
Rys. 6.16. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Czeczott", linia 1, cykl 2  
 Fig. 6.16. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czeczott" coal mine, line 1, cycle 2



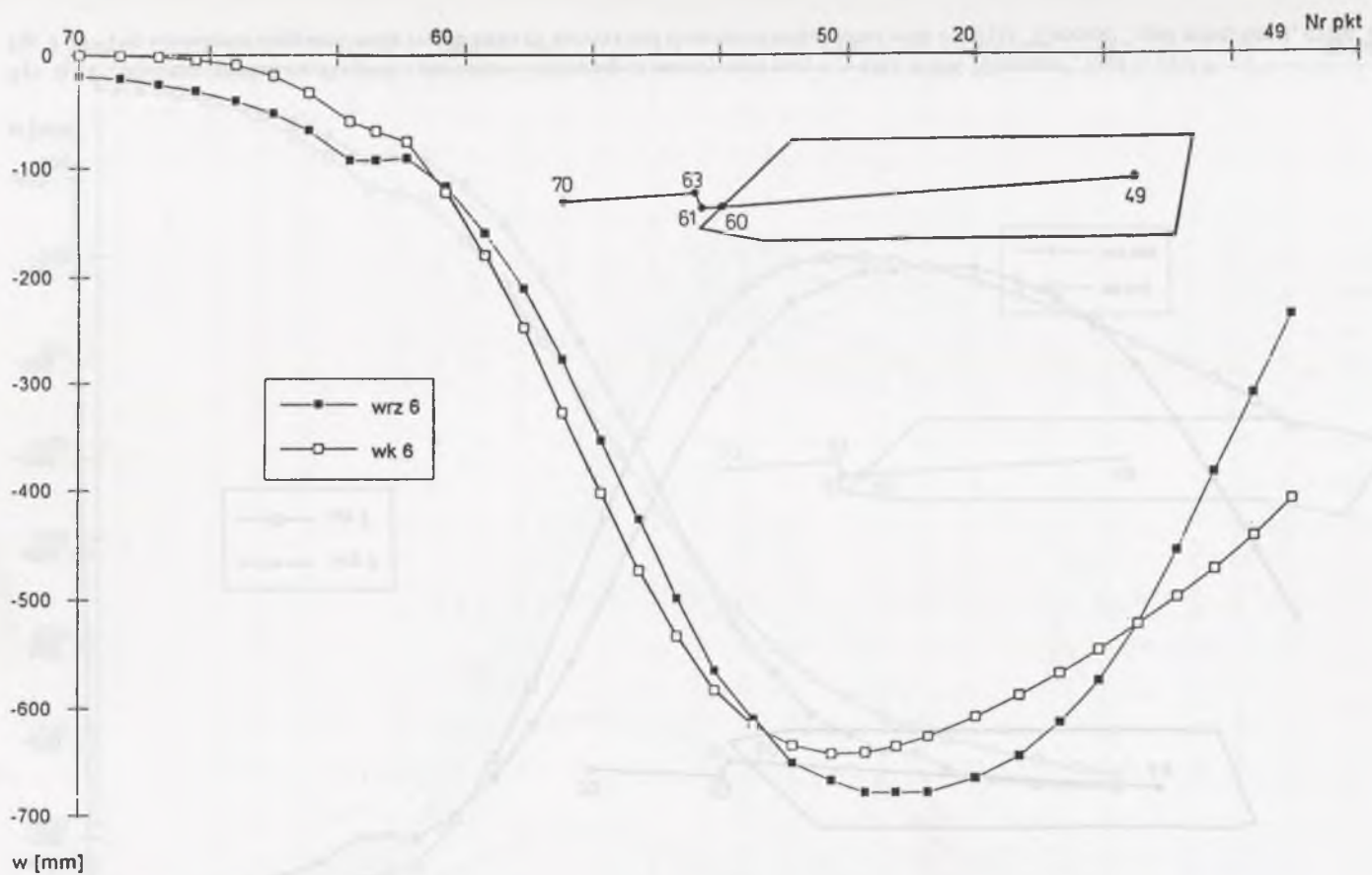
Rys. 6.17. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$  KWK "Czczott", linia 1, cykl 3  
 Fig. 6.17. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 3



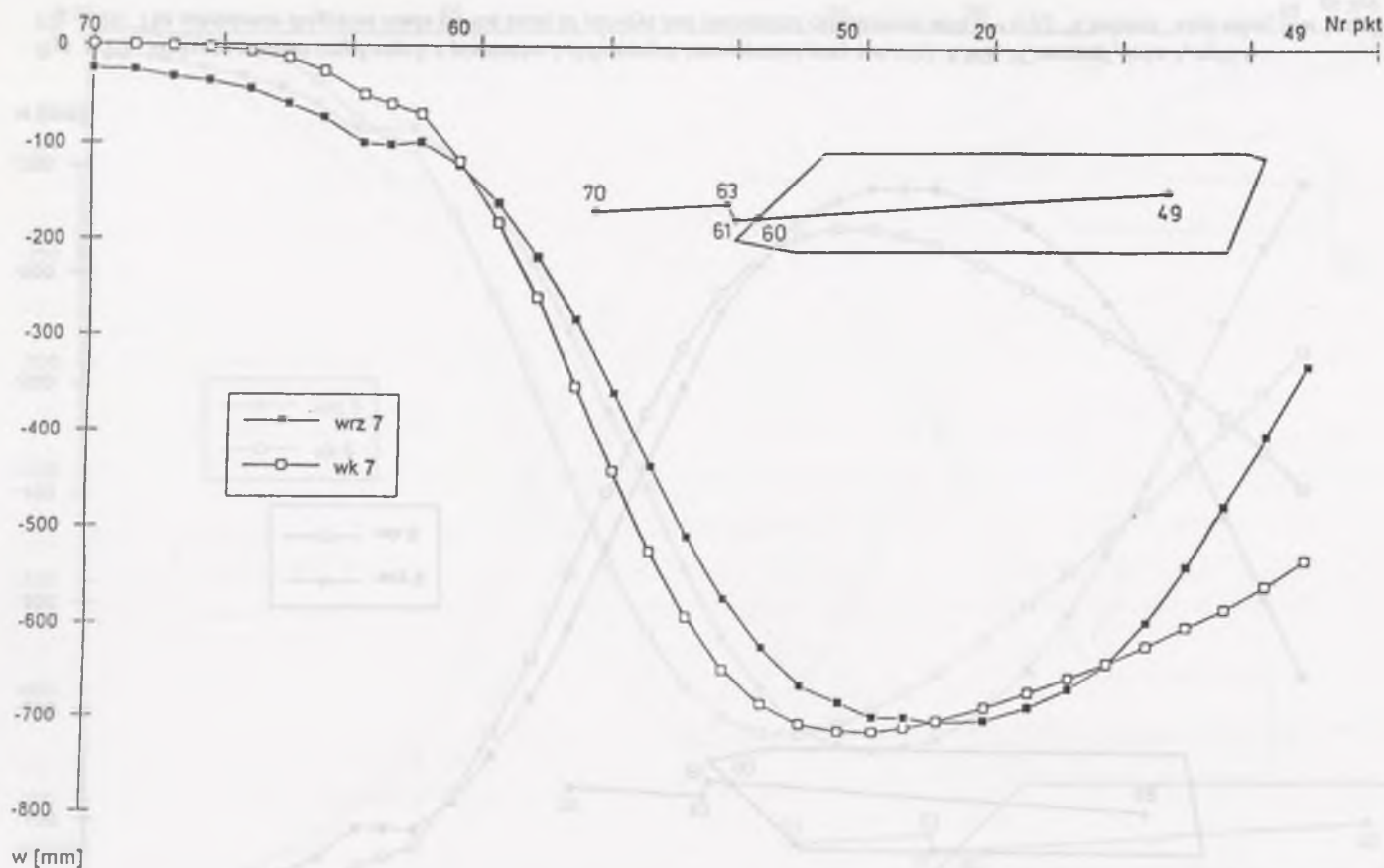
Rys. 6.18. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$  KWK "Czczott", linia 1, cykl 4  
 Fig. 6.18. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 4



Rys. 6.19 Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$  KWK "Czczott", linia 1, cykl 5  
 Fig. 6.19. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 5

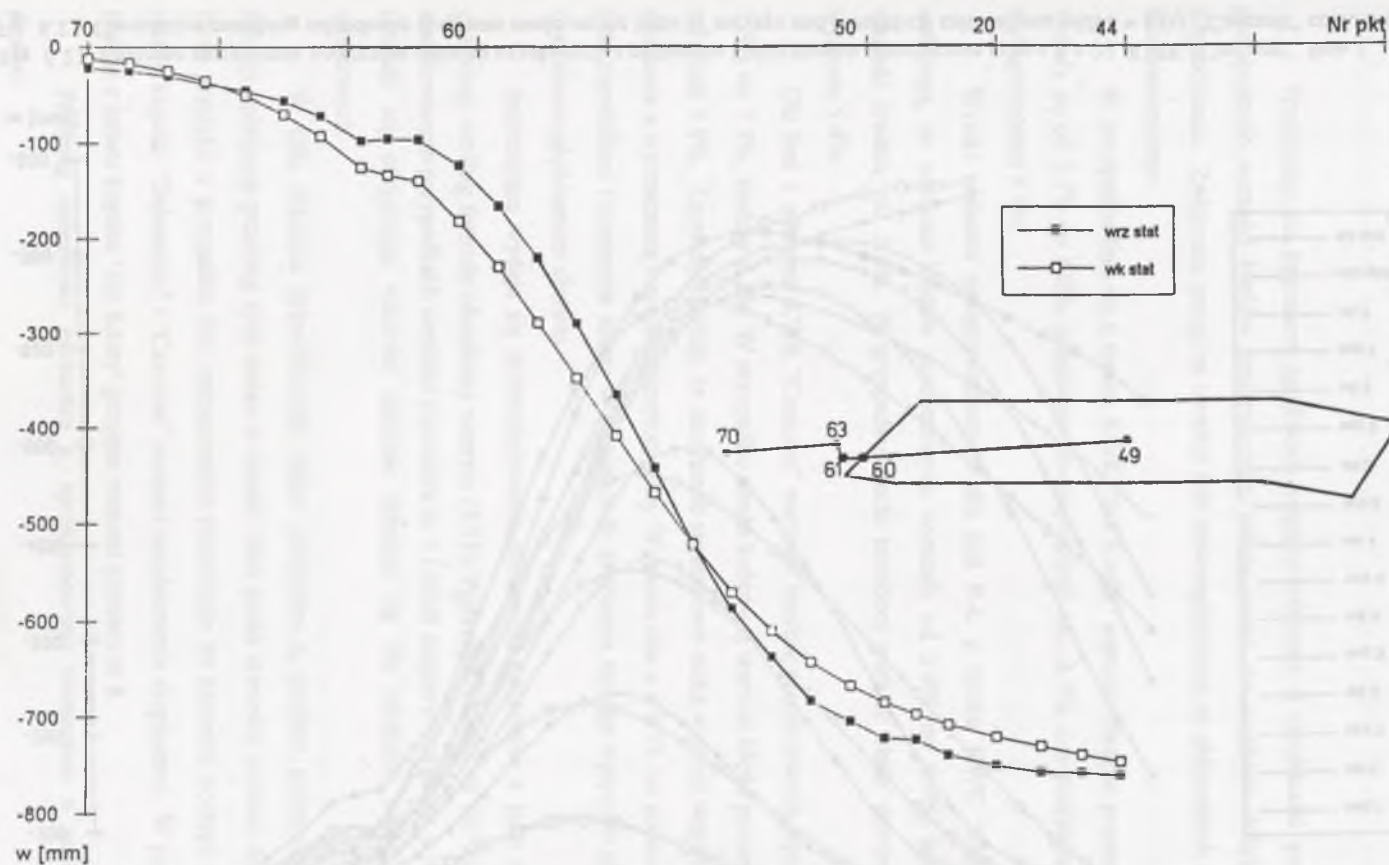


Rys. 6.20. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Czczott", linia 1, cykl 6  
 Fig. 6.20. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 6



Rys. 6.21. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Czeczott", linia 1, cykl 7  
 Fig. 6.21. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czeczott" coal mine, line 1, cycle 7

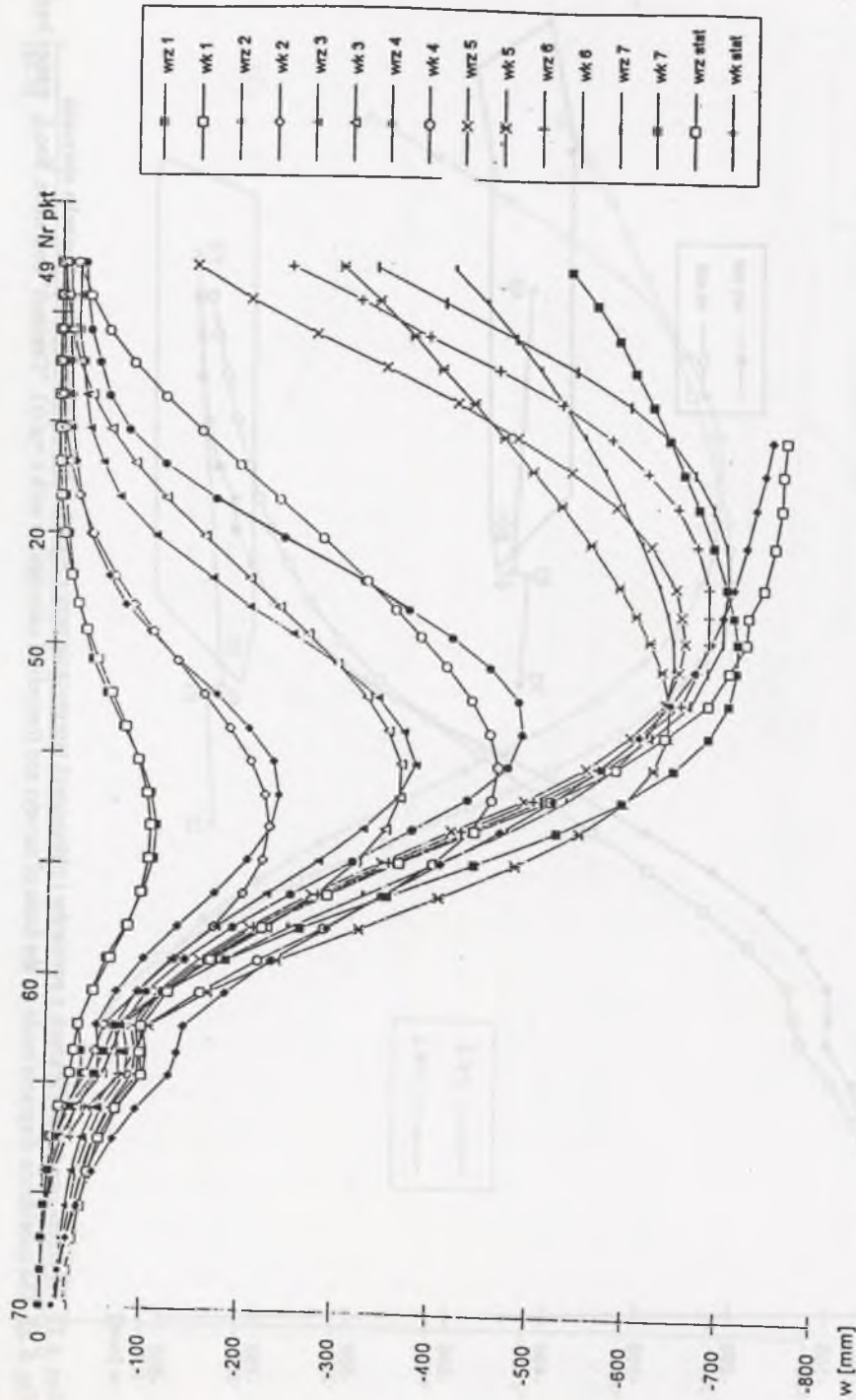
89



Rys. 6.22. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Czeczott", linia 1, niecka statyczna  
 Fig. 6.22. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czeczott" coal mine, line 1, statics basin

91





Rys. 6.23. Zbiorcze zestawienie wykresów osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t)$ . KWK "Czczott", linia 1  
 Fig. 6.23. Cumulative matching subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t)$ . "Czczott" coal mine, line 1

### 6.3. Analiza otrzymanych wyników obliczeń

Przyjmując za kryterium zgodności wyników obliczeń z rezultatami pomiarów geodezyjnych wartości błędów procentowych, należy uznać, że uzyskano dobrą jakość dopasowania. Zwłaszcza mając na uwadze fakt nieuwzględniania w obliczeniach obrzeża eksploatacyjnego.

W przypadku linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty" wartości błędów procentowych wahały się od 3.1% do 4.0%, przyjmując średnią wartość ok. 3.7%, a w przypadku niecki asymptotycznej 5.5%.

Wyniki obliczeń przeprowadzonych dla linii B-L z terenu KWK "Dębieńsko" wskazują, że wartości błędów procentowych wyniosły od 3.6% do 6.0%, przyjmując wartość średnią ok. 5.8%. W przypadku niecki ustalonej wartość błędu procentowego wyniosła 5.4%.

Dla linii 1 z terenu KWK "Czczott" wartości błędów procentowych wyniosły od 1.5% do 7.3%, średnio 5.1%. W przypadku niecki końcowej wartość błędu procentowego wyniosła 3.8%. Zauważyć należy, że otrzymano stosunkowo niską wartość współczynnika osiadania  $a$  wyznaczoną z niecki asymptotycznej. Wyniosła ona  $a = 0.33$ , co spowodowane było niewielkimi rozmiarami ściany w stosunku do promienia zasięgu wpływów głównych oraz nieuwzględnieniem obrzeża.

Interesujące wydaje się przeanalizowanie zmienności parametru  $c$  jako zmiennej czasowej, według formuły określonej wzorem (5.13). Podkreślić należy, że we wszystkich analizowanych przypadkach wartości parametru  $c_c = \int c(t)dt$  najpierw wzrastały, a następnie ustalały się przyjmując wartości niewiele różniące się dla ostatnich kilku niecek chwilowych.

W celu zbadania prawidłowości zmian parametru  $c_c$  podjęto próbę znalezienia funkcji opisującej przebieg tych zmian w czasie. Jako punkt startowy procesu deformacji ( $t=0$ ) przyjęto w przypadku linii usytuowanych równolegle do kierunku postępu frontu z terenu kopalni: "Dębieńsko" i "Czczott" moment uruchomienia eksploatacji. W przypadku linii 4a z terenu kopalni "Jan Kanty" przyjęto moment pomiaru nr 8.

Przebieg zmienności parametru  $c_c$  aproksymowano równaniem o następującej postaci:

$$c_c = a \cdot \operatorname{tgh}\left(\frac{t}{b} + d\right) \quad (6.2)$$

Powyższe równanie można z pewną dokładnością przybliżyć do bardziej stabilnej funkcji w postaci:

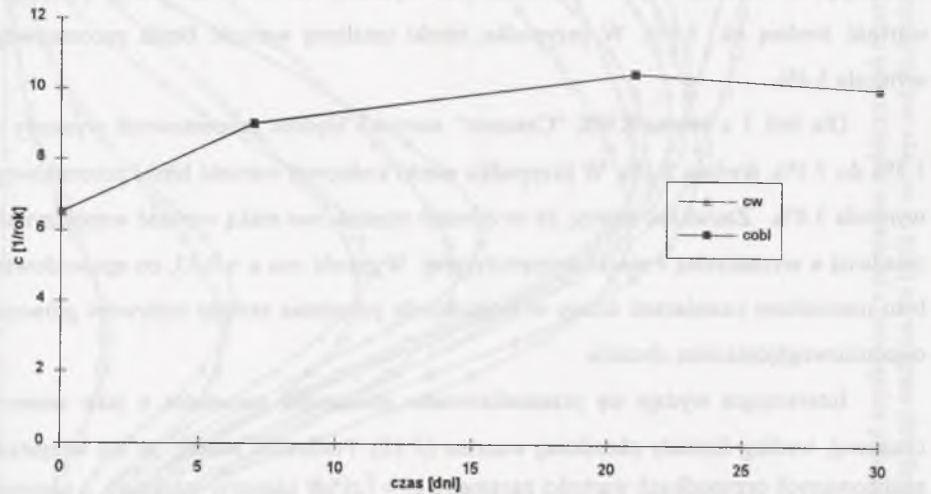
$$c_c = at + \operatorname{tgh}(t q) + \varepsilon' \quad (6.3)$$

W przypadku linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty" otrzymano następujące wartości współczynników równania (6.2):

$$a = 41.91 \quad b = 40.17 \quad d = -0.006$$

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej wyniosła  $R = 0.999$ .

Wartości otrzymane na podstawie wyników pomiarów i obliczone na podstawie równania (6.2) pokazano na 6.24.



Rys. 6.24. Porównanie wartości  $c_c$  uzyskanych z pomiarów i obliczonych wg wzoru 6.2. Linia 4a, KWK "Jan Kanty"

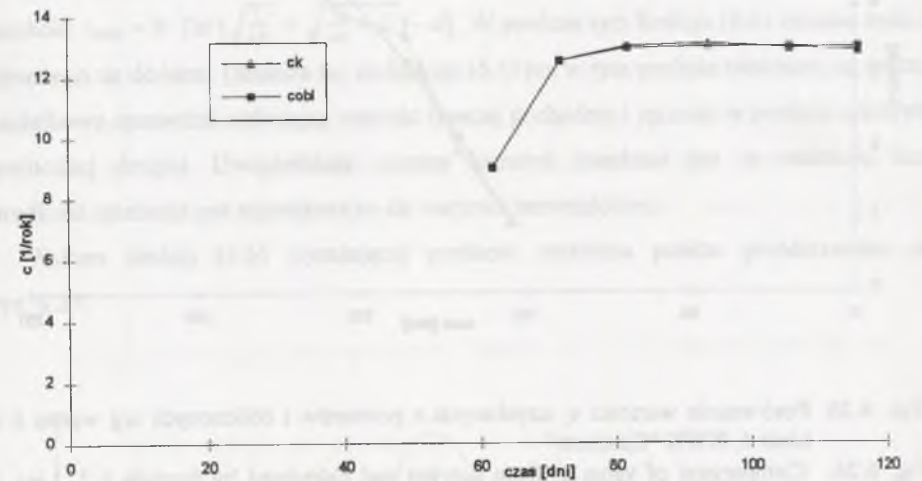
Fig. 6.24. Comparison of value  $c_c$  from surveys and calculated by formula 6.2. Line 4a, "Jan Kanty" coal mine

Dla linii B-L z terenu KWK "Dębieńsko" otrzymano następujące wartości współczynników równania (6.2):

$$a = 12.97 \quad b = 8.55 \quad d = -6.39$$

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej wyniosła  $R = 0.999$ .

Wartości otrzymane na podstawie wyników pomiarów i obliczone na podstawie równania (6.2) pokazano na 6.25.



Rys. 6.25. Porównanie wartości  $c_c$  uzyskanych z pomiarów i obliczonych wg wzoru 6.2. Linia B-L, KWK "Dębieńsko"

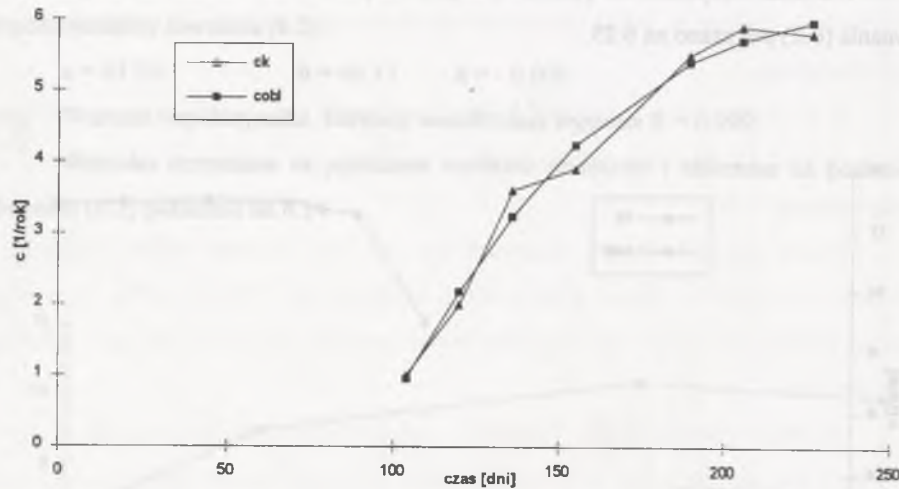
Fig. 6.25. Comparison of value  $c_c$  from surveys and calculated by formula 6.2. Line B - L, "Dębieńsko" coal mine

W przypadku linii nr 1 z terenu KWK "Czczott" otrzymano następujące wartości współczynników równania (6.2):

$$a = 6.35 \quad b = 77.83 \quad d = -1.18$$

Wartość współczynnika korelacji wielokrotnej wyniosła  $R = 0.992$

Wartości otrzymane na podstawie wyników pomiarów i obliczone na podstawie równania (6.2) pokazano na 6.26.



Rys. 6.26. Porównanie wartości  $c_c$  uzyskanych z pomiarów i obliczonych wg wzoru 6.2. Linia 1, KWK "Czczcott"

Fig. 6.26. Comparison of value  $c_c$  from surveys and calculated by formula 6.2. Line 1, "Czczcott" coal mine

Założenie zmienności parametru  $c$  wg wzoru (6.2) prowadzi do następującej postaci wzoru (5.13):

$$w(t, x) = w_k(t_k, x) + E \exp \left[ -a \int_0^t \operatorname{tgh} \left( \frac{\tau}{b} + d \right) d\tau \right] \quad (6.4)$$

Prędkość osiadania punktu na powierzchni terenu jest zatem pochodną wyrażenia (6.4) względem czasu. Możemy ją obliczyć z wzoru:

$$\frac{dw(t)}{dt} = -E e^{-a \int_0^t \operatorname{tgh} \left( \frac{\tau}{b} + d \right) d\tau} \cdot a \operatorname{th} \left( \frac{t}{b} + d \right) \quad (6.5)$$

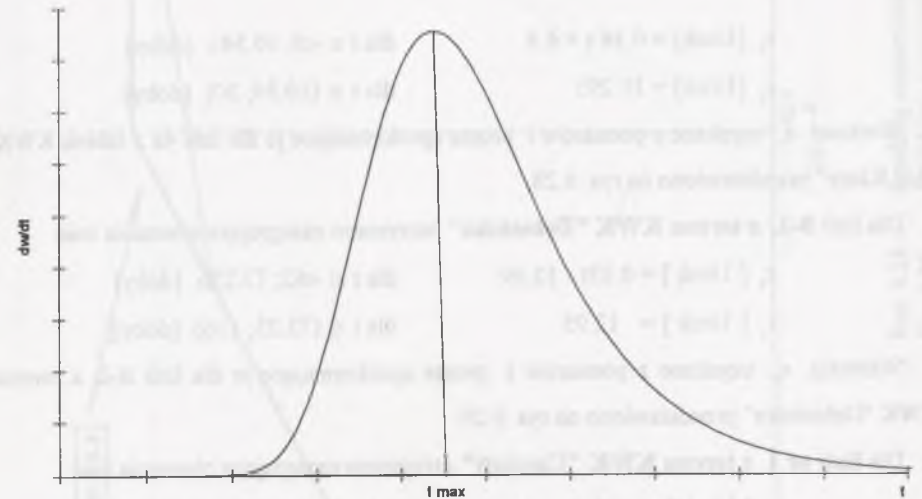
Znak "-" we wzorze (6.5) oznacza przeciwny do osi zwrot prędkości osiadania.

Pomijając stałą  $E$ , której wartość przyjęto  $E = 1$ , pochodna funkcji (6.5) ma natomiast postać:

$$\frac{d^2w(t)}{dt^2} = -a e^{-a \int_0^t \operatorname{tgh} \left( \frac{\tau}{b} + d \right) d\tau} \left[ -a \operatorname{th}^2 \left( \frac{t}{b} + d \right) + \frac{1}{b c h^2 \left( \frac{t}{b} + d \right)} \right] \quad (6.6)$$

Druga pochodna funkcji osiadania wyrażona wzorem (6.6) przyjmuje wartość zerową w punkcie:  $t_{\max} = b \cdot \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{1}{ab}} + \sqrt{\frac{1}{ab} + 1} \right) - d \right]$ . W punkcie tym funkcja (6.6) zmienia znak z ujemnego na dodatni. Oznacza to, że funkcja (6.5) ma w tym punkcie minimum, co można dodatkowo sprawdzić obliczając wartość trzeciej pochodnej i jej znak w punkcie zerowym pochodnej drugiej. Uwzględniając ujemny kierunek osiadania jest to minimum, lecz prędkość osiadania jest największa co do wartości bezwzględnej.

Wykres funkcji (6.5) wyrażającej prędkość osiadania punktu przedstawiono na rys. 6.27.



Rys. 6.27. Prędkość osiadania punktu wg wzoru (6.4)

Fig. 6.27. Subsidence point velocity under 6.4. formula

Jak widać z wykresu, w punkcie początkowym procesu prędkość osiadania osiąga wartość minimalną, a maksymalna prędkość osiadania występuje po określonym czasie. Przebieg prędkości osiadania punktu wg wzoru (6.5) zbliżony jest do obserwowanego w praktyce, odmiennie niż w przypadku teorii S. Knothe'go, na co zwrócono uwagę w rozdziale 2 niniejszej pracy.

Z przebiegu prędkości osiadania pokazanej na rys. 6.27 widać w sposób oczywisty, że pochodna tej funkcji, czyli przyspieszenie osiadania, jest również funkcją ograniczoną. Można to udowodnić badając jej pochodną, czego nie zamieszczono w ramach niniejszej pracy z uwagi na rozbudowaną postać wzoru.

Dodatkowo dla celów praktycznych we wszystkich przypadkach zmienność parametru  $c_c$  od czasu aproksymowano za pomocą złożenia dwóch linii prostych, przy czym dla fazy ustalonych wartości tego parametru była to linia o równaniu  $c_c = \text{const}$ . Podejście takie podyktowane zostało chęcią możliwie najprostszego zinterpretowania otrzymanych wyników.

Dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty" otrzymano następujące równania linii:

$$c_c \text{ [1/rok]} = 0.36t + 6.5 \quad \text{dla } t \in <0; 10.54> \text{ [doby]}$$

$$c_c \text{ [1/rok]} = 10.295 \quad \text{dla } t \in (10.54; 30) \text{ [doby]}$$

Wartości  $c_c$  uzyskane z pomiarów i proste aproksymujące je dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty" przedstawiono na rys. 6.28.

Dla linii B-L z terenu KWK "Dębieńsko" otrzymano następujące równania linii:

$$c_c \text{ [1/rok]} = 0.35t - 12.69 \quad \text{dla } t \in <62; 73.25> \text{ [doby]}$$

$$c_c \text{ [1/rok]} = 12.95 \quad \text{dla } t \in (73.25; 116) \text{ [doby]}$$

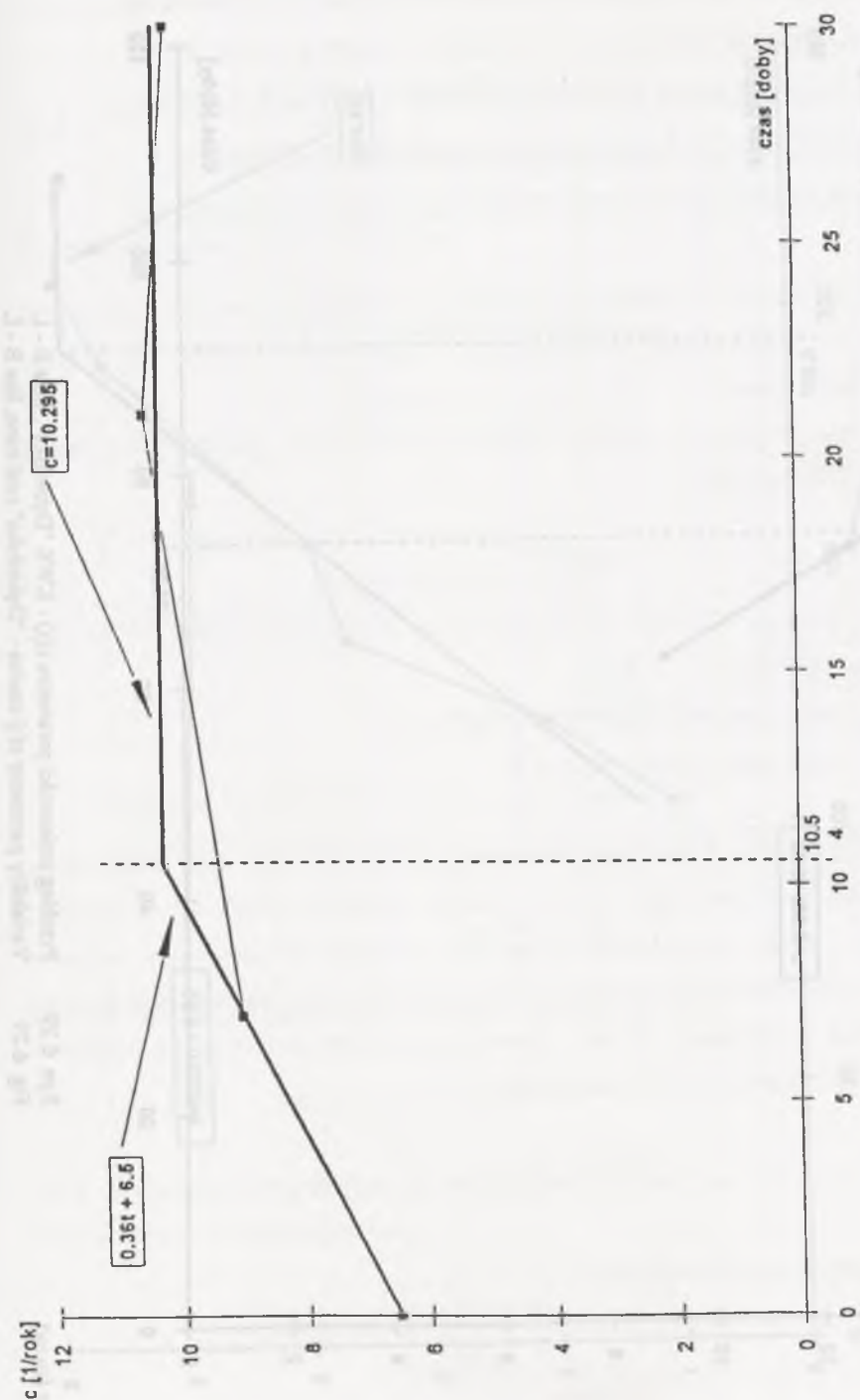
Wartości  $c_c$  uzyskane z pomiarów i proste aproksymujące je dla linii B-L z terenu KWK "Dębieńsko" przedstawiono na rys. 6.29.

Dla linii nr 1 z terenu KWK "Czeczott" otrzymano następujące równania linii:

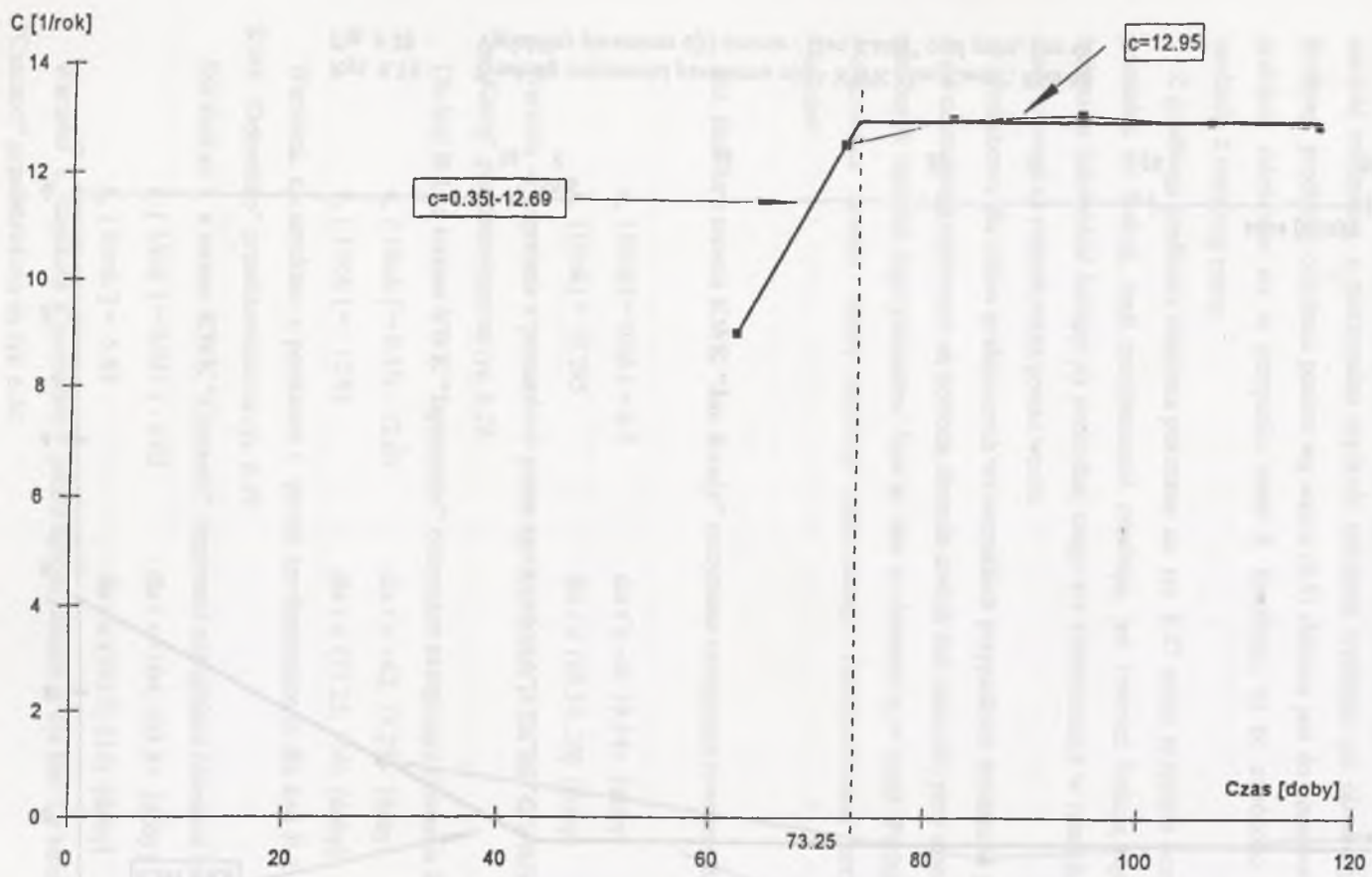
$$c_c \text{ [1/rok]} = 0.051t - 4.02 \quad \text{dla } t \in <104; 193.5> \text{ [doby]}$$

$$c_c \text{ [1/rok]} = 5.85 \quad \text{dla } t \in (193.5; 116) \text{ [doby]}$$

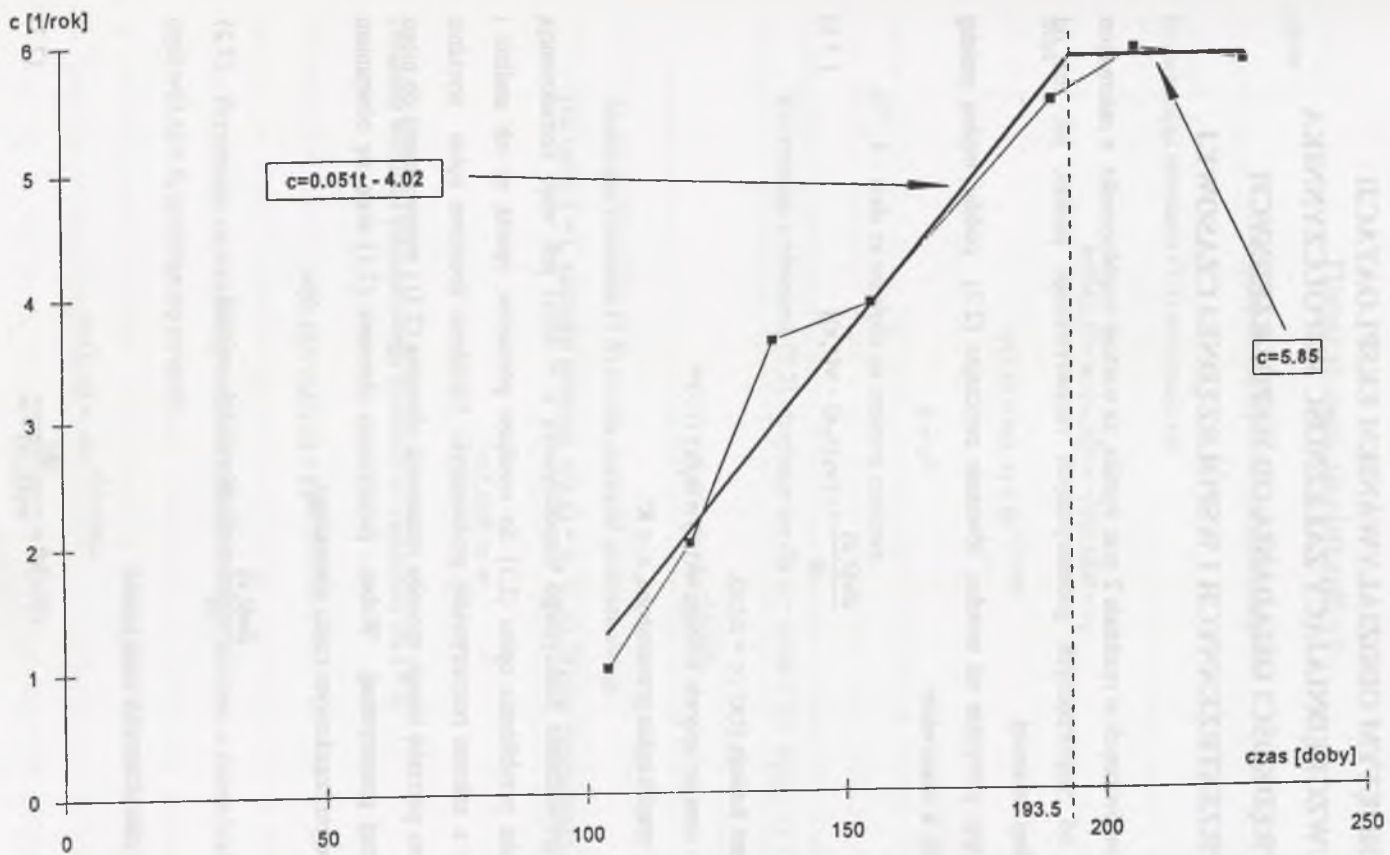
Wartości  $c_c$  uzyskane z pomiarów i proste aproksymujące je dla linii 1 z terenu KWK "Czeczott" przedstawiono na rys. 6.30.



Rys. 6.28 Przebieg zmienności parametru  $c(t)$  - KWK "Jan Kanty", linia 4a  
Fig. 6.28 Variability parameter  $c(t)$  course - "Jan Kanty" coal mine, line 4a



Rys. 6.29 Przebieg zmienności parametru  $c(t)$  - KWK "Dębieńsko", linia B - L  
 Fig. 6.29 Variability parameter  $c(t)$  course - "Dębieńsko" coal mine, line B - L



Rys. 6.30 Przebieg zmienności parametru  $c(t)$  - KWK "Czczott", linia I  
 Fig. 6.30 Variability parameter  $c(t)$  course - "Czczott" coal mine, line I

## 7. MODEL DEFORMACJI GÓROTWORU W OBSZARZE OBJĘTYM ODDZIAŁYWANIEM EKSPLOATACJI UWZGLĘDNIAJĄCY ZALEŻNOŚĆ WSPÓŁCZYNNIKA PRĘDKOŚCI OSIADANIA OD WSPÓLRZĘDNYCH PRZESTRZENNYCH I WSPÓLRZĘDNEJ CZASOWEJ

Z omówionych w rozdziale 2 prac wynika, że wartość współczynnika  $c$  zależna jest zarówno od współrzędnych geometrycznych rozpatrywanego punktu, jak też od współrzędnej czasowej.

Mając powyższe na uwadze, równanie zwyczajne (2.3) poddać można pewnej modyfikacji, a mianowicie:

$$\frac{dw(t, x)}{dt} = c[w_k(t_k, x) - w(t, x)] \quad (7.1)$$

gdzie:

$c$  jest funkcją  $(t, x)$ ;  $c = c(t, x)$ ,

$t_k$  - czas po upływie którego  $w(t, x) = w_k(x)$ ,

$x$  - współrzędne przestrzenne,  $x \in R^2$ .

Wprowadzenie funkcyjnego współczynnika  $c = c(t, x)$  jest więc konsekwencją konieczności przybliżenia opisu (2.3) do wyników pomiarów, opartą na ich analizie i literaturze z zakresu rozpatrywanej problematyki. Uściślenie ilościowe opisu wyraźnie wskazuje na potrzebę innego sposobu rozumienia równania (2.3) i wprowadzenia do niego współrzędnej przestrzennej. Wobec powyższego równanie (7.1) staje się równaniem różniczkowym cząstkowym rzędu pierwszego:

$$\frac{\partial w(t, x)}{\partial t} = c(t, x)[w_k(t_k, x) - w(t, x)] \quad (7.2)$$

Równania charakterystyk mają postać:

$$c(t, x)dt = \frac{dw}{w_k(t_k, x) - w} \quad (7.3)$$

Całkując równanie (7.3) otrzymuje się:

$$\Gamma[\ln(w(t, x) - w_k(t_k, x)) + \int c(t, x)dt] = 0 \quad (7.4)$$

gdzie:

$\Gamma$  - funkcja spełniająca pewne warunki brzegowe

Rozwiązując równanie (7.4) otrzymuje się:

$$\ln(w(t, x) - w_k(t_k, x)) = -\int c(t, x)dt + c_2 \quad (7.5)$$

Stąd:

$$w(t, x) = w_k(t_k, x) + ke^{-\int c(t, x)dt} \quad (7.6)$$

gdzie:

$$k = e^{c_2} \quad (7.7)$$

$e^{c_2}$ ,  $k$  - stałe ze względu na zmienną czasową.

Korzystając z równania (7.2) otrzymuje się dla  $c_1 = \text{const} > 0$  i  $w_k(t_k, x) < w(t, x) < 0$

$$w(t, x) = w_k(t_k, x) + ke^{-\int c(t, x)dt} \quad (7.8)$$

Analizując równanie (7.8) można poczynić poniższe uwagi.

Dla czasu  $t = t_k$  zachodzi równość  $w(t, x) = w_k(t_k, x)$ . Wobec powyższego zachodzi:

$$\int c(t, x)dt \Rightarrow \infty \quad (7.9)$$

Ustalenie warunku początkowego prowadzi do zależności dla  $t = 0$ :

$$w(0, x) = w_k(t_k, x) + ke^{-\int c(t, x)dt|_{t=0}} \quad (7.10)$$

Przyjmując za warunek początkowy punkt startowy procesu, a zatem brak obniżenia, czyli  $w(0, x) = 0$ , uzyskuje się związek:

$$w_k(t_k, x) = -ke^{-\int c(t, x)dt|_{t=0}} \quad (7.11)$$

Na podstawie równania (7.11) wyznaczyć należałoby  $c(0,x)$  korzystając z zależności:

$$\ln |w_k(t_k, x)| - \ln k = -\int_{t=0} c(t, x) dt \quad (7.12)$$

Należy w tym miejscu szczególnie wyraźnie podkreślić słabe uzasadnienie fizyczne zależności (7.12), gdyż pominięto w nim całkowicie zagadnienie brzegu obszaru deformacji (brzegu niecki w płaszczyźnie  $x = \{x^1, x^2\}$ , dla którego (rys. 7.1) zachodzi związek:

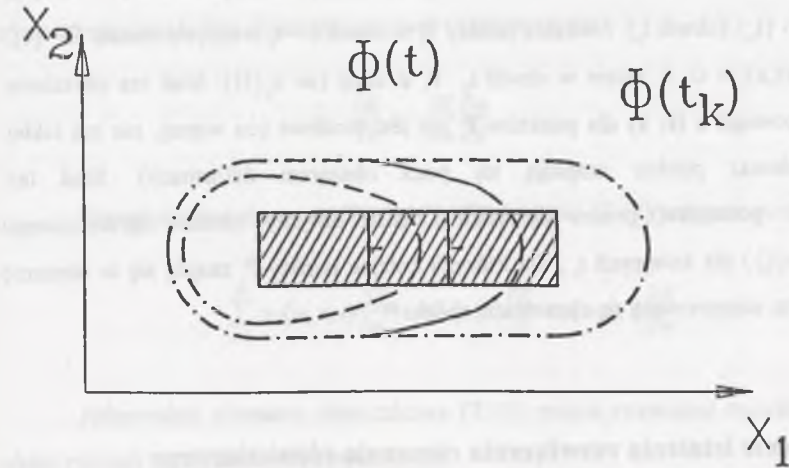
$$\begin{aligned} w(t; x) &= 0 & \text{dla } x = \phi(t) \\ w(0; x) &= 0 & \text{dla } t = 0 \end{aligned} \quad (7.13)$$

Funkcja  $\phi(t)$  opisuje ruch brzegu obszaru deformacji - rys. 7.2. Zatem związek (7.13) jest użyteczny przy wyznaczaniu funkcji  $c(0, x)$ , której nośnikiem w chwili  $t = 0$  byłby punkt  $x = 0$ . Ponieważ w punkcie nie możemy mówić o funkcji, wobec tego prowadzi to do sprzeczności ze wzorem (7.11). Zatem analizę zagadnienia początkowego doprowadzałyby to do paradoksu.

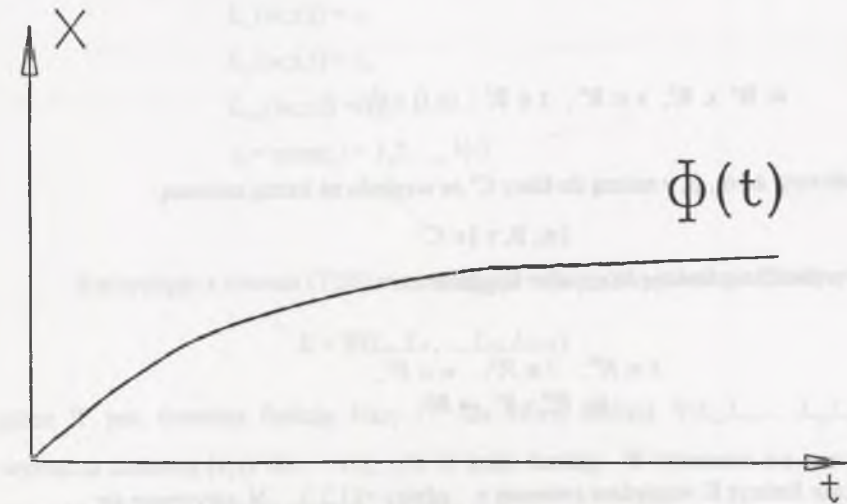
W kontekście tego analiza zmienności parametru  $c = c(t, x)$  powinna prowadzić do wniosku, że moment początkowy procesu  $t_p = t > 0$ . Przy takim założeniu nośnikiem warunku początkowego nie jest punkt  $x = 0$ , lecz pewien obszar przestrzenny  $W_x(t_p)$ , gdzie sens ma warunek początkowy dla  $t = t_p$ , wobec czego:

$$\ln |w_k(t_k; x)| - \ln(c_1) = -\int c(t_p, x) dt \quad (7.14)$$

Zatem rozwiązanie (7.7) musi spełniać warunek początkowy (7.14) w pewnym obszarze  $\Omega \cap \{t_p\} \neq \emptyset$  i dla tak przypisanego obszaru (dla  $t > t_p$ ) należy przeprowadzić identyfikację  $c(t; x)$  na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych. Pojawia się tu jednak problem związany z uwzględnieniem brzegu niecki. Przedstawiając zagadnienie formalnie - tak by uzyskać opis faktu nieuczestniczenia pewnych punktów w procesie osiadania ośrodka, przed przekroczeniem przez nie brzegu niecki. Analizując przebieg obniżania się punktów ośrodka dla czasów  $t > t_p$  zauważmy, że obszar przestrzenny niecki należy do pewnego zbioru, który jest ograniczony brzegiem  $\partial\Omega$ .



Rys. 7.1. Obszar brzegu deformacji w płaszczyźnie  $x = \{x^1, x^2\}$  dla chwili czasu  $t$  i  $t_k$   
Fig. 7.1. The deformation periphery area in  $x = \{x^1, x^2\}$  plane for time moment  $t$  and  $t_k$



Rys. 7.2. Funkcja brzegu obszaru deformacji  
Fig. 7.2. The function of deformation periphery area

Brzeg ten zadany został przez funkcję  $\phi(t)$ . Zatem dla  $t > t_p$  pewne punkty zawarte są w obszarze  $\Omega$ , a inne nie. Zatem w otoczeniu brzegu  $\partial\Omega$  mamy zbiór punktów  $P_i \in \Omega \cap \{t\}$ , brzeg  $P_i \notin \Omega \cap \{t_p\}$  (chwili  $t_p$ ). Niektóre punkty  $P_i$  w chwili  $t > t_p$  wejdą do zbioru  $\Omega \cap \{t\}$ , dla którego  $|w(t,x)| > 0$ . A zatem w chwili  $t_p$   $P_i \notin \text{supp}(w \cap \{t_p\})$ . Stąd też określenie parametru startowego  $c(t; x)$  dla punktów  $P_i$  nie jest możliwe (co więcej, nie ma takiej potrzeby, ponieważ punkty znajdują się poza obszarem deformacji). Stąd też (z oczywistych powodów) proces identyfikacji będzie dotyczył obszaru ograniczonego  $\Omega = \text{supp}(w \cap \{t_i\})$  dla kolejnych  $t_i$ , dla których kolejne punkty  $P_i$  znajdują się w obszarze deformacji, a tym samym staną się elementami zbioru  $P_i$ .

### 7.1. Zagadnienie istnienia rozwiązania równania różniczkowego

Istotne jest zbadanie istnienia i jednoznaczności rozwiązania równania (7.1). W tym celu rozważono równanie ogólniejsze w postaci [56]:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i(w, x, t) \frac{\partial w}{\partial x_i} = \beta(w, x, t) w - \gamma(w, x, t) \frac{\partial w}{\partial t} \quad (7.15)$$

gdzie:

$$w: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1; \quad x \in \mathbb{R}^n; \quad t \in \mathbb{R}^1; \quad (x, t) \in W$$

Założmy, że  $\alpha_i, \beta, \gamma$  należą do klasy  $C^1$  ze względu na każdą zmienną:

$$\{\alpha_i, \beta, \gamma\} \in C^1$$

Wprowadźmy funkcję  $K(x, t, w) = 0$ , gdzie:

$$\begin{aligned} x &\in \mathbb{R}^n; \quad t \in \mathbb{R}^1; \quad w \in \mathbb{R}^1; \\ w &: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1 \end{aligned}$$

Różniczkując funkcję  $K$  względem zmiennej  $x_i$ , gdzie  $i = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ , otrzymuje się:

$$\frac{\partial K}{\partial x_i} = - \frac{\partial K}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial x_i} \quad (7.16)$$

różniczkując względem zmiennej czasowej  $t$  otrzymuje się:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = - \frac{\partial K}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (7.17)$$

Uwzględniając równania (7.16) i (7.17) równanie (7.15) przyjmie postać:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i(w, x, t) \frac{\partial K}{\partial x_i} + \beta(w, x, t) \frac{\partial K}{\partial t} + \gamma(w, x, t) \frac{\partial K}{\partial w} = 0 \quad (7.18)$$

Jednorodne równanie różniczkowe (7.18) można rozwiązać tworząc odpowiedni układ równań różniczkowych zwyczajnych:

$$\frac{dx_k}{\alpha_k(w, x, t)} = \dots = \frac{dx_1}{\alpha_1(w, x, t)} = \frac{dt}{\beta(w, x, t)} = \frac{dw}{\gamma(w, x, t)} \quad (7.19)$$

dla każdego  $k \neq l$ ;  $k, l = 1, 2, \dots, N$ .

W związku z tym otrzymuje się:

$$\begin{aligned} L_1(w, x, t) &= c_1 \\ L_0(w, x, t) &= c_0 \\ L_{i+1}(w, x, t) &= c_{N+1} \\ c_i &= \text{const}; \quad i = 1, 2, \dots, N-2 \end{aligned} \quad (7.20)$$

Korzystając z równań (7.20) można zapisać rozwiązanie równania (7.18) w postaci:

$$K = \Psi(L_0, L_1, \dots, L_N, L_{N+1}) \quad (7.21)$$

gdzie  $\Psi$  jest dowolną funkcją klasy  $C^1$ , dla której funkcja  $\Psi(L_0, L_1, \dots, L_N, L_{N+1}) = 0$  wyznacza zmienną  $(x_i, t)$  dla  $i = 1, 2, \dots, N$ . Z kolei funkcję  $\Psi$  wyznacza się korzystając z warunków brzegowych dla równania (7.15).



Problem jednoznaczności rozwiązania równania (7.1) wymaga dość żmudnych analiz matematycznych, dość luźno związanych z rozważaniami przedstawionymi w ramach niniejszej pracy. Dlatego też zagadnienie jednoznaczności rozwiązania nie będzie stanowiło przedmiotu rozważań. Warto jednak nadmienić, że pewne założenia o funkcji  $K$  prowadzą do istnienia dodatkowych rozwiązań poza rozwiązaniami wcześniej ustalonymi. Rozwiązania te będą jednak osobliwe wobec rozwiązań uzyskanych w pracy, co w praktyce prowadzi również do rozwiązań jednoznacznych.

## 8. WERYFIKACJA ROZWIĄZANIA UWZGLĘDNIAJĄCEGO ZMIENNOŚĆ PARAMETRU $C$ OD WSPÓLRZĘDNEJ CZASOWEJ I WSPÓLRZĘDNYCH PRZESTRZENNYCH

### 8.1. Wyniki obliczeń

Weryfikacja rozwiązania otrzymanego w poprzednim rozdziale dokonana została dla tych samych rezultatów pomiarów geodezyjnych i za pomocą programu opisanego w rozdziale 6 niniejszej pracy. Różnica polegała jedynie na tym, że optymalizowano wyłącznie wartości parametru  $c_c$  przyjmując wartości parametrów  $a$  i  $\tan \beta$  otrzymane z niecki statycznej. W celu uzmiennienia parametru  $c_c$  od współrzędnych geometrycznych dokonano w każdym cyklu podziału linii obserwacyjnych na trzy odcinki:

- 1)  $c(x_1, t)$  gdy  $x \notin P$ ,
- 2)  $c(x_2, t)$  gdy  $x$  jest w rejonie stałej krawędzi pola górniczego,
- 3)  $c(x_3, t)$  gdy  $x \in P$ ,

gdzie:  $P$  - pole górnicze,

Uwzględniając, że rozpatrywano  $n$  cykli pomiarowych, dla każdej linii otrzymano macierz  $c_{ki}$ , gdzie:  $k = 1, 2, 3$  oraz  $i = 1, 2, \dots, n$ .



### 8.1.1. Wyznaczone wartości parametrów dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty"

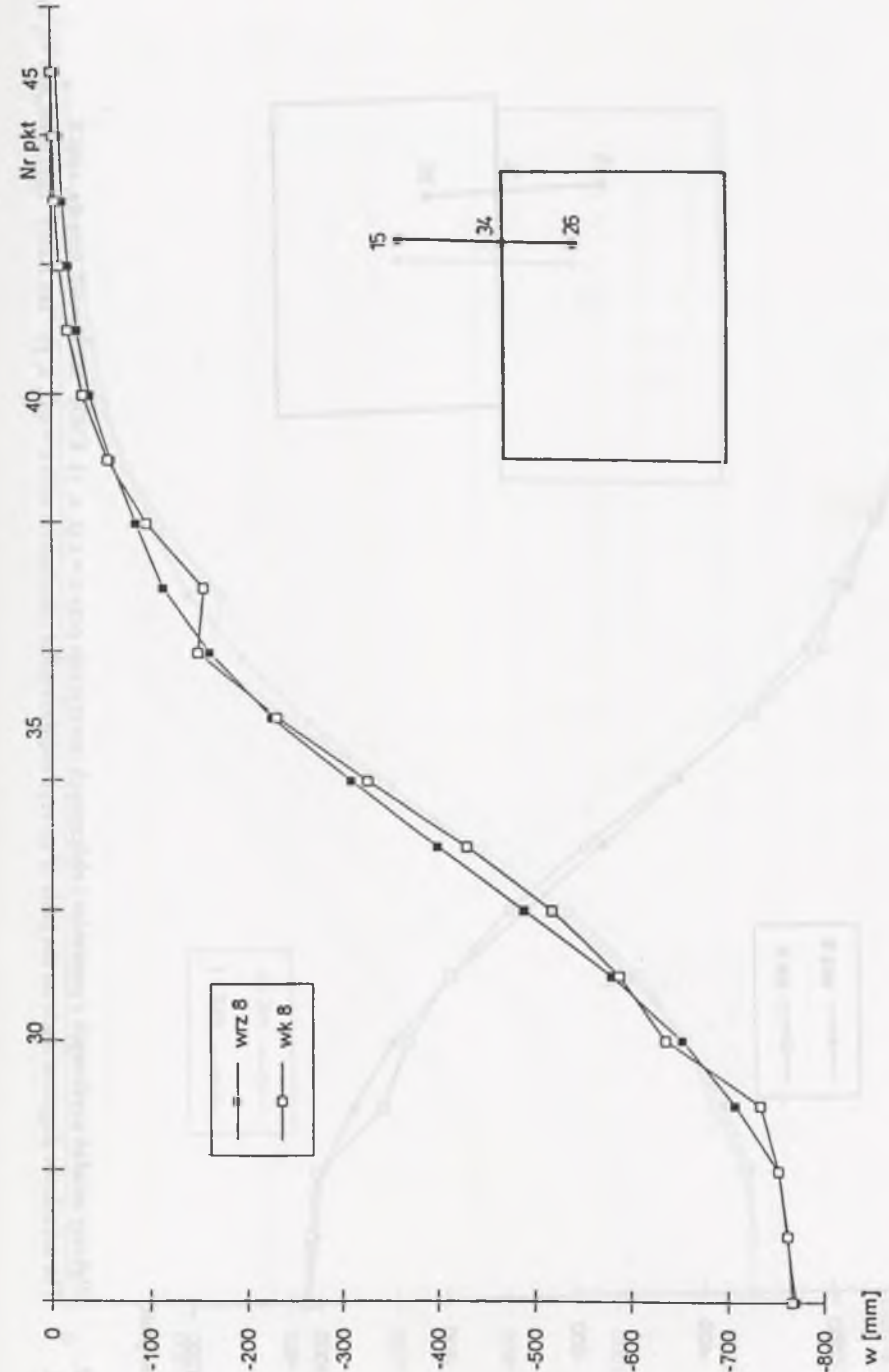
Zestawienie wartości parametru  $c_{ki}$  dla kolejnych odcinków linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty" w poszczególnych cyklach pokazano w tabeli 8.1.

Tabela 8.1

Zestawienie wartości parametru  $c_{ki}$  dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty"

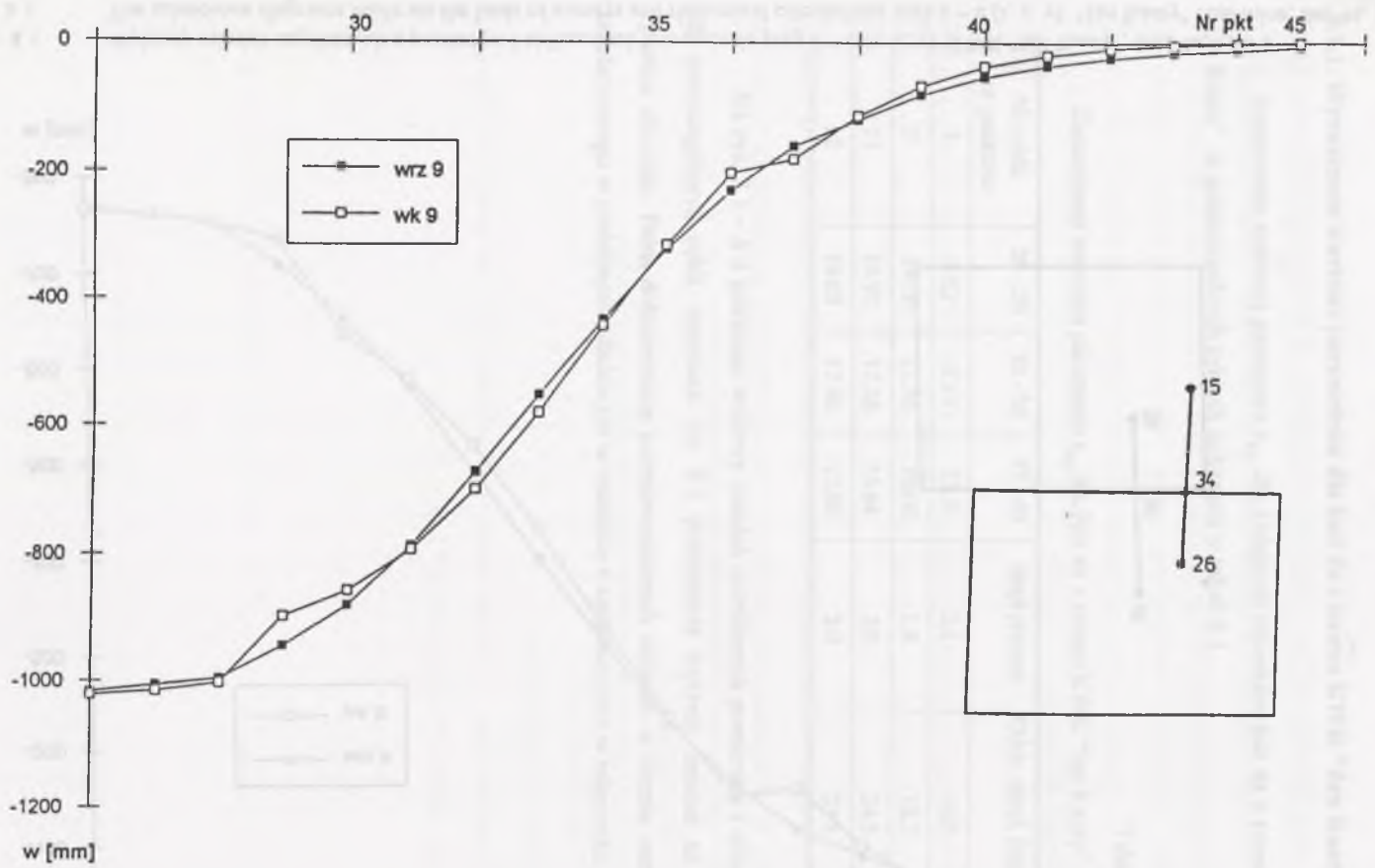
Nr cyklu nr punktów	26 - 29	30 - 36	37 - 45	Błąd procent.	Odch. stand. [mm]
8	9.52	8.14	13.9	2.1	16.5
9	14.00	11.56	16.00	1.8	18.7
11	18.92	17.26	16.64	2.0	24.5
12	19.03	17.96	12.38	2.0	23.5

Na rys. 8.1 - 8.4 pokazano wykresy osiadań określonych pomiarami i obliczonych dla poszczególnych cykli, natomiast rys. 8.5 przedstawia wykresy osiadań na jednym rysunku zbiorczo. Pełną dokumentację przeprowadzonych obliczeń w formie zestawienia tabelarycznego w podobnym układzie jak w rozdziale 6 zamieszczono w załączniku 4.

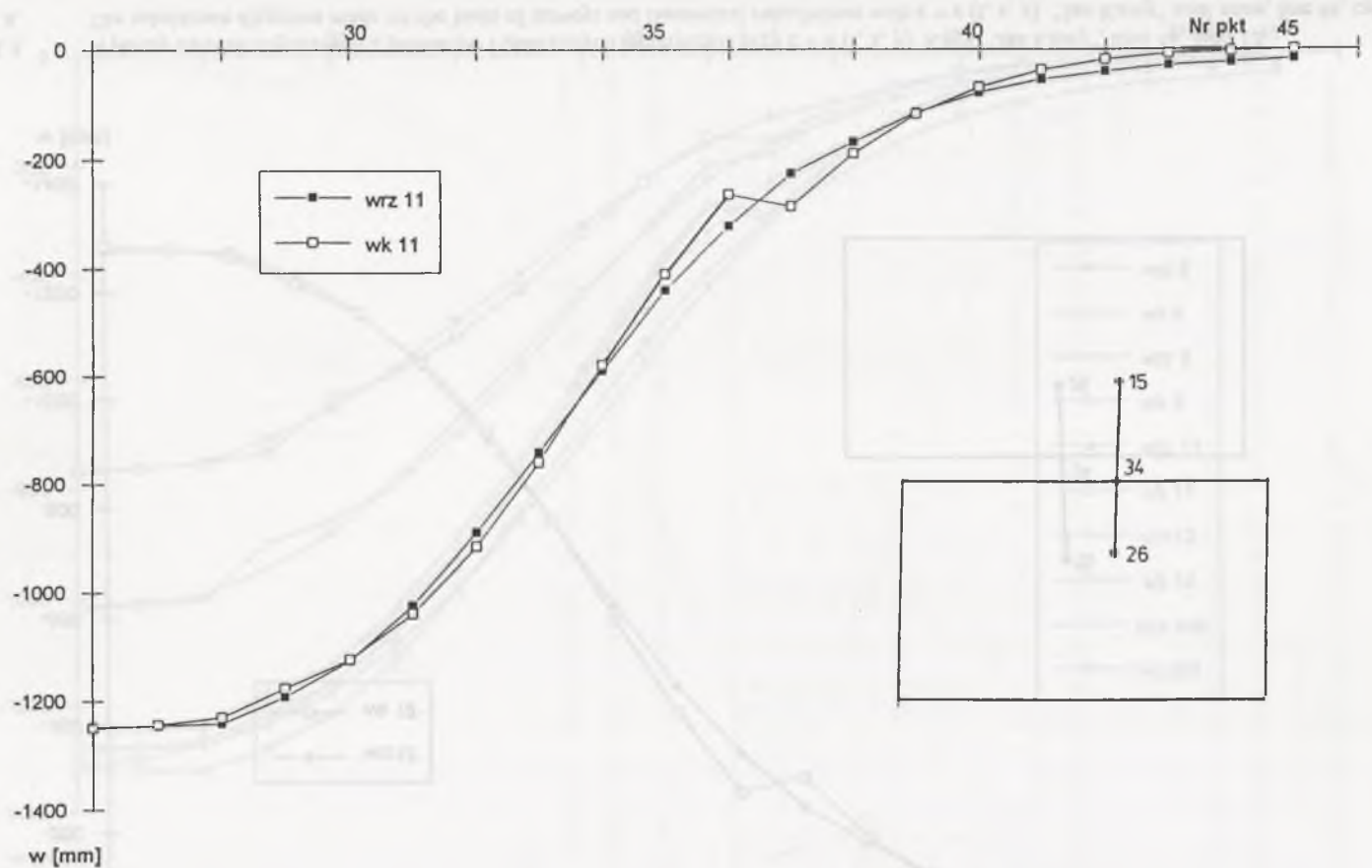


Rys. 8.1.  
Fig. 8.1.

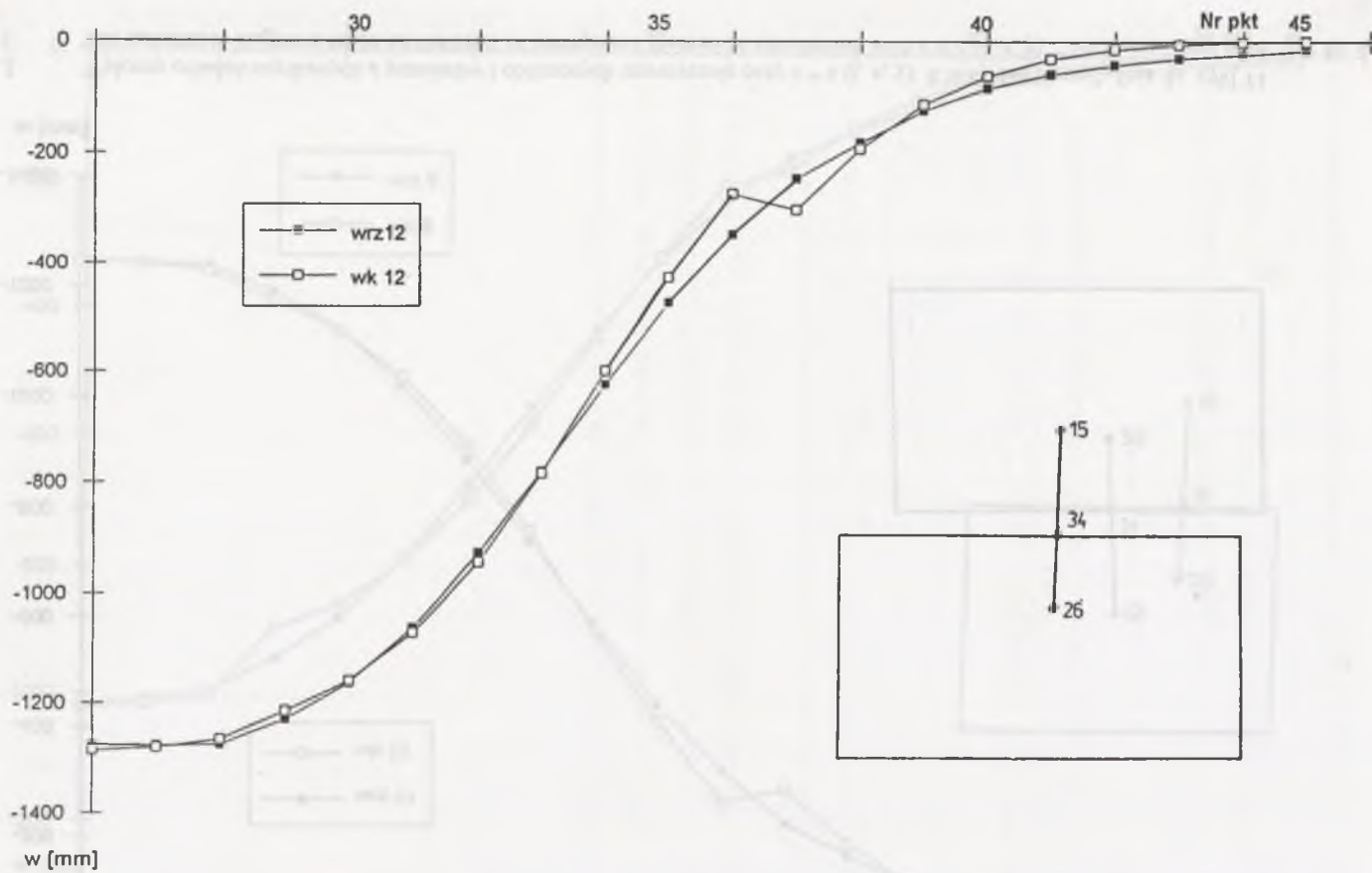
Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 8  
The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 8



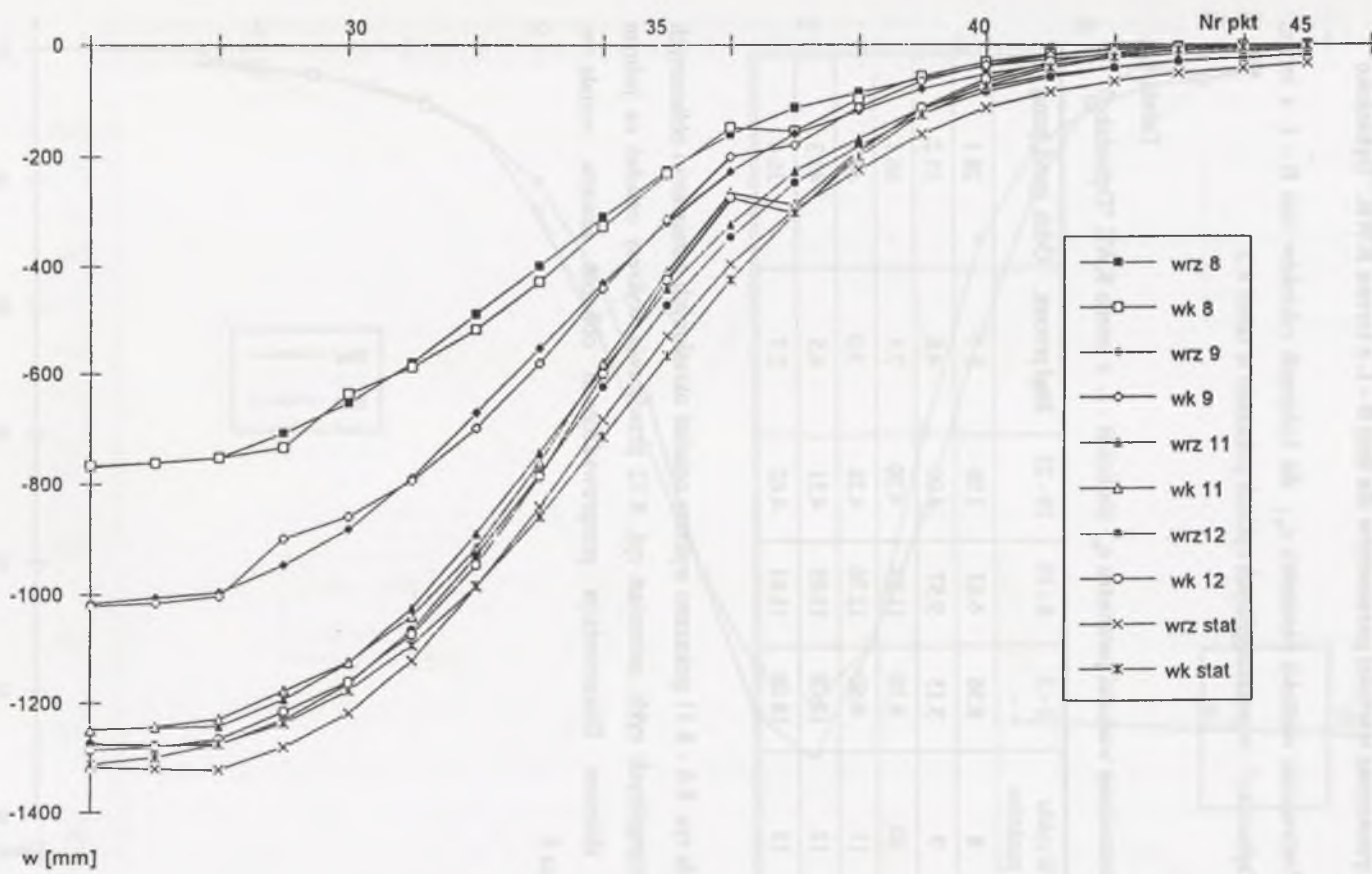
Rys 8.2 Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 9  
 Fig. 8.2 The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 9



Rys. 8.3. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 11  
 Fig. 8.3. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 11



Rys. 8.4. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a, cykl 12  
 Fig. 8.4. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a, cycle 12



Rys. 8.5. Zbiornicze zestawienie wykresów osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a  
 Fig. 8.5. Cumulative matching subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Jan Kanty" coal mine, line 4a

### 8.1.2. Wyznaczone wartości parametrów dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko"

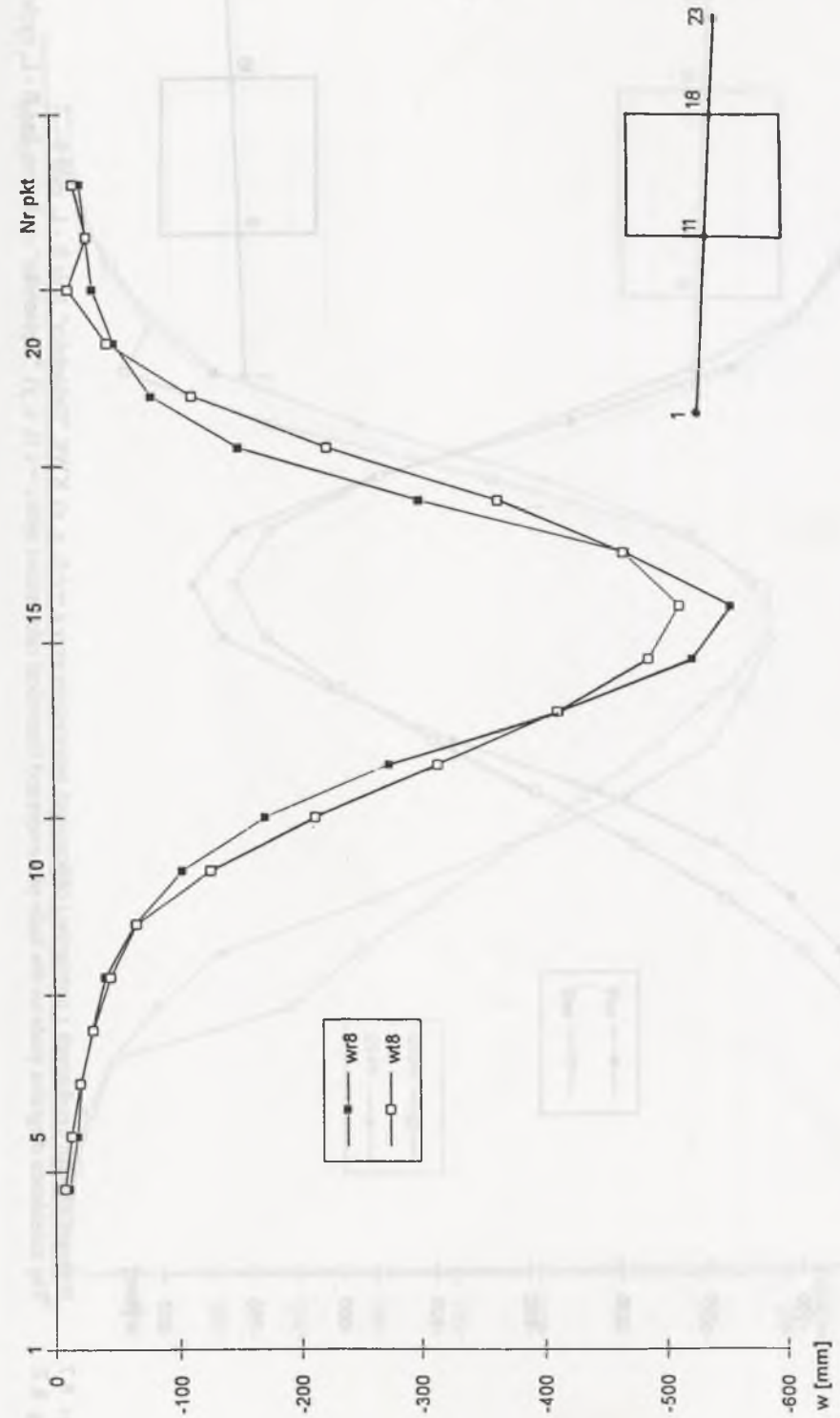
Zestawienie wartości parametru  $c_{ki}$  dla kolejnych odcinków linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko" w poszczególnych cyklach pokazano w tabeli 8.2.

Tabela 8.2

Zestawienie wartości parametru  $c_{ki}$  dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko"

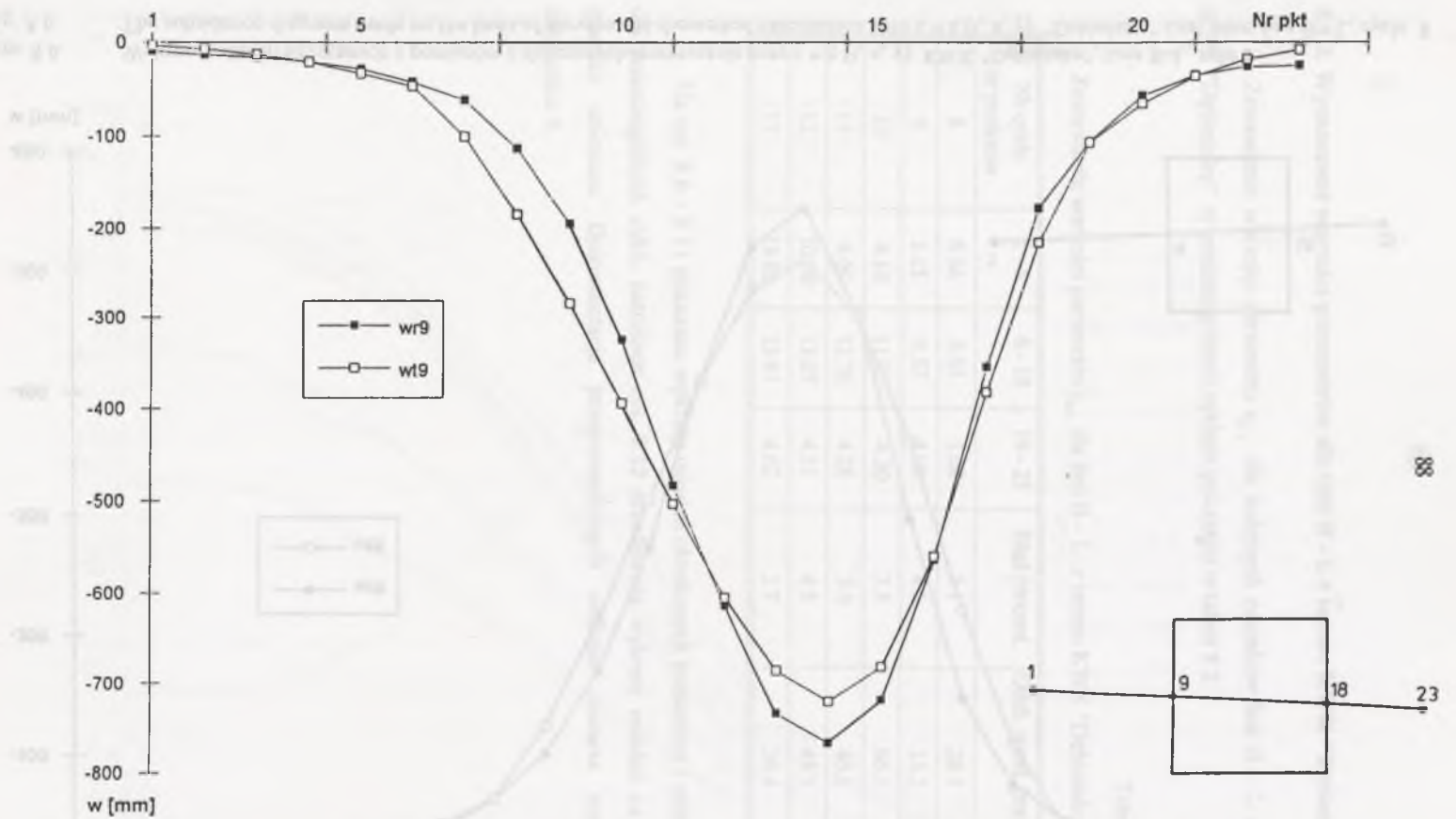
Nr cyklu nr punktów	1 - 5	6 - 18	19 - 23	Błąd procent.	Odch. stand. [mm]
8	6.56	6.63	1.08	5.1	28.1
9	3.15	9.57	4.06	4.6	35.2
10	4.10	11.03	4.20	7.5	66.1
11	4.60	12.76	4.28	5.0	46.1
12	10.08	13.05	4.51	4.5	43.3
13	18.03	13.61	4.62	3.7	36.4

Na rys. 8.6 - 8.11 pokazano wykresy osiadań określonych pomiarami i obliczonych dla poszczególnych cykli, natomiast rys. 8.12 przedstawia wykresy osiadań na jednym rysunku zbiorczo. Dokumentacja przeprowadzonych obliczeń zawarta została w załączniku 5.

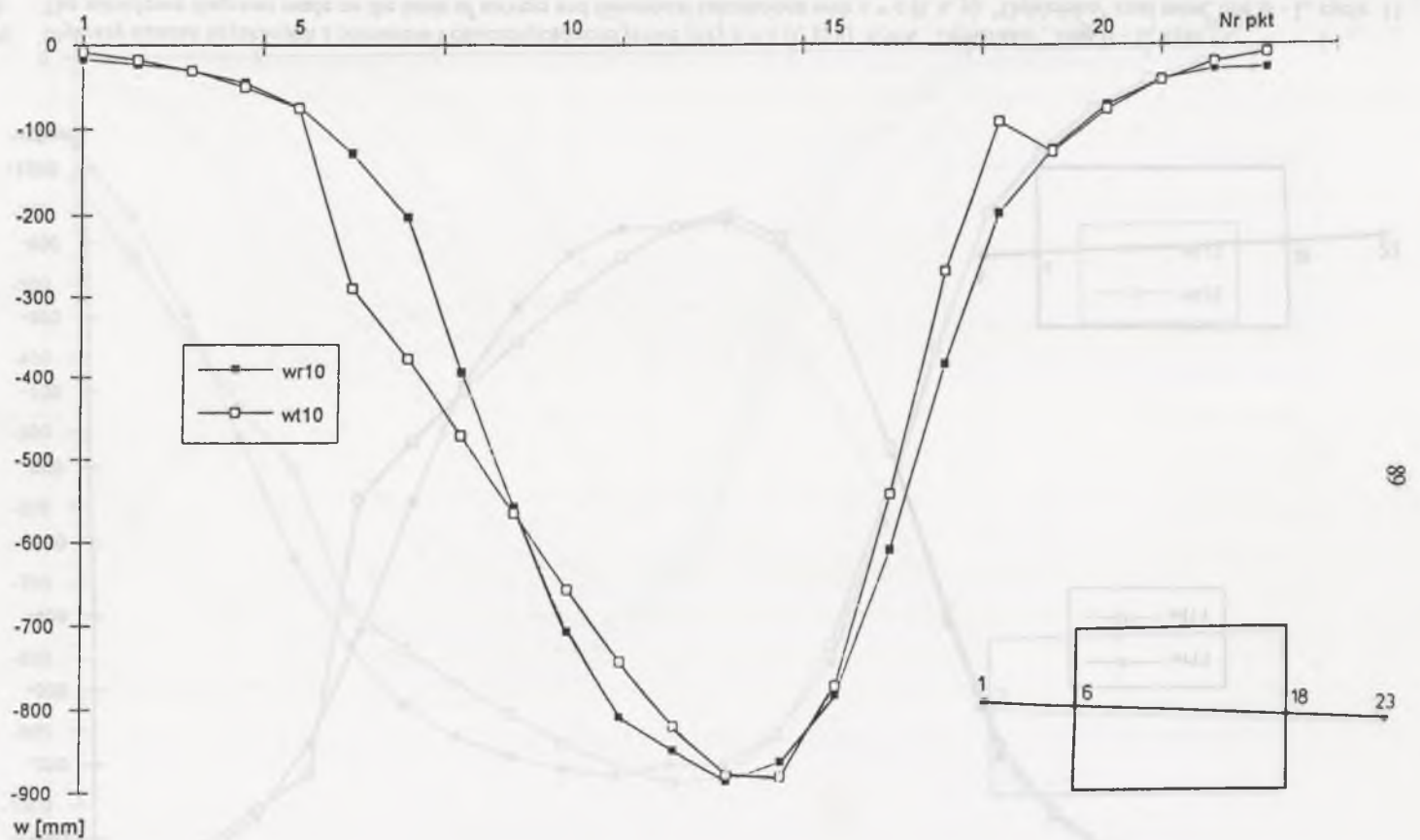


Rys. 8.6.  
Fig. 8.6.

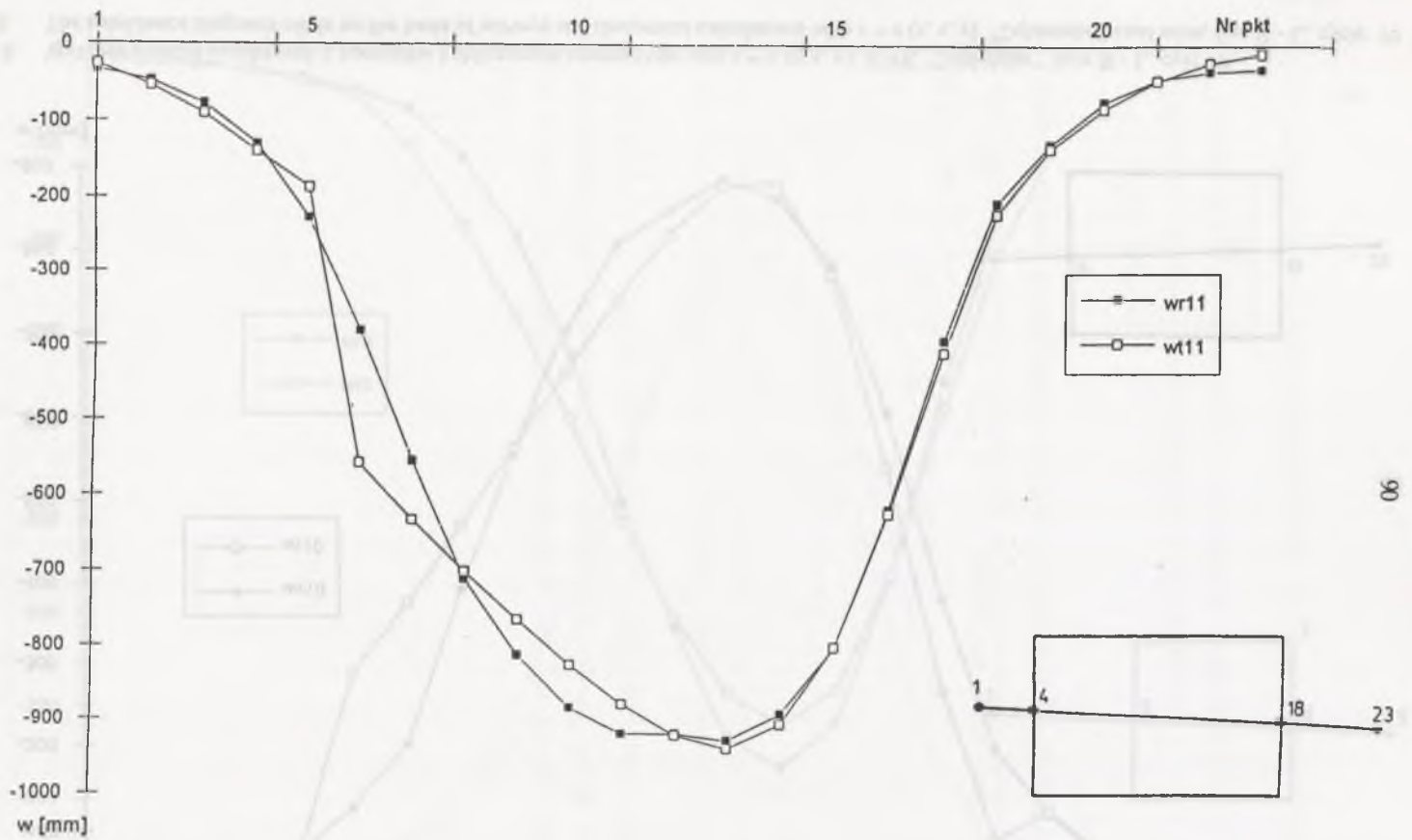
Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B-L, cykl 8  
The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 8



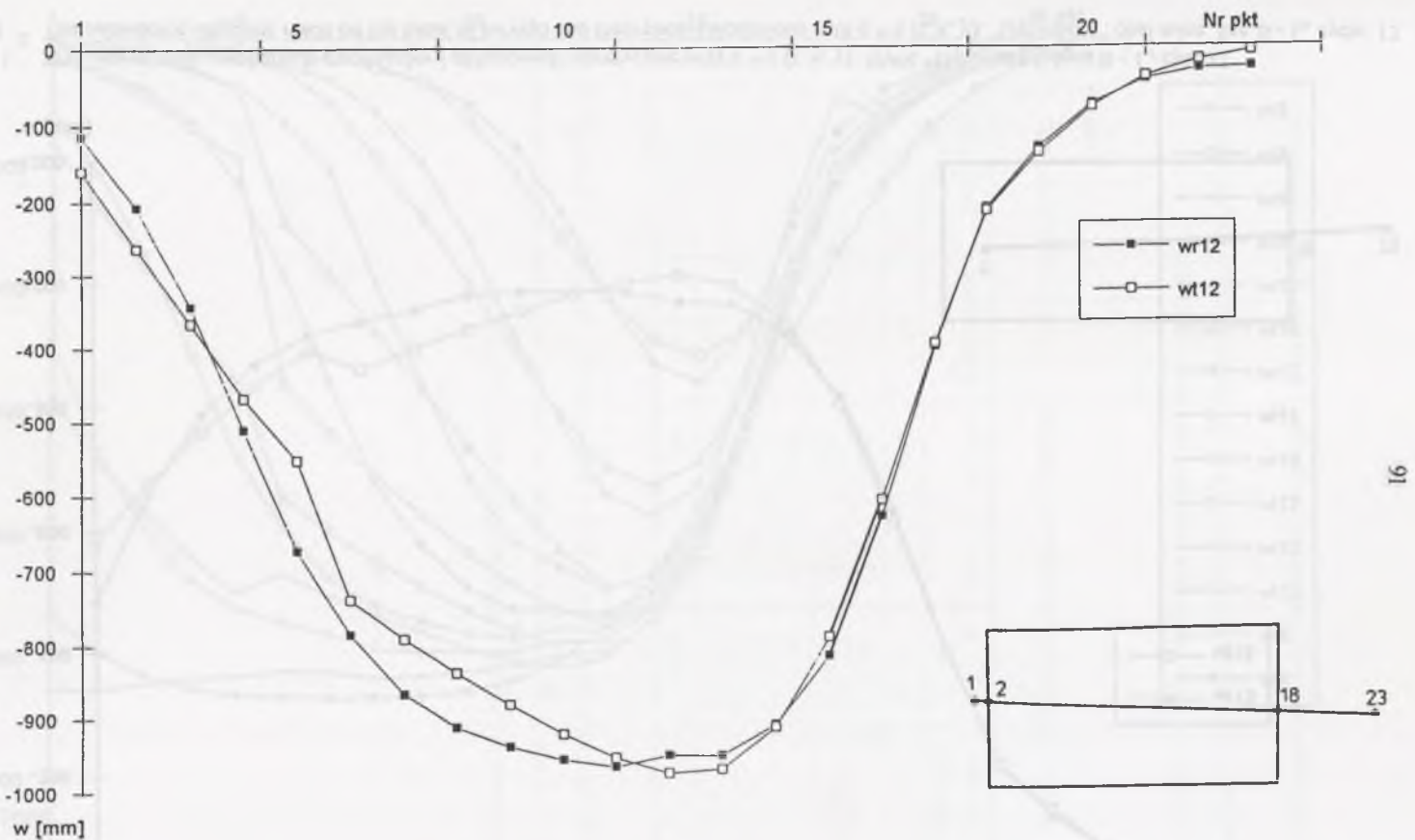
Rys 8.7. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 9  
 Fig. 8.7. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 9



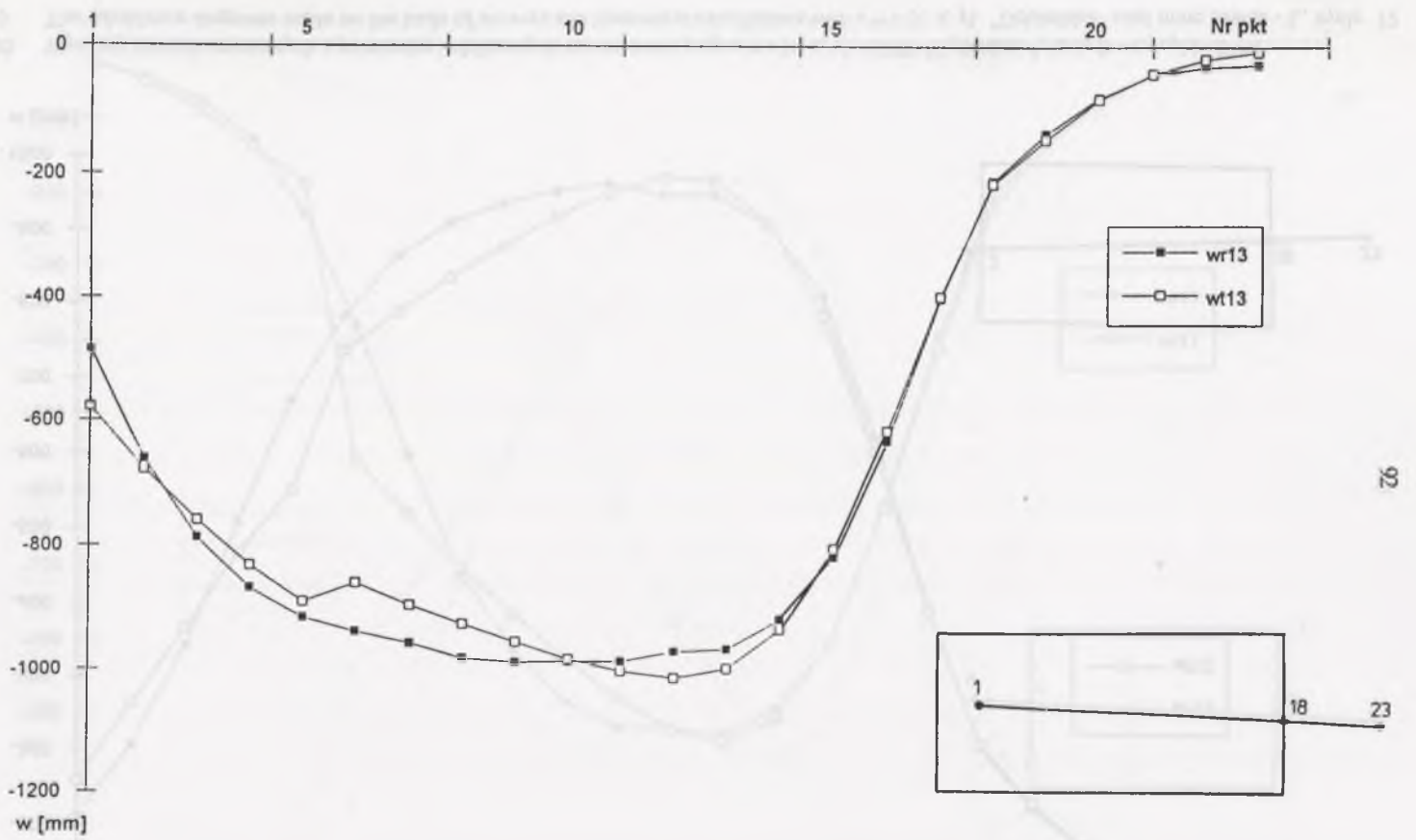
Rys 8.8. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 10  
 Fig. 8.8. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 10



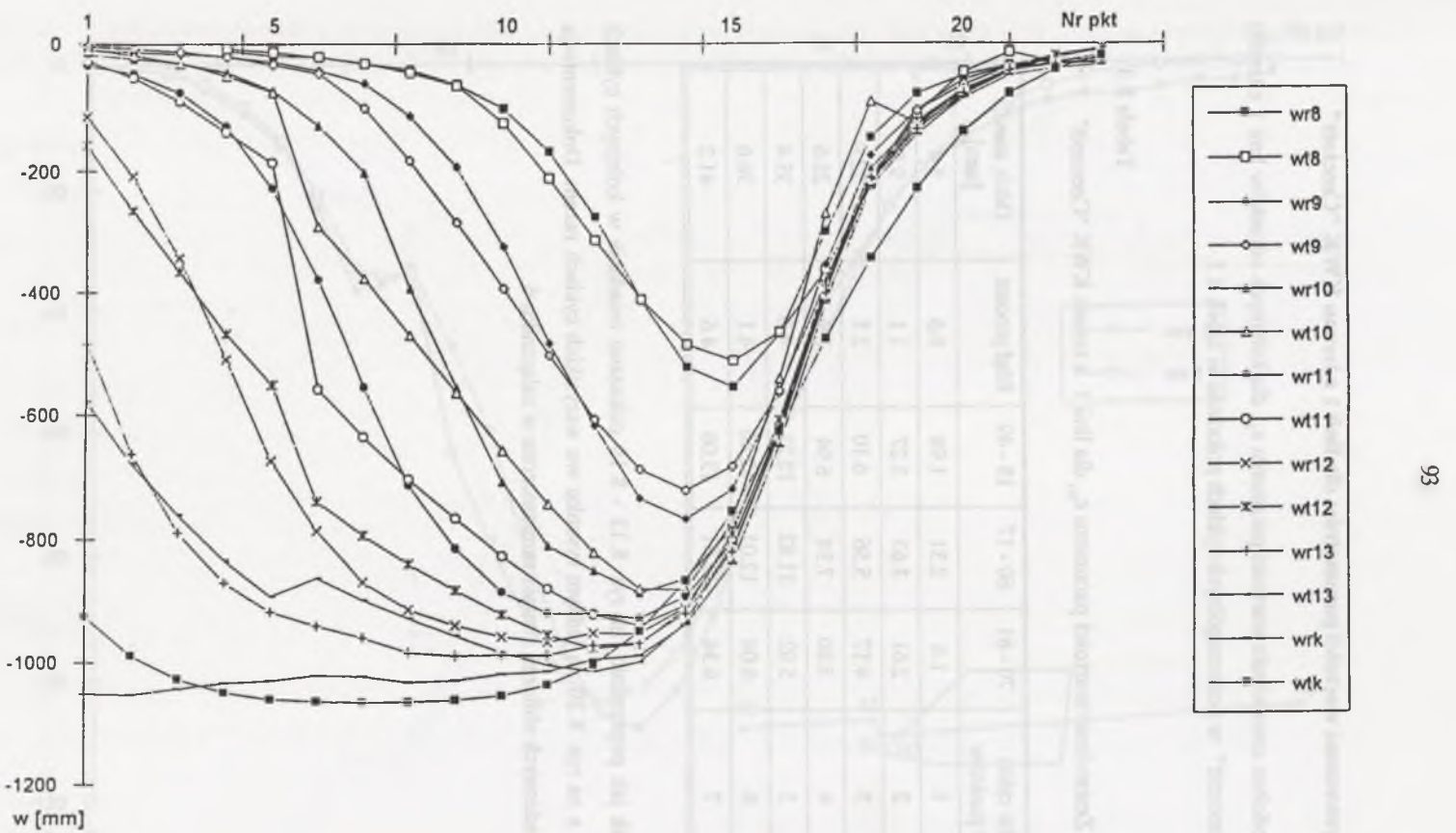
Rys. 8.9. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 11  
 Fig. 8.9. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 11



Rys. 8.10. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 12  
 Fig. 8.10. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 12



Rys 8.11. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L, cykl 13  
 Fig. 8.11. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L, cycle 13



Rys 8.12. Zbiórce zestawienie wykresów osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Dębieńsko", linia B - L.  
 Fig. 8.12. Cumulative matching subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Dębieńsko" coal mine, line B - L.



### 8.1.3. Wyznaczone wartości parametrów dla linii 1 z terenu KWK "Czczott"

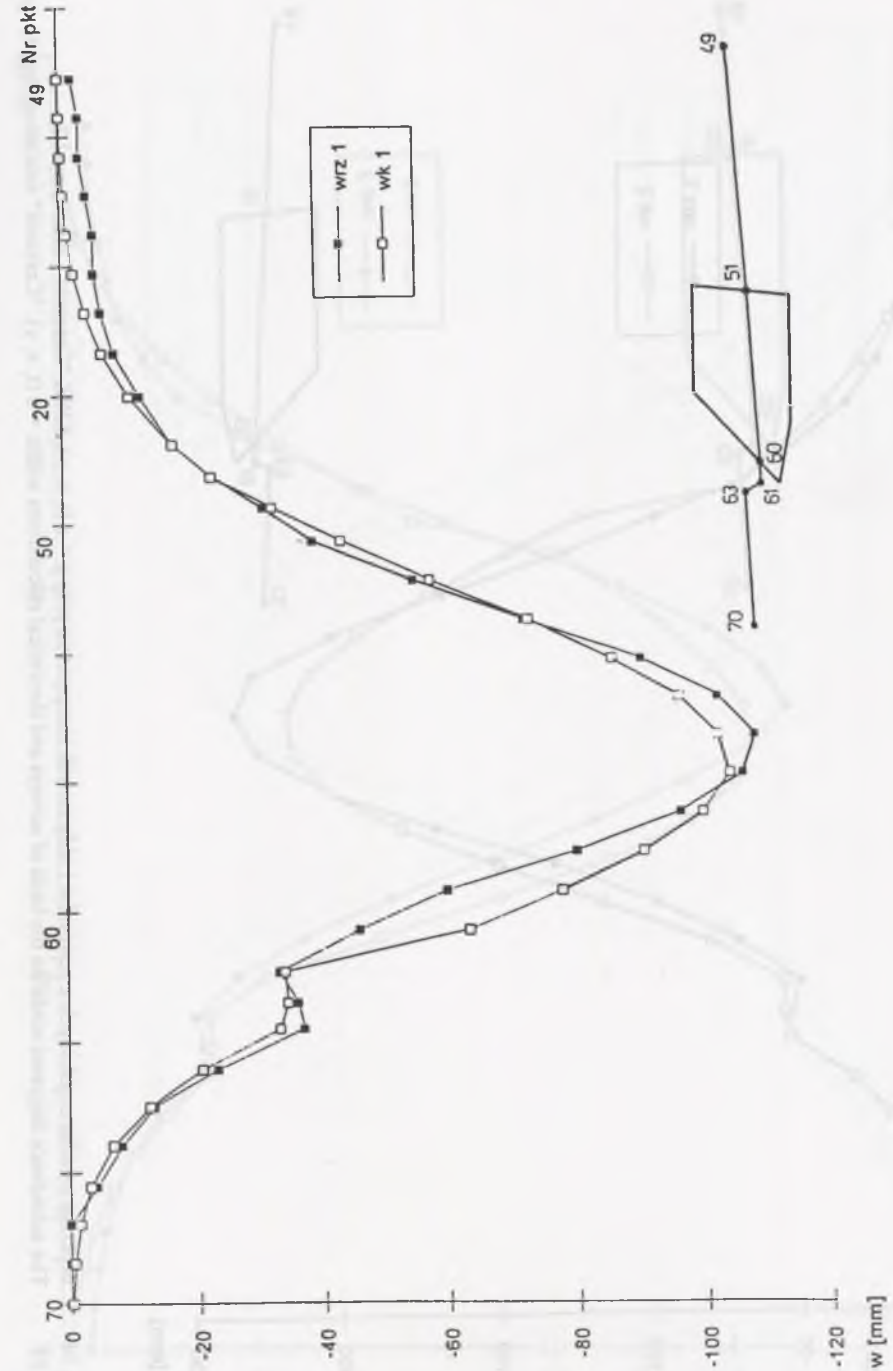
Podobne zestawienie wartości parametru  $c_{k1}$  dla kolejnych odcinków linii 1 z terenu KWK "Czczott" w poszczególnych cyklach pokazano w tabeli 8.3.

Tabela 8.3

Zestawienie wartości parametru  $c_{k1}$  dla linii 1 z terenu KWK "Czczott"

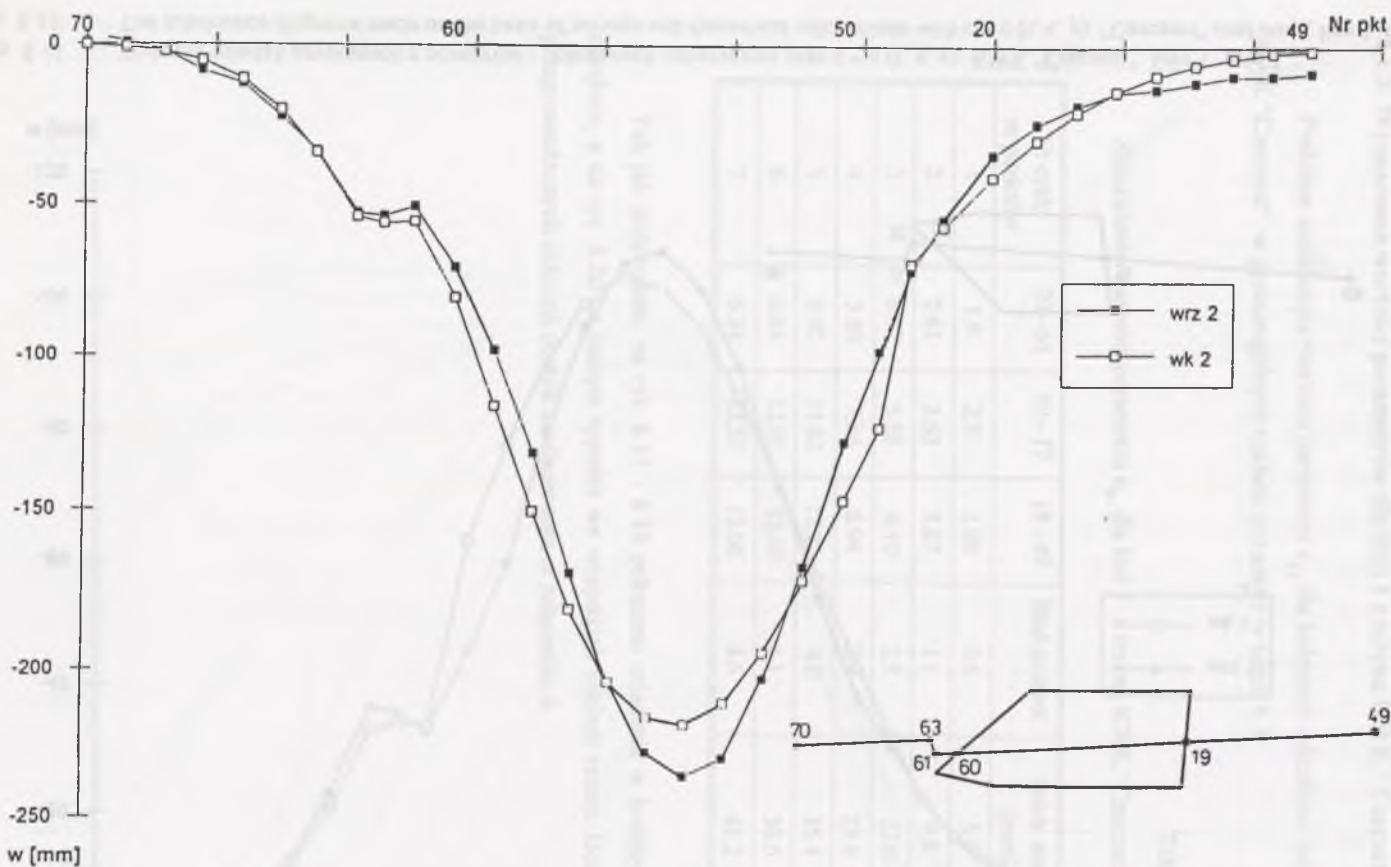
Nr cyklu nr punktów	70 - 61	60 - 17	18 - 49	Błąd procent.	Odch. stand. [mm]
1	1.6	2.31	1.98	0.6	5.4
2	2.61	3.63	3.27	1.1	9.8
3	4.17	5.56	6.10	2.5	22.0
4	5.80	7.34	6.94	2.9	25.6
5	5.92	11.82	12.21	4.0	35.4
6	6.04	12.01	12.40	4.1	36.6
7	6.34	12.51	13.06	4.6	41.2

Tak jak poprzednio, na rys. 8.13 - 8.19 pokazano osiadania w kolejnych cyklach odrębnie, a na rys. 8.20 na jednym rysunku we wszystkich cyklach razem. Dokumentacja przeprowadzonych obliczeń została zamieszczona w załączniku 6.

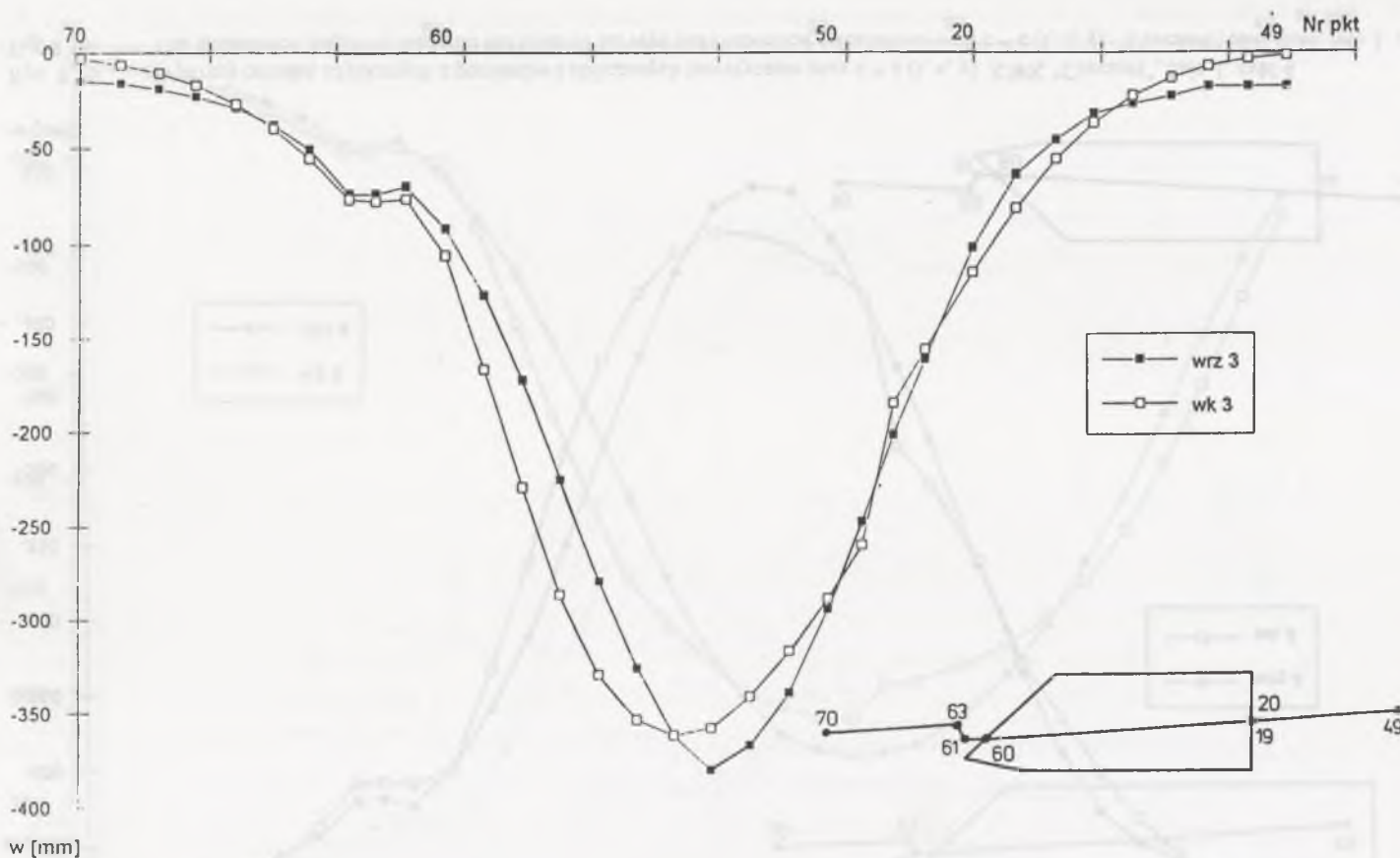


Rys 8.13  
Fig. 8.13

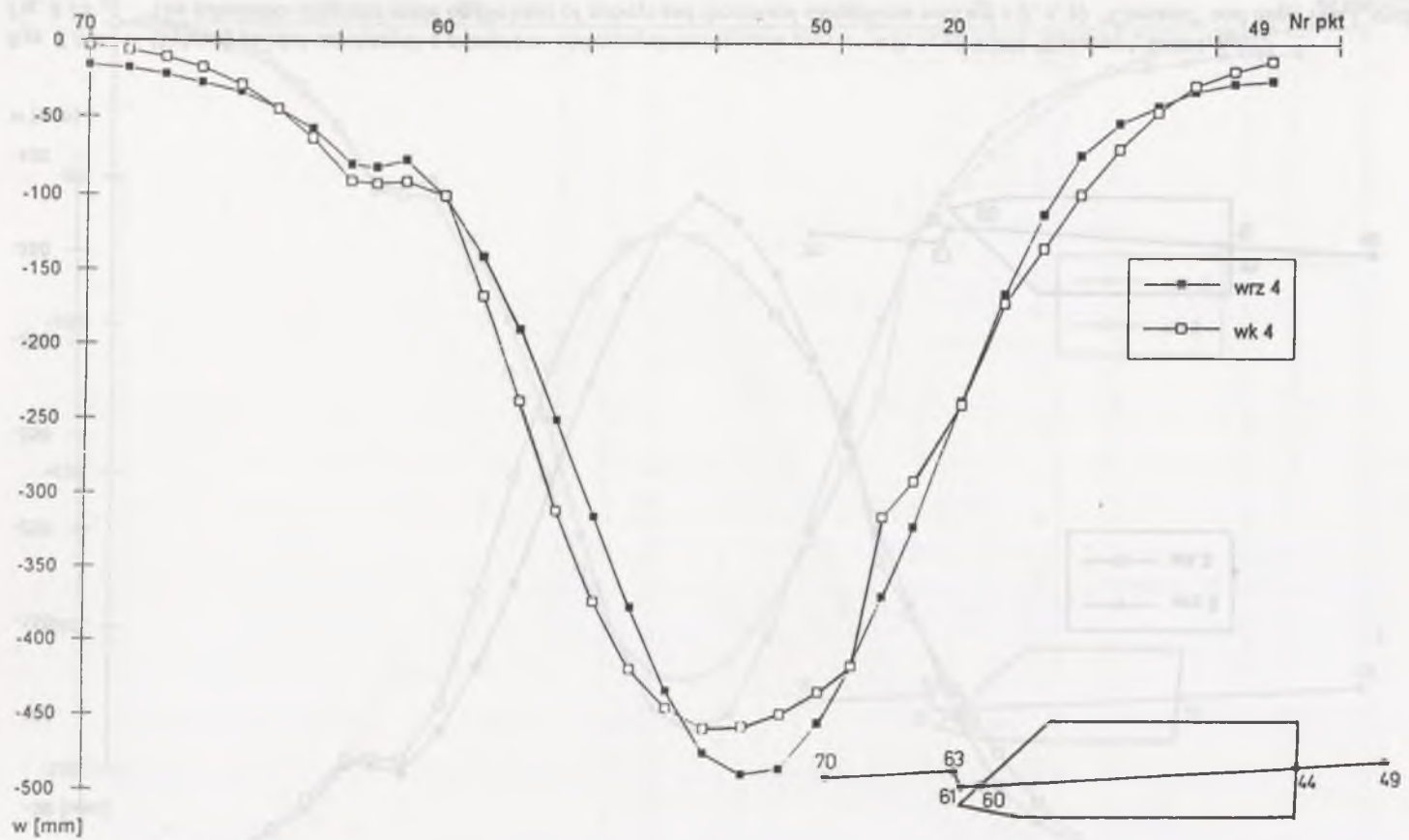
Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$  KWK "Czczott", linia 1, cykl 1  
The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 1



Rys. 8.14 Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$  KWK "Czczott", linia 1, cykl 2  
 Fig. 8.14. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 2

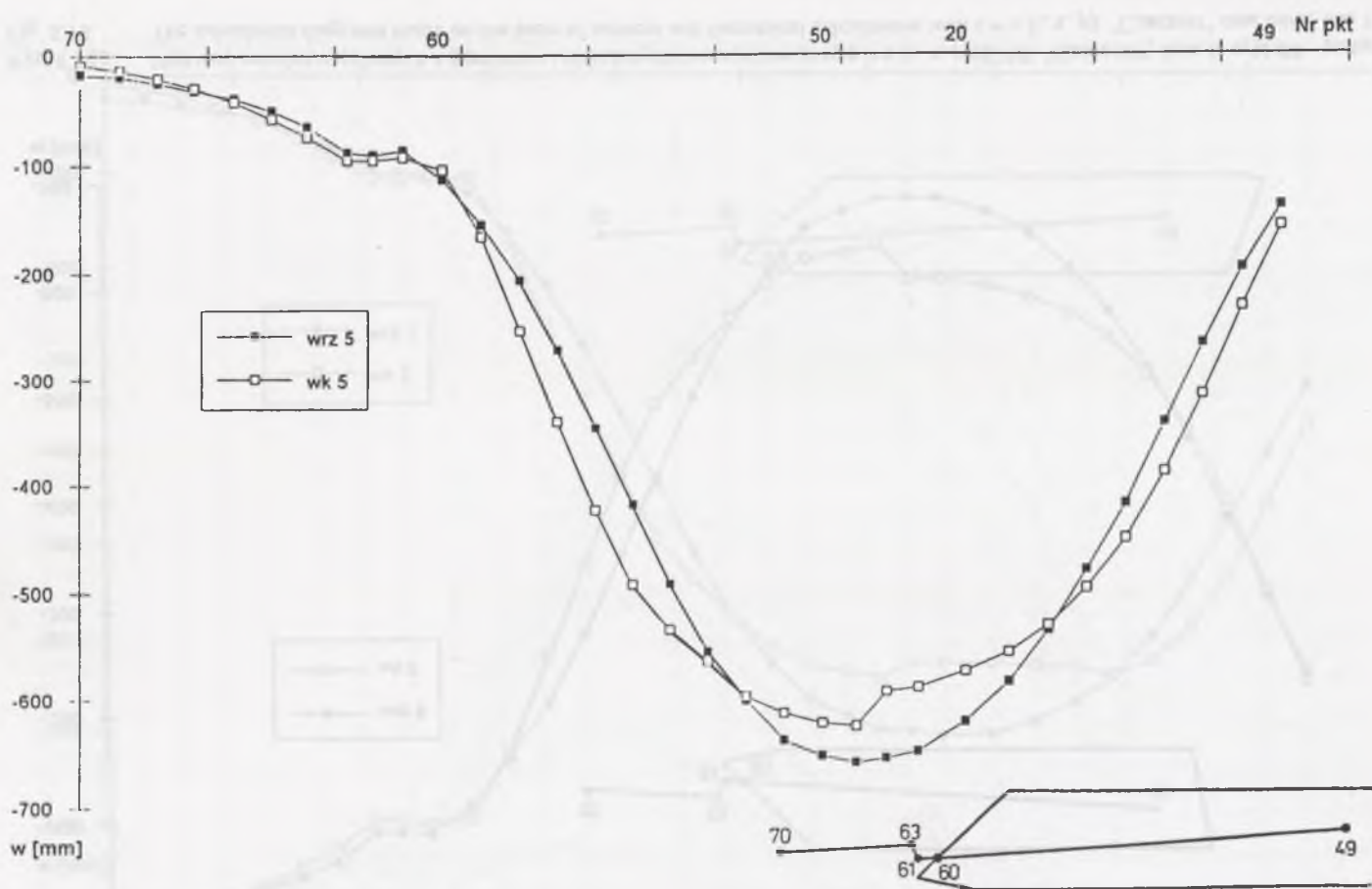


Rys. 8.15. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$  KWK "Czczott", linia 1, cykl 3  
 Fig. 8.15. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czczott" coal mine, line 1, cycle 3



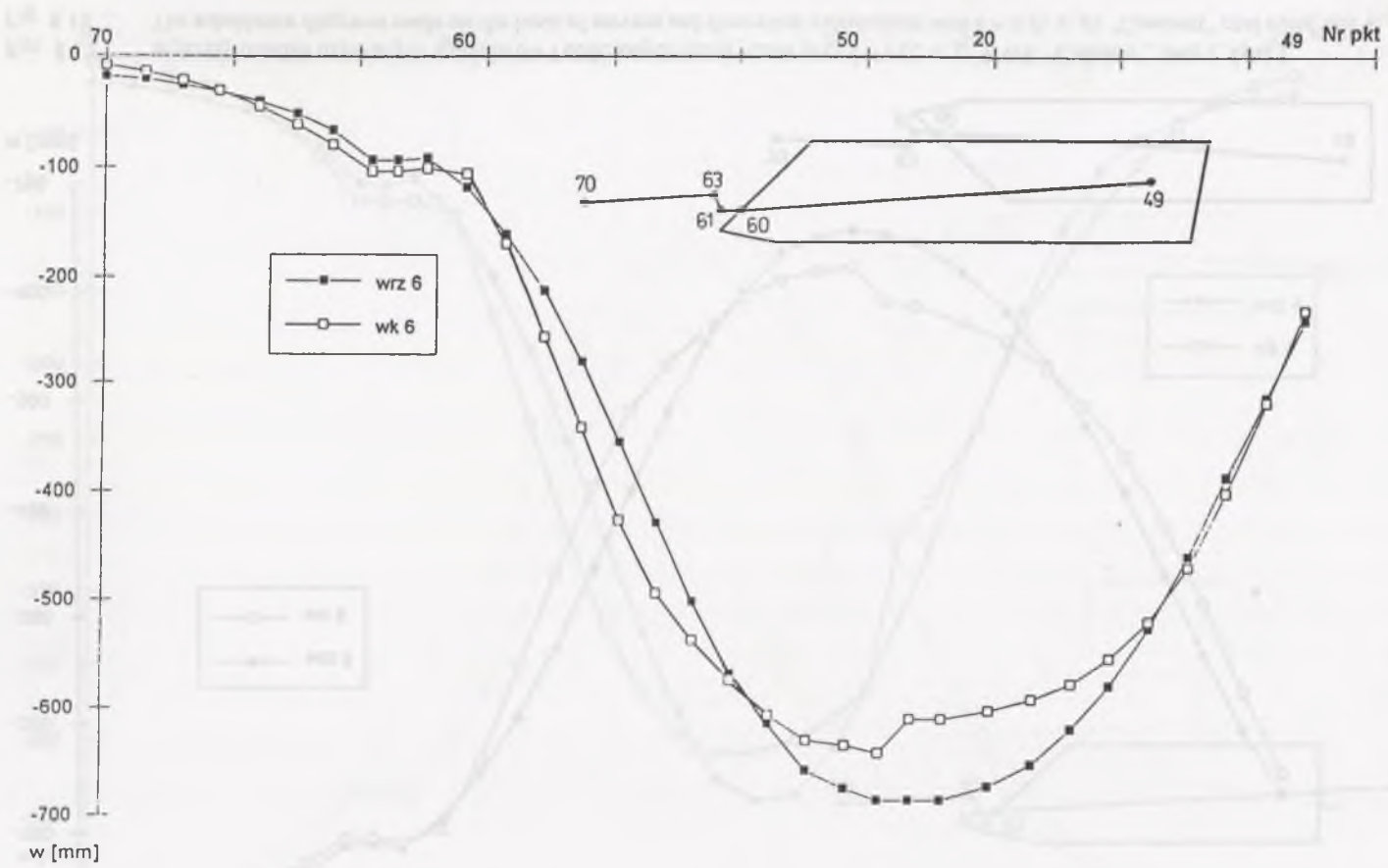
Rys. 8.16. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Czeczott", linia 1, cykl 4  
 Fig. 8.16. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czeczott" coal mine, line 1, cycle 4

86

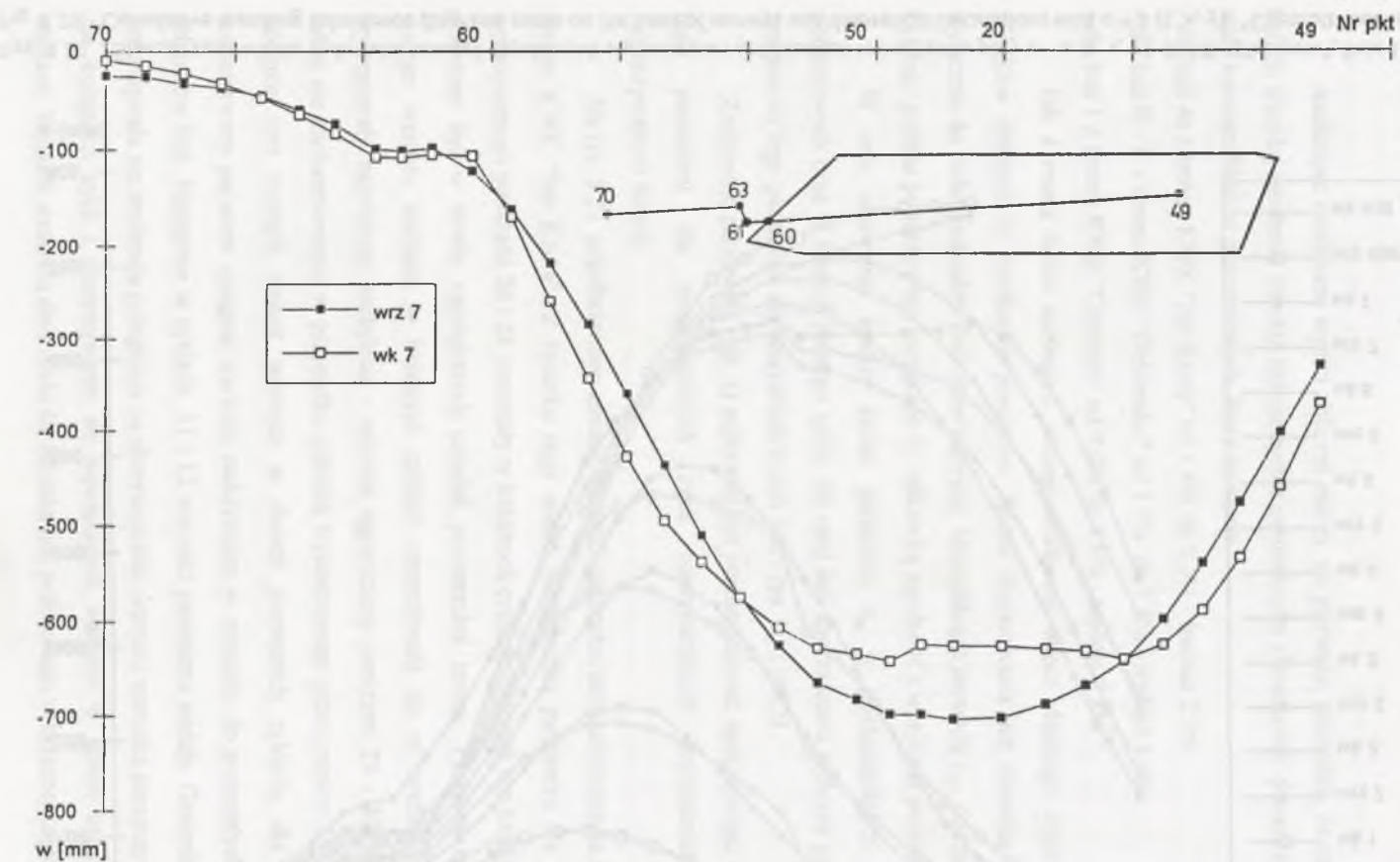


Rys. 8.17. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Czeczott", linia 1, cykl 5  
 Fig. 8.17. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czeczott" coal mine, line 1, cycle 5

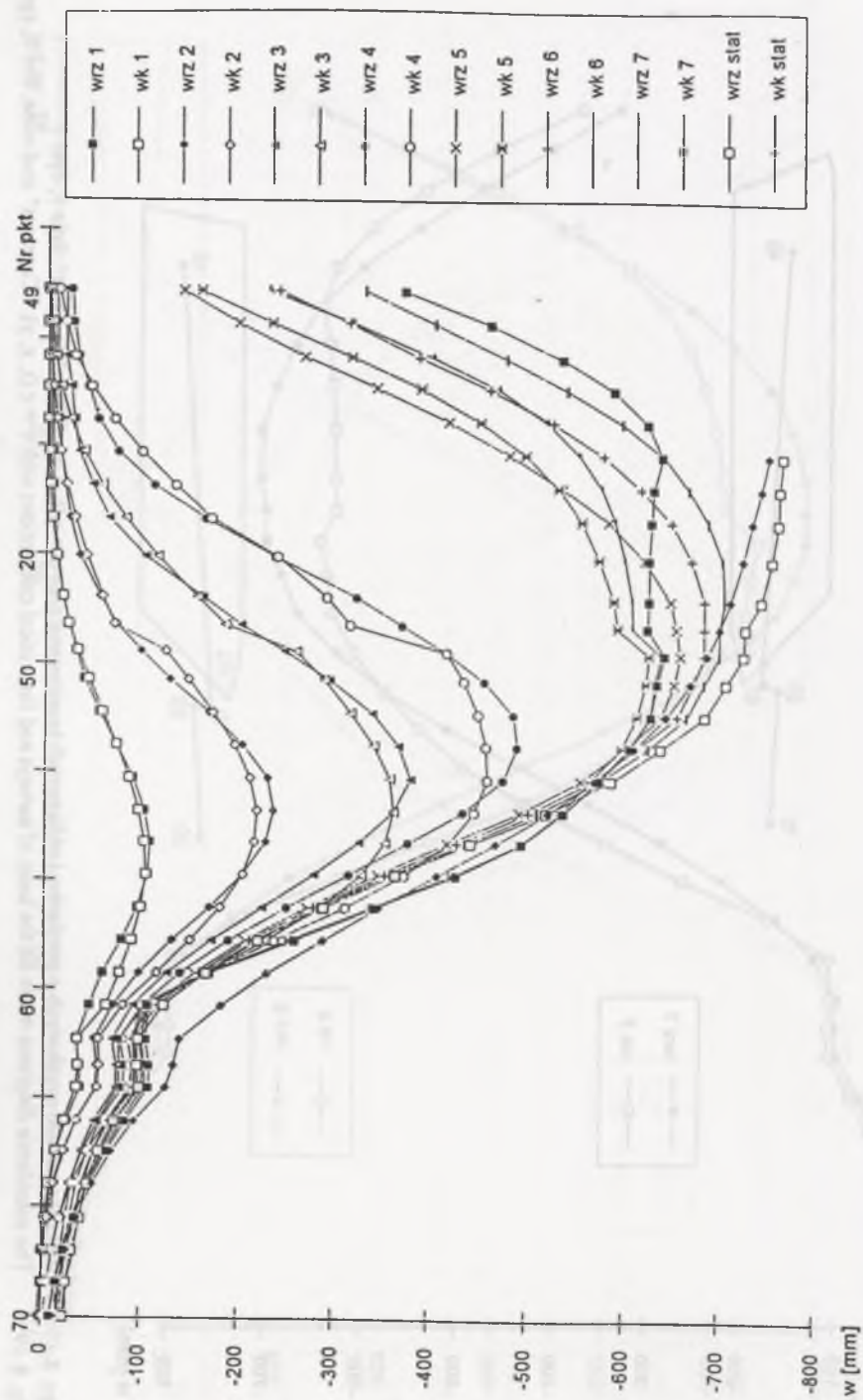
66



Rys. 8.18. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Czczott", linia I, cykl 6  
 Fig. 8.18. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czczott" coal mine, line I, cycle 6



Rys. 8.19. Wykresy osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Czczott", linia I, cykl 7  
 Fig. 8.19. The subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czczott" coal mine, line I, cycle 7



Rys. 8.20. Zbiórce zestawienie wykresów osiadań uzyskanych z pomiarów i obliczonych teoretycznie przy  $c = c(t, x, y)$ . KWK "Czczott", linia 1  
 Fig. 8.20. Cumulative matching subsidence diagrams made on the basis of surveys and theoretical calculations with  $c = c(t, x, y)$ . "Czczott" coal mine, line 1

## 8.2. Analiza otrzymanych wyników obliczeń

Analizując otrzymane wyniki obliczeń należy, po pierwsze, zauważyć, że uzyskano bardzo wysoką zgodność osiadań obliczonych z otrzymanymi z pomiarów. Świadczą o tym małe wartości błędów procentowych, które wyniosły:

- dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty" od 1.8% do 2.1% - średnio 2.0%
- dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko" od 3.7% do 7.5% - średnio 5.1%
- dla linii 1 z terenu KWK "Czczott" od 0.6% do 4.6% - średnio 2.8%

Jak z resztą łatwo zauważyć, istnieje możliwość wręcz idealnego dopasowania wyników obliczeń do rezultatów pomiarów. Jakość dopasowania jest dowolna i zależy wyłącznie do ilości podziałów linii obserwacyjnej. Identyfikując parametr  $c_{ki}$  oddzielnie dla każdego punktu pomiarowego uzyskano by całkowitą zgodność z wynikami pomiarów.

W celu ułatwienia analizy zmian parametru  $c_{ki}$  w poszczególnych cyklach pomiarowych oraz w ramach jednego cyklu dla całej linii sporządzono wykresy przebiegu zmienności tego parametru dla wszystkich trzech linii - rys. 8.21 - 8.23

Zmienność parametru  $c_c(t; x)$  najłatwiej jest przeanalizować sporządzając wykresy tego parametru dla poszczególnych cykli obserwacyjnych prowadzonych na rozpatrywanych liniach.

Na rys. 8.21 przedstawiono zmiany wartości parametru zarejestrowane na linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty". Z rysunku tego widać, że wartości parametru dla odcinka ograniczonego punktami 26 i 28 wzrastały w kolejnych cyklach. Odcinek ten każdorazowo położony był w strefie największych osiadań powierzchni terenu. Podobna tendencja stałego wzrostu wartości w kolejnych cyklach utrzymywała się w strefie, w której występowały największe nachylenia - odcinek ograniczony punktami 29 - 36. Tendencji takiej nie zaobserwowano w przypadku odcinka wyznaczonego przez punkty 37 - 45. Na odcinku tym nastąpił wzrost wartości w dwóch pierwszych cyklach, dla których rozpatrywany parametr osiągnął wartości maksymalne w stosunku do pozostałych dwóch odcinków linii. Następnie w cyklach 11 i 12 wartości parametru malały. Generalnie więc utrzymywała się tendencja polegająca na obserwowaniu wzrostu wartości parametru  $c_c(t; x)$  dla kolejnych cykli i utrzymywaniu się największych wartości w strefie największych obniżen. Wyjątek stanowią dwa cykle dla odcinka linii położonego w brzeżnej części niecki.

Można także zauważyć, że im większe były przyrosty osiadań na poszczególnych odcinkach, tym większe otrzymano wartości parametru.

Na rys. 8.22 przedstawiono w identyczny sposób wykresy parametru  $c_c(t; \mathbf{x})$  dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko". Linia ta była położona równoległe do kierunku postępu frontu eksploatacji, a więc usytuowana inaczej niż rozpatrywana poprzednio. Podyktowało to inny podział linii na odcinki. Odcinki określone przez punkty: 1 - 5 oraz 19 - 23 odpowiadały skrajom niecek, a odcinek środkowy strefie maksymalnych osiadań i nachyleń łącznie: punkty 6 - 18.

Zaobserwowano, że dla wszystkich odcinków linii wartości parametru  $c_c(t; \mathbf{x})$  wzrastały w kolejnych cyklach. Wyjątek stanowił tu cykl 1 na odcinku 1 - 5. Po tej stronie niecki zasięg wpływów był bardzo daleki, niewspółmiernie większy niż z drugiego końca linii. Być może wystąpił błąd w pomiarach lub zadziałał inny poza eksploatacją czynnik wywołujący osiadania, co w efekcie spowodowało większą wartość badanego parametru na tym odcinku linii. Generalnie największe wartości parametru odnotowano na odcinku odpowiadającym strefie linii, gdzie występowały łącznie największe wartości osiadań i nachyleń. Wyjątek stanowił jedynie cykl 13, w którym zaobserwowano największą wartość parametru dla pierwszego odcinka linii (punkty 1 - 5). Jednocześnie należy stwierdzić, że w cyklu tym nastąpił największy przyrost osiadania w stosunku do cykli poprzednich, w efekcie czego ten odcinek linii przeszedł w strefę maksymalnych nachyleń. W przypadku niewielkich przyrostów osiadań, jakie wystąpiły w cyklach od 9 do 13 na odcinku od punktu 19 do 23, różnice w wartościach parametru były niewielkie.

Na rys. 8.23 pokazano wartości parametru  $c_c(t; \mathbf{x})$  obserwowane na linii 1 z terenu KWK "Czeczott". Na każdym z odcinków wartości parametru wzrastały w poszczególnych cyklach, przy czym wzrost wartości w trzech ostatnich cyklach był już niewielki. Największy wzrost nastąpił w cyklu 5. W cyklu tym nastąpił również największy przyrost osiadań. Generalnie największe wartości parametru odnotowano na odcinku pomiędzy punktami 60 a 17 - w którym przez większość czasu występowały największe osiadania i nachylenia. Jedynie w trzecim cyklu większa nieznacznie wartość wystąpiła na odcinku pomiędzy punktami 18 i 49. W cyklach 4 i 5 znów rozkład parametru był podobny do występującego w cyklach 1 i 2. Po czym w cyklach 6 i 7 pojawiły się największe wartości

parametru na odcinku pomiędzy punktami 18 i 49. Odcinek ten znalazł się już wówczas w strefie pomiędzy maksymalnymi osiadaniami i maksymalnymi nachyleniami.

Należy zauważyć, że do dalszych analiz bardziej reprezentatywne są wyniki uzyskane na dwóch liniach usytuowanych równoległe do kierunku postępu frontu. Są to linie: B-L z terenu KWK "Dębieńsko" i linia nr 1 z terenu KWK "Czeczott". Na liniach tych obserwowano pewne prawidłowości zmian parametru  $c_c$ , a ponadto samo usytuowanie linii względem eksploatacji czyni analizę rozkładu parametru łatwiejszą.

Podsumowując spostrzeżenia poczynione wyżej można stwierdzić, że wartości parametru  $c_c(t; \mathbf{x})$ , generalnie rzecz biorąc, były większe w umownie wydzielonych obszarach, odpowiadających strefie maksymalnych osiadań i nachyleń łącznie. W dwóch kolejnych obszarach odpowiadających strefie o mniejszych wartościach osiadań rozpatrywany parametr osiągał również mniejsze wartości. Zatem w obszarach, w których następowały większe przyrosty osiadań, a tym samym większa prędkość osiadania, wartości parametru  $c_c(t; \mathbf{x})$  były większe, co wydaje się oczywiste pamiętając o postaci równania wyjściowego. Z drugiej strony wraz z upływem czasu, w kolejnych cyklach pomiarowych obserwowano coraz mniejsze różnice w wartościach parametru dla wyodrębnionych trzech obszarów. Mając to na uwadze, przebieg zmienności rozpatrywanego parametru można aproksymować za pomocą funkcji niemonotonicznej. Funkcją taką jest np. odpowiednio sparametryzowana funkcja  $\sin \omega t$ . Analizując przedstawione na rys. 8.21 - 8.23 wykresy, można uznać, że funkcja opisująca zmienność parametru  $c_c(t; \mathbf{x})$  powinna mieć postać:

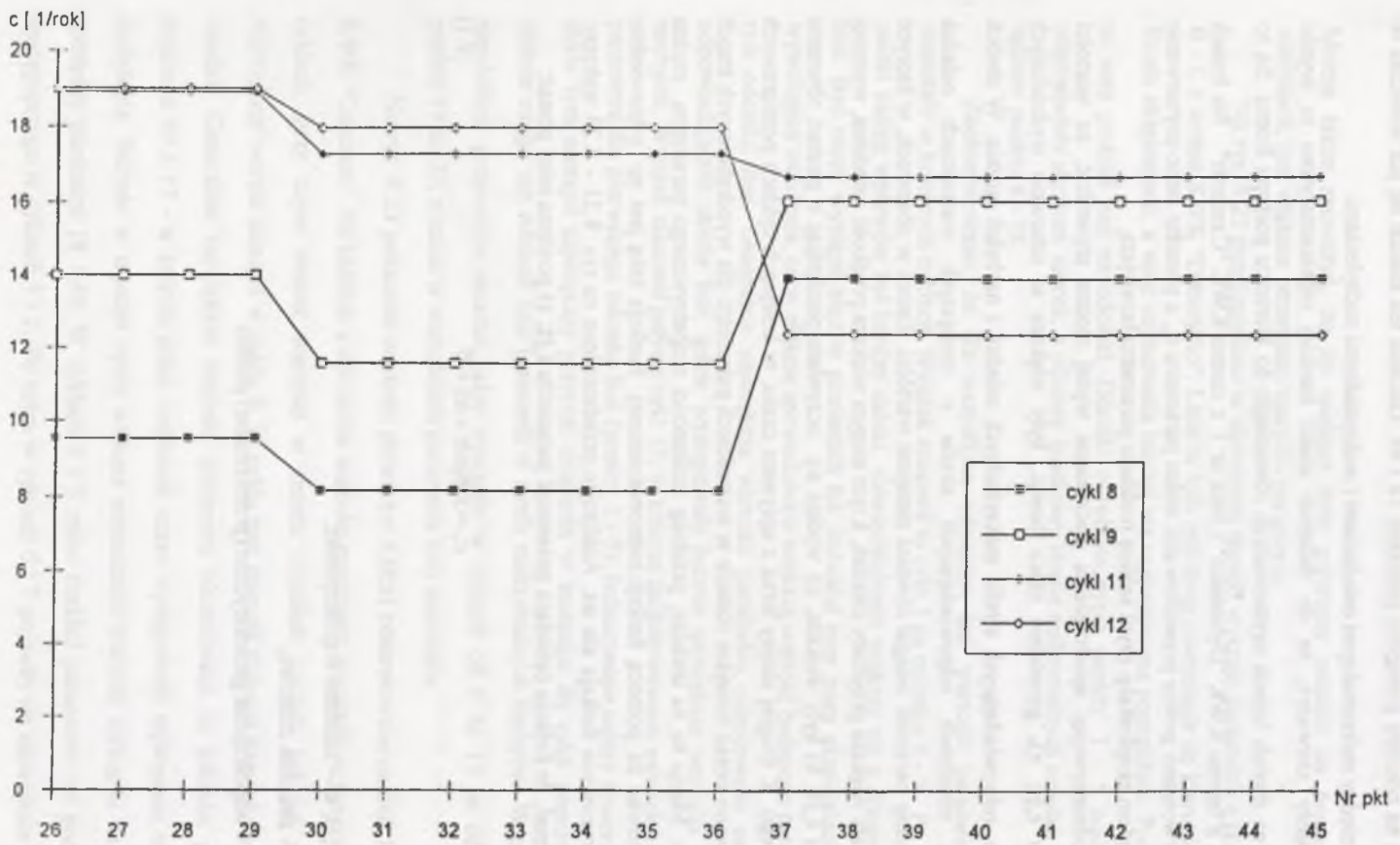
$$c_c = \sin(\omega t x + \alpha) + \beta \quad (8.1)$$

gdzie:

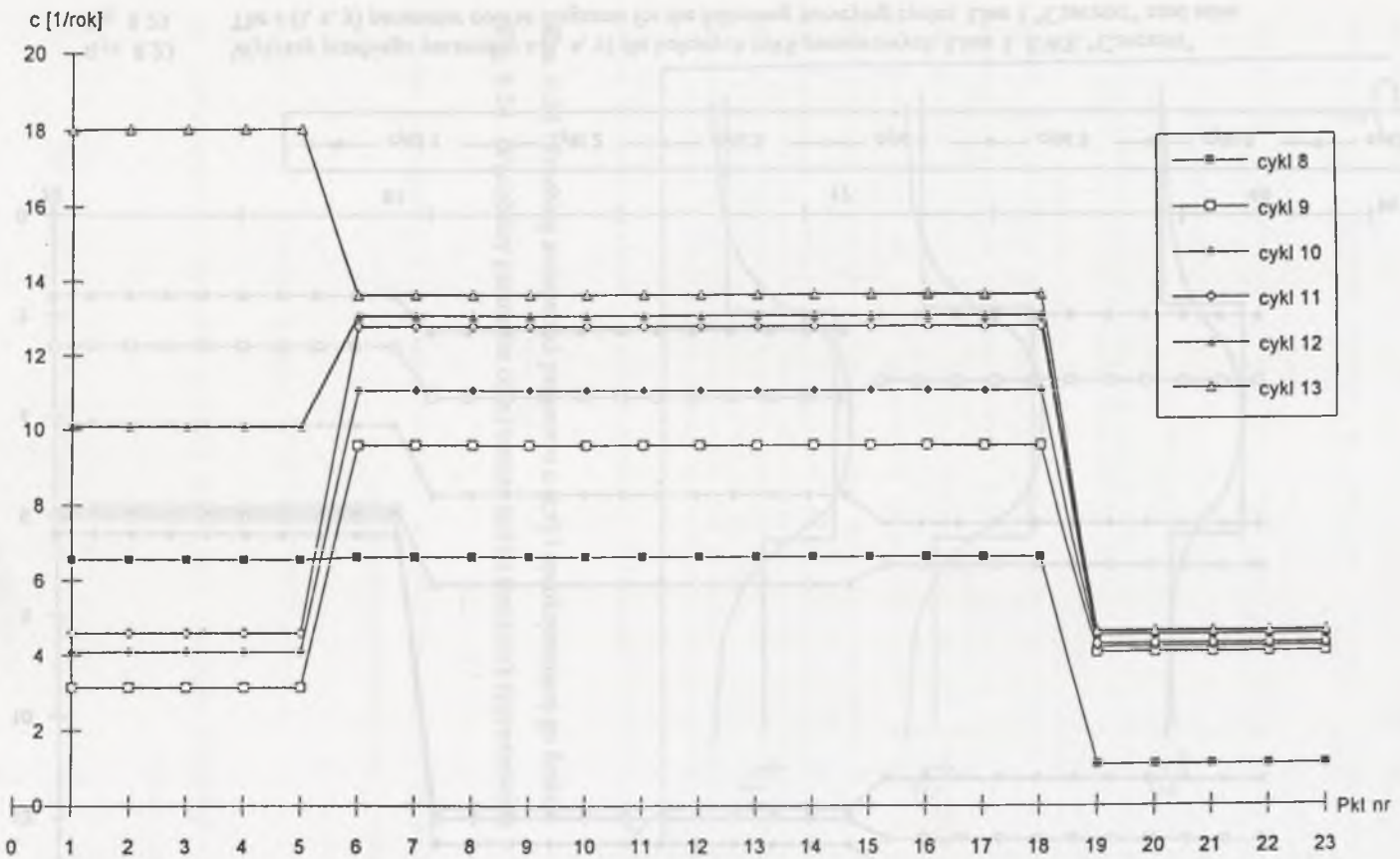
$\alpha, \beta, \omega$  – zmienne współczynniki,

$t$  - zmienna czasowa,

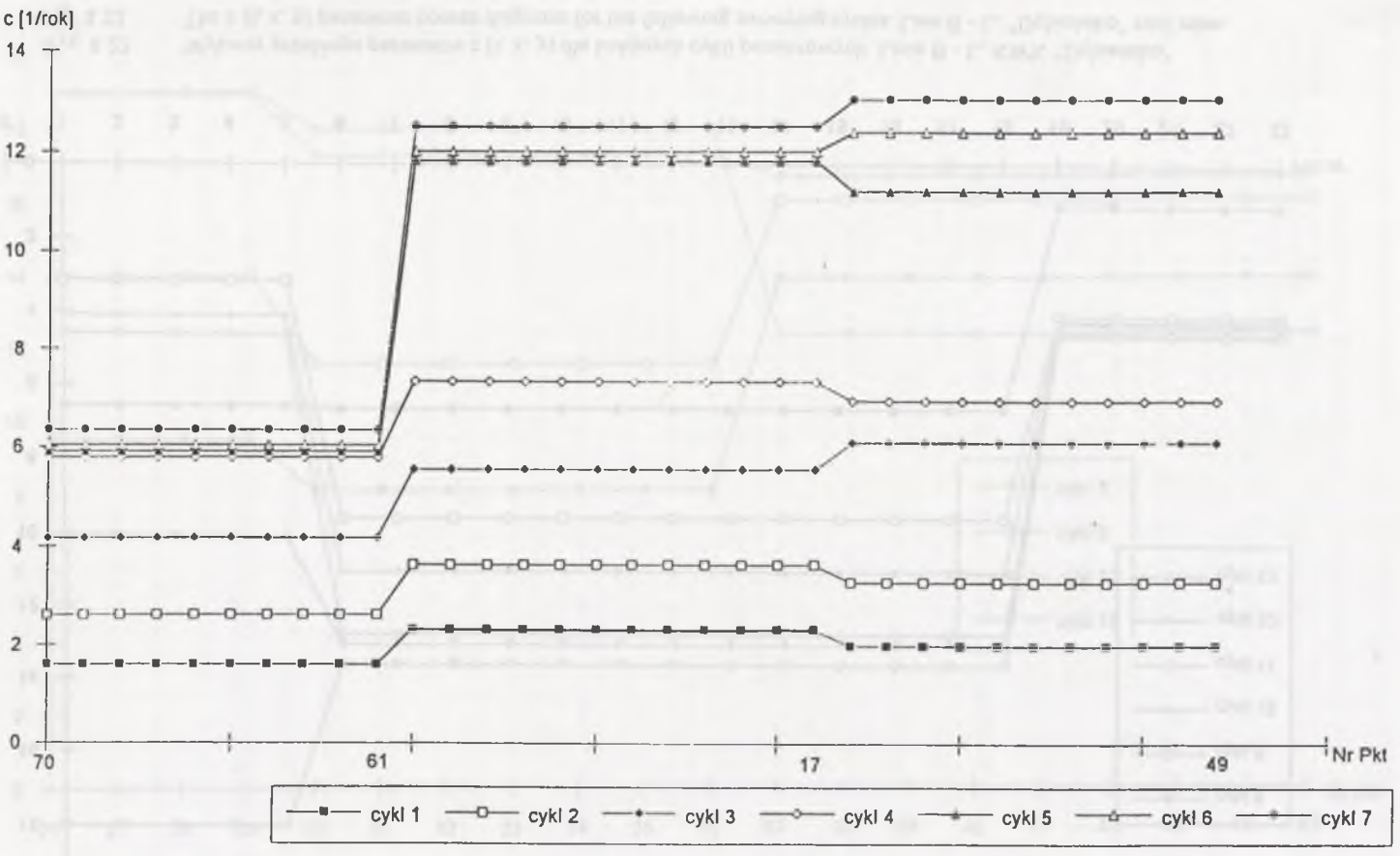
$x$  - współrzędne geometryczne (przestrzenne) punktu.



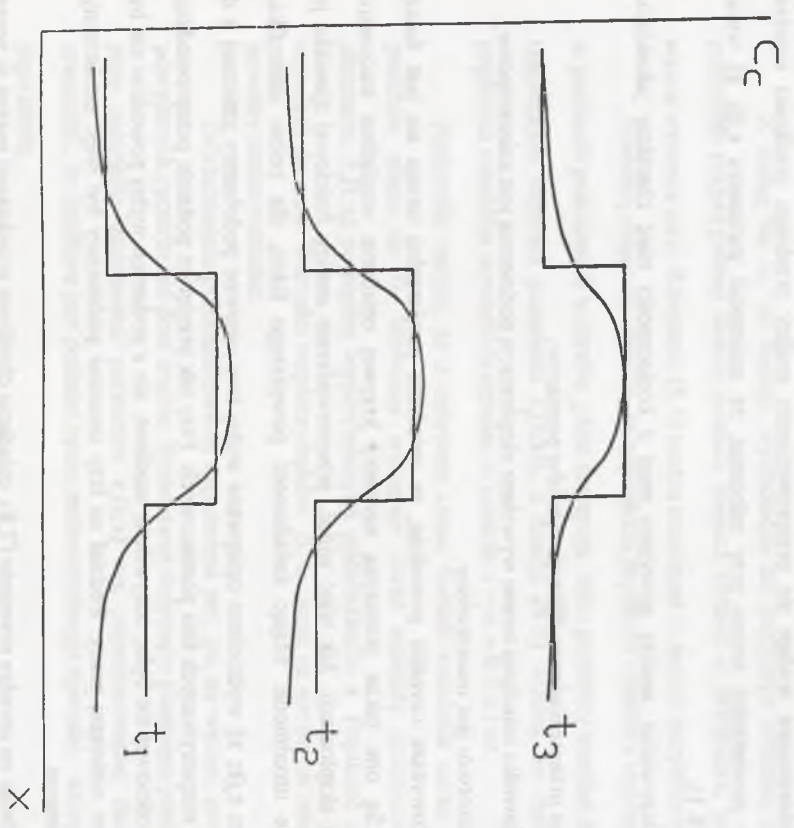
Rys. 8.21. Wykresy przebiegu parametru  $c(t, x, y)$  dla kolejnych cykli pomiarowych. Linia 4a, KWK "Jan Kanty"  
 Fig. 8.21. The  $c(t, x, y)$  parameter course diagrams for the following surveying cycles. Line 4a. "Jan Kanty" coal mine



Rys. 8.22. Wykresy przebiegu parametru  $c(t, x, y)$  dla kolejnych cykli pomiarowych. Linia B - L, KWK "Dębieńsko"  
 Fig. 8.22. The  $c(t, x, y)$  parameter course diagrams for the following surveying cycles. Line B - L. "Dębieńsko" coal mine



Rys. 8.23. Wykresy przebiegu parametru  $c(t, x, y)$  dla kolejnych cykli pomiarowych. Linia I. KWK "Czczott"  
 Fig. 8.23. The  $c(t, x, y)$  parameter course diagrams for the following surveying cycles. Line I. "Czczott" coal mine



Rys. 8.24. Przebieg zmienności parametru  $c(t;x)$  i aproksymującej go funkcji  
 Fig. 8.24. Variability parameter  $c(t;x)$  course and its function's approximation



Interesujące wydaje się przeprowadzenie analizy przebiegu prędkości osiadania punktów powierzchni terenu przy założeniu, że zmienność parametru  $c_c(t; x)$  wyraża funkcja (8.1).

Oczywiście, analiza powyższa musi z konieczności mieć charakter jakościowy, gdyż:

- nie przeprowadzono filtracji wyników pomiarów,
- zjawisko osiadania terenu wywołane eksploatacją podziemną jest anizotropowe,
- górotwór jest uwarstwiony.

Powyzsze czynniki powodują, że osiadanie powierzchni terenu nie jest funkcją gładką. Są one także przyczyną asymetrii krzywej osiadania względem stacjonarnej krawędzi eksploatacji. Jak więc widać, przeprowadzenie analizy ilościowej zjawiska jest niezwykle utrudnione. Mając świadomość powyższego faktu, dla celów identyfikacji parametru  $c_c(t; x)$  wydzielono opisywane wyżej trzy umowne podobszary zmiennej  $x$  dla każdej z rozpatrywanych linii pomiarowych. Przy tak przyjętym podziale przeprowadzenie analizy ilościowej nie było, oczywiście, możliwe, ale z podanych wyżej powodów nie była ona celem niniejszej pracy. Podział na trzy umowne podobszary był więc zamierzonym uproszczeniem.

Mając na uwadze równanie (7.8), osiadanie chwilowe przedstawić można w postaci równania:

$$w(t, x) = w_k + k \cdot e^{-\int_0^t \{\sin(\omega \tau x + \alpha) + \beta\} d\tau} \quad (8.2)$$

Prędkość osiadania punktów na powierzchni terenu, z pominięciem stałej  $k$  (założono  $k=1$ ), wyrażona będzie równaniem:

$$v = -e^{\frac{1}{\omega x} \cos(\omega t x + \alpha) - \beta t - \frac{1}{\omega x} \cos \alpha} \cdot \{\sin(\omega t x + \alpha) + \beta\} \quad (8.3)$$

Przyśpieszenie osiadania, czyli druga pochodna osiadania względem czasu, ma następującą postać:

$$\frac{dv}{dt} = -e^{\frac{1}{\omega x} \cos(\omega t x + \alpha) - \beta t - \frac{1}{\omega x} \cos \alpha} \cdot \{-[\sin(\omega t x + \alpha) + \beta]^2 + \omega x \cdot \cos(\omega t x + \alpha)\} \quad (8.4)$$

Z uwagi na to, że funkcja wykładnicza nie przyjmuje wartości zerowej, druga pochodna rozpatrywanej funkcji posiada miejsca zerowe w przypadku, gdy drugi człon wzoru wyniesie zero. Równanie (8.4) można rozwiązać w sposób przybliżony.

Niemniej mając na uwadze, że największa prędkość osiadania występować powinna w punktach położonych w strefie, gdzie następują duże przyrosty osiadań dla ustalonego  $t$ , (największe wartości parametru  $c_c(t; x)$ ), z funkcji (8.3) wynika, że maksimum funkcji prędkości osiadania powinno przypadać w punkcie  $x = \alpha + 0.5 \pi / \omega t$ .

Podkreślić należy, że z upływem czasu wartość osiadania coraz większej ilości punktów zdąża do 0. Wówczas występuje coraz mniejsze zróżnicowanie wartości parametru  $c_c(t; x)$  pomiędzy wyodrębnionymi podobszarami  $x$ . Prędkość osiadania zdąża wówczas do zera. Wartości współczynników  $\beta, \omega$  wraz ze wzrostem zmiennej czasowej powinny zatem wzrastać.

Dokładniejsze przeanalizowanie zagadnienia jest, jak się wydaje, po przedstawieniu powyższych spostrzeżeń dość trudne. Rozważania dotyczące przebiegu prędkości osiadania przy założeniu zmienności parametru  $c_c(t; x)$  wg zaproponowanej funkcji pozwalają stwierdzić, że możliwe jest podanie opisu matematycznego zjawiska, który dobrze oddaje jego istotę.

## 9. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Niniejsza praca dotyczy problematyki prognozowania chwilowych wartości poeksploatacyjnego osiadania powierzchni terenu. Zamieszczony w rozdziale 2 przegląd prac poświęconych powyższej tematyce świadczy o tym, że większość autorów polskich prezentowała rozwiązania stanowiące modyfikacje modelu dedukcyjnego opracowanego przez S. Knothego [23], w którym autor oparł się na znanym równaniu:

$$\frac{dw}{dt} = c(w_k - w(t)) \quad (9.1)$$

gdzie:

- $w_k$  - osiadanie asymptotyczne,
- $w(t)$  - chwilowa wartość osiadania,
- $c$  - współczynnik czasu (prędkości osiadania),
- $t$  - zmienna czasowa.

Model ten znalazł niewątpliwie duże zastosowanie aplikacyjne, co biorąc pod uwagę jego prostotę, jest zrozumiałe. Został jednak opracowany w początku lat pięćdziesiątych na podstawie analiz wyników pomiarów prowadzonych jeszcze wcześniej. Tymczasem zmieniły się jednak znacznie warunki geologiczno-górnice prowadzonej eksploatacji (głębokość, stopień zruszenia górotworu robotami górnymi, prędkość postępu frontu górnego), co uzasadnia potrzebę tworzenia rozwiązań nowych. Analiza zgodności wyników obliczeń wykonanych na podstawie modelu S. Knothego z wynikami pomiarów osiadań w stanie nieustalonym [55] wykazała, że wartości współczynnika  $c$  są silnie skorelowane z czasem. W sposób pośredni potwierdzają to również prace innych badaczy [3,26,47,57], którzy wprowadzali do wzoru w miejsce współczynnika  $c$  tzw. "funkcję czasu" o różnych postaciach.

Wyniki innych badań [7,31,32] świadczyły znów o zmienności parametru  $c$  w płaszczyźnie poziomej. Powyższe doprowadziło autora do wniosku, rozwiniętego w tezie niniejszej pracy, a mówiącego o tym, że zbliżony do wyników obserwacji opis nieustalonej fazy deformacji powinien uwzględniać zmienność parametru opisującego kinematykę procesu zarówno od czasu, jak i od współrzędnych przestrzennych. Poczynienie takiego

założenia w wyjściowym równaniu różniczkowym zaproponowanym przez S. Knothego, pociągnęło, oczywiście, za sobą konsekwencje w postaci otrzymania całkowicie nowego pod względem formalnym modelu matematycznego. Ze względów czysto aplikacyjnych rozpatrzono w pierwszym etapie model, w którym parametr jest funkcją wyłącznie czasu ( $c = c(t)$ ), a dopiero w dalszym etapie założono jego zmienność również od współrzędnych przestrzennych ( $c = c(t; \mathbf{x})$ ). Pozwoliło to w stosunkowo prosty sposób zweryfikować na podstawie odpowiednich wyników pomiarów obydwa modele. Przeprowadzone rozważania teoretyczne oraz ich weryfikacja pozwoliły na sformułowanie następujących stwierdzeń i wniosków:

1. Wprowadzenie do równania (9.1) zależnego od czasu współczynnika  $c=c(t)$  pozwoliło na otrzymanie rozwiązania równania różniczkowego w postaci:

$$w(t; \mathbf{x}) = w_k(t_k; \mathbf{x}) + E \cdot e^{-\int c(t) dt} \quad (9.2)$$

gdzie:

$E = \text{const}$ ,

$t_k$  - czas, w którym osiadanie chwilowe osiągnęło wartość praktycznie równą osiadaniu asymptotycznemu.

Otrzymano zatem nowy model matematyczny opisujący nieustaloną fazę procesu deformacji. Formalna struktura modelu zamieszczona została w rozdziale 5 niniejszej pracy.

2. Weryfikacja modelu pozwala stwierdzić, że otrzymano dobrą zgodność z wynikami pomiarów geodezyjnych. Świadczą o tym stosunkowo małe wartości błędów procentowych osiadań -  $m$  i odchyłeń standardowych -  $m_w$ . Wyniosły one średnio:
  - dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty"  $m = 3.7\%$  i  $m_w = 40$  mm,
  - dla linii B - L z terenu KWK "Dębieńsko"  $m = 5.8\%$  i  $m_w = 42$  mm,
  - dla linii I z terenu KWK "Czeczott"  $m = 5.1\%$  i  $m_w = 47$  mm.

Należy podkreślić, że w przypadku stosowania w obliczeniach obrzeża eksploatacyjnego zgodność z rezultatami pomiarów byłaby jeszcze lepsza. Obrzeże nie zostało jednak uwzględnione z uwagi na szczególnie widoczny w przypadku fazy chwilowej deformacji brak uzasadnienia merytorycznego, na co wskazano w pracy

[55]. Zamysłem autora pracy nie było uzyskiwanie za wszelką cenę jeszcze większej zbieżności do wyników pomiarów.

3. Dla każdej z rozpatrywanych linii pomiarowych zaobserwowano charakterystyczną zmienność parametru  $c_c = \int_0^T \mathbf{c}(\mathbf{t}) dt$ . Mianowicie wartości  $c_c$  wzrastały w kilku kolejnych cyklach pomiarowych, po czym ustalały się, oscylując wokół pewnej wartości. Dlatego też zmienność parametru opisano funkcją tangensa hiperbolicznego  $c_c = ath\left(\frac{t}{b} + d\right)$ , gdzie: a, b, d - współczynniki. Przyjęcie takiego opisu pozwoliło, jak to wykazano w rozdziale 6, na uzyskanie przebiegu prędkości osiadania punktów zbliżonego do obserwowanego w rzeczywistości. Na podkreślenie zasługuje tu fakt, że wg powyższego opisu minimalna prędkość osiadania występuje zgodnie z wynikami obserwacji w punkcie startowym procesu, co nie występuje w rozwiązaniu S. Knothego. Ponadto dla celów praktycznych zmienność parametru opisano funkcjami liniowymi.
4. Uwzględnienie zmienności parametru  $c$  w płaszczyźnie poziomej oraz od zmiennej czasowej spowodowało otrzymanie rozwiązania w poniższej postaci:

$$w(t, x) = w_k(t_k, x) + k \cdot e^{-\int c(t, x) dt} \quad (9.3)$$

Model powyższy przeanalizowano w rozdziale 7 niniejszej pracy, a poddano weryfikacji w rozdziale 8, dzieląc każdą z linii na trzy odcinki (na podstawie wyników obliczeń otrzymanych w rozdziale 6) zgodnie z zależnością:

$$w(t, x) = w_k(t_k, x) + e^{-\int c_{ij}(t_j, x_i) dt} \quad (9.4)$$

gdzie:  $i = 1, 2, 3$ , natomiast  $j$  kolejny pomiar.

Zmienność parametru  $c_c(t, x)$  aproksymowano równaniem:

$$c_c = \sin(\omega t x + \alpha) + \beta$$

gdzie:

$\omega, \alpha, \beta$  - współczynniki zależne od czasu

5. Otrzymana zgodność z wynikami obserwacji jest wysoce zadowalająca. Średnie wartości błędów procentowych osiadań i odchyleń standardowych wyniosły dla poszczególnych linii:
- dla linii 4a z terenu KWK "Jan Kanty"  $m = 2.0\%$  i  $m_w = 21$  mm,
  - dla linii B - L z terenu KWK "Dębnieńsko"  $m = 5.1\%$  i  $m_w = 48$  mm,
  - dla linii 1 z terenu KWK "Czeczott"  $m = 2.8\%$  i  $m_w = 25$  mm.
- Generalnie zaobserwowano prawidłowość, że wartości parametru dla każdego odcinka podziału wzrastały w kolejnych cyklach. Przy czym najmniejsze wartości uzyskano dla brzeżnych części niecek osiadania. Trudno jednak było opisać zmiany parametru za pomocą konkretnej funkcji, co ogromnie utrudnia zastosowanie w praktyce rozwiązania. Łatwość w stosowaniu praktycznym ma natomiast rozwiązanie, w którym  $c = c(\mathbf{t})$ . Istnieje możliwość uzyskania zgodności praktycznie dowolnej. Wyznaczając np. wartość parametru dla każdego punktu oddzielnie, otrzymać można wartość osiadania równą uzyskanej z pomiaru.
6. Należy zwrócić uwagę na fakt wskazany wprawdzie przy analizie rozwiązania zakładającego zmienność parametru  $c$  od współrzędnych przestrzennych i współrzędnej czasowej  $c = c(\mathbf{t}; \mathbf{x})$ , lecz występujący i w przypadku gdy  $c = c(\mathbf{t})$ . Analiza warunku początkowego doprowadza bowiem do zauważonego w rozdziale 7 paradoksu, co nie stwarza jednak problemów przy stosowaniu praktycznym rozwiązania.
7. Przedstawiony w pracy materiał pozwala uznać, jak się wydaje, że teza pracy została udowodniona. Biorąc jednak pod uwagę przedstawione powyżej wnioski, należy stwierdzić, że budowa modelu, w którym parametr opisujący kinematykę procesu deformacji jest zmienny w czasie i w zależności od współrzędnych geometrycznych, opierać się winna na równaniu opisującym proces osiadania w przestrzeni  $R^4$ .

## LITERATURA

1. Bals R.: Beitrag zur Frage der Vorausberechnung bergbaulicher Senkungen. Mitt. a.d. Markscheidewesen 1931/1932, vol.42-43.
2. Biliński A.: Przejawy ciśnienia gorotworu w polach eksploatacji ścianowej w pokładach węgla. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo, z. 31 (praca habilitacyjna).
3. Białek J.: Opis nieustalanej fazy obniżenia terenu górniczego z uwzględnieniem asymetrii wpływów końcowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo, z. 1106, Gliwice 1991.
4. Chudek M., Flisowski A.: Propozycja obliczania nieustalonych osiadań powierzchni terenu przy zastosowaniu oryginalnej funkcji wpływów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo, z. 225, Gliwice 1995.
5. Chudek M.: Mechanika górotworu. Skrypt Politechniki Śląskiej. Gliwice 1976.
6. Chudek M., Stefański L.: Wpływ postępu frontu górniczego na szybkość deformacji terenu na powierzchni. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo, z. 185, Gliwice 1990.
7. Drzęźła B.: Wzrost prędkości wybierania - ekonomiczna konieczność, ujemne strony i próba nowego opisu oddziaływania na powierzchnię. Materiały konf. "Działalność górnictwa węgla kamiennego w warunkach gospodarki rynkowej i ograniczeń ekologicznych". Gliwice, 1992.
8. Drzęźła B., Białek J., Golaszewski A.: Maksymalne wartości deformacji oraz prędkości i przyspieszenia ich przyrostu w przypadku płaskim, dynamicznej niecki osiadania. Ochrona Terenów Górniczych 1980, nr 53.
9. Dżegniuk B., Sroka A., Sroka T.: Przybliżone normy na określenie maksymalnych wartości wskaźników deformacji dla pola eksploatacji o kształcie prostokąta. Prace Komisji Górnictwo-Geologicznej PAN, seria Geodezja z. 26, Kraków 1978.
10. Dżegniuk B.: Niektóre efekty nieliniowe w procesie osiadania nad eksploatacją górnictwem. Zeszyty naukowe AGH, seria Geodezja, z. 34, Kraków 1975.
11. Dżegniuk B., Pielok J., Sroka A.: Vorausberechnung von abbaubedingten dynamischen Deformations-Kennziffern der Tagesoberfläche und des Gebirges. Das Markscheidewesen 1980, nr 87.
12. Flaschenträger H.: Die Kostenverteilung bei gemeinsam verursachten Bergschaden in Ruhrgebiet. Mitt. a.d. Markscheidewesen 1948.
13. Gilles K.P.: Neuere Beobachtungen der durch den Abbau regulärer Bauhöhen ausgelösten horizontalen und vertikalen Bodenbewegungen, Proceedings "Logerafterfassung, Bodenbewegung, Bergschaden. Ingenieurvermessung" Clausthal 1978, vol. 8,248/71.
14. Goldreich A.H.: Die Theorie der Bodensenkungen in Kohlengebieten. Springer Verlag. Berlin 1913.
15. Greń K.: Analog fotoelektryczny jako czasoprzestrzenny model rozchodzenia się wpływów nad eksploatacją górnictwem. Zeszyty Naukowe AGH, seria Geodezja, z. 24, Kraków 1973.
16. Greń K.: Próba ujęcia asymetrii wpływów eksploatacji górnictwem przy poziomym zaleganiu pokładu. PAN Oddział w Krakowie. Prace Komisji Górnictwo-Geodezyjnej, seria Geodezja, z. 29, Kraków 1981.
17. Greń K., Lubina T., Mních S.: Określanie parametrów teorii T. Kochmańskiego na analogu fotoelektrycznym. Prace Komisji Górnictwo-Geodezyjnej PAN, seria Geodezja z. 15.
18. Hellwig F.: Grundsätzliches zur Berechnung bergbaulicher Senkungen. Bergbau-Rundschau 1953 MM.Heft 11, s.1.
19. Hoffmann H.: Gemessener und berechneter Senkungsablauf über Spulversatzabbau. MM 1943, s.38
20. Keinhorst H., Kamp F.: Die Berechnung der Bodensenkungen im Emschergebiet. 25 Jahre der Emscher-genossenschaft 1900-1925. Essen 1925.
21. Keinhorst H., Kamp F.: Betrachtungen zur Bergschadenfrage. GA 1934 s.149.
22. Kłęczek Z.: Geomechanika Górnictwa. Skrypty Uczelniane AGH nr 1000. Kraków 1985.
23. Knothe St.: Wpływ czasu na kształtowanie się niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, 1953, t.1, z.1.

24. Knothe St.: Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice 1984.
25. Kisiel I., Lysik B.: Zarys reologii gruntów. Wydawnictwo "Arkady". Warszawa 1966.
26. Kochmański T.: Integrale Theorie der Bodenbewegungen unter Einwirkung des Abbaus. Freiburger Forschungshefte Sonderdruck aus Heft A.1 18 1959.
27. Kowalczyk Z.: Określanie wpływów eksploatacji górniczej metodą przekrojów pionowych. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice 1972.
28. Kowalski A.: Deformacje terenu powstałe w wyniku szybkiej eksploatacji górniczej. Nowe doświadczenia. Materiały konferencyjne, II Dni Miernictwa Górniczego i Ochrony Terenów Górniczych. Ustroń - Jaszowiec, maj 1993.
29. Kratzsch H.: Mining Subsidence Engineering. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1983.
30. Krzysztoń D.: Parametr zasięgu niecek osiadania w górotworze sypkim. Archiwum Górnictwa, 1965, t. 10 z.1.
31. Litwiniszyn J.: Równanie różniczkowe przemieszczeń górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, 1953, t.1, z.1.
32. Lubina T.: Wybrane zagadnienia wpływu czynnika czasu na deformacje górotworu. Praca doktorska, niepublikowana. Gliwice 1973.
33. Niemczyk O.: Bergschadenkunde. Verlag Glückauf, Essen 1949.
34. Niemczyk O.: Die Bergschadenkunde als Lehr- und Forschungsgebiet, Sonderdruck Nr 10/38 des Hauses der Technik aus "Technische Mitteilungen" Nr. B vom April 1938.
35. Niemczyk O.: Die Dynamik der Spannungswelle GA 1944, s.105.
36. Niederhoffer G.: Neues Verfahren für die Vorausberechnung von Bodensenkungen vornehmlich über Abbauen in steiler Lagerung. MM, H.2, 1962.
37. Perz F.: Der Einfluss der Zeit auf die Bodenbewegung Berg und Abbauen. Mitt. a.d. Markscheidewesen 1948.
38. Perz F.: Höhenmessungen in bergbaubewegtem Gelände. Berg- und Hüttenmannische Monatshefte 1942, s. 136.

39. Pflaging K.: Zur Asymmetrie von Senkungsmulden und ihre dynamischen Zwischenformen bei relativ hohen Abbaugeschwindigkeiten. Mitt. Markscheidewesen 1974 nr 81, 99/129.
40. Pielok J.: Przebieg osiadania powierzchni w czasie przy komorowo-filarowej eksploatacji złóż soli. Zeszyty Naukowe AGH, seria Geodezja, z.93, Kraków 1985.
41. Piwowarski W.: Prognozowanie przemieszczeń pionowych powstałych w procesie rozwijającej się eksploatacji górniczej w oparciu o liniowy model matematyczny zjawiska. Praca doktorska, niepublikowana. Kraków 1977.
42. Piwowarski W.: Opis przemieszczeń pionowych aktywnego procesu deformacji górotworu w warunkach eksploatacji górniczej. Zeszyty Naukowe AGH, seria Geodezja, z.106, Kraków 1989.
43. Piwowarski W., Dzegniuk B., Niedojadło Z.: Współczesne teorie ruchów górotworu. Wydawnictwo AGH, Kraków 1995.
44. Popiołek E.: Ochrona Terenów Górniczych. Skrypty Uczelniane AGH nr 1172, Kraków 1989.
45. Praca zbiorowa: Sdwiżenie gornych porod i ziemnoj powierzchni pri podziemnych rozrobootkach. Niedra, Moskwa 1984.
46. Rogusz Z., Kołodziej M.: Wpływ postępu frontu eksploatacyjnego na prędkość osiadań punktów powierzchni w świetle obserwacji geodezyjnych. Przegląd Górniczy 1989, nr 11-12.
47. Sałustowicz A.: Mechanika górotworu. WGH, Katowice 1955.
48. Sauer A.: Die Einflüsse von Durchbauungsgrad, Abbaukonzentration und Abbaugeschwindigkeit auf die Vorausberechnung von Bodenbewegungen. Glückauf Forschungsheft 1975, nr 36, 16/26.
49. Schmitz A.: Bodenbeugungsvorgänge im Bergbau. Mitt. a.d. Markscheidewesen 1923.
50. Skinderowicz B.: Określenie współczynnika czasu dynamicznych niecek osiadania. Przegląd Górniczy 1971, nr 10.
51. Skinderowicz B.: Wpływ czasu na kształtowanie się dynamicznych niecek osiadania. Katowice 1973 (praca habilitacyjna).

52. Sroka A., Schober F., Sroka T.: Ogólne zależności między wybraną objętością pustki poeksploatacyjnej a objętością niecki osiadania z uwzględnieniem funkcji czasu. *Ochrona Terenów Górniczych* 1985, nr 79.
53. Strzałkowski P.: Program do wyznaczania parametrów teorii statystyczno-całkowych prognozowania wpływów eksploatacji górniczej. *Ochrona Terenów Górniczych* 1989, nr 86.
54. Strzałkowski P.: Prognozowanie chwilowych osiadań terenu z uwzględnieniem analogii z obwodami elektrycznymi "RC". Międzynarodowa Konferencja nt.: Zastosowanie metod matematycznych w nauce i technice. Materiały wydane przez AGH i Oddział PAN w Krakowie. Kraków 1995.
55. Strzałkowski P.: Teoria S. Knothe'go w świetle wyników pomiarów osiadań nieustalonych. Międzynarodowa Konferencja nt.: Zastosowanie metod matematycznych w nauce i technice. Materiały wydane przez AGH i Oddział PAN w Krakowie. Kraków 1995.
56. Stiepanow: Równania różniczkowe. PWN, Warszawa 1956.
57. Trojanowski K.: O możliwościach aproksymowania czasoprzestrzennych zjawisk deformacji powierzchni wywołanych wpływem podziemnej eksploatacji górniczej. Praca habilitacyjna. GIG, Katowice 1964.
58. Wagner W.: Bodenverformungen beim Abbau eines Eisenerzlagers in geringen Teufen. *MM* 1956, s. 199.
59. Wardell : Some observations on the relationship between time and mining-subsidence *Trans. Instr. Min. Engrs.* 1953 - 1954, vol. II, s. 471 - 483.
60. Whittaker B.W., Reddish D.J.: Subsidence - Occurrence, Prediction and Control. Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo 1989.
61. Wycisło K.: Wpływ czasu na przebieg procesu obniżenia górotworu spowodowanych eksploatacją górniczą. Praca doktorska AGH, Kraków 1964.
62. Zimny H.: Beitrag zur Vorausbestimmung von Bodensenkungen und Bodenverschiebungen beim Abbau von flach gelagerten Flözen. Diss. Bergakademie Clausthal 1949.

63. Zych J.: Metoda prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu uwzględniająca asymetryczny przebieg procesu deformacji. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo*, z. 164, Gliwice 1987.
64. Zych J.: Metoda nieliniowa prognozowania deformacji powierzchni terenu pod wpływem eksploatacji górniczej. *Ochrona Terenów Górniczych*, 1988, nr 85.
65. Zych J.: Teorie geometryczno-całkowe w świetle wyników obserwacji geodezyjnych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo*, z. 157, Gliwice 1987.
66. Zych J., Drzęzła B., Strzałkowski P.: Prognozowanie deformacji powierzchni terenu pod wpływem eksploatacji górniczej. Skrypt Politechniki Śląskiej nr 1684, Gliwice 1993.

# MODEL NIEUSTALONYCH PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH GÓROTWORU W OBSZARZE OBJĘTYM ODDZIAŁYWANIEM EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ

## STRESZCZENIE

Praca dotyczy problematyki prognozowania nieustalonych osiadań powierzchni terenu wywołanych podziemną eksploatacją złóż. Na podstawie wyników badań znanych z literatury oraz wyników prac własnych wysunięto tezę polegającą na twierdzeniu, że parametr opisujący przebieg procesu osiadania w czasie zależny jest od współrzędnych geometrycznych rozpatrywanego punktu oraz od współrzędnej czasowej.

W pracy bazowano na popularnym równaniu zastosowanym do obliczania osiadań nieustalonych przez S. Knothe'go:

$$\frac{dw}{dt} = c \cdot (w_k - w(t))$$

gdzie:

- c - współczynnik prędkości osiadania
- $w_k$  - osiadanie asymptotyczne
- w(t) - osiadanie nieustalone
- t - zmienna czasowa

Zakładając zgodnie z podaną tezą zmienność współczynnika c w zależności od zmiennej czasowej i współrzędnych geometrycznych otrzymano dwa nowe jakościowo modele matematyczne opisujące przebieg osiadania w czasie.

Modele te można scharakteryzować w następujący sposób:

1. Pierwszy z rozpatrywanych modeli zakłada zależność współczynnika c od współrzędnej czasowej t -  $c = c(t)$ . Stosując dyskretny model w odniesieniu do cytowanego wyżej równania różniczkowego otrzymano jego rozwiązanie w następującej postaci:

$$w(t; x) = w_k(t_k, x) + E \cdot e^{-\int c(t) dt}$$

gdzie:

- $t_k$  - czas potrzebny do ustania ruchów górotworu wywołanych eksploatacją pewnej partii pokładu,
- x - współrzędna przestrzenna,
- E - stała całkowania,
- inne oznaczenia jak w poprzednim równaniu.

2. W drugim modelu założono dodatkowo zależność współczynnika c od współrzędnych geometrycznych x -  $c = c(t, x)$ . Otrzymano rozwiązanie równania różniczkowego przy zastosowaniu modelu dyskretnego w następującej postaci:

$$w(t; x) = w_k(t_k, x) + k \cdot e^{-\int c(t, x) dt}$$

Dla celów weryfikacji otrzymanych rozwiązań opracowano program komputerowy pozwalający na identyfikację parametrów modeli. W programie zastosowano metodę gradientową poszukiwań minimum funkcji celu wynikłej z zasady najmniejszych kwadratów. Następnie dokonano stosownych obliczeń dla wyników pomiarów geodezyjnych wykonywanych na trzech liniach obserwacyjnych zlokalizowanych nad eksploatacją górnictwą prowadzoną na głębokościach: 80 m, 160 m i 500 m. W obliczeniach nie uwzględniano obrzeża eksploatacyjnego uzyskując mimo to w przypadku obu rozpatrywanych modeli wysoką zgodność wyników z rezultatami pomiarów. Lepszą zgodność z wynikami pomiarów otrzymano stosując model zakładający, że parametr c jest funkcją czasu i współrzędnych geometrycznych, niż w przypadku zakładania jego zależności wyłącznie od czasu. Stopień skomplikowania obliczeń jest jednak w tym przypadku większy niż przy stosowaniu pierwszego z modeli.

Dysponując wartościami parametru opisującego przebieg osiadania w czasie uzyskanymi na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych, ich rozkład poddano analizie statystycznej. Na tej podstawie podano wzory empiryczne opisujące zmienność parametru zarówno przy założeniu jego zależności od współrzędnej czasowej, jak też dodatkowo od współrzędnych geometrycznych.

## MODEL OF ROCK MASS TRANSIENT VERTICAL DISPLACEMENT IN MINE - INDUCED DEFORMATION AREA

### ABSTRACT

The scope of the study is a forecast of surface transient subsidence evoked by mining. Basing on the published research results as well as on the author's own investigation, an assumption has been made that the parameter describing the in time is a function of the subsidence process geometrical and time coordinate of a given point.

The basis for calculating transient subsidence is S. Knothe's solution of the equation:

$$\frac{dw}{dt} = c \cdot (w_k - w(t))$$

where:

$c$  - subsidence velocity coefficient,

$w_k$  - asymptotic subsidence,

$w(t)$  - transient subsidence,

$t$  - time variable.

Assuming, on accordance with S. Knothe's theorem, that parameter  $c$  is a time variable dependent on the geometrical coordinates, the two new mathematical models were derived to describe the progress of subsidence in time.

It is possible to characterize these two models as follow:

1. The first model makes an assumption that coefficient  $c$  depends on the time function:

$t - c = c(t)$ . Applying the discrete model to the differential equation mentioned above the following solution is obtained:

$$w(t; x) = w_k(t_k; x) + E \cdot e^{-\int c(t) dt}$$

where:

$t_k$  - the time needed to stop the rock mass movements evoked by exploitation mining of some part of the coal bed

$x$  - space coordinate

$E$  - integration constant

other symbol - see the equation above.

2. For the second model an additional assumption has been made: coefficient  $c$  depends on the geometrical coordinates  $x - c = c(t; x)$ . Using a discrete model, the following integrate equation was derived:

$$w(t; x) = w_k(t_k; x) + k \cdot e^{-\int c(t; x) dt}$$

To verify the solution a special computer needed was applied, thanks to which the model parameter were identified. This software employs the gradient method of minimum target function search, based on the minimal square theory. The next step involved the calculations for the surveying taken at three observation lines located over the mining field on levels: 80 m, 160 m and 500 m. The calculations did not account for periphery mining nevertheless, in spite of this, the results for both models were very compatible with the surveying results. Better surveying results and calculation compatibility were with model obtained for the model which assumed that parameter  $c$  was as time function dependent on the geometrical coordinates, and not only the time function. Yet, in this case the calculations were more difficult.

Next given the values of the parameter of subsidence in progress as based on the surveying results, statistical analysis was employed.

Thus it was possible to form empirical formulas of the variability at the parameter for both assumptions: as the time function, and as the time - function dependant on the geometrical coordinates.



MODELS OF ROCK MASS FLUWICIENT VEGETATION AND  
DISPLACEMENT IN ARMS - INDUCED OTCORONVEMENT

Abstract: This paper discusses the role of vegetation in the stability of slopes and the influence of displacement on the growth of plants. It also discusses the role of vegetation in the stability of slopes and the influence of displacement on the growth of plants. It also discusses the role of vegetation in the stability of slopes and the influence of displacement on the growth of plants.

The role of vegetation in the stability of slopes is a complex phenomenon. It is influenced by many factors, including the type of vegetation, the soil conditions, and the climate. This paper discusses the role of vegetation in the stability of slopes and the influence of displacement on the growth of plants. It also discusses the role of vegetation in the stability of slopes and the influence of displacement on the growth of plants. It also discusses the role of vegetation in the stability of slopes and the influence of displacement on the growth of plants.

ZAŁĄCZNIKI

A large table with multiple columns and rows, representing an appendix or detailed data. The content is largely illegible due to the image quality.

Osiadania stwierdzone pomiarami i obliczone przy  $c = c(t, x)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a

Nr pkt	X	Y	wrz 8	wk 8	vv	wrz 9	wk 9	vv	wrz 11	wk 11	vv	wrz 12	wk 12	vv	wrz stat	wtat	vv
1	70	69.9	-770.0	-766.3	13.49	-1016.0	-1021.1	26.01	-1247.0	-1249.6	6.76	-1275.0	-1286.5	132.25	-1317.0	-1312.1	23.55
2	70.1	74.9	-761.0	-761.7	0.49	-1006.0	-1015.4	88.36	-1245.0	-1243.5	2.25	-1277.0	-1280.4	11.56	-1321.0	-1299.1	480.31
3	70.1	79.9	-752.0	-752.2	0.04	-996.0	-1003.2	51.84	-1242.0	-1229.5	156.25	-1276.0	-1266.2	96.04	-1323.0	-1275.2	2282.55
4	70.2	84.9	-701.0	-733.5	702.25	-946.0	-898.2	2284.84	-1193.0	-1176.3	278.89	-1230.0	-1214.8	231.04	-1281.0	-1236.0	2021.13
5	70.3	89.9	-653.0	-635.8	295.84	-881.0	-858.2	519.84	-1126.0	-1124.0	4.00	-1164.0	-1160.1	10.89	-1218.0	-1176.6	1717.27
6	70.4	94.9	-579.0	-587.3	68.89	-788.0	-793.2	27.04	-1024.0	-1039.5	240.25	-1065.0	-1073.7	75.69	-1121.0	-1093.1	780.25
7	70.4	99.9	-488.0	-516.8	829.44	-671.0	-698.2	739.84	-859.0	-915.8	718.24	-929.0	-946.1	292.41	-986.0	-984.7	1.65
8	70.5	104.8	-399.0	-428.8	888.04	-552.0	-579.3	745.29	-742.0	-759.8	316.04	-781.0	-784.9	15.21	-840.0	-857.5	305.73
9	70.6	109.8	-309.0	-326.2	295.84	-431.0	-441.1	102.01	-590.0	-579.2	116.64	-624.0	-598.5	650.25	-683.0	-713.5	927.99
10	70.6	114.8	-226.0	-231.6	31.36	-319.0	-313.2	33.64	-442.0	-411.5	930.25	-472.0	-425.2	2190.24	-528.0	-565.5	1407.75
11	70.7	119.8	-161.0	-148.8	148.84	-228.0	-201.3	712.89	-322.0	-264.7	3283.29	-346.0	-273.6	5241.76	-396.0	-425.0	841.93
12	70.8	124.8	-114.0	-155.1	1689.21	-160.0	-180.3	412.09	-227.0	-287.0	3600.00	-247.0	-302.2	3047.04	-294.0	-301.6	58.42
13	70.9	129.8	-86.0	-97.2	125.44	-119.0	-113.0	36.00	-169.0	-190.1	445.21	-183.0	-193.9	118.81	-225.0	-201.5	552.91
14	70.9	134.8	-60.0	-56.7	10.89	-80.0	-65.9	198.81	-115.0	-117.5	6.25	-125.0	-114.0	121.00	-162.0	-126.3	1273.70
15	71	139.8	-38.0	-30.8	51.84	-52.0	-35.8	262.44	-77.0	-67.7	86.49	-84.0	-61.1	524.41	-114.0	-74.1	1588.58
16	71.1	144.8	-25.0	-15.5	90.25	-34.0	-18.0	256.00	-53.0	-36.2	282.24	-58.0	-29.8	795.24	-84.0	-40.7	1877.32
17	71.1	149.8	-16.0	-7.2	77.44	-23.0	-8.4	213.16	-39.0	-17.9	445.21	-41.0	-13.2	772.84	-65.0	-20.8	1952.05
18	71.2	154.8	-11.0	-3.1	62.41	-16.0	-3.6	153.76	-28.0	-8.2	392.04	-30.0	-5.3	610.09	-51.0	-9.9	1686.83
19	71.3	159.8	-8.0	-1.2	46.24	-12.0	-1.4	112.36	-23.0	-3.5	380.25	-24.0	-1.9	488.41	-42.0	-4.4	1413.16
20	71.4	164.8	-5.0	0.0	25.00	-7.0	0.0	49.00	-17.0	0.0	289.00	-17.0	0.0	289.00	-33.0	-1.8	972.19
			m=	16.51		m=	18.74		m=	24.47		m=	28.03		m=	33.29	
			m=	2.14		m=	1.84		m=	1.96		m=	2.19		m=	2.52	

Osiedlenia stwierdzone pomiarami i obliczone przy  $c = c(t, x)$ . KWK "Dębieniecko", linia B - I

Nr pkt	X	Y	wEB	wtB	vv	wE9	wt9	vv	wE10	wt10	vv	wE11	wt11	vv	wE12	wt12	vv	wE13	wt13	vv	wrk	wtk	vv	
1	252.0	121.0	-11.0	-7.4	12.96	-9.0	-3.6	29.16	-17.0	-8.7	68.89	-33.0	-26.1	47.61	-114.0	-159.1	2034.01	-486.0	-578.6	8374.76	-1051.0	-925.0	11111.11	
2	237.0	120.0	-18.0	-12.7	28.09	-13.0	-7.1	34.81	-23.0	-17.4	31.36	-47.0	-53.1	37.21	-208.0	-263.6	3091.36	-662.0	-677.7	246.49	-1053.0	-989.0	4096.00	
3	222.1	118.9	-21.0	-20.1	0.81	-16.0	-12.3	13.69	-30.0	-30.6	0.36	-77.0	-90.2	174.24	-343.0	-366.3	542.89	-789.0	-760.7	800.89	-1043.0	-1027.0	256.00	
4	207.1	117.9	-30.0	-30.8	0.64	-20.0	-20.7	0.49	-45.0	-50.2	27.04	-130.0	-139.4	88.36	-511.0	-460.7	1789.29	-869.0	-833.2	1281.64	-1033.0	-1049.0	256.00	
5	192.1	114.8	-41.0	-45.3	18.49	-28.0	-32.9	24.01	-74.0	-75.8	3.24	-228.0	-187.7	1624.09	-673.0	-552.0	11111.11	-917.0	-891.0	676.00	-1029.0	-1060.0	961.00	
6	177.2	115.8	-63.0	-66.1	1.21	-42.0	-46.7	22.09	-129.0	-290.5	11111.11	-380.0	-558.8	11111.11	-786.0	-738.4	2265.76	-940.0	-880.9	6256.81	-1021.0	-1064.0	1849.00	
7	162.2	114.7	-103.0	-125.8	519.84	-62.0	-101.2	1536.64	-203.0	-377.5	11111.11	-556.0	-634.4	6146.56	-867.0	-792.2	5595.04	-939.0	-897.1	3831.61	-1022.0	-1066.0	1936.00	
8	147.3	113.7	-171.0	-212.8	1747.24	-114.0	-184.8	5012.64	-394.0	-471.3	5975.29	-712.0	-702.7	86.49	-913.0	-838.0	5625.00	-983.0	-927.5	3080.25	-1032.0	-1065.0	1089.00	
9	132.3	112.7	-275.0	-314.2	1936.64	-195.0	-284.4	7992.36	-557.0	-564.4	54.76	-814.0	-766.0	2304.00	-939.0	-881.0	3364.00	-989.0	-955.9	1095.61	-1029.0	-1062.0	1089.00	
10	117.3	111.6	-413.0	-411.6	1.96	-325.0	-394.6	4844.16	-707.0	-656.0	2601.00	-884.0	-826.4	3317.76	-957.0	-921.7	1246.09	-987.0	-982.9	16.81	-1018.0	-1054.0	1294.00	
11	102.4	110.6	-523.0	-486.8	1324.96	-484.0	-503.7	388.09	-809.0	-742.4	4435.56	-919.0	-879.0	1600.00	-966.0	-954.2	139.24	-987.0	-1003.2	262.44	-1014.0	-1036.0	484.00	
12	87.4	109.5	-555.0	-512.4	1814.76	-616.0	-606.1	98.01	-849.0	-820.2	829.44	-919.0	-921.2	4.84	-931.0	-975.4	595.36	-971.0	-1013.6	1814.76	-994.0	-1003.0	81.00	
13	72.4	108.5	-468.0	-466.1	3.61	-734.0	-686.1	2294.41	-886.0	-878.7	53.29	-928.0	-939.0	121.00	-952.0	-969.8	316.84	-967.0	-998.9	1017.61	-988.0	-948.0	1800.00	
14	57.5	107.4	-300.0	-364.0	4096.00	-767.0	-720.9	2125.21	-863.0	-880.9	320.41	-892.0	-906.2	201.64	-910.0	-913.4	11.56	-919.0	-935.6	275.56	-938.0	-866.0	5184.00	
15	42.5	106.4	-150.0	-223.7	5431.69	-719.0	-682.1	1361.61	-783.0	-712.0	121.00	-803.0	-802.1	0.81	-816.0	-790.5	650.25	-819.0	-806.1	166.41	-838.0	-755.0	6889.00	
16	27.5	103.4	-80.0	-112.3	1043.29	-565.0	-561.6	11.56	-609.0	-541.6	4542.76	-620.0	-625.7	32.49	-679.0	-607.8	449.44	-633.0	-617.1	252.81	-650.0	-625.0	625.00	
17	12.6	104.3	-50.0	-44.5	30.25	-355.0	-382.9	778.41	-384.0	-270.0	11111.11	-392.0	-408.4	268.96	-400.0	-395.1	24.01	-402.0	-398.7	10.89	-417.0	-471.0	3600.00	
18	-2.4	103.3	-33.0	-13.4	384.16	-178.0	-215.9	1436.41	-199.0	-92.2	11111.11	-207.0	-221.8	219.04	-217.0	-215.6	12.96	-213.0	-215.7	7.29	-227.0	-345.0	11111.11	
19	-17.3	102.2	-28.0	-28.6	0.36	-106.0	-107.1	1.21	-124.0	-127.5	12.25	-129.0	-174.6	31.36	-132.0	-138.4	43.56	-136.0	-145.8	96.04	-145.0	-230.0	7225.00	
20	-37.3	101.2	-23.0	-17.6	29.16	-57.0	-65.2	67.24	-72.0	-77.3	28.09	-72.0	-81.4	88.36	-75.0	-78.3	10.89	-79.0	-82.2	10.24	-86.0	-140.0	2916.00	
21	-47.3	100.1	0.0	-9.7	94.09	-35.0	-35.9	0.81	-41.0	-42.3	1.69	-43.0	-44.4	1.96	-43.0	-39.6	11.56	-43.0	-41.6	1.96	-50.0	-79.0	841.00	
22	-67.2	99.1	0.0	-4.8	23.04	-26.0	-17.6	70.56	-29.0	-20.7	68.89	-33.0	-21.7	127.69	-30.0	-17.9	146.41	-32.0	-18.8	174.24	-39.0	-40.0	1.00	
23	-77.2	98.1	0.0	-2.2	4.84	-25.0	-8.0	289.00	-28.0	-9.4	343.96	-30.0	-9.8	408.04	-28.0	-6.9	445.21	-28.0	-7.2	432.64	-33.0	-19.0	196.00	
			Σ=	28.09		Σ=	35.16		Σ=	66.09		Σ=	46.11		Σ=	43.26		Σ=	36.35		Σ=	56.04		
			σ=	3.06	σ	σ=	4.58	σ	σ=	7.46	σ	σ=	4.97	σ	σ=	4.48	σ	σ=	3.68	σ	σ=	5.43	σ	

Osiadania stwierdzone pomiarami i obliczone przy  $c = c(t, x)$ . KWK "Czeczott", linia 1

nr pkt	X	Y	wss 1	wk 1	vv	wss 2	wk 2	vv	wss 3	wk 3	vv	wss 4	wk 4	vv	wss 5	wk 5	vv	wss 6	wk 6	vv	wss 7	wk 7	vv	wss stat	wk stat	vv	
78	-275.0	80.8	0.0	-0.2	0.04	3.0	-6.3	10.89	-13.0	-3.1	141.81	-16.0	-2.9	171.81	-17.0	-8.4	177.61	-19.0	-8.9	102.61	-25.0	-4.2	349.61	-22.8	-11.8	180.00	
69	-244.0	83.0	0.0	-0.0	0.36	1.0	-0.9	3.63	-10.0	-6.2	96.04	-10.0	-6.0	146.00	-10.0	-13.4	31.76	-21.0	-14.2	46.24	-20.0	-14.0	125.44	-25.0	-17.0	64.00	
60	-215.0	66.0	0.0	-1.4	1.98	-2.0	-3.2	0.44	-19.0	-10.3	72.25	-22.0	-10.4	129.96	-23.0	-20.3	22.09	-20.0	-21.6	19.36	-22.0	-22.4	112.36	-20.0	-23.0	25.00	
67	-184.0	69.0	-0.0	-3.0	1.88	0.0	-0.9	9.61	-23.0	-16.8	37.21	-28.0	-17.7	106.89	-32.0	-29.3	7.29	-32.0	-31.2	0.64	-37.0	-32.5	20.25	-30.0	-35.0	9.00	
84	-155.0	71.0	-0.0	-0.6	1.96	-12.0	-10.6	1.96	-39.0	-20.6	8.04	-43.0	-24.0	6.04	-54.0	-42.2	10.24	-61.0	-43.1	16.81	-65.0	-47.0	6.00	-65.0	-50.0	25.00	
65	-125.0	74.0	-15.0	-12.4	0.36	-22.0	-20.0	0.00	-51.0	-35.0	23.04	-50.0	-60.5	42.25	-65.0	-74.5	98.25	-67.0	-80.0	169.00	-80.0	-84.0	19.36	-92.0	-95.0	64.00	
66	-177.0	16.0	-23.0	-20.4	5.16	-32.0	-32.5	6.25	-74.0	-77.8	14.44	-92.0	-92.2	304.04	-91.0	-98.0	49.00	-94.0	-103.4	80.36	-100.0	-109.2	67.24	-91.0	-124.0	194.00	
62	-44.0	71.0	-31.0	-23.0	10.00	-53.4	-54.3	3.69	-74.0	-76.8	1.84	-91.0	-91.7	116.49	-91.0	-97.0	49.00	-94.0	-103.4	80.36	-100.0	-109.2	67.24	-96.0	-114.0	144.00	
62	-61.0	59.0	-36.0	-34.3	2.09	-54.0	-54.4	3.76	-74.0	-77.8	14.44	-92.0	-92.2	304.04	-91.0	-98.0	49.00	-94.0	-103.4	80.36	-100.0	-109.2	67.24	-96.0	-114.0	144.00	
61	-35.0	74.0	-32.0	-33.9	0.81	-51.0	-55.9	24.81	-70.0	-74.3	62.25	-78.0	-92.2	703.64	-87.0	-97.5	42.25	-92.0	-100.4	71.44	-99.0	-105.0	42.25	-97.0	-100.0	100.00	
60	-26.0	39.0	-66.0	-63.3	306.25	-71.0	-81.0	100.00	-92.0	-109.2	203.64	-102.0	-109.1	0.81	-114.0	-109.0	81.00	-110.0	-103.7	151.29	-123.0	-107.1	252.81	-124.0	-103.0	3481.00	
59	0.0	41.0	-60.0	-77.9	316.04	-98.0	-116.5	342.33	-127.0	-166.6	1504.36	-141.0	-167.5	702.25	-153.0	-166.2	325.59	-160.0	-160.7	15.69	-163.0	-170.9	62.41	-161.0	-161.0	4096.00	
58	30.0	44.0	-60.0	-90.2	106.89	-122.0	-150.6	345.96	-172.0	-229.2	3271.84	-190.0	-220.5	2352.25	-202.0	-253.3	2162.25	-212.0	-250.8	3918.64	-219.0	-259.9	1072.81	-219.0	-289.0	4624.00	
57	66.0	47.0	-84.0	-99.6	12.96	-170.0	-181.0	123.00	-225.0	-286.1	3732.81	-251.0	-212.0	1723.00	-281.0	-339.9	6610.41	-271.0	-240.0	3764.00	-284.0	-342.8	2451.64	-289.0	-340.0	3364.00	
56	94.0	50.0	-106.0	-104.6	4.00	-304.0	-304.7	0.04	-379.0	-379.2	2520.04	-336.0	-374.2	3367.24	-348.0	-422.9	5913.61	-354.0	-425.9	3169.61	-360.0	-427.0	4596.00	-365.0	-408.0	1849.00	
55	120.0	59.0	-104.0	-102.1	36.81	-328.0	-316.1	141.63	-376.0	-373.5	756.25	-370.0	-419.3	1705.69	-411.0	-492.4	5555.84	-426.0	-493.2	4264.69	-437.0	-494.5	2308.25	-462.0	-440.0	676.00	
54	155.0	56.0	-102.0	-95.9	27.21	-336.0	-310.4	309.16	-402.0	-361.9	0.81	-434.0	-445.3	127.69	-452.0	-524.2	1181.79	-501.0	-526.5	1246.00	-510.0	-537.5	156.25	-518.0	-521.0	4.00	
53	185.0	60.0	-99.0	-85.0	19.36	-336.0	-311.1	357.21	-380.0	-337.7	491.29	-409.0	-457.3	1004.89	-481.0	-577.2	14.44	-513.0	-604.4	73.96	-574.0	-574.6	0.36	-620.0	-611.0	729.00	
52	215.0	63.0	-120.0	-73.7	0.49	-420.0	-394.5	29.25	-429.0	-316.5	306.25	-483.0	-449.0	1296.00	-610.0	-613.3	613.84	-653.0	-627.3	767.29	-665.0	-628.1	1361.61	-684.0	-644.0	1600.00	
50	275.0	71.0	-31.0	-32.5	2.25	-420.0	-417.0	361.00	-474.0	-400.1	34.01	-453.0	-434.1	438.81	-652.0	-622.3	862.09	-672.0	-651.9	1608.01	-692.0	-654.1	2391.21	-705.0	-669.0	3369.00	
17	303.0	74.0	-31.0	-32.5	2.25	-498.0	-423.3	640.89	-507.0	-509.4	153.78	-616.0	-616.5	0.25	-650.0	-625.3	1609.29	-681.0	-631.4	3953.84	-699.0	-641.7	3009.29	-724.0	-699.0	1444.00	
19	323.0	77.0	-23.0	-32.9	0.81	-472.0	-499.5	6.25	-501.0	-544.3	730.89	-570.0	-515.4	2983.36	-624.0	-592.6	3784.36	-669.0	-601.1	3618.01	-699.0	-624.1	5618.01	-704.0	-710.0	729.00	
19	350.0	81.0	-11.0	-17.0	0.00	-55.0	-53.2	6.44	-161.0	-155.7	28.89	-222.0	-241.0	161.00	-441.0	-508.2	3534.04	-603.0	-607.0	5653.04	-704.0	-625.5	6146.25	-710.0	-729.0	1444.00	
20	387.0	85.0	-12.0	-18.3	2.09	-34.0	-41.1	58.61	-64.0	-61.2	195.64	-164.0	-170.0	36.00	-473.0	-573.3	2375.29	-670.0	-640.2	6872.04	-702.0	-625.5	6146.25	-750.0	-732.0	300.00	
42	421.0	85.0	-18.0	-0.1	2.01	-24.0	-29.0	25.00	-64.0	-61.2	195.64	-164.0	-170.0	36.00	-513.0	-554.9	789.61	-649.0	-589.8	2504.84	-681.0	-620.1	2488.21	-760.0	-732.0	129.00	
42	452.0	90.0	-0.0	-1.6	5.76	-18.0	-20.2	0.44	-66.0	-56.2	104.84	-111.0	-123.2	492.64	-515.0	-530.2	23.04	-617.0	-575.5	1722.25	-661.0	-630.3	1748.89	-641.0	-639.0	4.41	
44	482.0	96.0	-5.0	-1.9	9.61	-14.0	-13.7	0.89	-22.0	-37.1	36.01	-72.0	-96.1	830.81	-419.0	-495.7	378.89	-577.0	-552.3	616.89	-641.0	-639.0	761.00	-597.0	-623.4	616.00	
45	512.0	99.0	-5.0	-1.0	16.00	-17.0	-8.0	12.84	-27.0	-22.0	19.36	-52.0	-60.9	243.61	-417.0	-489.0	1649.76	-521.0	-515.0	24.00	-597.0	-623.4	2410.01	-630.0	-644.0	289.00	
46	542.0	102.0	-0.0	-0.5	12.25	-13.0	-5.0	29.16	-22.0	-13.2	94.89	-41.0	-44.7	13.69	-341.0	-300.1	2718.61	-451.0	-408.0	98.01	-539.0	-608.1	2410.01	-570.0	-642.0	761.00	
47	571.0	109.0	-2.0	-0.2	7.29	-9.0	-3.4	23.96	-18.0	-1.2	116.64	-31.0	-27.2	14.44	-366.0	-314.5	2352.25	-388.0	-408.4	313.16	-470.0	-659.3	2383.29	-402.0	-659.3	2383.29	
48	601.0	107.0	-1.0	-0.1	0.81	-0.0	-1.7	53.29	-10.0	-0.6	207.16	-26.0	-17.6	10.56	-396.0	-321.3	1248.89	-312.0	-316.2	17.64	-402.0	-659.3	2383.29	-402.0	-659.3	2383.29	
49	631.0	110.0	-2.0	0.0	4.00	-0.0	-3.0	49.00	-10.0	-1.1	243.61	-24.0	-11.0	149.00	-396.0	-329.0	160.00	-402.0	-659.3	2383.29	-402.0	-659.3	2383.29	-402.0	-659.3	2383.29	
		Σ		5.42			0.76		33.08		29.64		35.17		34.80		41.75		5.16		14.88		4.00				
		σ		5.02			4.13		5.70		5.24		5.20		5.16		5.16		5.08		4.88		4.00				

Osiadania stwierdzone pomiarami i obliczone przy  $c = c(t)$ . KWK "Jan Kanty", linia 4a

Nz pkt	X	Y	wrz 8	wk 8	vv	wrz 9	wk 9	vv	wrz 11	wk 11	vv	wrz12	wk 12	vv	wrz stat	wtstat	vv
1	70	69.9	-770.0	-738.6	985.96	-1016.0	-1023.5	56.25	-1247.0	-1255.5	72.25	-1275.0	-1329.2	2937.64	-1317.0	-1321.0	16.00
2	70.1	74.9	-761.0	-733.5	756.25	-1006.0	-1016.8	116.64	-1245.0	-1248.1	9.61	-1277.0	-1321.6	1989.16	-1321.0	-1282.0	1521.00
3	70.1	79.9	-752.0	-723.4	817.96	-996.0	-1003.2	51.84	-1242.0	-1232.1	98.01	-1276.0	-1304.9	835.21	-1323.0	-1231.0	8464.00
4	70.2	84.9	-707.0	-704.0	9.00	-946.0	-976.8	948.64	-1193.0	-1200.4	54.76	-1230.0	-1271.6	1730.56	-1281.0	-1166.0	13225.00
5	70.3	89.9	-653.0	-671.4	338.56	-881.0	-931.5	2550.25	-1126.0	-1144.7	349.69	-1164.0	-1212.7	2371.69	-1218.0	-1088.0	16900.00
6	70.4	94.9	-579.0	-619.3	1624.09	-788.0	-859.6	5126.56	-1024.0	-1057.0	1089.00	-1065.0	-1119.9	3014.01	-1121.0	-997.0	15376.00
7	70.4	99.9	-488.0	-545.0	3249.00	-671.0	-756.7	7344.49	-889.0	-931.1	1772.41	-929.0	-986.7	3329.29	-986.0	-897.0	7921.00
8	70.5	104.8	-399.0	-453.4	2959.36	-552.0	-629.5	6006.25	-742.0	-774.4	1049.76	-781.0	-820.8	1584.04	-840.0	-794.0	2116.00
9	70.6	109.8	-309.0	-347.2	1459.24	-431.0	-482.4	2641.96	-590.0	-594.2	17.64	-624.0	-629.8	33.64	-683.0	-662.0	441.00
10	70.6	114.8	-226.0	-249.2	538.24	-319.0	-346.1	745.29	-442.0	-426.6	237.16	-472.0	-452.3	388.09	-528.0	-571.0	1849.00
11	70.7	119.8	-161.0	-162.7	2.89	-228.0	-226.2	3.24	-322.0	-278.8	1866.24	-346.0	-295.7	2530.09	-396.0	-473.0	5929.00
12	70.8	124.8	-114.0	-96.7	299.29	-160.0	-134.4	655.36	-227.0	-165.7	3757.69	-247.0	-175.7	5083.69	-294.0	-384.0	8100.00
13	70.9	129.8	-86.0	-51.8	1169.64	-119.0	-72.1	2199.61	-169.0	-88.9	6416.01	-183.0	-94.3	7867.69	-225.0	-305.0	6400.00
14	70.9	134.8	-60.0	-25.0	1225.00	-80.0	-34.8	2043.04	-115.0	-42.9	5198.41	-125.0	-45.6	6304.36	-162.0	-237.0	5625.00
15	71	139.8	-38.0	-10.8	719.84	-52.0	-15.1	1361.61	-77.0	-18.6	3410.56	-84.0	-19.7	4134.49	-114.0	-182.0	4624.00
16	71.1	144.8	-25.0	-4.2	432.64	-34.0	-5.8	795.24	-53.0	-7.2	2097.64	-58.0	-7.7	2530.09	-84.0	-137.0	2809.00
17	71.1	149.8	-16.0	-1.5	210.25	-23.0	-2.0	441.00	-39.0	-2.5	1332.25	-41.0	-2.7	1466.89	-65.0	-101.0	1296.00
18	71.2	154.8	-11.0	0.0	121.00	-16.0	0.0	256.00	-28.0	0.0	784.00	-30.0	0.0	900.00	-51.0	-74.0	529.00
19	71.3	159.8	-8.0	0.0	64.00	-12.0	0.0	144.00	-23.0	0.0	529.00	-24.0	0.0	576.00	-42.0	-53.0	121.00
20	71.4	164.8	-5.0	0.0	25.00	-7.0	0.0	49.00	-17.0	0.0	289.00	-17.0	0.0	289.00	-33.0	-38.0	25.00
			mw = 29.18			mw = 40.95			mw = 39.01			mw = 49.95			mw = 74.01		
			m = 3.79			m = 4.03			m = 3.13			m = 3.91			m = 5.59		

Osiedlenia stwierdzone pomiarami i obliczone przy  $c = c(t)$ . KWK "Dębińsko", linia B - L

№ dkt	X	Y	wz 8	wt 8	vv	wz 9	wt 9	vv	wz 10	wt 10	vv	wz 11	wt 11	vv	wz 12	wt 12	vv	wz 13	wt 13	vv	wz stat.	wt stat.	vv
1	252.0	121.0	-11.0	-0.4	112.38	-9.0	0.0	81.00	-17.0	-9.0	81.00	-33.0	-26.0	49.00	-114.0	-299.9	34558.81	-486.0	-384.0	10404.00	-1051.0	-925.0	15876.00
2	237.0	120.0	-18.0	-1.6	268.96	-13.0	-0.6	153.76	-23.0	-20.0	9.00	-47.0	-46.0	1.00	-208.0	-404.5	38612.25	-662.0	-569.0	8649.00	-1053.0	-989.0	4096.00
3	222.1	118.9	-21.0	-6.0	225.00	-16.0	-2.3	187.69	-30.0	-26.0	16.00	-77.0	-71.0	36.00	-143.0	-510.5	28056.25	-789.0	-712.0	5929.00	-1043.0	-1027.0	256.00
4	207.1	117.9	-30.0	-17.8	148.84	-20.0	-8.9	123.21	-45.0	-49.0	16.00	-130.0	-119.0	121.00	-511.0	-605.7	8968.09	-869.0	-831.0	1444.00	-1033.0	-1049.0	256.00
5	192.1	116.8	-41.0	-43.7	7.29	-28.0	-24.7	10.89	-74.0	-64.0	100.00	-728.0	-213.0	225.00	-673.0	-690.2	295.84	-917.0	-908.0	81.00	-1029.0	-1060.0	961.00
6	177.2	115.8	-65.0	-89.8	615.04	-42.0	-58.0	256.00	-129.0	-111.0	324.00	-380.0	-348.0	961.00	-756.0	-759.4	707.56	-940.0	-963.0	529.00	-1021.0	-1064.0	1849.00
7	162.2	114.7	-103.0	-157.2	2937.64	-62.0	-115.3	2840.89	-203.0	-193.0	100.00	-556.0	-518.0	1444.00	-807.0	-817.9	2410.81	-959.0	-996.0	1369.00	-1022.0	-1066.0	1936.00
8	147.3	113.7	-171.0	-250.5	6320.25	-114.0	-203.0	1921.00	-394.0	-359.0	1225.00	-712.0	-659.0	2809.00	-913.0	-867.2	2097.64	-983.0	-1021.0	1444.00	-1032.0	-1065.0	1089.00
9	132.3	112.7	-275.0	-353.9	6225.21	-195.0	-300.5	11130.25	-557.0	-523.0	1156.00	-814.0	-779.0	1225.00	-979.0	-911.0	784.00	-989.0	-1038.0	2401.00	-1029.0	-1062.0	1089.00
10	117.3	111.6	-413.0	-446.5	1122.25	-325.0	-412.5	1569.00	-707.0	-681.0	676.00	-884.0	-856.0	784.00	-957.0	-947.0	100.00	-987.0	-1051.0	4096.00	-1018.0	-1054.0	1296.00
11	102.4	110.6	-523.0	-510.8	148.84	-484.0	-516.8	1075.84	-809.0	-763.0	2116.00	-919.0	-894.0	625.00	-966.0	-971.7	32.49	-971.0	-1047.0	3600.00	-1014.0	-1036.0	484.00
12	87.4	109.5	-555.0	-524.9	906.01	-616.0	-611.0	35.00	-849.0	-792.0	3249.00	-919.0	-932.0	169.00	-951.0	-976.3	640.09	-971.0	-1033.0	3844.00	-994.0	-1003.0	81.00
13	72.4	108.5	-488.0	-474.6	43.56	-734.0	-677.8	3158.44	-886.0	-791.0	9025.00	-928.0	-949.0	441.00	-972.0	-951.0	1.00	-967.0	-1014.0	2209.00	-988.0	-948.0	1600.00
14	57.5	107.4	-300.0	-379.2	6272.64	-767.0	-699.9	4502.41	-863.0	-780.0	5329.00	-892.0	-916.0	576.00	-910.0	-880.6	864.36	-919.0	-970.0	2601.00	-938.0	-866.0	5184.00
15	42.5	106.4	-150.0	-247.4	9486.76	-719.0	-659.9	3492.81	-783.0	-761.0	444.00	-803.0	-861.0	3364.00	-816.0	-761.1	3014.01	-819.0	-881.0	3844.00	-838.0	-755.0	6889.00
16	27.5	105.4	-80.0	-138.5	3422.25	-565.0	-555.3	94.09	-609.0	-569.0	1600.00	-620.0	-703.0	8889.00	-649.0	-607.3	470.89	-633.0	-746.0	12769.00	-650.0	-625.0	625.00
17	12.6	104.3	-50.0	-64.0	196.00	-355.0	-397.4	1797.76	-384.0	-363.0	441.00	-392.0	-442.0	2500.00	-400.0	-428.2	795.24	-402.0	-467.0	4225.00	-417.0	-477.0	3600.00
18	-2.4	103.3	-33.0	-24.4	73.96	-174.0	-251.0	5329.00	-199.0	-176.0	529.00	-207.0	-254.0	2209.00	-212.0	-273.2	3745.44	-213.0	-281.0	4624.00	-227.0	-345.0	13924.00
19	-17.3	102.2	-28.0	-7.4	824.36	-106.0	-131.4	645.16	-124.0	-110.0	196.00	-129.0	-149.0	400.00	-124.0	-152.9	436.81	-136.0	-174.0	1444.00	-145.0	-230.0	7225.00
20	-32.3	101.2	-23.0	-1.5	462.25	-57.0	-56.5	0.25	-72.0	-57.0	225.00	-72.0	-73.0	1.00	-75.0	-74.4	0.36	-79.0	-88.0	81.00	-86.0	-140.0	2916.00
21	-47.3	100.1	0.0	0.0	0.00	-35.0	-19.4	243.36	-41.0	-32.0	81.00	-43.0	-35.0	64.00	-43.0	-31.3	136.89	-43.0	-47.0	16.00	-50.0	-79.0	841.00
22	-62.2	89.1	0.0	0.0	0.00	-24.0	-8.7	412.09	-29.0	-21.0	64.00	-33.0	-24.0	81.00	-30.0	-11.0	361.00	-32.0	-30.0	4.00	-39.0	-40.0	1.00
23	-77.2	98.1	0.0	0.0	0.00	-25.0	-1.3	571.21	-28.0	-18.0	100.00	-30.0	-19.0	121.00	-28.0	-2.7	640.09	-28.0	-24.0	16.00	-33.0	-19.0	196.00
				41.40			47.38			34.35			33.03			74.52			57.34			56.06	
				7.16			6.18			3.88			3.56			8.03			5.80			5.43	

Osiadania stwierdzone pomiarami i obliczone przy  $c = c(t)$  KWK "Czeczott", linia I

Nr pkt	X	Y	wsz 1			wsz 2			wsz 3			wsz 4			wsz 5			wsz 6			wsz 7			wsz stat			
			wk 1	vv	0.01	wk 2	vv	0.00	wk 3	vv	0.02	wk 4	vv	0.03	wk 5	vv	0.04	wk 6	vv	0.05	wk 7	vv	0.06	wk stat	vv	0.07	
70	-215.0	60.0	0.0	-0.1	0.01	3.0	0.0	9.00	-15.0	-0.2	219.04	-16.0	0.3	248.41	-17.0	-0.2	282.24	-19.0	-0.2	333.44	-20.0	0.0	625.00	-22.0	-12.0	100.00	
89	-244.0	67.0	0.0	-0.3	0.09	1.0	-0.2	1.44	-18.0	-0.5	240.25	-18.0	-0.8	295.84	-19.0	-0.6	336.56	-21.0	-0.8	416.16	-23.0	-0.3	860.48	-25.0	-11.0	84.00	
88	-215.0	68.0	0.0	-0.9	0.84	-2.0	-0.6	1.96	-19.0	-1.5	306.25	-22.0	-2.3	388.88	-23.0	-2.0	529.08	-26.0	-1.9	583.64	-33.0	-0.8	1026.84	-30.0	-15.0	25.00	
87	-186.0	68.0	-0.0	-1.9	4.41	-4.0	-1.9	38.04	-23.0	-3.7	372.49	-28.0	-5.5	506.25	-32.0	-4.0	728.04	-32.0	-4.1	776.41	-37.0	-2.3	1204.58	-18.0	-35.0	9.00	
86	-155.0	71.0	-0.0	-4.1	15.21	-12.0	-4.9	50.41	-29.0	-8.4	824.36	-34.0	-12.2	415.24	-39.0	-11.0	194.04	-41.0	-8.9	1020.41	-45.0	-5.8	1526.84	-45.0	-50.0	29.00	
85	-125.0	74.0	-13.0	-8.4	21.16	-22.0	-11.1	116.81	-39.0	-11.9	404.01	-45.0	-25.5	280.25	-50.0	-23.8	684.44	-52.0	-16.7	1100.89	-60.0	-12.7	2237.29	-56.0	-70.0	196.00	
84	-91.0	76.0	-23.0	-14.0	70.56	-33.0	-22.2	116.64	-51.0	-37.5	342.25	-58.0	-45.3	161.29	-65.0	-42.7	452.89	-67.0	-33.5	1122.25	-74.0	-26.1	2254.41	-72.0	-93.0	441.00	
83	-66.0	79.0	-37.0	-24.7	151.29	-51.0	-41.5	132.25	-74.0	-57.6	269.96	-81.0	-78.3	1.29	-89.0	-78.2	116.64	-94.0	-59.1	1248.01	-100.0	-50.4	2460.16	-98.0	-126.0	784.00	
82	-41.0	80.0	-46.0	-34.0	24.76	-61.0	-50.0	16.00	-94.0	-87.0	49.00	-103.0	-99.5	56.25	-91.0	-91.1	0.01	-94.0	-88.6	676.00	-102.0	-59.9	1712.41	-96.0	-134.0	1444.00	
81	-53.0	80.0	-53.0	-32.4	0.26	-51.0	-58.8	60.84	-70.0	-76.8	46.24	-76.0	-102.7	610.09	-71.0	-100.4	382.76	-82.0	-71.2	219.04	-89.0	-70.1	835.21	-87.0	-140.0	1849.00	
80	-74.0	80.0	-66.0	-43.9	2.61	-71.0	-93.0	484.00	-82.0	-119.3	145.29	-103.0	-156.6	2991.16	-114.0	-164.5	2550.25	-116.0	-123.1	26.01	-122.0	-118.8	17.44	-124.0	-183.0	3481.00	
59	8.0	41.0	-60.0	-64.1	16.01	-89.0	-128.7	1004.89	-127.0	-169.0	1744.00	-141.0	-217.0	5176.00	-155.0	-237.4	6189.16	-168.0	-280.4	416.16	-169.0	-183.3	437.00	-167.0	-231.0	4096.00	
58	38.0	44.0	-90.0	-81.1	1.21	-132.0	-164.7	1423.29	-172.0	-276.1	2926.81	-190.0	-285.9	9196.81	-207.0	-322.9	11665.61	-219.0	-240.9	1261.61	-219.0	-261.2	1380.84	-221.0	-289.0	6674.00	
57	66.0	47.0	-96.0	-93.0	4.84	-170.0	-199.0	888.04	-225.0	-276.6	2641.86	-251.0	-347.8	1370.24	-272.0	-406.2	18009.64	-279.0	-322.8	2381.44	-284.0	-333.5	4830.25	-290.0	-348.0	3764.00	
56	86.0	50.0	-106.0	-101.0	25.00	-208.0	-219.9	252.81	-279.0	-319.3	1624.09	-316.0	-399.9	7639.21	-346.0	-482.7	18961.29	-354.0	-482.4	2440.76	-360.0	-462.1	8740.41	-365.0	-460.0	1849.00	
55	174.0	53.0	-109.0	-102.2	33.64	-238.0	-236.2	3.24	-326.0	-349.9	371.21	-376.0	-437.7	3364.04	-418.0	-540.8	17108.44	-428.0	-475.3	2237.29	-427.0	-523.2	1178.24	-442.0	-466.0	674.84	
54	155.0	56.0	-107.0	-98.0	16.00	-236.0	-221.0	235.00	-362.0	-364.1	4.41	-424.0	-458.7	610.09	-482.0	-595.8	10714.64	-501.0	-515.1	1204.00	-510.0	-583.5	4972.25	-519.0	-521.0	4.00	
53	184.0	60.0	-90.0	-84.4	2.56	-370.0	-385.5	600.25	-490.0	-384.4	243.36	-475.0	-464.8	104.04	-555.0	-626.7	5140.89	-567.0	-585.0	324.00	-574.0	-648.4	5335.26	-581.0	-570.0	289.00	
52	215.0	63.0	-72.0	-75.1	9.61	-207.0	-192.5	420.25	-267.0	-356.6	268.96	-489.0	-456.2	107.84	-603.0	-641.5	1649.24	-613.0	-618.8	33.64	-625.0	-685.2	1624.04	-638.0	-611.0	729.00	
51	245.0	67.0	-55.0	-59.0	22.04	-168.0	-154.9	111.61	-139.0	-326.9	146.41	-485.0	-476.9	2322.61	-630.0	-642.9	21.01	-655.0	-638.8	208.96	-665.0	-706.2	1265.64	-684.0	-664.0	1600.84	
50	275.0	71.0	-39.0	-64.0	33.64	-128.0	-126.4	3.56	-294.0	-294.4	0.16	-455.0	-410.5	1880.25	-652.0	-624.7	316.84	-672.0	-646.7	600.00	-683.0	-714.2	873.44	-705.0	-680.0	1329.00	
37	301.0	74.0	-31.0	-32.8	3.24	-99.0	-101.8	14.44	-249.0	-262.7	246.49	-416.0	-483.0	1016.00	-638.0	-620.8	1281.84	-682.0	-645.8	1283.84	-699.0	-714.5	240.25	-724.0	-686.0	1444.00	
18	325.0	77.0	-23.0	-23.5	0.25	-72.0	-91.2	81.00	-201.0	-355.7	204.49	-485.0	-558.7	204.49	-654.0	-605.7	2322.84	-682.0	-638.8	1651.61	-699.0	-709.9	118.81	-726.0	-698.0	1229.00	
19	350.0	81.0	-17.0	-15.3	1.69	-53.0	-61.5	42.25	-161.0	-200.1	1529.81	-332.0	-325.3	12.25	-648.0	-587.5	3660.24	-683.0	-620.4	2145.16	-704.0	-708.5	7.25	-742.0	-710.0	1024.00	
20	381.0	85.0	-12.0	-7.8	17.64	-34.0	-37.5	12.25	-107.0	-152.7	2520.04	-237.0	-277.0	1446.36	-621.0	-556.5	6160.25	-670.0	-611.0	2387.24	-702.0	-681.6	201.36	-753.0	-712.0	950.00	
62	421.0	89.0	-8.0	-3.6	19.36	-24.0	-21.7	5.29	-64.0	-111.8	2284.84	-164.0	-211.4	4542.16	-583.0	-525.3	3329.29	-640.0	-592.0	2364.00	-687.0	-678.5	240.25	-740.0	-733.0	729.00	
63	451.0	92.0	-6.0	-1.6	10.36	-18.0	-11.8	38.44	-46.0	-79.0	1089.00	-111.0	-188.0	6021.76	-535.0	-495.3	1392.01	-617.0	-510.4	2171.56	-667.0	-655.2	139.24	-741.0	-741.0	361.00	
14	482.0	94.0	-5.0	-0.7	18.49	-14.0	-5.8	61.24	-32.0	-33.6	466.56	-73.0	-148.2	5655.04	-419.0	-468.2	1790.44	-577.0	-549.0	1784.00	-641.0	-629.5	2.25	-742.0	-742.0	361.00	
45	512.0	98.0	-5.0	-0.2	23.04	-13.0	-2.6	169.16	-27.0	-33.4	423.56	-52.0	-110.3	3422.25	-411.0	-432.7	278.89	-525.0	-524.2	1.44	-591.0	-621.1	610.09	-741.0	-741.0	361.00	
46	542.0	102.0	-0.0	-0.1	15.21	-11.0	-1.0	100.00	-23.0	-18.3	12.49	-41.0	-16.5	1260.25	-341.0	-400.4	1578.36	-459.0	-501.7	1823.29	-490.0	-582.7	3923.29	-741.0	-741.0	361.00	
47	571.0	107.0	-3.0	0.0	9.00	-9.0	-0.4	13.66	-18.0	-10.6	54.76	-21.0	-50.4	374.36	-286.0	-369.5	1812.24	-386.0	-426.2	8126.04	-476.0	-583.6	11371.16	-741.0	-741.0	361.00	
48	602.0	107.0	-3.0	0.0	9.00	-9.0	-8.1	18.71	-18.0	-5.0	169.00	-26.0	-29.8	14.44	-196.0	-232.7	18550.44	-312.0	-445.9	17929.21	-402.0	-559.0	24649.00	-741.0	-741.0	361.00	
49	631.0	110.0	-2.0	0.0	4.00	-9.0	0.0	64.00	-18.0	-2.2	249.84	-24.0	-16.4	57.76	-138.0	-292.7	22622.69	-239.0	-411.7	29825.29	-329.0	-531.8	41327.84	-741.0	-741.0	361.00	
sum			4.38			14.78			28.35			48.33			11.31			52.67			84.64			14.00			
mm			6.04	0		6.04	0		6.99	1		6.57	1		6.12	0		5.92	0		7.23	1		4.00	1		

BIBLIOTEKA GŁÓWNA  
Politechniki Śląskiej

P.3351/98/234

Druk: Drukarnia Gliwice, ul. Zaryczka 27, tel. 230 49 90