npi. 17.08.2023

**Prof. dr hab. Oleg Tikhonenko**

Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
w Warszawie,
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy.
Szkoła Nauk Ścisłych,
Instytut Informatyki.

Warszawa, dnia 07.08.2023

# RECENZJA

## rozprawy doktorskiej mgra inż. Rafała Marjasza

## *Modele kolejkowe z mechanizmem zawieszenia obsługi typu „multiple vacation" – analiza z wykorzystaniem SD*

## wykonanej pod kierunkiem

## dra hab. inż. Wojciecha Kempy

## I. Przedmiot i zakres rozprawy

Rozprawa dotyczy zagadnień związanych z modelowaniem analitycznym jednoliniowych systemów kolejkowych typu $M/G/1/N$ lub $M^X/G/1/N$ (liczba miejsc oczekiwania w kolejce wynosi $N-1$) i wakacjami serwera z możliwością ich powtórzenia (multiple vacation), co oznacza, że w przypadku braku w systemie zgłoszeń w kolejnym momencie zakończenia obsługi serwer „jedzie na wakacje", których czas trwania opisuje się zmienną losową o znanym rozkładzie. Podczas wakacji zgłoszenia napływają do systemu w zwykłym trybie: strumień wejściowy jest strumieniem najprostszym (Poissona $M$) lub stacjonarnym bez następstw (złożonym strumieniem Poissona $M^X$). Jeżeli w ciągu trwania wakacji do systemu nie przybędzie ani jednego zgłoszenia (prawdopodobieństwo tego zdarzenia wynosi $\int_0^\infty e^{-\lambda t}dG(t)$, gdzie $\lambda$ jest parametrem strumienia wejściowego oraz $G(t)$ – dystrybuantą czasu trwania okresu wakacyjnego), to serwer rozpoczyna nowy okres charakteryzowany dystrybuantą $G(t)$. W przypadku przeciwnym serwer po zakończeniu wakacji zaczyna obsługiwać oczekujące zgłoszenia itd.

Wakacje serwera w realności opisują sytuacje związane z organizacją procesu obsługi w taki sposób, aby serwer miał możliwość odpocząć podczas, kiedy liczba obecnych w systemie zgłoszeń jest mała. Stosowny wybór charakterystyk okresu wakacyjnego pozwala więc zoptymalizować wymieniony proces obsługi z uwzględnieniem możliwej minimalizacji zatrat energetycznych. Dlatego analiza wskazanych systemów kolej-



OTikhonenko

kowych ma wiele zastosowań praktycznych w projektowaniu sieci komputerowych i innych systemów informatycznych.

Cele szczegółowe pracy i jej teza są sformułowane we Wstępie (s. 16, 17). Wyniki teoretyczne otrzymano za pomocą aparatu matematycznego rachunku prawdopodobieństwa, teorii łańcuchów Markowa, funkcji tworzących, transformat Laplace'a i Laplace'a—Stieltjesa, teorii potencjału błądzenia losowego itd. Mianowicie w terminach wskazanych transformat i funkcji tworzących (oraz transformat funkcji tworzących) przedstawiono wyniki teoretyczne rozprawy dotyczące analizy zachowania omówionych systemów kolejkowych w trybie niestacjonarnym. Za pomocą algorytmów numerycznych odwracania transformat Autor uzyskuję wartości liczbowe badanych charakterystyk w ustalonych chwilach czasu i podaje uzyskane wyniki w postaci wykresów w licznych przykładach.

Otrzymane w dysertacji wyniki mogą być stosowane do analizy procesów zachodzących w sieciach komputerowych.

## II. Opis struktury rozprawy

Rozprawa składa się ze spisu rysunków, wstępu, sześciu rozdziałów, podsumowania, bibliografii, załączników i indeksu.

**W pierwszym rozdziale** Autor podaje niektóre podstawowe pojęcia teorii kolejek dotyczące przede wszystkim listy charakterystyk, na których podstawie możliwa jest ocena wydajności systemu kolejkowego. Dalej Autor podaje opis modeli badanych w rozprawie, wprowadza podstawowe oznaczenia oraz niezbędne dla analizy wybranych modeli definicje zgłoszenia (pakietu), obciążenia systemu itd. W rozdziale sformułowano także podstawowe twierdzenia matematyczne stosowane w trakcie analizy modeli.

**Drugi rozdział** rozprawy jest poświęcony obliczeniu rozkładu liczby zgłoszeń (pakietów) $X(t)$ obecnych w systemie w danej chwili czasu $t$. Wskazany rozkład zależy oczywiście od warunków początkowych i określa się prawdopodobieństwami warunkowymi $P_n(t,m) = \boldsymbol{P}\{X(t) = m \mid X(0) = n\}$, $0 \leq n, m \leq N$.

Oddzielnie rozważano przypadek $n = 0$, ponieważ w takim przypadku w chwili początkowej $t = 0$ rozpoczyna się okres wakacji. Rozwiązanie problemu Autor uzyskuje w postaci transformat Laplace'a $\hat{P}_n(s,m) = \int_0^\infty e^{-st} P_n(t,m)dt$. Wyniki obliczeń przedstawiono w Twierdzeniu 2.1 dla prostego wejściowego procesu Poissona (system $M/G/1/N$) i w Twierdzeniu 2.2 – dla złożonego (system $M^X/G/1/N$).

W dalszym ciągu rozważono przykłady, w których ujawniono wpływy parametrów modelu na wielkości prawdopodobieństw $P_n(t,m)$. Wyniki zilustrowano za pomocą wykresów. Prowadzono także modelowanie symulacyjne badanych systemów, którego wyniki praktycznie zgadzają się z analitycznymi, otrzymanymi za pomocą algorytmu numerycznego odwracania transformaty Laplace'a.

W podsumowaniu rozdziału Autor prowadzi analizę porównawczą otrzymanych wyników ze znanymi z literatury naukowej wynikami dotyczącymi podobnych systemów.

**W trzecim rozdziale** prowadzono badanie rozkładu czasu do przepełnienia bufora, tj. długości przedziału czasowego od chwili początkowej $t = 0$ do pierwszego osiągnięcia procesem $X(t)$ wielkości $N$. Z uwzględnieniem warunku początkowego odpowiednia zmienna losowa określa się jako $\beta_n = \inf\{t: X(t) = N \mid X(0) = n\}$. Wówczas rozkład $\beta_n$ określono prawdopodobieństwem $\Delta_n(t) = \boldsymbol{P}\{\beta_n > t\}$. Podobno temu, jak było to zrobiono w rozdziale 2, w rozprawie wydzielono przypadek $n = 0$. W dalszym ciągu obliczono transformatę Laplace'a $\widehat{\Delta}_n(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}\, \Delta_n(t)dt$. Wyniki obliczeń przedstawiono w postaci Twierdzenia 3.1 dla prostego procesu Poissona i Twierdzenia 3.2 – dla złożonego.

W dalszym ciągu rozważono przykłady, w których ujawniono wpływy parametrów modelu na wielkości prawdopodobieństw $\Delta_n(t)$. Wyniki zilustrowano za pomocą wykresów. Prowadzono także modelowanie symulacyjne badanych systemów, którego wyniki praktycznie zgadzają się z analitycznymi otrzymanymi za pomocą algorytmu numerycznego odwracania transformaty Laplace'a.

W podsumowaniu rozdziału Autor prowadzi analizę porównawczą otrzymanych wyników ze znanymi z literatury naukowej wynikami dotyczącymi podobnych systemów.

**W czwartym rozdziale** obliczono rozkład wirtualnego czasu oczekiwania (opóźnienia kolejkowania) $v(t)$ ($v(t)$ jest czasem oczekiwania zgłoszenia przy warunku jego przybycia do systemu w chwili czasu $t$) dla badanych w Rozprawie systemów przy założeniu zerowego czasu oczekiwania dla utraconych zgłoszeń i przyjętej w modelach dyscypliny FIFO. Rozkład zmiennej losowej $v(t)$ charakteryzuje się dystrybuantą warunkową $V_n(t,x) = \boldsymbol{P}\{v(t) < x \,|X(0) = n\}$. Przypadek $n = 0$ rozważono oddzielnie, jak to było zrobiono w rozdziałach 2 i 3. Wyniki otrzymano w postaci podwójnej transformaty Laplace'a $\widehat{V}_n(s,z) = \int_0^{\infty} e^{-zx}dx \int_0^{\infty} e^{-st} V_n(t,x)dt$. Rezultaty obliczeń podano w Twierdzeniu 4.1 dla prostego wejściowego procesu Poissona (system $M/G/1/N$) i w Twierdzeniu 4.2 – dla złożonego (system $M^X/G/1/N$).

W ciągu dalszym (dla systemu ze złożonym wejściowym procesem Poissona) prowadzono analizę wpływu wartości parametrów modelu na warunkową wartość oczekiwaną wirtualnego czasu oczekiwania, którą w Rozprawie podano w postaci jej transformaty Laplace'a:

$$\int_0^{\infty} e^{-st}\boldsymbol{E}\{v(t) < x \,|X(0) = n\}\, dt = -\frac{\partial}{\partial z}\left[z\widehat{V}_n(s,z)\right]\Big|_{z=0}.$$

Odwrócenie tej transformaty prowadzi się za pomocą stosowania algorytmu Gavera–Stehfesta. Wyniki zilustrowano za pomocą wykresów.

W podsumowaniu rozdziału Autor prowadzi analizę porównawczą otrzymanych wyników ze znanymi z literatury naukowej wynikami dotyczącymi podobnych systemów.

**W piątym rozdziale** prowadzono analizę procesu $h(t)$ liczącego obsłużone zgłoszenia ($h(t)$ jest liczbą zgłoszeń obsłużonych w systemie do chwili $t$). Warunkowy rozkład $h(t)$ ma postać $H_n(t,m) = \boldsymbol{P}\{h(t) = m \mid X(0) = n\}$. Przypadek $n = 0$ rozważono oddzielnie podobnie temu, jak to było zrobiono w rozdziałach 2–4. Rozwiązanie problemu Autor uzyskuje w postaci transformaty Laplace'a $\widehat{h}_n(s,m) = \int_0^{\infty} e^{-st} H_n(t,m)dt$. Wyniki obliczeń podano w Twierdzeniu 5.1 dla prostego wejściowego procesu Poissona (system $M/G/1/N$) i w Twierdzeniu 5.2 – dla złożonego (system $M^X/G/1/N$).

W ciągu dalszym (dla systemu ze złożonym wejściowym procesem Poissona) prowadzono analizę wpływu wartości parametrów modeli na warunkową wartość oczekiwaną $\boldsymbol{E}\{h(t)|X(0) = n\}$, którą w Rozprawie podano w postaci jej transformaty Laplace'a

$\int_0^\infty e^{-st}\boldsymbol{E}\{h(t)|X(0) = n\}\,dt$. Odwrócenie tej transformaty prowadzi się za pomocą stosowania algorytmu Abate–Choudhury–Whitt. Wyniki zilustrowano za pomocą wykresów. Prowadzono także modelowanie symulacyjne badanych systemów, którego wyniki praktycznie zgadzają się z analitycznymi.

W podsumowaniu rozdziału Autor prowadzi analizę porównawczą otrzymanych wyników ze znanymi z literatury naukowej wynikami dotyczącymi podobnych systemów.

**W szóstym rozdziale** Rozprawy Autor zajmuje się problemem stosownego wyboru długości okresu wakacji w zależności od innych parametrów systemu (intensywność strumienia wejściowego, wielkość $N$, parametry czasu obsługi) w celu zmniejszenia zatrat energetycznych. Rozwiązanie wskazanego problemu Autor uzyskuje za pomocą symulacji w środowisku specjalnego oprogramowania Vensim. Model symulacyjny nie odpowiada w całości rozważanym w rozdziałach 2–5 modelom analitycznym. Np., jak wynika z opisu jego parametrów i schematu podanego na rys. 6.3, w modelu tym wprowadzono ograniczenie czasu oczekiwania oraz czas obsługi i długości okresu wakacyjnego są wielkościami stałymi.

Analiza systemów z wejściowym złożonym procesem Poissona pozwala na uzyskanie wyników dotyczących zajętości bufora i długości okresu przestoju serwera, które Autor przedstawia na rys. 6.4–6.10.

W podsumowaniu rozdziału Autor omawia pytania związane z dokładnością wyników otrzymanych za pomocą modelu symulacyjnego.

**W podsumowaniu rozprawy** podano krótki opis otrzymanych w rozprawie wyników oraz ocenę ich wartości teoretycznych i praktycznych.

**Bibliografia pracy** zawiera 176 tytułów.

Praca zawiera następujące **Załączniki:** Kod symulatora zdarzeń dyskretnych i kod umożliwiający numeryczną analizę w programie Mathematyka, który z kolei zawiera implementację splotu prawdopodobieństw, implementacje algorytmów Gavera–Stehfesta i Abate–Choudhury–Whitta, implementacje odwrócenia transformat Laplace'a warunkowego rozkładu liczby zgłoszeń, warunkowego rozkładu czasu do pierwszego przepełnienia bufora, wartości oczekiwanej czasu oczekiwania (opóźnienia kolejkowania) i wartości średniej obsłużonych zgłoszeń dla systemu $M^X/G/1/N$.

## III. Ocena ogólna rozprawy

Przedstawiona do recenzji Rozprawa Doktorska jest kompletną pracą naukową. Badania przeprowadzone w rozdziałach 2–6 potwierdzają, iż cele Rozprawy zostali zrealizowane. Przedstawione i opracowane przez Autora metody matematyczne analizy jednoliniowych systemów kolejkowych ze skończoną kolejką i wakacjami (multiple vacation) serwera oraz otrzymane w postaci zwartej relacje dla ich charakterystyk w stanach nieustalonych są znaczącym osiągnięciem teoretycznym, wzbogacającym teorię kolejek.

Otrzymane w Rozprawie rezultaty są również interesujące z punktu widzenia praktycznego, ponieważ pozwalają na obliczania numeryczne otrzymanych charakterystyk. Rezultaty Rozprawy mogą być wykorzystane do analizy i optymalizacji procesów opisujących działania realnych systemów i sieci komputerowych.

Dorobek publikacyjny Autora zawiera 13 artykułów w czasopismach, wśród których 5 zaliczamy do wysoko punktowanych (70–140 pkt.), 8 artykułów w materiałach konferencyjnych, w tym 3 wysoko punktowanych, i 2 rozdziały w monografiach. Uważam, że dorobek naukowy Autora jest wystarczający.

Podana w Rozprawie bibliografia wystarczająco charakteryzuje współczesny stan odpowiedniego kierunku teorii kolejek, na którego tle Autor prowadzi swoje badania.

**Stwierdzam, że wartość naukowa przedstawionych w pracy wyników jest wysoka oraz, że praca nie wymaga uzupełnień, które byłyby istotne merytorycznie dla jej treści.**

## IV. Uwagi szczegółowe

Strona edytorska pracy nie budzi zastrzeżeń. Szata graficzna pracy jest przejrzysta. Tekst napisano językiem klarownym i profesjonalnym. Materiał graficzny (rysunki) jest ściśle powiązany z materiałem merytorycznym.

W tym miejscu chcę zaznaczyć pewne uwagi krytyczne dotyczące pracy.

1. W opisie modelu $M^X/G/1/N$ w p. 1.1 należałoby dokładnie określić co odbywa się, jeżeli w chwili czasu $\tau$ do systemu przybywa grupa $k$ zgłoszeń, w chwili $\tau^-$ w kolejce jest $l \geq 1$ wolnych miejsc oraz $k > l$. Czy oznacza to, że cała grupa zostanie utracona, albo zostanie utraconych $k - l$ zgłoszeń, a pozostałe $l$ będą przyjęte do systemu?

2. Dyscyplinę obsługi FIFO przyjęto w Rozprawie dla wszystkich analizowanych modeli (kolejność obsługi wewnątrz przybywającej grupy na nic nie wpływa). Natomiast dla dowolnej konserwatywnej dyscypliny oprócz podziału procesora wyniki otrzymane w rozdziałach 2, 3, 5 będą takie same. Typ wybranej dyscypliny wpływa tylko na wyniki rozdziału 4, w którym analizowano czas oczekiwania. Moim zdaniem, chociażby z powodów czysto teoretycznych, byłoby korzystne w rozdziale 4 przeanalizować także dyscyplinę LIFO (taka analiza zwykle jest powiązana z wyznaczeniem charakterystyk okresu zajętości).

3. Uważam, że dla wszystkich otrzymanych charakterystyk niestacjonarnych należałoby obliczyć odpowiedne (znane) charakterystyki stacjonarne za pomocą twierdzenia Taubera. Takie obliczenia są dodatkowymi świadectwami poprawności otrzymanych wyników. Analogicznie, może byłoby warto rozważyć przypadek $N \to \infty$.

4. W rozdziale 6 przy rozwiązaniu problemu optymalnego wyboru okresu wakacyjnego należałoby dokładnie sformułować kryterium optymalizacji.

5. W rozdziale 5 poczynając od p. 5.3 z przyczyn niezrozumiałych zamiast oznaczenia $X(t)$ używano inne ($Y(t)$).

6. W rozdziale 6 to same oznaczenie $N$ opisuje długość kolejki i maksymalny dopuszczalny czas oczekiwania na obsługę.

**Powyższe uwagi czasem mają charakter dyskusyjny i pozostają bez znaczącego wpływu na moją pozytywną merytoryczną ocenę Rozprawy. Podobnie, przytoczone uwagi nie podważają ważnych naukowych wyników pracy. W mojej opinii praca odpowiada wymaganiom stawianym rozprawom doktorskim.**

## V. PODSUMOWANIE

Wyniki rozważań przedstawione w Rozprawie upoważniają do stwierdzenia, że zarówno cel główny pracy, jak i wszystkie cele pośrednie (szczegółowe), zostały osiągnięte. Przedstawiony materiał świadczy o wniesieniu do badanego obszaru (teoria kolejek i jej zastosowania przy badaniach ruchu sieciowego w systemach telekomunikacyjnych i komputerowych) wielu elementów nowości i o ich pozytywnym zweryfikowaniu. Recenzowana Praca Doktorska i dorobek naukowy świadczą o wysokiej kwalifikacji Autora jako badacza w zakresie teorii kolejek i jej zastosowań. Autor Rozprawy krytycznie podchodzi do metod i wyników zawartych w literaturze naukowej oraz twórczą je uzupełnia i rozwija.

Na podstawie przytoczonych faktów **stwierdzam, że opiniowana Rozprawa Doktorska *„Modele kolejkowe z mechanizmem zawieszenia obsługi typu „multiple vacation" – analiza z wykorzystaniem SD"* spełnia wymagania Ustawy o tytule naukowym i stopniach naukowych i wnioskuję o dopuszczenie p. mgra inż. Rafała Marjasza do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

Oleg Tikhonenko — Oleg Tikhonenko