PAŃSTWOWY INSTYTUT GEOLOGICZNY
BIULETYN 76
Seria geofizyczna nr 7

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA
w Gliwicach
P. 1214/51

RC MUALD WIELĄDEK

Podstawowe pomiary grawimetryczne w północno-wschodniej Polsce

(z 1 tablicą i 2 figurami w tekście)

WARSZAWA
SKŁAD GŁÓWNY: PAŃSTWOWY INSTYTUT GEOLOGICZNY, RAKOWIECKA 4
1951

PAŃSTWOWY INSTYTUT GEOLOGICZNY
BIULETYN 76
Seria geofizyczna nr 7

ROMUALD WIELĄDEK

Podstawowe pomiary grawimetryczne w północno-wschodniej Polsce

(z 1 tablicą i 2 figurami w tekście)

РОМУАЛЬД ВЕЛЕНДЕК

ОСНОВНЫЕ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ В СЕВЕРО-ВОСТОЧНОЙ ПОЛЬШЕ

(с 1 таблицей и 2 фигурами в тексте)

ROMUALD WIELĄDEK

GRAVIMETRIC BASE MEASUREMENTS IN NORTH-EASTERN POLAND

(with 1 plate and 2 figures)

WARSZAWA
SKŁAD GŁÓWNY: PAŃSTWOWY INSTYTUT GEOLOGICZNY, RAKOWIECKA 4
1951

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA
w Gliwicach

P.1214/51

Rękopis złożono w P. I. G. 28. VII. 1950 r.

Zatwierdzono do druku 28. XII. 1950 r.

Dyrektor Jan CZARNOCKI

P.240/60

Redaktor Naczelny — dr Stanisław KRAJEWSKI

Redaktor Naukowy — Walentyna MIODUSZEWSKA

Oddano do drukarni 3. I. 1951 r. — Druk ukończono 1. VII. 1951 r.

B. Z. G. — Druk. Wąbrzeźno — 9. 1. 1951 — 22. 6. 1951 — 2-B-17857

SPIS RZECZY

	str.
Wstęp	5
Grawimetr Nörgaarda	6
Metoda pomiarów	9
Sieć podstawowa. Anomalie siły ciężkości	11
Uwagi odnośnie do błędu pomiaru i zmiany chodu grawimetru	16
Резюме	23
Summary	24

S t r e s z c z e n i e

Praca niniejsza jest sprawozdaniem z pomiarów podstawowych wykonanych grawimetrem Nörgaarda nr 410 w północno-wschodniej części Polski w 1949 r.

Sieć składa się z 66 punktów wyznaczonych przez pomiary metodą łańcuchową na 81 przęsłach o przeciętnej długości około 30 km rozmieszczonych na obszarze około 35 000 km^2. Jako wyjściowa przyjęta została wartość g dla punktu podstawowego Warszawa — Państwowy Instytut Geologiczny, wyznaczona przez St. P a w ł o w s k i e g o. Nawiązane do tej sieci punkty wahadłowe, wyznaczone przez geofizyków niemieckich, mają wartości g o około 1 mgal mniejsze.

Tabele 1 i 2 są przykładami redukcji pomiarów na jednym stanowisku i obliczenia różnic g dla jednego dnia pomiarów. W tabeli 3 zestawione są równania warunkowe poprawek, w tabeli 4 — rozwiązanie równań normalnych korelat, w tabeli 5 — wartości g z omawianych pomiarów grawimetrem i z niemieckich pomiarów wahadłowych.

Dane liczbowe odnośnie wyznaczonych punktów zestawione są w katalogu podstawowych punktów grawimetrycznych (tabela 6).

Tablica I przedstawia szkic sieci podstawowej oraz przeglądową mapę anomalii Bouguera.

Ponadto na początku artykułu podano teorię grawimetru Nörgaarda. W zakończeniu przedstawiona jest próba wydzielenia w błędzie wyznaczonej różnicy siły ciężkości na jednym przęśle błędu pomiaru i błędu wywołanego przez zmianę chodu grawimetru, w założeniu że drugie różnice g_0 jako funkcji czasu dodają się jak błędy przypadkowe. Obliczenia te pozwalają na wyznaczenie najodpowiedniejszego czasu powtarzania pomiaru na tym samym punkcie.

W S T Ę P

Sprawozdanie niniejsze obejmuje pomiary podstawowe wykonane grawimetrem Nörgaarda nr 410 w północno-wschodniej części Polski w 1949 r. W ramach tych pomiarów wyznaczone zostały różnice siły ciężkości na 81 przęsłach. Przęsła o przeciętnej długości (liczonej wzdłuż

dróg) około 30 km tworzą boki sieci złożonej z 66 punktów na obszarze około 35 000 km^2. Jednocześnie związany został z tą siecią punkt podstawowy Warszawa — Państwowy Instytut Geologiczny oraz będące jedynymi dotychczas punktami grawimetrycznymi na badanym obszarze, założone przez obserwatorów niemieckich punkty wahadłowe Szczytno, Susz, Ciechanów (punkt wahadłowy Gołdap znajdujący się w zburzonym budynku nawiązany został do sieci przez jeden pomiar na punkcie leżącym o kilkadziesiąt metrów od tego budynku w ramach zdjęcia regionalnego).

GRAWIMETR NÖRGAARDA

Zasadniczą częścią grawimetru Nörgaarda jest system kwarcowy (fig. 1). Stanowi go ramka kwarcowa w kształcie płaskiej litery U z przymocowanym do podstawy wahadełkiem nieruchomym i wahadełkiem ruchomym przymocowanym do napiętej na tej ramce nici kwarcowej. Wahadełka zakończone są zwierciadełkami. System znajduje się w metalowym naczyniu wypełnionym cieczą dla zmniejszenia wpływu tempera-

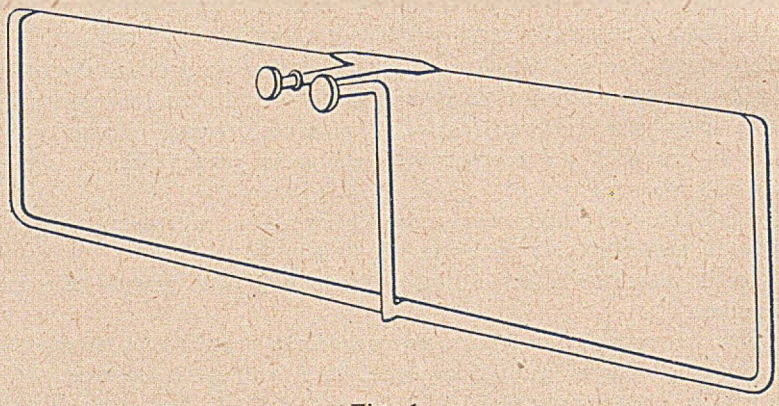


Fig. 1

System kwarcowy grawimetru Nörgaarda (wg A. B. Elektrisk Malmletning)

tury i dla szybkiego uspokojenia wahadełka ruchomego. Całość otoczona izolacją termiczną umieszczona jest w bębnie (fig. 2). Do górnej części bębna przymocowana jest wieżyczka z systemem optycznym, którego zadaniem jest rzucenie obrazu kresek na zwierciadła wahadełek i doprowadzenie go z odpowiednim powiększeniem do oka obserwatora. Bęben stanowiący wraz z wieżyczką część ruchomą grawimetru opiera się na części stałej przy pomocy łożysk kulkowych pozwalających na obrót w kierunku wahadełek. Z dwu stron wieżyczki umieszczone są w części

stałej, prostopadle do osi obrotu bębna, śruby mikrometryczne. W wieżyczce na wysokości śrub mikrometrycznych znajdują się płytki szklane, których zewnętrzna płaszczyzna w przedłużeniu przechodzi przez oś obrotu części ruchomej. W czasie pomiaru część ruchoma za pośrednictwem jednej z tych płytek opiera się na śrubie mikrometrycznej. Do aretowania części ruchomej służy odpowiednie urządzenie. Libela u-

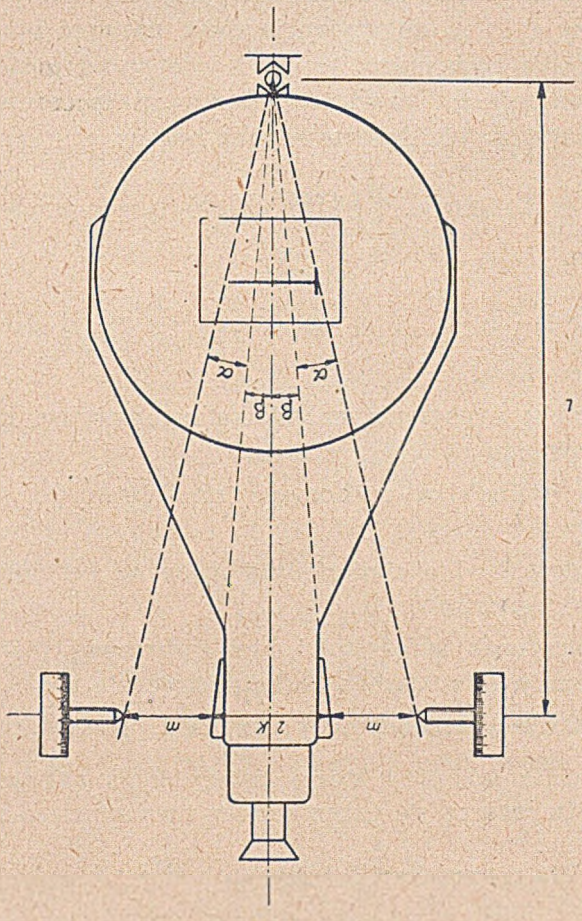


Fig. 2
Schemat grawimetru Nörgaarda (wg A. B. Elektrisk Malmletning)

mieszczona na bębnie równolegle do osi jego obrotu służy do ustawienia w poziomie nici kwarcowej, libela prostopadła do osi obrotu bębna przymocowana do części stałej (mniej czuła) — do przybliżonego ustawienia osi śrub mikrometrycznych prostopadle do osi symetrii promieni biegnących od zwierciadła wahadełka ruchomego w obu położeniach koin-

cydencji. Termometry wskazują temperaturę T_1 naczynia zawierającego system kwarcowy i temperaturę T_2 izolacji termicznej.

Grawimetr Nörgaarda pozwala wyznaczyć różnicę działającej siły ciężkości g i wynikającej z teorii instrumentu wielkości g_0. Pomiar polega na odczytaniu śruby mikrometrycznej po uprzednim sprowadzeniu wahadełek (a właściwie obrazów kresek) do koincydencji przez odpowiednie pochylenie części ruchomej przy pomocy obrotu śrubą mikrometryczną. Przy $g > g_0$ koincydencja może nastąpić przy dwóch położeniach wahadełka ruchomego: w dół i w górę od poziomu. Przy obu położeniach koincydencji równanie równowagi momentu skręcającego i napięcia sprężystego nici kwarcowej ma postać:

$$M l g \cos\alpha = \tau\varphi$$

lub

$$g \cos\alpha = g_0 \qquad (1)$$

gdzie

g — siła ciężkości

α — mały kąt wychylenia wahadełka ruchomego w górę albo w dół od poziomu

M — masa wahadełka ruchomego zmniejszona o masę wypartej cieczy

l — odległość środka ciężkości tej masy od osi obrotu wahadełka (nici kwarcowej)

τ — współczynnik sprężystości nici kwarcowej równy stosunkowi momentu skręcającego do kąta skręcenia nici

φ — kąt skręcenia nici (równy przy obu położeniach koincydencji)

$g_0 = \frac{\tau\varphi}{Ml}$ siła ciężkości, przy której koincydencja nastąpiłaby w poziomie (wyznacza się przez pomiar na punkcie o znanym g)

Równanie (1) po przekształceniu

$$g = \frac{g_0}{\cos\alpha} = g_0 \sqrt{1 + tg^2\alpha} \cong g_0 \left(1 + \frac{1}{2}\, tg^2\alpha\right)$$

przy czym wobec małych kątów α dalsze wyrazy zostają pominięte, przybiera formę

$$g_r = g - g_0 = \frac{1}{2}\, g_0\, tg^2\alpha \qquad (2)$$

Wartość $tg\alpha$ otrzymujemy ze zredukowanego (przez odjęcie stałej odpowiadającej miejscu zera śruby — w grawimetrze nr 410 : $s = 2{,}8$

mm) odczytu na śrubie mikrometrycznej m (w mm) na podstawie wzoru (według fig. 2):

$$tg\ \alpha = \frac{tg\ (\alpha + \beta) - tg\ \beta}{1 + tg\ (\alpha + \beta)\ tg\ \beta} = \frac{m\ cos^2\beta}{L + m\ sin\ \beta\ cos\ \beta}$$

lub

$$tg\ \alpha = \frac{m\ A}{L + m\ B} \tag{3}$$

gdzie

$$A = cos^2\beta = \frac{1}{1 + tg^2\beta}\ ;\ B = sin\ \beta\ cos\ \beta = \frac{tg\beta}{1 + tg^2\beta}\ ;\ tg\ \beta = \frac{K}{L}$$

Po podstawieniu wyrażenia na $tg\alpha$ z równania (3) do równania (2) otrzymujemy

$$g_r = \frac{1}{2}\ g_0 \left(\frac{mA}{L + mB}\right)^2 \cong \frac{1}{2}\ g_0\ \frac{A^2}{L^2}\ m^2 \left(1 - 2\ m\ \frac{B}{L}\right)$$

lub

$$g_r = \frac{1}{2}\ g_0\ \frac{A^2}{L^2}\ m^2 - g_0\ \frac{A^2\ B}{L^2\ L}\ m^3 = C\ m^2 - wyraz\ III\ rz. \tag{4}$$

W grawimetrze Nörgaarda nr 410 występujące we wzorze (4) wielkości według metryki firmy wynoszą

$L = 266{,}06$ mm $\qquad A = 0{,}99580 \qquad B = 0{,}06468$

skąd dla $g_0 = 981\,000$ mgal, stała $C \cong 6{,}87$

Pominięty w równaniach (2) i (4) wyraz czwartego rzędu przy odczycie $m = 10$ mm, co odpowiada około 687 mgal, osiąga zaledwie wartość 0,23 mgal

METODA POMIARÓW

Ze względu na małą czułość libeli odczyty wykonuje się w obu położeniach koincydencji (śruba mikrometryczna prawa P i lewa L), a w celu zmniejszenia wpływu nierównomiernego osiadania statywu powtarza się pomiar w odwrotnej kolejności. W ten sposób seria składa się z 4 odczytów: P, L, L, P. Podczas omawianych pomiarów na każdym stanowisku wykonywane były 3 serie odczytów (w kilku przypadkach przy dużych różnicach odczytów — 4 serie). Poniższa tabela 1 jest przykładem zapisu i redukcji obserwacji na jednym stanowisku.

TABELA 1

Obserwator: R. Wielądek		Data: 9. IX. 1949.				C = 6,8722	
t	T_1 / T_2	P		L		Obliczenie m	C m^2 wyraz III rz. g_r
		mm	1/200 mm	mm	1/200 mm		
			Szczyt no 1				
9h 50m	17°,35	8,0	95,2	8,0	90,2	5,2	220,37
	17,50		95,0		90,1	0,4628	0,61
			95,0		89,8	5,6628	219,76
			94,7		90,3		
			95,2		89,9		
9 54			95,2		90.0		

Obliczony z odchyłek serii drugiej z wagą 1 i średniej z serii pierwszej i trzeciej z wagą 2 od średniej dla 279 stanowisk średni błąd 1 serii wynosi ± 0,00079 mm, skąd średni błąd średniego odczytu m na jednym stanowisku

$$\mu_m = \pm 0{,}00045 \text{ mm}$$

Ze wzoru (4) wynika na średni błąd wielkości g_r w zależności od średniego błędu μ_m wzór

$$\mu_{gr} = 2\, C\, m\, \mu_m \qquad (5)$$

Przyjmując $C = 6{,}87$ i $m = 5{,}78$ (średnia kwadratowa z odczytów na 289 stanowiskach) otrzymamy

$$\mu_{gr} = \pm 0{,}036 \text{ mgal}$$

Wartość ta jako obliczona z różnic odczytów przy jednym ustawieniu grawimetru jest raczej za mała.

W instrukcji do grawimetru podany jest wzór empiryczny na redukcję termiczną

$$\Delta g_\tau = -0{,}029\ (T_1 - 24{,}6)^2$$

Ze względu jednak na duży stosunkowo błąd odczytu temperatury, a także bardziej złożony charakter wpływu temperatury, poprawka termiczna nie była uwzględniana; wpływ temperatury był rugowany wraz z chodem grawimetru.

Celem dokładnego wyrugowania chodu grawimetru (tak można nazwać przez analogię do chronometru iloraz różnicowy g_0 jako funkcji czasu) omawiane pomiary wykonywane były metodą łańcuchową, tzn. kolejno na stanowiskach A, B, A, B, C, B, C itd., przy czym czas powta-

rzania pomiaru na tym samym stanowisku nie przekraczał 2 godz. Przyjęta metoda obliczenia różnicy δg siły ciężkości w dwóch sąsiednich punktach opiera się na interpolacji liniowej względem czasu t. Jako przykład liczbowy załączam poniżej obliczenia dla jednego dnia (tabela 2), gdzie wartości g i g_0 podane są po wyrównaniu sieci. W czasie pomiarów obliczane były prowizorycznie wartości g i g_0 ; ze zmianą g_0 zmieniana była stała C, co zresztą nie jest istotne, gdyż nawet zastąpienie g_0 przez g w stałej C dopiero zmienia pominięty wyraz czwartego rzędu.

TABELA 2

Stanowisko	t	g_r	g_r interpol.	δg	δg średnie	g_0	g
			9. IX. 1949				
Szczytno 1	9h 52m	219,76				981 155,78	981 375,54
Mrągowo 1a	10 33	227,41	219,63	+ 7,78	−1		
Szczytno 1	11 16	219,50	227,42	— 7,92	+7,85		
Mrągowo 1a	12 00	227,43					383,38
Olsztyn 5	12 36	238,89	227,35	+11,54	−3		
Mrągowo 1a	13 12	227,27	238,74	—11,47	+11,50		
Olsztyn 5	13 48	238,60					394,85
Olsztyn 1	14 25	238,54	238,49	+ 0,05	− 4		
Olsztyn 5	15 01	238,39	238,41	− 0,02	+0.04		
Olsztyn 1	15 38	238,27				156,58	394,85

SIEĆ PODSTAWOWA. ANOMALIE SIŁY CIĘŻKOŚCI

Zadaniem omawianych pomiarów było stworzenie sieci punktów, do których można by następnie nawiązać zdjęcie regionalne. Najwygodniej było by pokryć cały obszar tak gęsto punktami bazowymi, żeby zdjęcie regionalne mogło być wykonane metodą interpolacyjną. Ze względu jednak na wielki obszar projektowanego zdjęcia wymagałoby to zbyt wiele pracy zarówno polowej jak i kameralnej. W związku z tym została założona stosunkowo rzadka sieć punktów podstawowych (tabl. I), która zostanie następnie zagęszczona nowymi punktami bazowymi, wyznaczonymi w ramach zdjęcia regionalnego już nie metodą łańcuchową, ale tylko przez pojedyncze wyznaczenie różnic δg przy jednoczesnym wyznaczeniu punktów zdjęcia regionalnego; w ten sposób będą zaoszczędzone dwa przejazdy na każdym przęśle i duża część pracy rachunkowej przy nieznacznym tylko zmniejszeniu dokładności.

Sieć została zaprojektowana w ten sposób, żeby pomiary wykonywane były na najlepszych drogach, co skraca czas przejazdu i pozwala

na zwiększenie długości przęsła, zmniejszając błąd przeniesienia wartości g. Punkty wybierane były na ogół na skrzyżowaniach ważniejszych dróg lub w ich pobliżu, w miejscach o możliwie niewielkim ruchu kołowym. Odpowiedni dobór punktów utrudniony był brakiem wywiadu w terenie i ograniczonym czasem między pomiarami.

Wyniki pomiarów różnic siły ciężkości podane są na tabl. I. Zgodnie z przyjętą w Państwowym Instytucie Geologicznym zasadą numeracji punktów według arkuszy mapy 1 : 100 000 punkty oznaczone są nazwą arkusza i numerem. Wewnątrz każdego z 16 zamkniętych ciągów podana jest odchyłka i numer równania warunkowego (liczba rzymska). Równania warunkowe poprawek zestawione są w tabeli 3. Jako spostrzeżenie typowe przyjęto pojedyncze przęsło. Równania normalne korelat rozwiązane zostały metodą krakowianową. W tabeli 4 współczynniki równań zredukowanych (grubszy druk) wpisane są pod współczynnikami równań korelat. Średni błąd spostrzeżenia typowego (przed wyrównaniem) wynosi

$$\mu_{II} = \pm 0{,}092 \text{ mgal}$$

Obliczone (w tabeli 3 i 4 rubryki oznaczone F_1 F_2 i F_3) średnie błędy (po wyrównaniu) różnic siły ciężkości wynoszą

Warszawa Pn 1 — Gołdap 3	$\mu_{\delta g} =$	$\pm$ 0,190 mgal
Warszawa Pn 1 — Iława 2		$\pm$ 0,173
Iława 2 — Gołdap 3		$\pm$ 0,193

Jak z tego widać, przy założeniu podobnej sieci na obszarze całej Polski wystarczyłoby nawiązanie do kilku tylko punktów wahadłowych.

Przy obliczeniu g jako wyjściową przyjęto wyznaczoną przez St. Pawłowskiego[1] przez nawiązanie do punktu wahadłowego Warszawa — Główny Urząd Miar wartość g dla punktu podstawowego Warszawa — Państwowy Instytut Geologiczny.

$$g = 981\ 237.85 \text{ mgal}$$

Otrzymane wartości g większe są o 1 mgal od wyników niemieckich pomiarów wahadłowych. W tabeli 5 zestawione są wartości siły ciężkości w przyjętym systemie g_G dla 5 punktów wahadłowych otrzymane przez nawiązanie ich do sieci podstawowej (dla punktu wahadłowego Warszawa — Główny Urząd Miar podana jest wartość przyjęta

[1] Pawłowski St. — Badania grawimetrem Nörgaarda w środkowej Polsce. *Państw. Inst. Geol. Biul.* 47, Warszawa 1948.

TABELA 3

	Sztum 1 – Brodnica 1	Iława 1 – Sztum 1	Brodnica 1 – Iława 1	Elbląg 1 – Sztum 1	Elbląg 1 – Dzierzgoń 1	Dzierzgoń 1 – Ostróda 1	Ostróda 1 – Iława 1	Orneta 1 – Elbląg 1	Orneta 1 – Dzierzgoń 1	Lidzbark 2 – Orneta 1	Olsztyn 1 – Lidzbark 2	Ostróda 2 – Olsztyn 1	Ostróda 1 – Ostróda 2	Lidzbark 2 – Bartoszyce 1	Mrągowo 1a – Bartoszyce 1	Mrągowo 1a – Olsztyn 1	Bartoszyce 1 – Kętrzyn 28	Orzysz 3 – Kętrzyn 28	Orzysz 3 – Mrągowo 1a	Kętrzyn 28 – Orzysz 17	Orzysz 17 – Orzysz 3	Orzysz 17 – Łomża 1	Łomża 1 – Ostrołęka 1	Ostrołęka 1 – Szczytno 1	Szczytno 1 – Mrągowo 1a	Łomża 1 – Wyszków 1	Wyszków 1 – Pułtusk 1	Pułtusk 1 – Ostrołęka 1	Warszawa Pn 2 – Wyszków 1	Pułtusk 1 – Warszawa Pn 2	Warszawa Pn 2 – Płońsk 1	Płońsk 1 – Przasnysz 1	Przasnysz 1 – Pułtusk 1	Płońsk 1 – Sierpc 1	Mława 1 – Sierpc 1	Mława 1 – Przasnysz 1	Sierpc 1 – Brodnica 1	Brodnica 1 – Mława 1	Ostróda 2 – Mława 1	Przasnysz 1 – Szczytno 1	w	k
$\frac{1}{p}$	3	2	1	2	2	1	1	3	2	1	2	1	1	1	2	2	3	1	3	3	1	3	2	3	1	3	1	2	3	2	2	2	2	2	3	1	2	3	2	2		
I	−1	−1	−1																																						−30	+4,47
II		+1		−1	+1	+1	+1																																		+13	−0,98
III					−1			−1	+1																																−18	+0,97
IV						−1			−1	−1	−1	−1	−1																												+26	−4,60
V											+1			+1	−1	+1																								+20	−4,79
VI															+1		+1	−1	+1																					−10	−1,07
VII																		+1		+1	+1																			+21	−3,47
VIII																			−1		−1	+1	+1	+1	+1															+27	−2,16
IX																							−1			+1	+1	+1													+41	−3,40
X																											1		−1											−46	+9,05
XI																														+1	+1	+1	+1							−16	+5,73
XII																																−1		+1	−1	+1				+ 1	+1,27
XIII																																			+1		+1	+1			− 2	+0,29
XIV			+1				−1						+1																										−1	+1	+ 7	−1,17
XV												+1				−1									−1														−1	−1	+ 2	− 1,15
XVI																								−1				−1					−1							+1	−45	+4,53
Σ	−1	.	.	−1	.	.	.	−1	.	−1	.	.	.	+1	.	.	+1	.	.	+1	.	+1	.	.	.	+1	.	.	−1		+1	.		+1	.	.	+1	.	.	.	−9	
pv	− 4,5	−5,4	−5,6	+1,0	−2,0	+3,6	+0,2	−1,0	+5,6	+4,6	− 0 2	+ 3,4	+ 3,4	−4,8	+3,7	−3,6	−1,1	−2,4	+1,1	−3,5	−1.3	−2,2	+1,2	−6,7	−1,0	− 3,4	−12,4	−7,9	−9,0	−3,3	+5,7	+ 4.5	+1,2	+1,3	−1,0	+2,4	+ 0,3	+1.5	0.0	+5.7	$-[wk] = 1361{,}22$	
v	−13,5	−10,8	−5,6	+2,0	−4,0	+3,6	+0,2	− 3,0	+11,2	+4,6	−0,4	+ 3,4	+ 3,4	−4,8	+7,4	−7,2	−3,3	−2,4	+3,3	−17,5	−1,3	−6.6	+2,4	−20.1	−1.0	−10,2	−12 4	−15,8	- 27,0	−6,6	+11,4	+9.0	+ 2,4	+2 6	−3. 0	+2,4	+0.6	+4.5	0.0	+11,4	$[pvv] = 1359{,}33$	
F_1																				−1*		−1					− 1			+1*												
F_2	1	−1*																												−1*		+1			+ 1			+1				
F_3		+1*		− 1				−1		−1				+1			+1			+1*																						

Gwiazdka* oznacza wartość $\frac{1}{p}$ mniejszą niż podana w rubryce $\frac{1}{p}$

TABELA 4

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{15}	k_{16}	w	F_1	F_2	F_3	S
+ 4,47	− 0,98	+ 0,97	− 4,60	− 4,79	− 1,07	− 3,47	− 2,16	3,40	+ 9,05	+ 5,73	+ 1,27	+ 0,29	− 1.17	− 1,15	+ 4,53					
+ 6,00	− 2,00												− 1,00			− 30 00		+ 4.00	− 1.00	− 24,00
+ 2,45	− 0,82												− 0,41			−12,24		+ 1,63	− 0,41	− 9,80
	+ 8,00	− 2,00	− 1,00										− 1,00			+ 13,00		− 1 00	+ 3,00	+ 17,00
	+ 2,71	− 0,74	− 0,37										− 0,42			+ 1,09		+ 0,12	+ 0,98	+ 3,31
		+ 7 00	− 2,00										·			−18.00		·	+ 3 00	− 12,00
		+ 2,54	− 0,90										− 0,14			− 6,77		+ 0.03	+ 1.47	− 3,76
			+ 8,00	− 2,00									− 1.00	− 1,00		+ 26 00		·	+ 1 00	+ 28 00
			+ 2,66	− 0,75									− 0,49	− 0,38		+ 7,64		+ 0,03	+ 1,01	+ 9,71
				+ 7,00	− 2,00								·	− 2 00		+ 20.00		·	+ 1.00	+ 22 00
				+ 2,54	− 0,79								− 0,14	− 0,90		+10.13		+ 0,01	+ 0,69	+11,53
					+ 9,00	− 1,00	− 3,00						·	·		− 10,00		·	+ 3 00	− 4 00
					+ 2,89	− 0,35	- 1,04						− 0.04	− 0,25		− 0,69		+ 0,00	+ 1,23	+ 1,77
						+ 7,00	− 1,00						·			+ 21,00	− 2.00		+ 3 00	+ 27,00
						+ 2,62	- 0,52						− 0,01	− 0,03		+ 7,92	− 0,76		+ 1,31	+10,54
							+ 13,00	− 2,00						− 1,00	− 3.00	+27,00	− 3.00			+ 27,00
							+ 3,41	− 0,59					− 0,01	− 0,37	− 0,83	+ 8,92	− 1,00		+ 0,57	+ 10,06
								+ 8,00	− 1,00				·	·	− 2,00	+ 41.00	− 3 00		·	+ 41 00
								+ 2,77	− 0,36				− 0,00	− 0,08	− 0,91	+16,70	− 1,30		+ 0,12	+16,94
									+ 6.00	− 2.00				·	·	− 46.00	− 2.00	+ 1 00	·	− 44,00
									+ 2,42	− 0,83				− 0,01	− 0,14	−16,52	− 1.02	+ 0,41	+ 0,02	− 15,60
										+ 8,00	− 2,00			·	− 2.00	− 16 00	·	+ 2 00		− 12,00
										+ 2,70	− 0,74			− 0,00	− 0,78	−11.00	− 0,31	+ 0,87	+ 0,01	− 9,26
											+ 8 00	− 3,00		− 1.00		+ 1 00	·	+ 2 00	·	+ 5 00
											+ 2,73	− 1,10		− 0,37	− 0.21	− 2,62	− 0,08	+ 0,97	+ 0,90	− 0,68
												+ 8,00	− 3,00		·	− 2 00	·	+ 2 00		+ 2,00
												+ 2 61	− 1,15	− 0,16	− 0,09	− 1,87	− 0,03	+ 1,18		+ 0,48
													+ 8.00	− 2,00	·	+ 7 00	·	·	·	+ 7.00
													+2,45	− 1,02	− 0,05	+ 1,93	− 0,02	+ 0,86	+ 0,48	+ 4,60
														+ 9,00	− 2.00	+ 2,00	·	·	·	+ 2 00
														+ 2,53	− 0,99	+ 7,46	− 0,22	+ 0,56	+ 0,80	+10,18
															+ 9,00	− 45,00	·	·	·	− 45,00
															+ 2,40	−10.87	− 1.12	+ 0,68	+ 0,60	− 8,31
																	+10 00	+11,00	+14 00	
																36,90	+ 2,07	+ 1,88	+ 2,10	

przez St. Pawłowskiego do wyznaczenia g dla punktu Warszawa — Państwowy Instytut Geologiczny) i wartości z niemieckich pomiarów wahadłowych g_W. Średnia wartość różnicy systemów została obliczona dwukrotnie: pierwszy raz jako średnia arytmetyczna z poszczególnych różnic, drugi raz jako ogólna średnia arytmetyczna, przy czym jako wagi p przyjęto wagi pomiarów wahadłowych. Obie wartości różnią się tylko o 0,05 mgal. Odchylenia poszczególnych różnic od średniej wartości v i v_p, w obu przypadkach mniejsze od średnich błędów pomiarów wahadłowych m, mogą służyć jako kontrola stałych grawimetru z wynikiem dodatnim.

TABELA 5

Punkt wahadłowy	g_G	g_W	$g_G - g_W$	v	p	v_p	m
Warszawa — GUM	981 241,20	981 240,3	+ 0,90	+ 0,13	22	+ 0,08	± 0,35
Ciechanów	311,46	310,6	+ 0,86	+ 0.17	11	+ 0,12	0,41
Szczytno	377,10	375,6	+ 1,50	— 0,47	16	— 0,52	0,61
Susz	369,75	368,9	+ 0,85	+ 0,18	48	+ 0.13	0,19
Gołdap	422,23	421,2	+ 1,03	0 00	17	— 0,05	0,51

Średnia wartość $g_G - g_W$ = + 1.03 ± 0.12 bez uwzględnienia wag
= + 0.98 ± 0.11 po uwzględnieniu wag

W podanym poniżej katalogu podstawowych punktów grawimetrycznych (tabela 6) figurują anomalie siły ciężkości wolnopowietrzna (Faye'a) $g_0 - \gamma_0$ i Bouguera $g_0'' - \gamma_0$. Współrzędne geograficzne φ i λ oraz wysokości H do obliczenia anomalii wyznaczone zostały z map 1 : 25 000 (dla kilku punktów z map 1 : 100 000). Wartości normalne γ_0 przyjęto według wzoru Helmerta z 1901 r., redukcja wolnopowietrzna (Faye'a) liczona była według wzoru:

$$g_0 - g = + 0{,}3086\, H$$

drugi wyraz redukcji Bouguera dla gęstości $\sigma = 1{,}9$ — według wzoru

$$g_0'' - g_0 = - 0{,}0419\, \sigma H$$

poprawki topograficzne nie były uwzględniane.

Na podstawie wartości anomalii dla punktów podstawowych wykreślona została mapa anomalii Bouguera (tabl. I) w skali 1 : 1 500 000 przy odstępie izanomal 5 mgal. Ze względu na duże odległości punktów i związaną z tym przypadkową generalizację ma ona tylko charakter przeglądowy.

TABELA 6

Katalog podstawowych punktów grawimetrycznych

Arkusz	L. kat.	φ	λ	H	g	red. Faye'a	γ_0	$g_0-\gamma_0$	red. Bouguera	$g_0''-\gamma_0$
31–29 Braniewo	1	54° 17,46	19° 36,16	100	981 436,49	30,86	981 442,82	+ 24,53	7,96	+ 16,57
31–30 Żelazna Góra	1	21,42	55,46	52	450,72	16,05	448,49	+ 18,28	4,14	+ 14,14
31–31 Bartoszyce	1	15,67	20 48,47	50	431,72	15,43	440,26	+ 6,89	3,98	+ 2,91
31–34 Goldap	3	18,39	22 18,40	167	418,92	51,54	444.15	+ 26.31	13,29	+ 13,02
32–28 Malbork	1	00,92	19 00,78	28	419,43	8,64	419,09	+ 8,98	2,23	+ 6,75
32–29 Elbląg	1	08,85	23,32	0	440,76	0.	430,48	+ 10,28	0.	+ 10,28
	2	04,37	39,84	20	437,90	6,17	424,05	+ 20,02	1,59	+ 18,43
32–30 Orneta	1	14,16	20 08,32	80	433.43	24,69	438,10	+ 20,02	6,37	+ 13,65
	2	00,70	04,48	93	411,93	28,70	418,78	+ 21,85	7,40	+ 14,45
32–31 Lidzbark Warm.	2	07,71	34,17	70	424.69	21.60	428.84	+ 17.45	5,57	+ 11,88
32–32 Reszel	1	08,58	21 07.65	92.3	408,69	28,48	430,09	+ 7,08	7,35	− 0,27
	2a	04,96	20 53,95	136.3	396.23	42.06	424,89	+ 13,40	10,85	+ 2,55
32–33 Kętrzyn	2	04,80	21 23,12	101.3	413,97	31,26	424,66	+ 20,57	8.06	+ 12 51
	28	01,92	44,70	133.5	405,15	41,20	420,53	+ 25,82	10,63	+ 15,19
	36	13,00	44,35	122	419,34	37,65	436,43	+ 20,56	9,71	+ 10,85
32 34 Grabowo	8	14,76	22 02,73	111.5	420.32	34.41	438,96	+ 15,77	8,88	+ 6.89
32–35 Olecko	1	02,60	30,09	168	397.85	51,84	421.50	+ 28,19	13.37	+ 14.82
33 28 Sztum	1	53 45,20	18 56,43	57	369,06	17,59	396,48	− 9,83	4,54	− 14.37
33–29 Dzierzgoń	1	54,42	19 44,32	115	394,32	35,49	409.74	+ 20,07	9,16	+ 10 91
33–31 Olsztyn	1	46,38	20 27,69	108.2	394.85	33,39	398,18	+ 30,06	8,61	+ 21.45
	5	50,33	41.83	130	394.85	40,12	403.87	+ 31.10	10,35	+ 20,75
	13	58,54	25,23	94.4	413,71	29,13	415,67	+ 27,17	7,52	+ 19,65
33–32 Mrągowo	1a	51,12	58,10	151.8	383,38	46.85	405,00	+ 25,23	12,08	+ 13,15
	4	50,58	21 18,76	132	395,97	40,74	404,23	+ 32,48	10,51	+ 21 97
33 33 Mikołajki	13	51,21	37,08	120.9	403.35	37,31	405.13	+ 35,53	9,62	+ 25 91
33–34 Orzysz	3	48,77	56,77	122	396,40	37,65	401,62	+ 32,43	9,71	+ 22,72
	17	50,07	22 19,94	127.1	385.51	39,22	403.49	+ 21,24	10,12	+ 11,12
34 27 Nowe	1	30,30	18 48,10	23.6	332,72	7,28	374,98	− 34,98	1,88	− 36,86
34–29 Iława	1	30 23	19 40,85	101.4	354,52	31,29	374.88	+ 10,93	8,07	+ 2,86
	2	43,25	21,02	105	370,97	32,40	393,66	+ 9,71	8,36	+ 1.35

34 30 Ostróda	1	41,34	56,11	118	377,27	36,41	390,91	+ 22,77	9,39	+ 13,38
	2	35,10	20 16,64	175	362,42	54,00	381,91	+ 34.51	13,93	+ 20,58
34–32 Szczytno	1	34,56	59,57	154	375,54	47,52	381,13	+ 41,93	12,26	+ 29,67
34–35 Grajewo	1	38,72	22 27,06	137	378,85	42,28	387,13	+ 34.00	10,91	+ 23,09
35—28 Wąbrzeźno	1	22,92	19 02,07	115	304.48	35,49	364,31	− 24,34	9,16	− 33,50
35—29 Brodnica	1	15,68	24.06	74	315.68	22,84	353,83	− 15,31	5.89	− 21,20
	2	16,05	46,67	162.6	316,03	50,18	354,36	+ 11,85	12.94	− 1,09
35—31 Nidzica	1	22,13	20 25,95	172.5	348,38	53.23	363,17	+ 38,44	13,73	+ 24,71
35—32 Wielbark	1	15,33	54,05	124	353,02	38,27	353,33	+ 37,96	9.87	+ 28,09
35—33 Myszyniec	1	16,19	21 25,47	115	344,82	35,49	354,57	+ 25,74	9,16	+ 16,58
	2	29,10	21,66	132	365,99	40,74	373,24	+ 33,49	10,51	+ 22,98
35—34 Kolno	1	27,85	22 12,05	163.6	352.13	50.49	371,43	+ 31,19	13,02	+ 18,17
36—29 Rypin	1	03,81	19 25,07	115	286,81	35,49	336,62	− 14,32	9,16	− 23,48
36 30 Działdowo	1	14,22	20 10,76	156	332,91	48,14	351,72	+ 29,33	12,42	+ 16,91
36–31 Mława	1	06,51	23,60	149	317,04	45,98	340,54	+ 22,48	11,86	+ 10,62
36—32 Przasnysz	1	01,26	52,34	120	330,61	37,03	332,92	+ 34,72	9.55	+ 25 17
36–33 Ostrołęka	1	05,34	21 33,72	97	322,37	29,93	338,84	+ 13,46	7.72	+ 5,74
36—34 Łomża	1	11,63	22 06,51	119	338,68	36,72	347,96	+ 27.44	9.47	+ 17.97
	2	09,22	21 50,47	111	327,83	34,25	344.47	+ 17,61	8.84	+ 8,77
37—29 Sierpc	1	52 51,90	19 40,10	116	289,27	35,80	319.32	+ 5,75	9,23	− 3,48
37—30 Raciąż	1	59,82	20 12,34	126	319,93	33,88	330,83	+ 27,98	10,03	+ 17,95
	2	58,25	19 54,51	119	305,66	36,72	328,55	+ 13,83	9,47	+ 4 36
37—31 Ciechanów	1	51,70	20 38,12	114	314,13	35,18	319,03	+ 30,28	9,08	+ 21,20
37—32 Maków Maz.	1	52,06	21 06,82	104	312,56	32,09	319,56	+ 25,09	8,28	+ 16,81
37—33 Różan	1	53,29	23,63	100	299 27	30,86	321.34	+ 8.79	7,96	+ 0,83
37—34 Ostrów Maz.	1	58,94	22 14,19	128	303,95	39.50	329,55	+ 13,90	10,19	+ 3,71
	2	47,74	21 53,08	122	283,42	37,65	313,27	+ 7,80	9,71	− 1,91
38—30 Drobin	1	44,33	20 00,23	124	294,06	38.27	308,31	+ 24,02	9,87	+ 14,15
38—31 Płońsk	1	37,85	22,60	98	295.70	30,24	298,87	+ 27,07	7,80	+ 19,27
38—32 Pułtusk	1	44,03	21 05,67	90	298,51	27,77	307,87	+ 18,41	7,16	+ 11,25
	2	31,93	04,40	87	273,21	26,85	290,24	+ 9,82	6,93	+ 2.89
38—33 Wyszków	1	35,35	27,92	85	278,12	26,23	295,23	+ 9.12	6,77	+ 2,35
39—31 Modlin	1	26,07	20 38,69	101.5	276,30	31.32	281,69	+ 25,93	8,08	+ 17,85
39—32 Warszawa Pn	1	15,34	21 01,62	83	247,86	25,61	266,02	+ 7.45	6,61	+ 0,84
	2	22,72	20 55,17	78.	268,93	24,07	276,80	+ 16,20	6,21	+ 9,99
	3	24,64	21 10,73	87	258,75	26,85	279,60	+ 6,00	6,93	− 0.93

UWAGI ODNOŚNIE DO BŁĘDU POMIARU I ZMIANY CHODU GRAWIMETRU

Na podstawie równania (2) równania błędów dla pomiarów metodą łańcuchową na jednym przęśle AB możemy napisać

$$\begin{aligned} &\text{punkt A, czas } t_1 : l_1 + v_1 = x_1 \\ &\text{B, } \quad \text{„ } t_2 : l_2 + v_2 = x_2 + \delta g \\ &\text{A, } \quad \text{„ } t_3 : l_3 + v_3 = x_3 \\ &\text{B, } \quad \text{„ } t_4 : l_4 + v_4 = x_4 + \delta g \end{aligned} \tag{6}$$

przy czym $x = g_A - g_0$, $\delta g = g_B - g_A$, l — pomierzone g_r

Ze względu na większą liczbę niewiadomych niż ilość równań należy dla rozwiązania układu (6) przyjąć dodatkowe założenia odnośnie do funkcji x. Zrobimy to w formie dodatkowych równań błędów z odpowiednimi wagami

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{x_3 - x_2 t}{\tau_2} - \frac{x_2 - x_1}{\tau_1} \quad ; p_1 \\ w_2 &= \frac{x_1 - x_3}{\tau_3} - \frac{x_3 - x_2}{\tau_2} \quad ; p_2 \end{aligned} \tag{7}$$

gdzie $\tau_i = t_{i+1} - t_i$, przy czym bierzemy pod uwagę krótkie (kilkugodzinne) okresy czasu. Przy dłuższych (kilkudniowych) okresach czasu chód grawimetru jest prawie stały, co — po uwzględnieniu chodu jako niewiadomej — bardziej odpowiada warunkom stosowania teorii T. N. Thiele, w której dodatkowymi poprawkami są różnice funkcji x z wagami odwrotnie proporcjonalnymi do różnicy czasu.

Dla wyznaczenia wagi poprawki w_1 ułożymy tablicę różnic rzędu pierwszego d i drugiego D funkcji x przy różnicy czasu równej jednostce

$t_1, \; t_1+1, \; t_1+2, \ldots, t_1+\tau_1 \quad 2, \; t_1+\tau_1-1, \; t_1+\tau_1=t_2, \; t_2+1, \; t_2+2, \ldots$

$x_1 \; x_{t_1+1} \quad x_{t_1+2} \quad x_{t_1+\tau_1-2} \quad x_{t_1+\tau_1-1} \quad x_2 \quad x_{t_2+1} \quad x_{t_2+2}$

$d_{t_1+1} \; d_{t_1+2} \quad d_{t_1+\tau_1-1} \quad d_{t_1+\tau_1} \quad d_{t_2+1} \; d_{t_2+2}$

$D_{t_1+1} \quad D_{t_1+\tau_1-1} \quad D_{t_2} \; D_{t_2+1}$

$\ldots, t_2+\tau_2-2, \quad t_2+\tau_2-1, \quad t_2+\tau_2=t_3$

$x_{t_2+\tau_2-2} \quad x_{t_2+\tau_2-1} \quad x_3$

$d_{t_2+\tau_2-1} \quad d_{t_2+\tau_2}$

$D_{t_2+\tau_2-1}$

i wyrazimy tę poprawkę przez drugie różnice

$$w_1 = \frac{x_3 - x_2}{\tau_2} - \frac{x_2 - x_1}{\tau_1} = \frac{d_{t_2+1} + d_{t_2+2} + \dots + d_{t_2+\tau_2}}{\tau_2} -$$

$$- \frac{d_{t_1+1} + d_{t_1+2} + \dots + d_{t_1+\tau_1}}{\tau_1} =$$

$$= \frac{1}{\tau_1}\left\{D_{t_1+1} + 2\,D_{t_1+2} + \dots + (\tau_1 - 1)\,D_{t_1+\tau_1-1}\right\} + D_{t_2} +$$

$$+ \frac{1}{\tau_2}\left\{(\tau_2 - 1)D_{t_2+1} + (\tau_2 - 2)\,D_{t_2+2} + \dots + D_{t_2+\tau_2-1}\right\}$$

Jeżeli założymy, że drugie różnice D dodają się jak błędy przypadkowe i wprowadzimy średnią ich wartość $\mu_D = \pm\sqrt{\frac{[DD]}{n}}$, na średnią wartość poprawki w_1 otrzymamy

$$\mu^2_{w_1} = \mu^2_D\left\{\frac{1 + 2^2 + \dots + (\tau_1 - 1)^2}{\tau_1^2} + 1 + \right.$$

$$\left. \frac{(\tau_2 - 1)^2 + (\tau_2 - 2)^2 + \dots + 1}{\tau_2^2}\right\} =$$

$$= \frac{\mu^2_D}{6}\left\{2\,\tau_1 + \frac{1}{\tau_1} + 2\,\tau_2 + \frac{1}{\tau_2}\right\}$$

Suma lub różnica dwóch kolejnych poprawek w_1 i w_2 pomnożonych przez stałe wyraża się w formie:

$$aw_1 \pm bw_2 = \frac{a}{\tau_1}\left\{D_{t_1+1} + 2\,D_{t_1+2} + \dots + (\tau_1 - 1)\,D_{t_1+\tau_1-1}\right\} +$$

$$+ aD_{t_2} + \frac{1}{\tau_2}\left\{\left\{(\tau_2 - 1)\,a \pm b\right\}D_{t_2+1} + \left\{(\tau_2 - 2)\,a \pm 2b\right\}D_{t_2+2} + \dots + \right.$$

$$\left. + \left\{a \pm (\tau_2 - 1)\,b\right\}D_{t_2+\tau_2-1}\right\} \pm bD_{t_3} +$$

$$\pm \frac{b}{\tau_3}\left\{(\tau_3 - 1)\,D_{t_3+1} + (\tau_3 - 2)\,D_{t_3+2} + \dots + D_{t_3+\tau_3-1}\right\}$$

a średnia jej wartość ma formę:

$$\mu^2_{aw_1 \pm bw_2} = \frac{\mu^2_D}{6}\left\{a^2\left(2\,\tau_1 + \frac{1}{\tau_1} + 2\,\tau_2 + \frac{1}{\tau_2}\right) \pm ab\left(2\,\tau_2 - \frac{2}{\tau_2}\right) + \right.$$

$$\left. + b^2\left(2\,\tau_2 + \frac{1}{\tau_2} + 2\,\tau_3 + \frac{1}{\tau_3}\right)\right\} =$$

$$= \frac{\mu^2_D}{6}\left\{a^2\left(\tau_1 - \frac{1}{\tau_1}\right) + a^2\left(\tau_1 + \frac{2}{\tau_1} + \tau_2 + \frac{2}{\tau_2}\right) + \right.$$

$$\left. + (a \pm b)^2\left(\tau_2 - \frac{1}{\tau_2}\right) + b^2\left(\tau_2 + \frac{2}{\tau_2} + \tau_3 + \frac{2}{\tau_3}\right) + b^2\left(\tau_3 - \frac{1}{\tau_3}\right)\right\}$$

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁOGÓWKA

Wynik ten wskazuje na to, że poprawki w_1 i w_2 nie są od siebie niezależne, ale można je traktować jako sumy poprawek niezależnych

$$w_1 = w_{\tau_1} + w_{\tau_1\tau_2} + w_{\tau_2}; \quad w_2 = w_{\tau_2} + w_{\tau_2\tau_3} + w_{\tau_3} \tag{8}$$

określonych wzorami na średnie ich wartości

$$\mu^2\tau_1 = \frac{\mu^2 D}{6}\left(\tau_1 - \frac{1}{\tau_1}\right); \quad \mu^2\tau_2 = \frac{\mu^2 D}{6}\left(\tau_2 - \frac{1}{\tau_2}\right); \quad \mu^2\tau_3 = \frac{\mu^2 D}{6}\left(\tau_3 - \frac{1}{\tau_3}\right)$$

$$\mu^2\tau_1\tau_2 = \frac{\mu^2 D}{6}\left(\tau_1 + \frac{2}{\tau_1} + \tau_2 + \frac{2}{\tau_2}\right); \quad \mu^2\tau_2\tau_3 = \frac{\mu^2 D}{6}\left(\tau_2 + \frac{2}{\tau_2} + \tau_3 + \frac{2}{\tau_3}\right) \tag{9}$$

Przyjmując dostatecznie małą w stosunku do wchodzących w grę interwałów τ jednostkę czasu, możemy opuścić wyrazy rzędu $\frac{1}{\tau}$ W ten sposób we wzorach (9) zostaną tylko wyrazy rzędu τ co pozwala nam liczyć τ w dowolnych n razy większych jednostkach, przy czym jako wielkość charakteryzującą zmianę chodu wprowadzimy $m = \pm\sqrt{\frac{n\mu^2 D}{6}}$ Jako błąd jednostkowy przyjmiemy błąd μ, pomiaru wielkości g, Stąd na wagi p poprawek w ostatecznie otrzymamy

$$\frac{1}{p_{\tau_1}} = \frac{m^2}{\mu^2}\tau_1; \quad \frac{1}{p_{\tau_2}} = \frac{m^2}{\mu^2}\tau_2; \quad \frac{1}{p_{\tau_3}} = \frac{m^2}{\mu^2}\tau_3$$

$$\frac{1}{p_{\tau_1\tau_2}} = \frac{m^2}{\mu^2}(\tau_1 + \tau_2); \quad \frac{1}{p_{\tau_2\tau_3}} = \frac{m^2}{\mu^2}(\tau_2 + \tau_3) \tag{10}$$

Wstawiając wyrażenia na x z równań (6) do równań (7), otrzymamy po rozwiązaniu względem δg

$$\delta g = \delta g_1 - v_1\frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + v_2 - v_3\frac{\tau_1}{\tau_1+\tau_2} + w_1\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} =$$

$$= \delta g_2 + v_2\frac{\tau_3}{\tau_2+\tau_3} - v_3 + v_1\frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} - w_2\frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} \tag{11}$$

gdzie

$$\delta g_1 = \frac{(l_2 - l_3)\tau_1 + (l_2 - l_1)\tau_2}{\tau_1+\tau_2} = l_2 - \left\{l_1 + \frac{(l_3 - l_1)\tau_1}{\tau_1+\tau_2}\right\}$$

$$\delta g_2 = \frac{(l_1 - l_3)\tau_2 + (l_2 - l_3)\tau_3}{\tau_2+\tau_3} = \left\{l_2 + \frac{(l_1 - l_2)\tau_2}{\tau_2+\tau_3}\right\} - l_3 \tag{12}$$

Dodanie i odjęcie obu równań (11) daje:

$$2\delta g = \delta g_1 + \delta g_2 - v_1 \frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + v_2 \frac{\tau_2+2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} - v_3 \frac{2\tau_1+\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + v_4 \frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} +$$
$$+ w_{\tau_1} \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + w_{\tau_1\tau_2} \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + w_{\tau_2} \left(\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} - \frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} \right) -$$
$$- w_{\tau_2\tau_3} \frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} - w_{\tau_3} \frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} \qquad (13)$$

$$0 = \delta g_1 - \delta g_2 - v_1 \frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + v_2 \frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} + v_3 \frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2} - v_4 \frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} +$$
$$+ w_{\tau_1} \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + w_{\tau_1\tau_2} \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + w_{\tau_2} \left(\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} + \frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} \right) +$$
$$+ w_{\tau_2\tau_3} \frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3} + w_{\tau_3} \frac{\tau_2\tau_3}{\tau_2+\tau_3}$$

Drugie z tych równań jest równaniem warunkowym poprawek o odchyłce $\delta g_1 - \delta g_2$ dla pojedynczego przęsła AB.

Podobnie można ułożyć równania warunkowe dla całego dnia pomiarów metodą łańcuchową: przy n przęsłach otrzymamy n równań warunkowych przez rugowanie jednej i n — 1 przez rugowanie dwóch niewiadomych. Rozwiązując je metodą najmniejszych kwadratów, $[vv] + [pww]$ = minimum, otrzymamy poprawki v i w, które wstawione do jednego z równań typu (11) lub pierwszego typu (13) dają najprawdopodobniejsze wartości przyrostów siły ciężkości.

W pracy niniejszej jako wartość ostateczna na δg przyjmowana była $\delta g_{II} = \frac{1}{2}(\delta g_1 + \delta g_2)$. Ścisłe wyrównanie wymagałoby zbyt dużo pracy rachunkowej, a wyniki z uwagi na prawie równe τ_1, τ_2 i τ_3 tylko nieznacznie by się poprawiły.

Jeżeli przez v i w będziemy rozumieli wartości rzeczywiste i zastąpimy je wartościami średnimi, to z pierwszego równania (13) wynika na średni błąd δg_{II}

$$\mu^2_{II} = \frac{\mu^2}{4} \left\{ \left(\frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2} \right)^2 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} \right)^2 + \left(\frac{2\tau_1+\tau_2}{\tau_1+\tau_2} \right)^2 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} \right)^2 \right\} + \qquad (14)$$
$$+ \frac{m^2}{2} \left\{ \frac{\tau_1^2\tau_2^2}{\tau_1+\tau_2} - \frac{\tau_1\tau_2^3\tau_3}{(\tau_1+\tau_2)(\tau_2+\tau_3)} + \frac{\tau_2^2\tau_3^2}{\tau_2+\tau_3} \right\}$$

a z drugiego równania (13) — na średnią wartość różnicy $\delta g_1 - \delta g_2$

$$\mu^2_{\delta g_1 - \delta g_2} = 2\mu^2 \left\{ \left(\frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2} \right)^2 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3} \right)^2 \right\} +$$
$$+ 2m^2 \left\{ \frac{\tau_1^2\tau_2^2}{\tau_1+\tau_2} + \frac{\tau_1\tau_2^3\tau_3}{(\tau_1+\tau_2)(\tau_2+\tau_3)} + \frac{\tau_2^2\tau_3^2}{\tau_2+\tau_3} \right\} \qquad (15)$$

Dla $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau$ wzory (14) i (15) uproszczą się

$$\mu_{II}^2 = \frac{5}{4}\mu^2 + \frac{3}{8}m^2\tau^3 \tag{14'}$$

$$\mu^2_{\delta g_1 - \delta g_2} = \mu^2 + \frac{5}{2}m^2\tau^3 \tag{15'}$$

Jak widać, wspólny pomiar l_1 lub l_4 dla dwóch sąsiednich przęseł przy metodzie łańcuchowej pomiarów tylko nieznacznie zmniejsza wpływ błędów pomiaru na wyznaczone δg na dwóch lub więcej przęsłach.

Na podstawie wzoru (15) lub (15') znając μ możemy wyznaczyć wielkość m z pomiarów na n przęsłach

$$\Sigma(\delta g_1 - \delta g_2)^2 = 2\mu^2 \Sigma\left\{\left(\frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_2+\tau_3}\right)^2\right\} +$$

$$+ 2m^2 \Sigma\left\{\frac{\tau_1^2\tau_2^2}{\tau_1+\tau_2} + \frac{\tau_1\tau_2^3\tau_3}{(\tau_1+\tau_2)(\tau_2+\tau_3)} + \frac{\tau_2^2\tau_3^2}{\tau_2+\tau_3}\right\} \tag{16}$$

$$\Sigma(\delta g_1 - \delta g_2)^2 = n\mu^2 + \frac{5}{2}m^2\Sigma\tau^3 \tag{16'}$$

Podobnie z pierwszego równania (11) na średni błąd wielkości δg_1 otrzymanej przez pojedynczą interpolację dostaniemy

$$\mu_I^2 = 2\mu^2\,\frac{\tau_1^2+\tau_1\tau_2+\tau_2^2}{(\tau_1+\tau_2)^2} + 2m^2\,\frac{\tau_1^2\tau_2^2}{\tau_1+\tau_2} \tag{17}$$

lub dla $\tau_1 = \tau_2 = \tau$

$$\mu_I^2 = \frac{3}{2}\mu^2 + m^2\tau^3 \tag{17'}$$

a z n trójek pomiarów na jednym punkcie ($\delta g = 0$) możemy wyznaczyć wielkość m

$$\Sigma\delta g_1^2 = 2\mu^2\,\Sigma\,\frac{\tau_1^2+\tau_1\tau_2+\tau_2^2}{(\tau_1+\tau_2)^2} + 2m^2\,\Sigma\,\frac{\tau_1^2\tau_2^2}{\tau_1+\tau_2} \tag{18}$$

lub

$$\Sigma\delta g_1^2 = \frac{3}{2}n\mu^2 + m^2\,\Sigma\,\tau^3 \tag{18'}$$

Dla omawianych pomiarów τ_1, τ_2 i τ_3 są na ogół prawie równe, tak że można przyjąć $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau$ przy $\tau = \frac{1}{3}(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)$. Wstawia-

jąc do równania (16') podzielonego przez n obliczone z pomiarów całej sieci (81 przęseł) wartości

$$\frac{\Sigma(\delta g_1 - \delta g_2)^2}{n} = 0{,}0131 \text{ i } \frac{\Sigma \tau^3}{n} = 0{,}338 \text{ (czas w godz.)}$$

otrzymamy

$$0{,}0131 = \mu^2 + \frac{5}{2} m^2 \cdot 0{,}338$$

Podobnie, przyjmując w równaniu (14') na μ^2_{II} kwadrat średniego błędu pomiaru na jednym przęśle z wyrównania sieci, a na τ^3 poprzednią wartość 0,338, dostaniemy

$$0{,}0085 = \frac{5}{4}\mu^2 + \frac{3}{8} m^2 \cdot 0{,}338$$

Rozwiązanie tych równań daje

$$\mu^2 = 0{,}0059 \qquad \mu = \pm 0{,}076$$
$$m^2 = 0{,}0085 \qquad m = \pm 0{,}092$$

z czego widać, że błąd μ jest dwukrotnie większy niż obliczony poprzednio błąd μ_{gr}

Przy metodzie łańcuchowej można wyznaczyć m również z pomiarów wykonanych na tym samym punkcie, przy czym τ jest około 2 razy większe niż poprzednio. Równanie (18') podzielone przez n dla 34 trójek pomiarów w czasie normalnej pracy (samochód z grawimetrem w ruchu)

$$0{,}0243 = \frac{3}{2}\mu^2 + m^2 \cdot 2{,}40$$

przy $\mu^2 = 0{,}0059$ daje

$$m^2 = 0{,}0065 \qquad m = \pm 0{,}080$$

a dla 16 trójek pomiarów w czasie pracy między jedną parą pomiarów i przerwy między drugą

$$0{,}1063 = \frac{3}{2}\mu^2 + m^2 \cdot 2{,}42$$

daje

$$m^2 = 0{,}0403 \qquad m = \pm 0{,}201$$

Tak duża różnica wartości m wskazuje na znacznie większą zmianę chodu grawimetru przy przejściu od ruchu do spoczynku lub odwrotnie. Tą zmianą można częściowo tłumaczyć różnicę wartości μ i μ_{gr}

Na podstawie wzoru (14') możemy ustalić najwłaściwszy czas 2τ powtarzania pomiaru na tym samym punkcie, a przez to i odległość dwóch sąsiednich punktów, przy metodzie łańcuchowej pomiaru. Odległość L (wzdłuż dróg) dwóch punktów, dla których mamy wyznaczyć różnicę siły ciężkości, rozbijamy na $n = \frac{L}{l}$ przęseł długości $l = V(\tau - T)$ gdzie V oznacza szybkość samochodu, a T czas na hamowanie samochodu, ustawienie instrumentu, pomiar itd. Kwadrat średniego błędu wyznaczonej różnicy siły ciężkości wynosi

$$n\mu^2 n = \frac{L}{V} \cdot \frac{\frac{5}{4}\mu^2 + \frac{3}{8}m^2\tau^3}{\tau - T}$$

osiągając minimum przy τ określonym przez równanie

$$\tau^3 - \frac{3}{2}\tau^2 T - \frac{5}{3}\frac{\mu^2}{m^2} = 0$$

Przyjmując $\mu^2 = 0{,}0059$ i $m^2 = 0{,}0085$ dla $T = 0$ otrzymujemy $2\tau = 2{,}1$ godz.; dla $T = 0{,}2$ godz — $2\tau = 2{,}3$ godz., a więc większy czas powtarzania pomiaru na tym samym punkcie, niż był przyjęty.

W ten sam sposób ze wzoru (17') dla pojedynczej interpolacji otrzymamy równanie

$$\tau^3 - \frac{3}{2}\tau^2 T - \frac{3}{4}\frac{\mu^2}{m^2} = 0$$

które dla $T = 0$ daje $2\tau = 1{,}6$ godz., dla $T = 0{,}2$ godz. — $2\tau = 1{,}8$ godz.

Ромуальд ВЕЛЕНДЕК

ОСНОВНЫЕ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ В СЕВЕРО-ВОСТОЧНОЙ ПОЛЬШЕ

(с 1 таблицей и 2 фигурами в тексте)

РЕЗЮМЕ

Настоящая работа является отчетом о результатах основных гравиметрических измерений проведенных в 1949 г. гравиметром Нэргарда Нр. 410 в северо-восточной Польше.

Сеть состояла из 66 пунктов определенных измерениями цепным методом на 81 звене со средней длиной около 30 км на площади около 35 000 км^2. В качестве исходной была принята величина g определенная С. Павловским для основной точки — Варшава — Государственный Геологический Институт. Привязанные к этой сети маятниковые пункты, определенные немецкими геофизиками, имеют величину g около 1 мгл меньшую. В таблицах 1 и 2 даны примеры редукции измерений для одной точки стояния и подсчет разностей g для измерений одного дня. В таблице 3 сведены условные уравнения поправок, в таблице 4 решение нормальных уравнений коррелят, в таблице 5 величины g определенные на основании описываемых измерений гравиметром и на основании немецких маятниковых измерений.

Цифровые данные характеризующие определенные пункты сведены в каталоге основных гравиметрических пунктов (таблица 6).

В таблице I представлена схема основной сети и обзорная карта аномалии Буре.

Кроме того в начале статьи изложена теория гравиметра Нэргарда. В заключение сделана попытка выделить в ошибке измеренной разности силы тяжести в одном звене ошибку измерения и ошибку вызванную изменением хода гравиметра, приняв, что эти вторые разности g_0 как функции времени суммируются как ошибки случайные. Расчеты эти дают возможность установить наиболее подходящее время повторения измерений на одном и том же пункте.

(перевод: А. Шалимов)

Romuald **WIELĄDEK**

GRAVIMETRIC BASE MEASUREMENTS IN NORTH-EASTERN POLAND

(with 1 plate and 2 figures)

SUMMARY

This is a report on the base measurements of the north-eastern region of Poland carried out in 1949 using the Nörgaard No. 410 gravimeter.

The net is composed of 66 points determined by the chain measuring method on 81 segments of an average length of 30 km., located on an area of about 35000 sq. km.

As basic was assumed the value g of the foundamental point Warsaw — Geological State Institute determined by St. P a w ł o w s k i. The values g for the pendulum points connected to this net, determined by German geophysicists are approximately 1 mgal smaller.

Tables 1 and 2 are examples of measurements reduction on one station and of calculating the differences of the value g for one measurement day. The conditional equations are assembled on Table 3. Table 4 contains solutions of equations of normal correlates. Values g from the above mentioned gravimeter measurements, and the German pendulum measurements — are to be found on Table 5.

The numeric value of the determined stations are assembled in the basic gravimetric points catalogue (Table 6).

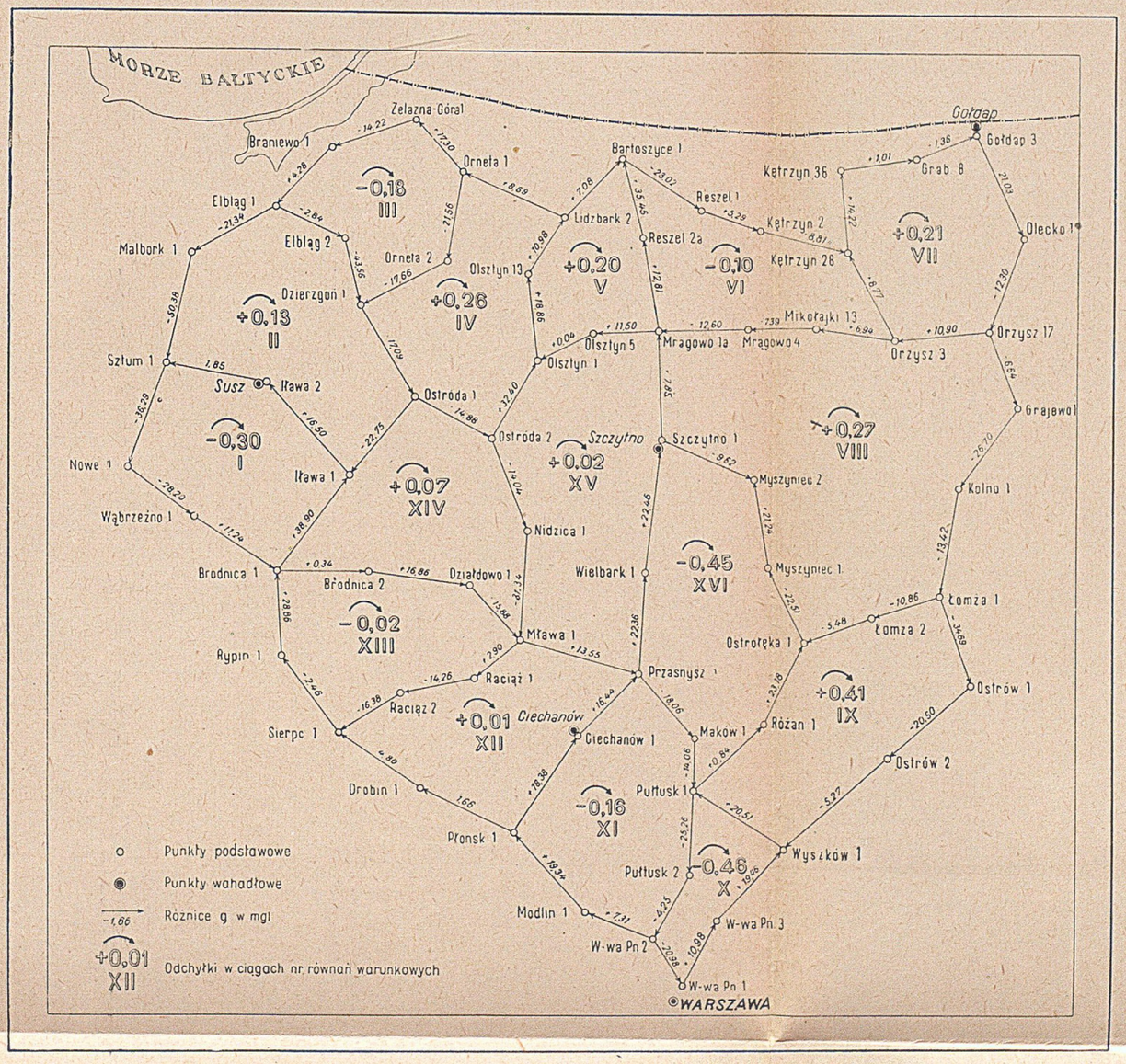
Plate I gives an outline of the basic network and general map of Bouguer's anomalies.

In addition the theory of Nörgaard's gravimeter is given at the beginning of this report. At its end an attempt is made to distinguish the measurements error and the error caused by the change of the gravimeters drift from the error of the determined difference of the gravity, assuming that the second differences of g_0 as function of time, are summing up as accidental errors.

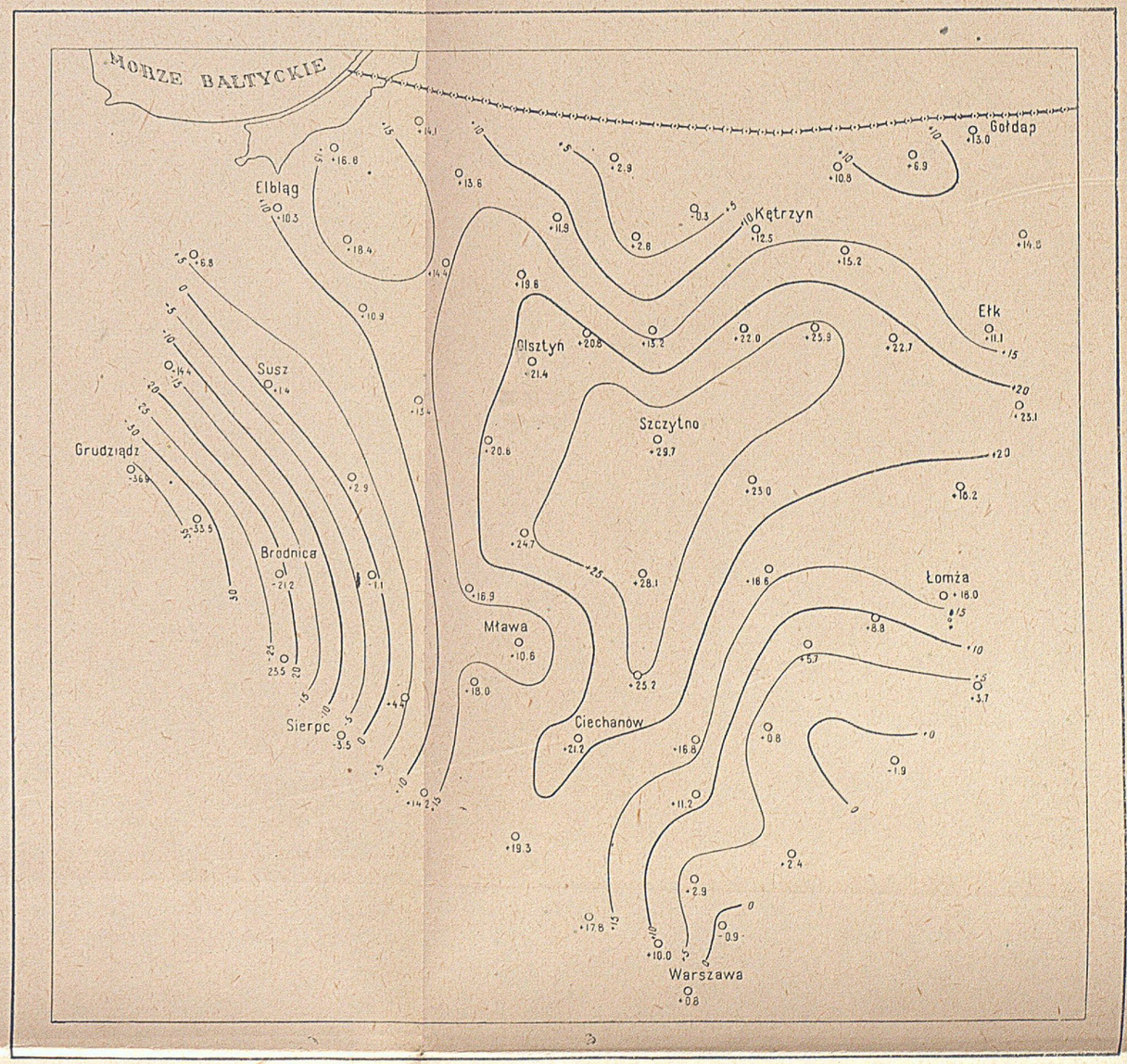
These calculations allow to determine the most adequate time for the repetition of the measurements at the same point.

ROMUALD WIELĄDEK

PODSTAWOWA SIEĆ GRAWIMETRYCZNA W PÓŁNOCNO-WSCHODNIEJ POLSCE



ANOMALIE SIŁY CIĘŻKOŚCI g_o" γ_o (BOUGUERA) W PÓŁNOCNO-WSCHODNIEJ POLSCE



0 50 100 km

R. WIELĄDEK. — Podstawowe pomiary grawimetryczne.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 1214/51