



**Politechnika  
Śląska**

Synteza i analiza złożonych układów piezoelektrycznych  
z uwzględnieniem metod klasycznych i nieklasycznych

Jacek Harazin

Wydział Mechaniczny Technologiczny  
Politechnika Śląska

Promotorzy:

Dr hab. inż. Andrzej Wróbel, prof. PŚ. – promotor

Dr hab. inż. Marek Płaczek, prof. PŚ. – promotor pomocniczy

## Streszczenie

Utylitarnym celem pracy było opracowanie metody syntezy modeli matematycznych układów piezoelektrycznych. Ponadto weryfikowana jest także możliwość zastosowania metody nieklasycznej, bazującej na grafach oraz algebrze liczb strukturalnych, do analizy układów piezoelektrycznych. Syntezowane modele mechatronicznych układów kaskadowych są odwzorowaniem stosów piezoelektrycznych złożonych z płytek o różnych parametrach geometrycznych lub właściwościach materiałowych. Podstawą syntezy jest metoda Cauera, polegająca na rozbiciu funkcji transmitancji układu na ułamek łańcuchowy. Wielomiany transmitancji utworzono na podstawie przyjmowanych w pracy częstotliwości rezonansowych oraz antyrezonansowych. Współczynniki wyznaczonego metodą Cauera ułamka łańcuchowego odpowiadają parametrom (sztywności oraz masy) elementów wstępnie syntezowanego, mechanicznego układu kaskadowego. Parametry elementów tłumiących określono stosując wzory Rayleigha. Oddziaływania elektrycznej części układu piezoelektrycznego zamodelowano jako siły elektromotoryczne, przyłożone do członów układu mechanicznego. Częstotliwości rezonansowe utworzonych modeli porównano z założonymi w pracy docelowymi częstotliwościami przy pomocy metody macierzowej oraz metody grafów i liczb strukturalnych. Odpowiedzi amplitudowe wyznaczono metodą macierzową, rozwiązując różniczkowe równania ruchu. Analogiczne odpowiedzi obliczono stosując także metodę grafów oraz algebrę liczb strukturalnych. Wyniki analizy odpowiedzi zamodelowanych układów porównano pod kątem wyznaczonych amplitud przemieszczenia poszczególnych stopni swobody. Przygotowane w pracy algorytmy komputerowe przeanalizowano również w kontekście mocy obliczeniowej oraz pamięci RAM potrzebnej do przeprowadzenia obliczeń. Poprzez zastosowanie równań konstytutywnych, przekształcono syntezowane układy mechaniczne do postaci układów mechatronicznych, modelując zachowanie rzeczywistych układów piezoelektrycznych. Stosując zależności fizyczne określające właściwości materiałów piezoelektrycznych, wyznaczono wzory umożliwiające obliczenie charakterystycznych parametrów płytek piezoelektrycznych na bazie utworzonych układów mechatronicznych. Przygotowane modele matematyczne wykorzystano do sporządzenia aplikacji komputerowej przeznaczonej do automatycznej syntezy układów piezoelektrycznych w programie Matlab R2019b. Utworzono także moduł do analizy syntezowanych układów na podstawie metody macierzowej. W ramach weryfikacji dokładności syntezowanych układów utworzono stanowisko laboratoryjne mające na celu zbadanie zachowania płytek piezoelektrycznych oraz

stosów wzbudzanych napięciem elektrycznym o stałej amplitudzie oraz zmiennej częstotliwości. Badaniu poddano zbiór elementów piezoelektrycznych o różnych parametrach geometrycznych. W ramach badania przeprowadzono analizę odpowiedzi amplitudowej w dziedzinie częstotliwości układów pod postacią pojedynczych płytek oraz stosów. Wyniki uzyskane metodami analitycznymi oraz empirycznymi porównano ze sobą i sformułowano na tej podstawie wnioski dotyczące skuteczności zaproponowanej metody syntezy. Na podstawie otrzymanych wyników przedstawiono również propozycje dalszego kierunku pracy naukowej.

Opracowana autorska metoda syntezy układów piezoelektrycznych jest oparta na ciągle rozwijanych przez Pracowników naukowych Politechniki Śląskiej metodach analizy oraz syntezy złożonych układów mechanicznych oraz elektrycznych. W swojej pracy autor uwzględni również prowadzone międzynarodowe badania dotyczące metod modelowania układów piezoelektrycznych przy użyciu analogii mechanicznych oraz elektrycznych. Niniejsza praca dotyczy zastosowania przedstawionych metod w syntezie i analizie układów piezoelektrycznych złożonych z modułów o różnych parametrach geometrycznych i właściwościach materiałowych. Badania w tym obszarze nie są jeszcze dostatecznie rozwinięte i nadzieją autora jest utworzenie fundamentów nowych metod syntezy złożonych układów piezoelektrycznych przy użyciu płytek o różnych parametrach technicznych.

Prowadzone badania mogą przyczynić się do rozwoju technologii aktywnego tłumienia drgań środków technicznych oraz poszerzenia zastosowań istniejących już technologii w nowych gałęziach przemysłu. Opracowywana metoda syntezy może pozwolić na utworzenie bardziej złożonych układów piezoelektrycznych, zdolnych do działania w szerszym zakresie częstotliwości. Nowe rozwiązania mogą poszerzyć zakres zastosowań układów piezoelektrycznych w przemyśle motoryzacyjnym, automatyce przemysłowej oraz precyzyjnych układach pozycjonowania.