

Q-Floor in USA.

Von Dr.-Ing. Wilh. Weiss, z. Z. Freeport (New York).

In den USA. hat eine Deckenbauart eine derartige Verbreitung gefunden, daß man geradezu von einer Standarddecke für alle Hochhäuser sprechen kann. Da diese Decke in Deutschland noch kaum bekannt ist, sie aber unzweifelhaft bedeutende Vorteile aufweist, empfiehlt es sich deutsche Baukreise auf sie aufmerksam zu machen und auf sie näher einzugehen.

bei der K-Type wird nicht über Spannweiten von 4,88 m hinausgegangen. Diese Abmessungen sind den von amerikanischen Architekten bei ihren Planungen beliebten Längen der tragenden Bauglieder angepaßt.

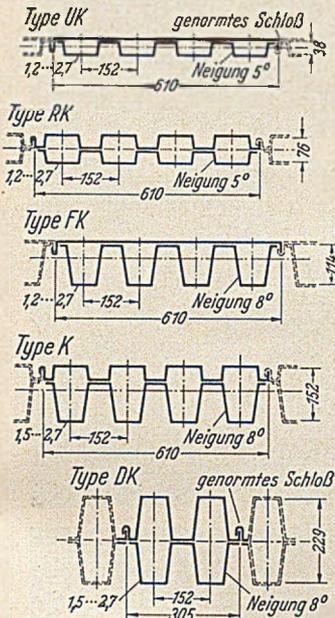


Abb. 1a (Maße in mm.)

„Q-Floor“ ist die Bezeichnung für eine Stahlzellen-
decke, die in 5 Typen entwickelt ist (Abb. 1a u. b).
Sie vereinigt in sich die Vorzüge des Stahls, leichtes
Gewicht und hohe Tragfähigkeit. Diese Stahlzellen
bilden den tragenden Baukörper der Decke und werden
an ihren Enden auf die Träger des Stahlskeletts auf-
geschweißt. Die zu Platten verbundenen Stahlzellen
weisen zwei Grundformen auf, nämlich die Typen UK
und FK. Aus der Grundform UK ist in doppelter
Anwendung die Type RK entwickelt, aus einer
Kombination von UK und FK ist die K-Type ent-
standen. Die DK-Type ver-

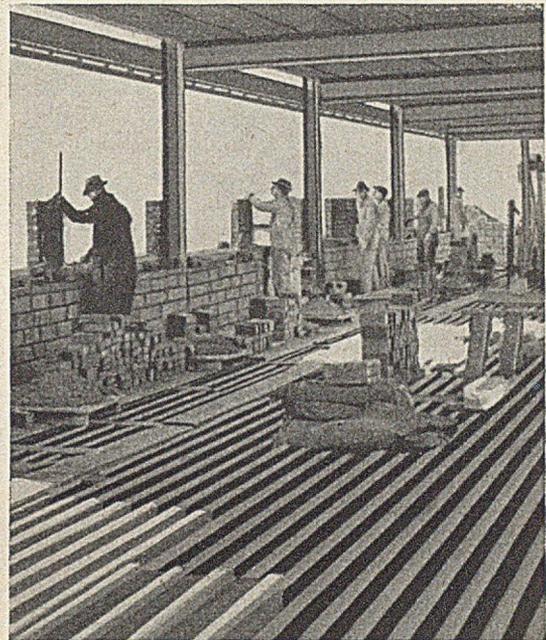


Abb. 2.

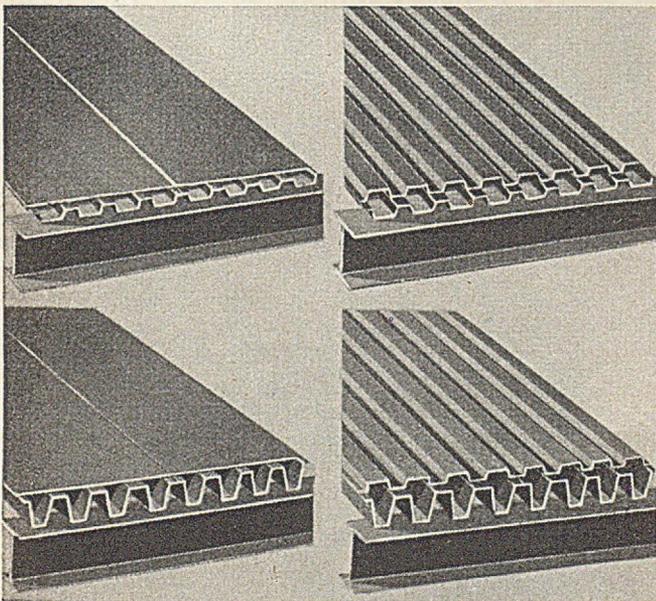


Abb. 1b. UK-Type, K-Type, FK-Type, RK-Type.

wendet die FK-Type doppelt. Die Gesamtbreite der
Zellenplatten beträgt 2 Fuß (61 cm) für die Typen UK,
RK, FK und K; die Type DK weist nur die halbe Breite
auf. Die erstgenannten Typen sind vierzellig, die
letztgenannte zweizellig. Die Platten werden in
Längen bis zu 7,3 m hergestellt. Die FK-Type wird
bis zu einer Belastung von 605 kg/m² mit Spannweiten
bis zu 4,5 m verwendet. Auch

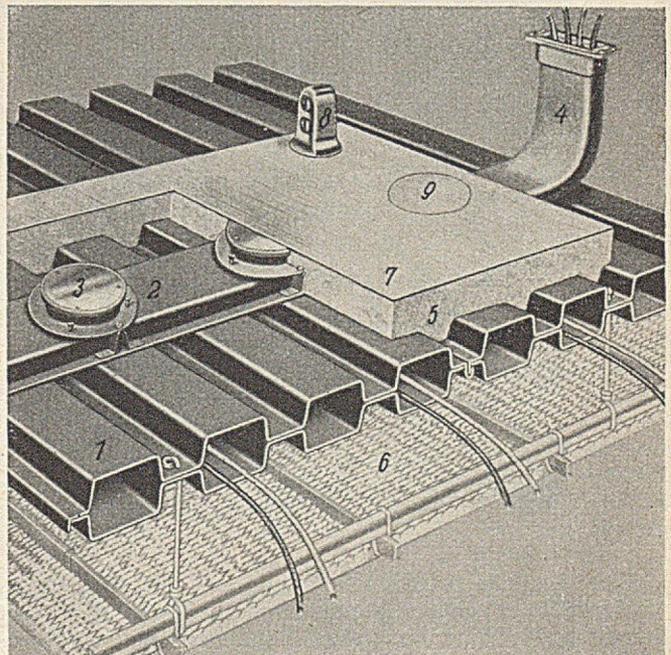


Abb. 3a. Schematische Darstellung des Robertson-Q-Fußbodens.
1 Konstruktive Ausbildung der Decke. — 2 Kabelweg. — 3 Eingriffs-
öffnung. — 4 Übergang von der lotrechten in die waagrechte Leitungs-
führung. — 5 Leichtgewichtfüllung (gewöhnlich 6,35 cm dick). —
6 Hängende Decke (2 cm Putz). — 7 Fußbodenabdeckung. — 8 Fuß-
bodenauslaßkopf (kann überall angebracht werden). — 9 Abdeckplatte
über dem Eingriffsloch.

Die Bauhöhen der Stahlzellen bewegen sich in den aus Abb. 1 ersichtlichen Größen (UK $1\frac{1}{2}'' = 3,82$ cm; RK $3'' = 7,63$ cm; FK $4\frac{1}{2}'' = 11,4$ cm; K $6'' = 15,2$ cm und DK $9'' = 22,8$ cm). Das Stahlmaterial der warm gewalzten Zellenplatten hat den amerikanischen Vorschriften für Leichtbaustähle zu genügen (ASTM.: A 245). Die Durchbiegung

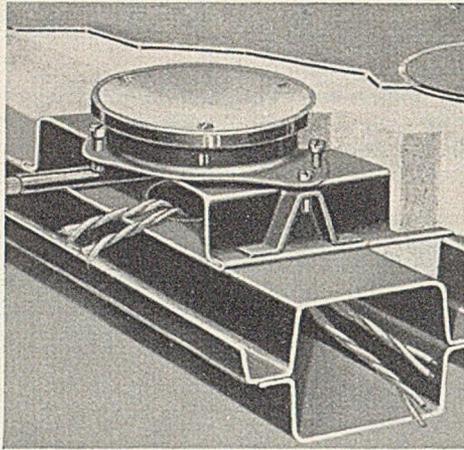


Abb. 3b.

bei Auflagerung auf zwei Stützen darf den Betrag von $\frac{1}{360}$ der Stützweite nicht übersteigen.

Die Type UK wird hauptsächlich verwendet für Decken, bei denen nur eine geringe Bauhöhe zulässig oder zweckmäßig ist, wie z. B. für Leihbibliotheken, Dachausbauten und Dachdecken u. a. m.; die Type RK für Wohnhäuser, Kaufhäuser, Schulen, Bürogebäude u. a. m., bei denen die Verlegung der elektrischen Leitungsdrähte in den Zellen als besonders vorteilhaft erachtet wird; die Type FK ähnlich wie UK, jedoch für größere Spannweiten und bei Dach-

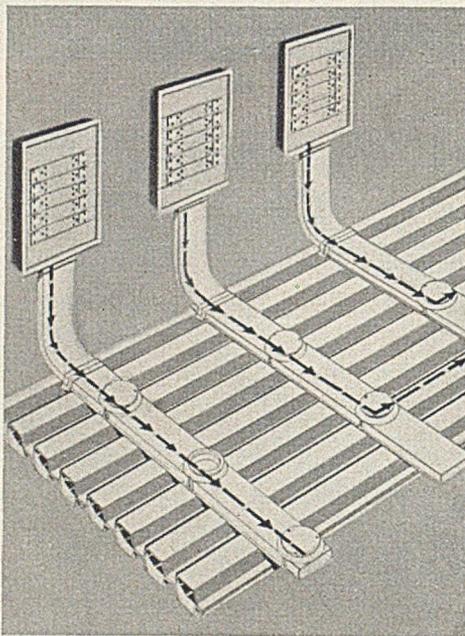


Abb. 3c.

decken, Laufgängen, Sitzreihen u. a. m. Die Type K ist geeignet für allgemeine Verwendung, die Type DK kommt nur für große Spannweiten und bei besonderen Bedingungen in Betracht.

Die Stahlzellendecke gestattet eine ungemein rasche Verlegung und sofortige Belastung mit allen möglichen Baumaterialien (Abb. 2). Es wird angegeben, daß zwei Mann bis zu 50 sq. f. (= 4,65 m²) in der Minute verlegen können. Die damit verbundene Zeiteinsparung gegenüber den sonst üblichen Baumethoden kann mit 20—30 % in

Rechnung gestellt werden. Die Möglichkeit des Arbeitens in den Wintermonaten hat die vollkommen trocken zu verlegende Decke mit anderen bekannten Stahldecken gemeinsam. Ihr Hauptvorteil ist in der ungemein praktischen und raschen Verlegbarkeit elektrischer Leitungen in den Stahlzellen zu erblicken. Eine anschauliche Illustrie-

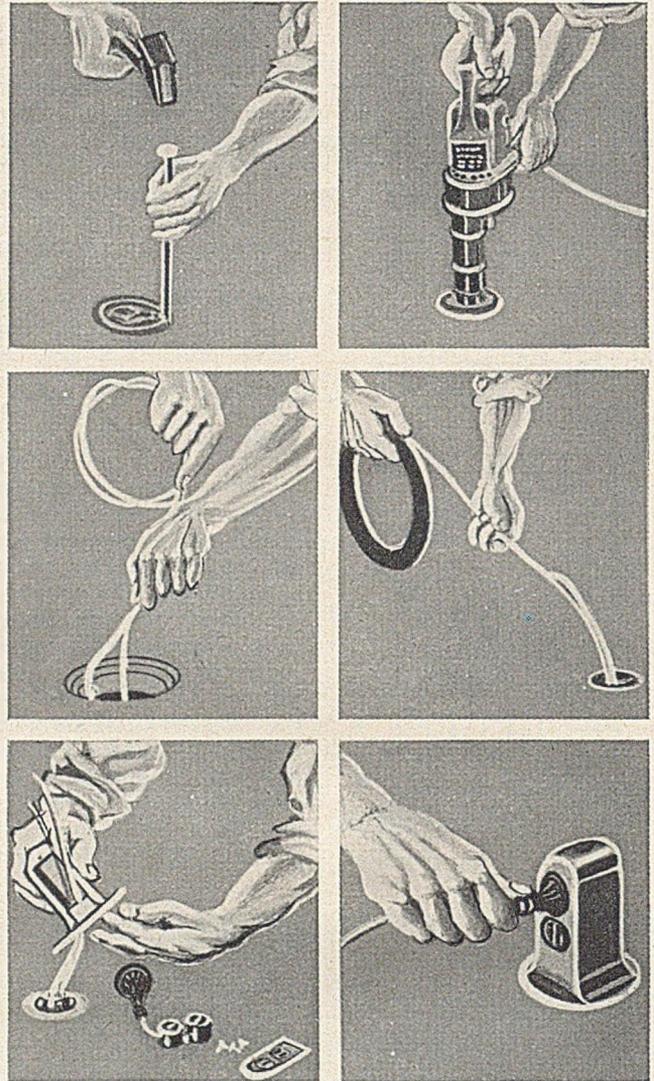


Abb. 4.

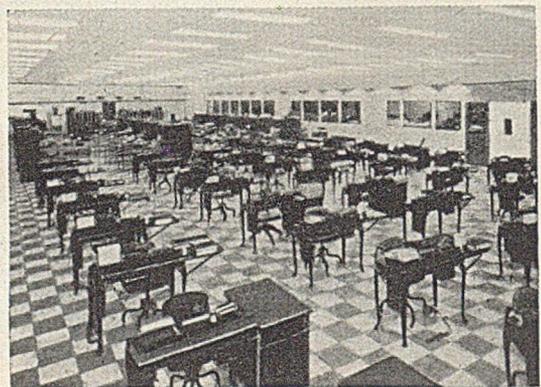


Abb. 5.

Rechnung hierzu bieten die Abb. 3a, b und c; die Abb. 4 läßt erkennen, in welcher einfacher und Zeit sparender Weise jederzeit neue Leitungen eingezogen werden können. Für große Räume mit zahlreichen Büromaschinen, für die eigene Anschlüsse erforderlich sind, ist dies besonders wichtig (Abb. 5). Auch Änderungen können bei dieser

Deckenbauart leicht und ohne Betriebsstörung vorgenommen werden.

Der obere Abschluß der Decke erfolgt in der auch sonst bei Fertigteildecken üblichen Weise mit Estrichen

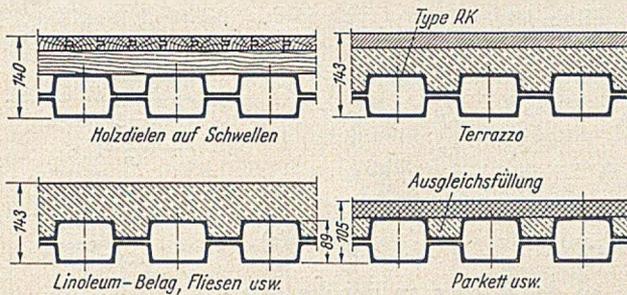


Abb. 6.

meist auf Leichtbetonschicht, z. B. mit Zementestrich, Gips-estrich, Asphaltestrich, Terrazzo u. a. m. oder mit Lagerhölzern und Parkett oder Riemen (Abb. 6).

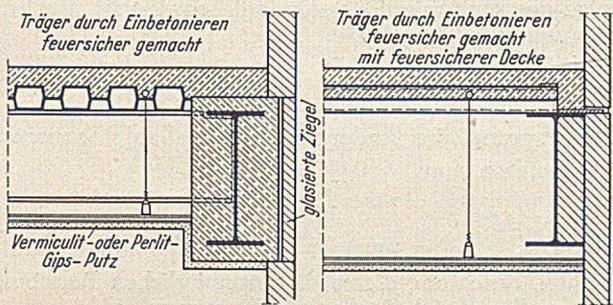


Abb. 7a.

Eine Stahldecke allein kann den Anforderungen in bezug auf Feuersicherheit nicht genügen, ein besonderer Schutz ist in jedem Falle erforderlich. So hat auch die

„Q-Floor“ in einer angehängten, bewehrten und aus einer besonderen Gipsmischung bestehenden Decke einen ausreichenden Feuerschutz (Vermiculite oder Perlite-Gypsum Plaster). Die Abb. 7a und b veranschaulichen die Auf-

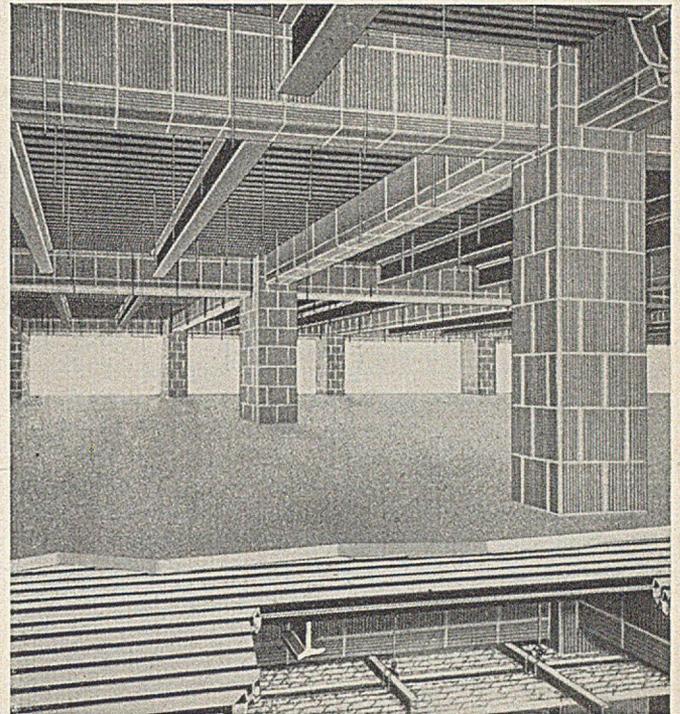


Abb. 7b.

hängung einer solchen Scheindecke. Als Bewehrung dient vielfach das auch in Deutschland auf dem Bauparkt befindliche Rippenstreckmetall.

Die numerische Behandlung der Rahmenknickung nach einem statisch gedeuteten Verfahren der schrittweisen Näherungen.

Von Dipl.-Ing. A. Hoyden und Dipl.-Ing. F.-W. Wilkesmann, Oberhausen-Sterkrade.

Bei statisch bestimmten Knickproblemen, bei denen in den Randbedingungen die Knicklast P nicht erscheint, kann bei beliebigem Verlauf der Trägheitsmomente und bei konstanter Axiallast die Knicklast P_k nach dem Vianello-Verfahren [1] relativ einfach ermittelt werden, da nach der Gleichgewichtsdifferentialgleichung

$$EI(x) \cdot v'' + P \cdot v = -M + P \cdot v = 0 \quad (1)$$

direkte Affinität zwischen Moment und Verformung besteht. Für statisch unbestimmte Systeme lautet die für

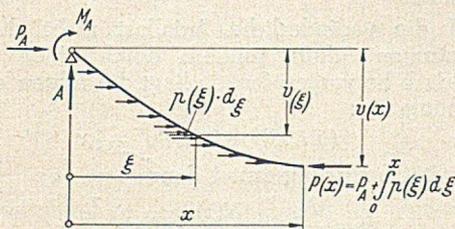


Abb. 1. Gleichgewicht am axial belasteten Stab. (An der Schnittstelle x ist noch das Moment $M(x)$ und die Querkraft $Q(x)$ hinzuzufügen.)

jeden Stab aufzustellende Gleichgewichtsbedingung (Abb. 1)

$$EI(x) \cdot v'' + M_A + A \cdot x + \int_0^x P(\xi) \cdot v'(\xi) d\xi = 0 \quad (2a)$$

bzw.

$$M(x) = M_A + A \cdot x + \int_0^x P(\xi) \cdot v'(\xi) d\xi \quad (2b)$$

In diesem Falle ist das Verfahren bedeutend unhandlicher, da jetzt bei der Iteration in jedem Iterationsschritt zunächst nur die geschätzte bzw. iterierte Verformungsfigur vorliegt, zu der die Momente des statisch unbestimmten Systems infolge der Ausmittigkeit der Axiallast bestimmt werden müssen. Dann folgt die Ermittlung der infolge dieser Momente auftretenden Verformungen und in einem weiteren Iterationsschritt die Bestimmung der dazugehörigen exzentrischen Momente. Durch beliebige Wiederholung lassen sich die Momente mit jeder gewünschten Genauigkeit ermitteln. Um die Unhandlichkeit der Berücksichtigung des Einflusses der Axiallast zu umgehen, wird im folgenden versucht, die Knickbedingung durch eine Affinitätsforderung so zu ersetzen, daß bei der Iteration an Stelle der Axiallasten nur noch mit Querlasten gerechnet wird. Dies wird erreicht durch einen Analogieschluß zum nur querbelasteten Balken. Nach zweimaliger Differentiation erhält man aus (2a) die Knickdifferentialgleichung:

$$(EI v'')'' + P_c \cdot \left(\frac{P(x)}{P_c}\right) \cdot v' = 0 \quad (3a)$$

Für stabweise konstante Axialkraft $P(x) = P_c$ geht die Differentialgleichung über in

$$(EI v'')'' + P_c \cdot v'' = 0 \quad (3b)$$

Unter Beibehaltung der variablen Steifigkeit $EI = EI(x)$ wird eine Vergleichssteifigkeit $EI_c = \text{konst.}$ eingeführt.

Es gilt

$$v'' = -M(x)/EI(x) = -M_x/EI_x,$$

damit wird aus (3b):

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + P_c \cdot \frac{M_x}{E I_x} = 0 \quad (4a)$$

oder

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{P_c}{E I_c} \cdot \left(M_x \cdot \frac{I_c}{I_x} \right) = 0. \quad (4b)$$

Die Gl. (4b) sagt aus, daß die zweite Ableitung des Moments dem $M_x \cdot I_c / I_x$ -fachen Moment direkt affin sein muß.

Oder, indem man einen Analogieschluß zum nur querbelasteten Stab anstellt: beim nur querbelasteten Stab der Theorie I. Ordnung ist

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} = -p(x)$$

Damit lautet Gl. (4b)

$$p(x) = \frac{P_c}{E I_c} \cdot \left(M_x \cdot \frac{I_c}{I_x} \right). \quad (5)$$

Die Stabilitätsaufgabe ist somit auf eine Aufgabe der klassischen Statik zurückgeführt, sie ist gelöst, wenn es gelingt, eine Querbelastung p_x zu finden, die den I_c / I_x -fachen Momenten, die sie hervorruft, direkt affin ist. Der Affinitätsfaktor $P_c / E I_c$ gibt dann die Knicklast an. Damit ist auch gleichzeitig die Iterationsvorschrift gegeben:

Die Knickfigur wird grob geschätzt. Auf Grund der Wendepunkte der Knickfigur wird der ungefähre Momentenverlauf angenommen. Die I_c / I_x -fachen Momente werden als äußere Belastung p_{x0} aufgebracht. Zu diesem p_0 wird unter Beachtung der Randbedingungen der Momentenverlauf M_0 des statisch unbestimmten Systems berechnet. Die so bestimmten M_0 werden mit I_c / I_x multipliziert und anschließend wieder als Belastung aufgebracht:

$$p_1(x) = I_c / I_x \cdot M_{x0}.$$

Diese äußere Last ruft wieder Momente M_1 hervor. So fortschreitend kann das Verfahren so lange wiederholt werden, bis praktisch die Affinität zwischen p_n und $I_c / I_x \cdot M_{xn}$ besteht¹⁾.

Für über den Stab variable Axialkraft $P(x)$ erhält man auf gleiche Weise aus Gl. (3a)

$$\bar{p}(x) = \frac{P_c}{E I_c} \cdot \left\{ \frac{P(x)}{P_c} \cdot \left(M_x \cdot \frac{I_c}{I_x} \right) - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot (E I_c v') \right\} \quad (6)$$

Die Stabneigung v' wird nach O. Mohr bestimmt:

$$E I_c v'(x) = E I_c v'_A - \int_0^x M_x \cdot I_c / I_x dx$$

Mit der Mohrschen Bezeichnungsweise ist $E I_c v'(x) = \mathfrak{Q}(x)$ die Querkraft zur äußeren Belastung $p(x) = M_x \cdot I_c / I_x$ des beiderseitig gelagerten Stabes, an dessen Enden die Stabendmomente $\mathfrak{M}_A = E I_c v'_A$ und $\mathfrak{M}_B = E I_c v'_B$ angreifen (Abb. 2).

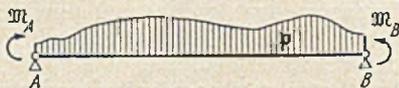


Abb. 2. Bestimmung der Stabneigung nach O. Mohr.

Mit den Mohrschen Bezeichnungen wird aus Gl. (6)

$$\bar{p} = \frac{P_c}{E I_c} \cdot \left\{ \frac{P(x)}{P_c} \cdot p - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{Q} \right\} \quad (7)$$

bzw.

$$\bar{p} = p_1 + p_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} p_1 = \frac{P_c}{E I_c} \cdot \left(\frac{P(x)}{P_c} \cdot p(x) \right) \\ p_2 = - \frac{P_c}{E I_c} \cdot \left(\frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}(x) \right) \end{array} \right.$$

Interessant an

$$\bar{p} = p_1 + p_2$$

ist der Anteil p_2 , wenn die Axialkraft sprunghaft veränderlich ist (Abb. 3).

Für x ist:

$$P' = \frac{dP}{dx} = \frac{P_{\text{rechts}} - P_{\text{links}}}{\Delta x} = \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

$$p_2 = - \frac{P_c}{E I_c} \cdot \frac{\Delta x}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}(x),$$

$$K_2 = p_2 \cdot \Delta x = - \frac{P_c}{E I_c} \cdot \frac{\Delta P}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}(x).$$

An der Stelle x , an der die Axialkraft P sich sprunghaft um ΔP ändert, ist also außer

$$p_2 = - \frac{P_c}{E I_c} \cdot \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}(x)$$

infolge des kontinuierlich veränderlichen Anteils der Axialkraft noch eine Einzelkraft

$$K_2 = - \frac{P_c}{E I_c} \cdot \frac{\Delta P}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}(x)$$

für die sprunghafte Änderung der Axialkraft anzusetzen.

Vorzeichen von

$$\Delta P = \begin{cases} + & \text{wenn die Axialkraft zunimmt,} \\ - & \text{wenn die Axialkraft abnimmt.} \end{cases}$$

Unter Beachtung dieses diskontinuierlichen Belastungsbildes muß nach Gl. (7) \bar{p} nun affin sein zu

$$\left\{ \frac{P(x)}{P_c} \cdot p - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{Q} \right\}$$

Iterationsvorschrift: Die geschätzte Verformungsfigur liefert

$$M_{00} \text{ und } v'_{00},$$

mit

$$p_{00} = I_c / I_x \cdot M_{00} \text{ und } \mathfrak{Q}_{00} = E I_c v'_{00}$$

ist jetzt

$$\bar{p}_0 = \left\{ \frac{P(x)}{P_c} \cdot p_{00} - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}_{00} \right\}.$$

Zu diesem \bar{p}_0 als äußere Querbelastung werden jetzt die Momente M_0 und die Achsenneigungen des statisch unbestimmten Systems berechnet. Aus diesem bestimmt sich wieder mit

$$p_0 = M_0 \cdot I_c / I_x, \quad \mathfrak{Q}_0 = E I_c v'_0$$

die neu anzusetzende Querlast

$$\bar{p}_1 = \left\{ \frac{P(x)}{P_c} \cdot p_0 - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{Q}_0 \right\}$$

und so fort.

Wird die veränderliche Axiallast nicht durch einen richtungstreuen Schub, sondern durch einen tangentialtreuen Schub hervorgerufen, so liegt die folgende Differentialgleichung vor:

$$(E I v'')'' + N(x) \cdot v'' = 0.$$

Die Affinitätsforderung lautet dann:

$$p = \frac{N_c}{E I_c} \cdot \left\{ \frac{N(x)}{N_c} \cdot M(x) \cdot \frac{I_c}{I_x} \right\}$$

Die Iterationsvorschrift hat dann folgende Form:

$$p_n = \frac{N_x}{N_c} \cdot \frac{I_c}{I_x} \cdot M_{n-1}.$$

Die Randbedingungen.

Beispiele siehe Abb. 4.

Bei der Berücksichtigung der Randbedingungen sind grundsätzlich zwei Fälle zu unterscheiden:

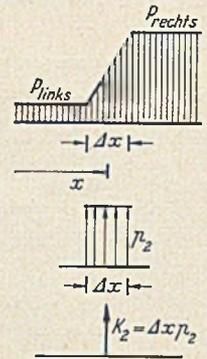


Abb. 3. Die ideale Querbelastung bei einem Axialkraftsprung.

¹ Wegen der Konvergenz vgl. [4] und [3].

a) P tritt in der Randbedingung nicht auf (z. B. Abb. 4 Nr. 3)

$$EI v'' = c \cdot v'$$

Diese Randbedingungen bieten keine besonderen Schwierigkeiten, da sie schon durch die Lösung des statischen Systems richtig erfaßt werden.

geometrisch bzw. statisch	Nr.1 $V=0$ $V''=0$	Nr.2 $V=0$ $V'=0$	Nr.3 $V=0$ $EIV''=CV'$
	$\mathfrak{M}=0$ $M=0$	$\mathfrak{M}=0$ $\mathfrak{D}=0$	$\mathfrak{M}=0$ $M=-\frac{C}{EI} \mathfrak{D}$
geometrisch bzw. statisch	Nr.4 $V''=0$ $V=C \cdot \{-(EIV'')'-Pv'\}$	Nr.5 $V''=0$ $(EIV'')'+Pv'=0$	Nr.6 $V=0$ $EIV''=PaV'$
	$M=0$ $\mathfrak{M}=C \cdot \{a - \frac{P}{EI} \mathfrak{D}\}$	$M=0$ $a - \frac{P}{EI} \mathfrak{D}=0$	$\mathfrak{M}=0$ $M=\frac{P}{EI} a \mathfrak{D}$
geometrisch bzw. statisch	Nr.7 $V''=0$ $-(EIV'')'-Pv'=\frac{P}{s} v$		Nr.8 $V''=0$ $V'''=0$
	$M=0$ $a - \frac{P}{EI} \mathfrak{D} = \frac{1}{s} \frac{P}{EI} \mathfrak{M}$		$M=0$ $\mathfrak{D}=0$

Abb. 4. Randbedingungen des gedrückten Stabes.

b) P tritt in den Randbedingungen auf (z. B. Abb. 4 Nr. 6)

$$EI v'' = P \cdot a \cdot v'$$

In diesem Fall wird die Randbedingung nicht alleine durch das statische System eliminiert. Da die Iterationsvorschrift auf den nur querbelasteten Stab zurückgeführt wurde, muß dies nun auch für die Randbedingung gesehen werden. Wie dies geschieht, sei an dem Beispiel von Abb. 4 Nr. 6 bei der Randbedingung

$$-EI v'' = P \cdot a \cdot v'$$

erläutert:

Genau wie die Differentialgleichung stellt jetzt auch die Randbedingung eine Affinitätsforderung dar. In unserem Fall:

$$M_A = P \cdot a \cdot v'_A = \frac{P_c}{EI_c} \cdot a \cdot \frac{P_A}{P_c} \cdot EI_c v'_A \quad (8)$$

In der Mohrschen Schreibweise:

$$M_A = \frac{P_c}{EI_c} \cdot a \cdot \left(\frac{P_A}{P_c} \cdot \mathfrak{D} \right) \quad (8)$$

Das Stabilitätsproblem ist gelöst, falls es gelingt, für das Stabfeld eine Belastung $p(x)$ und für das Stabende gleichzeitig eine Randbelastung M_A zu finden, die beide so beschaffen sein müssen, daß p die Affinitätsforderung Gl. (5) bzw. (7) und M_A die Affinitätsbeziehung Gl. (8) mit dem gleichen Affinitätsfaktor P_c/EI_c wie bei Gl. (5) oder (7) erfüllt.

Vorgehensweise (Iterationsvorschrift). Die Verformungsfigur wird grob geschätzt. Auf Grund der geschätzten Verformungsfigur wird mit

$$p_0 = M_0 \cdot \frac{I_c}{I} \text{ und } \mathfrak{D}_0 = EI_c v''_0$$

angesetzt:

$$p_0 = p_{00} \text{ bzw.: } \bar{p}_0 = \frac{P(x)}{P_c} \cdot p_{00} - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{D}_{00}$$

Außer dieser Querbelastung wird eine Randbelastung angesetzt:
Mit

$$EI_c v'_A = \mathfrak{D}_A$$

ist die Randbelastung

$$M_{A0} = a \cdot P_A / P_c \cdot \mathfrak{D}_{A0}$$

Zur Querbelastung p_0 und der Randbelastung M_{A0} werden die Momente $M_0(x)$ und Neigungen $EI_c v'_0(x) = \mathfrak{D}_0(x)$ des statischen Systems bestimmt.

Mit diesen erhält man dann mit $v_0 = M_0 \cdot I_c / I$

$$p_1 = p_0 \text{ bzw.: } \bar{p}_1 = \frac{P(x)}{P_c} \cdot p_0 - \frac{P'(x)}{P_c} \cdot \mathfrak{D}_0 \text{ und } M_{A1} = a \cdot \frac{P_A}{P_c} \cdot \mathfrak{D}_{A0}$$

und so fort.

Für die häufiger vorkommenden Randbedingungen, die P enthalten, wird in Abb. 5 die zusätzlich aufzubringende Randbelastung angegeben.

Dabei ist vorausgesetzt, daß wie bisher P_c/EI_c bestimmt wird, daß also mit den Verformungswerten

$$\mathfrak{M} = EI_c v \text{ und } \mathfrak{D} = EI_c v'$$

gerechnet wird. Es ist zu beachten, daß die positive Richtung von Q stets mit der positiven Richtung von \mathfrak{D} identisch ist. Bei veränderlicher Axialkraft $P(x)$ sind die angegebene

Randbedingung	Randlast der Iterationsvorschrift
 $v = -c \cdot \{(EIV'')' + P \cdot v'\}$	 $K_n = \mathfrak{D}_{A,n-1}$
 $(EIV'')' + P v' = 0$	 $K_n = \mathfrak{D}_{A,n-1}$
 $-EIV'' = P a v'$	 $M_n = a \mathfrak{D}_{A,n-1}$
 $-(EIV'')' - P v' = \frac{P}{s} v$	 $K_n = \left(\mathfrak{D}_A + \frac{\mathfrak{M}_A}{s} \right)_{n-1}$
 $v''' = 0$	 $K=0$

Abb. 5. Randbedingungen die P enthalten.

nen Randlasten noch mit dem für den entsprechenden Rand zutreffenden Faktor $P(x)/P_c$ zu multiplizieren.

Die Knotenpunkte: Abb. 6 zeigt den unverformten Knotenpunkt. Damit Gleichgewicht besteht, muß sein:

$$N_1 = -\frac{\sin(\alpha + \alpha_p)}{\sin \alpha} \cdot P \text{ und } N_2 = \frac{\sin \alpha_p}{\sin \alpha} \cdot P$$

Nach einer endlich kleinen Verformung liegt das Kräftebild Abb. 7 vor.

Das Gleichgewicht der Kräfte erfordert:

$$\sum \text{Kräfte in Richtung } \perp N_1 = 0: \\ -(EI y_1'')^* - N_1 \cdot y_1' + \{(EI y_2'')^* + N_2 \cdot y_2'\} \cdot \cos(\alpha - \pi) - \Delta N_2 \cdot \sin(\alpha - \pi) = 0$$

Aus Kontinuitätsgründen ist $y'_1 = y'_2$ damit wird aus der obigen Bedingung mit $Q = -(EI y''')'$

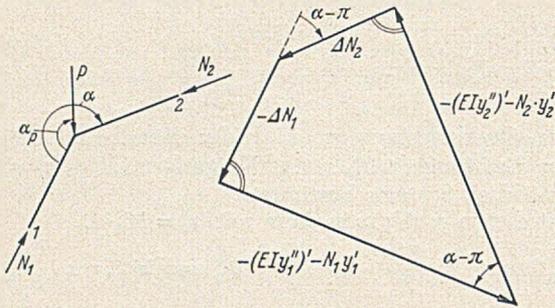
$$Q_1 + Q_2 \cdot \cos \alpha + \Delta N_2 \cdot \sin \alpha = \frac{P_c}{EI_c} \left(\frac{N_1}{P_c} + \frac{N_2}{P_c} \cos \alpha \right) \cdot EI_c y' \quad (9)$$


Abb. 6 u. 7. Gleichgewicht am Knotenpunkt.

$$\sum \text{Kräfte in Richtung } \perp N_2 = 0:$$

$$-(EI y_2''')' - N_2 \cdot y_2' + \{ (EI y_1''')' + N_1 \cdot y_1' \} \cdot \cos(\alpha - \pi) + \Delta N_1 \cdot \sin(\alpha - \pi) = 0;$$

$$Q_2 + Q_1 \cdot \cos \alpha - \Delta N_1 \cdot \sin \alpha = \frac{P_c}{EI_c} \left(\frac{N_2}{P_c} + \frac{N_1}{P_c} \cos \alpha \right) EI_c y' \quad (10)$$

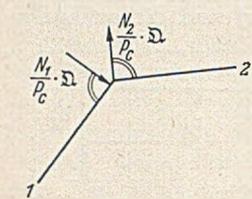


Abb. 8. Ideelle Querlasten am Knotenpunkt.

Aus Gl. (9) und (10) folgt, daß für die Iterationsrechnung am Knotenpunkt noch die Querlasten der Abb. 8 anzubringen sind.

Praktische Durchführung: Es empfiehlt sich, zur Rechnungsvereinfachung an Stelle der kontinuierlichen Last p mit den P -Gewichten:

ist jetzt die Neigung: $E I_c v'_A = 2l$

$$E I_c v'_1 = 2l - \left\{ \mathfrak{S}_0 + 0,5 \mathfrak{S}_1 + \frac{\lambda}{12} (p_0 - p_2) \right\}, \quad (\text{Parabel})$$

$$= 2l - \left\{ \mathfrak{S}_0 + \overline{\mathfrak{S}}_1^{\text{links}} \right\}, \quad (\text{Trapez})$$

$$E I_c v'_n = 2l - \left\{ \mathfrak{S}_0 + \mathfrak{S}_1 + \dots + \mathfrak{S}_{n-1} + \overline{\mathfrak{S}}_n^{\text{links}} \right\}.$$

Soweit bei veränderlicher Axiallast deren Verlauf numerisch vorgegeben ist, kann ihre Ableitung wie folgt errechnet werden:

$$P'(x) = P'_n = \frac{P_{n+1} - P_{n-1}}{2\lambda} \quad \text{bei stetigem Verlauf zwischen } n-1 \text{ bis } n+1$$

$$P_n = \left\langle \begin{array}{l} \frac{P_n - P_{n-1}}{\lambda} \text{ links} \\ \frac{P_{n+1} - P_n}{\lambda} \text{ rechts} \end{array} \right\rangle \quad \text{wenn bei } n \text{ eine Unstetigkeitsstelle vorliegt.}$$

Auswertung der Iteration:

Im allgemeinen genügt es, nach dem zweiten Iterationsschritt die Rechnung abzubrechen. Aus Gründen der bequemeren Zahlenrechnung ist es zweckmäßig, die Eingangswerte p_n mit einem Faktor so zu verzerren, daß die Größenordnung der p handlich ist. Die Auswertung, d. h. die Bestimmung des kritischen P_c erfolgt dann nach dem Rayleigh'schen Quotienten

$$P_{ck} = \frac{+\int v (EI v''') dx + \int v \cdot p dx}{-\int v \left(\frac{P_x}{P_c} \cdot v' \right) dx} = \frac{+\int v \cdot p dx}{-\int v \left(\frac{P_x}{P_c} \cdot v' \right) dx}$$

Für $P = \text{konst.}$ $P_k = \frac{+\int v \cdot p dx}{+\int v \cdot \frac{M}{EI} dx}$

	Bei gleichgroßen λ und Annäherung der p -Kurve durch stückweise stetige Parabelbögen	Trapezformel
$P_0 =$	$\frac{\lambda}{12} (3,5 p_0 + 3 p_1 - 0,5 p_2)$	$\frac{\lambda_1}{6} (2 p_0 + p_1)$
$P_m =$	$\frac{\lambda}{12} (p_{m-1} + 10 p_m + p_{m+1})$	$\frac{\lambda_m}{6} (p_{m-1} + 2 p_m) + \frac{\lambda_{m+1}}{6} (2 p_m + p_{m+1})$
$P_n =$	$\frac{\lambda}{12} (3,5 p_n + 3 p_{n-1} - 0,5 p_{n-2})$	$\frac{\lambda_n}{6} (p_{n-1} + 2 p_n)$

und an Stelle der $M I_c / I = M^* = p$ -Fläche mit den \mathfrak{S} -Gewichten rechnen:

	Parabelformel	Trapezformel
$\mathfrak{S}_0 =$	$\frac{\lambda}{12} (3,5 M_0^* + 3 M_1^* - 0,5 M_2^*)$	$\frac{\lambda_1}{6} (2 M_0^* + M_1^*)$
$\mathfrak{S}_m =$	$\frac{\lambda}{12} (M_{m-1}^* + 10 M_m^* + M_{m+1}^*)$	$\frac{\lambda_m}{6} (M_{m-1}^* + 2 M_m^*) + \frac{\lambda_{m+1}}{6} (2 M_m^* + M_{m+1}^*)$
$\mathfrak{S}_n =$	$\frac{\lambda}{12} (3,5 M_n^* + 3 M_{n-1}^* - 0,5 M_{n-2}^*)$	$\frac{\lambda_n}{6} (M_{n-1}^* + 2 M_n^*)$

(Vgl. F. Schleicher: Taschenbuch für Bauing. S. 256 u. S. 1477.)

Die Berechnung der Momente und Verformungen erfolgt dann wie üblich.

Die Berechnungen der Neigungen mit

$$\overline{\mathfrak{S}}_n^{\text{links}} = \frac{\lambda}{12} (-0,5 p_{n-2} + 3 p_{n-1} + 3,5 p_n), \quad (\text{Parabel})$$

$$= \frac{\lambda}{6} (p_{n-1} + 2 p_n) \quad (\text{Trapez})$$

oder nach dem Energieintegral, wobei in beiden Fällen die Integralausrechnung nach der Simpson-Regel durchgeführt wird.

Theorie II. Ordnung. Ist die kritische Normallast des Systems wie vorstehend berechnet, dann können Schnittgrößen und Verformungen der Theorie II. Ordnung genügend genau abgeschätzt werden nach

$$M^{II} \leq \frac{1}{1 - \frac{P_c \text{ vorhanden}}{P_c \text{ krit}}} \cdot M^I,$$

wobei M^I das Lastmoment nach der Theorie I. Ordnung ist.

Zahlenbeispiel: Die praktische Durchführung der Rechnung wird an dem Pylonrahmen der Abb. 9 gezeigt. Da antimetrische Knickung maßgebend wird, hat das Pro-

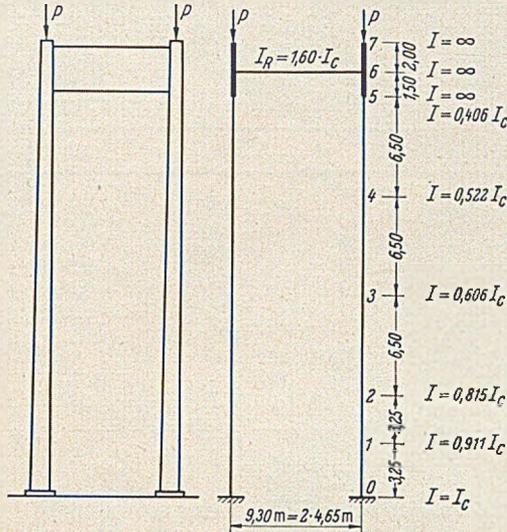


Abb. 9. Beispiel eines Pylonrahmens.

blem die gleiche Knicklast wie das System nach Abb. 10. Die Knotenkraftbelastung nach Abb. 8 wird durch die Auflagerkraft des Systems nach Abb. 10 von allein erfüllt. Der stetige Verlauf der Trägheitsmomente folgt daraus, daß sich das Pylonprofil sowohl in der Breite wie auch in der Tiefe nach oben zu konisch verjüngt.

Trägheitsmomentenverlauf.

Pkt.	0	1	2	3	4	5	6	7
I	I_c	$0,911 \cdot I_c$	$0,815 \cdot I_c$	$0,606 \cdot I_c$	$0,522 \cdot I_c$	$0,406 \cdot I_c$	∞	∞
I_c/I	1,00	1,10	1,23	1,65	1,92	2,46	0	0

Im vorliegenden Fall tritt P in den Randbedingungen auf. Nach Abb. 5 ist demnach der Rand hier noch mit dem Moment $M_A = b \cdot 2l$ zu belasten.

Da aber in dem hier vorliegenden Beispiel $2l(M_{n-1}) = A(p_n)$ ist, wird der Rand mit $M_A = b \cdot A$ belastet.

Das System der Abb. 11 erfüllt mit seiner Belastung sowohl die Iterationsvorschrift wie auch die Randbedingungen für die Iteration.

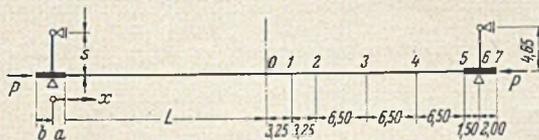


Abb. 10. Ersatzsystem für den Pylonrahmen.

Es ist als System 1-fach statisch unbestimmt. Als statisch Unbestimmte wird eingeführt $X = M_R$ (Abb. 12).

Im vorliegenden Fall ist

$$L = 26,00 \text{ m} = 1,0000 L$$

$$a = 1,5 \text{ m} = 0,0577 L$$

$$b = 2,0 \text{ m} = 0,0770 L$$

$$s = 4,65 \text{ m} = 0,179 L$$

Berechnung der elastischen Systemwerte:

$$\int_{s=4,65 \text{ m}} M_1^2 \cdot I_c / I \cdot ds = \frac{1}{3} \cdot 1,6 \cdot 0,179 L = 0,0955 L.$$

Pkt.	M_1	$\frac{I_c}{I} M_1$	$M_1^2 \frac{I_c}{I}$
0	-1	-1,00	1,00
2	-1	-1,23	1,23
3	-1	-1,65	1,65
4	-1	-1,92	1,92
5	-1	-2,46	2,46
6	-1	0	0

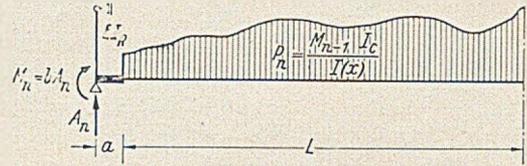


Abb. 11. Iterationsbeziehungen für die Querlast.

$$E I_c \delta_{11} = \int M_1^2 I_c / I \cdot ds, \quad \text{Integration nach Simpson-Regel,}$$

$$\Delta x = L/4; \quad \Delta x/3 = L/12;$$

$$E I_c \delta_{11} = 0,0955 \cdot L + \frac{L}{12} (1,00 + 4 \cdot 1,23 + 2 \cdot 1,65 + 4 \cdot 1,92 + 2,46) = 1,709 \cdot L.$$

Geschätzter p_0 -Verlauf s. Abb. 13.

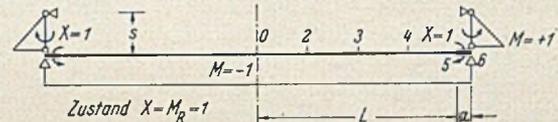


Abb. 12. Zustand $X = 1$.

Aus dem angenommenen p -Verlauf folgen mit

$$\lambda = L/4, \quad \lambda/12 = L/48$$

die P -Gewichte

$$\frac{1}{2} P_0 = \frac{L}{48} (3,5 \cdot 10 + 3 \cdot 9 - 0,5 \cdot 7) = 1,22 L, \quad P_0 = 2,44 L$$

$$P_2 = \frac{L}{48} (7 + 10 \cdot 9 + 10) = 2,23 L,$$

$$P_3 = \frac{L}{48} (0 + 10 \cdot 7 + 9) = 1,65 L,$$

$$P_4 = \frac{L}{48} (+7 + 0 - 7) = 0$$

$$P_5 = \frac{L}{48} (-3,5 \cdot 7 + 0 - 0,5 \cdot 7) = -0,58 L,$$

$$A = 4,52 \cdot L,$$

$$M_A = 0,077 L \cdot 4,52 L = 0,35 L^2.$$

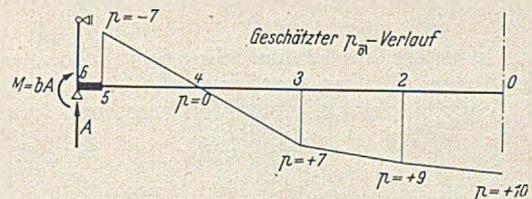


Abb. 13. Ausgangsbelastung.

Berechnung der M_0 (Momente des statisch bestimmten Hauptsystems) erfolgt tabellarisch.

Pkt.	P	Q	M
6	0	4,52	0,35
5	-0,58	5,10	0,61
4	0	5,10	1,88
3	+1,65	3,45	3,16
2	+2,23	1,22	4,02
0	+2,44	-1,22	4,33

Berechnung des Integrals $\int M_1 M_0 \frac{I_c}{I} ds$

Pkt.	$M_1 \cdot \frac{I_c}{I}$	M_0	$M_1 \cdot M_0 \cdot \frac{I_c}{I}$
0	-1,00	+4,33	-4,33
2	-1,23	+4,02	-4,95
3	-1,65	+3,16	-5,21
4	-1,92	+1,88	-3,61
5	-2,46	+0,61	-1,50
6	0	+0,35	0

$\cdot L^2$

$E I_c \delta_{10} = \int M_1 \cdot M_0 \cdot I_c / I \cdot ds$, Integration nach Simpsonregel

$\Delta x = L/4, \Delta x/3 = L/12.$

$E I_c \delta_{10} = -L^3/12 (4,33 + 4 \cdot 4,95 + 2 \cdot 5,21 + 4 \cdot 3,61 + 1,50) = -4,20 L^3,$

$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = +\frac{4,20}{1,709} L^2 = +2,45 L^2.$

Die Momente $M_{0\bar{1}}$ des ersten Iterationsschritts im statisch unbestimmten System ergeben sich aus der Überlagerung der Momente M_0 aus dem Hauptsystem mit der statisch Unbestimmten X_1 .

$M_{0\bar{1}} = M_0 + X_1 \cdot M_1$; hier $M_1 = \text{konst} = -1.$

Aus diesen Momenten folgt die neue Querbelastung zu $p_{1\bar{1}} = I_c / I_x \cdot M_{1\bar{1}}$. Diese wird noch affin so verzerrt, daß sie im Punkt 0 wieder die gleiche Größe hat wie die Ausgangslast $p_{0\bar{1}}$. Da die erste $p_{0\bar{1}}$ -Schätzung nur eine grobe Näherung darstellte, kann die neue Last noch so aufgerundet werden, daß sich ganze Zahlen ergeben:

Pkt.	$M_{0\bar{1}}$	$p_{1\bar{1}} = I_c / I_x \cdot M_{0\bar{1}}$	Verzerrt und aufgerundet $p_{1\bar{1}}^* \approx 10/1,88 \cdot p_{1\bar{1}}$
0	+1,88	+1,88	+10
2	+1,57	+1,93	+10
3	+0,71	+1,17	+6
4	+0,57	-1,10	-6
5	-1,84	-4,53	-24

Nach den weiteren Iterationsschritten erhält man auf gleiche Weise

Pkt.	$p_{0\bar{1}}$	$M_{0\bar{1}}$	Verzerrt $p_{1\bar{1}}$	$M_{1\bar{1}}$	Verzerrt $p_{2\bar{1}}$	$M_{2\bar{1}}$	$M_{2\bar{1}} \cdot I_c / I$	Zum Vergleich verzerrt $p_{3\bar{1}}$
5	-7	-1,84	-24	-1,52	-20,5	-1,425	-3,510	-20,18
4	0	-0,57	-6	-0,67	-7,1	-0,678	-1,300	-7,46
3	+7	+0,71	+6	+0,58	+5,2	+0,517	+0,802	+4,61
2	+9	+1,57	+10	+1,49	+10	+1,429	+1,756	+10,08
0	+10	+1,88	+10	+1,81	+10	+1,742	+1,742	+10,00

Zu den Momenten des letzten Schrittes werden zwecks Bildung des Rayleighschen Quotienten die Verformungen infolge $I_c / I_x \cdot M_{2\bar{1}}$ mittels \mathfrak{W} -Gewichten berechnet.

$\lambda = L/4; \lambda/12 = L/48.$

$\frac{1}{2} \mathfrak{W}_0 = L^3/48 (3,5 \cdot 1,742 + 3 \cdot 1,756 - 0,5 \cdot 0,802) = +0,2283 \cdot L^3,$

$\mathfrak{W}_2 = \frac{L^3}{48} (1,74 + 10 \cdot 1,756 + 0,80) = +0,419 \cdot L^3,$

$\mathfrak{W}_3 = \frac{L^3}{48} (1,76 + 10 \cdot 0,802 - 1,30) = +0,177 \cdot L^3,$

$\mathfrak{W}_4 = \frac{L^3}{48} (+0,80 - 10 \cdot 1,300 - 3,51) = -0,327 \cdot L^3,$

$\mathfrak{W}_5 = \frac{L^3}{48} (-3,5 \cdot 3,510 - 3 \cdot 1,300 - 0,5 \cdot 0,802) = -0,346 \cdot L^3,$

$\mathfrak{W} = +0,151 \cdot L^3.$

Aus den \mathfrak{W} -Gewichten folgen die Verformungen

Pkt.	\mathfrak{W}	\mathfrak{Q}	$\mathfrak{M} = E I_c v$
6	0		0
5	-0,346	+0,151	+0,0087
4	-0,327	+0,497	+0,1330
3	+0,177	+0,824	+0,3390
2	+0,419	+0,647	+0,5009
0	+0,457	-0,228	+0,5579

$\cdot L^4$

Rayleigh'scher Quotient:

$$P_k = \frac{\int v \cdot p \, dx}{\int v \cdot \frac{M}{EI} \, dx} = \frac{\int p \cdot (E I_c v) \cdot \frac{dx}{l}}{\frac{1}{l^2} \int \left(M \cdot \frac{I_c}{I} \right) \cdot (E I_c v) \cdot \frac{dx}{l}} = \frac{Z E I_c}{N l^2}.$$

Integration erfolgt nach der Simpson-Regel.

Die Berechnung der einzelnen Integrationspunkte wird tabellarisch durchgeführt.

Pkt.	$E I_c v$	$M \cdot \frac{I_c}{I}$	p	$E I_c v \cdot p$	$E I_c v \cdot M \cdot \frac{I_c}{I}$
0	+0,5579	+1,742	10	+5,58	+0,973
2	+0,5009	+1,756	10	+5,01	+0,880
3	+0,3390	+0,802	5,2	+1,76	+0,272
4	+0,1330	-1,300	-7,1	-0,95	-0,173
5	+0,0087	-3,510	-20,5	-0,17	-0,031

$\frac{\Delta x}{l} = \frac{1}{4}; \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta x}{l} = \frac{1}{12};$

$Z = \frac{1}{12} (5,58 + 4 \cdot 5,01 + 2 \cdot 1,76 - 4 \cdot 0,95 - 0,17) = \frac{25,17}{12},$

$N = \frac{1}{12} (0,973 + 4 \cdot 0,880 + 2 \cdot 0,273 - 4 \cdot 0,173 - 0,031) = \frac{4,314}{12},$

$P_k = \frac{25,17}{4,314} \cdot \frac{E I_c}{L^2} = 5,83 \cdot \frac{E I_c}{L^2} = \frac{\pi^2 E I_c}{s_k^2},$

$s_k = 1,30 L.$

Literatur.

1. Vianello: Z. VDI 22 (1911) S. 33.
2. Pflüger: Stabilitätsprobleme der Elastostatik, Berlin 1950, S. 203.
3. a) Collatz: Eigenwertprobleme und ihre numerische Behandlung, Leipzig 1945, S. 177.
b) Collatz: Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen, Leipzig 1949, S. 159.
4. H. Wielandt: Math. Z. 50 (1944) S. 93-143.

BLEICYANAMID DK 825

Es hat gut lachen!

Das neue Rostschutzmittel auf Bleibasis ist leicht verstreichbar, ergiebig, nicht eindickend, daher Arbeit und Material ersparend. Auskunft und technische Beratung durch den Hersteller des Pigmentes

Duisburger Kupferhütte
Duisburg



Rothe Erde

KUGEL-DREHVERBINDUNGEN

Pat. ang.

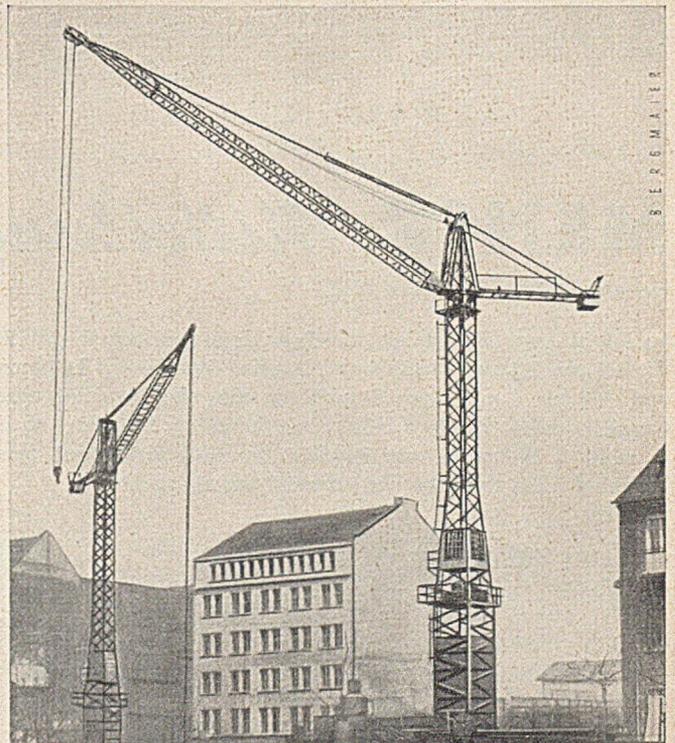
FÜR BAGGER UND DREHKRANE

Doppelreihige- dreiteilige Kugellager zur Aufnahme hoher Axialkräfte und Kippmomente

KEIN KONIGSZAPFEN MEHR!



EISENWERK *Rothe Erde*
GMBH · DORTMUND, Tremoniastraße 9



WOLFF KRANE
HEILBRONN/NECKAR

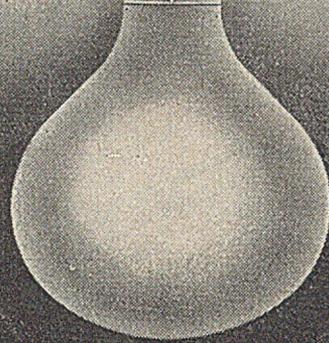
**DER
FACHMANN
KENNT**

**PLASTIMENT
PLASTOCRETE
BINDA
BETOWA
ANTISOL**

VACUUM CONCRETE VERFAHREN
(General-Vertretung für das Bundesgebiet)

PLASTIMENT GMBH.
KARLSRUHE · POSTFACH 200 · TELEFON 9644

LORENZ
BETON-BOHRPFAHL



bei unsicherem Baugrund,
bedrohten Bauwerken,
Spundwandverankerungen
u. sonstigen Tiefgründungen

ALLGEMEINE BAUGESELLSCHAFT
LORENZ & CO. M. B. H.
BERLIN-WILMERSDORF

LORENZ-BAU
G. M. B. H.
ISERLOHN

ALLGEMEINE BAUGESELLSCHAFT
LORENZ & CO.
LUBECK · HAMBURG · KIEL

MENCK-Mitteilung

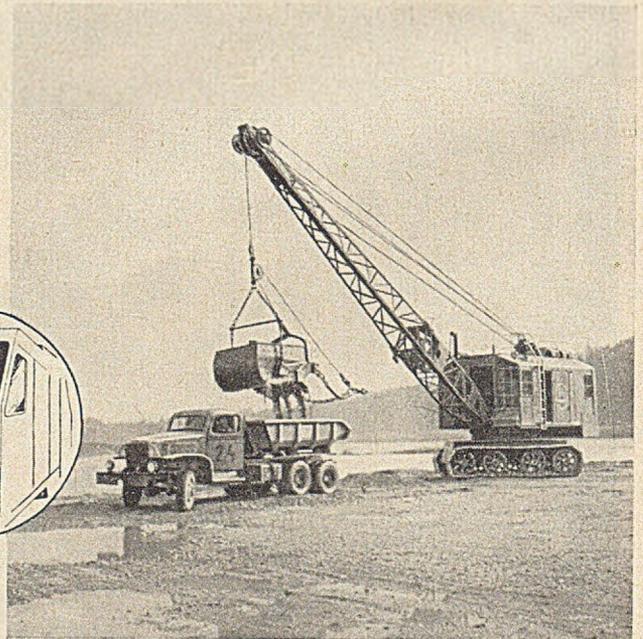
Hamburg-Altona, März 1953

Im Inntal (rechts) hat ein einziger Eimerseilbagger „M 250“ mit seinem 2,3-cbm-Eimer das Material für einen 4 km langen und bis zu 8 m hohen Staudamm ausgehoben. Pro Minute wurde konstant mit je 2 Hüben ein Fahrzeug beladen, so daß in rund 3 Monaten fast 300 000 cbm Kies eingebaut waren. Das sind 3200 cbm am Tag; diese Leistung spricht für sich.

Spezielle Konstruktions-Merkmale sind die Grundlage besserer Leistungen. Auch die Menck-Kleinhebeleie gehört dazu. Dem Baggerführer ist es dadurch möglich, vom bequemen Polstersitz aus sein Gerät spielend leicht zu bedienen. Er „tippt“ die Hebel an — der Bagger reagiert.

Menck - Bagger, durch Qualität weltbekannt!

MENCK & HAMBROCK GMBH



Über die mittragende Wirkung einer zweiaxial gewellten Stahlplatte („Wellstahlplatte“) als Gurt von Trägern.

Von Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. C. Weber, Schlewecke (Nette).

I. Beschreibung des Problems.

In dem Bestreben, Plattenkonstruktionen möglichst leicht zu halten, schlägt die Firma Stahlbau Rheinhausen an Stelle einer ebenen Platte eine zweiaxial gewellte Stahlplatte vor und regte damit die in dieser Arbeit niedergelegten Untersuchungen an. Diese Platte besteht aus quadratischen oder rechteckigen Feldern, die in einer Schachbrettanordnung abwechselnd nach oben und unten gewölbt sind (Abb. 1). Die Form der Wölbung ist so ge-

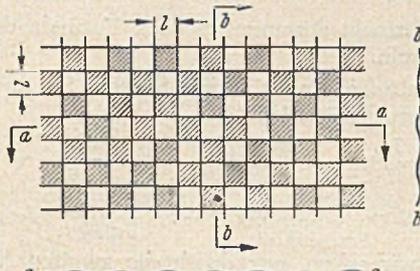


Abb. 1. Zweiaxial gewellte Stahlplatte.

wählt, daß im Abstand l gerade, parallele Wendelinien der betrachteten Fläche entstehen, die Quadrate von der Kantenlänge l bilden (Abb. 2). Die Dicke h der Wellstahlplatte sei wesentlich kleiner als die Kantenlänge l , so daß die Theorie dünner Platten und flacher Schalen angewandt werden kann.

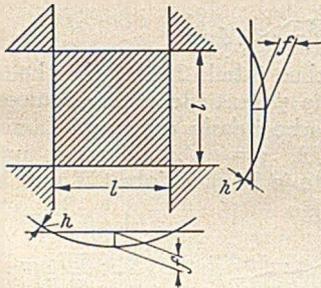


Abb. 2. Quadratisches Feld.

Der Zweck der vorliegenden Abhandlung ist eine Untersuchung der mittragenden Wirkung einer solchen Wellstahlplatte als Gurt von Trägern. Die Trägerschar sei in folgender Weise angeordnet (Abb. 3):

In x -Richtung werden unter jeder Wendelinie der gewölbten Fläche, also im Abstand l , Träger angebracht. Diese Träger werden als Längsträger bezeichnet. Senkrecht zu den Längsträgern in y -Richtung befinden sich, auch immer unter einer Wendelinie, die wesentlich steiferen Querträger. Die Wellstahlplatte mit den Längs- und Quer-

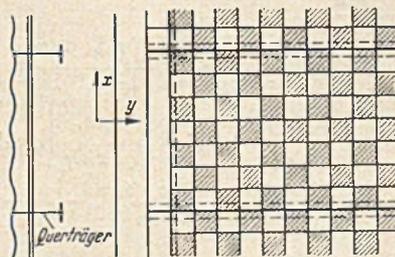


Abb. 3. Anordnung der Träger.

trägern stellt eine Platte dar, die von Hauptträgern gestützt wird.

Unsere Aufgabe wird sein, das elastische Verhalten einer solchen Wellstahlplatte unter Normal- und Schubkräften in ihrer Mittelebene zu bestimmen. Mit der Kennt-

nis dieser Spannungs- und Zerrungszustände werden wir dann die mittragende Wirkung der zweiaxial gewellten Stahlplatte als Obergurt der Haupt-, Längs- und Querträger ermitteln.

II. Beziehungen zwischen den Zerrungen und Verschiebungen

Die Gleichung der Mittelfläche der Wellstahlplatte sei im unbelasteten Zustand (Abb. 4)

$$z = f \cos(\pi x/l) \cdot \cos(\pi y/l). \quad (1)$$

Hierbei ist f/l klein gegen eins, so daß wir die Wellstahlplatte als flache Schale betrachten können. Infolge einer Belastung ergeben sich die Verschiebungen

- u in x -Richtung
- v in y -Richtung
- w in z -Richtung.

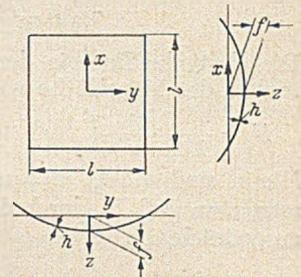


Abb. 4.

Mittelfläche eines Feldes.

Um die Zerrungen ϵ_x , ϵ_y und γ_{xy} zu bestimmen, zerlegen wir diese in die Zerrungen der Mittelfläche und die Zerrungen infolge der Biegung der Wellstahlplatte.

1. Zerrungen der Mittelfläche.

Wir berechnen zuerst die Normalzerrung ϵ_x . Das Bogenelement in der x - z -Ebene ist

$$dl = \sqrt{dx^2 + dz^2} = dx \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2} \approx dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right].$$

Infolge einer Belastung treten die Verschiebungen u und w auf, so daß das Bogenelement im belasteten Zustand die Verlängerung $\epsilon_l dl$ erfährt:

$$dl(1 + \epsilon_l) = \sqrt{(dx + du)^2 + (dz + dw)^2}.$$

Da der Stuch f sehr viel kleiner als die Spannweite l ist, so wird

$$\epsilon_l \approx \epsilon_x; \quad dl \approx dx$$

und somit

$$\epsilon_x = \frac{dl(1 + \epsilon_x) - dl}{dl},$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (2)$$

In dieser Gleichung ist zwar $\partial z/\partial x$ klein gegen eins, jedoch w groß im Vergleich zu u , so daß das zweite Glied nicht vernachlässigt werden kann.

Aus der gleichen Betrachtung in der y - z -Ebene erhalten wir die Normalzerrung ϵ_y :

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (3)$$

Um die Schiebung oder Tangentialzerrung γ_{xy} zu ermitteln, führen wir nach Abb. 5 das Koordinatensystem x', y' ein, das gegen das System x, y um 45° gedreht ist, bestimmen $\epsilon_{x'}$, $\epsilon_{y'}$ und finden daraus $\gamma_{xy} = \epsilon_{x'} - \epsilon_{y'}$.

Es sind dann:

$$\epsilon_{x'} = \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial z}{\partial x'} \frac{\partial w}{\partial x'},$$

$$\epsilon_{y'} = \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial z}{\partial y'} \frac{\partial w}{\partial y'}.$$

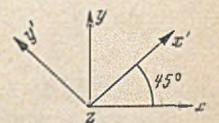


Abb. 5. Gedrehtes Koordinatensystem.

Durch Transformation vom x', y', z -System zum x, y, z -System folgt

$$\epsilon_{x'} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right),$$

$$\epsilon_{y'} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \left(-\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right).$$

Die gesuchte Tangentialzerrung wird

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{x'} - \varepsilon_{y'} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (4)$$

Die Gl. (2), (3) und (4) geben an, wie die Zerrungen aus den Verschiebungen zu berechnen sind. In den Gl. (2), (3) und (4) haben wir die gesuchten Zerrungs-Verschiebungs-Gleichungen gefunden.

Aus den Zerrungen der Mittelfläche folgen nach dem Hookeschen Gesetz die Spannungen:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x), \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Die elastische Energie der flachen Schale infolge der Zerrungen der Mittelfläche wird

$$\Pi_1 = \frac{E h}{2(1-\nu^2)} \iint \left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y - \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy}^2 \right] dx dy.$$

Hierin sind ε_x , ε_y , γ_{xy} nach Gl. (2), (3) und (4) einzusetzen, so daß Π_1 durch die Ableitungen von u , v und w ausgedrückt ist.

2. Zerrungen infolge der Biegung.

Wir berechnen wieder zuerst die Zerrung ε_x . Die Nei-

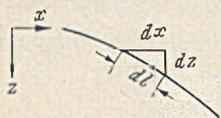


Abb. 6. Neigung dz/dx .

$$\alpha + \delta\alpha = \frac{dz + dw}{dx + du} \approx \frac{\partial z}{\partial x} \left(1 - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$\text{also} \quad \delta\alpha = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Da $\partial z/\partial x < 1$ ist und da weiter die Verschiebungen u und v klein sind im Vergleich zur Durchbiegung w , vernachlässigen wir $\partial z/\partial x \cdot \partial u/\partial x$ gegen $\partial w/\partial x$, und es bleibt

$$\delta\alpha = \partial w/\partial x.$$

Wir betrachten nun eine Faser in dem x - z -Querschnitt der Schale, die um ζ von der Mittelfläche entfernt ist (Abb. 7). Bei der Biegung bleibt die Mittelfläche unverzerrt, während die Fasern im Abstand ζ verkürzt werden. Der Winkel zwischen zwei benachbarten Normalen ist im unbelasteten Zustand $\partial\alpha/\partial x \cdot dx$. Infolge einer Belastung ändert sich dieser Winkel um $\partial(\delta\alpha/\partial x) \cdot dx$. Da $\delta\alpha = \partial w/\partial x$ ist, ändert sich also der Winkel zwischen zwei benachbarten Normalen um $\partial^2 w/\partial x^2 \cdot dx$. Die Längenänderung einer Faser im Abstand ζ von der Mittelfläche ist dann $-\zeta \partial^2 w/\partial x^2 \cdot dx$.

Die Zerrung dieser Faser wird

$$\varepsilon_x = -\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.$$

Ebenso wird

$$\varepsilon_y = -\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.$$

Die Schiebung berechnen wir hier auf dieselbe Weise wie bei der Untersuchung der Mittelfläche unter 1. und erhalten

$$\gamma_{xy} = -\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Abb. 7. Zerrungen infolge Biegung.

Nach dem Hookeschen Gesetz werden die Biegespannungen

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \zeta, \\ \sigma_y &= -\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \zeta, \end{aligned} \right\}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{E}{1-\nu^2} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \zeta.$$

Die Momente je Längeneinheit sind

$$m_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \zeta d\zeta = -\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right),$$

$$m_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y \zeta d\zeta = -\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right),$$

$$m_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} \zeta d\zeta = -\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Diese Formeln stimmen mit den Formeln der Platten-theorie überein.

Die elastische Energie der flachen Schale bei einer Biegebeanspruchung wird

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{h^3}{12} \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy.$$

Π_2 ist, wie wir sehen, nur durch die zweiten Ableitungen von w ausgedrückt.

3. Potentielle Energie der äußeren Kräfte.

Ist die flache Schale mit einer kontinuierlichen Flächenlast p senkrecht zur Mittelebene belastet, so ist die potentielle Energie der Belastung

$$-A_1 = -\iint p w dx dy.$$

Wirken auf den Rand der flachen Schale Kräfte aber keine Momente, so kommt noch die potentielle Energie dieser Randkräfte hinzu. Ist die flache Schale durch die Linien $x = -l/2$, $x = +l/2$, $y = -l/2$, $y = +l/2$ begrenzt und sind die gegebenen Randkräfte je Längeneinheit X und Y , so wird ihre potentielle Energie

$$\begin{aligned} -A_2 &= -\int_{-l/2}^{+l/2} [(uX + vY)_{x=l/2} - (uX + vY)_{x=-l/2}] dy - \\ &\quad - \int_{-l/2}^{+l/2} [(uX + vY)_{y=l/2} - (uX + vY)_{y=-l/2}] dx. \end{aligned}$$

4. Die gesamte potentielle Energie.

Die potentielle Energie des gesamten Systems setzt sich zusammen aus der elastischen Energie der Schale und aus der potentiellen Energie der Belastung. Für das Gebiet $-l/2 \leq x \leq +l/2$, $-l/2 \leq y \leq +l/2$ mit gegebener Flächenbelastung p und gegebenen Randkräften X und Y erhalten wir:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 - A_1 - A_2.$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \left\{ \frac{1}{2} \frac{E h}{1-\nu^2} \iint_{-l/2}^{+l/2} \left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy}^2 \right] dx dy \right\}_{\text{Mittelfläche}} + \left\{ \frac{1}{2} \frac{E h}{1-\nu^2} \frac{h^3}{12} \iint_{-l/2}^{+l/2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \right\}_{\text{Biegung}} - \\ &\quad - \int_{-l/2}^{+l/2} p w dx dy - \int_{-l/2}^{+l/2} [(uX + vY)_{x=l/2} - (uX + vY)_{x=-l/2}] dy - \\ &\quad - \int_{-l/2}^{+l/2} [(uX + vY)_{y=l/2} - (uX + vY)_{y=-l/2}] dx. \end{aligned} \quad (6)$$

III. Gleichgewichtsbedingungen.

Aus dem Minimalprinzip der potentiellen Energie folgt, daß die erste Variation von Π Null ist:

$$\delta \Pi = 0.$$

Hieraus lassen sich die Gleichgewichtsbedingungen bestimmen.

Wenn wir die potentielle Energie variieren, so dürfen wir in dem Integranden nur voneinander unabhängige Größen variieren, das sind hier die Verschiebungen u, v, w . Um die Gleichgewichtsbedingungen des Innengebietes der flachen Schale zu finden, genügt es anzunehmen, daß die Randverschiebungen u, v, w und die Randneigungen $\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}$ gegeben sind. Dann fällt das Integral der äußeren Randkräfte fort, und $\delta u, \delta v, \delta w$ und $\frac{\partial \delta w}{\partial x}, \frac{\partial \delta w}{\partial y}$ werden am Rande Null.

1. Wir variieren u um δu . Nur in Π_1 kommen Ableitungen von u vor, so daß wir nur diesen Teilausdruck von Π zu variieren brauchen.

Wegen Gl. (2) wird

$$\frac{1}{2} \frac{E h}{1-\nu^2} \iint \left[2 \varepsilon_x \frac{\partial \delta u}{\partial x} + 2 \nu \varepsilon_y \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{1-\nu}{2} 2 \gamma_{xy} \frac{\partial \delta u}{\partial y} \right] dx dy = 0.$$

Durch partielle Integration des Ausdrucks unter dem Doppelintegral folgt

$$\frac{E h}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} \right] \delta u = 0.$$

Nach Gl. (5) erhalten wir die erste Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0. \quad (7a)$$

2. Ebenso ergibt die Variation von v um δv die zweite Gleichgewichtsbedingung.

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0. \quad (7b)$$

3. Variation von w um δw .

Wegen Gl. (2, 3, 4) wird aus Gl. (6)

$$\begin{aligned} & \frac{E h}{1-\nu^2} \iint \left[\varepsilon_x \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \varepsilon_y \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial y} + \nu \varepsilon_y \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \nu \varepsilon_x \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial y} + \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right) \right] dx dy + \\ & + \frac{E h}{1-\nu^2} \frac{h^2}{12} \iint \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} + \right. \\ & \left. + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \right) + \right. \\ & \left. + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} \right] dx dy - \iint p \delta w dx dy = 0. \end{aligned}$$

Nach partieller Integration erhalten wir für den Integranden

$$\begin{aligned} & - \frac{E h}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \right. \\ & + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_y \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_x \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] + \\ & + \frac{1-\nu}{2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma_{xy} \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_{xy} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] \left. \right\} + \\ & + \frac{E h}{1-\nu^2} \frac{h^2}{12} \Delta \Delta w - p = 0. \end{aligned}$$

Nach Gl. (5) folgt daraus die dritte Gleichgewichtsbedingung.

$$\begin{aligned} & - h \left(\sigma_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \tau_{xy} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) + \\ & + \frac{E h^3}{12 (1-\nu^2)} \Delta \Delta w - p = 0. \quad (7c) \end{aligned}$$

Die Gleichgewichtsbedingungen Gl. (7) lassen sich auch anschaulich herleiten. Bei den ersten beiden Gleichgewichtsbedingungen der Kräfte in x - und y -Richtung muß dann darauf geachtet werden, daß im Falle der flachen Schale der Winkel $\alpha = \frac{\partial z}{\partial x}$ so klein ist, daß $\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2$ bzw. $\left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2$ gegen eins vernachlässigt werden kann. Unter dieser

Voraussetzung erhalten wir die Gleichgewichtsbedingungen (7a) und (7b), die ebenso lauten wie bei einer Scheibe.

Die letzte Gleichgewichtsbedingung läßt sich wie folgt deuten: In den senkrechten Schnittflächen einer durch p belasteten flachen Schale treten Kräfte $\sigma_x h$ usw. und Momente auf. Die Mittelfläche der Schale hat die wirklichen Verschiebungen u, v, w . Zu diesen Verschiebungen gehören die Kräfte $\sigma_x h$ usw. Wirken nur diese Scheibenkräfte, nicht aber die Momente, so gibt es eine Belastung p_1 , mit der diese Kräfte im Gleichgewicht sind. Weiter treten infolge der Verschiebungen w Momente auf wie bei einer Platte. Diese Momente werden durch Querkräfte übertragen. Die Querkräfte sind im Gleichgewicht mit einer Belastung p_2 . Zwischen w und p_2 besteht unter Voraussetzung der getroffenen Vernachlässigungen die bekannte Beziehung, die durch die Plattentheorie gegeben ist. Die gesamte Belastung der flachen Schale wird $p = p_1 + p_2$, und man erhält die Gleichgewichtsbedingung (7c).

IV. Einführung der Spannungsfunktion

Die Gleichgewichtsbedingungen (7a) und (7b) werden erfüllt durch eine Spannungsfunktion $F(x, y)$, die wir durch folgende Bedingungen definieren:

$$\sigma_x = E \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = E \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -E \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \quad (8)$$

Ersetzen wir die Spannungen in der dritten Gleichgewichtsbedingung, Gl. (7c), durch die Ableitungen der Spannungsfunktion, so ergibt sich

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - K \Delta \Delta w + \frac{p}{E h} = 0 \quad (9)$$

mit

$$K = \frac{h^2}{12 (1-\nu^2)}. \quad (9a)$$

Aus Gl. (5) folgt

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= -2 \frac{1+\nu}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Ersetzen wir in diesen Gleichungen die Zerrungen der Mittelfläche durch die Verschiebungen nach den Gl. (2, 3, 4) und die Spannungen durch die Ableitungen der Spannungsfunktion F nach Gl. (8), so ergibt sich

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (11a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (11b)$$

$$-\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 2(1+\nu) \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (11c)$$

Differenzieren wir Gl. (11a) zweimal partiell nach y , Gl. (11b), zweimal partiell nach x und Gl. (11c) nach x und y , und addieren wir die so differenzierten Gl. (11), so erhalten wir

$$\Delta \Delta F + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (12)$$

Gl. (9) und (12) sind offenbar die beiden Grundgleichungen für den Spannungs- und Verschiebungszustand der flachen Schale. Sind zwei Funktionen $F(x, y)$ und $w(x, y)$ bekannt, die das System von zwei partiellen Differentialgleichungen vierter Ordnung, Gl. (9) und Gl. (12), erfüllen, so sind nach Gl. (8) die Spannungen bekannt und nach Gl. (10) die Zerrungen. Aus Gl. (11) ergeben sich durch Integration die beiden Verschiebungen u und v .

Gl. (9) ist die Gleichgewichtsbedingung zwischen den Spannungen und der Belastung und Gl. (12) die Verträglichkeitsbedingung für die Verschiebungen.

V. Die Minimalsätze der Elastizitätstheorie.

Ist ein elastischer Körper durch äußere Kräfte belastet, so sind an jedem Punkt seiner Oberfläche entweder die Komponenten der Belastung oder die Komponenten der Verschiebung gegeben. Die Bestimmung des Spannungs-Zerrungs-Zustandes kann dann mit Hilfe des Satzes vom Minimum der potentiellen Energie oder des Satzes vom Minimum der Ergänzungsenergie erfolgen. Im weiteren werden beide Sätze kurz dargelegt und für den Fall der flachen Schale spezialisiert.

1. Satz vom Minimum der potentiellen Energie.

Unter der Belastung des Körpers stellt sich der wahre Verschiebungszustand u_w, v_w, w_w ein. Wir vergleichen den wahren Verschiebungszustand mit einem beliebigen anderen Verschiebungszustand u, v, w , von dem wir nur verlangen, daß an den Oberflächenpunkten die vorgegebenen Verschiebungskomponenten verwirklicht sind.

Aus diesen Verschiebungen bestimmen wir die Zerrungen und daraus die elastische Energie des Körpers. Diese Energie bezeichnen wir als Zerrungsenergie. Berechnen wir nach dem Hookeschen Gesetz die Spannungen, so brauchen diese bei dem gewählten Ansatz von u, v, w allgemein nicht den Gleichgewichtsbedingungen zu genügen.

Die Zerrungsenergie ist ein Teil der gesamten potentiellen Energie. Hierzu kommt für die Oberflächenpunkte, für die die Komponenten der Belastung gegeben sind, noch die potentielle Energie der Belastungskomponenten. Für ein Oberflächenelement dO sei z. B. die Kraft in x -Richtung $p_x dO$ gegeben; nach unserem Ansatz für u, v, w erhalten wir dort die Verschiebung u in Richtung von p_x ; dann ist die potentielle Energie dieses Belastungsanteiles $u p_x dO$.

Die gesamte potentielle Energie besteht nunmehr aus der Zerrungsenergie und der potentiellen Energie der gegebenen Belastungskomponenten. Die wahre Lösung für die Verschiebungen u_w, v_w, w_w macht diese potentielle Energie zum Minimum.

Diesen allgemeinen Satz spezialisieren wir für die flache Schale. Gegeben ist dort die Belastung der Schale normal zur Mittelebene und am Rande der Schale entweder Verschiebungs- oder Belastungskomponenten. Wir machen für die flache Schale nun Ansätze für u, v, w oder — was dem gleichwertig ist — Ansätze für F und w , die die Verträglichkeitsbedingung Gl. (12) erfüllen. Dann können wir, falls erforderlich, die fehlenden Verschiebungen u und v durch Integration der Gl. (11) finden. Die Verträglichkeitsbedingung, die zu erfüllen ist, lautet:

$$\Delta \Delta F + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0.$$

Aus dem Ansatz für F und w finden wir die Zerrungsenergie, die aus der Energie der Zerrungen der Mittelfläche Π_1 und der Energie der Biegezerrungen Π_2 besteht. Hierbei ist

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{Eh}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)^2 - 2\nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \right. \\ &\quad \left. + 2(1+\nu) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy, \\ \Pi_2 &= \frac{Eh}{2} K \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \right. \\ &\quad \left. + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy. \end{aligned}$$

Zu diesem Anteil der gesamten potentiellen Energie kommt die potentielle Energie der gegebenen Belastung. Die Flächenbelastung ist $p(x,y)$; die Verschiebung in Richtung dieser Belastung ist w , die potentielle Energie folglich $-A_1 = -\iint p w dx dy$. Das Integral ist für das Gebiet der untersuchten flachen Schale zu nehmen.

Außer diesem Anteil der Belastungsenergie kommt noch die potentielle Energie der gegebenen Kraftkomponenten des Randes hinzu. Diesen Anteil werden wir später für die Wellstahlplatte von Fall zu Fall angeben.

2. Satz vom Minimum der Ergänzungsenergie (Satz von Castigliano).

Mit der Belastung des Körpers stelle sich der wahre Spannungszustand σ_{xw}, τ_{xyw} ein. Wir vergleichen diesen wahren Spannungszustand mit einem beliebigen anderen Spannungszustand: σ_x, τ_{xy} für den wir folgende Bedingungen stellen:

a) Der Spannungszustand σ_x, τ_{xy} erfülle die bekannten inneren Gleichgewichtsbedingungen.

b) An den Oberflächenpunkten, an denen Belastungskomponenten gegeben sind, sind die Spannungen im Gleichgewicht mit diesen Komponenten.

Der beliebige Spannungszustand erfüllt hiermit alle Gleichgewichtsbedingungen. Berechnen wir jedoch aus den Spannungen nach dem Hookeschen Gesetz die Zerrungen, so lassen sich aus diesen allgemein nicht durch Integration die Verschiebungen u, v, w bestimmen, oder diese stimmen nicht mit den vorgegebenen Komponenten der Oberflächenverschiebungen überein. Der Spannungszustand erfüllt also nicht die geometrischen Bedingungen des Problems.

Aus den gewählten Spannungen bestimmen wir die elastische Energie des Körpers; diese Energie bezeichnen wir als Spannungsenergie. Die Spannungsenergie ist ein Teil der gesamten Ergänzungsenergie. Hierzu kommt für die Oberflächenpunkte, für die Komponenten der Verschiebungen gegeben sind, noch die Ergänzungsenergie dieser Verschiebungskomponenten. Für ein Oberflächenelement dO sei z. B. die Verschiebung u in x -Richtung gegeben. Aus unserem Ansatz für die Spannungen erhält man für dieses Oberflächenelement die Randkraft $p_x dO$. Dann ist die Ergänzungsenergie dieser Verschiebungskomponente — $u p_x dO$. Formal sieht dieser Ausdruck genau so aus wie der Ausdruck für die potentielle Energie eines Oberflächenteilchens dO . Es besteht aber ein wesentlicher Unterschied. Bei der potentiellen Energie war p_x gegeben und u folgte aus dem gewählten Verschiebungsansatz. Bei der Ergänzungsenergie ist u gegeben, und p_x folgt aus dem gewählten Spannungsansatz.

Die gesamte Ergänzungsenergie besteht nunmehr aus der Spannungsenergie und der Ergänzungsenergie der gegebenen Verschiebungskomponenten der Oberfläche. Die wahre Lösung macht die Ergänzungsenergie zum Minimum.

Diesen allgemeinen Satz spezialisieren wir für die flache Schale.

Gegeben ist die Belastung senkrecht zur Mittelebene der Schale und am Rande der Schale entweder Belastungs- oder Verschiebungskomponenten.

Wir machen für die Schale Ansätze für F und w , die die Gleichgewichtsbedingung, Gl. (9), erfüllen:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - K \Delta w + \frac{p}{Eh} = 0.$$

Hiermit sind für die obere und untere Fläche der Schale die Gleichgewichtsbedingungen befriedigt. Weiter muß der Ansatz an den Rändern der flachen Schale die vorgegebenen Kräfte in der Mittelebene, die vorgegebenen Querkräfte und die vorgegebenen Momente verwirklichen.

Die Spannungsenergie besteht aus der Spannungsenergie Π_1 für die Spannungen der Mittelfläche und aus der Spannungsenergie Π_2 für die Spannungen der Biegung.

Rein formal erhalten wir dieselben Ausdrücke wie für die Zerrungsenergien Π_1 und Π_2 ; der Unterschied liegt aber darin, daß wir jetzt aus den Ansätzen für F und w die Spannungen berechnen können, und zwar aus F die Spannungen der Mittelfläche und aus w die Biegespannungen, und daß diese mit der Belastung $p(x,y)$ im Gleich-

gewicht sind. Aus diesen Spannungen erhält man dann die Spannungsenergien Π'_1 und Π'_2 .

$$\begin{aligned} \Pi'_1 &= \frac{Eh}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)^2 - 2\nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \right. \\ &\quad \left. + 2(1+\nu) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy, \\ \Pi'_2 &= \frac{Eh}{2} K \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \right. \\ &\quad \left. + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy. \end{aligned}$$

Zu der Spannungsenergie kommt noch die Ergänzungsenergie der gegebenen Verschiebungskomponenten des Randes —A' hinzu. Diese Ergänzungsenergie werden wir für die Wellstahlplatte von Fall zu Fall angeben.

VI. Die Wellstahlplatte unter Normalbelastung der Ränder.

Wir untersuchen den Fall, daß auf zwei gegenüberliegende Seiten eines gewölbten Feldes die Normalkräfte Xl in seiner Mittelebene nach Abb. 8 wirken, während die anderen beiden Seiten unbelastet sind. Diesen Lastfall spalten wir in einen „symmetrischen“ Lastfall mit den Kräften Sl nach Abb. 9 und einem „antimetrischen“ Lastfall mit den Kräften Al nach Abb. 10 auf: Durch Über-

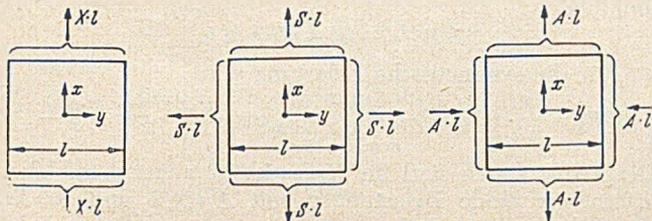


Abb. 8. Randbelastung in x -Richtung.

Abb. 9. Symmetrischer Anteil.

Abb. 10. Antimetrischer Anteil.

lagerung beider erhalten wir mit $S=A=1/2 X$ den gesuchten Lastfall (Abb. 8).

1. Antimetrischer Lastfall.

Es ist anzunehmen, daß infolge der Zugkraft Al in x -Richtung und der Druckkraft Al in y -Richtung keine Durchbiegung w eintritt. Wir machen darum für w den Ansatz $w = 0$.

Für F machen wir den Ansatz wie für die ebene Platte $F = -A/2 E h (x^2 - y^2)$.

Mit diesem Ansatz ist tatsächlich sowohl die Verträglichkeitsbedingung, Gl. (9), als auch die Gleichgewichtsbedingung für $p=0$, Gl. (12), erfüllt. Der Ansatz gibt uns also eine exakte Lösung des Spannungs- und Verschiebungszustands für die antimetrische Randbelastung.

Für die Spannungen und Zerrungen erhalten wir dieselben Werte wie für eine ebene Platte:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\sigma_y = A/h, & \tau_{xy} &= 0, \\ \epsilon_x &= -\epsilon_y = \epsilon_0 = (1+\nu) A/Eh. \end{aligned}$$

Da $w=0$ ist, tritt keine Biegung auf.

2. Symmetrischer Lastfall.

Wir wollen das Problem erst genau formulieren. Die Wellstahlplatte wird in x - und y -Richtung gleich stark gezogen. Infolgedessen wird sie sich in diesen Richtungen auch in gleicher Weise dehnen. Die durchschnittliche Dehnung der Mittelfläche sei ϵ_s . Dann verschieben sich bei dem gewölbten Felde $-l/2 \leq x \leq +l/2$, $-l/2 \leq y \leq +l/2$ alle Randpunkte der Mittelfläche in normaler Richtung um $\epsilon_s l/2$. Die Verteilung der Normalspannungen dieser Punkte ist uns unbekannt, obwohl das Integral über die Randfläche der Kraft Sl gibt. Die tangentielle Verschiebung der Randkräfte der Mittelfläche ist unbestimmt, dafür werden die Schubspannungen in dieser Richtung gleich

Null wegen des Zusammenhangs mit den Nachbarfeldern. Weiter werden aus demselben Grunde die Biegemomente an den Randflächen eines gewölbten Feldes und die Drehung um die Normale gleich Null. Für den Spannungs-Zerrungs-Zustand der Mittelfläche ist uns folglich in Richtung der Normalen die Verschiebungskomponente und in Richtung der Tangente die Kraftkomponente, die gleich Null ist, bekannt. Für den Spannungs-Zerrungs-Zustand der Biegung hingegen ist in Richtung der Normalen die Kraftkomponente und in Richtung der Tangente die Verschiebungskomponente gleich Null.

Wir können folglich ein Feld der Wellstahlplatte herauschneiden und dieses mit Hilfe eines der Minimalätze untersuchen. Wir wählen hierzu den Satz vom Minimum der Ergänzungsenergie. Die Ansätze für F und w müssen die Gleichgewichtsbedingung erfüllen. Wir wählen für die Durchbiegung w auf Grund der Anschauung einen doppelperiodischen Ansatz, der auf den Rändern des Feldes den Wert Null gibt:

$$w = \sum a_{n'n} \cos \frac{n' \pi x}{l} \cos \frac{n \pi y}{l} \quad (n', n = 1, 3, 5 \dots)$$

Wegen der Symmetrie wird $a_{n'n} = a_{n'n'}$.

Für F machen wir den Ansatz

$$\begin{aligned} F &= \frac{\alpha}{2} (x^2 + y^2) + \\ &\quad + \sum a_{m'm} \cos \frac{m' \pi x}{l} \cos \frac{m \pi y}{l} \quad (m', m = 0, 2, 4 \dots) \end{aligned}$$

Wieder ist $a_{m'm} = a_{m'm'}$, die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - K \Delta w = 0 \quad (13)$$

mit

$$K = \frac{h^2}{12(1-\nu^2)}$$

Da keine Flächenbelastung vorhanden ist, fällt das Glied mit $p(x,y)$ fort.

Wir führen in Gl. (13) die Ansätze für F und w und $z = f \cos(\pi x/l) \cos(\pi y/l)$ ein. Der Koeffizientenvergleich gibt uns eine Reihe von linearen Gleichungen. Hierin sind die Koeffizienten $a_{n'n}$ durch α und $a_{m'm}$ ausgedrückt.

Machen wir z. B. für F einen Ansatz mit $\alpha, a_{02} = a_{20}$ und a_{22} , so erhalten wir

$$\begin{aligned} 2^2 \cdot 4 \cdot K/f a_{11} &= -8 (l/\pi)^2 \alpha + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot a_{20}, \\ 10^2 \cdot 4 \cdot K/f a_{31} &= 2 \cdot 4 \cdot a_{20} + 16 a_{22}. \end{aligned}$$

Die erste Gleichung bleibt auch dann unverändert, wenn wir für F einen Ansatz mit mehr Gliedern machen.

Die Ergänzungsenergie Π' besteht aus den Spannungsenergien Π'_1 und Π'_2 , und der Ergänzungsenergie der Randkräfte. Π'_1 und Π'_2 finden wir, indem wir die Ansätze von F und w in die Formeln einführen. Hierbei sind die $a_{n'n}$ die gefundenen Linearkombinationen von α und $a_{m'm}$. Die Ergänzungsenergie für den Rand $x=l/2$ berechnen wir wie folgt. Die Normalverschiebung der Punkte der Mittelfläche ist $u_{x=l/2} = \epsilon_s l/2$. Die Normalspannung wird

$$\sigma_{x,x=l/2} = E (\alpha + \text{period. Glieder in } y)$$

Die Ergänzungsenergie lautet

$$\begin{aligned} -h \int_{-l/2}^{+l/2} \sigma_{x,x=l/2} \cdot u dy &= -E h \int_{-l/2}^{+l/2} (\alpha + \text{period. Glieder in } y) (\epsilon_s l/2) dy = \\ &= -E h \alpha \epsilon_s l^2/2. \end{aligned}$$

Für alle vier Ränder wird die Ergänzungsenergie $-2 E h \alpha \epsilon_s l^2$.

Nach dem Satz vom Minimum der Ergänzungsenergie wird:

$$\Pi' = \Pi'_1 + \Pi'_2 - 2 E h \alpha \epsilon_s l^2 = \text{Min.} \quad (14)$$

Hierin sind Π'_1 und Π'_2 quadratische Ausdrücke in α und $a_{m'm}$. Berechnen wir Π' für den Ansatz von F mit den Koeffizienten α, a_{20} und a_{22} und differenzieren wir Gl. (14)

nach diesen Koeffizienten, so erhalten wir die drei Gleichungen

$$\begin{aligned} \alpha \cdot [(1-\nu) + f^2/8K] - \alpha_{20} \cdot \pi^2 f^2 / 4f^2 K &= \varepsilon_s, \\ \alpha \cdot f^2 / \pi^2 - \alpha_{20} \cdot 2(1 + 16K/f^2) + \alpha_{22} \cdot 16K/f^2 &= 0, \\ \alpha_{20} + \alpha_{22} \cdot 2(1 + 200K/f^2) &= 0. \end{aligned}$$

Aus diesem Gleichungssystem finden wir

$$\alpha \left[1 - \nu + \frac{2 \left(1 + \frac{1}{4 + 800 K/f^2} \right)}{1 + 16 \frac{K}{f^2} \left(1 + \frac{1}{4 + 800 K/f^2} \right)} \right] = \varepsilon_s,$$

für $h/f = 2/5$ und $\nu = 0,3$ wird $K/f^2 = 1/68,2 = 0,01465$.

$$\alpha (2,70 - \nu) = \varepsilon_s.$$

Setzen wir die gefundenen Werte für α und $\alpha_{m'm}$ in Gl. (14) ein, so erhalten wir

$$\Pi'_{\min} = -E h \alpha \varepsilon_s l^2.$$

Zur Bestimmung von Π'_{\min} genügt folglich die Berechnung von α . Π'_{\min} wird hiermit gleich der negativen Spannungsenergie. Dieses gilt auch für die wahre Lösung. Für diese ist aber die Spannungsenergie gleich der Arbeit der äußeren Kräfte. Hiermit ist

$$\Pi'_{\text{wahr}} = -S \varepsilon_s l^2.$$

Da Π'_{\min} größer oder höchstens gleich Π'_{wahr} ist, erhalten wir die Beziehung

$$-E h \alpha \varepsilon_s l^2 \geq -S \varepsilon_s l^2$$

und hiermit

$$S \geq E h \alpha. \quad (15)$$

Das Gleichheitszeichen gilt dann, wenn der Ansatz für F die wahre Lösung gibt.

Für den Wert von α nach Gl. (15) wird

$$\varepsilon_s \leq \frac{S}{E h} \left[1 - \nu + \frac{2 \left(1 + \frac{1}{4 + 800 K/f^2} \right)}{1 + 16 \frac{K}{f^2} \left(1 + \frac{1}{4 + 800 K/f^2} \right)} \right].$$

Für unsere Zahlenwerte

$$\varepsilon_s < (2,70 - \nu) S / E h.$$

Die Durchrechnung mit wesentlich mehr Koeffizienten ergab praktisch keine Änderung des Zahlenwertes dieser Ungleichung. Wir setzen darum

$$\varepsilon_s = (2,70 - \nu) S / E h. \quad (16)$$

Die Näherungslösung mit α , α_{20} und α_{22} werden wir zur Berechnung der Spannungen der Mittelfläche benutzen. Die Koeffizienten α_{20} und α_{22} werden

$$\alpha_{20} = \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \alpha \frac{1}{2 \left[1 + 16 K/f^2 \left(1 + \frac{1}{4 + 800 K/f^2} \right) \right]}$$

und

$$\alpha_{22} = -\alpha_{20} \frac{1}{2(1 + 200 K/f^2)}.$$

Hierbei ist nach Gl. (15)

$$\alpha \approx S / E h.$$

Zur genaueren Berechnung der Spannungen ist eine Näherungslösung mit fünf Koeffizienten $\alpha_{m'm}$ für $K/f^2 = 1/68,2$ gefunden. Das Ergebnis lautet

$$\begin{aligned} \alpha &= S / E h, \\ \alpha_{20} &= 0,400 (l/\pi)^2 \alpha, \\ \alpha_{22} &= -0,048 (l/\pi)^2 \alpha, \\ \alpha_{40} &= -0,0059 (l/\pi)^2 \alpha, \\ \alpha_{42} &= -0,0008 (l/\pi)^2 \alpha, \\ \alpha_{44} &= 0,0000 (l/\pi)^2 \alpha. \end{aligned}$$

Der Zusammenhang zwischen den Kräften und durchschnittlichen Dehnungen ergab wie vorher

$$\varepsilon_s = (2,70 - \nu) S / E h.$$

3. Die in x -Richtung gezogene Wellstahlplatte.

Für die antimetrische Belastung $A = X/2$ erhalten wir die Dehnungen

$$\varepsilon_x = (1 + \nu) X / 2 E h, \quad \varepsilon_y = -(1 + \nu) X / 2 E h,$$

für die symmetrische Belastung $S = X/2$ werden die durchschnittlichen Dehnungen

$$\varepsilon_x = (2,70 - \nu) X / 2 E h, \quad \varepsilon_y = (2,70 - \nu) X / 2 E h.$$

Wirken beide Belastungen, so erhalten wir für die Belastung X die durchschnittlichen Dehnungen durch Überlagerung

$$\varepsilon_x = 1,85 X / E h, \quad (17) \quad \varepsilon_y = (0,85 - \nu) X / E h = 0,55 X / E h. \quad (18)$$

Bei der Belastung in x -Richtung wird die Dehnung in dieser Richtung so groß, als ob nur $100/1,85 = 54\%$ des Plattenquerschnittes tragen.

Zunächst wird es verwunderlich erscheinen, daß bei der Zugbelastung in x -Richtung auch die mittlere Dehnung in y -Richtung positiv wird. Das läßt sich aber daraus erklären, daß bei der Zugbelastung sich die Wölbung der flachen Schale verringert und somit eine Streckung in jeder Richtung erfolgt.

4. Die Spannungen der Mittelfläche.

Für die antimetrische Belastung ist die Spannungsfunktion

$$E F_A = -(x^2 - y^2) A / 2 h.$$

Für die symmetrische Belastung wird

$$E F_S = \frac{S}{2h} (x^2 + y^2) + E \sum_{m'm=0,2,4,\dots} \alpha_{m'm} \cos \frac{m' \pi x}{l} \cos \frac{m \pi y}{l}.$$

Die Koeffizienten sind für $K/f^2 = 1/68,2$ angegeben. Überlagern wir beide Belastungen mit $A = X/2$ und $S = X/2$ so erhalten wir

$$\begin{aligned} E F &= \frac{X}{h} \left[\frac{y^2}{2} + 0,20 \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left(\cos \frac{2 \pi x}{l} + \cos \frac{2 \pi y}{l} \right) - \right. \\ &- 0,024 \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \cos \frac{2 \pi x}{l} \cos \frac{2 \pi y}{l} - \\ &- 0,00295 \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left(\cos \frac{4 \pi x}{l} + \cos \frac{4 \pi y}{l} \right) - \\ &\left. - 0,0004 \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left(\cos \frac{4 \pi x}{l} \cos \frac{2 \pi y}{l} + \cos \frac{2 \pi x}{l} \cos \frac{4 \pi y}{l} \right) \right]. \end{aligned}$$

Hieraus

$$\begin{aligned} \sigma_x = E \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \frac{X}{h} \left[1 - 0,80 \cos \frac{2 \pi y}{l} + 0,096 \cos \frac{2 \pi x}{l} \cos \frac{2 \pi y}{l} + \right. \\ &+ 0,0472 \cos \frac{4 \pi y}{l} + 0,0016 \cos \frac{4 \pi x}{l} \cos \frac{2 \pi y}{l} + \\ &\left. + 0,0064 \cos \frac{2 \pi x}{l} \cos \frac{4 \pi y}{l} \right], \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = E \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= \frac{X}{h} \left[-0,80 \cos \frac{2 \pi x}{l} + 0,096 \cos \frac{2 \pi x}{l} \cos \frac{2 \pi y}{l} + \right. \\ &+ 0,0472 \cos \frac{4 \pi x}{l} + 0,0064 \cos \frac{4 \pi x}{l} \cos \frac{2 \pi y}{l} + \\ &\left. + 0,0016 \cos \frac{2 \pi x}{l} \cos \frac{4 \pi y}{l} \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Die größte Spannung tritt in der Ecke des Feldes für $x = y = l/2$ auf und wird $\sigma_x = 1,935 X/h$. Die Spannung σ_y wird in diesem Punkte $\sigma_y = 0,935 X/h$.

Die Spannungen in x -Richtung geben für ein Feld die Kraft Xl ; diese Kraft verteilt sich aber nicht gleichmäßig. Abb. 11 und 12 zeigen die Verteilungen der Spannungen σ_x und σ_y an den Rändern eines Feldes der Wellstahlplatte.

5. Allgemeiner Fall der Belastung.

Wird die Wellstahlplatte sowohl durch eine Kraft X als auch eine Kraft Y je Längeneinheit gezogen, so werden nach Gl. (17) und (18) die durchschnittlichen Dehnungen:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mx} &= 1,85 X / E h + 0,55 Y / E h, \\ \varepsilon_{my} &= 0,55 X / E h + 1,85 Y / E h. \end{aligned}$$

Sind nicht die Kräfte, sondern die Dehnungen gegeben und die Kräfte gesucht, so lösen wir diese Gleichungen nach X/Eh und Y/Eh auf

$$\begin{aligned} X/Eh &= 0,594 \varepsilon_{mx} - 0,176 \varepsilon_{my}, \\ Y/Eh &= -0,176 \varepsilon_{mx} + 0,594 \varepsilon_{my}. \end{aligned}$$

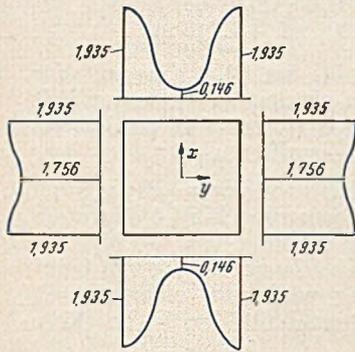


Abb. 11. Diagramm für $\sigma_x l/X$.

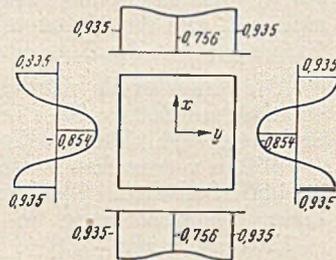


Abb. 12. Diagramm für $\sigma_y l/Y$.

Die maximalen Spannungen in der Ecke eines Feldes werden nach Gl. (19) und (20) ausgedrückt durch X und Y:

$$\begin{aligned} \sigma_{x, x=l/2} &= 1,935 X/h + 0,935 Y/h, \\ \sigma_{y, x=l/2} &= 0,935 X/h + 1,935 Y/h. \end{aligned}$$

Setzen wir X/h und Y/h ein, so erhalten wir

$$\sigma_{x, x=l/2} = 0,984 E \varepsilon_{mx} + 0,214 E \varepsilon_{my}, \quad (21a)$$

$$\sigma_{y, x=l/2} = 0,214 E \varepsilon_{mx} + 0,984 E \varepsilon_{my}. \quad (21b)$$

VII. Die mittragende Breite für Hauptträger.

Wir setzen voraus, daß die Stützweite der Hauptträger so groß ist im Vergleich zur Breite einer Brücke, daß die

Wellstahlplatte und die Längsträger gleichmäßig an der Biegedehnung teilnehmen. Wir nehmen also an, daß das lineare Dehnungsdiagramm, Abb. 13, für die ganze Brückenbreite gilt. Bei der Berechnung des Trägheits-

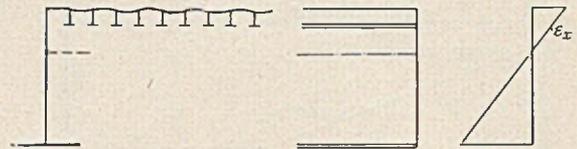


Abb. 13. Dehnungen bei Biegung der Hauptträger.

momentes des Hauptträgers sind die Querschnittsflächen der Längsträger voll in Rechnung zu setzen.

Für die Wellstahlplatte wird nach Gl. (17)

$$\varepsilon_x = 1,85 X/Eh$$

oder

$$Xl = 0,54 l h E \varepsilon_x.$$

Bei vorgegebener Dehnung ε_x erhalten wir im Plattenstreifen von der Breite l eine Kraft, die dem Querschnitt $0,54 hl$ entspricht. Von dem Querschnitt der Wellstahlplatte sind folglich bei der Berechnung des Trägheitsmomentes 54% in Rechnung zu stellen.

Ist das Trägheitsmoment I und das Widerstandsmoment W_0 für Mitte Platte gefunden, so wird $\sigma_{x0} = M/W_0$ und $\varepsilon_x = M/EW_0$. Hieraus folgt die Kraft

$$X = \varepsilon_x E h / 1,85 = h M / 1,85 / W_0.$$

Die maximale Spannung in der Wellstahlplatte wird

$$\max \sigma_x = 1,935 X/h = 1,935 M / 1,85 / W_0.$$

Wir sehen, daß die Spannung $\sigma_{x0} = M/W_0$ infolge der ungleichmäßigen Verteilung der Spannungen in der Platte noch im Verhältnis 1,935/1,85 vergrößert werden muß.

(Schluß folgt.)

Die Hydraulik der Durchlaufspeicherung.

Von Obering. Josef Frank, Erlangen.

(Fortsetzung und Schluß aus Heft 2.)

II.

Nachdem in I. die Grundlagen der Berechnung angegeben worden sind, soll nunmehr die praktische Durchführung an folgendem Zahlenbeispiel gezeigt werden.

Eine Flußstrecke mit ausgeglichenem Längsgefälle $i = 1,5\text{‰}$ ist durch 6 m hohe Staustufen in Haltungen von 4,0 km Länge aufgeteilt. Die Spiegelbreite ist am unteren Werk 100 m und nimmt bis zum oberen geradlinig auf 60 m ab. Wegen der verhältnismäßig großen Breite wird das Fließprofil als Rechteck ($y=B$) betrachtet und $R=h$ gesetzt. Rauigkeitszahl $K=35$. Die Werke dieser Flußstapel fahren gleichzeitig mit $60 \text{ m}^3/\text{s}$ an. Die Spiegelbewegung nach dem Anfahren ist zu bestimmen für plötzliches Öffnen der Turbinen von Null auf Vollast.

a) Wellen im Augenblick des Anfahrens. Mit Hilfe von Gl. (2) und (3) können die ersten Wellenhöhen in den Begrenzungsquerschnitten km 0 und km 4 angegeben werden.

In km 0 entsteht eine flußabwärts wandernde Hebungs- welle (Füllschwall) von der Höhe $z_0 = +0,269 \text{ m}$. Dafür liefert Gl. (2) mit $F_0 = 60,0 \cdot 1,0 = 60 \text{ m}^2$, $Q_0 = 0$, $v_0 = 0$, $y_0 = B_0 = 60,0 \text{ m}$, $F_0/y_0 = 1,0 \text{ m}$:

$$a_0 = 0 + \sqrt{9,81 \cdot (1,00 + 3/2 \cdot 0,269)} = +3,71 \text{ m/s}.$$

Mit $\Delta Q'_0 = +60,0 \text{ m}^3/\text{s}$ gibt Gl. (3) eine Bestätigung der ursprünglich angenommenen Wellenhöhe:

$$z_0 = \frac{+60,0}{+3,71 \cdot 60,0} = +0,269 \text{ m}$$

(Spiegelanstieg von +7,000 auf +7,269 m).

In km 4,0 bildet sich die flußaufwärts schreitende Senkungswelle, deren Höhe mit den gleichen Formeln berechnet werden kann. Mit $F_0 = 7,0 \cdot 100 = 700 \text{ m}^2$, $B_0 = y_0 = 100 \text{ m}$, $F_0/y_0 = 7,00 \text{ m}$, $v_0 = 0$, $\Delta Q'_0 = +60,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ergeben sich $z_0 = -0,073 \text{ m}$ und $a_0 = -8,23 \text{ m/s}$ (Spiegelsenkung von +7,000 auf +6,927 m).

b) Ort und Zeit der Wellenkreuzung (Vorberechnung). Die beiden Wellen dringen, wie aus Abb. 15 ersichtlich, in den Stauraum vor, um sich zu einer bestimmten Zeit bei einer bestimmten Abszisse x_k zu kreuzen und nach der Kreuzung, geringfügig umgeformt, dem jeweiligen entgegengesetzten Haltungsende zuzustreben.

Für die Anwendung der Gl. (9) bis (11) setzen wir $h_{ob} = 1,0 \text{ m}$ und $h_u = 7,0 \text{ m}$. Mit Rücksicht auf die geringe Wassertiefe in km 0 und die damit zusammenhängenden Reibungseinflüsse setzen wir als Mittelwert für z_{ob} der Gl. (11) rd. $2/3$ des unter a) erhaltenen Wertes ein, also $z_{ob} = 2/3 \cdot 0,269 = 0,18 \text{ m}$. Beim Entnahmesunk wird der Reibungseinfluß wegen der großen Tiefe mäßig sein, und wir setzen daher im Mittel $z_u = 0,07 \text{ m}$, also den unveränderten Wert nach a).

Mit Hilfe der Gl. (9) bis (11) erhalten wir für den Wellenkreuzungspunkt die vorläufigen Werte

$$h_k = 3,44 \text{ m}, x_k = 1630 \text{ m}, t_k = 340 \text{ s}.$$

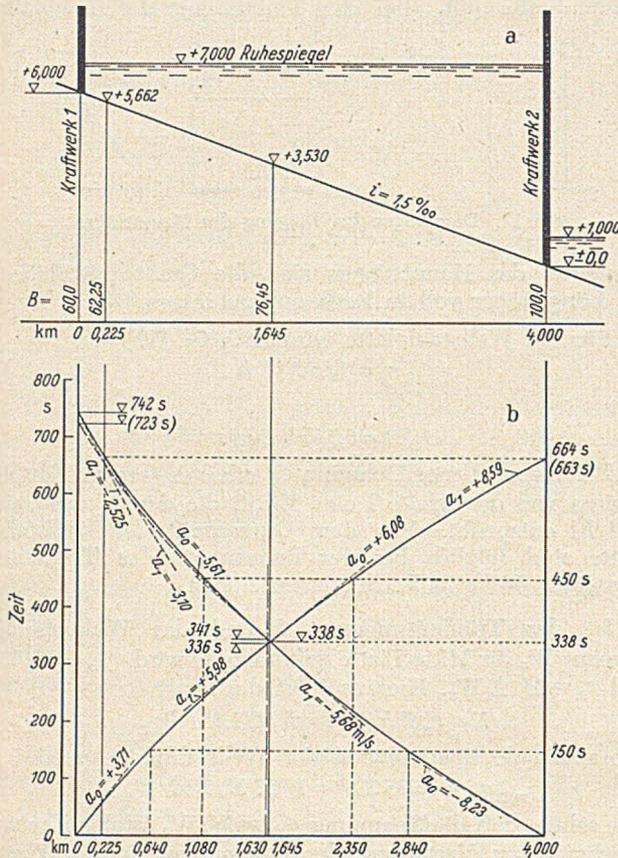


Abb. 15. a) Längenschnitt. b) Ort-Zeit-Diagramm.

c) Schwallfortschritt km 0 bis km 1,63 Querschnitt 0, km 0,0 [siehe auch a)].

$$h_0 = 1,00 \text{ m}, B_0 = 60,0 \text{ m}, z_0 = +0,269 \text{ m}, a_0 = +3,71 \text{ m/s},$$

$$h'_0 = 1,00 + 0,269 = 1,269 \text{ m}, Q_0 = 60,0 \text{ m}^3/\text{s}, v_0 = 60 : (1,269 \cdot 60,0) = +0,788 \text{ m/s}, \Delta F'_0 = +0,269 \cdot 60 = +16,14 \text{ m}^2.$$

Durch eine Vorberechnung (in erster Näherung kann $v_0^* = v_0$ gesetzt werden, z_1 ist anfänglich zu schätzen) mit Hilfe von Gl. (5) ergab sich $z_0^* = -0,025 \text{ m}$, so daß $h_0^* = 1,269 - 0,025 = 1,244 \text{ m}$ und $v_0^* = 60,0 : (1,244 \cdot 60) = +0,804 \text{ m/s}$.

Querschnitt 1, km 1,63. Sohlenkote = $+6,00 - 1630 \cdot 0,0015 = +3,56 \text{ m}$, $h_1 = 3,44 \text{ m}$ [siehe b)], $B_1 = 60,0 + \frac{1,63}{4,00} \cdot (100 - 60) = 76,3 \text{ m}$. Auf Grund einer Vorberechnung wird angenommen $z_1 = +0,131 \text{ m}$. Damit wird $a_1 = 0 + \sqrt{9,81 \cdot (3,44 + 3/2 \cdot 0,131)} = +5,98 \text{ m/s}$. Nach Gl. (3) wird $\Delta Q'_1 = +0,131 \cdot 5,98 \cdot 76,3 = +59,7 \text{ m}^3/\text{s}$, $h'_1 = 3,44 + 0,131 = 3,571 \text{ m}$, $v'_1 = 59,7 : (3,571 \cdot 76,3) = +0,219 \text{ m/s}$.

Differenzen und Mittelwerte. $\Delta a = 5,98 - 3,71 = +2,27 \text{ m/s}$, $a_m = 1/2 \cdot (5,98 + 3,71) = +4,845 \text{ m/s}$, $v_m = 1/2 \cdot (0,804 + 0,219) = +0,511 \text{ m/s}$, $(v^2)_m = 1/2 \cdot (0,804^2 + 0,219^2) = 0,347 \text{ m}^2/\text{s}^2$, $R_m = h_m = 1/2 \cdot (1,244 + 3,571) = 2,41 \text{ m}$, $B_m = 1/2 \cdot (60,0 + 76,3) = 68,15 \text{ m}$, $\Delta B = 76,30 - 60,00 = +16,30 \text{ m}$.

$L = +1630 \text{ m}$, $I_m = 0$ (ursprünglich ruhendes Wasser).

$$I_r = \frac{0,347}{35^2 \cdot 2,41^{4/3}} = 0,0000871, \text{ nach Gl. (6).}$$

$$\Delta F_1 = 0, \Delta Q = 0, \Delta Q_1 = 0, \Delta Q_0^* = 0.$$

Damit können nun Gl. (4) und (5) ausgewertet werden.

$$\Delta F'_1 = +9,95 \text{ m}^2, \Delta F'_0 = -1,38 \text{ m}^2 \text{ und damit}$$

$$z_1 = +9,95 : 76,3 = +0,131 \text{ m und } z_0^* = -1,38 : 600 = -0,023 \text{ m}.$$

Da diese Werte ausreichend mit den Annahmen übereinstimmen, kann als Ergebnis festgehalten werden:

In km 1,63 trifft der Schwall nach $1630 : 4,845 = 336 \text{ s}$ ein und verursacht eine plötzliche Hebung auf $+7,131 \text{ m}$, wobei die Wasserführung von 0 auf $59,7 \text{ m}^3/\text{s}$ erhöht wird. Gleichzeitig sinkt in Querschnitt 0 (km 0) der Spiegel allmählich im $0,023 \text{ m}$ von $+7,269$ auf $+7,246 \text{ m}$.

d) Schwallfortschritt km 0 bis km 4,0. Eine mit der vorhergehenden in allen Teilen gleichartige Rechnung läßt sich auch auf die Haltungslänge von 4000 m ausdehnen. Es genügt, nur die Ergebnisse anzuführen.

Die Schwallwelle würde, falls kein gegenläufiger Sunk entsteht, zur Zeit $t = 663 \text{ s}$ im Querschnitt km 4,0 eintreffen und dort eine plötzliche Spiegelhebung von $+7,000$ auf $+7,070 \text{ m}$ verursachen sowie die Wasserführung von 0 auf $58,4 \text{ m}^3/\text{s}$ erhöhen. Gleichzeitig wird nach einer allmählichen Spiegelsenkung im Querschnitt km 0 die Kote $+7,204 \text{ m}$ erreicht.

Die Ergebnisse zu c) und d) gestatten nunmehr, die in Abb. 17a dargestellte Spiegelganglinie des Querschnittes km 0 für die Zeit von $t = 0$ bis $t = 663 \text{ s}$ aufzuzeichnen. Ferner konnten in Abb. 16a die Zustandslinien für den vom Sunk unbeeinflussten Schwall und der Höhenverlauf des Schwallkopfes eingezeichnet werden. Dieser bewegt sich zwischen der obersten strichpunktiierten Kurve der Abb. 16a und der waagrechteten Ruhelage auf $+7,00 \text{ m}$. — Eine weitere interessante Kurve ist Abb. 16g. Sie gibt an, auf welche Wasserführungen der Inhalt der Stauhaltung in den einzelnen Querschnitten beim Durchgang des Schwallkopfes beschleunigt wird.

e) und f) Sunkfortschritt zwischen km 4,0 und 1,63 bzw. km 4,0 und 0,0. Diese Berechnungen, die vom unteren Haltungsende km 4,0 mit den unter a) ermittelten Anfangswerten ausgehen, sind in Anlage und Durchführung die gleichen, wie sie für den Füllschwall gegeben wurden. Wir wollen nur die Ergebnisse nennen und erwähnen, daß L, a und ΔB negativ einzusetzen sind, während die Größen $I_m, \Delta F_1, \Delta Q, \Delta Q_1$ und ΔQ_0^* sämtlich Null sind. Der Index 0 bezieht sich auf den Ausgangsquerschnitt km 4,0, der Index 1 auf den Endquerschnitt 1, km 1,63 bzw. 0,0.

In Querschnitt 0 (km 4,0) entsteht zur Zeit $t = 0$ eine plötzliche Senkung um $z_0 = -0,073 \text{ m}$ von $+7,000$ auf $+6,927 \text{ m}$, der Sunk schreitet mit $a_0 = -8,23 \text{ m/s}$ fort [siehe a)]. Zur Zeit $t = 341 \text{ s}$ hat sich der Spiegel auf $+6,902 \text{ m}$ gesenkt und zur Zeit $t = 723 \text{ s}$ auf $+6,855 \text{ m}$.

In Querschnitt km 1,63 kommt die Senkungswelle bei $t = 341 \text{ s}$ mit einer Schnelligkeit $a_1 = -5,68 \text{ m/s}$ und einer Kopfhöhe $z_1 = -0,095 \text{ m}$ an, wobei eine Fließmenge von $+41,3 \text{ m}^3/\text{s}$ in Bewegung gesetzt wird. Es ergibt sich also eine plötzliche Spiegelsenkung auf die Höhe $+6,905 \text{ m}$.

In Querschnitt km 0,0 trifft der Sunk zur Zeit $t = 723 \text{ s}$ mit einer Schnelligkeit $a_1 = -2,83 \text{ m/s}$ und einer Wellenhöhe $z_1 = -0,121 \text{ m}$ ein, bewirkt also eine plötzliche Senkung auf $+6,879 \text{ m}$, wobei der gegenläufige Schwall unberücksichtigt ist.

Nach diesen Ergebnissen läßt sich die Spiegelganglinie Abb. 17c für den Querschnitt km 0 für die Zeit $t = 0$ bis 723 s auftragen, ebenso die Zustandslinien (Abb. 16a) für $t = 341 \text{ s}$ und für $t = 723 \text{ s}$ und damit der Höhenverlauf des Sunkkopfes, der sich zwischen der Ruhelage $+7,000 \text{ m}$ und der untersten strichpunktiierten Kurve abspielt.

Wir haben in den Abschnitten a) und c) bis f) für jede der beiden auftretenden Wellen in drei Zeitpunkten die charakteristischen Werte ermittelt, können also die Ort-Zeit-Kurve Abb. 15b zeichnen, bei deren Darstellung zu beachten ist, daß in den berechneten Punkten auch die Tangenteigenschaften (durch die a -Werte) festliegen. Die

Kurven gelten ohne Vorbehalt bis zu ihrer Überschneidung, von da ab jedoch nur näherungsweise, da, wie die weiteren Ermittlungen zeigen werden, nach diesem Zeitpunkt jede Primärwelle jeweils durch die entgegenkommende nach Höhe und Schnelligkeit beeinflusst wird. Daher sind die betreffenden Kurvenstücke, soweit sie in der Abbildung zeichnerisch in Erscheinung treten, punktiert worden.

g) Wellenkreuzung. An Hand von Abb. 15b sind wir nun in der Lage, die unter b) durchgeführte Berechnung des Wellenschnittpunktes zu überprüfen. Dabei zeigt sich, daß sich dieser noch geringfügig verschiebt, und zwar nach den endgültigen Koordinaten $x=1645$ m und $t=338$ s. Trotz dieses (geringen) Unterschiedes könnten die oben für $x=1630$ m ermittelten Kennwerte der beiden ankommenden Wellen ohne große Fehler unverändert für den neuen Schnittpunkt übernommen werden. Im Interesse größerer Korrektheit sollen diese aber doch dem neuen Schnittpunkt angepaßt werden. Dabei ist die Annahme gemacht, daß die Wasserführungen der Wellenköpfe, $+59,7$ m³/s für den Schwall nach c), $+41,3$ m³/s für den Sunk nach e), die wenig

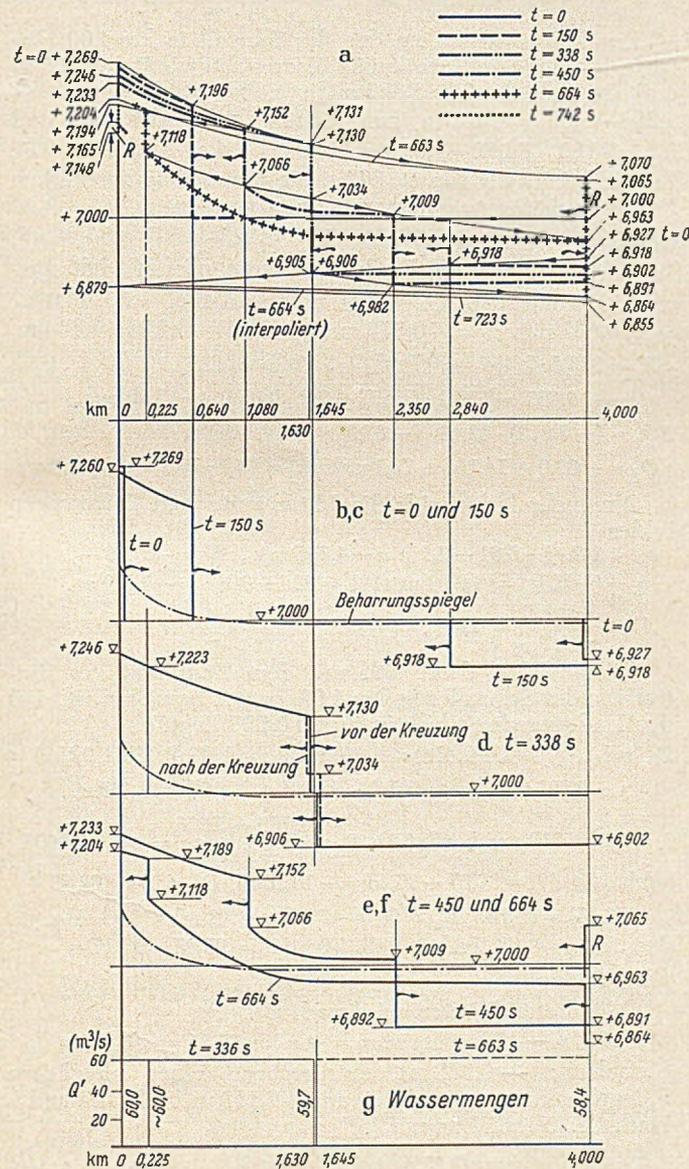


Abb. 16. Zustandslinien.

mit der Abszisse veränderlich sind (vgl. Abb. 16g), praktisch auf die neue Abszisse zutreffen, an der die Sohle auf $+3,53$ m liegt und die ursprüngliche Tiefe $3,47$ m, die Spiegelbreite $76,45$ m betragen. Die Werte der von oben ankommenden Schwallwelle werden mit dem Index 1_i , die der von unten ankommenden Sunkwelle mit 1_r bezeichnet.

Es gilt dann folgendes:

Schwall: $\Delta Q'_{1i} = +59,7$ m³/s,
 $a_{1i} = +\sqrt{9,81 \cdot (3,47 + 3/2 \cdot 0,13)} = +6,00$ m/s,
 $z_{1i} = +\frac{59,7}{76,45 \cdot 6,00} = +0,130$ m,
 $h'_{1i} = 3,47 + 0,130 = 3,60$ m,
 $v'_{1i} = +\frac{59,7}{3,60 \cdot 76,45} = +0,217$ m/s.

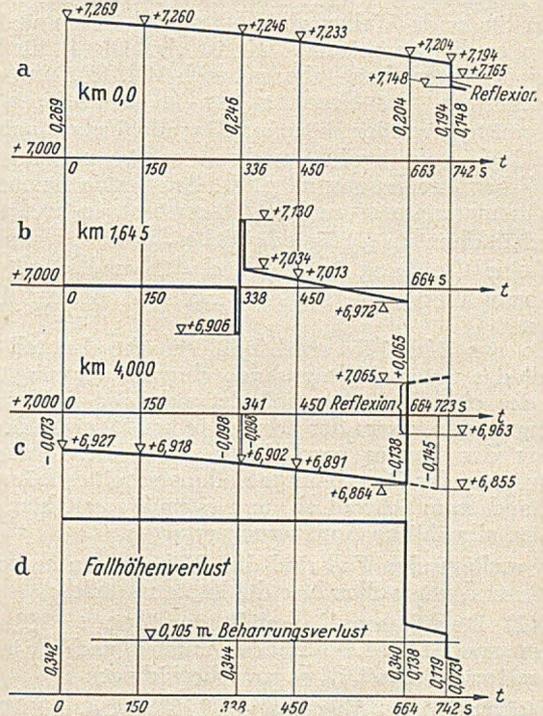


Abb. 17. Ganglinien.

Sunk: $\Delta Q'_{1r} = +41,3$ m³/s,
 $a_{1r} = -\sqrt{9,81 \cdot (3,47 - 3/2 \cdot 0,094)} = -5,72$ m/s,
 $z_{1r} = \frac{+41,3}{76,45 \cdot (-5,72)} = -0,094$ m,
 $h'_{1r} = 3,47 - 0,094 = 3,376$ m,
 $v'_{1r} = +\frac{41,3}{3,376 \cdot 76,45} = +0,160$ m/s.

Abb. 16d zeigt den Zustand in km 1,645 vor der Wellenkreuzung und nach dieser. Der ankommende Schwall $z_{1i} = +0,130$ m wird durch die Kreuzung in $\tilde{z}_0 = +0,128$ m, der ankommende Sunk $z_{1r} = -0,094$ m in $z_0 = -0,096$ m umgeformt (Abb. 7). Für die Berechnung der Wellenkreuzung gelten Gl. (14) und (15). Ihre Lösung geschieht zweckmäßig durch probeweise Annahme von \tilde{z}_0 , das so lange zu ändern ist, bis Gl. (15) erfüllt wird.

In unserem Fall gilt:

$\tilde{z}_0 - z_0 = +0,130 - (-0,094) = +0,224$ m;
 $\Delta \bar{Q}'_0 - \Delta Q'_0 = +59,7 - (+41,3) = +18,4$ m³/s.

Für den endgültigen Wert $\tilde{z}_0 = +0,128$ m wird die Berechnung wiedergegeben:

$\tilde{z}_0 = +0,128$ m, $\tilde{a}_0 = +0,160 + \sqrt{9,81 \cdot (3,376 + 3/2 \cdot 0,128)} = +6,08$ m/s,
 $\Delta Q'_0 = \tilde{a}_0 \cdot B \cdot \tilde{z}_0 = +6,08 \cdot 76,45 \cdot 0,128 = +59,5$ m³/s.
 $\bar{Q}'_0 = 41,3 + 59,5 = 100,8$ m³/s.
 $z_0 = \tilde{z}_0 - 0,224 = +0,128 - 0,224 = -0,096$ m,
 $a_0 = +0,217 - \sqrt{9,81 \cdot (3,600 - 3/2 \cdot 0,096)} = -5,61$ m/s,
 $\Delta Q'_0 = a_0 \cdot B \cdot z_0 = (-5,61) \cdot 76,45 \cdot (-0,096) = +41,1$ m³/s,
 $\bar{Q}'_0 = +59,7 + 41,1 = +100,8$ m³/s.
 $\Delta \bar{Q}'_0 - \Delta Q'_0 = +59,5 - 41,1 = +18,4$ m³/s,

womit die oben gestellte Bedingung erfüllt und die Annahme $\bar{z}_0 = +0,128$ m als richtig bestätigt ist.

h) Wellenfortpflanzung nach der Kreuzung. Nach der Wellenkreuzung strebt vom Kreuzungspunkt aus eine anfänglich $+0,128$ m hohe Hebungswelle dem unteren Haltungsende und eine $-0,096$ m hohe Senkungswelle dem oberen Haltungsende zu. Die zugehörigen Berechnungen beruhen wiederum auf den Gl. (4) und (5). Allerdings tritt noch eine Erschwerung insofern ein, als im gemeinsamen Ausgangspunkt km 1,645 der Wellen in den Berechnungen für beide Wellen gleiche Spiegelhöhen und Fließmengen erscheinen müssen. Es ist also Gl. (4) für beide Wellen anzuschreiben, ebenso auch Gl. (5), insgesamt 4 Gleichungen, aus denen z_1 (Schwall), z_1 (Sunk), z_0' und $\Delta Q_0'$ ermittelt werden können. Da alle Unbekannten in allen Gleichungen implizit vorkommen, ist nur der Weg allmählicher Annäherung möglich. Am besten nimmt man z_1 schätzungsweise an und setzt zuerst $v_0' = v_0$ und $z_0' = 0$. Man erhält dann aus (4) für jede Welle $\Delta F_1'$ bzw. z_1 und nach (5) je eine Gleichung in $\Delta F_0'$ und $\Delta Q_0'$ und damit neue verbesserte Werte, die für eine zweite Näherung dienen können.

Wie aus Abb. 15b ersichtlich, erreicht der talläufige Schwall das untere Haltungsende eher als der bergläufige Sunk das obere. Dieser befindet sich also noch in der Haltungsstrecke, wenn der Schwall in km 4,0 eintrifft. Die Stellung des Sunkes (und damit der Wert L und die Dimensionen des Berechnungs-Endquerschnittes) hängt also direkt auch vom Schwall ab, und es muß somit hier ebenfalls eine allmähliche Annäherung erfolgen.

Im vorliegenden Fall sind drei Näherungen ausgeführt worden, und wir wollen hier die letzte mitteilen:

h, 1) Der Schwall verläßt zur Zeit $t=338$ s den Kreuzungspunkt km 1,645 mit den unter g) nachgewiesenen Kennwerten (dort mit \bar{z}_0, \bar{a}_0 usw. bezeichnet):

$$z_0 = +0,128 \text{ m}, h_0 = 3,376 \text{ m}, v_0 = +0,160 \text{ m/s}, a_0 = +6,08 \text{ m/s}, \\ \Delta Q_0' = 59,5 \text{ m}^3/\text{s}, Q_0 = +100,8 \text{ m}^3/\text{s}, h_0' = 3,504 \text{ m}, B_0 = 76,45 \text{ m}, \\ \Delta F_0' = +0,128 \cdot 76,45 = +9,78 \text{ m}^2.$$

Zur Zeit $t=664$ s ist laut zweiter Näherung im Ausgangsquerschnitt km 1,645 festzustellen:

$$\Delta Q_0'' = -0,1 \text{ m}^3/\text{s}, Q_0'' = +100,7 \text{ m}^3/\text{s}, z_0'' = -0,062 \text{ m}, h_0'' = 3,442 \text{ m}, \\ v_0'' = +0,383 \text{ m/s}.$$

In Querschnitt km 4,00 liegen bei $t=338$ s die Werte vor: $h_1 = 6,902$ m (Abb. 17c), $Q_1 = 60 \text{ m}^3/\text{s}$, $B_1 = 100$ m. Bei $t=664$ s trifft (wiederum laut zweiter Näherung) die Hebungswelle $z_1 = +0,100$ m ein und findet dort die vom Schwall noch unbeeinflusste Tiefe $h_1^+ = 6,864$ m (Abb. 17c), die Fließmenge $Q_1 = 60 \text{ m}^3/\text{s}$, die Fläche $686,4 \text{ m}^2$ und somit die Vorgeschwindigkeit $v_1^+ = 60,0 : 686,4 = +0,087 \text{ m/s}$ vor.

Nach Gl. (2) wird

$$a_1 = +0,087 + \sqrt{9,81 \cdot (6,864 + 3/2 \cdot 0,100)} = +8,39 \text{ m/s}, \\ \Delta Q_1' = +8,39 \cdot 0,100 \cdot 100 = +83,9 \text{ m}^3/\text{s}, Q_1' = 60,0 + 83,9 = \\ = +143,9 \text{ m}^3/\text{s}, \\ h_1' = 6,864 + 0,100 = 6,964 \text{ m}, F_1' = 696,4 \text{ m}^2, v_1' = 143,9 : 696,4 = \\ = +0,206 \text{ m/s}.$$

Mit diesen Daten können nunmehr folgende Differenzen und Mittelwerte gebildet werden, die für die Anwendung der Gl. (4) und (5) erforderlich sind:

$$a_m = 1/2 \cdot (8,39 + 6,08) = +7,23 \text{ m/s}, \Delta a = +8,39 - 6,08 = \\ = +2,31 \text{ m/s}, L = 4000 - 1645 = 2355 \text{ m}, t = 338 + 2355/7,23 = \\ = 664 \text{ s (Rechtfertigung für den früher angegebenen Wert!)}, \\ R_m = h_m = 1/2 \cdot (3,442 + 6,964) = 5,203 \text{ m}, v_m = 1/2 \cdot (0,382 + 0,206) = \\ = +0,294 \text{ m/s}, (v^2)_m = 1/2 \cdot (0,382^2 + 0,206^2) = 0,09415 \text{ m}^2/\text{s}^2, \\ I_r = \frac{0,09415}{35^2 \cdot 5,203^{4/3}} = 0,00000852, I_m = \frac{6,906 - 6,902}{2355} =$$

$= 0,00000170$ (vgl. Abb. 17b und 17c, aus denen die zur Zeit 338 s vorhandenen Spiegelkoten in km 1,645 und 4,00 hervorgehen).

$$\Delta B = 100,0 - 76,45 = +23,55 \text{ m}, B_m = 1/2 \cdot (100,00 + 76,45) = \\ = 88,22 \text{ m}, \Delta Q = 60,0 - 41,3 = +18,7 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (siehe Abs. g)}, \\ \Delta Q_1 = 0, \Delta F_1 = 686,4 - 690,2 = -3,80 \text{ m}^2.$$

Gl. (4) ergibt dann:

$$\Delta F_1' = +9,93 \text{ m}^2 \text{ bzw. } z_1 = +9,93 : 100,0 = +0,099 \text{ m und} \\ \text{entsprechend eine plötzliche Spiegelhebung von } +6,864 \\ \text{auf } +6,963 \text{ m. Angenommen war } z_1 = +0,100 \text{ m.}$$

Gleichung (5) liefert die Beziehung

$$\Delta Q_0'' = 7,23 \cdot \Delta F_0'' + 33,62 \quad (a)$$

h, 2) Für den Sunk läßt sich eine gleichartige Rechnung durchführen wie folgt:

Die Welle verläßt zur Zeit $t=338$ s den Querschnitt km 1,645 und bewegt sich gegen das obere Kanallende hin.

Für den Ausgangsquerschnitt gelten nach Abs. g) bzw. der zweiten Näherung die Daten:

$$z_0 = -0,096 \text{ m}, h_0 = 3,60 \text{ m}, v_0 = +0,217 \text{ m/s}, a_0 = -5,61 \text{ m/s}, \\ \Delta Q_0' = +41,1 \text{ m}^3/\text{s}, Q_0' = +100,8 \text{ m}^3/\text{s}, h_0' = 3,504 \text{ m}, B_0 = 76,45 \text{ m}, \\ \Delta F_0' = -0,096 \cdot 76,45 = -7,34 \text{ m}^2, \Delta Q_0'' = -0,1 \text{ m}^3/\text{s}, Q_0'' = \\ = +100,7 \text{ m}^3/\text{s}, h_0'' = 3,442 \text{ m}, v_0'' = \frac{100,7}{3,442 \cdot 76,45} = +0,383 \text{ m/s}.$$

Zur Zeit $t=664$ s, zu der der Schwall in km 4,00 eintrifft, hat der Sunk den km 0,225 erreicht, wo $B_1 = 62,25$ m und die Sohle auf $+5,662$ m liegt. Es ist daher $h_1 = +7,223 - 5,662 = 1,561$ m (bei $t=338$ s, siehe Abb. 16a) und $h_1^+ = 7,189 - 5,662 = 1,527$ m (bei $t=664$ s, Abb. 16a). Die Zustandslinie gilt für $t=663$ s, sie kann ohne merklichen Fehler auch für $t=664$ s verwendet werden.

$$F_1 = 62,25 \cdot 1,561 = 97,17 \text{ m}^2, F_1^+ = 62,25 \cdot 1,527 = 95,05 \text{ m}^2.$$

Wegen der geringen Entfernung vom oberen Haltungsende ist genau genug $Q_1^+ = 60,0 \text{ m}^3/\text{s}$, so daß $v_1^+ = 60 : 95,05 =$

$$= +0,631 \text{ m/s}, z_1 = -0,073 \text{ m}, h_1' = 1,527 - 0,073 = 1,454 \text{ m},$$

$$F_1' = 62,25 \cdot 1,454 = 90,5 \text{ m}^2 \text{ (lt. 2. Näherung)}.$$

$$a_1 = +0,631 - \sqrt{9,81 \cdot (1,527 - 3/2 \cdot 0,073)} = -3,10 \text{ m/s},$$

$$\Delta Q_1' = (-0,073) \cdot 62,25 \cdot (-3,10) = +14,1 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$Q_1' = +60,0 + 14,1 = +74,1 \text{ m}^3/\text{s}, v_1' = 74,1 : 90,5 = +0,819 \text{ m/s}$$

Nunmehr lassen sich die Mittelwerte und Differenzen bilden:

$$a_m = 1/2 \cdot (-5,61 - 3,10) = -4,355 \text{ m/s}, \Delta a = -3,10 - \\ -(-5,61) = +2,51 \text{ m/s}, L = 225 - 1645 = -1420 \text{ m}.$$

$$\Delta t = \frac{-1420}{-4,335} = 326 \text{ s}, t = 338 + 326 = 664 \text{ s}.$$

Dieser Wert deckt sich mit dem Zeitpunkt des Eintreffens des Schwalles in km 4,00, womit bewiesen ist, daß der Endquerschnitt richtig in km 0,225 liegt.

$$R_m = 1/2 \cdot (3,442 + 1,454) = 2,448 \text{ m}, v_m = 1/2 \cdot (0,383 + 0,819) = \\ = +0,601 \text{ m/s}, (v^2)_m = 1/2 \cdot (0,383^2 + 0,819^2) = 0,409 \text{ m}^2/\text{s}^2,$$

$$I_r = 0,0001010 \text{ (nach Gl. (6))}, I_m = \frac{7,130 - 7,223}{-1420} = +0,0000655,$$

$$\text{(Abb. 16), } \Delta B = 62,25 - 76,45 = -14,20 \text{ m}, B_m = 1/2 \cdot (62,25 + \\ + 76,45) = 69,35, \Delta Q = 60,0 - 59,7 = +0,3 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ (vgl. Abs. g,} \\ \text{dort } \Delta Q_{1i} = +59,7 \text{ m}^3/\text{s)}, \Delta Q_1 = 0, \Delta F_1 = 95,05 - 97,17 = \\ = -2,12 \text{ m}^2.$$

Mit diesen Werten wird nach Gl. (4)

$$\Delta F_1' = -4,39 \text{ m}^2 \text{ bzw. } z_1 = -4,39 : 62,25 = -0,071 \text{ m}$$

(Annahme: $-0,073$ m), entsprechend einer plötzlichen Spiegelsenkung von $+7,189$ auf $+7,118$ m, Abb. 16a und f. Nach Gl. (5) erhalten wir

$$\Delta Q_0'' = -4,355 \cdot \Delta F_0'' - 21,47 \quad \dots (b)$$

Aus (a) und (b) lassen sich die noch Unbenannten ermitteln:

$$\Delta F_0'' = -4,76 \text{ m}^2 \text{ bzw. } z_0'' = -4,76 : 76,45 = -0,062 \text{ m}$$

(Annahme $-0,062$ m) entsprechend einer allmählichen Spiegelsenkung von $+7,034$ auf $+6,972$ m, und

$$\Delta Q_0'' = -0,8 \text{ m}^3/\text{s} \text{ bzw. } Q_0'' = 100,8 - 0,8 = +100,0 \text{ m}^3/\text{s}$$

(Annahme $+100,7 \text{ m}^3/\text{s}$).

Diese Ergebnisse stimmen mit den Annahmen laut zweiter Näherung so gut überein, daß sie als endgültig angesehen werden können.

h, 3) Fortschritt der Senkungswelle bis ans obere Haltungsende. Genau genommen wäre nun das unter h 1) und h 2) durchgeführte Verfahren in der Weise zu wiederholen, daß als Endzeit die des Eintreffens des Sunkes am oberen Haltungsende angenommen wird, was bedeutet, daß der Schwall um eine fiktive Strecke über das untere Haltungsende hinaus zu berechnen wäre. Diese komplizierte Rechnung können wir uns im vorliegenden Fall aber sparen und davon ausgehen, daß sich in der kurzen für den Sunkfortschritt zwischen km 0,225 und km 0,00 in Frage kommenden Zeit die Charakteristiken für den Querschnitt km 1,645 nicht mehr wesentlich ändern und die aus den früheren Berechnungen bekannten Werte h_0^* , z_0^* und Q_0^* bei Auswertung der Gl. (4) und (5) für die Strecke km 1,645 bis km 0,00 unverändert verwendet werden können. Die Berechnung bietet nichts Besonderes und braucht hier nicht wiedergegeben zu werden. Erwähnt sei nur, daß die Wassertiefe h_1^* in km 0 bei Eintreffen des Sunkes durch Extrapolation in Abb. 17a ermittelt wird.

Als Ergebnis ist festzustellen, daß der Sunk zur Zeit $t=742$ s das Oberende erreicht und hier eine plötzliche Spiegelsenkung von +7,194 auf +7,165 m verursacht (Abb. 17a).

i) Reflexion der Wellen an den Haltungsenden. Sowohl der Schwall wie auch der Sunk werden an den Kanalenden gleichsinnig reflektiert. Der erstgenannte wird also in km 4,0 als Schwall zurückgeworfen, der letztere in km 0,0 als Sunk.

i, 1) Reflexion des Schalles in km 4,0. Die Kennwerte der ankommenden Schwallwelle sind aus Abschnitt h, 1) ersichtlich. Im Sinn unserer Bezeichnungsweise wird jetzt der dort verwendete Index 1 durch i ersetzt. Folgende Werte liegen vor:

$$z_i = +0,099 \text{ m}, a_i = +8,39 \text{ m/s},$$

$$Q_i = 60,0 + 0,099 \cdot 8,39 \cdot 100 = +143,1 \text{ m}^3/\text{s}, h_i = 6,963 \text{ m},$$

$$v_i = 143,1 : (100 \cdot 6,963) = +0,205 \text{ m/s}, B_i = 100,0 \text{ m}.$$

Da nach der Reflexion im Querschnitt nur die Werkswassermenge fließt ($60 \text{ m}^3/\text{s}$), ist $\Delta Q' = 60,0 - 143,1 = -83,1 \text{ m}^3/\text{s}$. Bei vorläufiger Annahme von $\bar{z} = +0,102 \text{ m}$ wird $\bar{a} = +0,205 - \sqrt{9,81 \cdot (6,963 + 3/2 \cdot 0,102)} = -8,14 \text{ m/s}$ und $\bar{z} = \frac{-83,1}{100 \cdot (-8,14)} = +0,102 \text{ m}$ wie angenommen.

Es tritt bei der Reflexion eine plötzliche Spiegelhebung von +6,963 auf +7,065 m ein (Abb. 17c).

i, 2) Reflexion der Senkungswelle in km 0,0. Aus h, 2) gehen die Daten der ankommenden Welle hervor:

$$z_i = -0,029 \text{ m}, a_i = -2,525 \text{ m/s}, Q_i = 60,0 + (-0,029) \cdot (-2,525) \cdot 60 = +64,4 \text{ m}^3/\text{s}, h_i = 1,165 \text{ m}, v_i = 64,4 : (60 \cdot 1,165) = +0,922 \text{ m/s}, B_i = 60 \text{ m}.$$

Bei der Reflexion ist $\Delta Q' = 60,0 - 64,4 = -4,40 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\bar{a} = +0,922 + \sqrt{9,81 \cdot (1,165 - 3/2 \cdot 0,017)} = +4,267 \text{ m/s},$$

$$\bar{z} = \frac{-4,40}{60,0 \cdot 4,267} = -0,017 \text{ m},$$

wie angenommen.

Bei der Reflexion wird der Spiegel plötzlich von +7,165 auf +7,148 m gesenkt (Abb. 17a)).

j) **Schlußbemerkungen zum Zahlenbeispiel.** Die Ergebnisse zu g) bis i) gestatten eine Ergänzung der zeichnerischen Auftragungen über den Zeitpunkt $t=338$ s der Wellenkreuzung hinaus.

Das Ort-Zeit-Bild (Abb. 15b) erfährt für $t > 338$ s eine Berichtigung, die jedoch nur für die Senkungswelle merklich ist. In Abb. 16a läßt sich die weitere Zustandslinie für $t=664$ s eintragen. Auch hier ist fein punktiert der Weg angegeben, den Kopf und Fuß der Wellen nach der Überschneidung zurücklegen. Durch Zwischenschaltung unter gleichzeitiger Mitbenutzung der Ganglinie (Abb. 17) ist es auch möglich, Zustandslinien für zwischenliegende Zeitpunkte abzuleiten. In Abb. 16 ist dies für $t=150$ und 450 s geschehen.

Ganglinien für die beiden Endquerschnitte und für den Querschnitt km 1,645 zeigen die Abb. 17a—c.

Aus den Ganglinien für die Haltungsenden lassen sich die Fallhöhenverluste während der Schwingung ermitteln. In Abb. 17d ist dies geschehen unter der Voraussetzung, daß sich unterhalb von km 4,0 eine weitere gleichartige Haltung mit der gleichen Spiegelbewegung anschließt.

Damit ist die Berechnung so weit geführt, daß die größten Ausschläge und Fallhöhenbeeinflussungen bekannt sind. Eine weitere Berechnung erübrigt sich. Der weitere Schwingungsverlauf ist grundsätzlich in Abb. 4 dargestellt.

Auf die zu erwartenden Sekundärscheinungen ist in Teil I hingewiesen worden. Mit Rücksicht auf das dort Gesagte wird darauf verzichtet, die Berechnung hierauf auszudehnen.

In Abb. 16 sind die Lagen des Beharrungsspiegels nach den früher angegebenen Grundsätzen eingetragen.

An Hand der Ergebnisse kann gesagt werden, daß für hintereinandergeschaltete Flußstufen mit ihren großen Fließflächen und Wassertiefen in den Stauhaltungen im allgemeinen bei der Durchlaufspeicherung kaum Schwierigkeiten irgendwelcher Art auftreten werden, wenn die Stufen mit Stau aneinanderschließen. Man kann sich dann häufig mit Überschlagsrechnungen begnügen und auf eine eingehende Durchrechnung verzichten. — Anders ist es aber bei engen Haltungen wie etwa bei hintereinandergeschalteten Kanalstufen. Hier wird eine genaue Untersuchung in der Regel zu empfehlen sein.

Berechnung mehrstöckiger Rahmen auf Seitenkräfte im Ausgleichsverfahren.

Von Dipl.-Ing. Sauvage, Beratender Ingenieur, Münster (Westf.).

Zu diesem Thema sind in Der Bauingenieur 26 (1951) S. 207 und 27 (1952) S. 113 zwei Verfahren veröffentlicht worden, die beide recht viel Rechenarbeit erfordern. Das erste ergibt z. B. für einen zwei-stieligen Fünfstockwerkrahmen eine Matrix aus $2 \cdot 5$ Knoten- und $2 \cdot 5$ Verschiebungsgleichungen mit $2 \cdot 11$ Unbekannten. Das zweite erfordert fünfmaligen Momentenausgleich nach Cross, danach Aufstellung einer fünf-gliedrigen Matrix, deren Ausrechnung die Beiwerte für die Endmomente ergibt.

Beim Drehwinkelausgleich benötigt man statt dessen, nur einmaligen Ausgleich von fünf Knotenwerten (1 Dreh-

winkel je Knoten). Kombiniert man aus der Knotengleichung (4):

$$k_{45} \varphi_5 + (2 \sum k_i + k_{4,4}) \varphi_4 + k_{34} \varphi_3 + 3 k_{34} v_4 + 3 k_{45} v_5 = \sum M_4$$

und den Kettengleichungen (4) und (5):

$$3 k_{34} (\varphi_3 + \varphi_4) + 6 k_{34} v_4 = - \sum_4^n W \cdot h_4/2$$

$$3 k_{45} (\varphi_4 + \varphi_5) + 6 k_{45} v_5 = - \sum_5^n W \cdot h_5/2$$

die zusammengesetzte Knotengleichung:

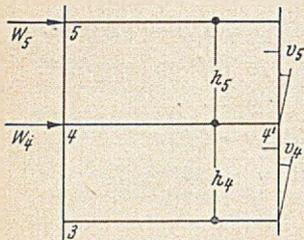


Abb. 1.

$$-1/2 k_{4,5} \varphi_3 + (1/2 \sum k_4 + 2,5 k_{4,4}) \varphi_4 - 1/2 k_{3,4} \varphi_3 = 1/4 (\sum W \cdot h_4 + \sum W \cdot h_5),$$

so ergibt sich daraus der primäre Drehwinkel:

$$\varphi_4^0 = \frac{(\sum W \cdot h_4 + \sum W \cdot h_5) / 4}{1/2 \sum k_4 + 2,5 k_{4,4}}$$

mit dem Zähler als Ausgangsmoment \mathfrak{M}_4 und dem Nenner als Knotensteifigkeit, sowie der Ausgleichs-(Übertragungs-) Beiwert:

$$+ 1/2 k : K \text{ (positiv!)}$$

Die Ausrechnung der Steifigkeiten, Grundmomente, primären Drehwinkel, Stabdrehwinkel v und der Endmomente geschieht am einfachsten in Tabellenform und ist eine rein mechanische Arbeit, die durch jede Hilfskraft ausgeführt werden kann.

Nebenstehend die Ansätze für die Tabellen und der Drehwinkelausgleich.

6	0253	-0,804 -0,1106	-0,9146 -0,0119 -0,9265
5	1429	-0,775 -0,0601 -0,0231 -0,003 -0,0003	-0,7750 -0,0832 -0,0006 -0,8588
4	0633	-0,862 -0,0647 -0,0239 -0,002 -0,0026	-0,9506 -0,0048 -0,9554
3	0462	-1,276 -0,1239 -0,0070 -0,0413 -0,0002 -0,0002	-1,3999 -0,0483 -0,0004 -1,4486
2	0868	-1,429	-1,4290 -0,0759 -0,0026 -1,5075
1			

Steifigkeiten:

Stab	k/l	$\sum k$	$1/2 \sum k$	$+ 2 \frac{1}{2} k_r$	$= K$	$k/2$	$k/2 K$	K_n
1-2	5							
2-2'	8	16	8	20	28	1,5	0,0536	2
2-3	3						0,0868	
3-3'	5	9,5	4,75	12,5	17,25	0,75	0,0435	3
3-4	1,5						0,0462	

usw.

K_n	W	$\sum W$	$\cdot h/4$	$=$	$\sum \mathfrak{M}$	$: K$	$= \varphi^0$
6	-1,5	-1,5	0,75	-1,125	-1,125	1,4	-0,804
5	-3,5	-5	1	-5	-6,125	7,9	-0,775
4	-4	-9	1	-9	-14	16,25	-0,862

usw.

$$\text{Stabdrehwinkel } v_4 = -(\varphi_3 + \varphi_4) / 2 - 1/12 h_4 \sum W/k_{3,4}$$

K_n	$-\varphi/2$	$-(\varphi_3 + \varphi_4) : 2$	$-\sum W h/4 : 3 k_u$	$= -\mathfrak{M} / W$	v
6	0,4633	0,8927	1,125	1,2	0,9375
5	0,4294	0,9071	5	3	1,6667
4	0,4777	1,2020	9	4,5	2,2020

usw.

$$\text{Stabendmomente } M_s = +k(2\varphi + \varphi + 3v)$$

$$M_r = +3k\varphi$$

M	2φ	φ	$+3v$	$=$	$\cdot k$	$= M$
$M_{0,6'}$	-1,853	-0,9265	—	-2,780	0,4	-1,11
$M_{0,5}$	-1,853	-0,859	5,491	2,779	0,4	+1,11 (-)
$M_{5,0}$	-1,718	-0,927	5,491	2,847	0,4	+1,14
$M_{5,5'}$	-1,718	-0,859	—	-2,576	2,4	-6,18
$M_{5,4}$	-1,716	-0,955	7,721	5,048	1	+5,05 (-)
$M_{4,5}$	-1,911	-0,859	7,721	4,952	1	+4,95
$M_{4,4'}$	-1,911	-0,955	—	-2,866	5	-14,33
$M_{4,3}$	-1,911	-1,449	9,606	6,247	1,5	+9,37(-)
$M_{3,4}$	-2,897	-0,955	9,606	5,753	1,5	+8,63
$M_{3,3'}$	-2,897	-1,449	—	-4,346	5	-21,72
$M_{3,2}$	-2,897	-1,507	8,767	4,363	3	+13,09(-)
$M_{2,3}$	-3,015	-1,449	8,767	4,304	3	+12,91
$M_{2,2'}$	-3,015	-1,507	—	-4,522	8	-36,18
$M_{2,1}$	-3,015	—	7,661	4,646	5	+23,23(-)
$M_{1,2}$	—	-1,507	7,661	6,154	5	+30,77

Kurze Technische Berichte.

Experimentelle Untersuchung der aerodynamischen Stabilität von Hängebrücken.

Einleitung: Die nachstehend beschriebenen Untersuchungen wurden im Auftrage des engl. Transportministeriums vom staatl. physikalischen Laboratorium anlässlich der Planung der Straßen-Hängebrücke über den Severn durchgeführt. Die Brücke überspannt eine Hauptöffnung von 990 m und 2 Seitenöffnungen von je 305 m. Die Versuche begannen im Jahre 1946 und wurden 1951 abgeschlossen.

Nachstehend wird ein kurzer Überblick über die Versuche mit den wichtigsten Ergebnissen und Schlußfolgerungen gegeben. Die detaillierten Ergebnisse der Untersuchungen liegen in unveröffentlichten Berichten beim staatlichen physikalischen Laboratorium in London auf.

Geschichtlicher Überblick: In der Vergangenheit wurden viele Brückeneinstürze durch Windeinwirkung hervorgerufen. Einige dieser Katastrophen sind auf ungenügende Bemessung der Überbauten gegen den ruhenden oder statischen Winddruck zurückzuführen. In den meisten Fällen aber wurden Hängebrücken, die gegen die genannte Wirkung des Windes mit ausreichender Sicherheit bemessen waren, unter der dynamischen Wirkung der Windlast, die zu Schwingungen des Überbaues geführt hatte, zum Einsturz gebracht. Diese dynamische Wirkung des Windes wird als „aerodynamische Instabilität“ bezeichnet. Nachfolgend wird nun gezeigt, daß die kritischen Windgeschwindigkeiten, die zu Schwingungen führen können, ungefähr den Werten der Eigenfrequenzen $N=1/T$ proportional sind. Aus diesem Grunde ist auch zu erwarten, daß Hängebrücken mit großen Öffnungen und niedrigen Eigenfrequenzen für aerodynamische Einwirkungen empfindlicher sind als andere Brückensysteme. Es sind auch in der Tat Schwingungen bisher

nur an Hängebrücken mit größeren Spannweiten beobachtet worden. Als Beispiele hierfür können u. a. angeführt werden: Die Hängebrücke über die Straße von Menai, die in den Jahren 1826, 1836 und 1839 durch infolge Wind hervorgerufene Torsionsschwingungen schwer beschädigt wurde, dann als wei-

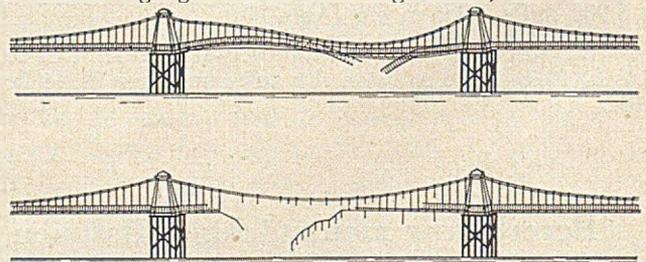


Abb. 1. Torsionsschwingungen der Brighton-Chain-Pier.

tere Brücke die alte Brighton Chain Pier (Abb. 1), die 1836 während eines Sturmes ebenfalls durch Torsionsschwingungen zerstört wurde.

Weitere verschiedene moderne Hängebrücken, hauptsächlich in den USA, haben eine aerodynamische Instabilität aufzuweisen, die aber in den meisten Fällen zu keiner wesentlichen Beschädigung geführt hat. Bei einigen dieser Brücken ist durch nachträgliche besondere Maßnahmen, wie Einziehen von zusätzlichen Schrägseilen, Verstärkung der Versteifungsträger oder Herstellen einer festen Verbindung zwischen Tragkabel und Versteifungsträger in Brückenmitte, die aerodynamische Instabilität entweder ganz beseitigt oder aber zumindest stark abgemindert worden.

Eine dramatische Ausnahme stellt allein die Hängebrücke über die Meerenge von Tacoma (Abb. 2) dar, die 1940 ebenfalls durch Torsionsschwingungen, ähnlich wie bei der Brighthon Chain Pier, mit einem Knoten in Brückenmitte, einstürzte. Die Brücke hatte mit einer Spannweite von 855 m in der Hauptöffnung nur eine Fahrbahnbreite von annähernd 11,8 m und als Versteifungsträger einen 2,45 m hohen Vollwandträger. Trotz

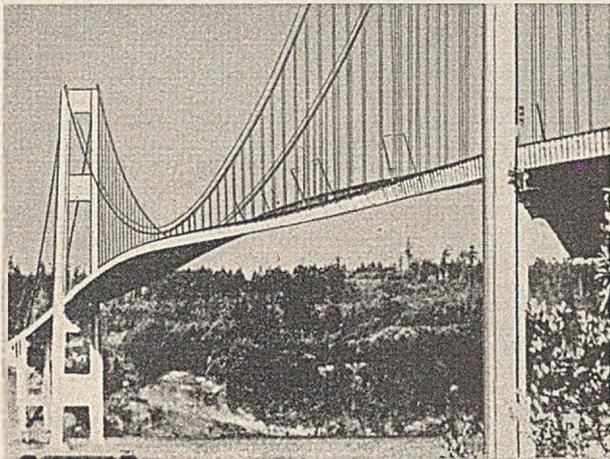


Abb. 2. Torsionsschwingungen der Tacoma-Brücke.

des ungünstigen Verhältnisses von Fahrbahnbreite zu Spannweite von nur $1/72$ war die Brücke vollkommen ausreichend gegen statischen Winddruck bemessen. Die geringe Breite hat auch kaum etwas mit dem Einsturz zu tun. Die seitliche Ausbiegung der Fahrbahn erreichte in dem Sturm, der die Brücke zum Einsturz brachte, nur $1/3$ der Verformung, die in seitlicher Richtung zum Bruch geführt hätte.

Die Ursache des Einsturzes war die ungenügende Steifigkeit der Brücke in vertikaler Richtung. Die aerodynamische Windgeschwindigkeit, bei der die schon bei niedrigerer Windgeschwindigkeit aufgetretenen Biegeschwingungen (Vertikalschwingungen) in Torsionsschwingungen wechselten, betrug annähernd 22 m/sec, was annähernd einem statischen Winddruck von 36 kg/m² entspricht.

Nach dem Zusammenbruch der Tacoma-Brücke wurden anschließend in den USA und auch in England ausgedehnte Schwingungsuntersuchungen angestellt. An der Universität in Washington baute man eigens zu dem Zweck, Schwingungsuntersuchungen an Hängebrückenmodellen vornehmen zu können, einen Windkanal von 30 m Durchmesser. Die dortigen Modellversuche ergaben auch volle Übereinstimmung zwischen den Schwingungen des Modells mit den Schwingungen, die an der Tacoma-Brücke vor dem Einsturz beobachtet worden waren. Die 2. Tacoma-Brücke wurde auch auf Grund der neuen Versuchsergebnisse mit genügender Steifigkeit gebaut und 1950 fertiggestellt.

Art der Schwingungen.

Die an Hängebrücken auftretenden Schwingungen haben 2 Formen aufzuweisen:

1. Biegeschwingungen oder auch Vertikalschwingungen genannt und
2. Torsionsschwingungen.

Bei den ersteren bewegt sich der Überbau auf und nieder und die beiden Kabel verschieben sich in gleicher Richtung und um das gleiche Maß. Die Schwingungsform kann hierbei symmetrisch oder auch antisymmetrisch sein. Bei der symmetrischen Schwingungsform mit einer oder auch mehreren Wellen in der Hauptöffnung wird das Tragkabel während des Schwingungsvorganges beachtlichen Beanspruchungen unterworfen, da es die Verschiebungen des Versteifungsträgers nur durch Dehnungen bzw. Verkürzungen mitmachen kann, also dauernden Längenänderungen unterworfen ist. Bei den antisymmetrischen Schwingungen schwingen die Versteifungsträger in 2 oder mehr Wellen, aber mit einem Knoten in Brückenmitte, so daß die Tragkabel infolge dieser Verschiebungen hauptsächlich nur geometrische Verformungen erleiden (Kabellänge bleibt annähernd konstant), die als Dämpfung aufgefaßt, den Schwingungen des Versteifungsträgers weniger Widerstand entgegensetzen, als durch die wechselnden Längenänderungen des Tragkabels bei den symmetrischen Schwingungen an Widerstand überwunden werden muß. Die Torsionsschwingungen verursachen im Gegensatz zu den gleichgerichteten Verformungen der Biegeschwingungen entgegengesetzte Verschiebungen der beiden Kabel mit

einem Knoten in Brückenmitte und daraus resultierend ein wechselndes Verdrehen des Brückenquerschnitts um die Brückenlängsachse.

Wird nun eine Brücke durch irgendeinen äußeren Einfluß in Schwingungen versetzt und sich dann selbst überlassen, so werden Schwingungen auftreten, die als eine Mischung von gedämpften freien Schwingungen betrachtet werden können, von denen jede ihre eigene Frequenz, ihren eigenen Dämpfungswert und auch ihre eigene Wellenform hat. Die Dämpfung setzt sich hierbei aus zwei Anteilen, der aerodynamischen Dämpfung und der elastischen Dämpfung, zusammen. Die aerodynamische Dämpfung wird in der Hauptsache durch die bei der Wirbelablösung auftretende Reaktion hervorgerufen, die als aerodynamische Wiederherstellungskraft durch das Abwandern des Wirbelsystems gegenüber der Schwingung der Brücke eine Phasenverschiebung erleidet. Sie kann eine positive oder negative Dämpfungstendenz haben, je nachdem ob sie der Brückenverformung nachhinkt oder vorausseilt. Da außerdem sowohl die Stärke als auch die Phase des Wirbelsystems von der Windgeschwindigkeit abhängig ist, kann ohne weiteres der Fall eintreten, daß die sogenannte Nettodämpfung = aerodynamische plus elastische Dämpfung nur in einem begrenzten Geschwindigkeitsbereich negativ ist und bei anwachsender Windgeschwindigkeit wieder positiv wird. Diese Erwägungen sind auch an Hängebrücken durch Beobachtungen ähnlicher Schwingungserscheinungen bestätigt worden. Die beiden Windgeschwindigkeiten, die so einen Bereich abgrenzen, werden im weiteren als „kritische Windgeschwindigkeiten“ bezeichnet. Bei der kritischen Geschwindigkeit bleibt die Nettodämpfung gleich Null, das heißt, die Amplituden der Schwingungen werden aufrechterhalten. Wird die Geschwindigkeit geändert, so kann die Nettodämpfung positiv oder negativ werden, je nachdem die Schwingungsamplituden fallen oder steigen. Eine grundlegende Klärung dieses Verhältnisses würde aber eine genaue Kenntnis des Wirbelsystems erfordern. Die Wirbelsysteme selbst aber sind wiederum in erster Linie von der Querschnittsgestaltung der Brücke abhängig, so daß eine allgemeine theoretische Erfassung dieser Systeme auf fast unüberwindliche Schwierigkeiten stößt und deshalb der Nachweis der Windstabilität einer geplanten Brücke meistens auf experimentellem Wege erbracht wird.

Experimentelle Methoden.

Bei den hier beschriebenen Untersuchungen wurde das aerodynamische Verhalten einer Hängebrücke unter Wind durch Messungen an Modellen im Windkanal nachgewiesen. Die Modelle sind ähnlich aufgebaut wie die, welche seinerzeit zur Untersuchung der neuen Tacoma-Brücke verwendet worden waren. So wie damals schon Messungen an 2 Typen von Modellen: an Teilmodellen und Vollmodellen durchgeführt wurden, so werden auch bei diesen Untersuchungen beide Modelle verwendet. Ein Teilmodell gibt nur ein kurzes Stück der Brücke wieder, kann aber durch federnde Aufhängung so montiert werden, daß die an der eigentlichen Brücke auftretenden zweidimensionalen Bewegungen auch am Modell beobachtet werden können. Im allgemeinen werden aber an Teilmodellen nur die kritischen Windgeschwindigkeiten sowie die Frequenzen gemessen.

Die Nachbildung der vollständigen Brücke kann natürlich nur durch das Vollmodell gewährleistet werden, das aber dann so wirklichkeitstreu aufgebaut sein muß, daß ein Verhalten im Windstrom dem der wirklichen Brücke auch gleichkommt. In den Anfangsstadien der anzustellenden Untersuchungen war es noch ungewiß, ob von dem Verhalten des Teilmodells im Windstrom zuverlässige Rückschlüsse auf das Verhalten der wirklichen Brücke gemacht werden können. Verschiedene Einflüsse, die bei der wirklichen Brücke eine Rolle spielen können, wie z. B. die Pylonensteifigkeit, die Trägheitskräfte, die Gradienten der Brücke, die Wellenform, die horizontale Windneigung usw., können am Teilmodell nicht erfaßt werden. Es ist natürlich klar, daß ein Vollmodell diese genannten Einflüsse ebenfalls nicht exakt erfassen läßt, da die genaue Durchbildung der einzelnen Bauelemente, soweit dies überhaupt möglich ist, einmal zuviel Zeit braucht und zum anderen auch mit bedeutenden Kosten verbunden ist. Aus diesem Grunde wurde zunächst ein Teilmodell gebaut, das dann infolge der aus den Messungen gewonnenen Erkenntnisse die Ausbildung des eigentlichen Brückenquerschnitts ermöglichte. Noch während der Messungen wurde dann ein Vollmodell aufgebaut, an welchem die wechselnden Beziehungen zwischen den beiden verschiedenen Versuchsmethoden kontrolliert werden konnten. Das Vollmodell wurde notwendigerweise nach einem Vorentwurf gebaut, der von dem Ausführungsentwurf etwas abwich. Ein Vergleich der Messungen am Vollmodell mit gleichzeitig durchgeführten Messungen am Teilmodell führte zu der Folgerung, daß Teil-

modellversuche für zuverlässige Angaben über das aerodynamische Verhalten der eigentlichen Bauwerke ausreichen, so daß auf den Bau eines neuen wirklichkeitstgetreuen Vollmodells verzichtet werden konnte. Die aerodynamische Stabilität der Brücke wurde aber mit einem vergrößerten getreuen Teilmodell im Maßstab $1/L=1/32$ überprüft, da es sich gezeigt hatte, daß das 1. Teilmodell in der Verkleinerung von $1/100$ nicht mit genügender Genauigkeit nachgebildet werden konnte.

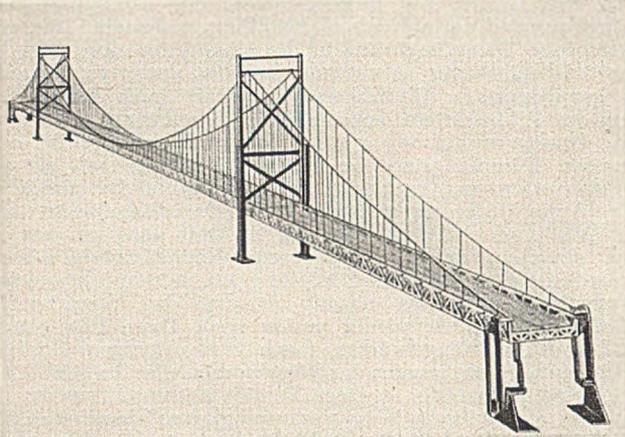


Abb. 3. Vollmodell: Verkleinerung 1 : 100.

Von wesentlicher Bedeutung für die getreue Nachbildung einer Brücke durch ein Modell ist auch die Kenntnis der Eigenfrequenzen und der elastischen Steifigkeiten von Brücke und Modell. Nur wenn beide bekannt sind, können Schlußfolgerungen von den Versuchsergebnissen auf das zu erwartende Verhalten der eigentlichen Brücke gezogen werden. Die Ermittlung dieser beiden entscheidenden Faktoren kann nach verschiedenen schon bekannten Methoden erfolgen und braucht hier nicht weiter erläutert zu werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt der Untersuchung war die Erfassung der Wirkung des statischen Winddruckes auf den Überbau. Die Messungen wurden an einem Teilmodell mit der Verkleinerung $1/32$ durchgeführt, wobei das Modell in 3 Teillängen mit kleinen Zwischenlücken im Windkanal nebeneinander aufgestellt und nur am Mittelteil gemessen wurde. Durch die beiden anliegenden Modelle sollte ein der Wirklichkeit entsprechender Luftstrom gewährleistet werden. Es wurden verschiedene Fälle mit positiven und negativen Anblaswinkeln untersucht.

Allgemeine Schlußfolgerungen aus den Versuchen am Teil- und Vollmodell: Die Messungen an beiden Modelltypen haben gezeigt, daß zuverlässige Voraussagungen über die Stabilität einer Hängebrücke von größerer Spannweite im allgemeinen schlecht ohne Hilfe von Modellmessungen gemacht werden können. Es ist natürlich klar, daß schon vorliegende Modellmessungen, ausgeführt an anderen Hängebrücken, sich als Richtschnur für die Entwurfsbearbeitung weiterer Objekte benutzen lassen. Es muß aber in jedem Falle darauf geachtet werden, daß, falls die neuen Objekte wesentliche Abweichungen aufweisen, dann die erforderliche Windstabilität durch weitere Versuche zu bestätigen ist. Die aus den Modellmessungen resultierenden Versuchsergebnisse zeigten folgende wichtige Erkenntnisse:

Hängebrücken mit Fachwerkversteifungsträgern sind gegen vertikale Schwingungen in den meisten Fällen stabil und können bezüglich Torsionsschwingungen durch die unten angeführten Maßnahmen günstig beeinflusst werden:

1. Verwendung von Versteifungsträgergurtungen, deren Verhältnis Breite zur Stärke groß ist.
2. Anbringen von Schlitzten oder offenen Rosten zwischen den Fahrbahnstreifen.
3. Ausbilden der sekundären Fahrbahnlangsträger ebenfalls als Fachwerkträger.
4. Anbringen von Geländern vom Zauntyp mit stärkeren Pfosten, um eine Störung des Luftstromes zu bewirken.
5. Verlegung der Geh- und Radwege außerhalb der Versteifungsträger.
6. Anbringen des Windverbandes gleich unter der Fahrbahn.

Hängebrücken mit Vollwandversteifungsträgern wurden im einzelnen nicht untersucht. Über das Verhalten dieser Brücken kann aber insofern etwas ausgesagt werden, als Messungen an beiden Modelltypen mit durch Papier abgedeckten Fachwerk-

versteifungsträgern gemacht wurden. Solche Brücken sind gegen Vertikalschwingungen sowie Torsionsschwingungen wegen ihrer plumpen aerodynamischen Formgebung wesentlich mehr empfindlich als Brücken mit Fachwerkversteifungsträgern.

Beschreibung der Modellversuche.

Das aerodynamische Verhalten von Hängebrücken wird von den Brückenabmessungen, dem Brückeneigengewicht, der Steifigkeit des Überbaues, der Beschaffenheit der Luft: wie Dichte und Zähigkeit und der Windgeschwindigkeit bestimmt. Die Übertragung der durch Modellmessungen gefundenen Schwingungsgrößen auf das eigentliche Bauwerk und umgekehrt erfolgt durch Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik. Die Ähnlichkeitsgesetze für den Aufbau von Teil- und Vollmodellen unterscheiden sich natürlich, da beim Teilmodell die Ermittlung der erforderlichen Modellsteifigkeit nicht wie beim Vollmodell aus dem richtigen proportionierten Verhältnis zwischen Schwerkraft und elastischen Kräften zu erfolgen hat, sondern hier nur auf die Ähnlichkeit der Frequenz zwischen Modell und Natur zu achten ist. Nachfolgend werden nun für die beiden Modelltypen die einzelnen Gesichtspunkte aufgeführt, die den Aufbau der Modelle bestimmen. Zum klaren Verständnis der angeführten Bezeichnungen diene die angegebene Zeichenerklärung:

$\rho = \frac{\gamma}{g}$	Luftdichte,
ν	Zähigkeit der Luft,
g	Fallbeschleunigung,
σ	Materialdichte,
E	Elastizitätsmodul,
φ_t	Verdrehungswinkel im Zeitpunkt t ,
z_t	Vertikale Verschiebung des Überbaues im Zeitpunkt t ,
Θ	Polares Massenträgheitsmoment pro Längeneinheit,
m	Masse pro Längeneinheit,
N_φ und N_z	Eigenfrequenzen der Torsions- bzw. Biegeschwingungen,
e_φ und e_z	Federkonstante pro Längeneinheit (Rückstellmoment bzw. Rückstellkraft für die Verdrehung 1 bzw. Auslenkung 1),
δ	Logarithmisches Dekrement zweier aufeinander folgender Schwingungsamplituden,
δ_φ und δ_z	Logarithmisches Dekrement der Torsions- und Biegeschwingungen in strömungsfreier Luft,
$\delta_{\varphi A}$ und $\delta_{z A}$	Logarithmisches Dekrement der aerodynamischen Dämpfung in strömungsfreier Luft,
$\delta_{\varphi s}$ und $\delta_{z s}$	Logarithmisches Dekrement der elastischen Dämpfung,
$\delta_{\varphi w}$	Logarithmisches Dekrement der infolge Wind auftretenden Torsionsschwingungen,
V und V_{kr}	Windgeschwindigkeit und kritische Windgeschwindigkeit,
$V_r = \frac{V}{NB}$; $V_s = \frac{V}{N_\varphi B}$	Dimensionslose Vergleichszahlen, $B = \text{Breite}$.
α	Anblaswinkel des Windes in der vertikalen Ebene,
β	Anblaswinkel des Windes in der horizontalen Ebene, ($\beta = 0^\circ$ Querwind, $\beta = 90^\circ$ Längswind).

1. Versuche mit dem Vollmodell (Abb. 3).

Nach den üblichen Prinzipien der Festlegung von Meßeinheiten können mit den für das Schwingungsverhalten von Hängebrücken maßgebenden Faktoren folgende dimensionslose Parameter gebildet werden:

- a) $\frac{\sigma}{\rho}$ Dichte des Materials,
- b) $\frac{E}{\rho V^2}$ Elastizität,
- c) δ_s elastische Dämpfung,
- d) $\frac{gB}{V^2}$ Schwerkraft,
- e) $\frac{VB}{\nu}$ Zähigkeit der Luft.

Vollständige dynamische Ähnlichkeit zwischen Modell und eigentlichem Bauwerk wird nur erreicht, wenn Modell und Bauwerk geometrisch ähnlich und die angegebenen Parameter für beide Systeme gleich groß sind. Der Parameter d) kann bei den erreichbaren Windkanalabmessungen und Windgeschwindigkeiten kaum eingehalten werden. Außerdem würde sich durch Umrechnung im Modellmaßstab entsprechend dem Parameter e) auch noch eine unterschiedliche Zähigkeit der Luft am Modell und am eigentlichen Bauwerk ergeben. Dadurch aber, daß die aerodynamischen Kräfte, die auf verhältnismäßig große Brückenkonstruktionen wirken, in der Hauptsache nur von der Druckwirkung abhängen und die Zähigkeit der Luft nur eine untergeordnete Rolle spielt, ist diese Abweichung von den Ähnlichkeitsgesetzen ohne wesentlichen Einfluß auf die Versuchsergebnisse. Ersetzt man weiter in vorheriger Parameterdarstellung die

Bezeichnungen $\frac{\sigma}{\rho}$; $\frac{E}{\rho v^2}$ durch die Bezeichnungen für die Trägheit

und elastische Steifigkeit des Bauwerks, so ändern sich die beiden Parameter in a) $\frac{\Theta_p}{\rho B^4}$, $\frac{m}{\rho B^2}$ b) $\frac{e_p}{\rho v^2 B^2}$, $\frac{e_z}{\rho v^2}$, die auch bei der Darstellung der Messungen meistens benutzt werden.

Ermittlung der Eigenfrequenzen und der Dämpfungseigenschaften des Vollmodells. Das Modell wurde durch eine Pendelvorrichtung in periodische Schwingungen versetzt und anschließend die Frequenzen der einzelnen Schwingungen gemessen. In vertikaler Richtung waren in der Mittelöffnung Schwingungen mit 0 bis 6 Knoten zu beobachten, denen Frequenzen von $N=0,13$ bis $0,53$ Perioden/sec entsprechen. Die Frequenzen der erregten Torsionsschwingungen mit 0—2 Knoten in der Mittelöffnung betragen $0,27$ bis $0,53$ Perioden/sec. Die logarithmischen Dekremente des Abklingens der künstlich erregten Schwingungen wurden wie üblich auf photographischem Wege gemessen. Es ergaben sich bei beiden Schwingungsformen (Biegung und Torsion) Dekremente von annähernd $\delta_{p,z} = 0,05$.

Die aerodynamischen Versuche. Die Windkanalgeschwindigkeit wurde von 0 bis auf einen Maximalwert gesteigert, der am eigentlichen Objekt einer Geschwindigkeit von annähernd 225 km/St oder einem statischen Winddruck von 245 kg/cm^2 entspricht. Die kritischen Windgeschwindigkeiten für die verschiedenen durch Windeinfluß aufrechterhaltenen Schwingungsformen (Nettodämpfung=0) wurden mit den entsprechenden Frequenzen photographisch festgehalten. Die Versuche wurden auch bei in beiden Ebenen verschiedenen Anblaswinkeln α und β durchgeführt. Die α -Neigung wurde zwischen ± 15 Grad variiert. Bei den Versuchen wurden außer den hier schon angeführten Einflüssen auch der Einfluß der konstruktiven Ausbildung des Systems erfaßt. Es wurden variiert:

- die Ausrundung (Gradiente) der Öffnungen,
- das Eigengewicht, die Steifigkeit der Pylone (hauptsächlich gegen Verdrehen),
- die äußere Formgebung des Versteifungsträgers usw.

Durch Abdecken des Fachwerkversteifungsträgers mit Papier war es möglich, auch das aerodynamische Verhalten eines Modells mit Vollwandversteifungsträgern zu studieren. Hierbei zeigte das Modell eine Anzahl der Schwingungsformen, die bei der Tacoma-Brücke vor dem Einsturz beobachtet worden waren.

Als wichtigste Erkenntnisse und Schlußfolgerungen der Vollmodellabmessungen kann angegeben werden:

a) jede durch Wind erzeugte Schwingung entsprach in der Form und in der Frequenz einer freien gedämpften Schwingung in strömungsfreier Luft. Kupplungswirkungen zwischen den Biege- und Drehbewegungen haben auf die Schwingungen selbst nur geringen Einfluß,

b) bei gleichen Anblaswinkeln zeigten sich die verschiedenen Formen von Torsions- und Biegeschwingungen jeweils fast immer beim gleichen V_r . Dies bedeutet, daß bei einem nahezu konstanten Wert V_r verschiedene Schwingungsformen von unterschiedlicher Knotenanzahl möglich sind,

c) Modelle mit Vollwandversteifungsträgern zeigten bei beiden Schwingungstypen einen hohen Grad von aerodynamischer Instabilität, während Modelle mit Fachwerkversteifungsträgern bei den Biegeschwingungen immer stabil blieben und nur bei den Torsionsschwingungen in besonderen Fällen Tendenzen zur Instabilität zeigten. (Siehe dazu Bericht über Versuche an Teilmodellen).

d) Der Einfluß der elastischen Steifigkeiten sämtlicher Konstruktionsteile, mit Ausnahme des Versteifungsträgers selbst, und der Eigenfrequenzen auf die Größe V_r ist gering.

e) Einfluß der Windneigung: Der höchste Grad der Instabilität wurde bei reinen Querwinden $\beta=0^\circ$ festgestellt. Bei Modellen mit Vollwandversteifungsträgern konnten Biegeschwingungen wohl mit kleiner werdenden Amplituden noch bei Schrägwinden mit $\beta=30^\circ$ bis 45° beobachtet werden. Schwache Torsionsschwingungen zeigten sich aber noch bei $\beta=60^\circ$. Bei stetigen Längswinden $\beta=90^\circ$ war keine Instabilität festzustellen. Der Einfluß der vertikalen Windneigung auf die Stabilität ist nicht unbedeutend. Der höchste Grad an Instabilität trat bei Modellen mit Vollwandversteifungsträgern bei leicht negativer Neigung auf, bei Modellen mit Fachwerkversteifungsträgern bei leicht positiver Neigung.

f) Die Ausrundung der Brücke in den Öffnungen (Gradiente) hat auf die Stabilität nur geringen Einfluß.

g) Einige Versuche wurden auch mit stoßartigen Luftströmen durchgeführt, um auch auf die Wirkung stürmischer Winde auf Hängebrücken schließen zu können. Stoßartig wirkende Quer- und Längswinde bewirkten wohl unregelmäßige Schwingungen, es konnte aber keine Tendenz zu Torsionsschwingungen festgestellt werden.

h) Wechselbeziehungen zwischen den Versuchen am Teilmodell und am Vollmodell.

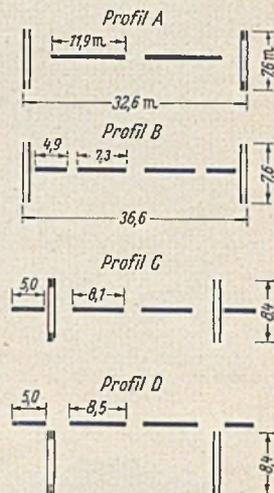


Abb. 4. Haupttypen von untersuchten Brückenquerschnitten..

Der Vergleich der Versuchsergebnisse zeigt, daß die Größe V_r in der Hauptsache nur von der elastischen Dämpfung (bei Teilmodellen dargestellt durch die federnde Aufhängung) abhängig ist. Die Wellenform der Schwingung selbst hat nur geringen Einfluß auf V_r . Die beigefügte Tabelle zeigt einen Vergleich der Versuchsergebnisse, die mit dem Vollmodell und

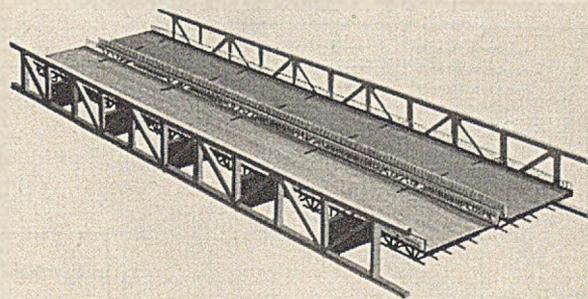


Abb. 5. Profil A.

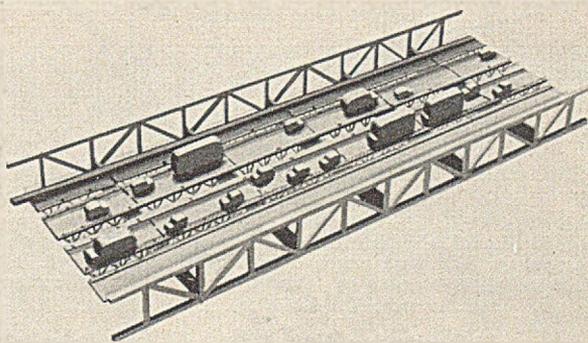


Abb. 6. Profil B.

seinem entsprechenden Teilmodell erzielt wurden. Wie aus der Tabelle zu ersehen ist, stimmen die Messungen bis auf die am Modell mit dem Vollwandversteifungsträger gut überein. Die Messungen an diesem Modell zeigen größere Abweichungen, die aber in erster Linie auf ungenaues Ausrichten des Teil-

modells bei Anblaswinkeländerungen zurückzuführen sind, so daß sie nicht als grundlegend betrachtet werden können. Es ist dies auch schon daraus ersichtlich, daß in der Ausgangsstellung bei $\alpha = 0^\circ$ die Ergebnisse wieder gut harmonisieren.

2. Versuche mit Teilmodellen im Maßstab 1/100.

Die verwendeten Modelle entsprechen den in Abb. 4 gezeigten vier Querschnittsprofilen. Ihr Aufbau ist aus Abb. 5, 6, 7, 8

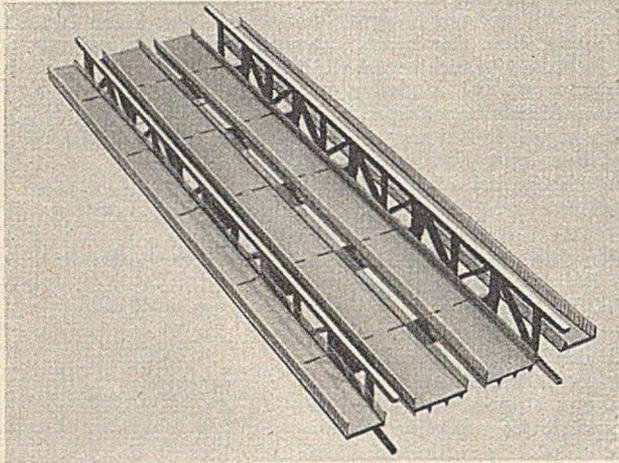


Abb. 7. Profil C.

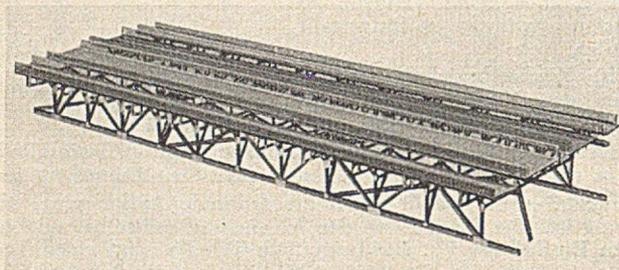


Abb. 8. Profil D.

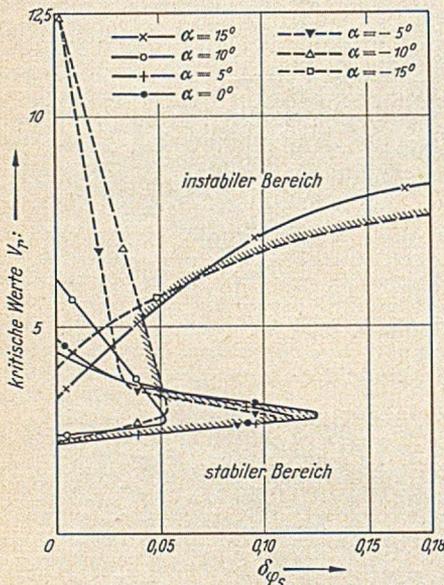


Abb. 9. Einfluß der elastischen Dämpfung auf die Drehbewegungen des durch Vollwandträger versteiften Profiles A bei verschiedenen Winkeln α .

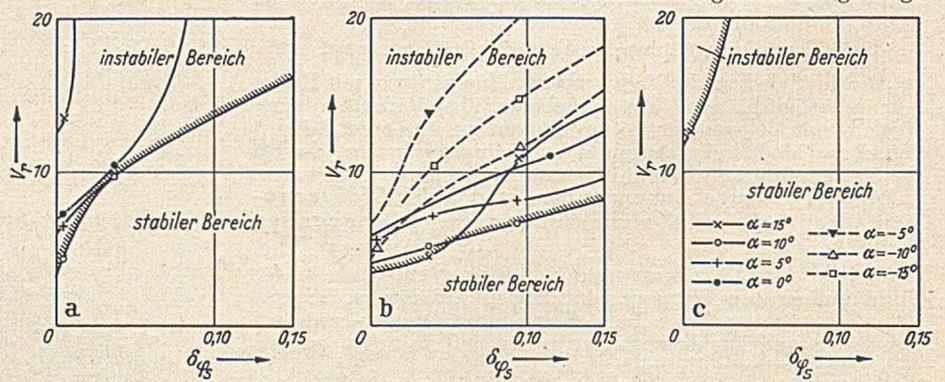


Abb. 10. Einfluß der elastischen Dämpfung auf die Drehbewegungen des fachwerkversteiften Profiles A. a) normales Profil mit Schlitzen. b) normales Profil mit abgedeckten Schlitzen. c) normales Profil mit turmartig unterbrochenem Gelände.

zu ersehen. Sie waren aus Holz hergestellt und stellen einen 110 m langen Teil des Überbaues dar. Die elastische Dämpfung der Konstruktion wurde am Modell durch eine besonders konstruierte Aufhängung aufgebracht. Die Modelle hatten eine Bewegungsachse, die entweder mittig zu den 4 Versteifungsträgergurtungen lag oder in vertikaler Richtung nach oben verschoben wurde. Die höchsten gemessenen Werte V_r hingen von den Versuchsbedingungen ab, entsprachen aber bei den Biegeschwin-

gungen mindestens Windgeschwindigkeiten am eigentlichen Objekt von 160 km/Stunde und bei den meisten der Drehbewegungsversuche Geschwindigkeiten von mehr als 320 km/Stunde. Die Dämpfung der Aufhängung entsprach einer elastischen Dämpfung des eigentlichen Überbaues von $\delta_{\phi} = 0,03$ und $\delta_{zS} = 0,06$. Die Messungen wurden mit Anblaswinkeln von $+15^\circ, +10^\circ, +5^\circ, -5^\circ, -10^\circ, -15^\circ$ durchgeführt. Wird in den weiteren Ausführungen ein Profil als aerodynamisch stabil bezeichnet, so waren an ihm innerhalb der experimentellen Geschwindigkeitsbereiche keine Schwingungen zu beobachten.

Die aus den Teilmodell-Messungen abgeleiteten Schlußfolgerungen werden nachstehend zusammengefaßt in:

a) Einfluß der elastischen Dämpfung. Für das Profil A mit Vollwand- und Fachwerkversteifungsträgern sind die Messungsergebnisse auf Abb. 9 und 10 in Diagrammen dargestellt. Wie aus dem Diagramm Abb. 9 zu ersehen ist, erbringt für bestimmte Anblaswinkel eine Erhöhung von $\delta_{\phi S}$ eine Einengung des Instabilitätsbereiches durch Erhöhung von V_r an der unteren Grenze und Abminderung von V_r an der oberen Grenze.

b) Einfluß der Lage der Drehachse bei den Drehbewegungen. Die Lage der Achse wurde bei den Versuchen mit den Profilen B und D (Abb. 4) variiert. Es stellte sich hierbei heraus, daß bei mittig liegenden Achsen die Stabilität geringer war als bei einer in Obergurthöhe liegenden Drehachse.

c) Einfluß der Querschnittsform auf die Stabilität. Es wurden Vollwand- und Fachwerkversteifungsträgerprofile untersucht. Die Vollwandträger wurden durch Abdecken der Fachwerkversteifungen hergestellt und haben deshalb eine viel größere Bauhöhe als in Wirklichkeit. Diese Profile waren im allgemeinen beträchtlich weniger stabil als Profile mit Fachwerkversteifungsträgern. Die Instabilität trat sowohl bei den Vertikalbewegungen (Biegeschwingungen) als auch bei Drehbewegungen (Torsionsschwingungen) schon bei verhältnismäßig niedrigen Windgeschwindigkeiten auf.

Zum Beispiel ergab sich beim Teilmodell A mit Vollwandversteifungsträger ein V_r von 1,8 für vertikale Bewegungen und 2,4 für Drehbewegungen, während dasselbe Modell mit Fachwerkversteifungsträgern bei ungünstigster Querschnittsgestaltung (Vollwandgeländer und keine Schlitze in der Fahrbahn) bei $V_r = 3,4$ erst an den instabilen Bereich herankommt. (Siehe beigefügte Tabelle.) Die Teilmodelle mit Fachwerkversteifungsträgern waren bezüglich Vertikalbewegungen alle stabil und konnten nur bei ungünstigster Ausbildung der Querschnittsform, wie vordem erwähnt, bei $V_r = 3,4$ in Drehbewegungen versetzt werden. Der Einfluß der Querschnittsgestaltung auf die Drehbewegungen kann wie folgt angegeben werden:

Eine Erhöhung des Verhältnisses Breite/Stärke der Versteifungsträgergurtung verbessert die Stabilität.

Die Einteilung der Fahrbahn in einzelne Streifen mit dazwischenliegenden Schlitzen hat eine vorteilhafte Wirkung. Die Zahl sowie die Breite der Schlitze vergrößert die günstige

Wirkung. Dieses Verhalten wurde durch Vergleich der Messungen am Modell A und B festgestellt.

Die Ausbildung der Fahrbahn längsträger und des Geländers hat einen beachtlichen Einfluß. Profile mit Fahrbahnen ohne Längsträger und ohne Geländer zeigten Tendenz zur Instabilität sowohl bei positiven als auch bei negativen Anblaswinkeln. Der Einbau von Geländern und Längsträgern wirkt sich günstig auf die Stabilität aus, da beide sozusagen als aerodynamische

Störenfriede Luftströmungen gemischter Frequenz und Richtung um das Profil herum hervorrufen. Bei positiven Anblaswinkeln wirken die Geländer und sonstigen Aufbauten als Störenfriede, bei negativem Anblaswinkel dagegen die Fahrbahnträger.

Angesichts des deutlichen Einflusses, den die über die Fahrbahn aufragenden Aufbauten auf die Stabilität ausübten, war es wünschenswert, auch die aerodynamische Wirkung der Verkehrsbelastung festzustellen. Es wurden deshalb auch verschiedene Messungen am Modell B mit aufgesetzten Lastzügen (Abb. 6) gemacht. Irgendwelche meßbaren ungünstigen Wirkungen konnten nicht festgestellt werden.

Der Einfluß der Ausbildung und Lage des Windverbandes wurde nur am Profil C untersucht und als gering befunden. Die Wirkung war am günstigsten, wenn der Verband direkt unter der Fahrbahn lag, weil hier der auf die Luftströmung störend einwirkende Einfluß des Verbandes am besten wirksam wurde.

Als weitere wichtige Erkenntnis stellte sich noch heraus, daß Hängebrücken mit oberem und unterem Windverband durch ihre große Torsionssteifigkeit eine wesentliche Erhöhung der Eigenfrequenzen und damit auch eine wesentliche Erhöhung der kritischen Windgeschwindigkeiten zur Folge haben.

Vergleich der Versuchsergebnisse am Voll- und Teilmodell.

Profil	Grad α	Niedrigste kritische V_c Werte					
		Vert.-Schwingungen		Tors.-Schwingungen			
		Teilmodell	Vollmodell	Teilmodell	Vollmodell		
Normal	-15 -10	Stabil	Stabil	Stabil	Stabil		
	- 5 0 + 5						
	+ 10 +15			7,0	6,8		
Normal, aber ohne Geländer	+ 10			Stabil	Stabil	Stabil	Stabil
	-15 -10						
	- 5 0			3,4	3,8		
	+10 +15			Stabil	Stabil	Stabil	Stabil
Normal, aber mit Vollwandgeländer	0						
				-15 -10	Stabil	Stabil	Stabil
	- 5 0						
	+10 +15	Stabil	Stabil	Stabil	Stabil		
Normal, aber Geländer mit dicht beieinander liegenden Türmen	-15 -10						
		- 5 0 + 5	Stabil	Stabil	Stabil	Stabil	
	+10 +15						
Normal, aber nur Außengeländer, mittlere Schlitze abgedeckt	+15	Stabil	Stabil	Stabil	Stabil		
	+10						
	+ 5						
	0 - 5						
Normal, aber mit abgedeckten Versteifungsträgern (Vollwandträger)	-10 -15	Stabil	Stabil	Stabil	Stabil		
	+15						
	+10						
	+ 5						
	0						
	- 5						

Außer den angeführten Modellmessungen wurden auch noch Versuche mit einem Teilmodell vom Maßstab 1/32 gemacht, die aber nur eine Bestätigung des schon hier Angeführten erbracht hatten. Aus diesem Grunde werden diese Versuche auch nicht weiter erläutert. [Nach Ch. Scruton in The Institution of Civil Engineers, 1 (1952) S. 189.]

A. Hoyden, Oberhausen-Sterkrade.

Die Erweiterung des Kanals von Verdon.

Das lebenswichtige Kanalsystem der Provence wurde kürzlich durch die Erweiterung des Kanals von Verdon, Projekt Rigaud genannt, vervollständigt. Diese Neuanlage erfüllt

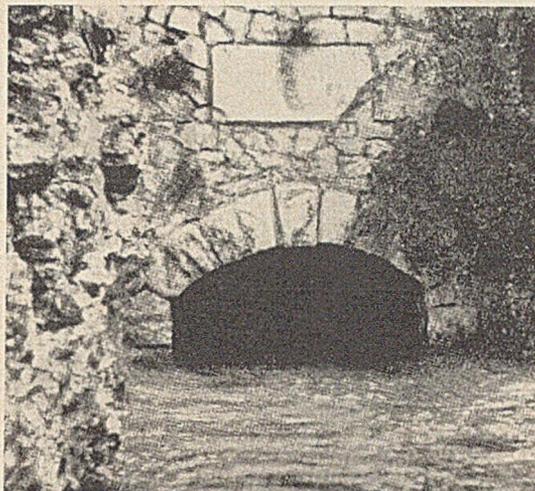


Abb. 1. Der alte Kanal von Verdon. Talseitige Ausmündung des Stollens von Pierrefiche (Länge des Stollens 3 km). Die Wasserfassung von Campane, Ausgangspunkt des Erweiterungsprojektes, liegt etwa 200 m unterhalb dieser Ausmündung.

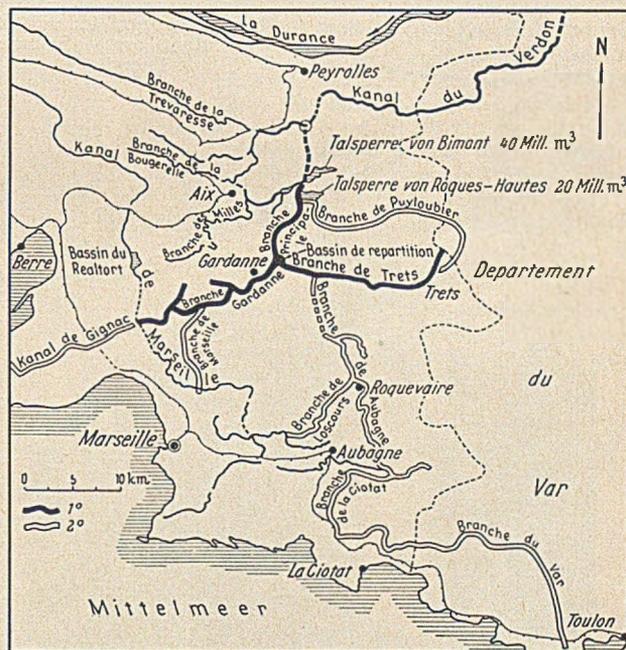


Abb. 2. Der Ostteil des Departements Bouches-du-Rhône. Das kurz vor der Vollendung stehende erste Los dieses Projektes ist durch starke Linien gekennzeichnet.

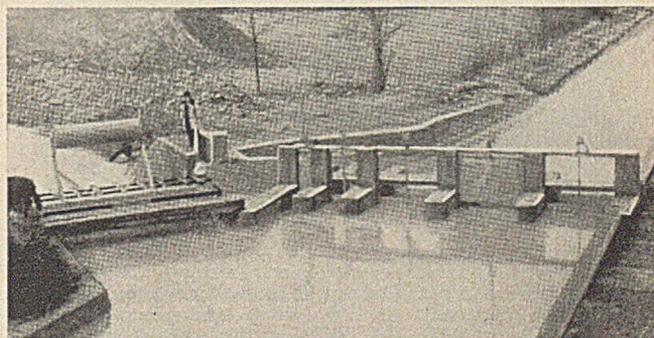


Abb. 3. Das Bauwerk zur Wasserfassung von Campane am bestehenden Kanal von Verdon. Rechts die von Hand regelbaren Schützen, die die Wasserzufuhr zum alten Kanalsystem regeln. Links ein automatisches Neyrcip-Wehr vom Typ AMIL, das das Überschußwasser zur Füllung des Beckens von Bimont regelt und von da die Speisung des neuen Kanalsystems ermöglicht.

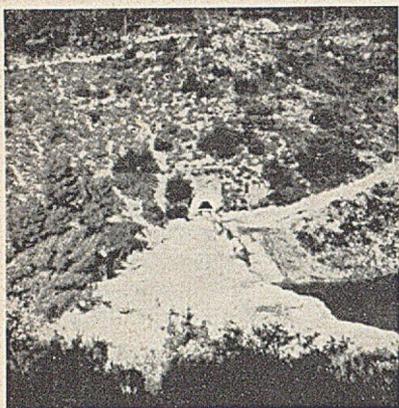


Abb. 4. Talseitige Mündung des Stollens von Campane in das Becken von Bimont. Das Wasser stürzt vorläufig über Kaskaden. Stollenlänge 4,9 km.

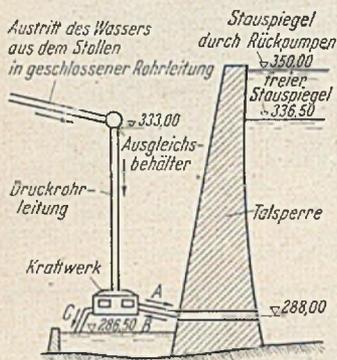


Abb. 5. Schematische Darstellung der Füllung und Entleerung des Beckens von Bimont im Hinblick auf die Verwertung der verfügbaren Energie.

mehrere Aufgaben, nämlich die Speisung des alten Kanals, dessen Länge über 80 km beträgt, die Fassung des winterlichen Überschußwassers und seine Speicherung in dem neu geschaffenen Becken Bimont. Von hier aus nimmt der neue Hauptkanal seinen Weg in südlicher Richtung, gabelt sich bei Gardanne in einen östlichen und westlichen Zweig und stellt die Wasserversorgung der fruchtbaren Ebenen von Trets bzw. Gardanne sicher. Von diesen beiden Kanälen sind später weitere Verzweigungen bis in die Gegend von Marseille und in die östlichen Teile des Departements Bouches-du-Rhône vorgesehen. Den Kernpunkt dieses Projektes stellt der Bau der Talsperre von Bimont dar. Sie hat eine Höhe von 87,5 m, eine Kronenlänge von 260 m und mißt am Fuß 18 m, an der Krone 4 m Breite. Sie ermöglicht einen Stauraum von 40 Mio m³, der zur Hälfte durch Zufluß, zur Hälfte durch Rückpumpen gefüllt werden kann. Die am Fuße der Staumauer geplante Wasserkraftanlage mit einer Installation von 3000 PS wird eine jährliche Leistung von 10 Mio kWh ermöglichen. Die Sperre nach der Bauart Marèze erfordert 120 000 m³ Beton. Zum Schutz gegen Unterläufigkeit war die Anordnung eines Dichtungsschleiers von 50 m mittlerer Tiefe nötig. 100 m unterhalb dieser Sperre befindet sich eine zweite kleinere Sperre von 25 m Höhe, die das Einlaufbauwerk zum neuen Hauptkanal enthält. [Nach La Houille Blanche 7 (1952) S. 302.] H. Lorenz, Berlin

Torsion zusammengesetzter Träger.

F. K. Chang und B. G. Johnston haben Spannungsverteilung, Steifigkeit und Beanspruchung der Verbindungsmittel zusammengesetzter Träger unter der Einwirkung eines konstanten Drillmomentes untersucht. Da die Elemente eines zusammengesetzten Querschnittes im allgemeinen aus rechteckigen Einzelteilen bestehen, gehen die theoretischen Überlegungen von der Verdrillung eines schmalen Rechteckquerschnittes aus. Das Drillmoment M , die Verwindung ϑ (Verdrrehung je Längeneinheit) und die Torsionssteifigkeit GI_T sind durch die bekannte Beziehung

$$M = GI_T \cdot \vartheta \quad (1)$$

miteinander verknüpft. Für Rechteckquerschnitte der Breite b und Dicke t ist

$$I_T = \frac{bt^3}{3} - 0,21 t^4, \quad (2)$$

wobei das zweite Glied bei schmalen Rechtecken vernachlässigt werden kann. Abgesehen von einem kleinen Bereich in der Umgebung der Querschnittsecken und Schmalseiten verlaufen die Schubspannungen parallel zu den Längsseiten des Rechtecks und sind proportional dem Abstand von der Mittelebene, so daß die maximalen Schubspannungen an den Längsrändern

$$\max \tau = \frac{M \cdot t}{I_T} \quad (3)$$

betragen.

1. Aus einzelnen Lamellen zusammengesetzter Rechteckquerschnitt.

Für einen aus n Lamellen mit gleicher Dicke t zusammengesetzten Rechteckquerschnitt sind als Grenzfälle der volle Rechteckquerschnitt mit der Dicke $nt = T$ und der aus den n lose nebeneinanderliegenden Einzelplatten bestehende Querschnitt zu unterscheiden. Durch die Verbindungsmittel (Niete, Schrauben oder Schweißung) werden die einzelnen Lamellen zu einem einheitlichen Querschnitt zusammengefaßt, so daß beim Verdrehen die Wirkung oder nahezu die Wirkung eines vollen Rechteckquerschnittes von der Dicke T erreicht wird. Ehe aus dem Spannungsverlauf die durch die Verbindungsmittel zu übertragenden Kräfte ermittelt werden, seien einige Bemerkungen über die gegenseitigen Verschiebungen vorausgeschickt, die bei einer Verdrillung von lose nebeneinanderliegenden Platten in den Berührungsflächen auftreten. Es handelt sich hierbei um Verschiebungen parallel zur Stabachse, die sich zusammensetzen aus den von der Lage des gemeinsamen Drehpunktes unabhängigen Verwölbungen der Einzelquerschnitte und den weiteren von der Lage des gemeinsamen Drehpunktes abhängigen Verformungen, die im folgenden als Verschiebungen der Mittelebene des Einzelrechtecks bezeichnet werden.

Abb. 1a zeigt die Verformungen infolge Verwölbung eines schmalen Rechtecks $b \cdot t$. Für ein Schnittelement von der Länge l im Abstand x vom Drehpunkt beträgt infolge der Verwindung ϑ die horizontale Verschiebung der oberen Schnittfläche gegenüber der unteren $\vartheta \cdot x$, mithin die vertikale Verschiebung am Querschnittsrande $\frac{1}{2} \vartheta x t$. Diese einfache Beziehung gilt für das schmale Rechteck mit guter Annäherung im gesamten Quer-

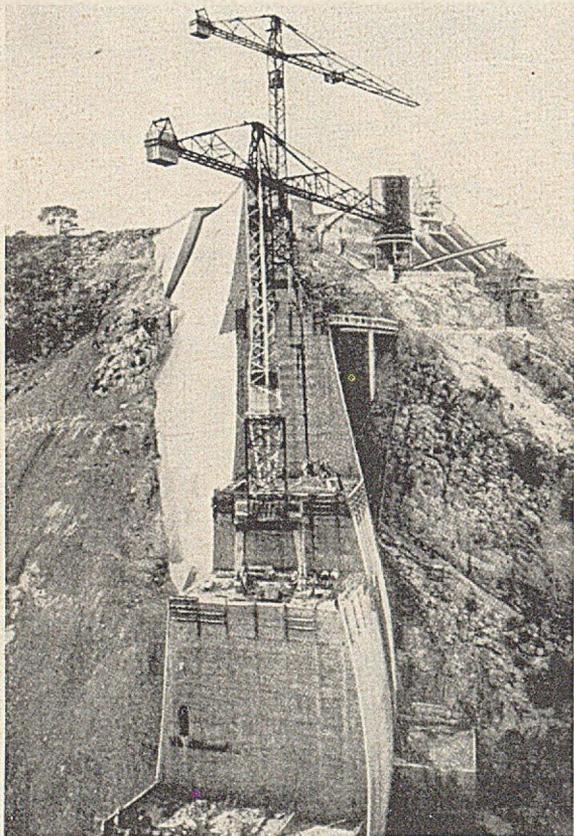


Abb. 6. Baustelle der Sperre in voller Arbeit (April 1950). Man erkennt oben rechts die Betoniereinrichtung mit getrennten Siebtrommeln für die verschiedenen Kornfraktionen, Silos für diese Zuschlagstoffe, Zementsilo für 500 t mit Schneckenantrieb und die Betontürme. In der Mitte des Bildes auf der rechten Seite Zuführungsweg und Steg zu den Betonschüttkränen. Auf den Absätzen der teilweise fertiggestellten Mauer befinden sich 2 Weitz-Krane, die den Beton an die Verwendungsstelle verteilen. Ein Kran auf der Ordin. 302,0, der andere auf der Ordin. 325. Höhe der Krane 40 m. Ausladung 30 m, Tragfähigkeit 6 t bei 15 m Ausladung, 3 t bei 30 m Ausladung.

schnittsbereich, also auch für die Querschnittsfläche, in welcher daher die Verschiebung $\frac{1}{4} \vartheta b t$ ist. In Abb. 1b sind die Verschiebungen der Mittelebene dargestellt, wenn der Drehpunkt an beliebiger Stelle liegt. Bezeichnet y den Abstand des Punktes 0

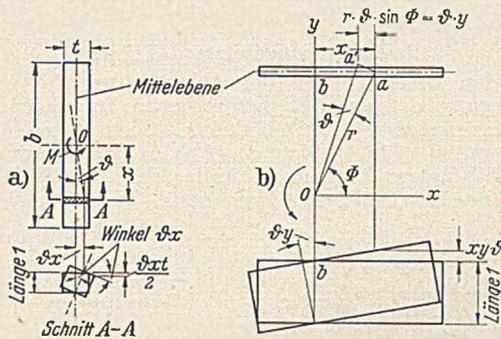


Abb. 1. Verformungen eines schmalen Rechteckquerschnittes.
a) Verwölbung, b) Verschiebung der Mittelebene.

von der Mittelebene des Rechtecks und r den Abstand des Punktes 0 von einem beliebigen Punkt a der Mittelebene, so ist bei einer Verwindung ϑ , wenn ϕ den Winkel des Strahles r mit der x -Achse bezeichnet, die Verschiebungskomponente von a in der x -Richtung gleich $r \vartheta \sin \phi = \vartheta y = \text{const.}$ Da die Schubspannungen in der Mittelebene des Rechtecks 0 sind, wenn von vernachlässigbar kleinen Abweichungen an den Rändern abgesehen wird, tritt eine Schubverzerrung der Mittelebene nicht ein, so daß eine konstante horizontale Verschiebung $\vartheta \cdot y$ nur bei gleichzeitiger Verdrehung des Elementes um den Winkel $\vartheta \cdot y$ möglich ist. Diese Drehung hat eine Verschiebung des Punktes a parallel zur Stabachse von der Größe $xy \vartheta$ zur Folge.

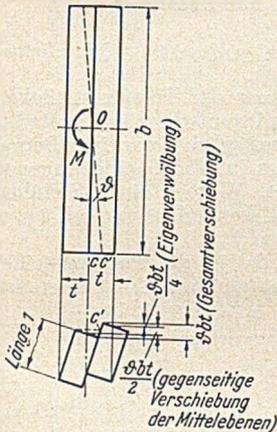


Abb. 2. Verformungen zweier nebeneinander liegender Rechteckquerschnitte.

die beiden Rechtecke bei der Verwindung ϑ reibungsfrei gegeneinander verschieben können, infolge der Eigenverwölbung der beiden Rechtecke $2 \cdot \frac{1}{4} \vartheta b t = \frac{1}{2} \vartheta b t$ und infolge Verformung der Mittelebenen $2 x y \vartheta = \frac{1}{2} \vartheta b t$, also insgesamt

$$v = \frac{1}{2} \vartheta b t + \frac{1}{2} \vartheta b t = \vartheta b t. \quad (4)$$

Dieser Wert v gilt als gegenseitige Verschiebung bei beliebiger Zahl von Platten gleicher Dicke. Bei verschiedener Dicke ist t in vorstehendem Ausdruck gleich der mittleren Dicke der beiden benachbarten Platten zu setzen.

Die Spannungsverteilung ist für einen Rechteckquerschnitt in Abb. 3 durch die Resultierenden der Schubspannungen dargestellt. Die Spannungsergebnisse S_1 parallel zu den Längsrändern betragen pro Längeneinheit

$$S_1 = \frac{1}{4} \max \tau \cdot t. \quad (5)$$

Abgesehen von den Eckenbereichen sind diese Schubkräfte auf die gesamte Querschnittsbreite b konstant. An den Schmalseiten werden die Schubspannungen zu einer resultierenden Schubkraft S_2 pro Längeneinheit zusammengefaßt.

Wird die obere linke Ecke durch die Schnitte $b-b$ und $c-c$ abgetrennt, so sind in der senkrechten Schnittfläche $c-c$ nach dem Satz der einander zugeordneten Schubspannungen parallel zur Stabachse gerichtete Schubspannungen vorhanden, deren resultierende Schubkraft gleich S_1 ist. Aus Gleichgewichtsgründen ist in der lotrechten Schnittfläche $b-b$ eine gleichgroße

entgegengesetzte gerichtete Schubkraft S_1 vorhanden. Das Momentengleichgewicht um die Achse $d-d$ ergibt

$$S_2 \cdot t \cdot p/2 = S_1 p t/3 \text{ oder } S_2 = \frac{2}{3} S_1. \quad (6)$$

In dem durch einen durchgehenden Mittelschnitt $b-b$ in zwei Einzelrechtecke aufgespaltenen Gesamtquerschnitt werden beide Hälften längs der Ränder durch je eine Niet- oder Schrauben-

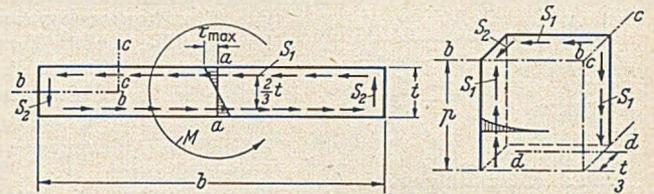


Abb. 3. Schubkraftverteilung im Rechteckquerschnitt.

reihe (Nietabstand p) miteinander verbunden. Die durch einen Niet zu übertragende Scherkraft beträgt $N = S_1 \cdot p$ oder unter Beachtung von (5) und wenn in Übereinstimmung mit der zuvor gewählten Schreibweise T die Gesamtdicke beider Platten ist,

$$N = \frac{\max \tau \cdot T \cdot p}{4}. \quad (7)$$

Hiernach wäre der erforderliche Niet- bzw. Schraubenabstand bei reiner Drehbeanspruchung zu

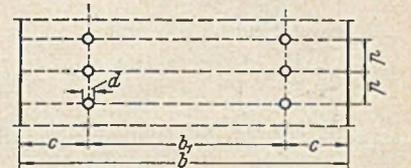
$$erf p = \frac{4 \text{ zul } N}{\text{zul } \tau \cdot T} \quad (8)$$

zu wählen, wenn $\text{zul } N$ die zulässige Niet- bzw. Schraubenkraft und $\text{zul } \tau$ die zulässige Schubspannung bezeichnen. Um jedoch in einem durch Niete oder Schrauben zusammengefaßten Querschnitt die Wirkung eines einheitlichen Querschnitts zu erzielen, erscheint es zweckmäßig, die tatsächliche Klemmwirkung der Niete bzw. Schrauben in Rechnung zu setzen, die sich — auch auf Grund von Versuchsergebnissen — auf einen Bereich erstreckt, der etwa gleich der Summe aus dem Durchmesser A des Niet- oder Schraubenkopfes und der Gesamtdicke T der zu verbindenden Platten ist, so daß als notwendiger Nietabstand

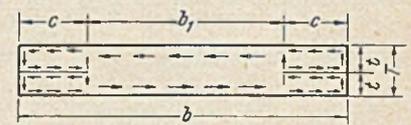
$$p' = A + T \quad (8a)$$

empfohlen wird.

Besteht die Verbindung aus mehr als zwei Platten, so sind die vorgenannten Formeln bei gerader Plattenzahl ohne weiteres gültig. Bei ungerader Plattenzahl ist die zu übertragende Kraft etwas geringer als S_1 im Mittelschnitt $b-b$. Der Unterschied beträgt etwa 11 % bei drei Platten und etwa 4 % bei fünf Platten. Zweckmäßig werden aber auch für ungerade Plattenzahl die genannten Formeln im Sinne der Erhöhung der Sicherheit verwendet.



a) Draufsicht auf Stabverbindung



b) Angenommene Schubspannungsverteilung

Abb. 4. Zusammengesetzter Rechteckquerschnitt.

Da bei Vernachlässigung der Reibungskräfte die außerhalb der Nietreihen überstehenden Plattenenden sich gegeneinander verschieben können, wird die Schubspannungsverteilung näherungsweise nach Abb. 4b angenommen, so daß die Torsionskonstante des aus n Platten gleicher Dicke ($nt = T$) zusammengesetzten Querschnitts bei Vernachlässigung des zweiten Gliedes in Gl. (2) gleich

$$I_{T0} = b_1 T^3/3 + 2 c n t^3/3 \quad (9)$$

ist. Haben die Platten verschiedene Dicke, so muß der zweite Ausdruck in $\frac{2}{3} c \sum t_3$ abgeändert werden. In einer vierreihigen Vernietung übernehmen zwar die äußeren Nietreihen den größeren Lastanteil; es ist aber — wie Versuche erwiesen haben — angenähert richtig, die inneren und äußeren Nietreihen in ihrer Wirkung gleichzusetzen.

Bei größeren Niet- oder Schraubenabständen bzw. bei unterbrochenen Schweißnähten neigt jede Einzelplatte im mittleren Bereich zwischen den Nieten, Schrauben oder Schweißnähten zu einer teilweisen Eigentorsion. Wird entsprechend Gl. (8a)

im Bereich p' der Abb. 5a ein einheitlicher Gesamtquerschnitt angenommen, so ist hier die Torsionssteifigkeit nach Gl. (9) $I_{T0} = b T^3/3 + 2 n c t^3/3$, während im mittleren Teil des Bereiches $p-p'$ jede Platte für sich wirkt, so daß auf eine noch näher festzulegende Länge die Torsionskonstante gleich der Summe der Einzeltorsionskonstanten, also $I_{Tn} = n b t^3/3$, zu setzen ist. Die Wahl der Länge w des Übergangsbereiches von I_{T0} zu I_{Tn} erfolgt in Anlehnung an Untersuchungen von S. Timoshenko [1], nach welchen die Gesamtverdrehung eines an den Enden wölbbehinderten Stabes gleich der Gesamtverdrehung eines um $2w$ kürzeren wölbunbehinderten Stabes ist, wobei w ein von der Stablänge unabhängiger Wert ist und je nach dem Verhältnis von Breite zu Dicke zwischen $0,212 b$ und $0,195 b$ — also im Mittel bei etwa $0,2 b$ — liegt. Da im vorliegenden Fall die Wölbbehinderung nicht vollkommen ist, wird näherungsweise ein gradliniger Übergangsbereich mit $w = 0,2 b_1$ eingeführt (Abb. 5b). Im Bereich $p-p'$ ist demnach die äquivalente Torsionssteifigkeit für

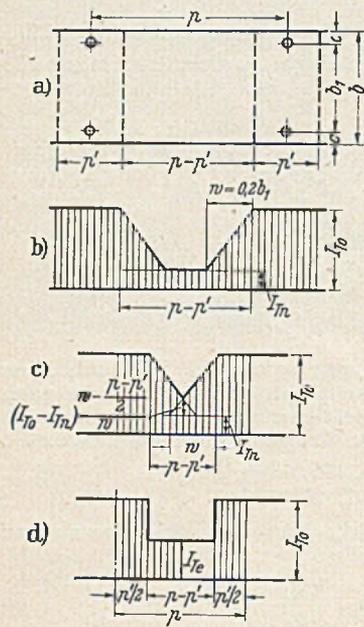


Abb. 5. Veränderlichkeit der Torsionskonstanten.

- a) Ansicht mit Anordnung der Niete bzw. Schrauben.
- b) Veränderlichkeit der Torsionssteifigkeit für $p-p' \geq 0,4 b_1$.
- c) Veränderlichkeit der Torsionssteifigkeit für $p-p' < 0,4 b_1$.
- d) Äquivalente Torsionssteifigkeit.

$$p-p' \geq 0,4 b_1 : I_{Te} = \frac{0,2 b_1 I_{T0} + (p-p'-0,2 b_1) I_{Tn}}{p-p'}$$

und entsprechend Abb. 5c für

$$p-p' < 0,4 b_1 : I_{Te} = \frac{\frac{p-p'}{2} I_{Tn} + \left(0,4 b_1 - \frac{p-p'}{2}\right) I_{T0}}{0,4 b_1}$$

Bezeichnet nach Abb. 5d

$$\varphi_1 = \frac{M p'}{I_{T0} \cdot G} \text{ den Drehwinkel auf die Länge } p' \text{ und}$$

$$\varphi_2 = \frac{M (p-p')}{I_{Te} \cdot G} \text{ den Drehwinkel auf die Länge } p-p',$$

so ist der gesamte Drehwinkel

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{M}{G} \left(\frac{p'}{I_{T0}} + \frac{p-p'}{I_{Te}} \right),$$

die mittlere Verdrehung

$$\vartheta_m = \frac{M}{p G} \left(\left(\frac{1}{I_{T0}} - \frac{1}{I_{Te}} \right) p' + \frac{p}{I_{Te}} \right)$$

und die äquivalente Torsionssteifigkeit auf die Gesamtlänge p

$$I_{Tm} = \frac{M}{G \vartheta_m} = \frac{I_{Te}}{1 - \left(1 - \frac{I_{Te}}{I_{T0}}\right) \frac{p'}{p}}$$

Die maximalen Schubspannungen betragen

$$\text{im Bereich } p' \text{ (einheitlicher Gesamtquerschnitt): } \tau_1 = \frac{MT}{I_{T0}}$$

$$\text{und in der Mitte des Bereiches } p-p', \text{ wenn}$$

$$p-p' \geq 0,4 b_1 : \tau_2 = \frac{M t}{I_{Tn}}$$

$$\text{und wenn}$$

$$p-p' < 0,4 b_1 : \tau_2 \approx M \left[\frac{T}{I_{T0}} \left(1 - \frac{p-p'}{0,4 b_1}\right) + \frac{t}{I_{Tn}} \cdot \frac{p-p'}{0,4 b_1} \right]$$

Es wurde in den bisherigen Untersuchungen keine Rücksicht darauf genommen, daß an den Rändern der Niet- bzw. Bolzenlöcher Spannungshäufungen auftreten, die das Torsionsverhalten ändern. Der Einfluß der Löcher ist um so geringer, je größer die Klemmwirkung der Niete bzw. Schrauben ist. Wie durch Versuche bestätigt wurde, wird der Einfluß der

Löcher zweckmäßig durch Einführung einer reduzierten Breite $red b$ berücksichtigt, die mit guter Näherung aus der Gleichsetzung des Nettovolumens des zu untersuchenden Stabes mit Löchern und des mit reduzierter Breite eingeführten Stabes ohne Löcher zu

$$red b = b - \frac{n \pi d^2}{4 p} \tag{16}$$

ermittelt wird.

2. Zusammengesetzte I-Träger.

Mit den Bezeichnungen der Abb. 6 lassen sich unter Zuhilfenahme der unter 1. besprochenen zusammengesetzten Rechteckquerschnitte die Steifigkeiten, Spannungen und Verbindungsmittel für genietete (Abb. 6a) und geschweißte (Abb. 6b) I-Träger bestimmen. Außer dem für Rechteckquerschnitte bereits erwähnten Eckenverlust [negativer Beitrag in

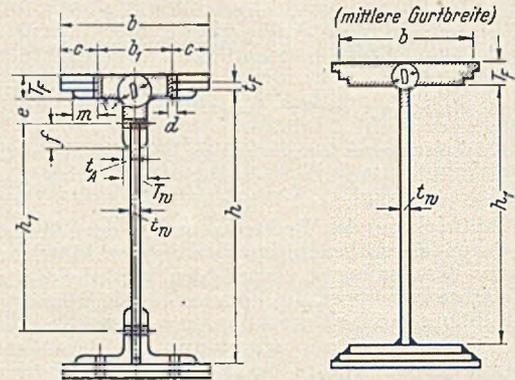


Abb. 6. Bezeichnungen für genietete bzw. geschweißte I-Querschnitte.

Gl. (2)] kommt bei genauer Ermittlung der Torsionssteifigkeit als weitere Unregelmäßigkeit im Schnittpunktbereich der Rechtecke von T- und I-Querschnitten ein zusätzlicher positiver Betrag hinzu, der eine Funktion von D^4 des in Abb. 6 eingetragenen Kreises mit dem Durchmesser D ist. Wegen seiner Kleinheit kann dieser Betrag ebenso wie der Eckenverlust vernachlässigt werden.

Für genietete Querschnitte (Abb. 6a) ist die Torsionssteifigkeit, wenn n die Anzahl der je Gurt gleichen Gurtplatten ist,

$$I_T = \frac{2}{3} b T_F^3 + \frac{2}{3} e T_w^3 + \frac{4 n c t_F^3}{3} + \frac{4 (m+f) t_a^3}{3} + \frac{h_1 t_w^3}{3} \tag{17}$$

und für geschweißte Träger (Abb. 6b)

$$I_T = \frac{2}{3} b T_F^3 + \frac{1}{3} h_1 t_w^3 \tag{18}$$

In Anlehnung an Gl. (8) beträgt der erforderliche Nietabstand in den Flanschen

$$ert p_f = \frac{4 \text{ zul } N}{\text{zul } \tau \cdot T_F} \tag{19}$$

bzw. nach Gl. (8a)

$$p'_f = A + T_F \tag{19a}$$

Da die maximale Torsionsschubspannung in den vertikalen

Winkelflanschen um den Faktor $\frac{T_w}{T_F}$ geringer ist als in den horizontalen Winkelflanschen, ist der erforderliche Nietabstand der Halsniete

$$ert p_h = \frac{4 \text{ zul } N T_F}{\text{zul } \tau \cdot T_w^2} \tag{20}$$

bzw.

$$p'_h = A + T_w \tag{20a}$$

Bei größeren Niet- oder Bolzenabständen sind Gl. (10) bis (14) für die Verminderung der Torsionssteifigkeit hier sinngemäß anzuwenden.

In geschweißten Trägern müssen die Schweißnähte zur Verbindung der Gurtplatten untereinander die Kraft je Längeneinheit

$$S_1 = \frac{\text{zul } \tau \cdot T_F}{4} \tag{21}$$

übertragen. Bei Vernachlässigung erhöhter örtlicher Beanspruchungen in der Nähe der Niet- oder Bolzenlöcher sind die maximalen Schubspannungen

$$\left. \begin{aligned} \text{im Flansch } \tau_F &= \frac{M T_F}{I_T} \\ \text{im Steg } \tau_{St} &= \frac{M T_{St}}{I_T} \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

vorausgesetzt, daß der Niet- oder Bolzenabstand geringer als η' ist bzw. in geschweißten Konstruktionen die Schweißnähte durchlaufend sind. Bei größeren Nietabständen bzw. bei unterbrochenen Schweißnähten sind die Formeln (15) zu verwenden.

In den meisten Fällen werden zusammengesetzte Träger nicht nur auf reine Torsion, sondern gleichzeitig auf Biegung beansprucht. Für diesen allgemeinen Belastungszustand sind die Nietabstände so zu bestimmen, daß sie die aus Biegung und Torsion zusammengesetzten Schubkräfte überbragen.

waren, daß sie auch als gewöhnliche Biegeträger hätten verwendet werden können. Die Untersuchungen erstreckten sich sowohl auf den elastischen als auch auf den unelastischen Verformungsbereich.

In der eigens für den vorliegenden Zweck entworfenen Versuchseinrichtung wurde das Versuchsstück an zwei Endplatten befestigt, von denen die eine fest gelagert und die andere mit einer drehbaren Kopfkonstruktion von 2235 mm Durchmesser verbunden war. Letztere wurde mit Hilfe eines an die Kraftquelle angeschlossenen Flachseiles bewegt. Die Endbefestigung der Versuchsstücke geschah mit Hilfe einer Rollenkonstruktion, welche Längsbewegungen der Stabfasern während der Verdrehung gestattet, so daß Endverwölungen nicht behindert wurden, wenn von den Reibungskräften zwischen Versuchsstück und Rollen abgesehen wird. Die Formänderungen, wie Drehwinkel, Längenänderungen, Gleiten zwischen den Einzelteilen

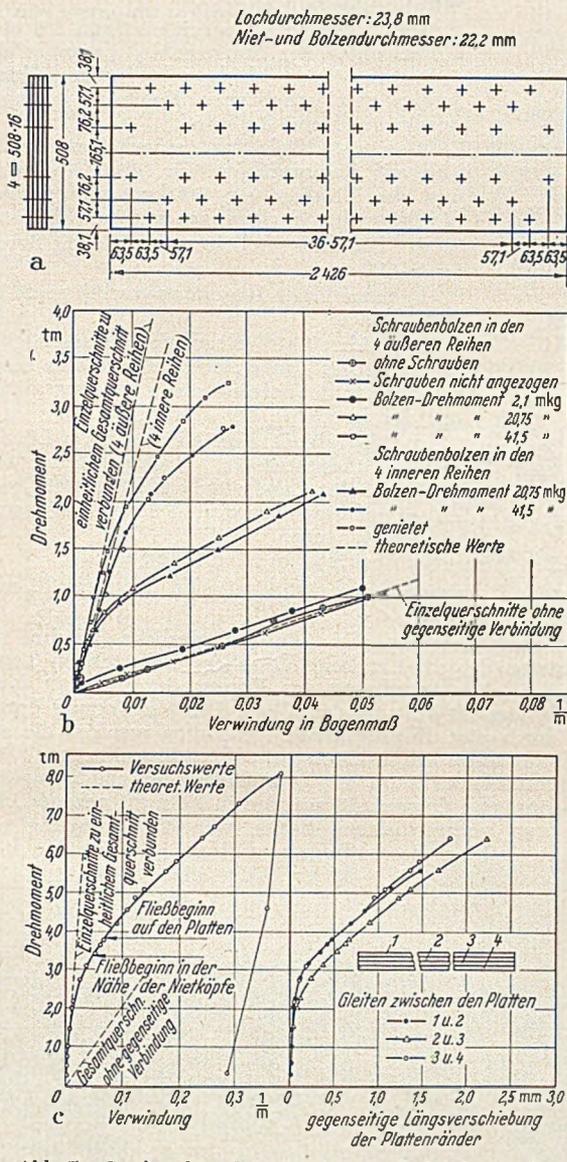


Abb. 7. Geschraubter bzw. genieteter Rechteckquerschnitt.
a) Querschnitt und Ansicht des Versuchsstückes.
b) Einfluß der Bolzenzugkräfte auf die Verwindung.
c) Verwindung und gegenseitige Längsverschiebung.

Überschreiten mit wachsendem Drillmoment die maximalen Schubspannungen die Fließgrenze, so ist ein rasches Anwachsen des Fließbereiches und eine rasche Zunahme der Verwindungen zu beobachten. Das hat zur Folge, daß die von der Achse am weitesten entfernt liegenden Fasern Spiralenform annehmen und infolge ihrer Verlängerung Zugspannungen erhalten, die zusätzliche Druckspannungen im mittleren Querschnittsbereich auslösen. Diese in den Außenfasern auftretenden Zugspannungen rufen außerdem in jedem Querschnitt eine Drehmomentkomponente hervor, die dem vorhandenen Drehmoment entgegenwirkt. Diese zusätzlichen Einflüsse sind in besonderen Arbeiten [2], [3] behandelt.

3. Versuche.

Ein umfangreiches Versuchsprogramm diente der Bestätigung der theoretischen Untersuchungen. Bei den Versuchsstücken handelte es sich um genietete, geschraubte und geschweißte Träger mit Rechteckquerschnitt oder zusammengesetztem I-Querschnitt im Maßstab 1:1, die so bemessen

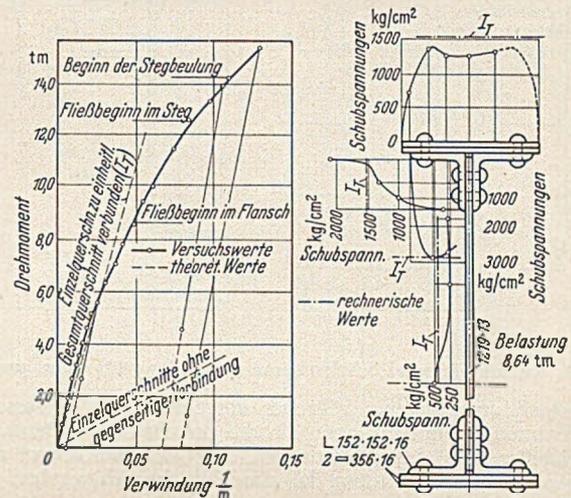


Abb. 8. Verwindung und Schubspannungsverteilung für einen genieteten I-Träger.

wurden insbesondere in der Mitte des Versuchsstückes gemessen, also in Bereichen, in denen die Randstörungen ausgeschaltet waren. Für die zum Vergleich errechneten Verwindungen nach den unter 1. und 2. entwickelten Formeln wurden folgende Materialwerte eingesetzt:

Elastizitätsmodul	$E = 2075 \text{ t/cm}^2$
Schubmodul	$G = 805 \text{ t/cm}^2$
Poisson-Zahl	$\mu = 0,29$.

Bei geschraubten Verbindungen wurden durch Vorversuche die Bolzenzugspannungen infolge des mit dem Schraubenschlüssel ausgeübten Drehmomentes M ermittelt; sie betragen für $7/8''$ -Schrauben $\sigma = \sim 88 M$ (M in tm, σ in kg/cm²). Die Reibungswerte, bei denen in zweischnittigen Verbindungen das Gleiten begann, lagen je nach Beschaffenheit der Oberflächen und Zwischenanstriche zwischen 0,25 und 0,28.

Im folgenden werden einige ausgewählte Versuchsergebnisse mitgeteilt.

An einem Rechteckquerschnitt, bestehend aus 4 Platten 508 · 16, durch 4 Reihen Niete bzw. Schrauben miteinander verbunden, wurden die Verwindungen und das Gleiten zwischen den Einzelplatten (Abb. 7a) gemessen. Abb. 7b zeigt die Abhängigkeit zwischen Drillmoment und Verwindung im elastischen Bereich bei verschiedenen Bolzenzugkräften und läßt deren wesentlichen Einfluß auf die Größe der Verwindung erkennen. Die ersten Fließerscheinungen (Abb. 7c) wurden bei Steigerung der Belastung in der Umgebung der Nietköpfe beobachtet. Gleitbewegungen von merklicher Größe erfolgten in der genieteten Konstruktion erst bei erheblich gesteigerter äußerer Belastung.

Für einen genieteten I-Träger mit 2 Gurtplatten (Abb. 8) wurde ebenfalls die Abhängigkeit zwischen angreifendem Drillmoment und Verwindung ermittelt. Hier sind die ersten Fließerscheinungen in den Flanschen im Bereich der Nietköpfe bei einer Belastung von 8,63 tm festgestellt worden; die weitere Laststeigerung führte bei 12,6 tm zum Fließbeginn im Steg und leitete bei 14,3 tm das Ausbeulen des Steges ein. Ebenso wie bei dem zuvor behandelten Rechteckquerschnitt (Abb. 7c) war, wenn bei der Belastung die Fließgrenze überschritten wurde, die Entlastungskurve nahezu geradlinig und etwa parallel zum elastischen Anstiegsast. Abb. 8 zeigt ferner die Schubspannungs-

verteilung für ein Drillmoment von 8,63 tm. Die größten Schubspannungen wurden in der Rundung des Winkels beobachtet.

Für einen geschweißten Träger mit zwei Gurtplatten sind die Abhängigkeit der Verwindung vom angreifenden Drillmoment sowie die Spannungsverteilung in Abb. 9 dargestellt. Sowohl für den Querschnitt mit 2 Gurtplatten als auch für den mit 3 Gurtplatten zeigt die Spannungsverteilung deutlich, daß die gemessenen Flanschspannungen geringer sind als die

1 : 66 geneigt. Es konnte keine nennenswerte Sandwanderung festgestellt werden. Die seewärtige Zufahrt ist 20 m bei MSPTnw tief, der maximale Tidenhub beträgt 3,5 m und die Tideströmung 0,26 bis 0,78 m/sec. Das spezifische Gewicht des Wassers liegt bei 1,029. Die vorherrschende Windrichtung ist NNW, während der heftigste Seegang bei Winden aus SO eintritt. Windstärke 8 kommt gelegentlich vor, aber solche Windstärken sind von kurzer Dauer. Bei SO-Winden sind Wellenhöhen bis zu 2,5 m mit einer Länge bis zu 460 m festgestellt worden.

Die Bohrerergebnisse zeigten Sand bis etwa 2,75 m unter der Meeressohle, darunter eine etwa 4 m starke Schicht sehr festen kalkigen Sandes mit erheblicher Kohäsion, darunter wieder Sand und Kalksand.

Man entschloß sich, einen kombinierten Pier auf Rammpfählen für den Ölumschlag und das Löschen von Stückgut zu errichten, die folgenden Forderungen genügen mußte:

- a) Täglicher Rohölexport 500 000 Barrels (= 68 000 t)
- b) monatlicher Import an trockenem Stückgut 19 000 t;
- c) gleichzeitige Anlege- und Belademöglichkeit für sechs Tanker, und zwar an vier Liegeplätzen auf der Seeseite und zwei Liegeplätzen auf der Landseite der Piers (Abb. 1);
- d) Möglichkeit zum gleichzeitigen Löschen zweier Stückgutschiffe, eines auf der Seeseite, eines auf der Landseite; ein Liegeplatz sollte dabei mit einem ortsfesten Schwerlast-Derrick ausgerüstet sein;

- e) 12 m Wassertiefe bei NW an allen Liegeplätzen;
- f) solide Bauweise ohne Improvisationen und Behelfe, möglichst kurze Bauzeit.

Die Strandneigung und die erforderliche Fläche zum Manövrieren der die Landseite des Piers benutzenden Tanker erforderten eine Anordnung des Kopfes des Piers in einem Abstände von 1280 m vor der Küste. Die Verbindung dorthin mußte durch eine Zugangsbrücke geschaffen werden, die auch die erforderlichen Ölrohrleitungen aufzunehmen hatte. Pfähle aus vorgespanntem Beton, aus getränktem Holz und Stahlpfähle von H-förmigem Querschnitt wurden in Betracht gezogen. Für Pfähle aus vorgespanntem Beton war Vorbedingung ausreichende örtliche Beschaffungsmöglichkeit für Zuschlagstoffe

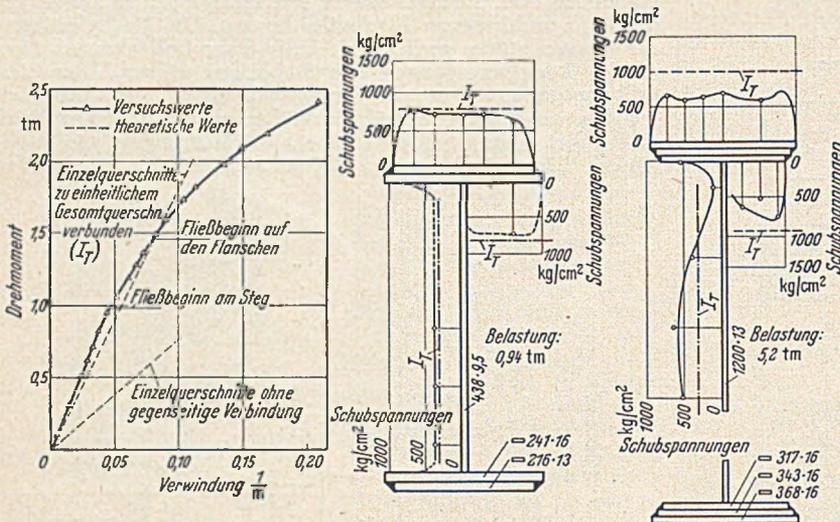


Abb. 9. Verwindung und Schubspannungsverteilung für einen geschweißten I-Träger.

theoretisch errechneten, während umgekehrt die gemessenen Stagspannungen höher liegen als die errechneten. Hieraus ist zu schließen, daß beim Verdrehen die Querschnittsform nicht beibehalten wurde, sondern daß die Flansche sich weniger verdrehten als der Steg.

Der Vergleich der durch Rechnung gefundenen Werte für die Torsionskonstante I_T mit den gemessenen Werten zeigte bei allen Versuchen gute Übereinstimmung. In der Mehrzahl der Fälle war I_T sowohl für genietete als auch für geschweißte Träger nach den Versuchsergebnissen größer als nach der Rechnung. Wo er kleiner war, betrug der Unterschied im Höchstfall 9%.

Werden mit Hilfe der Schubspannungsfließgrenze $\tau_F = 0,58 \sigma_F$ diejenigen Torsionsmomente errechnet, bei denen das Fließen beginnt, so zeigt der Vergleich mit den Versuchsergebnissen, daß das Fließen in Wirklichkeit bei kleineren Drillmomenten beginnt, als nach der Rechnung zu erwarten ist. Zweifellos trägt bei dieser Lasthöhe der Niet- oder Bolzenschlupf dazu bei, daß die tatsächlichen Schubspannungen größer sind als die rechnermäßigen Werte. [Nach Proc. Am. Soc. Civ. Eng. 78 (1952), Sep. No. 125.] R. Barbré, Dortmund.

Literatur.

1. S. Timoshenko: On the Torsion of a Prism One of the Cross-Sections of which Remains Plane [Proc. London Math. Soc. 20 (1922) S. 389].
2. M. S. G. Cullimore: The Shortening-Effect — A Non-linear Feature of Pure Torsion (Eng. Struct. Res. Eng. Struct. Suppl., Colston Papers, New York 1949).
3. F. K. Chang: Torsion of Built-Up Structural Members (Thesis presented to Lehigh University, Bethlehem, Pa. 1950).

Ein ungewöhnliches Pier-Bauwerk an offener See.

Aufgabenstellung.

Im Jahre 1946 begann die Rohölförderung der Kuwait-Oil-Company in dem kleinen (etwa 12 000 km² großen) Scheichum Kuwait, das in der Nordwestecke des Persischen Golfes zwischen Irak und Saudi-Arabien liegt. Zur Verladung des Rohöls aus dem Ölfeld Burgan, das sich als eines der ergiebigsten der Welt erwiesen hatte, und zum Umschlag von Stückgut wurde eine leistungsfähige Umschlaganlage benötigt. Nach Untersuchung der in Betracht kommenden Örtlichkeiten entschloß man sich für Mena al-Ahmadi, einen Platz nur 8 km von den Ölförderanlagen entfernt an der etwa nordsüdlich verlaufenden Westküste des Persischen Golfes.

Der Strand und Vorstrand bestehen dort größtenteils aus Sand mit eingestreuten Stellen weichen Sandsteines und sind

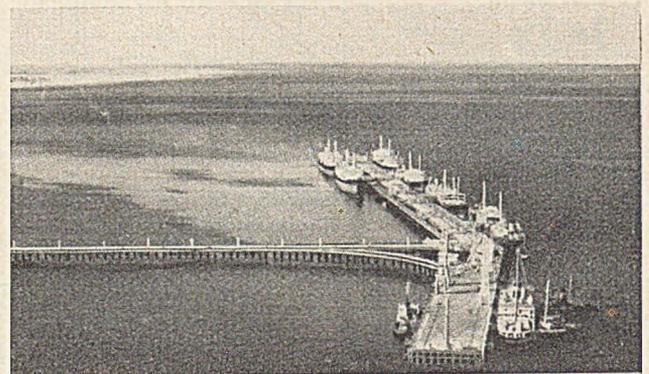


Abb. 1. Luftbild der ganzen Anlage.

nützlich abgestufter Körnung, um einen ausreichend dichten Beton zu erzeugen, der sowohl den Beanspruchungen beim Rammen als auch den chemischen Angriffen des Golfwassers gewachsen war; außerdem mußte die Beschaffenheit des Seegrundes das Eindringen der Pfähle ohne allzu starke Hindernisse zulassen.

Beide Bedingungen waren unerfüllbar, und da eine sehr kurze Bauzeit gefordert war, erschien das Risiko des Zeitverlustes durch unsichere Experimente zu groß; man entschloß sich daher, von dieser Pfahlart abzusehen. Getränkte Holzpfähle kamen wegen langer Lieferzeiten und hoher Kosten, abgesehen von der Feuergefahr, nicht in Betracht. Vor allem war aber die Gefahr der Zerstörung durch Lebewesen viel zu groß, besonders bei den dortigen Wassertemperaturen, die im Sommer auf 32° C ansteigen. Man entschloß sich daher, Stahlpfähle von H-förmigem Querschnitt zu verwenden, zumal Stahlpfähle infolge ihrer Elastizität imstande sind, Stoßbeanspruchungen

beim Anlegen von Schiffen auszuhalten; hierin sind sie Pfählen aus vorgespanntem Beton überlegen. Andererseits mußten bei Stahlpfählen ausreichende Schutzmaßnahmen gegen Korrosion ergriffen werden.

Untersuchungen über die Beschaffungsmöglichkeit der Stahlkonstruktionsteile ergaben mengenmäßig und hinsichtlich der Lieferzeit ausreichende Einkaufsmöglichkeiten nur in den USA. Die Arbeiten wurden daher einer amerikanischen Baufirma übertragen, die auch die gesamte Stahllieferung ausführte.

Den Einzelentwürfen wurden u. a. folgende Richtlinien und Normen zugrunde gelegt:

1. American Institute of Steel Construction Specifications, 1947 (für Entwurf, Herstellung und Montage von Stahlbaukonstruktionen).

2. American welding society standards (Schweißvorschriften).

Die entwurfsmäßige Spannung der Stahlkonstruktionsteile unter Normlast beträgt $1,4 \text{ t/cm}^2$; bei Berücksichtigung von Schiffstößen ließ man $2,03 \text{ t/cm}^2$ zu. Die Windlasten wurden zu 100 kg/m^2 (auf vertikale Flächen senkrecht zur Windrichtung) angenommen; als Seitenkräfte wurden in die Rechnung eingestellt:

a) Öl- und Stückgutpier: 180 t je Schiff aus Wind, Seegang und Schiffsbewegung während des Anlegens;

b) Zugangspier: 450 kg je m Konstruktionslänge.

In sämtlichen Berechnungen wurden Temperaturschwankungen von -1° bis $+55^\circ \text{ C}$ berücksichtigt.

Allgemeine Beschreibung der Konstruktion.

Der Pier ist eine vollständig geschweißte Stahlkonstruktion mit Holzabdeckung und besteht aus drei Hauptbestandteilen: dem Zugangs-, dem Öl- und dem Stückgutpier. Zusammen bilden diese im Grundriß ein unsymmetrisches T (Abb. 1).

Der Zugangspier trägt eine $7,3 \text{ m}$ breite Straße, ist 1260 m lang und steigt von $4,9 \text{ m}$ über NW am landseitigen Ende bis 7 m über NW am seewärtigen Ende. An diesem Punkt schließt nach Norden der Ölpier an, nach Süden der Stückgutpier. Zu dem letzteren führt ein mit 100 m Radius gekrümmter Zugang. Nördlich neben der Zugangsstraße liegt auf der Zugangsbrücke ein $10,8 \text{ m}$ breites Rohrleitungssystem mit acht Stahlrohrleitungen für Rohöl von je 610 mm Durchmesser, außerdem sind eine

Fenderung und Poller.

Als das zweckmäßigste Mittel zur Lösung des Problems, große Schiffe an offener Küste anlegen zu lassen, wurden Schwerkraft-Fender angewendet. Stahlzylinder von $6,5 \text{ m}$ Länge und $1,83 \text{ m } \varnothing$ (Abb. 3) aus 8 mm dicken Stahlplatten hängen in vier Aufhängevorrichtungen aus 64 mm starkem geschmiedetem Ankerkettenstahl und werden nach der Montage an

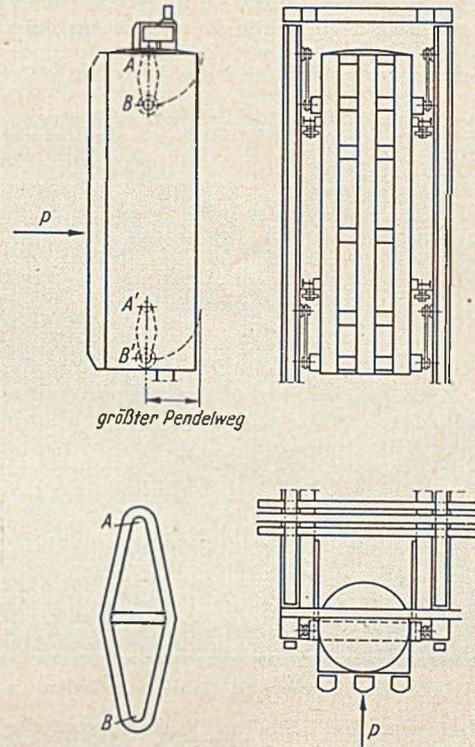


Abb. 3. Schwerkraft-Fender (unten links ein Hängeglied zur Aufhängung der Zylinder).

Ort und Stelle mit Beton gefüllt. Ihr Gewicht in Luft beträgt dann 43 t je Stück, teilweise eingetaucht bei Hochwasser 35 t . Die stoßverzehrende Wirkung eines derart aufgehängten Zylinders besteht darin, daß er sich unter dem Einfluß einer Horizontalkraft P (Stoßkraft) — vgl. Abb. 3 — nicht nur nach rechts, sondern auch nach oben bewegen muß, weil die Punkte B, B' usw. sich auf Kreisbögen um die Punkte A, A' usw. bewegen müssen. Abb. 4 zeigt die funktionelle Abhängigkeit zwischen der Horizontalkomponente der Verschiebung einerseits und der

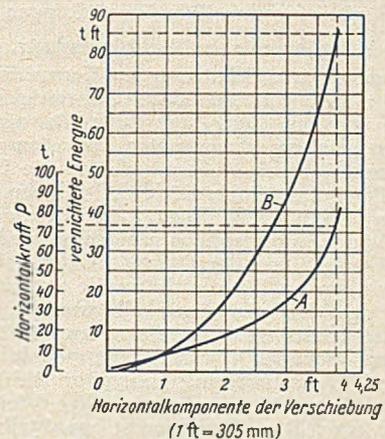


Abb. 4. Funktionelle Abhängigkeit der Horizontalkraft P (Kurve A) und der vernichteten Stoßenergie (Kurve B) von der waagrechten Komponente der Verschiebung des Fender-Zylinders.

Horizontalkraft P (Kurve A) bzw. der vernichteten Energie (Kurve B) andererseits. Die gezeichneten Kurven gelten natürlich nur für die Abmessungen und Gewichte der hier beschriebenen Fender.

Die Zylinder sind in Gruppen zu je drei Stück angeordnet, deren jede von einem vierpfähligen Rahmen getragen wird. Diese Rahmen sind parallel zur Längsachse der Piers angeordnet und stehen $2,44 \text{ m}$ vor der äußeren Pfahlreihe. An jedem

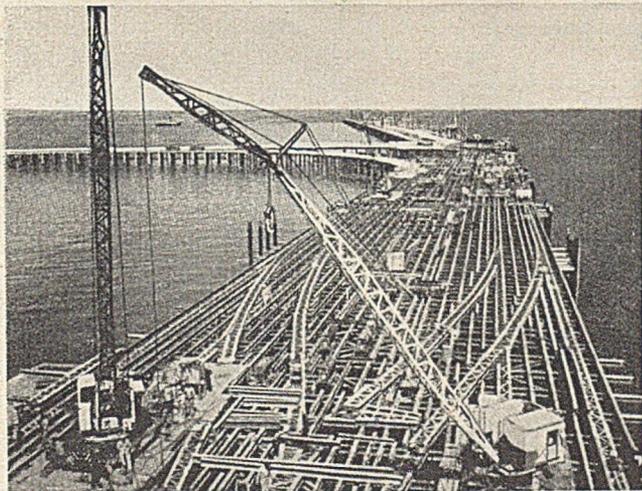


Abb. 2. Konstruktion des Stückgutpiers; im Hintergrund Anschluß von Zugangsbrücke und Ölpier.

Reihe weiterer Leitungen eingebaut für Frischwasser, Salzwasser, Bunker- und Dieselöl usw. Eine spätere Erweiterung für weitere Ölleitungen ist vorgesehen.

Der Ölpier ist 860 m lang und 32 m breit; der Stückgutpier 265 m lang und $30,5 \text{ m}$ breit. Abb. 1 zeigt eine allgemeine Übersicht über die Gesamtanlage, Abb. 2 einen Blick auf die Konstruktion der Stückgutpier; im Hintergrund der Abb. 2 ist der Ölpier und der Anschluß zur Landverbindung erkennbar. Die verwendeten Pfähle sind durchweg solche des Profils US 14 BP 73, $356-369 \text{ mm}$, Stahlstärke 13 mm in Steg und Flansch, Gewicht 100 kg/lfdm . Als Verkehrslast sind auf dem Zugangspier zwei Eisenbahngleise vorgesehen mit einer Belastung von zwei $13,5 \text{ t}$ -Waggons, einem fahrbaren Kran von $22,5 \text{ t}$ Gewicht und einer gleichmäßig verteilten Verkehrslast von 1000 kg/m^2 . Alles Holzwerk für die Abdeckung wurde unter Hochdruck getränkt mit feuerhemmendem Tanalith (Wolman-Salz), dessen Wirksamkeit durch Versuche erwiesen wurde.

Tankerliegeplatz sind vier Gruppen von je drei Fendern symmetrisch zur Mitte des Liegeplatzes angeordnet in 18,3 m und 60 m Abstand von der Mitte. Die übrigen Fendergruppen sind in den Zwischenräumen entsprechend den verschiedenen Liegeplatzlängen angeordnet. Als größte Stoßbeanspruchung wurde für den Ölpier die Bewegungsenergie eines Tankers von 30 000 t Deplacement, für die Stückgutpier diejenige eines 24 000 t-Frachtschiffes angenommen, die mit einer Geschwindigkeit von 0,4 m/sec anfahren; dabei wurde die weitere Annahme gemacht, daß 40 % der Stoßenergie von der Fendergruppe und dem Pier aufgenommen werden und der Rest durch Deformation

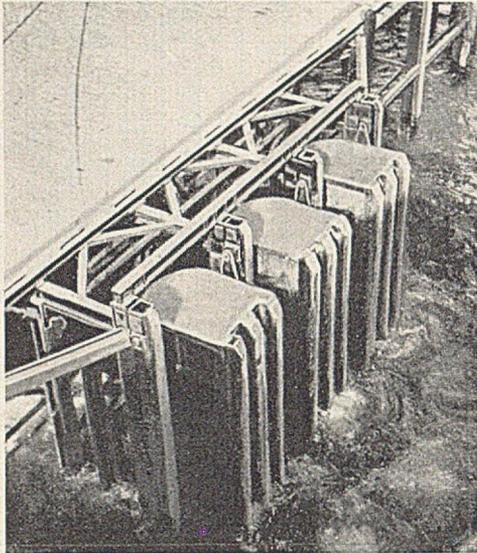


Abb. 5. Eine Gruppe von drei Fender-Zylindern.

des Schiffskörpers. Im Falle des Tankers ermittelte man die von der Fendergruppe zu vernichtende Energie zu 93 tm.

Die Poller für die Springs und Kopfleinen sind im Abstände von 18,3, 46 und 87 m beiderseits der Liegeplatzmitten angeordnet. Die Poller für die Dwarisleinen wurden für eine Beanspruchung von 100 t in einem Winkelbereich von 60° entworfen, die Poller für die Springs und Kopfleinen für eine Beanspruchung von 60 t in 180° Winkelbereich. Die Poller für Schlepper am Liegeplatz 7 und 8 wurden für 15 t Pollerzug in einem Winkelbereich von 180° entworfen. Auf dem Stückgutpier sind die Poller in einem Abstände von 25 m auf beiden Seiten angeordnet und für eine Beanspruchung von 40 t in einem Winkelbereich von 180° berechnet. Jeder Poller besteht aus einem betongefüllten Stahlrohr, ist mit einer aufgeschweißten Kappe abgedeckt und mit aufgeschweißten Verstärkungen versehen.

Maßnahmen zum Korrosionsschutz.

Die Maßnahmen zum Schutze gegen Korrosion der Bauteile stellten ein Problem von besonderer Schwierigkeit dar. Zwei ähnliche Bauwerke im Persischen Golf, die nicht besonders geschützt waren, hatten schwer unter Korrosion gelitten.

Die Schutzmaßnahmen mußten auch auf die Lebewesen im Wasser des Persischen Golfs Rücksicht nehmen. Man stellte fest, daß etwa 12 mm große Krustazeeen sich auf den Pfählen zwischen NW und Halbtidenhöhe ansiedelten und dabei ganze Fladen des Teerfilms von der Oberfläche der Pfähle ablösten, so daß der Stahl freilag. Diese rötlichweiße Art von Krustazeeen, die zwei bis drei Kolonien innerhalb weniger Wochen entwickeln, wurden identifiziert als *balanus amphitrite denticulata*.

Eine andere tropische Krustazeeenart siedelt sich auf den Pfählen unter NW an, aber mit geringerer Dichte. Außerdem fand man Austern und andere zweischalige Weichtiere, Kalkröhrenwürmer usw. Das Konglomerat unmittelbar unter der Meeressohle, das im Persischen Golf an vielen Stellen verbreitet ist, besteht weitgehend aus den Schalen dieser Lebewesen, häufig zusammenzementiert. Die Seeflora ist ebenso fruchtbar in diesen Gewässern, und nach wenigen Monaten waren die Pfähle, gleichgültig ob Holz, Stahl oder Beton, wie ein Aquarium bewachsen. Auch die Anwesenheit von *teredo navalis* (Bohrmuschel) wurde festgestellt.

Nach ausgedehnten Untersuchungen beschloß man, alle Pfähle bis auf die untersten 3 m mit einer 2 mm starken Schutzschicht aus Steinkohlenteer zu versehen und ebenso die Konstruktionsteile unterhalb der Pfahlköpfe. Dazu war zuerst notwendig, den Stahl gründlich zu reinigen und eine Grundierung aufzubringen. Die Reinigung wurde nach fehlgeschlagenen

anderweitigen Versuchen mit Sandstrahlgebläse ausgeführt. Nach einem Grundanstrich wurde sodann der heiße Steinkohlenteer-Überzug aufgegossen, nachdem Versuche mit Pinseln und Bürsten fehlgeschlagen waren. Bezüglich weiterer Einzelheiten muß auf die eingehenden Angaben der am Schluß genannten Quelle verwiesen werden. Als Erfahrungsgut der Baustelle kann man zusammenfassen, daß folgendes Verfahren sich schließlich als das zweckmäßigste erwies:

1. Anwendung des Sandstrahlgebläses, bis der Stahl eine gleichmäßig graue Farbe zeigt,
2. sorgfältige Aufbringung des Grundanstriches,
3. Aufgießen des Teerfilms unter genauer Einhaltung der richtigen Temperatur des Gießmaterials,
4. genaue Einstellung des Werkstückes auf die richtige — zu erprobende — Neigung, die der gewünschten Teerfilmdicke entspricht.

Die Konstruktionsteile über den Pfahlköpfen und die Flächen beiderseits von Schweißfugen erhielten einen doppelten Anstrich mit einer auf Steinkohlenteerbasis hergestellten Schutzfarbe, und zwar nach der Montage. Die Stahlteile oberhalb des Hauptdecks dagegen erhielten einen Schutzanstrich von roter Bleimennige und zwei weitere Anstriche mit Aluminiumfarbe.

Nach Vollendung des Bauwerkes wurden zusätzlich Anordnungen für das elektrolytische Schutzverfahren eingebaut, anfangs unter Anwendung von Magnesium-Anoden, später unter Anwendung einer äußeren Stromquelle.

Der Grundgedanke des elektrolytischen Schutzverfahrens besteht darin, die elektro-chemische Korrosion eines metallischen Bauwerkes, das in feuchtem Erdreich oder in Seewasser steht, durch einen überlagerten elektrolytischen Vorgang auszuschalten.

Dieses Verfahren wird in Amerika allgemein angewendet, ist aber in Europa noch ziemlich unbekannt. Bei seiner praktischen Anwendung bildet die Stahlkonstruktion die Kathode einer elektrolytischen Zelle (eines galvanischen Elementes), deren Elektrolyt das umgebende Seewasser oder feuchte Erde ist, während die Anode von einem oder mehreren Körpern aus einem anderen Metall gebildet wird (z. B. Zink oder Magnesium), das in der elektrolytischen Spannungsreihe höher steht; diese Anode wird mit der die Kathode bildenden Stahl-

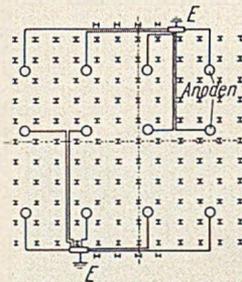


Abb. 6. Anordnung der Anoden.



Abb. 7. Magnesium-Anoden vor ihrem Einbau.

konstruktion durch ein sorgfältig isoliertes Kabel verbunden, so daß die elektrolytische Zelle kurzgeschlossen wird.

Der dadurch entstehende, die Schutzwirkung verursachende elektrische Strom verzehrt allmählich die Anode und bildet auf der Kathode (der Stahlkonstruktion) einen schützenden Niederschlag, dessen Zusammensetzung von derjenigen der Anode und des umgebenden Elektrolyten abhängt. Eine Abart des Verfahrens besteht darin, eine Anode aus Schrott oder Kohle zu benutzen. In diesem Falle wird der Fluß der Wasserstoffionen zur Kathode durch einen niedrig gespannten, in einer besonderen Stromquelle erzeugten Gleichstrom herbeigeführt. [Vgl. Reimer: Bauingenieur 26 (1951) S. 286.]

In dem hier beschriebenen Bauwerk hat man zunächst Magnesium-Anoden benutzt, und zwar vierzehn Magnesium-Anoden von je 22,5 kg und 270 Anoden von je 90 kg. Ihre Zusammensetzung war folgende:

- Aluminium: 5,3 bis 6,7 %.
- Mangan: 0,15 %.
- Zink: 2,5 bis 3,5 %.
- Silizium: maximal 0,3 %.
- Kupfer: maximal 0,05 %.
- Nickel: 0,002 %.
- Andere Verunreinigungen: höchstens 0,3 %.
- Magnesium: Rest bis 100 %.

Alle Anoden wurden auf den Meeresgrund gelegt; ein Verbindungskabel führt von jeder Anode zu einem Isolator unter dem Hauptdeck des Piers und von dort zu einem Widerstand, der eine Regelung des entstehenden Gleichstromes erlaubt. Von

diesem Widerstand führt die Verbindung zur Stahlkonstruktion. Die Verteilung der Anoden ist in Abb. 6 dargestellt. Der Abstand der Anoden wurde nach Beobachtungen über das Verhalten einiger Probeanoden bestimmt. Es wurde ein Anfangsstrom von ungefähr 10,3 Milliamp. je m² der zu schützenden Stahloberfläche vorgesehen bei 0,3 Volt Spannung zwischen der Anode und der Stahlkonstruktion. Das ergab eine Stromstärke von 0,45 Amp. für jeden Pfahl und eine Gesamtstromstärke von ungefähr 1800 Amp. Die entsprechenden Werte nach der Polari-

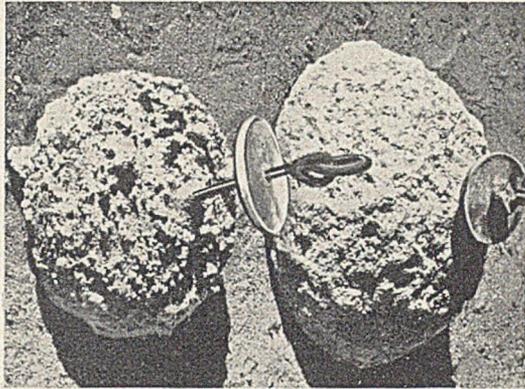


Abb. 8. Magnesium-Anoden einige Zeit nach ihrem Einbau.

sation des Stahls waren 4,3 Milliamp. je m², 0,4 Volt und 670 Amp. Gesamtstrom. Es ergab sich, daß ein kg Magnesium bei der hier beschriebenen Anordnung ungefähr 1100 Amp. Std. liefert und daß die Lebensdauer der ersten Einrichtung demnach auf etwa zwei Jahre zu veranschlagen war.

Diese Schutzmaßnahme hat die in sie gesetzten Erwartungen übertroffen. Der Schutzeffekt erstreckt sich räumlich bis zur Ordinate +6 bis +7, d. h. bis in den Bereich des Gezeiten-

hubes. Nach etwa einem Jahre stellte man fest, daß die Stromdichte bei Hochwasser abnahm infolge teilweiser Zerstörung des Steinkohlenteerfilms im Bereich der Krustazeen. Aus diesem Grunde wurden weitere 100 Anoden von je 90 kg eingebaut, um den erforderlichen zusätzlichen Schutz zu schaffen.

Ein Probepfahl, der am Süden des Stückgutpiers gestanden hatte, wurde zur Prüfung im September 1950 gezogen und zeigte vollständigen Korrosionsschutz bis zur Höhe +6 mit sehr geringer Korrosion über dieser Ordinate. An einigen Punkten, wo der Teerfilm unterhalb dieser Ordinate beim Rammen beschädigt worden war, war der Stahl nicht angegriffen und zeigte die ursprüngliche Farbe und Struktur, die er nach der Anwendung des Sandstrahlgebläses gehabt hatte.

Ein neues Schutzsystem soll 1952 eingebaut werden, um die Magnesium-Anoden zu ersetzen. Es besteht aus 16 Gleichrichtern mit einer Leistungsfähigkeit von je 150 Amp. bei 50 Volt. Diese Spannung wird Stahl-Anoden zugeführt, von denen zwei oder drei Stück von rd. 8 t Gewicht im Bereich der Zugangsbrücke eingebaut werden. Für den Öl- und Stückgutpier ist eine größere Anzahl von Anoden von je einer Tonne Gewicht vorgesehen. Man erwartet, daß die jährlichen Kosten dieses Schutzsystems nur etwa bei einem Viertel derjenigen des zuerst angewendeten Systems mit den Magnesium-Anoden liegen werden.

Der zitierte Aufsatz enthält weiter noch detaillierte Angaben über Rammversuche, Zugversuche an Rammpfählen, konstruktive Maßnahmen der verschiedensten Art (u. a. Verstärkungen der Rammpfähle an Kopf und Fuß), Verfahren beim Aufbringen des Teerfilms auf den Rammpfählen, konstruktive Anordnungen für die Ölrohrleitungen und deren Ausdehnungsmöglichkeiten, Kosten des Bauwerkes, Ausführungszeit und anderes mehr. Auch einige Diskussionsbeiträge enthalten zum Teil beachtliche Ergänzungen zu dem, was im Aufsatz behandelt und oben teilweise wiedergegeben wird. [Nach C. W. N. McGowan, R. C. Harvey und J. W. Lowdon in Proc. Institution Civil Eng., part II (1952), Nr. 2, S. 249 bis 324.]

Dr.-Ing. Karl-Eduard Naumann, Hamburg.

Buchbesprechungen und Neuerscheinungen.

Brix †, Joseph, Prof. Dr.-Ing. E. h., Geh. Reg.-Rat, Berlin, **Heyd †**, Hermann, Dipl.-Ing., Baurat, Frankfurt a. M. und **Gerlach**, Ernst, Prof. Dr.-Ing., Berlin: **Die Wasserversorgung**. 5. verb. Aufl., 400 S., Gr. 8°, mit 123 Abb. München: Verlag R. Oldenbourg, 1952. Halbl. 42,— DM.

Nach langer Pause ist dieses umfassende Standardwerk wieder erschienen. Von den zahlreichen Ergänzungen und Neuerungen, die das Buch zu einem Spiegel des gegenwärtigen Standes der Wasserversorgung machen, seien folgende angeführt: Die Kapitel über die chemische und bakteriologische Beschaffenheit sind fast völlig umgestaltet, die neuesten gesetzlichen Bestimmungen berücksichtigt. Zweckmäßig ist die Zusammenstellung der Aufsichts- und Genehmigungsbehörden in den einzelnen Bundesländern. Ausführliche Ableitungen der Formeln für die Ergiebigkeit bei lotrechten und waagrechten Fassungen sind gegeben, ebenso die Beziehungen zwischen Ergiebigkeit, Fassungsvermögen und Absenkung. Die neu aufgenommenen gegenseitige Beeinflussung der Brunnen nach Paavel ist ausführlich genug dargestellt. Neu ist auch ein Nomogramm, aus dem der nutzbare Behälterinhalt von Hydrophoren in Abhängigkeit vom Ein- und Ausschaltdruck abgelesen werden kann. Die bei der Berechnung der Kosten zum Teil angegebenen RM-Beträge gestatten die Anpassung an den jeweiligen Preisindex.

Das ausführliche Schrifttumsverzeichnis macht das Buch zusammen mit dem Verzeichnis der Fachaufsätze bis zum Ende des Jahres 1951 auch zu einem ausgezeichneten Nachschlagewerk. Es wird für Studierende und Praxis unentbehrlich sein und bei auftauchenden Fragen stets erschöpfende Auskunft geben.

Prof. Dipl.-Ing. W. Schwenke, Berlin-Charl.

Kleinogel, Adolf, Prof. Dr.-Ing., Darmstadt, und **Arthur Haselbach**, Bauingenieur, Darmstadt: **Durchlaufträger**. Ausführliche theoretische Entwicklungen, gebrauchsfertige Formeln und Zahlentafeln. II. Band. Herleitungen und Zahlentafeln für Durchlaufträger mit besonderen Feldsteifigkeiten sowie ausführliche Ergänzungen. 7. vollst. neu bearbeitete und bedeutend erweiterte Aufl. des Werkes **Kleinogel**: Der durchlaufende Träger. 528 S., Gr. 17,5 · 24,5 cm, 28 Trägerformen und 142 Zahlentafeln mit

29 Zahlenbeispielen und insgesamt 443 Abb. Berlin: Verlag Wilh. Ernst u. Sohn, 1952. (Geh. 46,— DM, geb. 49,— DM.)

Während der seit 1949 vorliegende I. Band die Grundlagen der Durchlaufträger und die Anwendung für beliebige Feldsteifigkeiten und unterschiedliche bzw. symmetrische Stützweiten enthält, erstreckt sich der Inhalt des II. Bandes im wesentlichen auf Träger mit gleichen — bis zu 8 — Öffnungen oder doch gleichen Feldsteifigkeiten //I. Einbezogen sind Träger mit unendlich vielen Öffnungen und gebrochene Durchlaufträger. Ausführlichen Tafeln können Stützmomente, Feldmomente und Auflagerkräfte für gleichmäßig verteilte Feldlasten sowie für symmetrische Einzellasten in Feldmitte, in den Drittel- und Viertelpunkten entnommen werden. Durch die beigefügten Belastungsbilder wird ein schnelles Auffinden ermöglicht. Weitere Abschnitte befassen sich mit Einflußlinien, den Grenzwerten der Biegemomente und Querkräfte und der Berücksichtigung veränderlichen Trägheitsmoments, insbesondere bei Ausführung von Vouten. E. Kohl, Braunschweig.

International Labour Organisation, Genf. Berichte, Protokolle und Diskussionsmaterial in englischer und französischer Sprache: 1. Protokoll der 1. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee of the International Labour Organisation in Brüssel, Nov.—Dez. 1946; 249 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1948. 2. Protokoll der 2. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee in Rom 1949, 157 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1951. 3. Report I = Hauptbericht der 2. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee in Rom 1949, 95 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1949. 4. Report II = Instability of Employment in the Construction Industries (disk. auf der 2. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee 1949) 55 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1948. 5. Report III = Recruitment and Training in the Construction Industries (disk. auf der 2. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee in Rom 1949) 56 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1949. 6. Report IV = Industrial Relations (disk. auf der 2. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee 1949) 80 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1948. 7. Report I = Hauptbericht der 3. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee in Genf 1951. 88 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1951. 8. Report II = Welfare in the Construction Industry (disk. auf der 3. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee in Genf 1951) 39 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1950. 9. Report III = Seasonal Unemployment in the Construction Industry (disk. auf der 3. Sitzung des Building, Civil Engineering and Public Works Committee in Genf 1951) 97 S., Gr. 16 · 24 cm, Genf 1951

Verschiedenes.

F.-W. Walkking †.

Überraschend für seine Familie wie für seine Mitarbeiter und Freunde wurde am 17. Januar 1953 Herr Professor Dr.-Ing. Friedrich-Wilhelm Walkking durch einen Herzschlag mitten aus der Fülle seiner Arbeit herausgerissen.

Er stammte aus dem Westfalenland. In Minden, wo er am 18. Februar 1901 als Sohn eines Lehrers geboren wurde, besuchte er auch die Schule, bis er sich im Jahre 1920 an der Technischen Hochschule Hannover immatrikulieren ließ. Der

Fachrichtung Brückenbau und Ingenieur-Hochbau, in der er 1925 sein Diplomexamen ablegte, ist er bis zu seinem Tode treu geblieben.

Schon nach wenig mehr als einem Jahr Berufstätigkeit bei der Siemens-Bauunion an der Schwarzenbachsperre rief ihn Prof. Dr.-Ing. Kaufmann als Assistenten für Technische Mechanik zur Techn. Hochschule Hannover zurück. Als Kaufmann nach München berufen wurde, folgte ihm Walkking auch dorthin. Schon aus dieser Zeit der Assistententätigkeit stammen als Promotions- und Habilitationsarbeiten seine ersten Veröffentlichungen aus dem

Gebiet, das im besonderen Maße in der Praxis als sein Gebiet gilt: „Die Schwingungslehre des Bauingenieurs“. Fast alle seine zahlreichen wissenschaftlichen Veröffentlichungen bis in die neueste Zeit hinein, befassen sich mit diesem Problem, wobei schließlich mehr und mehr das Schwingungsverhalten der großen Brücken und die Frage nach der Anregung dieser Schwingungen im Vordergrund steht.

Im Jahre 1937 wird Walkking als ord. Professor für Technische Mechanik und Baustatik an die Techn. Hochschule Danzig berufen und kann nun hier die Fähigkeit voll entfalten, die er in besonders hervorragendem Maße besitzt: Das pädagogische Talent, schwierige Probleme anschaulich verständlich zu machen und dem jungen Studenten solche Begeisterung für die Lösung der Ingenieuraufgaben einzuflößen, daß er die Schwierigkeiten des Weges zur Lösung gern in Kauf nimmt. Viele Hunderte von Studenten erinnern sich mit besonderer Freude der Klarheit seiner Anfängervorlesungen ebenso wie der Brillanz der Darstellung modernster Theorien in den höheren Semestern.

Das Jahr 1945 riß ihn wie viele seiner Kollegen aus der Bahn seines Lehrberufes. Doch traf ihn das Los härter als viele andere. 1944 im Herbst noch zum Wehrdienst einberufen, geriet er im Raume seiner akademischen Heimat Danzig im Mai 1945 in russische Gefangenschaft, aus der er erst Anfang 1948 mit schweren gesundheitlichen Schäden entlassen wurde. Sein zäher Wille zur Mithilfe beim Wiederaufbau der deutschen technischen Wissenschaft ließ ihn nicht lange ruhen. Schon wenige Wochen nach seiner Rückkehr nahm er aktiv an Besprechungen über die Reform des Hochschulstudiums teil, und als Ende des Jahres 1948 die Techn. Akademie Bergisch-Land als eine Fortbildungsstätte für den Ingenieur der Praxis ihre Arbeit aufnahm, gehörte Prof. Walkking bereits zu ihren ständigen Dozenten. Wie in Danzig erfreuten sich auch hier seine Kursvorlesungen über Sondergebiete der Baustatik, wie das Crossverfahren, das Kaniverfahren und die Schwingungslehre des Bauingenieurs besonderer Beliebtheit wegen der Gründlichkeit der Darstellung, der Geschicklichkeit der Veranschaulichung der mathematischen Notwendigkeiten und der innigen Verknüpfung von Theorie und Praxis.

In dieser Zeit nach dem Kriege wurde ihm seit mehreren Jahren nun auch die Erfüllung eines besonderen Wunsches zuteil: Die unmittelbare Verbindung seiner akademisch-wissenschaftlichen Arbeit mit der Praxis. Als ständiger wissenschaftlicher Mitarbeiter der Firma J. Gollnow u. Sohn, Düsseldorf, die wie er aus dem Osten vertrieben war und neu aufbauen mußte, hat er in fruchtbarer Verbindung von Theorie und Praxis in den letzten Jahren wirken können, ohne dabei seine ureigentliche Lehrbegabung vernachlässigen zu müssen. Der

Tod hat ihn mitten aus der eigenen Arbeit gerissen, die in seinen Hörern weiterleben wird.

H. F. Schwenkhagen, Wuppertal.

Schönhöfer 75 Jahre alt.

Am 27. Februar 1953 vollendete Herr Professor Dr. techn. Schönhöfer sein 75. Lebensjahr.

Geboren wurde er am 27. Februar 1878 in Böhmisches-Leipa in Deutschböhmen. Im Sommer 1895 legte er an der dortige Staatsoberrialschule die Reifeprüfung ab, um dann an der Deutschen Techn. Hochschule in Prag das Studium des Maschinenbaues zu beginnen. Nach dem 4. Semester trat er zum Bauingenieurstudium über. Im Dezember 1900 legte er die zweite Staatsprüfung (vergleichbar der Diplom-Hauptprüfung) mit ausgezeichnetem Erfolge ab. Im Frühjahr 1902 trat er in den Dienst der K. K. Eisenbahndirektion in Wien. Am 4. Juni 1902 wurde ihm auf Grund seiner Dissertation: „Studien zur Schnellbahnfrage“ der Grad eines Doktors der techn. Wissenschaften verliehen. Im Jahre 1909 wurde er Privatdozent an der K. K. Hochschule für Bodenkultur in Wien, und zwar für Theorie und Praxis des Eisenbetonbaues. Zum 1. Oktober 1911 wurde er als ordentlicher Professor an die Techn. Hochschule Braunschweig auf den Lehrstuhl für Brückenbau berufen, den er bis zu seiner Emeritierung am 31. Oktober 1943 innehatte. S. lebt jetzt in München.

Viele Studierende haben zu seinen Füßen gesessen und sind von ihm mit intensiver Arbeit und reichem Erfolge in die Wissenschaften der von ihm vertretenen Fächer eingeführt und weitergebildet worden.

Schönhöfer ist auch auf dem Gebiete der Forschung und der wissenschaftlich-schriftstellerischen Arbeit mit vielen Veröffentlichungen hervorgetreten. Bekannt geworden sind z. B. seine Werke „Statische Untersuchung von Bogen- und Wölbtragwerken“ (Berlin 1908 und 1911) und „Wirtschaftliche Stützung von Traggebilden“ (Leipzig 1931). In dem letzteren werden die Grundsätze entwickelt, nach denen man ermitteln kann, bei wieviel Öffnungen und bei welchen Spannweiten die Kosten für einen Brückenzug am geringsten werden. Außerdem schrieb er ein vielbeachtetes Buch über „Haupt-, Neben- und Hilfsgerüste im Brückenbau“ (Berlin 1911). Eins seiner Spezialgebiete war ferner die Ausgestaltung von Auflagern, insbesondere für Brücken und andere Tragwerke. Diese Gedanken der Ausbildung der neuen Lager sind in seinem Buch „Neugestaltungen auf dem Gebiet des Auflagerbaues und auf verwandten Gebieten“ veröffentlicht. Von diesen Konstruktionen haben sich bisher in erster Linie die Vielkugeln-Auflager bewährt, die nach allen Seiten einwandfrei beweglich und durch niedrige Bauhöhe und geringem Materialverbrauch besonders wirtschaftlich sind. Diese Lager sind auch bei anderen Bauwerken eingeführt, z. B. bei den Großbehältern von elektrischen Entstaubungsanlagen, bei denen durch die dort auftretenden Temperaturunterschiede mit großen Bewegungen gerechnet werden muß.

Seine Erfolge in Lehre und Forschung verdankt S. seiner hervorragenden Befähigung und seiner unermüdlichen Arbeitskraft. Seine Mitarbeiter und Schüler grüßen den Jubilar von ganzem Herzen. Prof. Dr.-Ing. Gerstenberg, Braunschweig.

Dr.-Ing. Prüß 65 Jahre.

Am 18. Februar vollendete der weit über die Grenzen Deutschlands bekannte Wasserwirtschaftler, Direktor des Ruhrverbandes und Ruhrtalsperrenvereins, Essen, Marinebaurat a. D. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Max Prüß sein 65. Lebensjahr. Man vgl. die ausführliche Würdigung Der Bauingenieur 26 (1951) S. 288.

Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Schlußfolgerungen des 4. Kongresses in Cambridge und London.

A. Allgemeine Fragen.

I. Bemessungsgrundlagen und Sicherheit.

1. Die Dimensionierungsgrundlagen stützen sich notwendigerweise auf die genaue Kenntnis der Belastungen der Bauwerke und der verwendeten Baustoffe.

Der Begriff der Belastung ist in weitestem Sinne aufzufassen. Es gehören dazu nicht nur die eigentlichen äußeren Lasten, seien sie ständig oder beweglich, sondern auch alle Massenkraft und alle Wirkungen von Einspannungen und Bindungen, sowie die Kräfte aus Temperaturänderungen, Schwinden und Kriechen usw.

Den ständigen Lasten muß ebensoviel Beachtung geschenkt werden wie den andern, einmal, um ihre genaue Verteilung während dem Bauvorgang zu kennen, andererseits um die Änderungen der von ihnen hervorgerufenen Formänderungen und Spannungen in einer längeren Zeitspanne zu erfassen. Die Wirkungsweise der beweglichen Lasten in bezug auf die dynamischen Einwirkungen und die Dauerfestigkeit der Baustoffe ist noch nicht genau bekannt.

Bei atmosphärischen Einwirkungen und anderen Naturkräften ist eine bessere statistische Erfassung möglich. Der am Kongreß in Lüttich ausgedrückte Wunsch nach einer statistischen Untersuchung der Windeinwirkungen bleibt aktuell.

Die Kenntnis der Festigkeits- und Formänderungseigenschaften der Baustoffe ist zum Teil noch unsicher und lückenhaft, besonders in bezug auf die Wirkung ständiger Lasten über längere Zeit, die Dauerfestigkeit, die Plastifizierung bei verschiedenen Beanspruchungsfällen, Trennbrüche usw. Besondere Beachtung ist den Stabilitätsproblemen zu schenken, die nicht nur von den Materialeigenschaften, sondern auch von den Dimensionen der Bauelemente und ihrer Verbindungen abhängen.

Grundsätzlich sind wesentliche Fortschritte auf allen erwähnten Gebieten von der experimentellen Forschungsarbeit zu erwarten, wobei eine internationale Zusammenarbeit wünschenswert ist.

2. Der Begriff der Sicherheit der Bauwerke ist durch die Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen, denen seit dem letzten Kongreß allgemein Beachtung geschenkt wurde, beträchtlich präzisiert worden. Immerhin gehen die Ansichten sogar in grundsätzlichen Fragen, besonders aber in bezug auf die Verfahren der Anwendung, noch beträchtlich auseinander.

Trotz allen Unsicherheiten kann gesagt werden, daß die verallgemeinerte praktische Anwendung der neuen Auffassung auf engste mit der Entwicklung und Verbesserung der statistischen Kenntnisse aller Dimensionierungsgrundlagen verbunden ist, woraus die Notwendigkeit der am Schluß des ersten Abschnittes verlangten Untersuchungen erhellt.

II. Entwicklung der Berechnungsmethoden.

1. Die Entwicklung der Berechnungsmethoden ist durch eine wesentliche Tatsache gekennzeichnet: sie paßt sich, dank der Vielfältigkeit neuer Untersuchungsverfahren, immer besser den zahlreichen verschiedenartigsten Problemen an.

2. Die erzielten Fortschritte der strengen, analytischen Verfahren beziehen sich vor allem auf die Lösung von Sonderproblemen der Elastizitätstheorie. Insbesondere sind die Einführung geeigneter Koordinatensysteme sowie die Verwendung besonderer orthogonaler Funktionen bemerkenswert.

3. Die Entwicklung ist in besonderem Maße bei den numerischen und den daraus abgeleiteten Verfahren in allen Gebieten ausgeprägt, wobei eine rasche Konvergenz der Berechnung als Hauptforderung im Vordergrund steht. Bemerkenswert sind die Fortschritte besonders bei den baustatischen Methoden sowie bei der Anwendung der Relaxationsmethode, bei letzterer vor allem im Zusammenhang mit schrittweise abgestuften Näherungsberechnungen.

Die modernen Rechenmaschinen können gegebenenfalls eine wirksame Ergänzung zur numerischen Berechnung bedeuten.

4. Besonders eindrücklich sind die Fortschritte in der experimentellen Statik dank der Vervollkommnung der Modellbaustoffe, der Meßverfahren und der Auslegung der Meßergebnisse.

Da die Versuche bis zum Bruch gesteigert werden können, besteht die Möglichkeit, in stetigem Übergang das elastische und plastische Stadium bis zur Erschöpfung der Tragfähigkeit zu erforschen.

5. Die Bruchberechnung wurde mit Erfolg bei der Bemessung von Eisenbetonplatten angewandt in solchen Fällen, wo genaue oder angenäherte Berechnungen nicht möglich sind.

6. Die analytischen und experimentellen Verfahren schließen sich gegenseitig nicht aus. Sie ergänzen sich vielmehr, und ihre Verbindung kann sich als sehr zweckmäßig erweisen, wobei wegen der Verschiedenartigkeit der Verfahren, sich wertvolle Kontrollmöglichkeiten ergeben.

Der Ingenieur soll sich bemühen, einen Gesamtüberblick über die zur Verfügung stehenden Untersuchungsmittel zu gewinnen und sie gegebenenfalls zu vereinigen. Nach Möglichkeit soll die einseitige und oft unzulässige Verwendung eines einzigen Berechnungsverfahrens vermieden werden.

*

Das Knickproblem des geraden Stabes wurde weiter theoretisch untersucht. Es wird notwendig sein, diese Untersuchungen experimentell zu ergänzen, wobei im besonderen die von

Anfang an bestehenden sowie die baulichen Unvollkommenheiten in Rechnung gestellt werden müssen. Von besonderer Bedeutung ist die Frage nach der Leistungsfähigkeit dieser neuen Verfahren zur Bestimmung der Knicklast von Stäben aus anderen Baustoffen als Stahl.

B. Stahlbau.

I. Grundlagen.

a) Der Spannungszustand und die Temperatur sind die beiden Hauptfaktoren, welche den Trennbruch des Stahls geschweißter Konstruktionen bedingen.

Der Konstrukteur hat es in der Hand, den Einfluß des Hauptfaktors Spannungszustand zu vermindern. Die hauptsächlich von einer zu großen Steifigkeit der ganzen Konstruktion oder der Verbindungen, von den verhinderten Schrumpfungen, dem Vorhandensein von Kerben, der Konzentration von Schweißnähten und von plötzlichen Querschnittsänderungen herrührenden gefährlichen inneren Spannungen können bei geschicktem Entwurf und zweckmäßiger Ausführung der Konstruktionen verkleinert werden.

Die Normen, welche die Wahl und die Abnahmebedingungen der Stähle für geschweißte Brücken und Hochbauten festlegen und die je nach Natur, Wichtigkeit und Schwierigkeit der Konstruktion sowie je nach Betriebstemperatur verschieden sind, müssen weiterhin Gegenstand gemeinsamer Forschungen von Metallurgen und Konstrukteuren bleiben, damit den letzteren für die Wahl des Baustoffes die jetzt noch fehlenden sicheren Richtlinien in die Hand gegeben werden können.

b) Die Leichtmetall-Konstruktionen besitzen besondere Bedeutung, wenn es sich um bewegliche Bauten handelt oder wenn Montage und Transport stark erschwerend ins Gewicht fallen.

Die Vorteile der Verwendung von Leichtmetallen werden oft durch die hohen Materialpreise wieder aufgewogen.

Eine für alle Länder einheitliche Bezeichnungsweise der Leichtmetall-Legierungen drängt sich auf.

Die Anwendung der geschweißten Konstruktionsweise hängt offensichtlich ab von der Entwicklung nach Zahl und Bedeutung der erfolgreichen Anwendungen, aber auch von der theoretischen und experimentellen Forschung, deren Ergebnisse helfen werden, die noch nicht gelösten Fragen aufzuheben.

Die zweckmäßige Verwendung von abgekanteten oder nicht abgekanteten Platten und von Kastenträgern mit beliebigem Querschnitt bietet der geschweißten Konstruktionsart besondere Vorteile, die noch nicht immer genügend ausgenutzt werden.

Die Wirtschaftlichkeit der geschweißten Konstruktionen ist eng verbunden mit der Entwicklung automatischer und halb-automatischer Schweißverfahren in der Werkstatt. Diese Automatisierung ist bedingt durch eine Rationalisierung der Profile.

Für wichtige Arbeiten erscheint ein geschweißtes Modell, an dem die Reihenfolge der Schweißnähte studiert und die Spannungsverteilung ausgemessen wird, geeignet, zu besseren und wirtschaftlicheren Lösungen zu führen.

Die Erfahrung zeigt, daß die wirtschaftliche Ausführung geschweißter Konstruktionen abhängt von der Sorgfalt, mit der das Bauwerk entworfen und ausgeführt wird.

II. Praktische Anwendungen.

1. Provisorische Berechnungsgrundlagen für die Konstruktionen aus Leichtprofilen aus normalem Baustahl sind heute vorhanden. Die Normung der verwendeten Profile ist in den angelsächsischen Ländern durchgeführt; im Hinblick auf die Entwicklung dieser Konstruktionsart auf dem europäischen Kontinent wäre eine ähnliche Arbeit unter Berücksichtigung der entsprechenden wirtschaftlichen Bedingungen wünschenswert. Es ist empfehlenswert, diese Konstruktionen derart zu bemessen, daß sie bezüglich den verschiedenen möglichen Arten des Versagens gleiche Sicherheit besitzen, um so ein minimales Konstruktionsgewicht zu erreichen.

2. Auf Grund experimenteller Untersuchungen über das Beulen der Stege von Vollwandträgern geht die Entwicklung in Richtung kleinerer Sicherheitsgrade und einer Unterscheidung der Fälle Biegung und Schub. Die Fortführung der Untersuchungen über die Lage, die Form und die Bemessung der Aussteifungen verdient besonderes Interesse. Der Fall der nur einseitig angeordneten Aussteifungen sollte in diesen Untersuchungen eingeschlossen sein.

3. Es sollten Bemessungsmethoden für die Verbundträger entwickelt werden unter besonderer Berücksichtigung des Schwindens und Kriechens des Betons. Es ist notwendig, weitere Erfahrungen zu sammeln, um die Schwind- und

Kriechzahlen festlegen zu können. Das Verhalten der Verbundträger in größeren Zeiträumen sowohl unter ständiger Last als auch unter Nutzlast sollte eingehend untersucht werden. Die Vorspannung, oder allgemeiner ausgedrückt, die Regulierung der Spannungen während der Ausführung, muß angewendet werden, um gleichzeitig die Rissefreiheit der gezogenen Betonelemente und die größte Wirtschaftlichkeit zu erreichen.

4. Neben diesen neuen Konstruktionsarten sind die klassischen Tragsysteme noch verbesserungsfähig, wenn beim Entwurf durch zweckmäßige Maßnahmen die Kräfte entsprechend den Gegebenheiten der Bauaufgabe auf möglichst wirtschaftliche Weise aufgenommen werden.

5. Die Leichtmetall-Legierungen gestatten, durch Strangpressen oder Falten neue, für jede Konstruktionsart passende Profile herzustellen, welche besonders wirtschaftlich und günstig zu verbinden sind. Mit den Preßverfahren können besonders kleine Fabrikationstoleranzen erreicht werden. Die Leichtmetalle erlauben, neue Formen zu entwerfen, die von den gewohnten Bauformen des Stahlbaues abweichen.

6. Es kann eine allgemeine Tendenz zur Montage immer schwererer, ganz in der Werkstätte hergestellter Elemente festgestellt werden, ob es sich nun um genietete oder geschweißte Konstruktionen handelt. Diese Aufstellungsart kann in gewissen Fällen zu großen Montagebeanspruchungen führen und verlangt die Verwendung sehr kräftiger Hebezeuge.

7. Die Verbindung von Stahl und Beton erlaubt die Ausführung dünner, leichter und wirtschaftlicher Fahrbahnplatten, deren experimentelle Erforschung weitergeführt werden muß.

C. Massivbau.

I. Grundlagen und Eigenschaften des Betons.

Die seit der Jahrhundertwende bekannten Férêtschen Formeln vermitteln allgemeine Angaben zur Bestimmung der Betonzusammensetzung für den Fall, wo die Festigkeit im voraus festgelegt ist.

Neben den Festigkeitseigenschaften ist es jedoch grundlegend wichtig, eine Reihe von anderen Gesichtspunkten geltend zu machen:

die Verarbeitbarkeit,
die Regelmäßigkeit der Betoneigenschaften, d. h. die minimale Streuung der verschiedenen Charakteristiken,
die Widerstandsfähigkeit gegen Frosteinwirkung,
die Verarbeitung.

Es wird auf die verschiedenen Bedeutungen des Begriffes „Dichte, Dichtigkeit“ und auf die möglichen Mißverständnisse, die damit verbunden sind, besonders hingewiesen:

1. Dichte der Trockenmischung ohne Zement (Kies und Sand).
2. Dichte der gesamten Trockenmischung (Kies, Sand und Zement).
3. Dichte des Frischbetons, d. h. der Trockenmischung mit Anmachwasser.
4. Dichte des verarbeiteten und erhärteten Betons.

Ein besonderer Hinweis gilt auch dem verwickelten und komplexen Charakter der Entmischungsvorgänge als Folge von:

1. der Zusammensetzung des Betons bei gegebenen Vibrationsbedingungen.
2. den Vibrationsbedingungen (Frequenz und Amplitude in Abhängigkeit der Zeit) bei gegebener Betonzusammensetzung.

Der Kongreß hat einmal mehr die Komplexität der Verwitterungsvorgänge und ihres inneren Mechanismus festgestellt. Besonders auffällig ist das Auftreten der verschiedenartigsten Ursachen innerhalb eines Verwitterungsvorganges.

Von den erwähnten Ursachen kann das Zusammenwirken von sehr reinem oder säurehaltigem Wasser (im besonderen Regenwasser) mit Meerwasser und Meeratmosphäre den Verwitterungsvorgang wesentlich beeinflussen.

Der Kongreß weist darauf hin, daß zur Vermeidung der Korrosion der Eiseneinlagen Anordnungen getroffen werden müssen, um eine satte Umhüllung durch den Beton sicherzustellen, wobei die minimale Überdeckung in Verhältnis zu setzen ist mit dem Durchmesser der Eiseneinlagen und mit dem Grad der schädlichen Einwirkungsmöglichkeiten der Umgebung. Es versteht sich von selbst, daß der Umhüllungsbeton genügend dicht sein muß, um das Eindringen der schädlichen Einwirkungen bis zu den Eiseneinlagen zu verhindern.

Wenn auch die Bedeutung der theoretischen Untersuchungen außer Zweifel steht, so hat der Kongreß doch die Tatsache betont, daß die Erfahrung für den Ingenieur grundlegend wichtig ist: „La scienza è figliola della sperienza“ (Leonardo da Vinci).

Aus diesem Grund spricht der Kongreß den Wunsch aus, die Ingenieure möchten ihre Beobachtungen und experimentellen Untersuchungen weiterfördern und sie systematisch ausbauen.

II. Aktuelle Probleme des Betons und des Eisenbetons; vorgespannter Beton.

1. Die Berechnung des Eisenbetons befindet sich in einem gewissen Entwicklungsstadium, indem die Möglichkeit untersucht wird, die zulässigen Spannungen bei Gebrauchslast durch die Bruchspannungen zu ersetzen.

2. Die Verformungen und Rissebildungen müssen jedoch in allen Fällen untersucht werden, um das Verhalten und die Dauerhaftigkeit der Bauwerke sicherzustellen.

Die Verfahren zur Abschätzung der Rissebildung, der Rißweiten und der Rißverteilung verzeichnen Fortschritte; jedoch sind weitere Abklärungen zur Bestimmung der zulässigen Rißweiten erwünscht.

3. Neue analytische und experimentelle Verfahren sind geeignet, die Kenntnis der Bruchspannungen im Eisenbeton und im vorgespannten Beton zu vertiefen. Im besonderen wurde das Zusammenwirken von Biegung und Druck sowie von Biegung und Torsion untersucht.

4. Bisher wurde der vorgespannte Beton hauptsächlich auf statisch bestimmte Systeme angewendet; neuerdings wurden jedoch die Anwendungen auf statisch unbestimmte Systeme erweitert, was in Zukunft in erhöhtem Maße der Fall sein dürfte. Die Berechnung und Konstruktion solcher Systeme führt zu Problemen, deren Schwierigkeit besondere Anforderungen stellt, die jedoch systematisch einer Lösung entgegengeführt werden können.

5. Auf Grund der viel höheren Stahl- und Betonspannungen beim vorgespannten Beton als beim Eisenbeton muß gefordert werden, daß bei vorgespannten Bauwerken die Berechnungsmethoden und Konstruktionsverfahren einen Höchstgrad von Genauigkeit und Sorgfalt aufweisen, so daß nicht nur ihre Tragfähigkeit, sondern auch ihre Dauerhaftigkeit gesichert sind.

Die große Zahl der neuen Vorspannverfahren erfordert, daß in allen Fällen der Qualität, vor der Wirtschaftlichkeit, der Vorzug gebührt.

6. Bei der Bestimmung der Bruch- oder Rißlast muß der Einfluß der Zeit sowie die Art der Belastung (ruhende oder wiederholte Belastung) berücksichtigt werden in der Art und Weise, daß für ihre Bestimmung eine entsprechende Reduktion in Rechnung gestellt wird.

Wegen Einzelheiten verweisen wir auf den Kongreßbericht (Vorbericht und Schlußbericht) sowie auf die alljährlich erscheinenden „Abhandlungen der I.V.B.H.“

Bundesanstalt für Wasserbau.

Die Bundesanstalt für Wasser-, Erd- und Grundbau in Karlsruhe hat neben den beiden bisher vorhandenen Abteilungen für wasserbauliches Versuchswesen und für Erd- und Grundbau eine Abteilung für allgemeine technische Entwicklung eingerichtet und ihre Tätigkeit nunmehr auf den gesamten bautechnischen Aufgabenkreis der Abteilung Wasserbau des Bundesverkehrsministeriums ausgedehnt. Da die bisherige Bezeichnung der Bundesanstalt diesem erweiterten Aufgabenkreis nicht mehr entspricht und eine vereinfachte Bezeichnung ohne Aufzählung der bautechnischen Einzelgebiete zweckmäßig ist, hat der Bundesminister die Umbenennung in „Bundesanstalt für Wasserbau“ angeordnet.

Verdingungsordnung für Bauleistungen — VOB.

Teil A und B — Fassung 1952 — (DIN 1960 und DIN 1961).

Im Auftrage des Deutschen Verdingungsausschusses, in dem alle am Bauwesen interessierten Ministerien, öffentlichen Verwaltungen, Wirtschafts- und Berufsverbände vertreten sind, hat der Deutsche Normenausschuß soeben die neue „Fassung 1952“ der Teile A und B der Verdingungsordnung für Bauleistungen als DIN 1960 und DIN 1961 herausgebracht.

DIN 1960 enthält: Teil A — Allgemeine Bestimmungen für die Vergabe von Bauleistungen.

DIN 1961 umfaßt: Teil B — Allgemeine Vertragsbedingungen für die Ausführung von Bauleistungen.

Beide Normen sollen mit Wirkung vom 1. März 1953 durch Einführungserlasse der Länder in die Baupraxis eingeführt werden.

Berichtigung

zu dem Aufsatz A. Schulz *Eine neue Bauart für Pfeilerkraftwerke*. Auf S. 18, Z. 23 v. u., muß es heißen „Umströmung des Pfeilers“ und nicht Unterströmung.