ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

P. 3361/02

Manfred CHMURAWA

OBIEGOWE PRZEKŁADNIE CYKLOIDALNE Z MODYFIKACJĄ ZAZĘBIENIA

MECHANIKA
z. 140

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

GLIWICE 2002

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYTY NAUKOWE
Nr 1547

BIBLIOTEKA GŁÓWNA (1) Gliwice
P.3361/02

Manfred CHMURAWA

OBIEGOWE PRZEKŁADNIE CYKLOIDALNE Z MODYFIKACJĄ ZAZĘBIENIA

Gliwice 2002

OPINIODAWCY
Prof. dr hab. inż. Jerzy OSIŃSKI
Prof. zw. dr hab. inż. Krzysztof MARCHELEK

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY – Prof. dr hab. Zygmunt KLESZCZEWSKI
REDAKTOR DZIAŁU – Prof. dr hab. inż. Andrzej BUCHACZ
SEKRETARZ REDAKCJI – Mgr Elżbieta LEŚKO

REDAKCJA
Mgr Anna BŁAŻKIEWICZ

REDAKCJA TECHNICZNA
Alicja NOWACKA

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

Publikacja dofinansowana przez Ośrodek Badawczo-Rozwojowy
Dźwignic i Urządzeń Transportowych „Detrans" w Bytomiu

PL ISSN 0434-0817

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Akademicka 5
44-100 Gliwice
tel./fax (0 prefiks 32) 237-13-81
Dział Sprzedaży i Reklamy (0 prefiks 32) 237-18-48

www.polsl.gliwice.pl/alma.mater/wps.html
wydawnictwo@polsl.gliwice.pl

P.243/02

Nakł. 100 + 50 **Ark. wyd. 15** **Ark. druk. 13,5** **Papier offset. kl. III 70 x 100, 80 g**

Na wstępie pragnę wyrazić szczerą wdzięczność tym wszystkim, którzy w jakikolwiek sposób przyczynili się do wydania niniejszej pracy. Szczególne podziękowania kieruję do Panów Recenzentów - Prof. dr. hab. inż. Jerzego OSIŃSKIEGO oraz Prof. zw. dr. hab. inż. Krzysztofa MARCHELKA za krytyczne uwagi i spostrzeżenia, które w istotnej mierze wpłynęły na ostateczną postać pracy. Wyrazy wdzięczności składam także Prof. dr. hab. inż. Sylwestrowi MARKUSIKOWI za Jego znaczącą rolę w tej pracy i pomoc podczas realizacji zadań badawczych.

Równocześnie dziękuję Dyrektorowi OBRDiUT „Detrans" w Bytomiu mgr. inż. Wacławowi PAŚCIAKOWI oraz Jego Pracownikom – mgr. inż. Markowi PASZKIEWICZOWI i mgr. inż. Aleksandrowi LEWICKIEMU za pomoc przy wykonywaniu obliczeń numerycznych i opracowaniu programów komputerowych.

Pragnę również podziękować mojej Żonie Urszuli za wyrozumiałość i cierpliwość podczas wielu lat badań nad problematyką niniejszej pracy.

Autor

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów 9

1. Wstęp 13

1.1. Wprowadzenie ... 13

1.2. Przegląd stanu wiedzy z zakresu obiegowych przekładni cykloidalnych ... 13

1.3. Teza, cel i zakres pracy ... 18

1.4. Budowa i kinematyka obiegowych przekładni cykloidalnych ... 21

2. Geometria i konstruowanie obiegowych przekładni cykloidalnych 25

2.1. Wewnętrzne pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne ... 25

2.2. Wpływ kształtu epicykloidy i ekwidystanty na wielkość przekładni i postać uzębienia kół obiegowych w przekładni cykloidalnej ... 31

2.3. Zasady konstruowania obiegowych przekładni cykloidalnych ... 38

3. Wyznaczanie obciążeń i naprężeń w obiegowych przekładniach cykloidalnych 40

3.1. Obciążenia działające w obiegowej przekładni cykloidalnej ... 40

3.2. Wyznaczanie obciążeń w przekładni metodą analityczną ... 40

3.3. Quasi-statyczny stan równowagi koła obiegowego (satelity) ... 47

3.4. Moment napędowy i rozkład siły oddziaływania mimośrodu na elementy toczne w centralnym otworze koła obiegowego ... 49

3.5. Wyznaczanie obciążeń i naprężeń w przekładni metodą numeryczną ... 51

3.6. Numeryczna weryfikacja założeń metody analitycznej ... 57

3.7. Wpływ różnych cech konstrukcyjnych na rozkłady obciążeń w przekładni i wybór reprezentatywnego modelu współpracy elementów ... 59

3.8. Badanie i analiza rozkładów przemieszczeń w zazębieniu i mechanizmie równowodowym przekładni ... 61

4. Modyfikacja wewnętrznego zazębienia cykloidalnego w przekładni obiegowej 72

4.1. Zasada modyfikacji zazębienia i jej aspekty praktyczne ... 72

4.2. Matematyczny model modyfikacji zazębienia i korekcja uzębienia kół ... 74

5. Stan obciążenia, rozkłady przemieszczeń i stan naprężenia w przekładni z nominalnym zazębieniem 84

5.1. Przykłady badania i uogólnienie rozkładów obciążeń w nominalnych zazębieniach i mechanizmach równowodowych z uwzględnieniem ruchu obiegowego ... 84

5.2. Przykłady badania rozkładu naprężeń i przemieszczeń w kołach obiegowych przekładni z nominalnym zazębieniem ... 91

5.3. Przykład wyznaczania wartości i położenie naprężeń podpowierzchniowych w kole obiegowym ... 103

5.4. Analiza wyników badań stanu obciążenia, przemieszczeń i naprężeń w przekładniach z nominalnym zazębieniem ... 110

6. Stan obciążenia, rozkłady przemieszczeń i stan naprężenia w rzeczywistej przekładni ze zmodyfikowanym zazębieniem 112

6.1. Przykład badania i uogólnienie rozkładów obciążeń w korygowanym zazębieniu i mechanizmie równowodowym z uwzględnieniem ruchu obiegowego ... 114

6.2. Przykład badania rozkładu naprężeń i przemieszczeń w kołach obiegowych przekładni z korygowanym zazębieniem ... 120

6.3. Analiza wyników badań stanu obciążenia, przemieszczeń i naprężeń w przekładniach z korygowanym zazębieniem ... 127

7. Prognozowanie trwałości powierzchni roboczych w kołach obiegowych w przekładniach cykloidalnych 129

7.1. Model trwałości powierzchni styku, obciążonej ruchomym zestawem elementów tocznych ... 129

7.2. Trwałość węzłów łożyskowych przekładni ... 131

7.3. Obliczeniowa trwałość centralnego łożyska walcowego i zestawu tocznego w mechanizmie równowodowym przekładni ... 134

7.4. Obliczeniowa trwałość uzębienia kół obiegowych ... 139

7.5. Przykłady obliczeniowej trwałości tocznych węzłów konstrukcyjnych dla wybranych przekładni cykloidalnych ... 143

7.6. Optymalizacja uzębienia kół obiegowych ... 152

8. Doświadczalna weryfikacja obiegowej przekładni ze zmodyfikowanym zazębieniem cykloidalnym 157

8.1. Przedmiot, stanowisko i zakres badań doświadczalnych ... 157

8.2. Próby ruchowe i przełożenie kinematyczne przekładni cykloidalnej ... 167

8.3. Wstępne badania trwałości pierwowzoru przekładni ... 171

8.4. Badania trwałości zrekonstruowanej przekładni cykloidalnej ... 172

9. Podsumowanie 181

9.1. Wnioski ogólne ... 181

9.2. Wnioski szczegółowe ... 182

9.3. Uwagi końcowe ... 184

Dodatki 185

Dodatek A. Obliczenia obiegowej przekładni cykloidalnej (przykład wydruku) ... 185

Dodatek B. Macierze modyfikacji, luzy międzyzębne i parametry korekcji uzębienia dla wybranych przekładni cykloidalnych o wzrastających przełożeniach ... 189

Dodatek C. Rozkład luzów międzyzębnych i potencjalne miejsca przyporu w przekładni obiegowej o przełożeniu i = 19 z korygowanym zazębieniem cykloidalnym

Literatura ... 198

Streszczenia ... 203

CONTENTS

List of major designations and abbreviations 9

1. Introduction 13

1.1. Introductory remarks ... 13

1.2. Review of knowledge concerning cycloidal planetary gears ... 13

1.3. Thesis, purpose and range of the labor ... 18

1.4. Construction and kinematics of cycloidal planetary gears ... 21

2. Geometry and construction of cycloidal planetary gears 25

2.1. Inside out of centre cycloidal toothing ... 25

2.2. Influence of the shape of epicycloid and equidistant on size of the gear and shape of toothing of the planet wheels in cycloidal gear ... 31

2.3. Principles of construction of cycloidal planetary gears ... 38

3. Determination of loads and stresses in cycloidal planetary gears 40

3.1. Types of loads operating in cycloidal planetary gears ... 40

3.2. Analytical method of determination of loads in the gear ... 40

3.3. Quasi-static state of equilibrum of planet wheel ... 47

3.4. Driving moment and distribution of eccentric reaction force on the rolling elements in the central hole in planetary gear ... 49

3.5. Numerical method of determination of the loads and stresses in the gear ... 51

3.6. Numerical verification of assumptions of the analytical method ... 57

3.7. Influence of the various constructional features on distributions of the loads in the gear and selection of representative model of cooperating elements ... 59

3.8. Testing and the analyse of distribution of displacements in meshing and straight line mechanism ... 61

4. Modification of inside cycloidal meshing in planetary gear 72

4.1. Principle of modification of meshing and its practical aspects ... 72

4.2. Mathematical model of modification of meshing and correction of toothing of wheels ... 74

5. State of load, distributions of displacements and state of stress in gear with nominal meshing 84

5.1. Examples of tests and generalization of distribution of loads in nominal meshing and straight line mechanisms regarding planetary motion ... 84

5.2. Examples of tests of distribution of stresses and displacements in nominal meshing gear in planets wheel ... 91

5.3. Examples of determination of values and position of subsurface stresses in planet wheel ... 103

5.4. Analyse of the test results of the state of load, displacement and stresses in gears with nominal meshing ... 110

6. State of load, distributions of displacements and state of stress in real gear with modified meshing 112

6.1. Example of tests and generalization of the distribution of loads in modified meshing and straight line mechanism regarding planetary motion ... 114

6.2. Example of tests of distribution of stresses and displacements in planet wheel in gear with modified meshing ... 120

6.3. Analyse of the results of the tests of the state of load, displacements and stresses in gear with modified meshing ... 127

7. Forecasting the durability of working surface of planet wheels in cycloidal planetary gears 129

7.1. Model of durability of contact surface loaded with movable set of rolling elements ... 129

7.2. Durability of bearing nodes on the gear ... 131

7.3. Computational durability of central cylindrical bearing and rolling set in straight line mechanism ... 134

7.4. Computational durability of toothing of planet wheels ... 139

7.5. Examples of computational of durability of rolling constructional nodes selected cycloidal gear ... 143

7.6. Optimization of toothing of planet wheels ... 152

8. Laboratory verification of planetary gear with modified cycloidal meshing **157**

8.1. Subject, stand and range of experimental tests ... 157

8.2. Motion tests and kinematic ratio of cycloidal gear ... 167

8.3. Preliminary durability tests of the prototype of gear ... 171

8.4. Durability tests of reconstructed cycloidal gear ... 172

9. Summary **181**

9.1. General conclucions ... 181

9.2. Detailed conclusions ... 182

9.3. Final remarks ... 184

Appendices **185**

Appendix A. Calculations of cycloidal planetary gear (example of print) ... 185

Appendix B. Matrixes of modification, clearance between teeth and parameters of correction of toothing for selected cycloidal gears with increasing ratios ... 189

Appendix C. Distribution of clearances between teeth and potential contact places in planetary gear with ratio i=19 with modified cycloidal toothing

References ... **198**

Abstracts ... **203**

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW[1)]

a	- promień koła stałego epicykloidy
A	- macierz modyfikacji zazębienia
A	- stała materiałowa dla stali łożyskowej
b	- promień koła tocznego lub połowa szerokości pola styku
C, C_o	- nośność ruchowa i nośność spoczynkowa łożyska tocznego
c, h	- wykładniki trwałości łożyska
d_m	- średnica centralnego otworu łożyskowego lub średnia średnica łożyska
d_o, n	- średnica i liczba otworów dla sworzni mechanizmu równowodowego
D_w, D_r	- średnica elementu walcowego (wałeczka)
e	- mimośród przekładni lub wykładnik Weibulla dla węzłów łożyskowych
E	- moduł Younga
g	- luz promieniowy w łożysku walcowym
i	- przełożenie kinematyczne
i_o	- przełożenie bazowe lub przełożenie geometryczne
K	- współczynnik zwiększenia obciążenia lub stała zależna od materiałów, rodzaju i geometrii styku dwóch ciał
K_1	- współczynnik nadwyżki obciążenia
l_p	- długość elementu prętowego
l_1	- ramię działania siły $\{P_i\}$
l_2	- ramię działania siły $\{Q_j\}$
l_s	- grubość tarczy koła obiegowego
L	- trwałość, wyrażona w nagromadzonej liczbie obrotów łożyska lub wału
m, M	- współczynnik skrócenia i moduł epicykloidy
$M_1=2M_c$	- moment obrotowy na kołach obiegowych,
M_h	- moment obrotowy na wale napędowym (mimośrodów)
N	- liczba cykli obciążenia
n_1, n_h	- prędkości obrotowe kół obiegowych i wału napędowego
r	- promień rozmieszczenia rolek koła współpracującego
n_m	- prędkość obrotowa zestawu wałeczków
n_{mi}	- prędkość obrotowa zestawu wałeczków względem pierścienia wewnętrznego
n_{mo}	- prędkość obrotowa zestawu wałeczków względem pierścienia zewnętrznego
p_s, p_o	- maksymalne naprężenia stykowe w rozkładzie nacisków wzdłuż linii styku
$\{P_i\}$	- zbiór sił międzyzębnych
max P_{ia}	- maksymalna siła międzyzębna, wyznaczona analitycznie
q	- przesunięcie ekwidystanty, promień rolki koła współpracującego
q_s, q_j, q_i	- jednostkowe obciążenie wzdłuż linii styku (lub wzdłuż łuku)
$\{Q_j\}$	- zbiór sił oddziaływania sworzni mechanizmu równowodowego
max Q_{ja}	- maksymalna siła oddziaływania sworzni, wyznaczona analitycznie
$\{Q_{ri}\}$	- zbiór składowych siły R, obciążający elementy toczne w łożysku centralnym
r_a	- promień centrodii ruchomej

[1)] wykaz zawiera oznaczenia używane poza miejscem ich zdefiniowania

r_b - promień centrodii stałej lub promień bieżni łożyska
r_{bx} - promień krzywizny powierzchni roboczej
R, α_R - siła oddziaływania mimośrodu na wale napędowym i kąt jej położenia
R_w - promień rozmieszczenia otworów dla sworzni w kole obiegowym
S - oznaczenie sworznia w mechanizmie równowodowym
u - liczba cykli obciążenia, przypadająca na jeden obrót (łożyska lub wału)
$x_{ees}=x(\alpha)$ - współrzędne nominalnej ekwidystanty epicykloidy skróconej w układzie
$y_{ees}=y(\alpha)$ podstawowym (nieruchomym); współrzędne nominalnego zarysu uzębienia
x_{es}, y_{es} - współrzędne epicykloidy skróconej
x_k, y_k - współrzędne ekwidystanty korygowanej w układzie podstawowym, współrzędne korygowanego zarysu uzębienia
x_{ok}, y_{ok} - współrzędne ekwidystanty korygowanej w układzie ruchomym
$z_j(\varepsilon_j)$ - wektor modyfikacji zazębienia
z_s, z_k - liczby zębów koła obiegowego i rolek koła współpracującego
Z - liczba wałeczków w łożysku lub oznaczenie zęba
Z_s, $Z_{x\psi}$ - głębokość położenia naprężeń podpowierzchniowych
α - kąt tworzący epicykloidę, parametr epicykloidy i ekwidystanty
α_g, α_{pg} - kąt tworzący punktu przegięcia epicykloidy lub ekwidystanty i kąt położenia punktu przegięcia na epicykloidzie lub ekwidystancie
α_i - kąt położenia składowej Q_{ri} w łożysku centralnym
α_{ki} - kąt położenia rolek w kole współpracującym
α_p - kąt położenia punktu na ekwidystancie; kąt położenia punktu uzębienia; kąt położenia punktu na flance zęba w kole obiegowym
α_{pc} - podziałka kątowa zazębienia
β - nieskończenie małe kątowe przemieszczenie koła obiegowego
γ - kąt przenoszenia lub kąt obrotu wału napędowego lub współczynnik cech geometrycznych łożyska walcowego
γ_o - kąt położenia sił Q_j w otworach koła obiegowego
δ - luz obwodowy w zazębieniu
δ_i - przemieszczenie punktu przyporu w zazębieniu (docisk lub luz) lub kąt położenia luzu międzyzębnego na kole obiegowym
δ_j - przemieszczenie punktu styku sworzni mechanizmu równowodowego w otworach koła obiegowego
Δr - kryterialna wartość luzu międzyzębnego po skompensowaniu luzu obwodowego δ
$\{\Delta r_i\}$ - zbiór wartości luzów międzyzębnych (dla $\delta > 0$)
Δr_o - kryterialna współosiowa wartość luzu międzyzębnego
$\{\Delta r_{oi}\}$ - zbiór wartości współosiowych luzów międzyzębnych (dla $\delta = 0$)
$\Delta V_{x\psi}$ - umowna objętość materiału poddawana działaniu naprężeń podpowierzchniowych
$\Delta\varphi$ - nieskończenie małe kątowe przemieszczenie tarczy mechanizmu równowodowego
$\Delta\varphi_{x\psi}$ - prawdopodobieństwo trwałości elementarnego wycinka (fragmentu) powierzchni roboczej lub bieżni
ε - wskaźnik przyporu lub resztkowy błąd wektora obciążenia
η - sprawność mechaniczna przekładni
υ - współczynnik Poissona
ρ_o, ρ_e - promienie krzywizny epicykloidy i ekwidystanty
ρ_{omin} - minimalny promień krzywizny epicykloidy w części wypukłej

σ_{red} - naprężenie redukowane, wg hipotezy Hubera-Misesa-Henckego
σ_s, $\sigma_{x\psi}$ - naprężenie podpowierzchniowe
$\Sigma\rho$ - zastępcza krzywizna styku dwóch ciał
τ - naprężenie styczne
φ - kąt położenia sworznia w tarczy mechanizmu równowodowego lub prawdopodobieństwo trwałości powierzchni styku lub węzła łożyskowego
Ψ - kąt położenia rozpatrywanego wycinka powierzchni (bieżni)
Ψ_ε - kąt określający zasięg strefy obciążonych wałeczków
ω_l, ω_h - prędkości kątowe kół obiegowych i wału napędowego
EA - ekwidystanta aproksymowana
ES, es - epicykloida skrócona
EES, ees - ekwidystanta epicykloidy skróconej
EN - ekwidystanta nominalna
ENK - ekwidystanta nominalna korygowana
EP - ekwidystanta rzeczywista (zmierzona)
GEL - długość krawędzi elementu
MES - metoda elementów skończonych

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

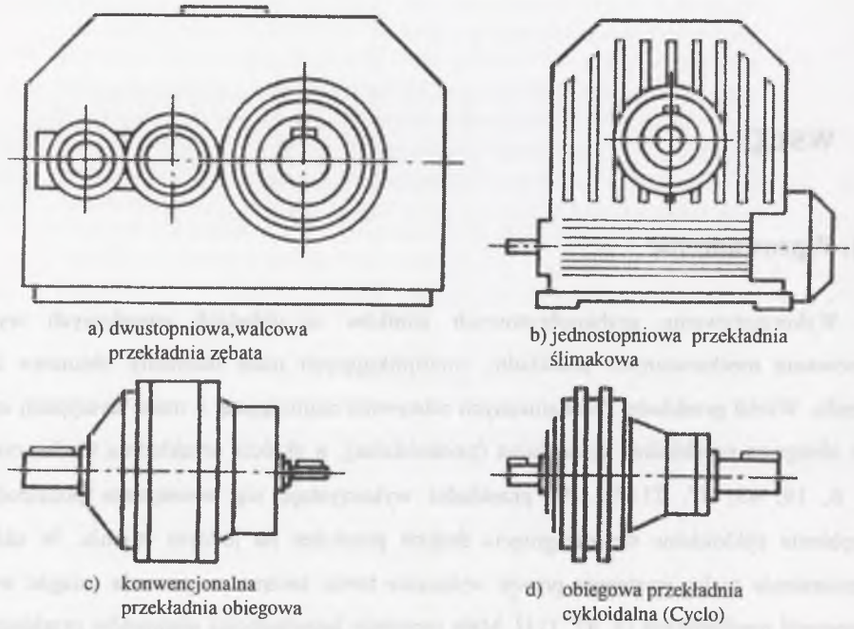
Wykorzystywanie szybkoobrotowych silników w układach napędowych wymaga stosowania mechanicznych przekładni, multiplikujących małe momenty obrotowe źródeł napędu. Wśród przekładni mechanicznych relatywnie najmniejszą, o małej dyssypacji energii jest obiegowa przekładnia cykloidalna (trochoidalna), w skrócie przekładnia Cyclo, rys. 1.1, [4, 6, 19, 43, 47, 71÷73]. W przekładni wykorzystuje się wewnętrzne pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne dla osiągnięcia dużych przełożeń na jednym stopniu. W układzie przeniesienia ruchu występuje prawie wyłącznie tarcie toczne, co pozwala osiągać wysoką sprawność mechaniczną [9, 47, 111]. Małe momenty bezwładności elementów przekładni nie wywołują zbyt dużych sił masowych, co umożliwia łagodne rozruchy i hamowania, a także szybką zmianę kierunku obrotów w układach napędowych.

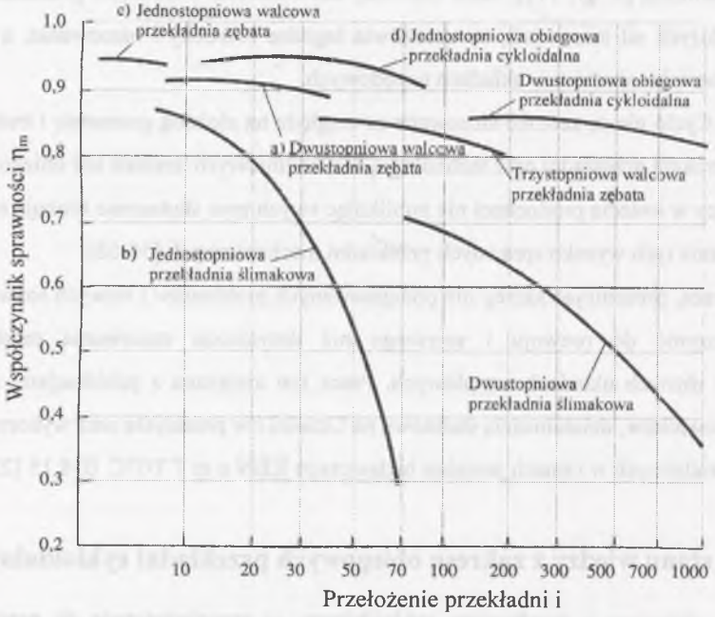
Przekładnie Cyclo nie są szeroko stosowane ze względu na złożoną geometrię i trudności związane z konstrukcją przekładni oraz technologią krzywoliniowych uzębień kół obiegowych. Nieliczni, wiodący w świecie producenci nie publikując swych prac skutecznie blokują rozwój i rozpowszechnianie tych wysoko sprawnych przekładni mechanicznych [56-58].

Niniejsza praca, prezentując szereg nie podejmowanych problemów i nowych rozwiązań, może się przyczynić do rozwoju i szerszego niż dotychczas stosowania przekładni cykloidalnych w różnych układach napędowych. Praca jest związana z publikacjami autora i jego współpracowników, działalnością statutową na Uczelni i w przemyśle oraz wykorzystuje wyniki prac prowadzonych w ramach projektu badawczego KBN o nr 7 T07C 038 15 [23].

1.2. Przegląd stanu wiedzy z zakresu obiegowych przekładni cykloidalnych

Przekładnie obiegowe z zazębieniem cykloidalnym, w przeciwieństwie do przekładni o zazębieniu ewolwentowym, nie mają wyczerpującej literatury. Mimo opublikowania szeregu





Rys. 1.1. Porównanie wielkości i współczynnik sprawności różnych przekładni mechanicznych dla tej samej mocy, przełożenia i prędkości obrotowej

Fig. 1.1. Comparison of sizes and effectiveness coefficients of various mechanical gear transmission for the same power, ratio and rotational speed

prac nadal istnieje wiele problemów otwartych i nie w pełni rozwiązanych, dotyczących szczególnie zazębienia, stanu obciążenia i problematyki trwałości.

Fundamentalne prace, dotyczące przekładni obiegowych z wewnętrznym zazębieniem cykloidalnym opublikowali Kudriawcew, Lehmann i Brarenowie. Kudriawcew opisał elementarną geometrię zazębienia i sposób wyznaczania obciążeń, działających na elementy przekładni [65-67]. Analizując kształt uzębień razem z innymi [54, 60, 96], zwrócił uwagę na istotny wpływ krzywizny epicykloidy na postać i kształt zębów w kołach obiegowych. Zakładał nieskończoną sztywność kół obiegowych i doskonałą (nominalną) geometrię zazębienia, w tym idealną ekwidystantę epicykloidy, która jest zewnętrznym zarysem kół obiegowych.

Lorenz Braren jako pierwszy opublikował zasadę działania przekładni Cyclo [6], a Rudolf Braren w uzyskanym po wielu latach patencie opisał główne parametry zazębienia oraz uzasadniał potrzebę korygowania uzębienia [4, 5].

Istotny wkład w rozwój geometrii i badań nad stanem obciążenia w przekładniach cykloidalnych wniosły prace Lehmanna [71-73]. Autor przedstawia w nich analityczną metodę wyznaczania obciążeń i wykorzystuje ją do oceny wpływu wybranych, głównych cech konstrukcyjnych przekładni na postać rozkładów obciążeń. Ważnym rezultatem badań tego autora jest wykazanie dominującego wpływu luzu na wzrost sił międzyzębnych, w następstwie zmniejszenia się liczby zębów przejmujących obciążenie. Nie określa jednak wartości i konfiguracji luzów, będących przyczyną wzrostu sił międzyzębnych [71].

Ważnym fragmentem dysertacji Lehmanna jest doświadczalna weryfikacja sił międzyzębnych na przykładzie wybranej przekładni Cyclo o przełożeniu i=11. Przedstawione doświadczalne przebiegi i rozkłady sił międzyzębnych dowodzą nie tylko istnienia czynnej i biernej części zazębienia, lecz także wpływu stopnia sztywności kształtowych kół obiegowych na postać rozkładów obciążeń w przekładni. Do rozwoju konstrukcji zazębień cykloidalnych przyczyniły się również prace prowadzone w krajowych ośrodkach naukowych.

Pierwsze prace opublikowali Dudek i Ryś. Dotyczyły one geometrii, warunków działania zazębień cykloidalnych, analizy sił międzyzębnych i prób kojarzenia luzów z wartościami tych sił [43-46, 95]. Wartości i rozkłady sił międzyzębnych obliczano za pomocą znanej już metody analitycznej, która wykorzystuje szereg założeń upraszczających, spośród których do ważniejszych należą: nieodkształcalność kół obiegowych, pominięcie wpływu złożonej postaci kół, mechanizmu równowodowego i łożyska centralnego oraz przyjęcie stałej wartości luzów wynikających z założonych tolerancji wykonania [43, 45]. Późniejsze publikacje skupiały się na oporach ruchu, wyznaczaniu sprawności i projektowaniu przekładni Cyclo [9, 44], w których

wykorzystywano dostępne informacje innych autorów [60, 66, 67, 96]. Miały one aspekt poznawczy, albowiem wiodący w świecie producenci nie publikują wyników badań [47, 58].

Opisywane tu prace, mimo założeń upraszczających, przyczyniły się do wykazania niepomijalnego wpływu niedoskonałości wykonania, konieczności uwzględniania luzów oraz wpływu odkształceń na stan obciążenia, który z kolei determinuje wytężenie i trwałość całej przekładni. Były także podstawą do wstępnego projektowania przekładni z nominalnym (niekorygowanym) wewnętrznym zazębieniem cykloidalnym [44, 95].

Problematykę zazębień cykloidalnych rozpatrywali również Stryczek, Rejman i Lasocki. Prace Stryczka obejmowały konstrukcję, technologię i doświadczalne badania pomp i silników gerotorowych, które wykorzystują wewnętrzne zazębienia cykloidalne w maszynach hydraulicznych [98-104]. Stryczek opisał zasady projektowania nominalnych zazębień cykloidalnych, które są identyczne w przekładniach i pompach. Szczególnie przydatne są prace, które określają parametry zazębienia, równania nominalnych uzębień oraz wpływ parametrów zazębienia na postać i kształt zębów [99]. Wartość poznawczą mają te prace Stryczka, które dotyczą procesu wytwarzania kół zębatych z wykorzystaniem konwencjonalnej obróbki skrawaniem i szlifowania kształtowego [98, 101].

Publikacje Rejmana i Lasockiego dotyczą wykorzystywania wewnętrznych zazębień cykloidalnych w mimośrodowych przekładniach, pracujących na nieco innych zasadach niż przekładnie Cyclo [68-70, 91-94]. Lasocki wprowadził dodatkowy stopień swobody na kierunkach normalnych do zazębienia w celu skompensowania nieodłącznych niedokładności w zazębieniu, które są przyczyną trudności w przenoszeniu momentów obrotowych [25, 68, 69]. Rejman w proponowanej przekładni, chcąc ograniczyć wpływ niedokładności wykonania uzębień i dążąc do uproszczenia konstrukcji, odwrócił zasadę przenoszenia mocy. W jego rozwiązaniu w przeciwieństwie do klasycznej przekładni Cyklo krzywoliniowy zarys cykloidalny ma nieruchome koło współpracujące [91, 92].

Z przedstawionego zakresu opublikowanych prac wynikają następujące spostrzeżenia:

- w przekładniach obiegowych stosuje się dotychczas niekorygowane (niemodyfikowane) wewnętrzne zazębienie cykloidalne, nazywane tu nominalnym, którego charakterystyczną cechą jest brak luzów w miejscach przyporu [16, 21, 43];
- problematyka niepomijalnych luzów w układzie przeniesienia mocy oraz ich wpływ na wzrost sił międzyzębnych była podejmowana przez Lehmanna, Brarena i Dudka, lecz proponowany przez nich sposób wyznaczania luzów nie był związany z parametrami uzębienia, układem więzów i charakterem ruchu kół obiegowych [4-6, 45, 71-73];

- niekorygowane zazębienie jest jednoznaczne z zaistnieniem korzystnego, rozkładu sił międzyzębnych na połowie obwodu koła obiegowego [17, 65, 73];
- podstawą wyznaczania obciążeń jest metoda analityczna z szeregiem założeń upraszczających, niezgodnych z rzeczywistą konstrukcją przekładni [15, 45, 46, 65];
- metoda analityczna umożliwia obliczanie rozkładów obciążeń wyłącznie w nominalnym zazębieniu i mechanizmie równowodowym, a także wyznaczanie wartości i położenia promieniowej siły, obciążającej centralne łożysko walcowe [65, 71];
- koła obiegowe są głównym, nierozpoznanym, silnie wytężonym elementem przekładni, integrującym pozostałe elementy w jedną funkcjonalną całość;
- w układzie przeniesienia mocy powierzchnie robocze w kołach obiegowych odgrywają istotną rolę, albowiem przekazując obciążenia wyłącznie za pośrednictwem tocznych węzłów łożyskowych – przesądzają o trwałości zmęczeniowej całej przekładni;
- w kołach obiegowych należy wyróżnić trzy charakterystyczne powierzchnie mające wpływ na trwałość przekładni: bieżnię centralnego łożyska mimośrodu, pobocznice otworów mechanizmu równowodowego i uzębienie;
- najbardziej wytężonym węzłem konstrukcyjnym, który przesądza o trwałości przekładni, jest walcowe łożysko mimośrodu;
- badanie rozkładów obciążeń i naprężeń, identyfikacja czynnych i biernych więzów w łańcuchach kinematycznych, szczególnie przy niepomijalnych luzach, a także prognozowanie trwałości – nie były dotychczas podejmowane;
- znamienną cechą stanu wiedzy jest fragmentaryczny charakter prac i publikacji, które tylko w nielicznych przypadkach są związane z wykonywaniem uzębień lub badaniami doświadczalnymi, zwłaszcza badaniami trwałości.

Autor opracował numeryczną metodę wyznaczania stanu obciążenia [15, 17, 23], którą wykorzystał do badania i uogólniania rozkładów obciążeń w przekładni, a także do prognozowania trwałości zmęczeniowej silnie wytężonych powierzchni roboczych [17, 28-37]. Poszukiwano nowych metod wykonywania uzębień i kół obiegowych, w następstwie czego opracowano oryginalną metodę elektroerozyjnego wykonywania koła obiegowego wraz z uzębieniem i otworami łożyskowymi w jednej operacji [10, 11, 23, 38].

Posiadane doświadczenie w zakresie geometrii i technologii zazębienia cykloidalnego oraz projektowania przekładni zweryfikowano praktycznie, wykonując własny doświadczalny egzemplarz przekładni Cyclo, który poddano badaniom na specjalnym stanowisku dla

sprawdzenia, jaki rodzaj zużycia decyduje o trwałości przekładni [12, 18]. W wyniku przeprowadzenia wstępnych badań trwałości stwierdzono, iż dominujące zużycie występuje na powierzchniach roboczych kół obiegowych i jest podobne do zużycia, jakie występuje w konwencjonalnych łożyskach tocznych [20, 31, 32].

Za podstawę do prognozowania trwałości zmęczeniowej posłużyło podobieństwo stanu obciążenia, charakteru ruchu i symptomów zużycia na powierzchniach kół obiegowych i na bieżniach łożysk tocznych. Opracowano więc model trwałości z wykorzystaniem założeń, które są wspólne dla walcowych łożysk tocznych i walcowych węzłów łożyskowych w przekładni Cyclo. Zrekonstruowano posiadany egzemplarz przekładni i poddano go ponownym badaniom doświadczalnym [22, 24] dla zweryfikowania ujawnionych wstępnie procesów zużycia.

Całokształt prac i doświadczeń autora z zakresu obiegowych przekładni cykloidalnych przyczynił się do sformułowania tezy niniejszej pracy, dotyczącej potrzeby modyfikacji wewnętrznych pozaśrodkowych zazębień cykloidalnych.

1.3. Teza, cel i zakres pracy

Mając na względzie aktualny stan wiedzy oraz proces racjonalnego projektowania obiegowych przekładni cykloidalnych, ukierunkowanego na jej praktyczne wykorzystywanie, tezę niniejszej pracy sformułowano następująco:

Istnieje takie wewnętrzne pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne w przekładniach obiegowych, które umożliwia określenie wartości i konfiguracji niepomijalnych luzów w zazębieniu, wpływających istotnie na stan obciążenia, rozkład naprężeń i obliczeniową trwałość powierzchni roboczych w kołach obiegowych.

Celem pracy jest modyfikacja wewnętrznego zazębienia w przekładniach obiegowych i jej wykorzystanie w badaniach rozkładów obciążeń i badaniach naprężeń, przesądzających o obliczeniowej trwałości zmęczeniowej powierzchni roboczych w kołach obiegowych, która - jak wykazały badania doświadczalne - jest równoznaczna z trwałością przekładni.

Niniejsza praca, mająca uzasadnić prawdziwość powyższej tezy, składa się z siedmiu głównych rozdziałów (rozdz. 2 ÷ 8), podsumowania i dodatków.

W rozdziale 2 przedstawiono problematykę związaną z geometrią i działaniem wewnętrznego pozaśrodkowego zazębienia cykloidalnego. Szczególną uwagę poświęcono uzębieniu i wpływowi epicykloidy i jej ekwidystanty na to uzębienie. Praktycznym aspektem są tu racjonalne zasady konstruowania kół zębatych i elementów przekładni.

Rozdział 3 zawiera metody wyznaczania zazwyczaj nieznanych rozkładów obciążeń w przekładni, a także metodę wyznaczania rozkładów naprężeń i rozkładów przemieszczeń w kołach obiegowych, które są podstawowym elementem w układzie przeniesienia mocy. Prezentowana tu metoda numeryczna jest oryginalna i umożliwia identyfikację trzech charakterystycznych rozkładów obciążeń, jakie występują w łańcuchu kinematycznym w przekładni. Metoda numeryczna w porównaniu z analityczną pozwala określić stan obciążenia i stan naprężenia z uwzględnieniem różnych cech konstrukcyjnych przekładni.

Rozdział 4 poświęcono pierwotnie nieznanej modyfikacji zazębienia w przekładniach obiegowych. Przedstawiono zasadę i matematyczny model modyfikowania zazębień oraz procedurę korekcji uzębienia kół. W następstwie modyfikacji zaistnieje kontrolowana konfiguracja wartości luzów międzyzębnych w zazębieniu, umożliwiająca identyfikację tych zębów koła obiegowego, które będą przejmować obciążenie podczas ruchu obiegowego.

W rozdziale 5 przedstawiono przykłady numerycznych badań stanu obciążenia, rozkładu przemieszczeń i rozkładu naprężeń w przekładni z nominalnym zazębieniem. Wyniki tych badań prezentują teoretyczny, najbardziej korzystny stan wytężenia w kołach obiegowych.

Rozdział 6 zawiera także przykłady numerycznych badań stanu obciążenia, rozkłady przemieszczeń i rozkłady naprężeń, lecz dla przekładni ze zmodyfikowanym zazębieniem. Wyniki badań obrazują zbliżony do rzeczywistego stan wytężenia kół obiegowych i mogą być podstawą do prognozowania trwałości zmęczeniowej.

W rozdziale 7 przedstawiono modele trwałości powierzchni roboczych kół obiegowych oraz prognozowanie trwałości z wykorzystaniem rozkładów obciążeń i naprężeń zawartych w rozdz. 5 i 6. W następstwie prognozy ujawniono hierarchię obliczeniowej trwałości tocznych węzłów konstrukcyjnych, która decyduje o trwałości całej przekładni.

Rozdział 8 poświęcono metodzie i wynikom doświadczalnych badań trwałości, jakie przeprowadzono na przykładzie wybranej przekładni ze zmodyfikowanym zazębieniem.

Rozdział 9 zawiera wnioski i kierunki dalszych prac, jakie należy podjąć dla rozwoju i rozpowszechnienia przekładni cykloidalnych.

W poszczególnych rozdziałach pracy przyjęto następujące założenia:

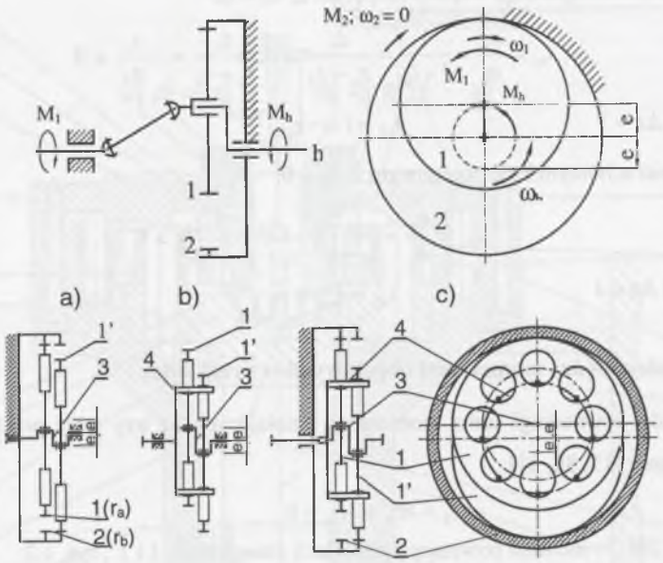
- podstawowym elementem, który warunkuje cechy geometryczne i rozmiary przekładni Cyclo oraz wpływa istotnie na stan jej obciążenia, jest kształtowe koło obiegowe z krzywoliniowym uzębieniem w postaci ekwidystanty epicykloidy i konfiguracją właściwych otworów łożyskowych;

- kształtowe koło obiegowe, wchodzące w przypór z walcowymi elementami koła współpracującego, tworzy wewnętrzne zazębienie cykloidalne, które może być modyfikowane w celu wykreowania niezbędnych luzów międzyzębnych;
- współpracujące elementy w przekładni Cyclo są sprężyście odkształcalne i znane są własności mechaniczne tworzyw, z których są wykonane;
- w nominalnym wewnętrznym pozaśrodkowym zazębieniu cykloidalnym występuje jedna i tylko jedna idealna ekwidystanta, identyczna dla obydwu współpracujących kół;
- podstawą (ideą) modyfikacji wewnętrznego zazębienia cykloidalnego w przekładniach obiegowych jest zróżnicowanie ekwidystant i zaistnienie niepomijalnych luzów międzyzębnych i luzu obwodowego;
- niedoskonałości geometryczne (imperfekcje) towarzyszące dowolnej, nawet najlepszej technologii uzębień są mierzalne i wpływają istotnie na stan obciążenia i trwałość przekładni Cyclo, wykorzystującej kształtowe uzębienie kół obiegowych;
- geometryczne niedoskonałości uzębień w przekładni Cyclo są niepomijalne, natomiast geometryczne niedokładności elementów walcowych (sworzni, rolek) można indywidualnie kompensować ograniczając ich wpływ na stan obciążenia w przekładni;
- indywidualna kompensacja imperfekcji elementów walcowych umożliwia przyjęcie w numerycznych badaniach stanu obciążenia nominalnych wymiarów koła współpracującego i elementów w mechanizmie równowodowym;
- w badaniach stanu obciążenia przyjęto płaski układ sił, z pominięciem sił tarcia, mając na uwadze płaski charakter przenoszenia obciążeń w przekładni Cyclo, występowanie prawie wyłącznie tarcia tocznego w więzach kinematycznych oraz wysoki stopień statycznej niewyznaczalności rozpatrywanych układów;
- płaski układ sił w kole obiegowym można modelować w płaskim stanie naprężenia, który umożliwia obliczanie naprężeń podpowierzchniowych, będących podstawą obliczania trwałości zmęczeniowej powierzchni roboczych w kole obiegowym;
- do weryfikacji obliczonych analitycznie wartości i konfiguracji luzów międzyzębnych oraz luzu obwodowego wykorzystywano komputerową symulację odpowiednich ruchów obrotowych, jakie mogą zaistnieć w układzie przeniesienia mocy.

1.4. Budowa i kinematyka obiegowych przekładni cykloidalnych

1.4.1. Schematy kinematyczne i przełożenia

W teorii mechanizmów [2, 6, 80-84, 87,106] obiegowa przekładnia cykloidalna jest przekładnią typu K-H-V. Posiada nieruchome koło centralne 2, jarzmo h (mimośród) oraz jedno koło obiegowe 1, rys.1.2. W odróżnieniu od przekładni typu 2K-H nie występuje tu małe koło centralne (słoneczne), a do wyprowadzenia momentu obrotowego, działającego na koło obiegowe, stosuje się mechanizm równowodowy (prostowodowy) o przełożeniu 1.



Rys. 1.2. Kinematyczny schemat elementarnej i stosowanej obiegowej przekładni cykloidalnej
Fig. 1.2. Kinematic scheme of elementary and applied planetary cycloidal gear

Przekładnia, najczęściej dwudrożna jest szeregowym połączeniem dwóch mechanizmów: obiegowego i równowodowego i umożliwia uzyskiwanie dużych przełożeń z przedziału i =11÷87. Schemat kinematyczny stosowanej przekładni cykloidalnej przedstawia rys. 1.2c, a jej rozwiązanie konstrukcyjne rys.1.3. Dla zrównoważenia sił masowych i zmniejszenia sił międzyzębnych stosuje się zazwyczaj dwa identyczne koła obiegowe 1 i 1', obrócone o kąt π. Wewnętrzne zazębienie w przekładni tworzą koła 1 i 1' oraz współpracujące z nimi nieruchome koło centralne 2, rys. 1.2a. Koła obiegowe 1 i 1' są uzębione zewnętrznie, a zarys zębów ma postać ekwidystanty epicykloidy skróconej, w skrócie EES [5, 16, 19, 26, 43, 65, 71]. Nieruchome koło centralne 2 tworzy zespół rolek, a mechanizm prostowodowy jest tarczą

ze sworzniami 4, rys. 1.2b. Głównymi elementami, które łączą wszystkie elementy przekładni w jedną funkcjonalną całość, są koła obiegowe 1 i 1'. Przełożenia w obiegowej przekładni cykloidalnej zależą od tego, który element jest ruchomy, a mianowicie:

a) przy nieruchomym jarzmie h (przełożenie bazowe), $n_h = 0$;

$$i_0 = i_{12} = \frac{n_1 - n_h}{n_2 - n_h} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_k}{z_s} > 0 \qquad (1.1)$$

gdzie: $z_s = z_1$ - liczba zębów koła obiegowego,

$z_k = z_2$ - liczba zębów (rolek) nieruchomego koła współpracującego,

b) przy nieruchomym kole współpracującym 2, $n_2 = 0$;

$$i_{h1} = \frac{n_h}{n_1} = \frac{1}{1 - i_0} = \frac{z_1}{z_1 - z_2} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1} = -\frac{z_1}{\Delta z} < 0 \qquad (1.2)$$

dla min $\Delta z = 1$ $\qquad i_{h1} = i = -z_1$

c) przy nieruchomym kole obiegowym 1, $n_1 = 0$;

$$i_{h2} = \frac{n_h}{n_2} = \frac{i_0}{i_0 - 1} = \frac{z_2}{z_2 - z_1} = \frac{z_2}{\Delta z} > 0 \qquad (1.3)$$

dla min $\Delta z = 1$ $\qquad i_{h2} = i_{od} = z_2$

1.4.2. Zależności między momentami obrotowymi w przekładni

Z warunków równowagi suma momentów, działających na trzy wały przekładni musi spełniać równanie [17, 80, 81]:

$$M_1 + M_2 + M_h = 0 \qquad (1.4)$$

gdzie: $M_1 = 2M_c$ – moment powstający na kołach obiegowych 1 i 1', rys. 1.2;

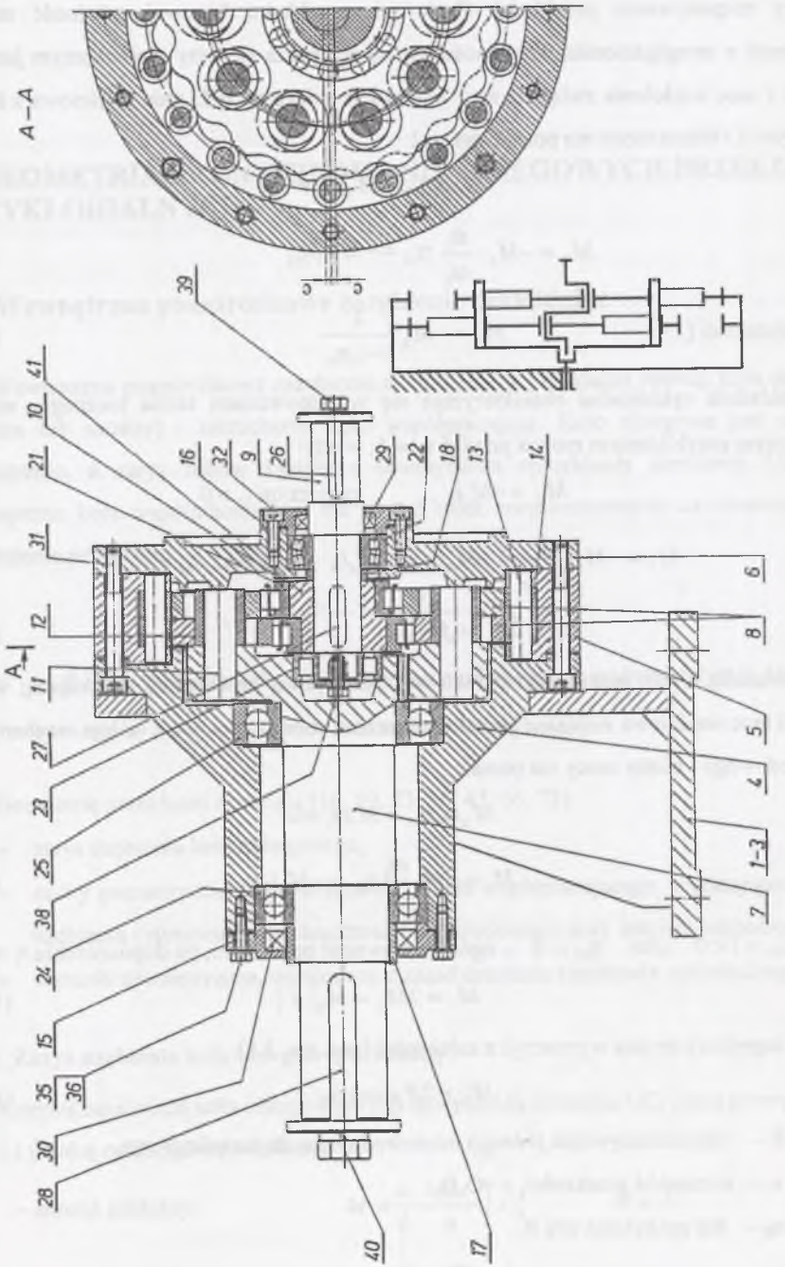
M_2 – moment obciążający współpracujące koło centralne 2,

M_h – moment napędzający na wale mimośrodów (jarzmie).

Z równania (1.4) wynika zróżnicowanie znaków, zatem jeden z wałów (zwany sumującym) obciążony jest momentem o przeciwnym znaku niż dwa pozostałe. W przekładni Cyclo bazowe przełożenie jest dodatnie ($i_0 > 0$), więc wał jarzma jest zawsze wałem różnicowym, a wał koła centralnego wałem sumującym. Wtedy równanie momentów przyjmuje postać:

$$M_1 - M_2 + M_h = 0 \qquad (1.5)$$

Najczęściej znamy jeden z momentów, np. napędzający M_h. Do obliczania pozostałych momentów wykorzystuje się bilans mocy, przepływającej przez przekładnię.



Rys. 1.3. Obiegowa przekładnia cykloidalna, rozwiązanie konstrukcyjne [20, 22, 24]
Fig. 1.3. Construction of cycloidal planetary gear [20, 22, 24]

Przy rozpatrywaniu przekładni Cyclo jak przekładni bazowej zależność między momentami z uwzględnieniem sprawności (strat) wyznacza się przy nieruchomym jarzmie. Moment i moc wejściowa związane są z wałem kół obiegowych 1, moc wyjściowa z kołem centralnym 2 i bilans mocy ma postać, rys. 1.2:

$$M_1\omega_1\eta_{12} + M_2\omega_2 = 0$$

stąd $$M_2 = -M_1 \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2}\eta_{12} = -M_1 i_0 \eta_{12} \qquad (1.6)$$

oraz z zależności (1.4) $$M_1 = -M_h \frac{1}{1 - i_0\eta_0} \qquad (1.7)$$

Przekładnia cykloidalna charakteryzuje się występowaniem tarcia tocznego, więc z dostatecznym przybliżeniem można przyjąć $\eta_0 = 1$; wtedy:

$$M_2 = -M_1 i_0 \ , \qquad \text{przy czym } i_o > 0$$

oraz $$M_1 = -M_h \frac{1}{1 - i_0} = -M_h i_{h1} = -M_h i \ , \quad \text{ponieważ } i_{h1} = i < 0,$$

więc $$M_1 = 2M_c = M_h \mid i \mid \qquad (1.8)$$

Przekładnię Cyclo można także traktować jak typową przekładnię redukującą; wtedy moment i moc wejściowa związane są z wałem jarzma, moc wyjściowa z wałem mechanizmu równowodowego i bilans mocy ma postać:

$$M_h\omega_h\eta_{h1} + M_1\omega_1 = 0$$

$$M_1 = -M_h \frac{\omega_h}{\omega_1}\eta_{h1} = -M_h i_{h1}\eta_{h1} \qquad (1.9)$$

gdzie: $i_{h1} = i < 0$ oraz $\eta_{h1} = \eta$ – ogólna sprawność przekładni, po dopuszczeniu $\eta = 1$

$$M_1 = 2M_c = M_h \mid i \mid \qquad (1.10)$$

Moment napędowy można wyznaczyć z zależności (por. rys. 3.1):

$$M_h = 2Re\cos\alpha_R \qquad (1.11)$$

gdzie: R – siła oddziaływania jednego mimośrodu na wale napędzającym,

e – mimośród przekładni, $e = O_aO_b$;

α_R – kąt nachylenia siły R.

2. GEOMETRIA I KONSTRUOWANIE OBIEGOWYCH PRZEKŁADNI CYKLOIDALNYCH

2.1. Wewnętrzne pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne

Wewnętrzne pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne w przekładni tworzą: koło obiegowe (satelita lub satelity) i nieruchome koło współpracujące. Koło obiegowe jest uzębione zewnętrznie, a zarys zębów kształtuje ekwidystanta epicykloidy skróconej. Uzębienie wewnętrzne koła współpracującego ma postać rolek rozmieszczonych na obwodzie koła. Przełożenie przekładni:

$$i = i_{h1} = -\frac{z_s}{z_k - z_s} = -\frac{r_a}{r_b - r_a} = -z_s = -\frac{\beta}{\alpha} \qquad (2.1)$$

gdzie: α, β - kąty tworzące epicykloidę, mierzone odpowiednio na kole stałym i toczonym,

$r_a = ez_s$, $r_b = ez_k$ - promienie centrodii ruchomej i stałej.

Geometrię przekładni określają [16, 19, 23, 26, 43, 65, 72]:

- zarys uzębienia koła obiegowego,
- cechy geometryczne koła obiegowego i koła współpracującego, wynikające z zarysu uzębienia i stosowania mechanizmu równowodowego oraz łożyska mimośrodu,
- warunki geometryczne, wynikające z zasad działania zazębienia cykloidalnego.

2.1.1. Zarys uzębienia koła obiegowego (satelity)

Krzywą zasadniczą koła obiegowego jest epicykloida skrócona CC_1 (linia przerywana na rys. 2.1), którą opisują dwie wielkości:

– moduł cykloidy: $$M = \frac{a}{b} = \frac{\beta}{\alpha} = \mid i \mid \qquad M \in N \qquad (2.2)$$

– współczynnik skrócenia: $$m = \frac{e}{b} = \frac{ez_k}{r} \qquad (2.3)$$

gdzie: a, b – promienie koła stałego epicykloidy i koła toczonego,

$r = a + b$, promień rozmieszczenia rolek koła współpracującego.

Równania parametryczne epicykloidy skróconej:

$$x_{es} = r\cos\alpha + e\cos(\alpha+\beta) = r\cos\alpha + e\cos(z_k\alpha) \tag{2.4}$$

$$y_{es} = r\sin\alpha + e\sin(\alpha+\beta) = r\sin\alpha + e\sin(z_k\alpha) \tag{2.5}$$

Wykorzystując epicykloidę skróconą jako krzywą zasadniczą można wyznaczyć zarys uzębienia koła obiegowego, którym jest ekwidystanta epicykloidy skróconej SQQ_1T (gruba linia na rys. 2.1). Ekwidystanta jest krzywą równo oddaloną od epicykloidy o wartość przesunięcia q. Równania parametryczne ekwidystanty epicykloidy skróconej można wyprowadzić wykorzystując dane z rys. 2.1:

$$x_{ees} = r\cos\alpha + e\cos(\alpha+\beta) - q\cos(\alpha+\gamma) \tag{2.6}$$

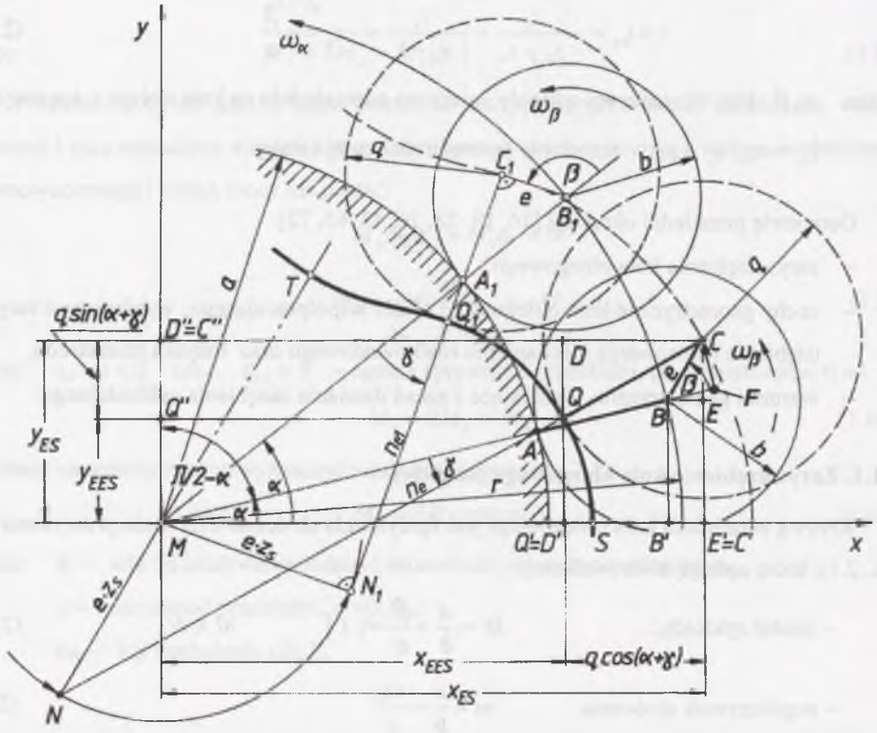
$$y_{ees} = r\sin\alpha + e\sin(\alpha+\beta) - q\sin(\alpha+\gamma) \tag{2.7}$$

lub

$$x_{ees} = r\cos\alpha + e\cos(z_k\alpha) - q\cos(\alpha+\gamma) \tag{2.8}$$

$$y_{ees} = r\sin\alpha + e\sin(z_k\alpha) - q\sin(\alpha+\gamma) \tag{2.9}$$

gdzie: γ – kąt przenoszenia (wielkość pomocnicza), obliczany ze wzoru, rys. 2.2:



Rys. 2.1. Zasada kształtowania i współrzędne ekwidystanty epicykloidy skróconej (punkt Q)
Fig. 2.1. Principle of shape and coordinates of shortening epicycloide equidistante (point Q)

$$tg\gamma = \frac{CF}{b+BF} = \frac{e\sin\beta}{b+e\cos\beta} = \frac{\sin(z_s\alpha)}{m^{-1}+\cos(z_s\alpha)}$$

$$\gamma = arc\,tg\frac{\sin(z_s\alpha)}{m^{-1}+\cos(z_s\alpha)} \tag{2.10}$$

2.1.2. Warunki działania wewnętrznego zazębienia cykloidalnego

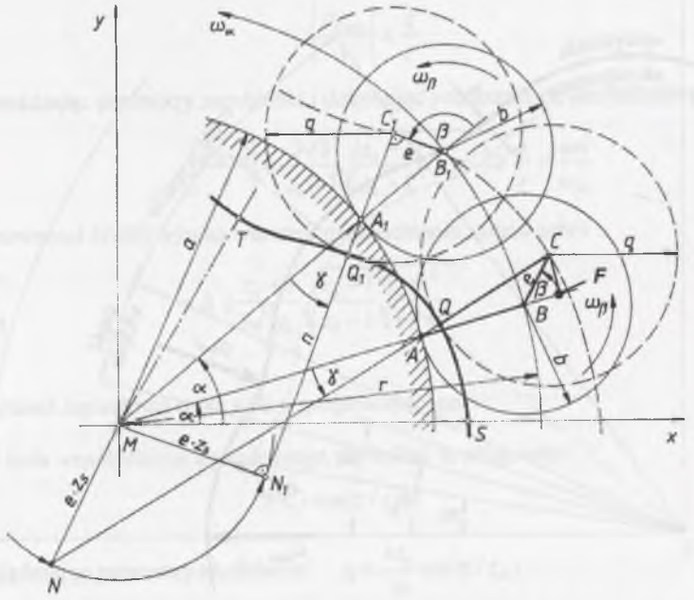
a) Warunek wynikający z kształtu epicykloidy

Epicykloida skrócona charakteryzuje się zmiennym promieniem krzywizny:

$$\rho_0 = \frac{[(x'_{es})^2 + (y'_{es})^2]^{\frac{3}{2}}}{x'_{es}\,y''_{es} - y'_{es}\,x''_{es}} \tag{2.11}$$

Wprowadzając parametry zazębienia i dokonując przekształceń:

$$\rho_0 = \frac{r[1+m^2+2m\cos(z_s\alpha)]^{\frac{3}{2}}}{1+m^2 z_k + m(z_k+1)\cos(z_s\alpha)} \tag{2.12}$$



Rys. 2.2. Sposób wyznaczania kąta przenoszenia γ ekwidystanty epicykloidy skróconej
Fig. 2.2. The way determinate the angle of transfer γ

Kąt położenia punktu przegięcia α_g wyznacza się z warunku:

$$\lim_{\alpha \to \alpha_g} \rho_o(\alpha) = \pm \infty, \quad \text{więc} \quad x'_{es}y''_{es} - y'_{es}x''_{es} = 1 + m^2 z_k + m(z_k+1)\cos(z_s\alpha_g) = 0$$

$$\alpha_g = \frac{1}{z_s}\arccos\left[-\frac{z_k m^2 + 1}{(z_k+1)m}\right] \tag{2.13}$$

Kąty położenia lokalnych ekstremów promienia wyznacza się z warunku:

$$\frac{d\rho_0}{d\alpha} = 0 \quad \text{dla} \quad \frac{d^2\rho_0}{d\alpha^2} \neq 0 \tag{2.14}$$

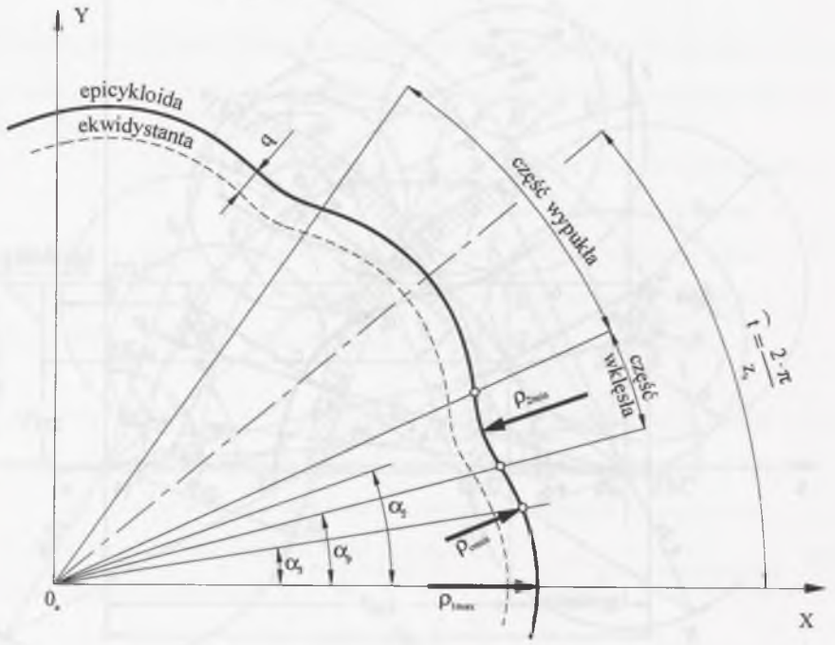
Równanie (2.14) jest spełnione dla:

$\alpha = \alpha_1 = 0$ w miejscu maksymalnego promienia ρ_{1max} w części wypukłej,

$\alpha = \alpha_2 = \pi/z_s$ w miejscu minimalnego promienia ρ_{2min} w części wklęsłej,

$\alpha = \alpha_3$ w miejscu minimalnego promienia ρ_{0min} w części wypukłej:

$$\alpha = \alpha_3 = \frac{1}{z_s}\arccos\left[\frac{(1-2z_k)m^2 + z_k - 2}{(z_k+1)m}\right] \tag{2.15}$$



Rys. 2.3. Kształt, promienie krzywizny i położenie charakterystycznych punktów epicykloidy i ekwidystanty epicykloidy skróconej (dla $z_s = |i| = 9$; m = 0.625; e = 3 mm; q = 6 mm)
Fig. 2.3. Shape, curvature and positions of characteristic points of epicycloid and equidistant of shortened epicycloid (for $z_s = |i| = 9$; m = 0.625; e = 3 mm; q = 6 mm)

Istotne znaczenie dla zazębienia ma minimalny promień krzywizny w części wypukłej ρ_{0min} dla $\alpha = \alpha_3$. Zaistnienie kąta α_3 wymaga spełnienia nierówności:

$$-1 < \frac{(1-2z_k)m^2 + z_k - 2}{(z_k+1)m} < 1$$

Po jej rozwiązaniu warunek wynikający z kształtu epicykloidy przyjmuje postać:

$$1 > m > \frac{z_k - 2}{2z_k - 1} \tag{2.16}$$

b) Warunek niepodcinania zarysu zęba (ekwidystanty)

Promień krzywizny wewnętrznej ekwidystanty epicykloidy o przesunięciu q:

$$\rho_e = |\rho_0| \pm q \tag{2.17}$$

We wklęsłej części ekwidystanty promień krzywizny ρ_e jest zawsze większy od zera i podcięcie zarysu nie występuje. W części wypukłej niepodcinanie zarysu zęba wymaga, by:

$$\rho_e = |\rho_{0\,min}| - q \geq 0 \tag{2.18}$$

lub

$$\left|\frac{\rho_{0\,min}}{r}\right| \geq \frac{q}{r} \tag{2.19}$$

Wprowadzając parametry zazębienia i dokonując przekształceń otrzymujemy:

$$\left|\frac{\rho_{0\,min}}{r}\right| = \frac{3\sqrt{3}}{z_k+1}\sqrt{\frac{z_k-1}{z_k+1}\left[1-m^2\right]} \geq \frac{q}{r} = \frac{qm}{ez_k} \tag{2.20}$$

Z nierówności (2.20) wynika warunek niepodcinania zarysu zęba:

$$e \geq q\frac{z_k+1}{3\sqrt{3}z_k}\sqrt{\frac{z_k+1}{z_k-1}}\sqrt{\frac{m^2}{1-m^2}} \tag{2.21}$$

c) Warunek sąsiedztwa rolek koła współpracującego

Rolki koła współpracującego nie mogą się stykać ze sobą, więc:

$$q < r\sin(\pi / z_k) \tag{2.22}$$

uwzględniając parametry zazębienia: $q < \frac{ez_k}{m}\sin(\pi / z_k)$

lub

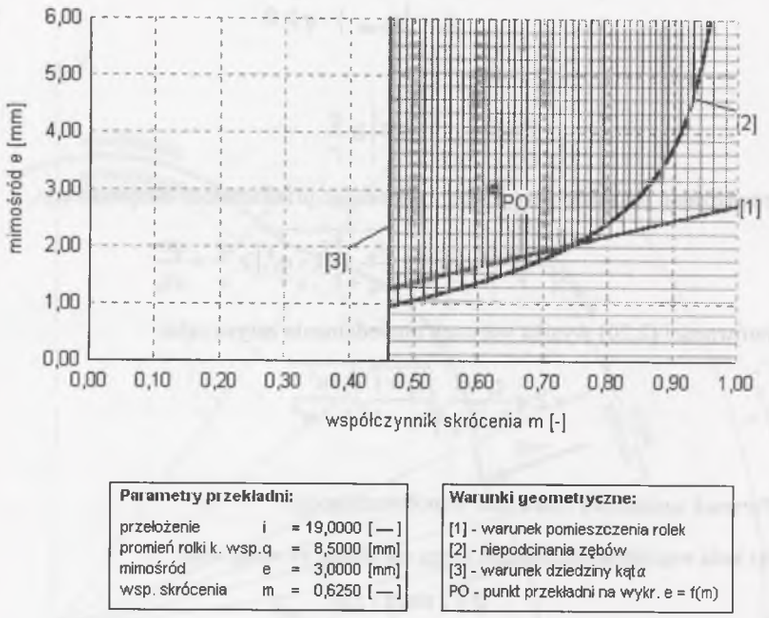
$$e > q\frac{m}{z_k \sin(\pi / z_k)} \tag{2.23}$$

W tabl. 1 zgromadzono warunki w postaci e = f(m) dla z_k = const i q=const. Rys. 2.4 przedstawia przykładowy dopuszczalny obszar wartości mimośrodu e i współczynnika m dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu i = 19.

Tablica 1

Geometryczne warunki działania przekładni obiegowej, wykorzystującej wewnętrzne zazębienie cykloidalne

Warunek 1	Sąsiedztwa rolek koła współpracującego	$e \geq \frac{q}{z_k \sin(\pi / z_k)} m$
Warunek 2	Niepodcinania zębów koła obiegowego	$e \geq q \frac{z_k+1}{3\sqrt{3} z_k} \sqrt{\frac{z_k+1}{z_k-1}} \sqrt{\frac{m^2}{1-m^2}}$
Warunek 3	Kształtu epicykloidy (dziedziny kąta α)	$m > \frac{z_k-2}{2z_k-1}$



Rys. 2.4. Dopuszczalny obszar wartości mimośrodu e i współczynnika m dla danego przesunięcia ekwidystanty q w obiegowych przekładniach cykloidalnych o przełożeniu i=19
Fig. 2.4. Admissible value area of eccentric e and coefficent m for certain shift of equidistand q in planetary cycloidal gear with ratio i=19

2.2. Wpływ kształtu epicykloidy i ekwidystanty na wielkość przekładni i postać uzębienia kół obiegowych w przekładni cykloidalnej

2.2.1. Wpływ modułu, współczynnika skrócenia epicykloidy i mimośrodu na wielkość przekładni

Moduł epicykloidy, równy przełożeniu przekładni, określa liczbę łuków epicykloidy, identyczną z liczbą zębów koła obiegowego. Zależy od stosunku promieni a, b i przyjmuje wartości ze zbioru {9, 11, ..., 81, 83}. Rozmiary przekładni charakteryzuje promień r = a+b, a także pośrednio przy danym przesunięciu q wielkość koła obiegowego, rys. 3.1.

Promień r rośnie proporcjonalnie z wartością mimośrodu e i wzrostem przełożenia, a odwrotnie proporcjonalnie ze spadkiem współczynnika m, wzór (2.3).

Mimośród e przyjmuje wartości z przedziału (0, b), określa wysokość zęba, a także wpływa znacząco na stan obciążenia przekładni, wzory (1.11), (3.3). Im mniejsza wartość e, tym mniejsze rozmiary przekładni, przy większym obciążeniu jej elementów.

Teoretycznie współczynnik m może przyjmować wartości z przedziału (0, 1). Skrajne wartości m nie mają praktycznego zastosowania, należy więc wyodrębnić stosowny podprzedział (m_{min}, m_{max}), wynikający z badań promieni krzywizny epicykloidy i ekwidystanty, które determinują trwałość zmęczeniową powierzchni uzębienia.

2.2.2. Wpływ przełożenia i współczynnika skrócenia na krzywiznę epicykloidy

Epicykloida skrócona wykazuje zmienny promień krzywizny, dodatni w części wypukłej i ujemny w części wklęsłej, rys. 2.3. Promień krzywizny epicykloidy, wzór (2.12), można wyrazić jako funkcję przełożenia, współczynnika skrócenia i mimośrodu:

$$\rho_o = \frac{e \cdot (z_s+1) \cdot [1+m^2+2m\cos(z_s\alpha)]^{\frac{3}{2}}}{m \cdot [1+m^2 z_k + m(z_k+1)\cos(z_s\alpha)]} \qquad (2.24)$$

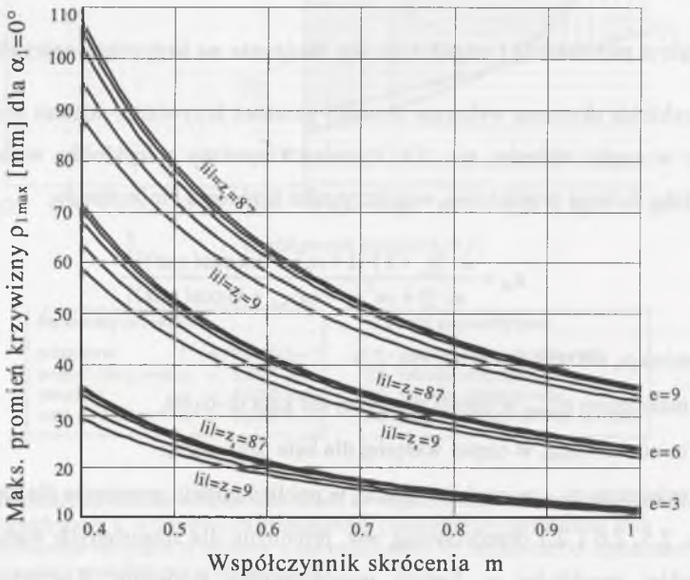
Promień ρ_o ma trzy ekstrema, rys. 2.3:

- maksimum ρ_{1max} w części wypukłej dla kąta $\alpha=\alpha_1=0$,
- minimum ρ_{2min} w części wklęsłej dla kąta $\alpha=\alpha_2=\pi/z_s$,
- minimum ρ_{0min} w części wypukłej w pobliżu punktu przegięcia dla kąta $\alpha=\alpha_3<\alpha_g$.

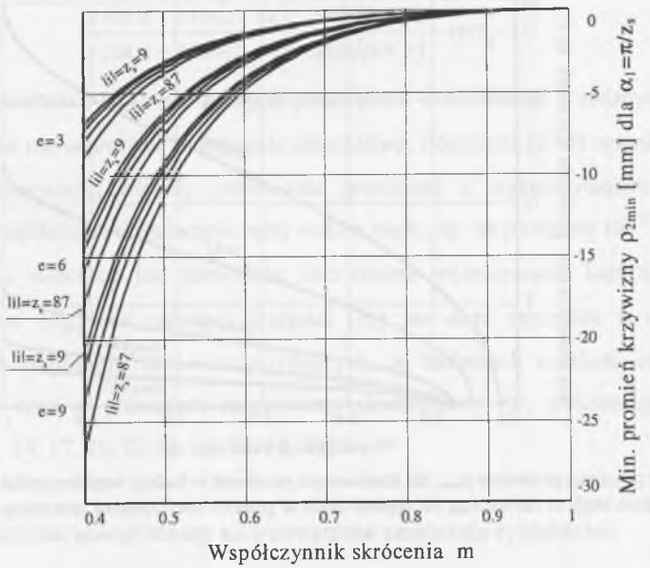
Rys. 2.5, 2.6 i 2.7 przedstawiają ww. promienie dla stosowanych wartości przełożeń i mimośrodów przekładni w funkcji współczynnika skrócenia. Korzystniejsze, większe promienie krzywizn zaistnieją przy małych wartościach m<0,5, które jednak nie mogą być

stosowane, ponieważ zwiększają rozmiary przekładni. Natomiast przy wartościach m>0,8 zaistnieją z kolei bardzo małe promienie krzywizn. Porównując promienie ρ_{1max} i ρ_{0min} można stwierdzić, iż w części wypukłej promień krzywizny maleje relatywnie w małym stopniu dla wartości 0,5<m<0,9 dla dowolnego przełożenia i dowolnego mimośrodu, rys. 2.5 i 2.7. Ma to istotne znaczenie ze względu na dominującą w przekładni cykloidalnej wytrzymałość stykową. Z przebiegu wartości promieni krzywizn wynika zatem, iż zalecana dla przekładni obiegowych wartość współczynników skrócenia epicykloidy powinna być zawarta w granicach **0,5<m<0,8(0,85).** Dla takiego przedziału promienie ρ_{1max}, ρ_{2min}, i ρ_{0min} szybko rosną ze wzrostem mimośrodu, znacznie wolniej rosną ze spadkiem współczynnika m i prawie nie zmieniają wartości ze wzrostem przełożenia.

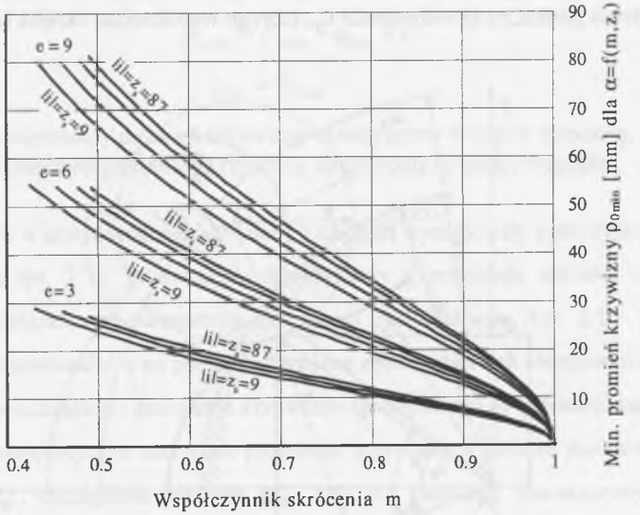
Drugi, niezależny związek, umożliwiający oszacowanie podprzedziału współczynnika m łączy minimalny promień ρ_{0min} z kątem jego położenia α_3, wzór (2.15). Istotny dla wewnętrznego zazębienia promień ρ_{0min} zaistnieje tylko wtedy, gdy kąt α_3 przyjmuje niezerowe dodatnie wartości, por. wzór (2.15). W tej sytuacji, jak wynika to z rys. 2.8, stosowane wartości współczynnika skrócenia m mogą przyjmować wartości z przedziału 0,4<m<1, który zawiera określony wyżej zalecany podprzedział wartości w procesie projektowania przekładni.



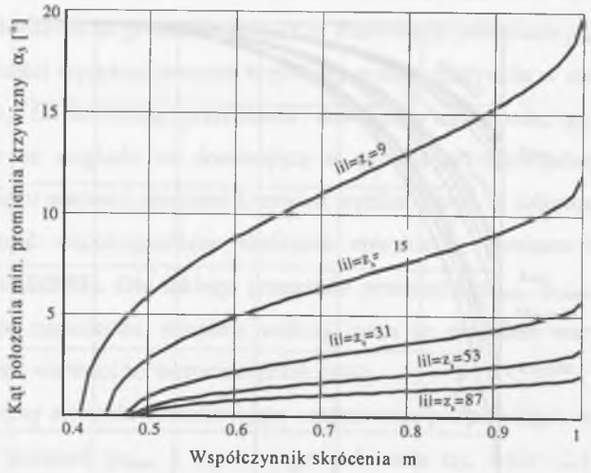
Rys. 2.5. Promień krzywizny epicykloidy ρ_{1max} dla stosowanych przełożeń, mimośrodów i współczynników m
Fig. 2.5. Radius of curvature of epicycloid ρ_{1max} for applied ratios, eccentrics and coefficient of shortening m



Rys. 2.6. Minimalny promień krzywizny epicykloidy ρ_{2min} dla stosowanych przełożeń i mimośrodów przekładni w funkcji współczynnika skrócenia
Fig. 2.6. Minimal radius of curvature of epicycloid ρ_{2min} for applied ratios and eccentrics of gear in the function of coefficient of shortening



Rys. 2.7. Minimalny promień krzywizny ρ_{0min} w części wypukłej dla stosowanych przełożeń i mimośrodów przekładni w funkcji współczynnika skrócenia
Fig. 2.7. Minimal radius of curvature ρ_{0min} in convex part for applied ratios and eccentrics of gear in the function of coefficient of shortening

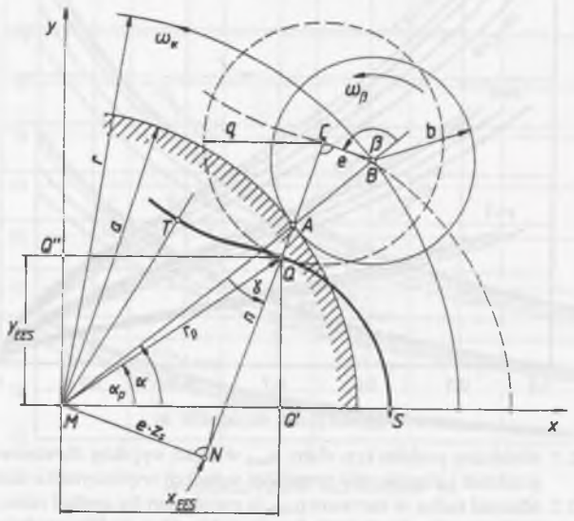


Rys. 2.8. Kąt położenia promienia ρ_{omin} dla stosowanych przełożeń w funkcji współczynnika skrócenia
Fig. 2.8. Position angle of radius ρ_{omin} for applied ratios of gears in coefficient of shortening

2.2.3. Osobliwość kąta tworzącego α i kąta położenia punktu na ekwidystancie α_p

W geometrii zazębienia występują dwa różne kąty, związane z zarysem uzębienia:

- kąt tworzący ekwidystantę α, będący parametrem w równaniach (2.8), (2.9);
- kąt położenia punktu na ekwidystancie α_p, którego współrzędne określa kąt α.



Rys. 2.9. Kąt tworzący α i związany z nim kąt położenia punktu na ekwidystancie α_p
Fig. 2.9. Generating angle α and connected with it position angle of the point on equidistante α_p

Zależność między tymi kątami ma postać, rys. 2.9:

$$\frac{r\sin\alpha + e\sin(z_k\cdot\alpha) - q\sin(\alpha+\gamma)}{r\cos\alpha + e\cos(z_k\cdot\alpha) - q\sin(\alpha+\gamma)} - tg\alpha_p = 0 \qquad (2.25)$$

Obliczenie wartości $\{\alpha_{pi}\}$ dla znanych parametrów ekwidystanty i zadanych wartości $\{\alpha_i\}$ tradycyjnymi metodami jest praktycznie niemożliwe. Równanie (2.25) można rozwiązać za pomocą numerycznej metody połowienia przedziału z wykorzystaniem programu MathCAD 2000 zakładając dostatecznie mały wektor błędu, np. na poziomie 10^{-10} [3, 89, 97].

Na rys. 2.11 widoczne jest niewielkie, lecz istotne zróżnicowanie kąta α_p i kąta α. Znajomość kątów $\{\alpha_{pi}\}$ dla zadanych wartości $\{\alpha_i\}$ ma duże znaczenie w modyfikacji zazębienia, przy obliczaniu luzów międzyzębnych, w badaniach rozkładu obciążeń na flankach zębów oraz w pomiarach rzeczywistej ekwidystanty EP, wykonanej w kołach obiegowych [11, 14, 17, 20, 22-23, 26, 33, 38, 39].

2.2.4. Wpływ kształtu ekwidystanty na wewnętrzne zazębienie cykloidalne

W przekładni obiegowej można wykorzystywać zarówno zewnętrzne, jak i wewnętrzne ekwidystanty. Jednak tylko ekwidystanta wewnętrzna przyczynia się do mniejszych rozmiarów koła obiegowego i dlatego jest stosowana [6, 19-22, 43-45, 99]. Ze wzoru (2.17) wynika wartość maksymalnego przesunięcia q_{max} wewnętrznej ekwidystanty:

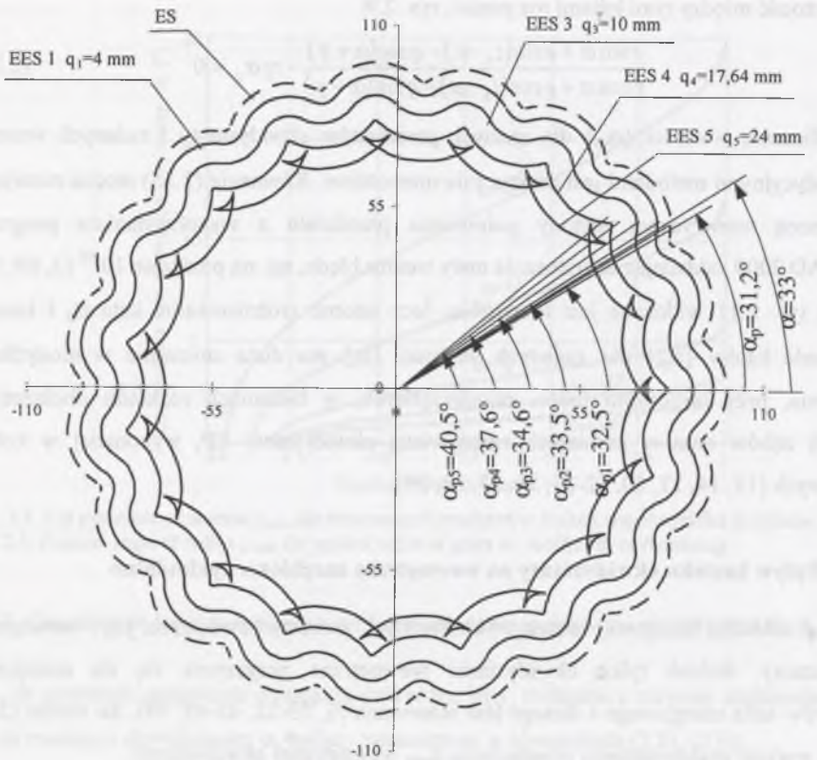
$$\rho_{e\min} = \rho_{o\min} - q_{\max} = 0$$

stąd

$$q_{\max} = \rho_{o\min} \qquad (2.26)$$

gdzie: ρ_{emin} – minimalny promień krzywizny ekwidystanty w części wypukłej,
ρ_{omin} – minimalny promień krzywizny epicykloidy w części wypukłej.

Jeżeli $q > q_{max}$, to w ekwidystantach wewnętrznych będą występowały pętle dyskwalifikujące je w zazębieniu, rys. 2.10. Przesunięcie ekwidystanty q przyjmuje wartości z przedziału $(0, \rho_{omin})$ i jest niezależnym parametrem zazębienia cykloidalnego. Rys. 2.10 przedstawia przykład wpływu przesunięć q na postać i krzywiznę zębów w kołach obiegowych, a rys. 2.11 prezentuje odpowiadające im promienie krzywizny ekwidystanty ρ_e w funkcji kątów α_i i α_{pi}. Widoczne jest asymptotyczne narastanie promienia krzywizny w pobliżu punktów przegięcia α_{pg}. Na rys. 2.11, szczególnie dla kąta α_{pi} daje się zauważyć charakterystyczna cecha ekwidystanty, którą jest prawie stała lokalna wartość promienia krzywizny $\rho_e \cong$ const, zarówno w części wypukłej, jak i w części wklęsłej bez względu na wartość przesunięcia.



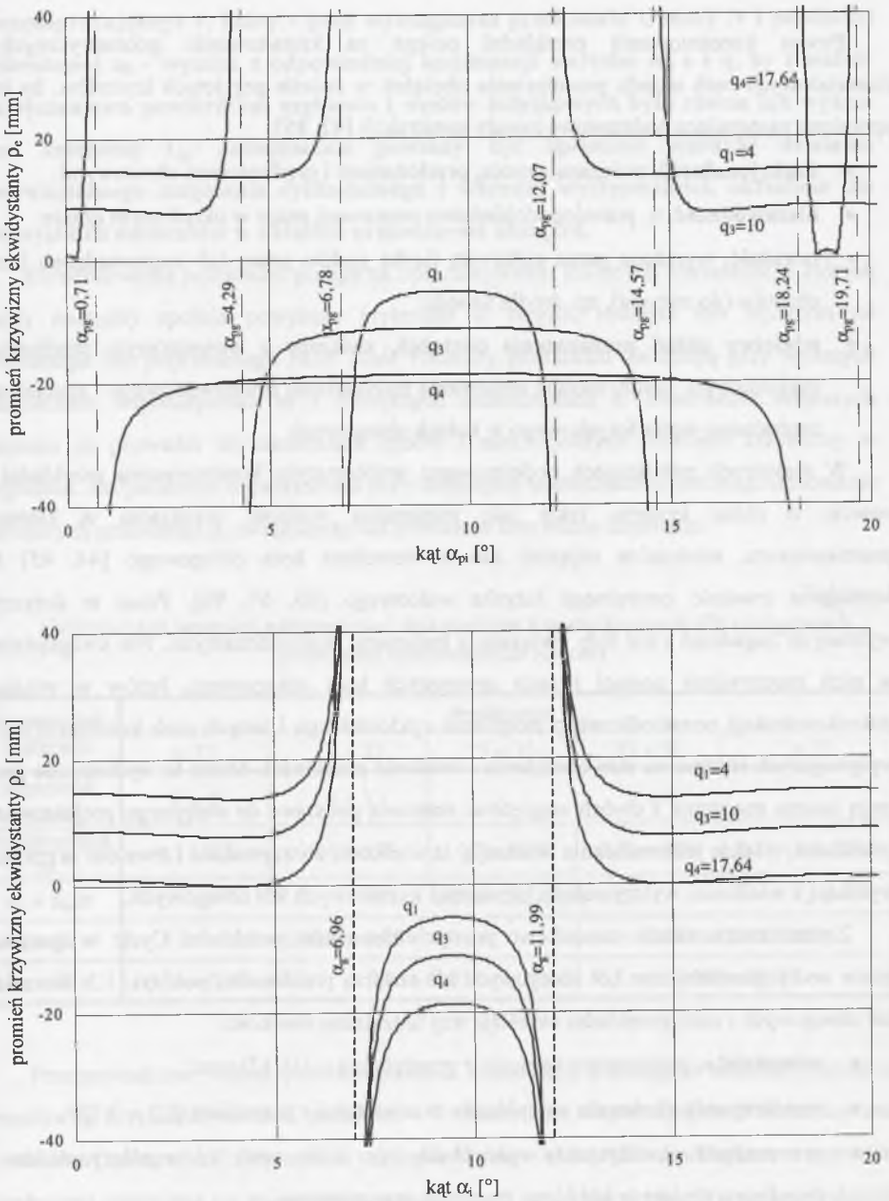
Rys. 2.10. Wpływ przesunięcia ekwidystanty q [mm] na postać i krzywiznę zębów w kołach obiegowych przekładni o parametrach |i|=M=19, m=0,625; e=3 mm

Fig. 2.10. Influence of shifting equidistante q [mm] on shape and curvature of teeth in planet wheels in gear with parameters |i|=M=19, m=0,625; e=3 mm

Wzrost wartości q prowadzi do zaostrzonych zębów, które w skrajnym przypadku dla maksymalnego $q_{max}=q_4$ mają bardzo małe promienie w części wypukłej i duże promienie krzywizny w części wklęsłej. Natomiast przy małych wartościach q występują silnie wytężone małe rolki o relatywnie dużych odkształceniach, które mogą zakłócać ruchy obrotowe w przekładni.

Należy więc dla r = const poszukiwać uzębienia, scharakteryzowanego za pomocą wartości m, e i optymalnego przesunięcia q_{opt}, które spełnia dwa kryteria:

- warunek wytrzymałości doraźnej rolek koła współpracującego [19, 26],
- warunek największej trwałości zmęczeniowej powierzchni uzębienia, przy dopuszczalnych naprężeniach stykowych dla przyjętego relatywnie małego mimośrodu e i odpowiedniej wartości współczynnika skrócenia m, por. rozdz. 7.6.



Rys. 2.11. Promienie krzywizny ekwidystant (uzębień) w kołach obiegowych przekładni o przełożeniu |i|=M=19, m=0,625, e=3 mm dla różnych przesunięć q [mm]

Fig. 2.11. Radiuses of curvature of equidistantes (toothings) in planet wheels of the ratio |i|=M=19, m=0,625, e=3 mm for different shifts q [mm]

2.3. Zasady konstruowania obiegowych przekładni cykloidalnych

Proces konstruowania przekładni polega na kształtowaniu geometrycznych i materiałowych cech układu przeniesienia obciążeń w świetle przyjętych kryteriów, by były spełnione następujące podstawowe zasady konstrukcji [42, 85]:

- **funkcjonalność,** związana z mocą, przełożeniem i prędkościami obrotowymi;
- **niezawodność,** tj. prawdopodobieństwo poprawnej pracy w określonym czasie;
- **trwałość,** wyrażona przez całkowitą liczbę godzin pracy lub nagromadzoną liczbę obrotów (do zużycia), np. źródła napędu;
- **właściwy układ przenoszenia obciążeń,** związany z wewnętrznym zazębieniem cykloidalnym, koniecznością stosowania mechanizmu równowodowego i specjalnego centralnego węzła łożyskowego w kołach obiegowych.

W niektórych publikacjach podejmowano problematykę konstruowania przekładni w oparciu o różne kryteria, takie jak: minimalna wielkość przekładni w kierunku promieniowym, minimalna objętość lub powierzchnia koła obiegowego [44, 45] lub wymagana trwałość centralnego łożyska walcowego [60, 67, 96]. Prace te dotyczyły wybranych zagadnień i nie były związane z badaniami doświadczalnymi. Nie uwzględniano w nich rzeczywistej postaci i cech sprężystych koła obiegowego, luzów w więzach, mikrokonstrukcji pozaśrodkowego zazębienia cykloidalnego i innych cech konstrukcyjnych, wpływających istotnie na stan obciążenia i wielkość przekładni. Mimo to wymienione prace mają istotne znaczenie z dwóch względów: stanowią podstawę do wstępnego projektowania przekładni, a także jednoznacznie wskazują, iż wielkość, wytrzymałość i trwałość przekładni wynikają z wielkości, wytrzymałości i trwałości kształtowych kół obiegowych.

Zatem konstruowanie stosunkowo prostych elementów przekładni Cyclo w oparciu o znane cechy geometryczne kół obiegowych nie stwarza problemów, por. rys. 1.3. Rozmiary kół obiegowych i całej przekładni określają trzy niezależne wielkości:

- **mimośród e,** przyjmujący wartości z przedziału 1 ÷ 10 (12) mm;
- **współczynnik skrócenia epicykloidy m** o wartości z przedziału (0,5 ÷ 0,85);
- **przesunięcie ekwidystanty epicykloidy q,** które wraz ze współczynnikiem m decyduje o uzębieniu kół i jego trwałości zmęczeniowej.

Ponieważ wymienione parametry jednoznacznie określają wielkość przekładni, to podstawowe kryterium konstrukcyjne można sformułować następująco:

Przekładnia powinna się charakteryzować relatywnie małym promieniem koła współpracującego r, który - przy wymaganym przełożeniu i, mocy N i prędkości obrotowej n_h - wynika z odpowiedniej kombinacji wartości m, e i q, by trwałość zmęczeniowa powierzchni uzębienia i węzłów łożyskowych była równa lub wyższa od założonej L_z. Jednocześnie powinny być spełnione warunki działania wewnętrznego zazębienia cykloidalnego i warunki wytrzymałości, określone dla wszystkich elementów w układzie przenoszenia obciążeń.

Konstruowanie przekładni polega na opracowywaniu kolejnych wariantów, z których każdy następny spełnia powyższe kryterium w stopniu równym lub wyższym od założonego lub poprzedniego [85]. Małe rozmiary przekładni zaistnieją przy wyższych wartościach współczynnika m i mniejszych mimośrodach e. Stosowanie większych wartości m prowadzi do zaostrzenia zębów i niekorzystnych promieni krzywizny w uzębieniu. Racjonalnym rozwiązaniem przy większych wartościach m jest więc stosowanie mniejszych przesunięć q, zwiększających promienie krzywizny uzębienia.

Tablica 2

Orientacyjne wartości parametrów i wskaźników konstrukcyjnych dla obiegowych przekładni cykloidalnych (Cyclo)

Parametr lub wskaźnik	Przełożenie i				
	< 17	17 ÷ 23	23 ÷ 35	35 ÷ 51	> 51
Mimośród e [mm]	8 ÷ 5	5 ÷ 3	< 4		
Współczynnik m	0,5 ÷ 0,6	0,6 ÷ 0,7	0,7 ÷ 0,72	0,72 ÷ 0,78	0,78 ÷ 0,8 (0,85)
$w_1 = d_m / r$	0,77 ÷ 0,85 (0,9)				
$w_2 = q / r$	0,088 ÷ 0,094			0,088 ÷ 0,065 (0,05)	
$w_3 = e / r$	0,06 ÷ 0,05	0,05 ÷ 0,035		0,035 ÷ 0,015	

Przeprowadzone wielokryterialne badania konstrukcji i dostępne materiały źródłowe umożliwiły określenie wartości parametrów i wskaźników, wspomagających konstruowanie przekładni Cyclo, tabl. 2. Wartości w tablicy spełniają ww. kryterium, albowiem ze wzrostem przełożenia zmniejsza się mimośród, a współczynnik skrócenia rośnie. Ważny jest wskaźnik w_1, który określa otwór łożyskowy i wielkość łożyska walcowego, co decyduje o wielkości całej przekładni [20, 22]. Przykład konstruowania przekładni Cyclo o mocy N = 3,7 kW i przełożeniu i = 19, będącej obiektem badań w niniejszej pracy, przedstawiono w Dodatku A.

3. WYZNACZANIE OBCIĄŻEŃ I NAPRĘŻEŃ W OBIEGOWYCH PRZEKŁADNIACH CYKLOIDALNYCH

3.1. Obciążenia działające w obiegowej przekładni cykloidalnej

Momenty M_2, $M_1=2M_c$ i M_h występujące w przekładni cykloidalnej wywołują trzy nieznane rozkłady obciążeń działające na koła obiegowe i pozostałe elementy, rys. 3.1:

- *rozkład obciążeń w zazębieniu*, tj. rozkład sił międzyzębnych P_i ;
- *rozkład obciążeń* Q_j , na sworzniach mechanizmu równowodowego;
- *rozkład siły oddziaływania mimośrodu* R na składowe Q_{ri}, obciążające elementy toczne (wałeczki) w centralnym otworze łożyskowym.

Rozkłady sił P_i i Q_j są reakcjami więzów i wynikają z obciążenia przekładni momentem M_h, przenoszonym na koło obiegowe za pośrednictwem siły oddziaływania mimośrodu R. Siły P_i i Q_j są funkcją przemieszczeń δ_i i δ_j , jakie zaistnieją w miejscach przyłożenia tych sił, a siły Q_{ri} zależą od cech geometrycznych łożyska i luzu promieniowego [27, 30, 32, 61]. Do obliczania sił międzyzębnych P_i i sił oddziaływania Q_j można wykorzystać:

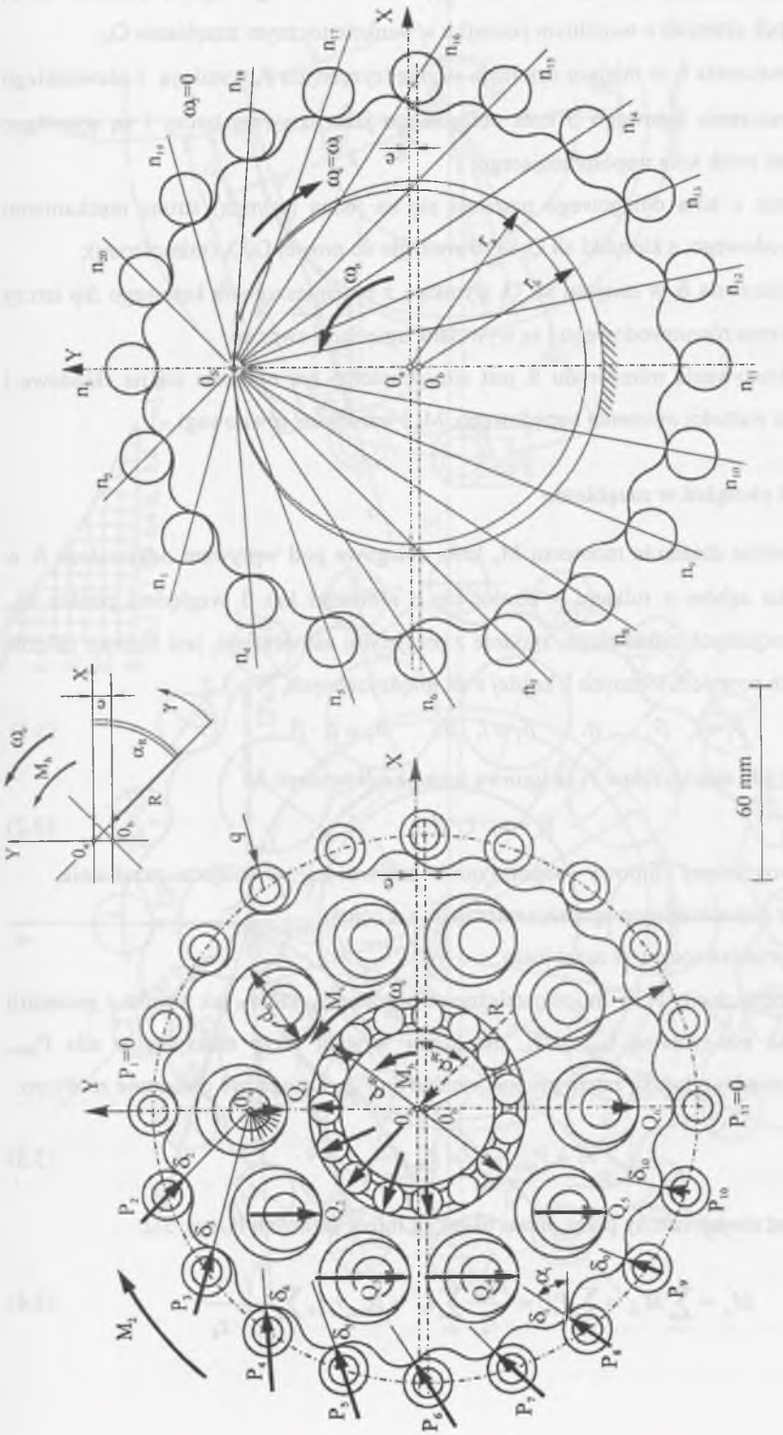
- *metodę analityczną*, z dotychczasowymi założeniami upraszczającymi [15,17,43-46, 65];
- *metodę numeryczną*, wykorzystującą MES, dla której sformułowano nowe założenia, zgodne z rzeczywistymi cechami przekładni [15, 23, 28, 29, 34-37].

W niniejszej pracy przedstawiono obydwie metody wraz z numeryczną weryfikacją metody analitycznej. Dla zobrazowania różnic przedstawiono wyniki, uzyskane metodami analityczną i numeryczną. Wartości sił obliczono dla przekładni jak na rys.1.3 o przełożeniu i =19, mocy N = 3,7 kW i n_h =750 obr/min, w której $M_1 = 2M_c = 880$ Nm, a siła R =10,3 kN.

3.2. Wyznaczanie obciążeń w przekładni metodą analityczną

Założenia przyjęte w metodzie analitycznej, rys. 3.1 – 3.4 [13, 15, 45, 46, 65, 71, 95]:

- nie uwzględnia się odkształceń koła obiegowego, jest ono sztywną tarczą bez otworów;
- obciążenia rozkładają się równomiernie na dwa koła obiegowe i każde przenosi moment M_c, będący połową momentu wyjściowego M_1;



Rys. 3.1. Momenty obrotowe, rozkłady obciążeń i zasada ruchu w przekładni obiegowej z wewnętrznym pozaśrodkowym zazębieniem cykloidalnym
Fig. 3.1. Torques. distributions of load and principle of driving in planet gear with extra central inside meshing

- obciążenie przenosi tylko jedna czynna strona koła obiegowego, a kierunki sił P_i tworzą pęk prostych o wspólnym początku w punkcie tocznym zazębienia O_s;
- przemieszczenia δ_i w miejscu działania sił międzyzębnych P_i wynikają z niewielkiego przemieszczenia kątowego β koła obiegowego jako sztywnej tarczy i są wywołane ugięciami rolek koła współpracującego;
- obciążenie z koła obiegowego przenosi się na jedną (czynną) stronę mechanizmu równowodowego, a kierunki sił Q_j są równoległe do prostej O_aO_b (mimośrodu);
- przemieszczenia δ_j w miejscu sił Q_j wynikają z przemieszczenia kątowego $\Delta\varphi$ tarczy mechanizmu równowodowego i są wywołane ugięciami sworzni;
- siła oddziaływania mimośrodu R jest siłą skupioną, nie rozkłada się na składowe i wynika z wartości momentu napędowego M_h i warunków równowagi.

3.2.1. Rozkład obciążeń w zazębieniu

W następstwie działania momentu M_c koło obiegowe pod wpływem odkształceń δ_i w miejscach styku zębów z rolkami – obróci się o niewielki kąt β względem punktu O_a. Wielkość potencjalnych odkształceń, zgodnie z przyjętymi założeniami, jest liniowo zależna od miejscowych promieni tocznych l_i każdej z sił międzyzębnych, rys. 3.2:

$$\delta_i = l_i \cdot \beta; \qquad tj. \qquad \delta_1 = l_1 \cdot \beta; \qquad \delta_2 = l_2 \cdot \beta,... \tag{3.1}$$

Zakłada się, że siły międzyzębne P_i są liniową funkcją odkształceń δ_i:

$$P_i = a_i \cdot l_i \cdot \beta \tag{3.2}$$

gdzie: a_i – uogólniony liniowy współczynnik sztywności w miejscu zazębienia, z dopuszczalnym uproszczeniem $a_i = a = const$;

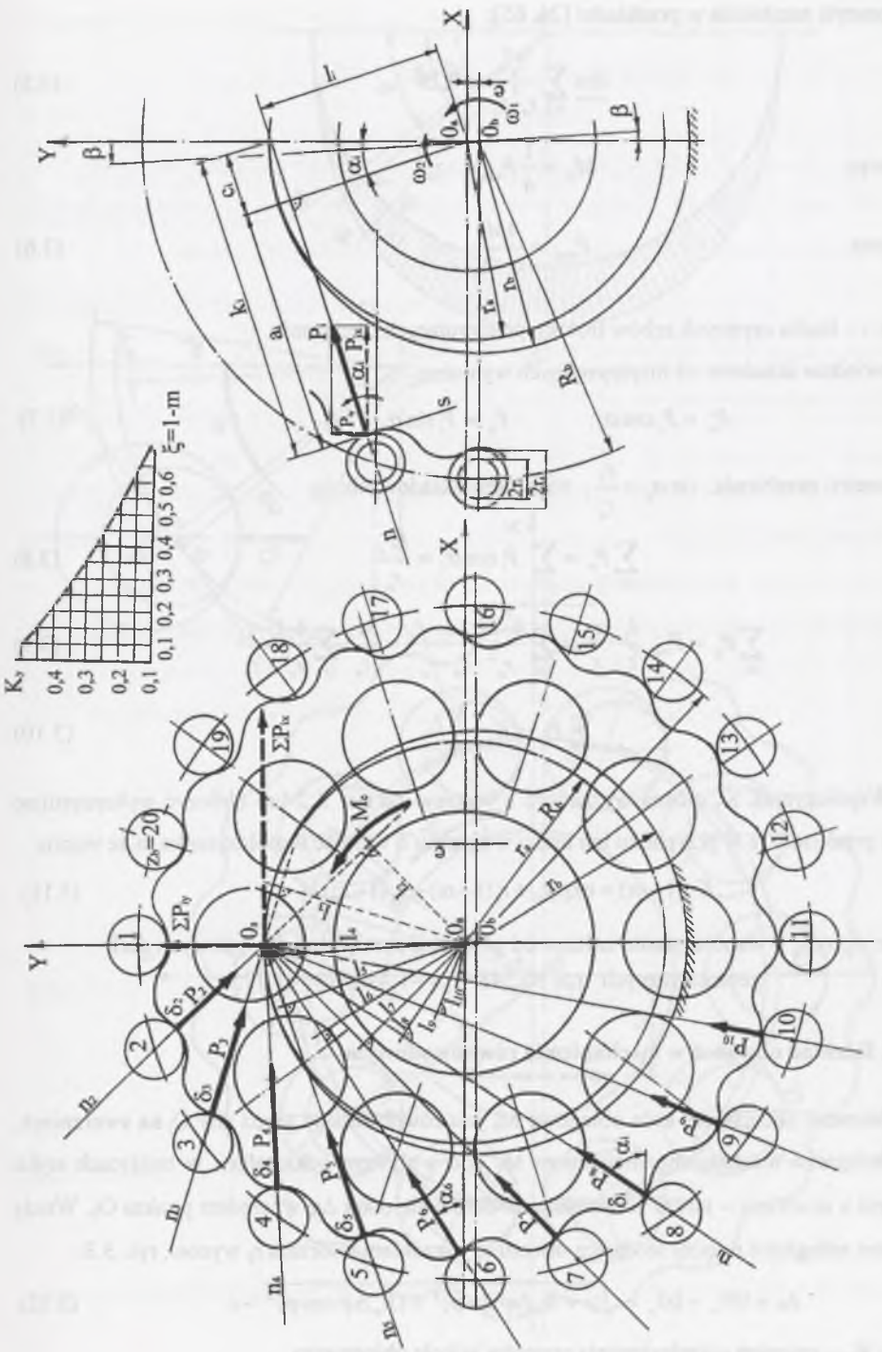
l_i – promień toczny w zazębieniu.

Przy tych założeniach siły P_i są liniowo zależne od promieni l_i, które - jak wynika z geometrii - mają wartość maksymalną $l_{max} = r_a$, dla której wystąpi także maksymalna siła P_{max}. Pozostałe siły międzyzębne są zatem proporcjonalne do P_{max} i mogą być obliczone ze wzoru:

$$P_i = P_{max} \frac{l_i}{l_{max}} = P_{max} \frac{l_i}{r_a} \tag{3.3}$$

Moment M_c jest równoważony przez płaski układ sił międzyzębnych P_i, rys. 3.2:

$$M_c = \sum_{(i)} M_{ia} = \sum_{(i)} P_i l_i = \frac{P_{max}}{r_a} \sum_{(i)} l_i^2 = P_{max} r_a z_b \sum_{(i)} \frac{l_i^2}{r_a^2 \cdot z_b} \tag{3.4}$$



Rys. 3.2. Rozkład obciążeń w czynnej części wewnętrznego zazębienia w obiegowej przekładni cykloidalnej
Fig. 3.2. Distribution of loads in active part of internal cycloidal meshing in planetary cycloidal gear

Z geometrii zazębienia w przekładni [26, 65]:

$$\lim_{i\to\infty} \sum_{(i)} \frac{l_i^2}{r_a^2 z_b} = 0{,}25 \tag{3.5}$$

więc $$M_c = \frac{1}{4} P_{\max} r_a \cdot z_b$$

oraz $$P_{\max} = \frac{4M_c}{r_a \cdot z_b} \tag{3.6}$$

gdzie: i – liczba czynnych zębów (rolek), przejmujących obciążenie.

Odpowiednie składowe sił międzyzębnych wynoszą:

$$P_{ix} = P_i \cos\alpha_i; \qquad P_{iy} = P_i \sin\alpha_i \tag{3.7}$$

z geometrii zazębienia: $\sin\alpha_i = \frac{c_i}{r_a}$, więc sumy składowych:

$$\sum_{(i)} P_{ix} = \sum_{(i)} P_i \cos\alpha_i \equiv \frac{M_c}{r_a} \tag{3.8}$$

$$\sum_{(i)} P_{iy} = P_{\max} \frac{l_i}{r_a} \cdot \frac{c_i}{r_a} = \sum_{(i)} \frac{4 \cdot M_c \cdot l_i \cdot c_i}{r_a^2 \cdot z_b \cdot r_a} = \frac{M_c}{r_a} \sum_{(i)} \frac{4 \cdot l_i \cdot c_i}{r_a^2 \cdot z_b} \tag{3.9}$$

$$\sum_{(i)} P_{iy} = K_y \cdot \frac{M_c}{r_a} \tag{3.10}$$

Współczynnik K_y można wyznaczyć z wykresu na rys. 3.2 lub obliczyć wykorzystując cechy przekładni, a w przypadku ich braku w oparciu o wartość współczynnika m ze wzoru:

$$K_y(1-m) = \exp[r_0 + r_1(1-m) + r_2(1-m)^2] \tag{3.11}$$

gdzie: r_0, r_1, r_2 - współczynniki zależne od geometrii przekładni, dla typowych cech geometrycznych r_o= –0,548; r_1= –1,442; r_2= –1,175.

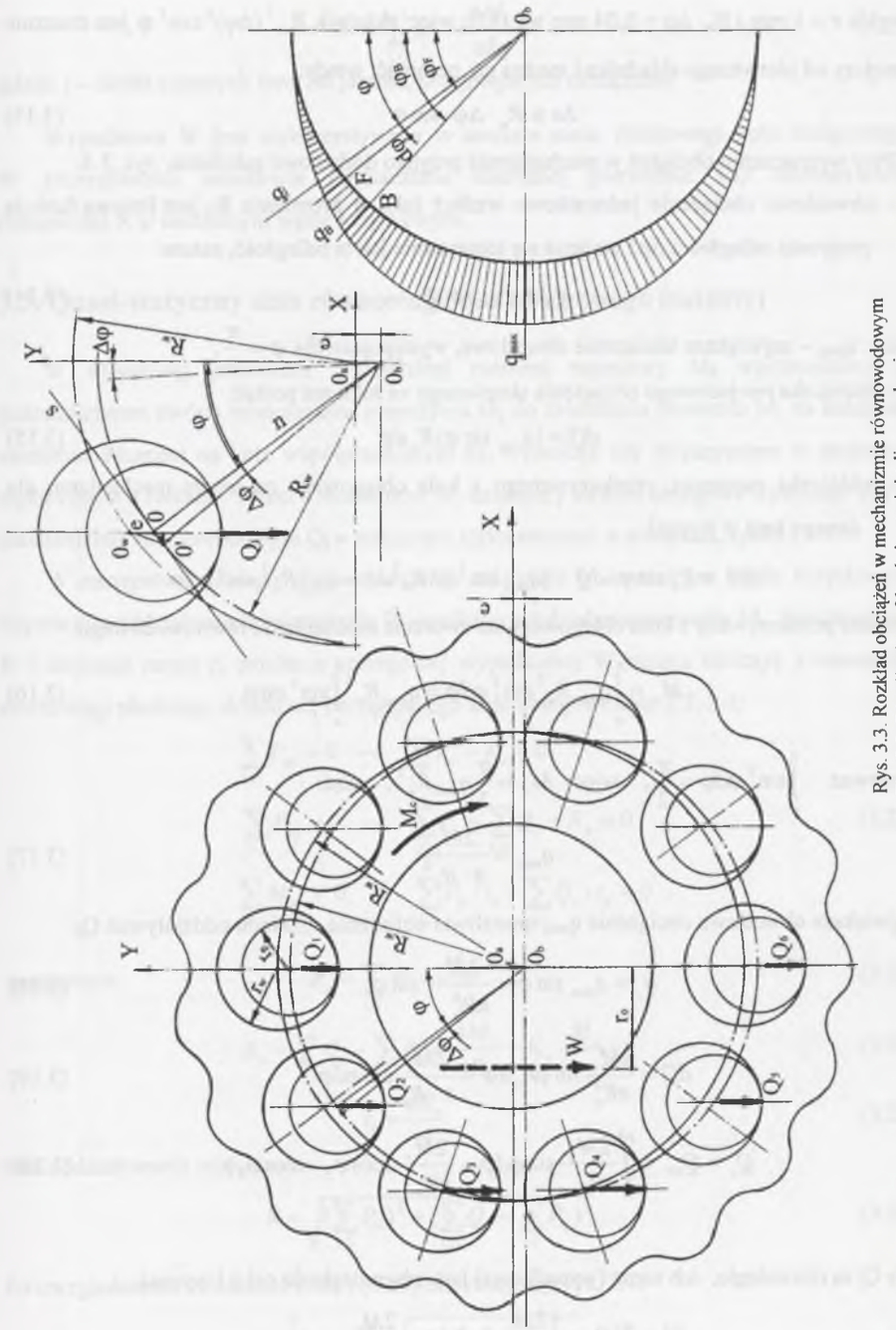
3.2.2. Rozkład obciążeń w mechanizmie równowodowym

Moment obciążający koło obiegowe M_c jest równoważony przez siły Q_j na sworzniach. Po obciążeniu mechanizmu momentem M_c pod wpływem odkształceń w miejscach styku sworzni z otworami – tarcza ze sworzniami obróci się o kąt $\Delta\varphi$ względem punktu O_b. Wtedy przyrost odległości między środkiem otworu r_w i środkiem sworznia r_p wynosi, rys. 3.3:

$$\Delta e = 0'0_w - 00_w = \sqrt{(e + R_w \Delta\varphi \sin\varphi)^2 + (R_w \Delta\varphi \cos\varphi)^2} - e \tag{3.12}$$

gdzie: R_w – promień rozmieszczenia otworów w kole obiegowym,

φ – kąt położenia sworznia w tarczy.



Rys. 3.3. Rozkład obciążeń w mechanizmie równowodowym
Fig. 3.3. Distribution of loads in straight-line mechanism

Zwykle e > 1 mm i $R_w \cdot \Delta\varphi < 0{,}04$ mm wg [65]; więc składnik $R_w^2(\Delta\varphi)^2\cos^2\varphi$ jest znacznie mniejszy od pierwszego składnika i można go pominąć; wtedy:

$$\Delta e \cong R_w \cdot \Delta\varphi \cdot \sin\varphi \tag{3.13}$$

Przy wyznaczaniu obciążeń w mechanizmie przyjęto dodatkowe założenia, rys. 3.3:

- obwodowe obciążenie jednostkowe wzdłuż łuku o promieniu R_w jest liniową funkcją przyrostu odległości Δe i zmienia się identycznie jak ta odległość, zatem:

$$q_j = q_{\max}\sin\varphi \tag{3.14}$$

gdzie: q_{max} – największe obciążenie obwodowe, występujące dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

- różniczka miejscowego obciążenia skupionego na łuku ma postać:

$$dQ = (q_{\max}\sin\varphi)R_w d\varphi \tag{3.15}$$

- różniczka momentu, przekazywanego z koła obiegowego na tarczę mechanizmu dla danego kąta φ wynosi:

$$dM = R_w\sin\varphi \cdot dQ = (q_{\max}\sin^2\varphi)R_w^2 d\varphi = q_{\max}R_w^2\sin^2\varphi d\varphi$$

Moment przekazywany z koła obiegowego na sworznie mechanizmu równowodowego:

$$M_c = \int_o^{\pi} q_{\max}R_w^2\sin^2\varphi d\varphi = q_{\max}R_w^2\int_o^{\pi}\sin^2\varphi d\varphi \tag{3.16}$$

ponieważ $\int_o^{\pi}\sin^2\varphi d\varphi = \frac{\pi}{2}$, więc $M_c = \frac{\pi}{2}q_{\max}R_w^2$, stąd:

$$q_{\max} = \frac{2M_c}{\pi \cdot R_w^2} \tag{3.17}$$

Największe obwodowe obciążenie q_{max} umożliwia obliczenie rozkładu oddziaływań Q_j:

$$q_j = q_{\max}\sin\varphi = \frac{2M_c}{\pi R_w^2}\sin\varphi \tag{3.18}$$

$$dQ = \frac{2M_c}{\pi R_w^2}\sin\varphi R_w d\varphi = \frac{2M_c}{\pi \cdot R_w}\sin\varphi d\varphi \tag{3.19}$$

$$Q_j = Q_{BF} = \int_{\varphi F}^{\varphi B}\frac{2M_c}{\pi R_w}\sin\varphi d\varphi = \frac{2M_c}{\pi R_w}(\cos\varphi_F - \cos\varphi_B) \tag{3.20}$$

Siły Q_j są równoległe, ich suma (wypadkowa) jest równoległa do osi y i wynosi:

$$W = \sum_{(j)} Q_j = \int_o^{\pi}\frac{2M_c}{\pi R_w}\sin\varphi d\varphi = \frac{2M_c}{\pi R_w}\cos\varphi\Big|_{\pi}^{o}$$

$$W = \sum_{(j)} Q_j = \frac{4M_c}{\pi R_w} \tag{3.21}$$

gdzie: j – liczba czynnych sworzni jarzma, przejmujących obciążenie.

Wypadkowa W jest wykorzystywana w analizie stanu równowagi koła obiegowego. W szczególności umożliwia wyznaczenie nieznanej pierwotnie siły oddziaływania mimośrodu R w centralnym węźle łożyskowym.

3.3. Quasi-statyczny stan równowagi koła obiegowego (satelity)

W obiegowej przekładni cykloidalnej moment napędowy M_h wprowadzony za pośrednictwem dwóch mimośrodów przyczynia się do zaistnienia momentu M_c na każdym z satelitów. Moment na kole współpracującym M_2 wywołuje siły międzyzębne w miejscach styku zębów z rolkami. Trzeci z momentów M_c działający na koło obiegowe wywołuje siły w mechanizmie równowodowym Q_j w miejscach styku sworzni z otworami, rys. 3.1 i 3.3.

W następstwie takiego stanu obciążenia zaistnieje w centralnym węźle łożyskowym czynna siła oddziaływania mimośrodu R, wynikająca z działania momentu M_h. Składowe siły R i nieznane ramię r_o działania szczególnej wypadkowej W można obliczyć z warunków równowagi płaskiego układu sił, obciążającego koło obiegowe, rys. 3.3, 3.4:

$$\begin{aligned}
&\sum_{(n)} P_{xn} = 0 \;\rightarrow\; \sum_{(i)} P_{ix} - R_x = 0\\
&\sum_{(n)} P_{yn} = 0 \;\rightarrow\; \sum_{(i)} P_{iy} - \sum_{(j)} Q_j + R_y = 0\\
&\sum_{(n)} M_{an} = 0 \;\rightarrow\; \sum_{(i)} P_{ix}\cdot r_a + \sum_{(j)} Q_j \cdot r_o = 0
\end{aligned} \tag{3.22}$$

ostatecznie:

$$R_x = \sum_{(i)} P_{ix} = \frac{M_c}{r_a} \tag{3.23}$$

$$R_y = \sum_{(j)} Q_j - \sum_{(i)} P_{iy} = \frac{4M_c}{\pi R_w} - K_y \cdot \frac{M_c}{r_a} \tag{3.24}$$

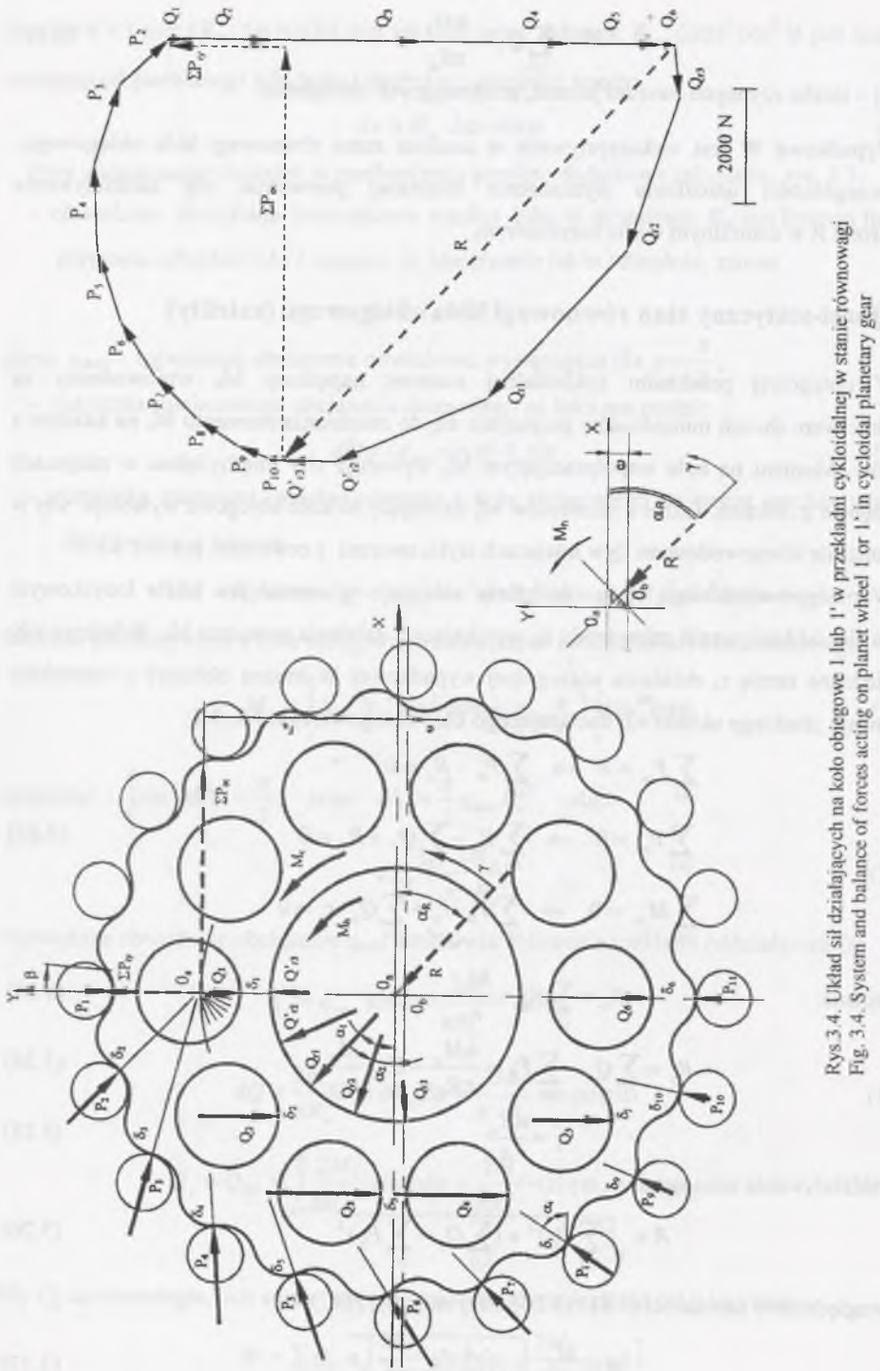
$$r_o = \frac{\pi R_w}{4} \tag{3.25}$$

Siła oddziaływania mimośrodu:

$$R = \sqrt{(\sum_{(i)} P_{ix})^2 + (\sum_{(j)} Q_j - \sum_{(i)} P_{iy})^2} \tag{3.26}$$

Po uwzględnieniu zależności (3.8) i (3.10) otrzymujemy, rys. 3.4:

$$R = \frac{M_c}{r_a}\sqrt{1 + (\frac{4 \cdot r_a}{\pi \cdot R_w} - K_y)^2} \tag{3.27}$$



Rys 3.4. Układ sił działających na koło obiegowe 1 lub 1' w przekładni cykloidalnej w stanie równowagi
Fig. 3.4. System and balance of forces acting on planet wheel 1 or 1' in cycloidal planetary gear

$$\alpha_R = arc\cos\frac{\sum\limits_{(i)} P_{ix}}{R} = arc\cos\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{4\cdot r_a}{\pi\cdot R_w}-K_y)^2}} \tag{3.28}$$

Siłę R i kąt α_R wyznacza się dla charakterystycznego położenia elementów jak na rys. 3.1, w którym mimośród O_aO_b pokrywa się z osią symetrii koła obiegowego dla kąta $\gamma = 0°$. Dla innych kątów położenia $\gamma = 0 \div 360°$, jak wynika to z prac Lehmanna, wartość siły R podlega niewielkim wahaniom w granicach ±0,3 do ±2,1%, podobnie kąt α_R ulega wahaniom od ±0,9 do ±3,3% [71, 73]. W badaniach obciążeń można więc przyjąć jedną wartość siły R i stały kąt α_R dla dowolnego kąta obrotu γ. Siła R o stałej wartości będzie wtedy czynną siłą obciążającą przekładnię, wynikającą z momentu napędowego M_h, por. wzór (1.11).

3.4. Moment napędowy i rozkład siły oddziaływania mimośrodu na elementy toczne w centralnym otworze koła obiegowego

Moment napędowy M_h jest przekazywany na koło obiegowe za pośrednictwem siły oddziaływania mimośrodu R. Dotychczas problem rozkładu siły R na elementy toczne w centralnym łożysku przekładni cykloidalnej nie był rozwiązywany. Rozkład obciążenia skupionego na elementy toczne w łożysku walcowym jest problemem złożonym i zależy od wielu czynników [61, 76, 77]. Głównym czynnikiem, który istotnie wpływa na dystrybucję obciążeń w łożysku tocznym, jest luz promieniowy g. W pracach [27, 30] rozwiązano problem rozkładu obciążeń w centralnym łożysku przekładni cykloidalnej. Luz promieniowy z uwagi na wymaganą trwałość węzła łożyskowego powinien być ograniczony do wartości g = 0,002 ÷0,01 mm. W eksploatacji luz ten może być większy i wynosić 0,045 mm. Ze wzrostem luzu maleje liczba wałeczków, przyjmujących obciążenie, a strefę obciążenia określa kąt ψ_ε. Rozkład obciążeń w łożysku charakteryzują następujące wielkości, rys. 3.5:

ψ_ε – kąt określający zasięg strefy obciążonych wałeczków,

ψ_m – kąt określający położenie wałeczka w łożysku,

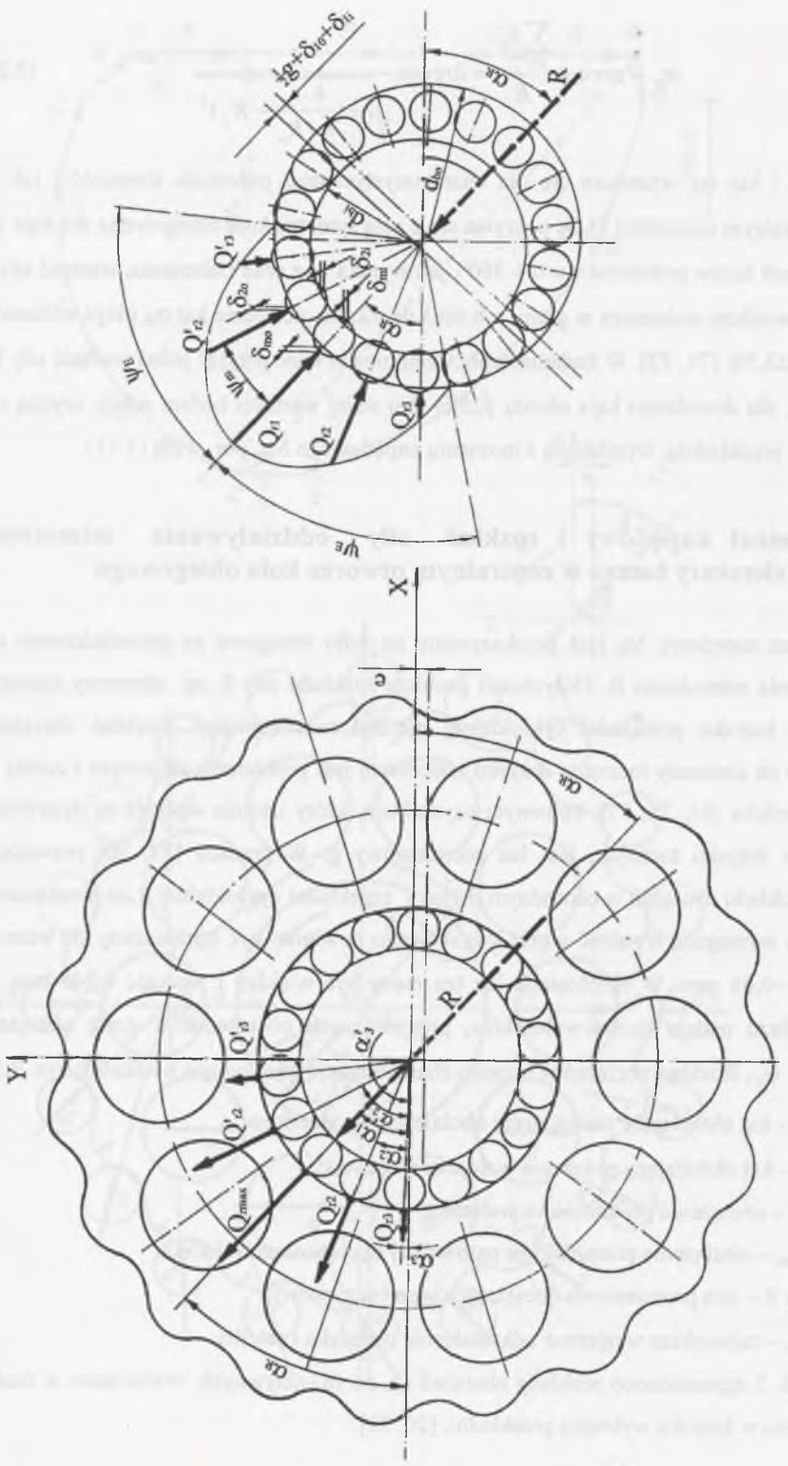
Q_{ri} – obciążenie promieniowe wałeczka,

Q_{rmax} – obciążenie promieniowe najbardziej obciążonego wałeczka,

$F_r = R$ – siła promieniowa obciążająca węzeł łożyskowy,

δ_{max} – największe wzajemne odkształcenie wałeczka i satelity.

W tabl. 3 zgromadzono rozkłady obciążeń Q_{ri} na (n)-aktywnych wałeczków w funkcji wartości luzu w łożysku wybranej przekładni, [20, 22].



Rys. 3.5. Rozkład obciążeń działających na elementy toczne w centralnym węźle łożyskowym koła obiegowego
Fig. 3.5. Distribution of loads in roller elements of cycloidal bearing joint of planet wheel

Tablica 3

Rozkład obciążeń Q_{ri} na (n)-aktywnych wałeczków w centralnym węźle łożyskowym przekładni cykloidalnej o przełożeniu i=19, $M_1=2M_c=880$ Nm, R=10,3 kN i $d_m=76,5$ mm

Lp.	Siła nacisku [N]	Kąt położenia siły α_i [°]	Wartość siły nacisku Q_{ri} [N] przy kącie rozkładu obciążenia ψ_ε [°] na (n)-aktywnych wałeczków				
			0 (1)	34,68 (3)	57,14 (5)	90 (7)	90 (9)
1.	Q_{r5}	$\alpha_5 = -53,5$	-	-	-	-	335
2.	Q_{r4}	$\alpha_4 = -29,5$	-	-	-	761	1084
3.	Q_{r3}	$\alpha_3 = -5,5$	-	-	894	1795	1741
4.	Q_{r2}	$\alpha_2 = 18,5$	-	2628	2952	2537	2185
5.	Q_{r1}	$\alpha_1 = \alpha_R = 42,5$	10314	5513	3725	2805	2341
6.	Q'_{r2}	$\alpha'_2 = 66,5$	-	2628	2952	2537	2185
7.	Q'_{r3}	$\alpha'_3 = 90,5$	-	-	894	1795	1741
8.	Q'_{r4}	$\alpha'_4 = 114,5$	-	-	-	761	1084
9.	Q'_{r5}	$\alpha'_5 = 138,5$	-	-	-	-	335
	Luz promieniowy g [mm]		1,1	0,25	0,045	0	0

3.5. Wyznaczanie obciążeń i naprężeń w przekładni metodą numeryczną

Założenia przyjęte w metodzie numerycznej, rys. 3.1 – 3.4 i 3.6 [15, 17, 23, 28-30, 34-37]:

- koło obiegowe i elementy współpracujące z nim są odkształcalne; przyjęto liniowo-sprężysty model materiału, dla którego $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa i $\nu = 0,3$;
- obciążenie rozkłada się na dwa koła i każde przenosi moment $M_c = 0,5\ M_1$;
- kierunki sił międzyzębnych P_i tworzą pęk prostych z punktu tocznego O_s;
- przemieszczenia δ_i w miejscu działania sił P_i wynikają z odkształceń koła obiegowego oraz ugięć rolek i sworzni mechanizmu równowodowego;
- obciążenie z koła obiegowego jest przenoszone na sworznie mechanizmu równowodowego za pośrednictwem sił Q_j, równoległych do prostej O_aO_b;
- przemieszczenia δ_j w miejscu działania sił Q_j wynikają z odkształceń koła obiegowego, ugięć rolek i sworzni mechanizmu równowodowego;
- czynną siłą obciążającą przekładnię jest siła oddziaływania mimośrodu R, wynikająca z wartości momentu napędowego M_h i warunków równowagi;
- siła oddziaływania mimośrodu R obciąża przekładnię przez układ nacisków Q_{ri}, czynnych wałeczków łożyska mimośrodu, tabl. 3.

Zastosowanie metody numerycznej z wykorzystaniem MES przy uwzględnieniu ww. założeń umożliwia bezpośrednie wyznaczanie sił P_i, sił Q_j, przemieszczeń δ_i i δ_j oraz naprężeń σ_{red}, przy czym układ sił działających na koło obiegowe będzie się znajdował w równowadze.

3.5.1. Metoda obliczeń i numeryczne modele elementów przekładni

Współpraca kół zębatych z elementami przekładni cykloidalnej charakteryzuje się płaskim układem sił i może być modelowana w płaskim stanie naprężenia. Do obliczeń wykorzystano MES, dla której opracowano szereg modeli geometrycznych z wykorzystaniem ośmiowęzłowych elementów powierzchniowych typu 2D [28, 29, 35-37, 59, 112].

Na podstawie cech konstrukcyjnych przekładni można opracować geometryczny model koła obiegowego wraz z elementami współpracującymi (sworzniami i rolkami). Geometria elementów współpracujących, związana z okręgami i kołami, nie stwarza problemów. Natomiast zewnętrzny brzeg koła obiegowego ma postać uzębienia, opisanego za pomocą równań parametrycznych ekwidystanty. W znanych systemach CAD nie można bezpośrednio tworzyć krzywych parametrycznych. Wykorzystano zatem dostępne procedury modelowania zarysu uzębienia, które przebiegało w dwóch etapach:

- generowanie punktów krzywej (ekwidystanty) o współrzędnych, obliczonych z równań (2.8), (2.9) z zadaną dokładnością, np. z krokiem $\Delta\alpha = 0{,}01°$ lub $0{,}03°$;
- połączenie punktów krzywej w zamknięty obwód na podstawie interpolowania zbioru punktów krzywej metodą najmniejszej sumy kwadratów odchyłeń.

Znając zarys brzegu zewnętrznego i brzegów wewnętrznych utworzono geometryczny model koła obiegowego w postaci powierzchni, która odwzorowuje rzeczywisty kształt tego koła.

a) Siatka elementów skończonych, warunki brzegowe i obciążenia

Geometryczny model koła obiegowego jest płaską tarczą o grubości l_s, którą poddano dyskretyzacji z wykorzystaniem 8-węzłowych elementów 2D. Ze względu na dokładność odtworzenia geometrii układu należy stosować zagęszczenie siatki, szczególnie w pobliżu brzegów. Model koła podzielono na 6045 elementów, a siatka ma 19720 węzłów. Zapewniono także pokrywanie się wybranych węzłów z miejscami styku zębów i rolek oraz miejscami styku sworzni i wałeczków łożyska w otworach wewnętrznych koła obiegowego, rys. 3.11 i 3.12.

W modelu numerycznym przyjęto następujące obciążenia i warunki brzegowe:

- w węzłach będących środkami rolek i sworzni odebrano wszystkie stopnie swobody;
- obciążenia w postaci sił skupionych Q_{ri} przyłożono w odpowiednich węzłach na obwodzie otworu łożyskowego;
- miejsca styku koła obiegowego z rolkami leżą na prostych tworzących pęk wychodzący z punktu tocznego O_s, a miejsca styku koła obiegowego ze sworzniami leżą na prostych równoległych do O_aO_b.

b) Rodzaje numerycznych modeli współpracy kół obiegowych z elementami przekładni

- **model 1** – koło obiegowe dyskretyzowano za pomocą elementów 2D, rolki i sworznie potraktowano jak sztywne elementy prętowe;
- **model 2** – koło obiegowe, rolki i sworznie utworzono z elementów 2D, rys. 3.11;
- **modele 3, 4, ... 9, 10** – koła obiegowe utworzono z elementów 2D, rolki i sworznie zastąpiono odkształcalnymi elementami prętowymi o równoważnej sztywności, wynikającej z konstrukcji, luzów i stopnia zużycia elementów, rys. 3.12.

Współpraca odkształcalnych kół obiegowych 1 i 1' z rolkami koła stałego oraz sworzniami mechanizmu równowodowego zależy od sposobu przejmowania obciążeń. W tej sytuacji rozpatrywano 8 różnych, możliwych przypadków współpracy kół obiegowych, rys. 3.6:

- **model 3** i **(7)** – rolki i sworznie przejmują obciążenie bez udziału tulejek,
- **model 9** i **(6)** – rolki i sworznie przejmują obciążenie z tulejkami,
- **model 5** i **(8)** – rolki przejmują obciążenie z tulejkami, sworznie bez tulejek,
- **model 10** i **(4)** – rolki bez tulejek, sworznie z tulejkami.

c) Zastępcza sztywność elementów prętowych, równoważących działanie rolek

Dwustronnie utwierdzona rolka jest zginana, ugięcia w miejscu współpracy z kołami są identyczne: $y = y_1 = y_2$. W MES zginaną belkę można zastąpić elementem prętowym o długości l_p, wstawionym między węzłem w punkcie styczności i osią rolki. Warunkiem równowartości przemieszczeń będzie równość ugięcia rolki i skrócenia pręta, rys. 3.6:

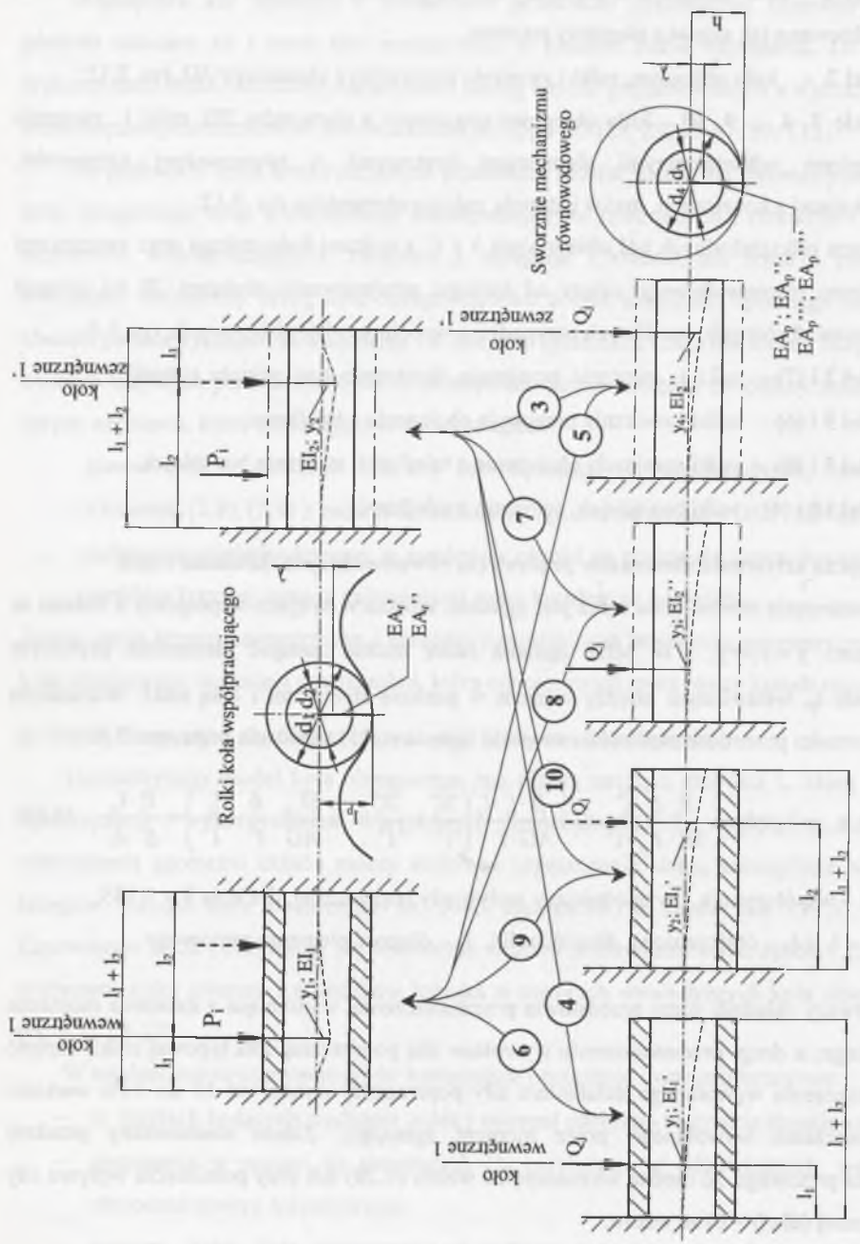
$$y = y_g + y_p = \lambda, \text{ więc } \frac{P_i \cdot l_1^3 \cdot l_2^3}{3E \cdot I_{1,2} \cdot l^3} + \frac{P_i \cdot \beta \cdot l_1 \cdot l_2}{AG \cdot l}\left(\frac{3l_2^2}{l^2} - \frac{2l_2^3}{l^3} - \beta\frac{EI_{1,2}}{AG}\cdot\frac{6}{l^2} - \frac{l_1}{l}\right) = \frac{P_i \cdot l_p}{E \cdot A_r} \qquad (3.29)$$

gdzie: β – współczynnik, uwzględniający wpływ siły poprzecznej, dla koła $\beta = 1{,}185$;

$l = l_1 + l_2$ – obliczeniowa długość rolki, l_p – długość elementu prętowego.

Pierwszy składnik sumy przedstawia przemieszczenie, wynikające z działania momentu zginającego, a drugi przemieszczenie wywołane siłą poprzeczną. Dla typowej rolki wartość przemieszczenia wywołanego działaniem siły poprzecznej wynosi od 15 do 33% wartości przemieszczenia wywołanego przez moment zginający. Zatem równoważny przekrój elementu prętowego A_r można wyznaczyć ze wzoru (3.29) lub przy pominięciu wpływu siły poprzecznej (dla $\beta = 0$) ze wzoru:

$$A_r = \frac{3 \cdot I_{1,2} \cdot (l_1 + l_2)^3 \cdot l_p}{l_1^3 \cdot l_2^3} \qquad (3.30)$$



Rys. 3.6. Modele współpracy kół obiegowych 1 i 1' z rolkami koła współpracującego i sworzniami mechanizmu równowodowego
Fig. 3.6. Models of interaction of planet wheels 1 or 1' with rolls of meshing wheel and bolts of straight-line mechanism

d) Zastępcza sztywność elementów prętowych, równoważących działanie sworzni

Jednostronnie utwierdzony sworzeń mechanizmu jest zginany siłą Q_j. Siła Q_j wywołuje mniejsze ugięcia w płaszczyźnie działania koła wewnętrznego y_1, y_3 i większe ugięcia w płaszczyźnie koła zewnętrznego y_2, y_4. W MES zginany sworzeń można zastąpić elementem o długości h, wstawionym między węzłem w punkcie styczności i osią sworznia. Warunkiem równowartości przemieszczeń jest równość ugięcia i skrócenia pręta, rys.3.6:

$$y = y_g + y_p = \lambda, \qquad \text{więc} \qquad \frac{Q_i \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I_{1,2}} + \beta \frac{Q_i \cdot l}{A \cdot G} = \frac{Q_i \cdot h}{E \cdot A_p} \tag{3.31}$$

Dla typowego sworznia wartość przemieszczenia wywołanego działaniem siły poprzecznej wynosi od 15 do 32% wartości przemieszczenia wywołanego działaniem momentu zginającego. Zatem równoważny przekrój elementu prętowego A_r można wyznaczyć ze wzoru (3.31) lub przy pominięciu wpływu siły poprzecznej ze wzoru:

$$A_p = \frac{3 \cdot h \cdot I_{1,2}}{l^3} \tag{3.32}$$

3.5.2. Dokładność metody numerycznej i wybór parametrów modelu geometrycznego przekładni

Jako podstawę badania dokładności wykorzystano rozkłady wartości sił P_i i Q_j, obliczone metodą numeryczną dla 10 modeli geometrycznych, różniących się rodzajem zastosowanego elementu, wzrastającymi liczbami węzłów oraz długością krawędzi elementu GEL w [mm]. Tabl. 4 zawiera obliczone wartości sił P_i i Q_j i odpowiadające im parametry modelu oraz wskaźniki dokładności. Wartości sił oscylują wokół wartości średnich, lecz nie występuje tu efekt zbieżności, nawet dla dużej liczby węzłów i małej krawędzi elementów. Jest to następstwem złożoności modelu i statycznej niewyznaczalności układu.

W tej sytuacji wykorzystano resztkowy wektor obciążenia:

$$\{\delta \mathbf{P}\} = \{\mathbf{P}\} - [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} \tag{3.33}$$

gdzie: $\{\mathbf{P}\}$ – wektor obciążeń zewnętrznych,

$[\mathbf{K}]$ – macierz sztywności, $\{\mathbf{u}\}$ – wektor przemieszczeń.

Jeżeli nie jest spełniony warunek $\{\delta P\}=0$, to miarą dokładności obliczeń numerycznych może być resztkowy błąd wektora obciążenia:

$$\varepsilon = \frac{\{\mathbf{u}\}^{\mathrm{T}}\{\delta \mathbf{P}\}}{0{,}5\{\mathbf{P}\}^{\mathrm{T}}\{\mathbf{u}\}} = \frac{\{\mathbf{u}\}^{\mathrm{T}}[\{\mathbf{P}\} - [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\}]}{\mathbf{w}} \tag{3.34}$$

przedstawiający resztkową energię odkształcenia sprężystego, odniesioną do poziomu pracy sił zewnętrznych na przemieszczeniach sprężystych. Jeżeli $\varepsilon \geq 10^{-6}$, to model numeryczny

Tablica 4

Wartości sił działających w przekładni Cyclo dla zróżnicowanych modeli numerycznych zewnętrznego 1' koła obiegowego

Par. mod. / Rodz. siły	Wartości sił w miejscach współpracy elementów przekładni w [N] dla A_p=85mm^2, A_r=650mm^2 i zestawu 5 Q_n										
	Rodzaj elementu	QUAD 4 (4-kątny, 4-węzłowy)			QUAD 8 (4-kątny, 8-węzłowy)						
	Liczba węzłów	5364	7362	8292*	27758**	18526	18956	19615	19720	29200*	67021[11]	72464**
	L. elementów	4548	6545	7351	26140	5590	5786	6013	6045	9970	21282	23086
	GEL[mm]	4,5	1,7	1,7	1,7	-	2,8	2,8	3	2,8	min.0,012	1,4
Siły międzyzębne P_i	P_1	370	371	367	376	377	366	382	394	384	393	371
	P_2	1668	1657	1633	1636	1640	1664	1638	1601	1616	1580	1642
	P_3	1193	1203	1273	1244	1204	1237	1156	1255	1226	1300	1265
	P_4	1811	1811	1794	1785	1859	1815	1949	1815	1855	1809	1809
	P_5	1088	1092	1097	1108	1075	1028	1035	1119	1096	1096	1037
	P_6	1016	1004	963	993	976	1036	949	948	958	966	1018
	P_7	716	726	733	739	767	725	776	734	754	786	748
	P_8	773	768	782	771	748	782	706	748	747	732	777
	P_9	1353	1355	1316	1315	1338	1340	1424	1409	1344	1294	1308
	P_{10}	831	830	828	825	790	786	793	787	799	792	780
	P_{11}	144	145	141	143	149	157	145	147	143	146	154
Reakcje sworzni Q_j	Q_1	239	241	241	242	244	230	259	251	248	249	234
	Q_2	3345	3344	3253	3279	3282	3298	3277	3282	3233	3156	3230
	Q_3	1444	1452	1509	1507	1501	1489	1490	1476	1546	1619	1551
	Q_4	2959	2951	2957	2943	2962	2956	2947	2962	2931	2919	2942
	Q_5	1424	1424	1414	1413	1392	1402	1436	1430	1415	1395	1394
	Q_6	-58	-57	-64	-64	-75	-66	-66	-64	-71	-76	-73
Wskaźniki dokładności	ε [-]	$4,819\times10^{-14}$	$7,296\times10^{-14}$	$1,32\times10^{-14}$	$1,632\times10^{-13}$	-	$3,790\times10^{-15}$	-	$4,702\times10^{-15}$	$1,244\times10^{-14}$		$1,655\times10^{-15}$
	w [Nmm]	$8,307\times10^{1}$	$8,386\times10^{1}$	$8,858\times10^{1}$	$8,989\times10^{1}$	-	$8,874\times10^{1}$	-	$8,816\times10^{1}$	$9,497\times10^{1}$		$9,405\times10^{1}$
	$\Delta P/P$ i $\Delta Q/Q$ [%]			-4,4÷4,7					-4,5÷4,8	0	-2,5÷6,0	-5,4÷6,3
	$\Delta P/P_{max}$ [%]			-3,3					-2,2	0	-2,5	-2,5
	$\Delta Q/Q_{max}$ [%]			0,6					1,5	0	-2,4	0,1

*) siatka lokalnie zagęszczona; **) siatka globalnie zagęszczona [11] siatka lokalnie zagęszczona jak w zagadnieniu kontaktowym

uznaje się za nieprawidłowy, a dokładność obliczeń za nieodpowiednią. Z tabl. 4 wynika, iż wartość ε jest bardzo mała, więc wszystkie modele są poprawne. Najniższa wartość $\varepsilon_{min}=1{,}244\cdot10^{-14}$ zaistniała dla modelu z lokalnie zagęszczoną siatką, utworzoną z 9970 elementów czworokątnych 8–węzłowych typu 2D o długości krawędzi 2,8 mm. Model ten posłużył jako wzorzec do obliczania wskaźnika dokładności w postaci odchyleń wartości sił $\Delta P/P$, $\Delta P/P_{max}$ i $\Delta Q/Q_{max}$ w [%] dla pozostałych, uznanych za adekwatne, modeli do badań stanu obciążenia. Jak widać z tabl. 4, dokładność obliczeń wartości sił waha się w granicach od ok.–4,5 do 4,8%, przy czym dokładność obliczania wartości maksymalnych jest wyższa i wynosi od –2,2 do 1,5%. Wybrane modele geometryczne uznane za reprezentatywne dla badań stanu obciążenia zaznaczono w tabl. 4 pogrubionym obramowaniem.

3.6. Numeryczna weryfikacja założeń metody analitycznej

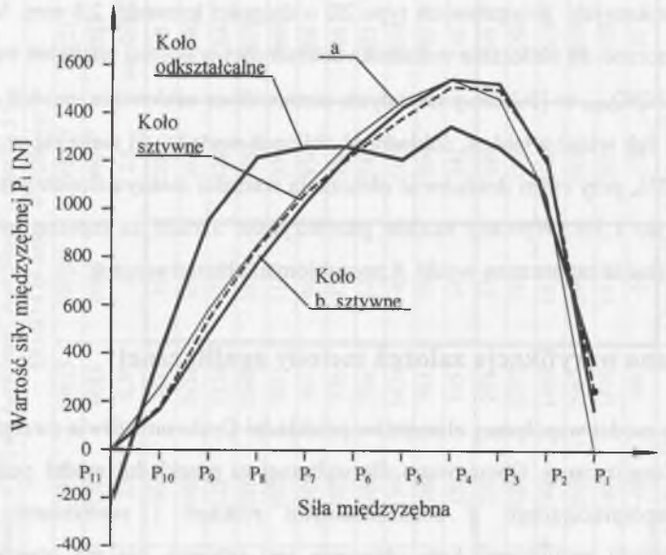
Numeryczny model współpracy elementów przekładni Cyclo umożliwia zweryfikowanie założeń metody analitycznej. Opracowano dla wybranej tu przekładni model pełnego koła obiegowego, współpracującego z odkształcalnymi rolkami i sworzniami. Zgodnie z założeniami metody analitycznej koło obiegowe jest sztywne, nie ma otworów i jest obciążone skupioną siłą R przyłożoną do jego środka. Następnie uwzględniano sztywność przyjmując koła o różnej grubości, a mianowicie koła prawie absolutnie sztywne o grubości 7000 mm, sztywne o grubości 1400 mm i odkształcalne o normalnej grubości 14,5 mm.

Dysponując modelami kół wykorzystano metodę numeryczną do obliczania rozkładów sił międzyzębnych P_i i sił oddziaływania sworzni Q_j, odpowiednio dla danego stopnia sztywności pełnego koła obiegowego, rys. 3.7 i 3.8. Wartości sił P_i i Q_j obliczone dla sztywnego i bardzo sztywnego koła różnią się w niewielkim stopniu (o ok. ±4%) od wartości obliczonych metodą analityczną dla koła absolutnie sztywnego.

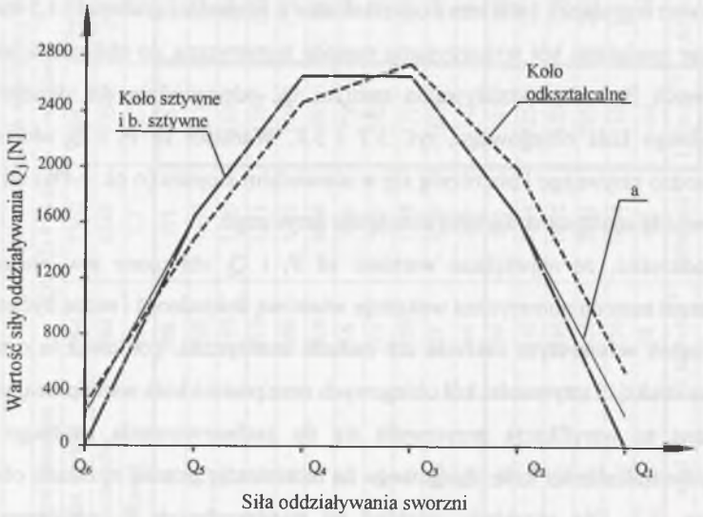
Warto podkreślić, że największe wartości sił P_i i Q_j obliczone ww. metodami są identyczne. Zatem metoda numeryczna wykazuje właściwą dokładność i może być stosowana do badań obciążeń w szerszym zakresie niż metoda analityczna, ponieważ ta ostatnia nie uwzględnia konstrukcji i sztywności kół obiegowych oraz postaci koła współpracującego.

Zastosowana tu weryfikacja przyczyniła się do zaobserwowania istotnego wpływu rzeczywistej odkształcalności koła obiegowego na reorientację postaci rozkładu obciążeń w przekładni, rys. 3.7. Dla przykładu, rozkład sił międzyzębnych P_i, obliczony metodą analityczną dla koła sztywnego, ma jedno ekstremum $P_4=P_{max}$, a rozkład P_i obliczony dla tego

samego koła, lecz odkształcalnego, jest dwumodalny (P_4,P_8) i ma charakterystyczną postać z dwiema wartościami ekstremalnymi, położonymi w pobliżu rolek 4 i 8.



Rys. 3.7. Rozkład sił P_i przy pełnym kole obiegowym bez otworów dla zróżnicowanej sztywności koła
Fig. 3.7. Distribution of forces P_i for the full planet wheel (without holes) for its different stiffness



Rys. 3.8. Rozkład sił Q_j przy pełnym kole obiegowym bez otworów dla zróżnicowanej sztywności koła
Fig. 3.8. Distribution of forces Q_j for the full planet wheel (without holes) for its different stiffness

Przedstawiona tendencja dotycząca zróżnicowania wartości P_i i Q_j będzie się pogłębiała po uwzględnieniu wpływu otworów w kole obiegowym i rozkładu siły R na składowe Q_{ri}, obciążające centralny otwór łożyskowy, por. rozdz. 5.1 i 6.1.

3.7. Wpływ różnych cech konstrukcyjnych na rozkłady obciążeń w przekładni i wybór reprezentatywnego modelu współpracy elementów

Możliwości poznawcze metody numerycznej wykorzystano do badań wpływu następujących cech przekładni Cyclo na rozkłady obciążeń $\{P_i\}$ i $\{Q_j\}$:

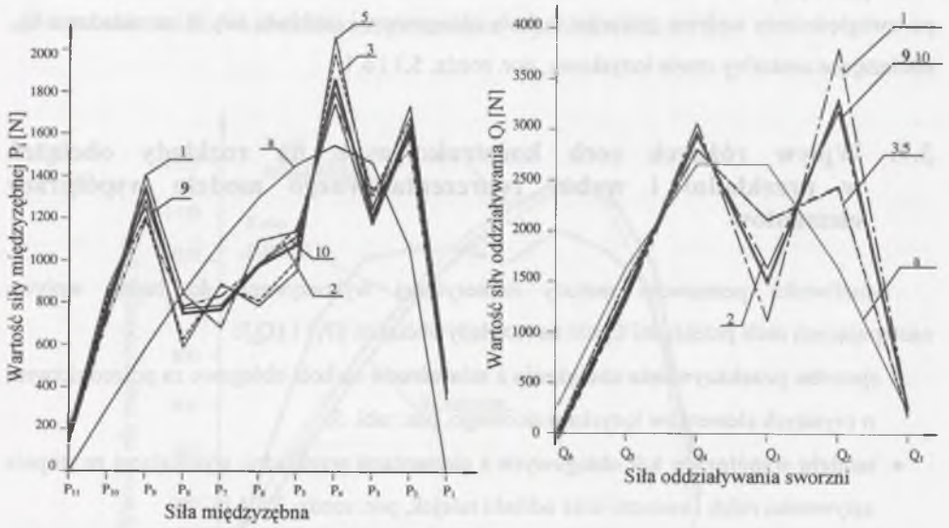
- **sposobu przekazywania obciążenia z mimośrodu** na koła obiegowe za pośrednictwem n czynnych elementów łożyska walcowego, por. tabl. 3;
- **modelu współpracy kół obiegowych** z elementami przekładni, wynikającej ze stopnia sztywności rolek i sworzni oraz udziału tulejek, por. rozdz. 3.5.1.b;
- **konstrukcji i stopnia sztywności koła obiegowego,** wynikających z wielkości otworu łożyskowego i otworów bocznych oraz tzw. mostków między otworami i uzębieniem;
- **konfiguracji i wartości luzów międzyzębnych**, zależnych od liczby *k* współpracujących zębów w przekładni, wg tabl. 8.

Wyniki numerycznych badań wpływu poszczególnych cech na wzrost wartości sił $\{P_i\}$ i $\{Q_j\}$ zgromadzono w pracach [15, 17]. Tamże przedstawiono rozkłady obciążeń dla ww. cech przekładni oraz wprowadzono pojęcie współczynnika zwiększenia obciążenia:

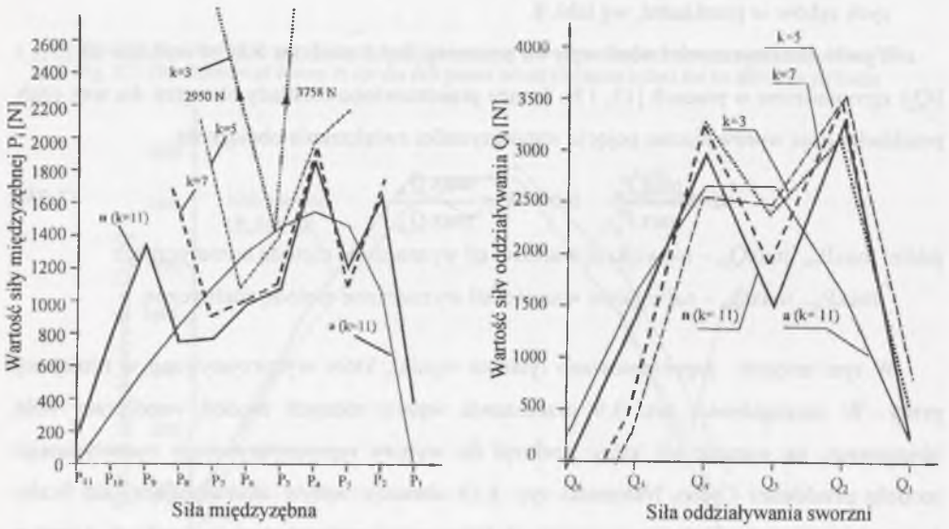
$$K = \frac{\max P_{in}}{\max P_{ia}} \quad \text{lub} \quad K = \frac{\max Q_{jn}}{\max Q_{ja}} \tag{3.35}$$

gdzie: $\max P_{in}$, $\max Q_{jn}$ – największe wartości sił wyznaczone metodą numeryczną,
$\max P_{ia}$, $\max Q_{ja}$ – największe wartości sił wyznaczone metodą analityczną.

W tym miejscu zaprezentowano tylko te wyniki, które wykorzystywano w niniejszej pracy. W szczególności rys. 3.9 przedstawia wpływ różnych modeli współpracy koła obiegowego na wartość sił, który posłużył do wyboru reprezentatywnego numerycznego modelu przekładni Cyclo. Natomiast rys. 3.10 obrazuje wpływ zmniejszającej się liczby k współpracujących zębów na wartości sił, który został wykorzystany w rozdz. 6. Literą **a** wyróżniono rozkłady obliczone metodą analityczną. Wartości współczynników zwiększenia obciążenia zestawiono w tabl. 5, gdzie znakiem * zaznaczono wartości ekstremalne, a wartości uznane za reprezentatywne pogrubiono.



Rys. 3.9. Rozkład sił P_i i Q_j w przekładni Cyclo dla różnych modeli numerycznych koła obiegowego 1'
Fig. 3.9. Distribution of meshing forces P_i and Q_j in Cyclo gear for different models of planet wheel 1'



Rys. 3.10. Rozkład sił międzyzębnych P_i i Q_j w przekładni przy k współpracujących zębach
Fig. 3.10. Distribution of meshing forces P_i and Q_j in the gear at k co-operating teeth

Tablica 5

Współczynniki zwiększenia obciążenia w uzębieniu i mechanizmie równowodowym dla różnych cech konstrukcyjnych przekładni o przełożeniu i = 19, N = 3,7 kW, n_h = 750 min^{-1}

Rodzaj siły	Siła	Współczynnik zwiększenia obciążenia K															
		Przy *n* czynnych elementach łożyska					Dla różnych modeli współpracy			Dla różnych konstr. koła				Przy *k* współpracu-jących zębach			
		1	3	**5**	7	9	1	2	**9**	I	**II**	III	IV	**11**	7	5	3
Siły międzyzębne P_i	P_2												1,2				
	P_3															1,4	
	P_4	1,9*	1,5	**1,2**	-	-	1,1	1,1	**1,2***		**1,2**	1,4*		**1,2**	1,2		2,4*
	P_5									1,1							2,3
	P_7															1,5	
	P_8														1,3		
	P_9				1,1	1,1											
Siły Q_j	Q_2	1,8*	1,5	**1,2**	-	-	1,4*	1,2	**1,2**		**1,2**	1,3		**1,2**	1,3	1,3	1,2
	Q_3									1,3*							1,4*
	Q_4				1,1	1,1											
	Q_5												1,2				

3.7.1. Wybór reprezentatywnego, numerycznego modelu przekładni cykloidalnej z uwzględnieniem typowych cech konstrukcyjnych

Badania rozkładów obciążeń umożliwiły wybór reprezentatywnego modelu przekładni z uwzględnieniem jej konstrukcji, którym może być **numeryczny model 9, odwzorowujący odkształcalną przekładnię z kołami obiegowymi typu II, w której współpracuje 11 lub mniej zębów, obciążoną zestawem 5 nacisków Q_{ri}** w łożysku centralnym [15, 17]. Model ten zaznaczono na rys. 3.9 i 3.10 grubszymi liniami, a w tabl. 5 grubszymi cyframi.

3.8. Badanie i analiza rozkładów przemieszczeń w zazębieniu i mechanizmie równowodowym przekładni

Złożona postać kół obiegowych i nieznana konfiguracja więzów uczestniczących w przekazywaniu obciążenia powodują, iż dotychczas przyjmuje się umowny podział uzębienia i mechanizmu równowodowego na część czynną i część bierną (por. rozdz. 3.2).

MES umożliwia zweryfikowanie warunków współpracy elementów przekładni przez identyfikację rozkładu przemieszczeń w zazębieniu δ_i i mechanizmie δ_j. Dysponując rozkładami δ_i i δ_j można wskazać więzy, które uczestniczą w przekazywaniu obciążenia.

Dla zapewnienia reprezentatywnych badań stanu odkształcenia i stanu naprężenia obliczenia numeryczne przeprowadzono przy następujących założeniach:

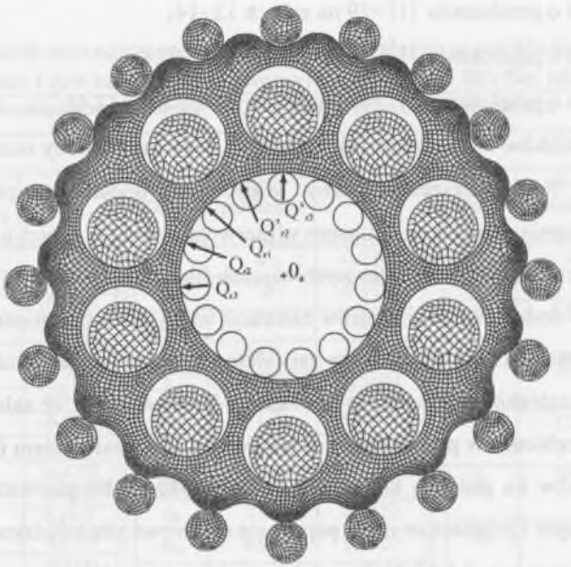
- zewnętrzne obciążenie przekładni ma postać zestawu 5 sił zbieżnych, obciążających elementy toczne w centralnym węźle łożyskowym (por. rozdz. 3.4, rys. 3.5);
- przemieszczenia δ_i i δ_j wyznaczono dla trzech przekładni o przełożeniach i=19, 35, 47; obciążonych identycznym nominalnym momentem $M_1=2M_c=880$ Nm;
- metoda obliczeń jak w rozdz. 3.5.1, z numerycznym modelem współpracy **9**, odwzorowującym odkształcalną przekładnię z kołami obiegowymi typu II, obciążonymi zestawem 5 nacisków Q_{ri} (por. wybór modelu współpracy jak w rozdz. 3.7.1);
- w przekładniach występuje nominalne zazębienie z niekorygowanym uzębieniem kół;
- numeryczne obliczenia rozkładów sił, rozkładów przemieszczeń i rozkładów naprężeń przeprowadzono za pomocą pakietu MSC Patran 8.5/Nastran 70.5 w systemie operacyjnym Windows NT 4.0.

W badaniach pierwotnie wykorzystywano model **2** jak na rys. 3.11. Następnie elementy współpracujące zastąpiono elementami prętowymi, a koło obiegowe podzielono na elementy 2D. Utworzono w ten sposób model **9** (rys. 3.12), który przyjęto za reprezentatywny po stwierdzeniu porównywalnych wartości obciążeń i naprężeń z odpowiednimi obciążeniami i naprężeniami uzyskanymi dla modelu **2**. Badania naprężeń poprzedzono szczegółową analizą przemieszczeń, która umożliwiła identyfikację czynnych więzów w miejscach współpracy (przyporu) elementów. Poszukiwanie czynnych więzów przebiegało dwustopniowo:

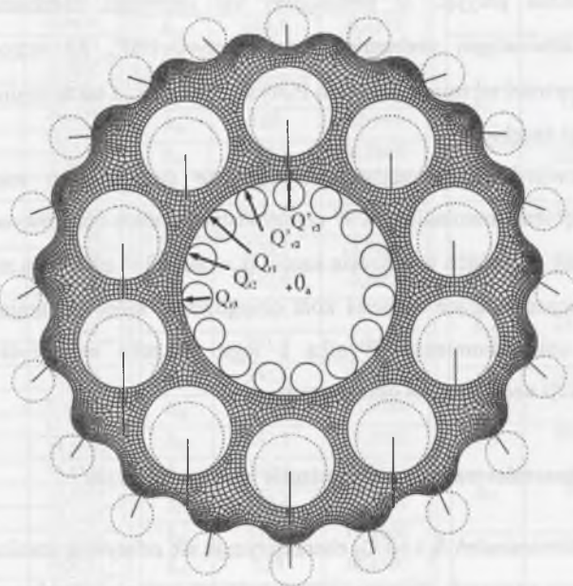
- w pierwszym kroku przyjęto konfigurację więzów, na połowie obwodu uzębienia i połowie sworzni mechanizmu równowodowego, dla których obliczono rozkłady przemieszczeń δ_i i δ_j we wszystkich potencjalnych więzach;
- w drugim kroku zmieniono pierwotną konfigurację, dodając te więzy, w których zaistniały dociski, lub usuwając te, w których wystąpiły luzy, i ponownie obliczono rozkłady obciążeń P_i i Q_j oraz rozkłady przemieszczeń.

3.8.1. Analiza rozkładów przemieszczeń w zazębieniu

Rozkłady przemieszczeń δ_i przy założonych więzach na połowie obwodu uzębienia wykazują, iż przypór powinien zaistnieć także w nieaktywnej części zazębienia bez względu na wartość przełożenia i kąt położenia wału γ (linie ciągłe i przerywane na rys. 3.13÷3.16 wg stanu jak w tabl. 6). W szczególności dodatkowy przypór powinien zaistnieć:



Rys. 3.11. Numeryczny model koła obiegowego i elementów współpracujących z podziałem na elementy skończone typu 2D-solid (model **2**)
Fig. 3.11. Numerical model of planet wheel and cooperating elements with selection in to finite elements 2D-solid (model **2**)



Rys. 3.12. Numeryczny model koła obiegowego z podziałem na elementy typu 2D-solid, współpracującego z równoważnymi elementami prętowymi (model **9**)
Fig. 3.12. Numerical model of planet wheel with selection in to elements 2D-solid, cooperating with equivalent rod elements (model **9**)

- w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ na zębach 12÷14;
- w przekładni o przełożeniu $|i|=35$ na zębach 19÷23(24);
- w przekładni o przełożeniu $|i|=47$ na zębach 25÷31 oraz 47,48.

Wartości docisków na dodatkowych zębach są duże i należałoby oczekiwać dużych sił międzyzębnych. Po zwiększeniu liczby więzów o dodatkowe przypory rozkłady przemieszczeń ulegają niewielkim zmianom w pierwotnie czynnej części uzębienia i dużemu zmniejszeniu przemieszczeń w dodatkowych więzach (linia kropkowana na rys. 3.13).

W miejscach dodatkowych przyporów zaistnieją wtedy małe siły międzyzębne (wartości w nawiasach na rys. 3.13 i 3.14), a także zaistnieje nieznaczne przewartościowanie sił P_i w czynnej części zazębienia (wartości bez nawiasów). Wynika z tego, iż **założenie o istnieniu czynnej części uzębienia w przekładni jest poprawne, pod warunkiem dodania do liczby obciążonych zębów na połowie obwodu uzębienia także zęba pierwszego i ostatniego.** Wtedy na pierwszym i jedenastym zębie pojawi się niezerowa siła międzyzębna P_i we wrębie i na wierzchołku (por. rys. 3.1 i 3.2). Rys. 3.16 przedstawia uogólnione rozkłady δ_i w funkcji kąta położenia w zazębieniu α_p. Czynna część zazębienia powinna zaistnieć w zakresie kąta $\alpha_p=0\div230°$. Jednak z uwagi na bardzo małe wartości sił międzyzębnych w przedziale $\alpha_p=180\div230°$ można przyjąć, iż potencjalny kąt czynnego zazębienia w przekładni cykloidalnej z nominalnym uzębieniem wynosi $\alpha_p=0\div180°$. Ze wzrostem przełożenia zmniejszają się wartości sił międzyzębnych P_i, rys. 3.13÷3.15, a także zmniejszają się luzy w nieaktywnej części zazębienia.

Powyższe stwierdzenie o nieistotnym wpływie dodatkowych więzów odnosi się wyłącznie do zazębienia nominalnego. W rzeczywistych kołach obiegowych przy zaistnieniu dodatnich odchyłek na zębach w zakresie kątów $\alpha_p=180\div230°$ zaistnieją niepomijalnie duże wartości sił, przeciwdziałające ruchowi koła obiegowego, które w skrajnym przypadku są przyczyną jego unieruchomienia. Wynika z tego potrzeba wprowadzenia modyfikacji zazębienia i korekcji uzębienia kół obiegowych.

3.8.2. Rozkłady przemieszczeń w mechanizmie równowodowym

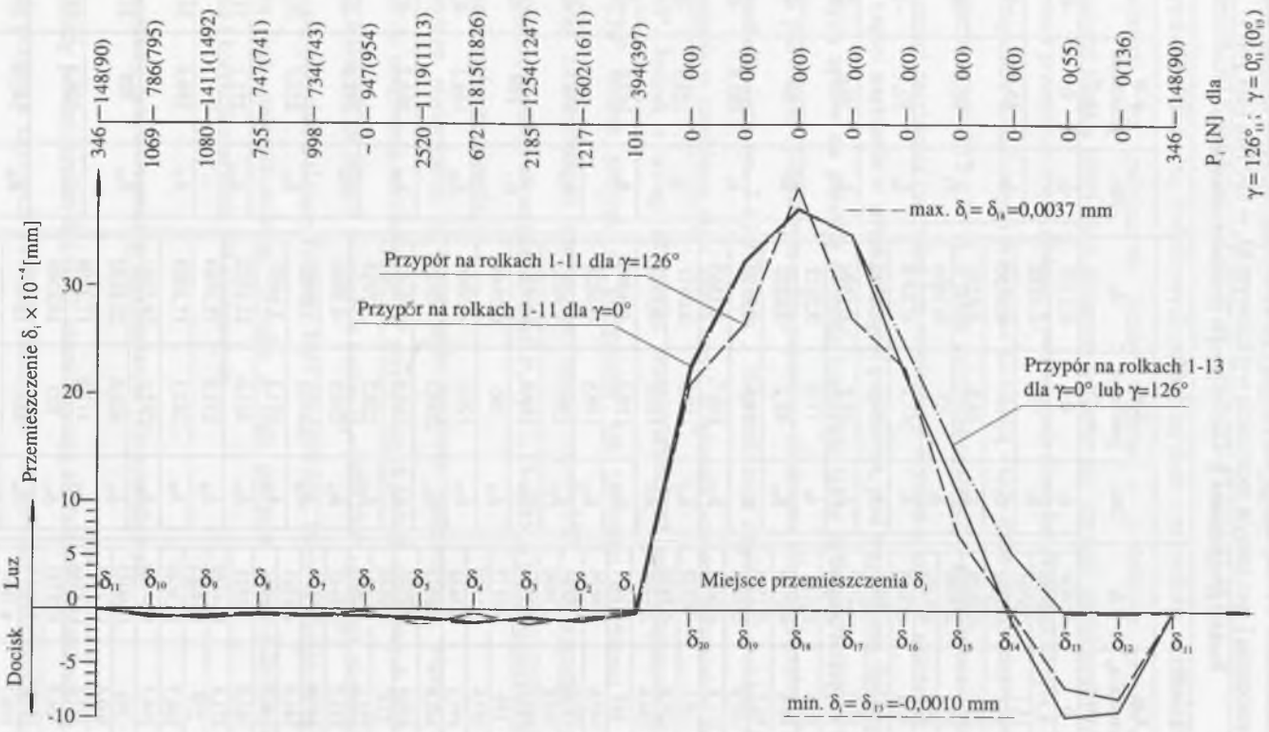
Rozkłady przemieszczeń δ_j i sił Q_j charakteryzują się relatywną stabilnością wartości w miejscach przyporu czynnych sworzni, niezależnie od wartości przełożenia, dodatkowych więzów w zazębieniu oraz kąta położenia wału γ, rys. 3.17÷3.20 wg stanu jak w tabl. 7.

Tablica 6

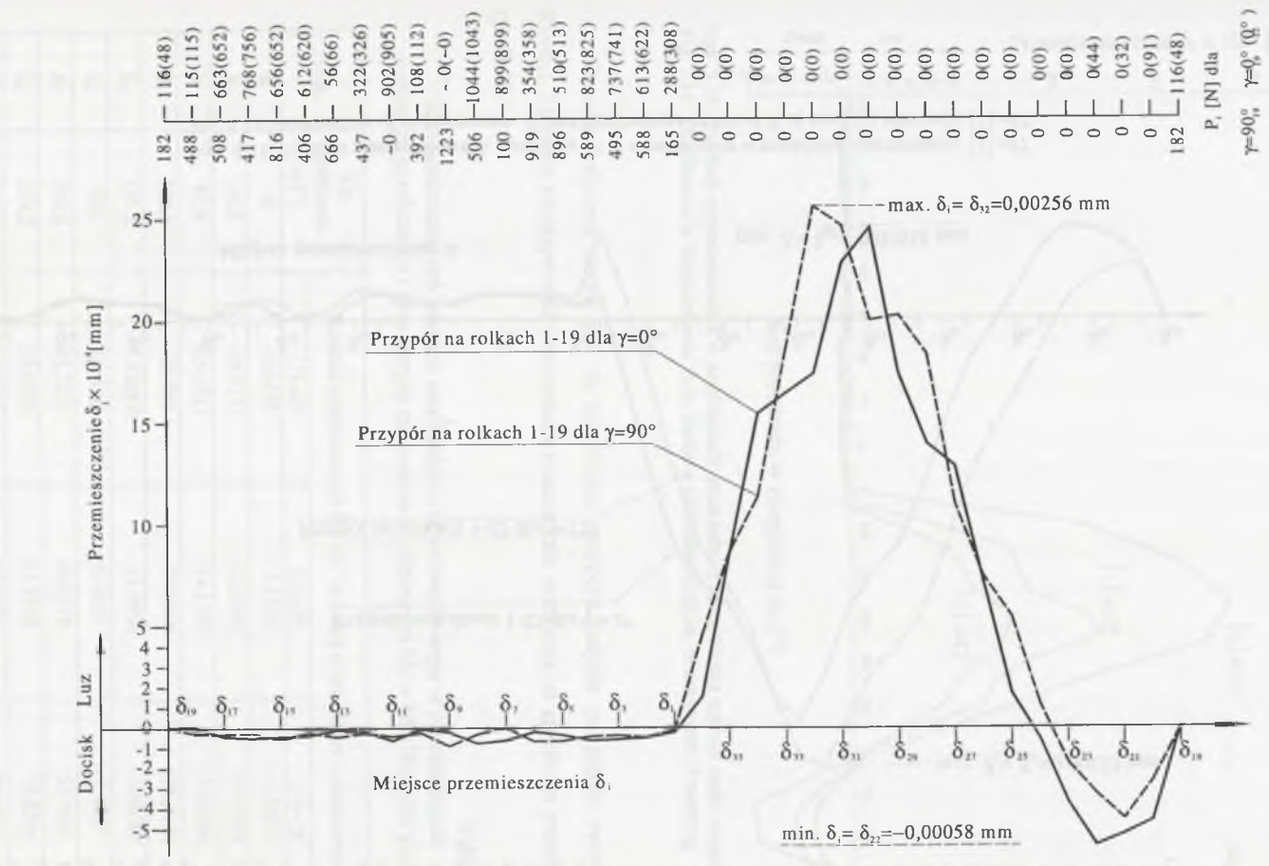
Stan przemieszczeń wewnętrznego zazębienia cykloidalnego w przekładniach o różnym przełożeniu i tym samym momencie wyjściowym $M_1 = 880$ Nm (dla $\gamma=0°$)

Rozkład przemieszczeń $\delta_j \times 10^{-4}$ w [mm] w przekładni o przełożeniu

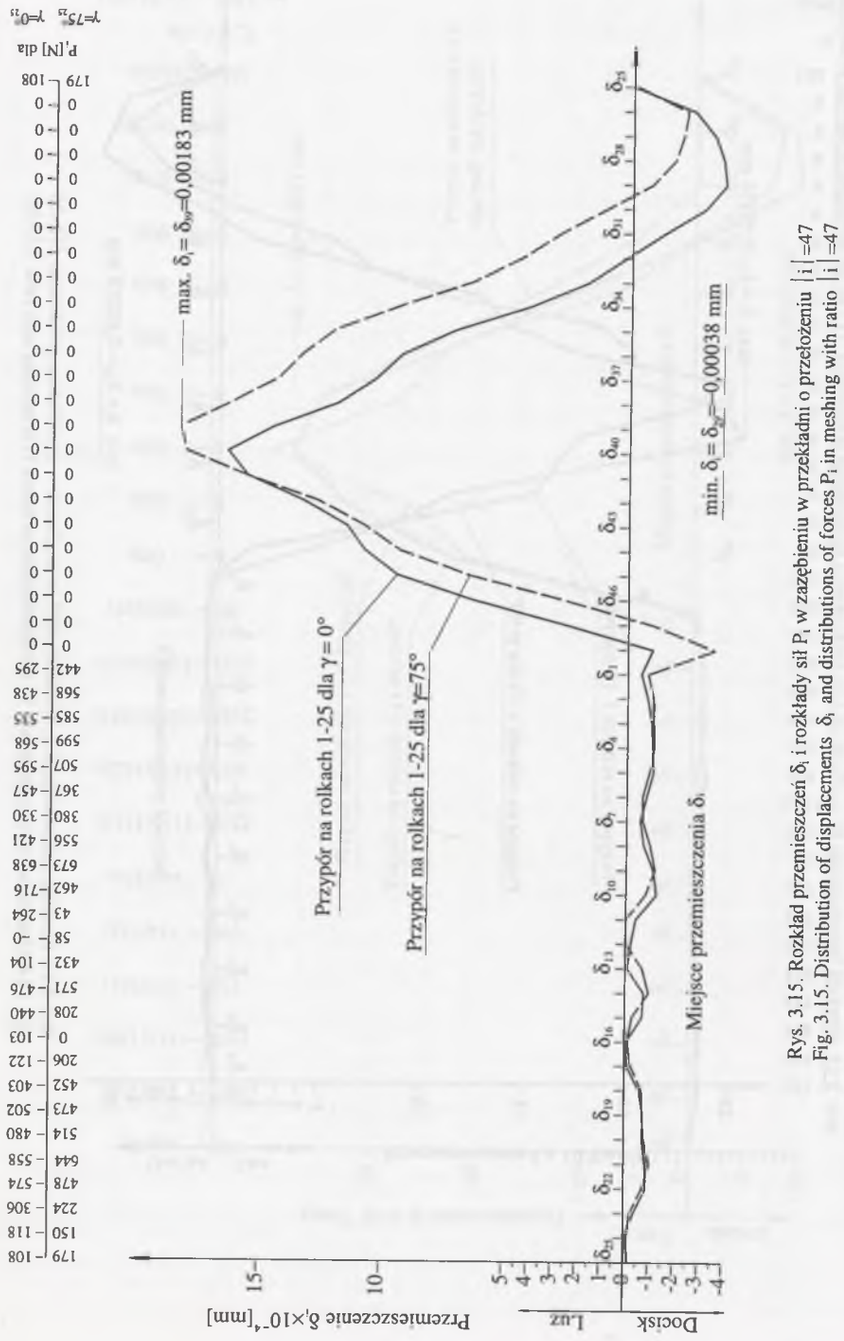
$\|i\|=47$			$\|i\|=35$			$\|i\|=19$		
Ozn.	Kąt położenia α_p [°]	δ_i	Ozn.	Kąt położenia α_p [°]	δ_i	Ozn.	Kąt położenia α_p [°]	δ_i
δ_1	0	-0,5434	δ_1	0	-0,2307	δ_1	0	-0,25
δ_2	6,3	-0,8058	δ_2	7,9	-0,4886	δ_2	16,2	-1,02
δ_3	13,1	-0,9795	δ_3	17	-0,5735	δ_3	33,8	-0,80
δ_4	20,3	-1,0294	δ_4	26,9	-0,6254	δ_4	52,1	-1,15
δ_5	27,7	-1,0679	δ_5	37	-0,3604	δ_5	70,6	-0,71
δ_6	35,2	-0,7996	δ_6	47,2	-0,2048	δ_6	89	-0,60
δ_7	42,8	-0,5478	δ_7	57,4	-0,6222	δ_7	107,4	-0,47
δ_8	50,4	-0,7003	δ_8	67,7	-0,7594	δ_8	125,7	-0,47
δ_9	58	-1,0906	δ_9	77,9	0,2122	δ_9	143,8	-0,90
δ_{10}	65,6	-1,2373	δ_{10}	88,2	0,0220	δ_{10}	161,9	-0,50
δ_{11}	73,3	-0,4024	δ_{11}	98,4	-0,6196	δ_{11}	180	-0,09
δ_{12}	80,9	0,2105	δ_{12}	108,7	-0,1665	δ_{12}	198,1	-9,2524
δ_{13}	88,6	-0,0794	δ_{13}	118,9	0,0671	δ_{13}	216,2	-9,7427
δ_{14}	96,2	-0,7595	δ_{14}	129,1	-0,3765	δ_{14}	234,4	-0,9254
δ_{15}	103,9	-0,6964	δ_{15}	139,3	-0,4061	δ_{15}	252,7	10,8721
δ_{16}	111,5	-0,0665	δ_{16}	149,5	-0,4828	δ_{16}	271,1	21,7811
δ_{17}	119,1	-0,0878	δ_{17}	159,7	-0,4073	δ_{17}	289,6	34,7583
δ_{18}	126,8	-0,5976	δ_{18}	169,8	0,0450	δ_{18}	308	37,2077
δ_{19}	134,4	-0,7753	δ_{19}	180	0,0544	δ_{19}	326,3	32,3806
δ_{20}	142	-0,7311	δ_{20}	190,2	-4,5866	δ_{20}	343,9	22,6692
δ_{21}	149,6	-0,8676	δ_{21}	200,3	-5,2533			
δ_{22}	157,2	-0,8981	δ_{22}	210,5	-5,8167			
δ_{23}	164,8	-0,3960	δ_{23}	220,7	-3,7083			
δ_{24}	172,4	-0,0396	δ_{24}	230,9	-0,5909			
δ_{25}	180	-0,0178	δ_{25}	241,1	1,6702			
δ_{26}	187,6	-2,5170	δ_{26}	251,3	7,1437			
δ_{27}	195,2	-3,3438	δ_{27}	261,6	12,8332			
δ_{28}	202,8	-3,6932	δ_{28}	271,8	13,9384			
δ_{29}	210,4	-3,7985	δ_{29}	282,1	17,3903			
δ_{30}	218	-2,9546	δ_{30}	292,3	24,5341			
δ_{31}	225,6	-1,2804	δ_{31}	302,6	22,8192			
δ_{32}	233,2	0,2442	δ_{32}	312,8	17,3908			
δ_{33}	240,9	1,7586	δ_{33}	323	16,4309			
δ_{34}	248,5	4,1223	δ_{34}	333,1	15,4197			
δ_{35}	256,1	7,1976	δ_{35}	343	8,6496			
δ_{36}	263,8	9,3525	δ_{36}	352,1	1,5035			
δ_{37}	271,4	10,4180						
δ_{38}	279	11,9264						
δ_{39}	286,7	14,5646						
δ_{40}	294,3	16,4158						
δ_{41}	302	15,6025						
δ_{42}	309,6	13,3427						
δ_{43}	317,2	11,5396						
δ_{44}	324,8	10,8231						
δ_{45}	332,3	9,4884						
δ_{46}	339,7	6,3867						
δ_{47}	346,9	2,5393						
δ_{48}	353,7	-0,9975						



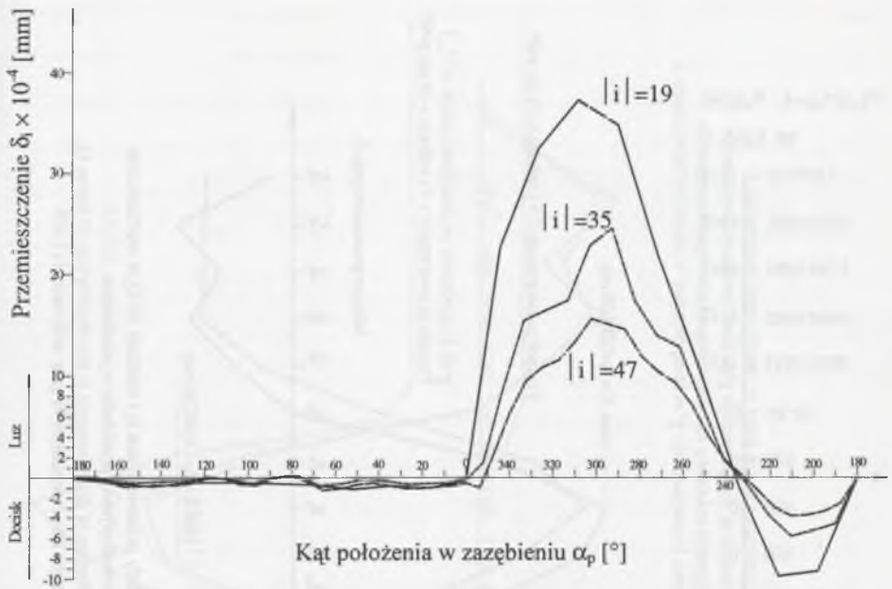
Rys. 3.13. Rozkłady przemieszczeń δ_i i rozkłady sił P_i w zazębieniu w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ dla różnych przypadków współpracy elementów
Fig. 3.13. Distribution of displacements δ_i and distributions of forces P_i in meshing with ratio $|i|=19$ for different casses of cooperation of elements



Rys. 3.14. Rozkłady przemieszczeń δ_i i rozkłady sił P_i w zazębieniu w przekładni o przełożeniu $|i|=35$
Fig. 3.14. Distribution of displacements δ_i and distributions of forces P_i in meshing with ratio $|i|=35$



Rys. 3.15. Rozkład przemieszczeń δ_i i rozkłady sił P_i w zazębieniu w przekładni o przełożeniu $|i|=47$
Fig. 3.15. Distribution of displacements δ_i and distributions of forces P_i in meshing with ratio $|i|=47$



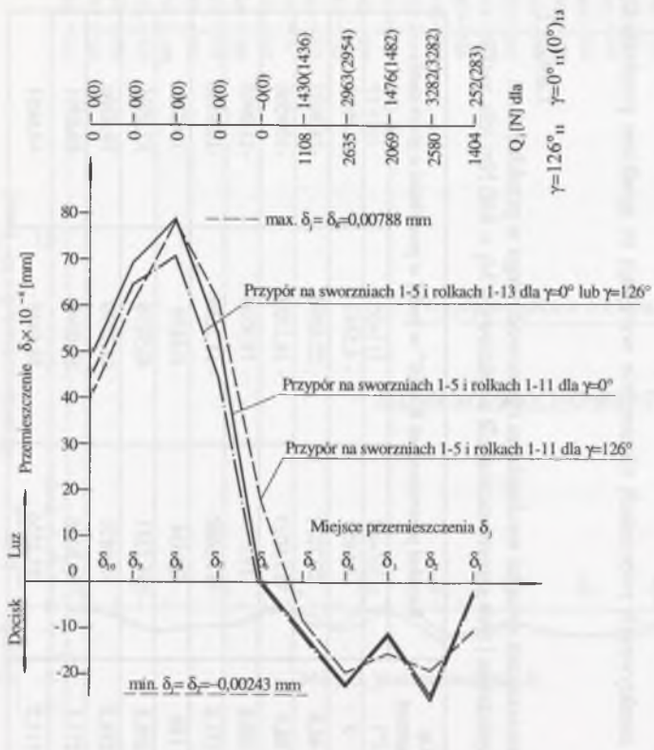
Rys. 3.16. Rozkłady przemieszczeń δ_i w zazębieniach przekładni z identyfikacją czynnej części uzębienia
Fig. 3.16. Distribution of displacements δ_i in meshing with identification of active part of toothing

Charakterystyczną cechą jest tu zaistnienie przyporu jedynie na pięciu sworzniach ($\delta_1 \div \delta_5$). Luzy na nieaktywnych sworzniach nieznacznie wzrastają ze spadkiem przełożenia, rys. 3.20.

Tablica 7

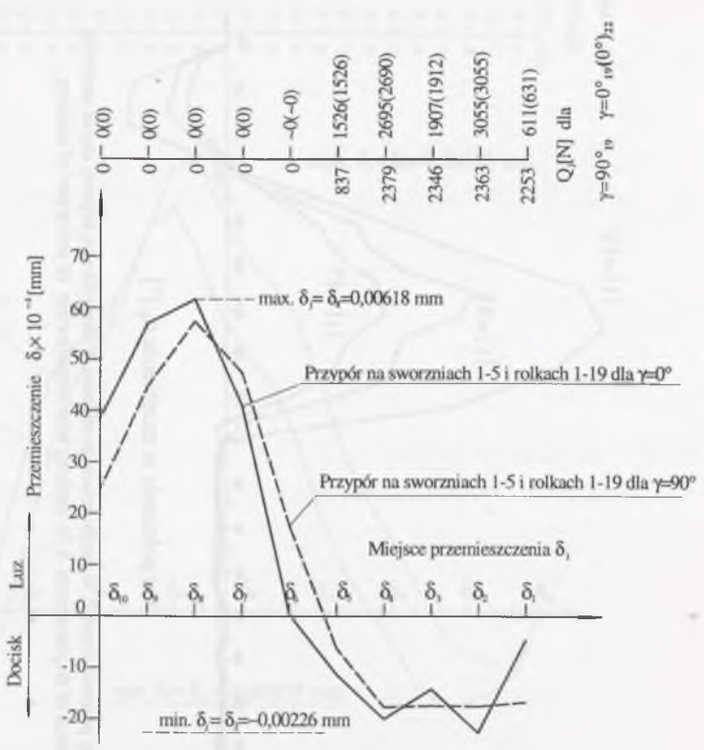
Stan przemieszczeń sworzni mechanizmu równowodowego w przekładniach o różnym przełożeniu i tym samym momencie wyjściowym M_1 = 880 Nm (dla $\gamma=0^o$)

Ozn.	Kąt położenia α_j [°]	Rozkład przemieszczeń $\delta_j \times 10^{-4}$ w [mm] w przekładni o przełożeniu		
		$\|i\|=47$	$\|i\|=35$	$\|i\|=19$
δ_1	0	-4,6459	- 4,5162	-1,8664
δ_2	46,8	-20,7272	- 22,6398	-24,3692
δ_3	86,9	-15,1013	- 14,1353	-10,9596
δ_4	120,8	-19,777	- 19,9769	-21,9965
δ_5	151,2	-11,6000	- 11,2658	-10,6186
δ_6	180	0,5424	0,4859	0,4825
δ_7	208,8	38,2231	40,9278	53,6991
δ_8	239,2	58,9820	61,7730	78,8266
δ_9	273,1	55,9136	57,0747	69,9301
δ_{10}	313,2	35,2556	38,4448	48,6051



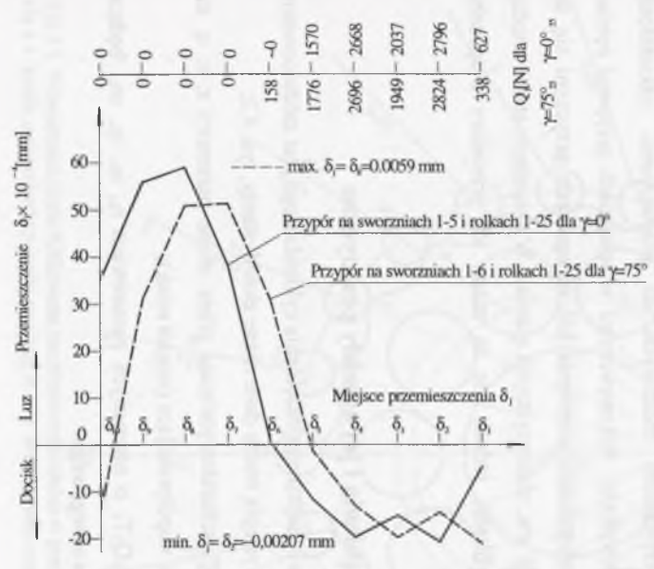
Rys. 3.17. Rozkład przemieszczeń δ_j i rozkłady sił Q_j w mechanizmie równowodowym w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ dla różnych przypadków współpracy elementów

Fig. 3.17. Distribution of displacements δ_j and distribution of forces Q_j in straight line mechanism in gear with ratio $|i|=19$ for different cases of cooperation of elements



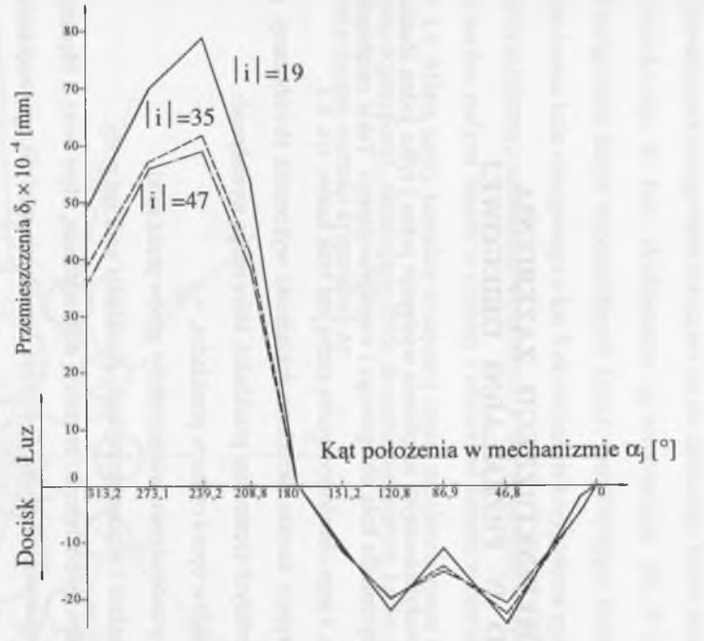
Rys. 3.18. Rozkłady przemieszczeń δ_j i rozkłady sił Q_j w mechanizmie równowodowym w przekładni o przełożeniu $|i|=35$

Fig. 3.18. Distribution of displacements δ_j and distribution of forces Q_j in straight line mechanism in gear with ratio $|i|=35$



Rys. 3.19. Rozkład przemieszczeń δ_j i rozkład sił Q_j w mechanizmie równowodowym w przekładni o przełożeniu $|i|=47$

Fig. 3.19. Distribution of displacements δ_j and distribution of forces Q_j in straight line mechanism in gear with ratio $|i|=47$



Rys. 3.20. Rozkłady przemieszczeń δ_j w przekładniach o rosnącym przełożeniu z identyfikacją czynnych sworzni mechanizmu równowodowego

Fig. 3.20. Distribution of displacements δ_j in gears increasing ratio with identification of active bolts of straight line mechanism

4. MODYFIKACJA WEWNĘTRZNEGO ZAZĘBIENIA CYKLOIDALNEGO W PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ

Teoretycznie przy niemodyfikowanym zazębieniu występuje jedna i tylko jedna idealna ekwidystanta. Jest ona identyczna dla koła obiegowego i współpracującego. Takie zazębienie można nazwać nominalnym, a jego charakterystyczną cechą jest brak luzów, rys. 4.1.

W rzeczywistości występuje zawsze określona dokładność wykonania ekwidystanty, a także błędy wykonania pozostałych elementów przekładni, które mogą wywoływać:

- okresowy wzrost momentów oporu ruchu w przekładni,
- nieciągłość ruchu przy przechodzeniu wierzchołków zębów przez rolki,
- podwyższony poziom hałasu i wzrost temperatury przekładni podczas pracy.

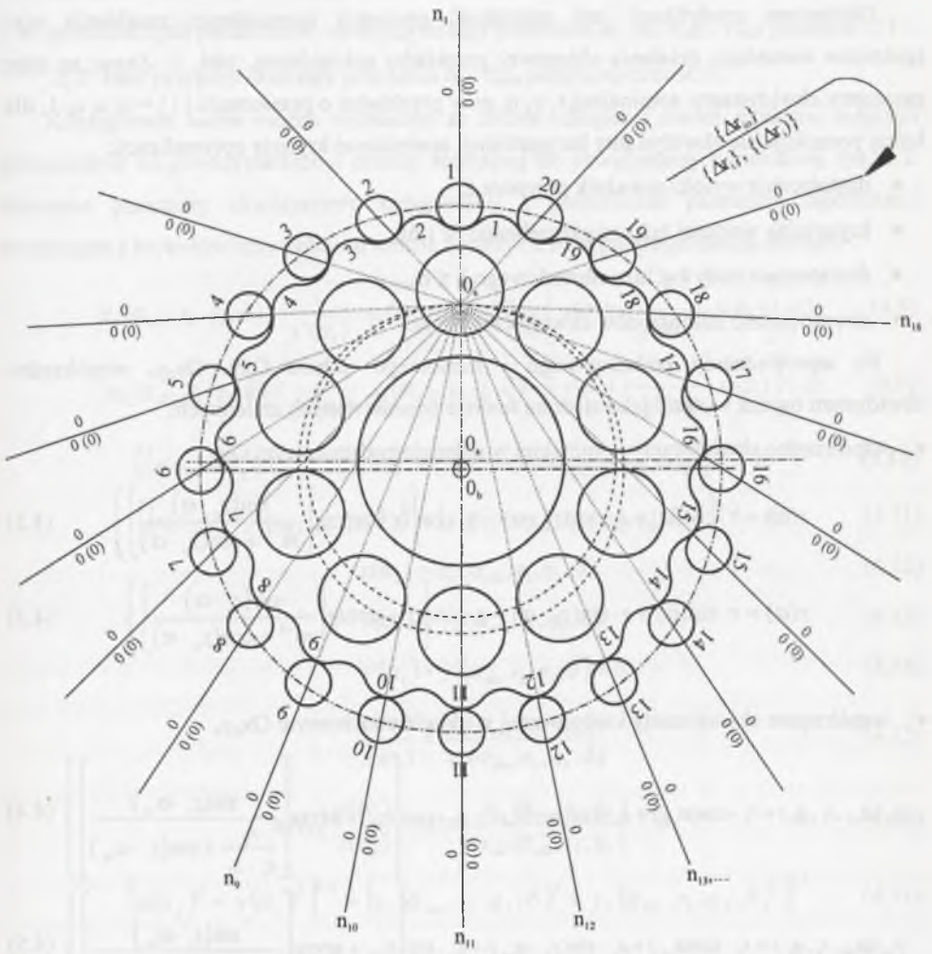
W elementach przekładni po obciążeniu zaistnieją odkształcenia, które wraz z błędami wykonania potęgują nierównomierność ruchu. Celowość stosowania modyfikacji zazębienia wynika z konieczności określenia konfiguracji niepomijalnych luzów międzyzębnych w obciążonej przekładni z wykorzystaniem możliwych do przewidzenia odkształceń, skojarzonych z rzeczywistymi odchyłkami wykonawczymi w miejscach przyporu zębów. Wprowadzenie modyfikacji i skorygowanie uzębienia kół obiegowych przyczyni się do zmniejszenia wpływu lub eliminacji ww. niekorzystnych zjawisk. W aktualnym stanie wiedzy można znaleźć propozycje modyfikacji, jednak nie są znane ich procedury i sposoby wykorzystania [4-6, 44, 71].

4.1. Zasada modyfikacji zazębienia i jej aspekty praktyczne

Podstawą (ideą) modyfikacji wewnętrznego zazębienia cykloidalnego jest zróżnicowanie ekwidystant [14, 16, 21, 23, 39]. Wystąpią wtedy dwie różne ekwidystanty, rys. 4.2:

- **ekwidystanta nominalna** SQT, scharakteryzowana przez znane parametry r, e, q, m, reprezentująca nieruchome koło współpracujące (zespół rolek);
- **ekwidystanta korygowana** $S_1Q_1T_1$ o nieznanych parametrach r_k, e_k, q_k, m_k, będąca poszukiwanym uzębieniem koła obiegowego.

Ekwidystanta korygowana przyczyni się do zaistnienia luzów międzyzębnych $\{\Delta r_i\}$ oraz luzu obwodowego δ. Gdy ekwidystanty są współosiowe dla $\delta = 0$, to zaistnieje wstępna konfiguracja luzów międzyzębnych $\{\Delta r_{io}\}$, umożliwiająca montaż przekładni, rys. 4.5. Po obróceniu koła obiegowego o kąt δ ekwidystanta korygowana zgodnie z geometrią zazębienia będzie styczna z nominalną w punkcie S, a luzy międzyzębne utworzą inną konfigurację $\{\Delta r_i\}$, z bardzo małymi luzami w czynnej i większymi luzami w biernej części zazębienia, rys. 4.2 i 4.5. Miarą strefy kontaktu w czynnej części zazębienia może być wskaźnik przyporu (lub pseudoprzyporu), określający zbiór dostatecznie małych luzów międzyzębnych, mniejszych od przyjętej wartości kryterialnej Δr:



Rys.4.1. Wewnętrzne niemodyfikowane zazębienie cykloidalne w przekładni z nominalną konfiguracją luzów
Fig.4.1. Inside unmodified cycloidal meshing in gear with nominal configuration of clearences between teeth

$$\varepsilon = \frac{|\alpha_2 - \alpha_1|}{\alpha_{pc}} \cong \frac{|\alpha_{2p} - \alpha_{1p}|}{\alpha_{pc}} \tag{4.1}$$

gdzie: α_1, α_2 – kąty tworzące ekwidystantę, w punktach 1 i 2 na łuku przyporu, rys. 4.2;

α_{1p}, α_{2p} – kąty położenia skrajnych punktów łuku przyporu 1 i 2.

Zadaniem modyfikacji jest zatem modelowanie luzów międzyzębnych za pomocą korygowania ekwidystant (uzębień kół).

4.2. Matematyczny model modyfikacji zazębienia i korekcja uzębienia kół

Założeniem modyfikacji jest znajomość geometrii nominalnego zazębienia oraz spełnienie warunków działania obiegowej przekładni cykloidalnej, tabl. 1. Znane są więc parametry ekwidystanty nominalnej r, e, q, m w przekładni o przełożeniu $|i| = z_s = z_k - 1$, dla której poszukuje się ekwidystanty korygowanej, spełniającej kryteria optymalizacji:

- dostatecznie wysoki wskaźnik przyporu ε,
- kryterialne wartości luzu międzyzębnego Δr i Δr_o,
- dostatecznie mały kąt luzu obwodowego $\delta \le \delta_{min}$,
- równowartość mimośrodów ekwidystant $e = e_k$.

Po wprowadzeniu podstawowego i ruchomego układu Oxy, Ox_oy_o współrzędne ekwidystant można wyrazić jako złożone funkcje poszukiwanych zmiennych:

- współrzędne ekwidystanty nominalnej w układzie podstawowym Oxy

$$x(\alpha) = r \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos(z_k \cdot \alpha) - q \cdot \cos\left\{\alpha + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_s \cdot \alpha)}{m^{-1} + \cos(z_s \cdot \alpha)}\right]\right\} \tag{4.2}$$

$$y(\alpha) = r \cdot \sin(\alpha) + e \cdot \sin(z_k \cdot \alpha) - q \cdot \sin\left\{\alpha + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_s \cdot \alpha)}{m^{-1} + \cos(z_s \cdot \alpha)}\right]\right\} \tag{4.3}$$

- współrzędne ekwidystanty korygowanej w układzie ruchomym Ox_oy_o

$$x_{ok}(\alpha_{ok}, r_k, q_k) = r_k \cdot \cos(\alpha_{ok}) + e_k \cdot \cos(z_k \cdot \alpha_{ok}) - q_k \cdot \cos\left\{\alpha_{ok} + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_s \cdot \alpha_{ok})}{\frac{r_k}{e_k \cdot z_k} + \cos(z_s \cdot \alpha_{ok})}\right]\right\} \tag{4.4}$$

$$y_{ok}(\alpha_{ok}, r_k, q_k) = r_k \cdot \sin(\alpha_{ok}) + e_k \cdot \sin(z_k \cdot \alpha_{ok}) - q_k \cdot \sin\left\{\alpha_{ok} + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_s \cdot \alpha_{ok})}{\frac{r_k}{e_k \cdot z_k} + \cos(z_s \cdot \alpha_{ok})}\right]\right\} \tag{4.5}$$

- współrzędne ekwidystanty korygowanej w układzie podstawowym Oxy

$$x_k(\alpha_{ok}, r_k, q_k, \delta) = x_{ok}(\alpha_{ok}, r_k, q_k) \cdot \cos(\delta) - y_{ok}(\alpha_{ok}, r_k, q_k) \cdot \sin(\delta) \tag{4.6}$$

$$y_k(\alpha_{ok}, r_k, q_k, \delta) = x_{ok}(\alpha_{ok}, r_k, q_k) \cdot \sin(\delta) + y_{ok}(\alpha_{ok}, r_k, q_k) \cdot \cos(\delta) \tag{4.7}$$

gdzie: r_k, q_k, m_k, δ – poszukiwane parametry ekwidystanty korygowanej,

α_1, α_{ok1}, α_2, α_{ok2}, α_s, α_{oks} – poszukiwane pomocnicze parametry.

Modyfikacja zazębienia wymaga zatem poszukiwania wartości 9 zmiennych:

- parametrów ekwidystanty korygowanej r_k, q_k, dla których $m_k = e\, z_k\, r_k^{-1}$;
- kąta obrotu δ (kompensującego luz obwodowy),
- pomocniczych parametrów, opisujących kąty położenia α_1, α_2, α_{ok1} i α_{ok2} punktów 1, 1', 2, 2' łuku przyporu oraz kąty położenia α_s i α_{oks} punktu styczności S.

Konfiguracje luzów można wyznaczyć ze zbioru odległości dwóch punktów, leżących jednocześnie na ekwidystantach i prostej normalnej do ekwidystanty nominalnej, rys. 4.2. Nieznane parametry ekwidystanty korygowanej i pomocnicze parametry modyfikacji wynikające z kryteriów optymalizacji można obliczyć z następującego układu równań:

$$y_k(\alpha_{ok1}, r_k, q_k, \delta) + \frac{1}{y'(\alpha_1)} \cdot x_k(\alpha_{ok1}, r_k, q_k, \delta) - \left[y(\alpha_1) + \frac{1}{y'(\alpha_1)} \cdot x(\alpha_1)\right] = 0 \tag{4.8}$$

$$y_k(\alpha_{ok2}, r_k, q_k, \delta) + \frac{1}{y'(\alpha_2)} \cdot x_k(\alpha_{ok2}, r_k, q_k, \delta) - \left[y(\alpha_2) + \frac{1}{y'(\alpha_2)} \cdot x(\alpha_2)\right] = 0 \tag{4.9}$$

$$\left\{\left[x(\alpha_1) - x_k(\alpha_{ok1}, r_k, q_k, \delta)\right]^2 + \left[y(\alpha_1) - y_k(\alpha_{ok1}, r_k, q_k, \delta)\right]^2\right\}^{0,5} = \Delta r \tag{4.10}$$

$$\left\{\left[x(\alpha_2) - x_k(\alpha_{ok2}, r_k, q_k, \delta)\right]^2 + \left[y(\alpha_2) - y_k(\alpha_{ok2}, r_k, q_k, \delta)\right]^2\right\}^{0,5} = \Delta r \tag{4.11}$$

$$x(\alpha_s) = x_k(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta) \tag{4.12}$$

$$y(\alpha_s) = y_k(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta) \tag{4.13}$$

$$y'(\alpha_s) - y'(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta) = 0 \tag{4.14}$$

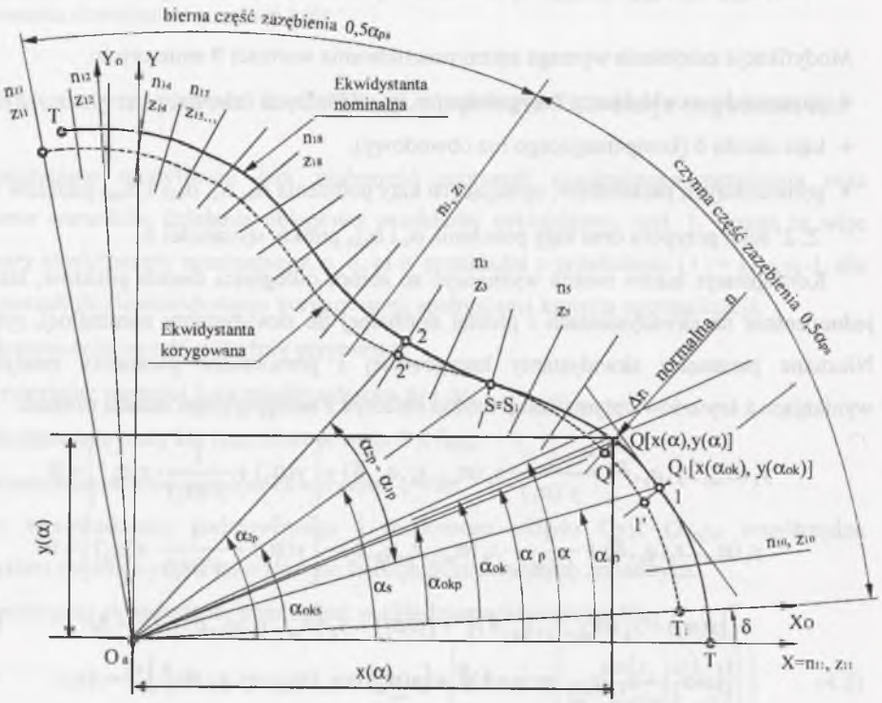
$$\frac{y(\alpha_s)}{x(\alpha_s)} = \frac{y_k(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta)}{x_k(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta)} \tag{4.15}$$

$$\operatorname{arctg}\frac{y(\alpha_s)}{x(\alpha_s)} - \operatorname{arctg}\frac{y_{ok}(\alpha_{oks}, r_k, q_k)}{x_{ok}(\alpha_{oks}, r_k, q_k)} = \delta \tag{4.16}$$

$$\left[x(\alpha_s)^2 + y(\alpha_s)^2\right]^{0,5} = \left[x_k(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta)^2 + y_k(\alpha_{oks}, r_k, q_k, \delta)^2\right]^{0,5} \tag{4.17}$$

$$\left[\frac{\sqrt{1+m^2}-1}{1-\sqrt{1-m^2}}\cdot(q_k-q)+\frac{e\cdot z_k}{m}\right]=r_k \tag{4.18}$$

$$\frac{|\alpha_2-\alpha_1|}{\alpha_{pc}}=\varepsilon \tag{4.19}$$



Rys.4.2. Odległości ekwidystant $\{\Delta r_i\}$ i łuk przyporu $|\alpha_{2p}-\alpha_{1p}|$ po obrocie koła obiegowego o kąt $\delta>0$
Fig.4.2. Distances of equidistant and contact arc $|\alpha_{2p}-\alpha_{1p}|$ after revolution of planet wheel with angle $\delta>0$

Równania (4.8) i (4.9) to równania prostych normalnych, przechodzących przez punkty 1, 1' , 2 i 2', a równania (4.10) i (4.11) przedstawiają odległości ekwidystant między tymi punktami. Równania (4.12) ÷ (4.17) opisują warunki styczności ekwidystant w układzie podstawowym Oxy. W szczególności równania (4.12),(4.13) i (4.14) przedstawiają warunki konieczne dla zaistnienia styczności ekwidystant, a pozostałe równania (4.15), (4.16) i (4.17) mogą być nadmiarowe. Równanie (4.18) wynika z zawierania się ekwidystanty korygowanej w nominalnej, a związek (4.19) wiąże poszukiwane kąty α_1 i α_2 ze wskaźnikiem przyporu ε.

Numeryczny obszar rozwiązań układu równań (4.8) ÷ (4.19) należy ograniczyć do tych rozwiązań, które dodatkowo spełniają układ nierówności, rys. 4.2:

$$q_k>q \qquad r_k>r \qquad \delta>0 \tag{4.20}$$

$$\alpha_1<\alpha_s<\alpha_2 \quad \text{oraz} \quad \alpha_{ok1}<\alpha_{oks}<\alpha_{ok2} \tag{4.21}$$

$$\left[x^2(\alpha_1)+y^2(\alpha_1)\right]^{0.5}>\left[x_k^2(\alpha_{ok1},r_k,q_k,\delta)+y_k^2(\alpha_{ok1},r_k,q_k,\delta)\right]^{0.5} \tag{4.22}$$

$$\left[x^2(\alpha_2)+y^2(\alpha_2)\right]^{0.5}>\left[x_k^2(\alpha_{ok2},r_k,q_k,\delta)+y_k^2(\alpha_{ok2},r_k,q_k,\delta)\right]^{0.5} \tag{4.23}$$

Układ równań i nierówności (4.8) ÷ (4.23) rozwiązano iteracyjną metodą Levenberga-Marquardta, która stanowi odmianę metody gradientu [3, 89, 97]. Utworzono algorytm obliczeń i opracowano program MOD 1 w systemie MathCAD 2000, a wektor błędu ustalono na poziomie 10^{-13}. W wyniku rozwiązania układu równań (4.8) ÷ (4.19) przy warunkach (4.20) ÷ (4.23) dla przyjętej wartości ε_j otrzymamy 9 poszukiwanych wartości, które mogą być składowymi wektora modyfikacji zazębienia:

$$\mathbf{z}_j(\varepsilon_j)=\begin{bmatrix}z_{1j}\\z_{2j}\\z_{3j}\\\vdots\\z_{9j}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\alpha_1)_j\\(\alpha_{ok1})_j\\(\alpha_2)_j\\\vdots\\\delta\end{bmatrix} \qquad \text{dla j = 1, 2,....., n.} \tag{4.24}$$

Dla *n* kryterialnych wartości wektora wskaźnika przyporu:

$$\varepsilon = [0{,}24;\ 0{,}27;\ 0{,}30;\ 0{,}33;\ 0{,}36;\ 0{,}39;\ 0{,}42;\ 0{,}45]$$

otrzymamy macierz modyfikacji (macierz możliwych rozwiązań):

$$\mathbf{A}=[\mathbf{z}_1(\varepsilon_1),\ \mathbf{z}_2(\varepsilon_2),\ldots\ldots,\ \mathbf{z}_n(\varepsilon_n)] \tag{4.25}$$

Macierz **A** zawiera elementy a_{ij}, które w kolumnach przedstawiają składowe wektorów modyfikacji dla *n* kryterialnych wartości wskaźnika przyporu, a w wierszach obrazują wartości poszczególnych parametrów korekcji uzębienia. Trzy ostatnie wiersze macierzy zawierają parametry ekwidystanty korygowanej, a ostatni wiersz obliczony na ich podstawie współczynnik skrócenia m. Dla przykładu, tabl. 8 przedstawia macierz **A** dla następujących nominalnych parametrów przekładni, jak na rys. 1.3:

r = 96 mm; e = 3 mm; q = 8,5 mm; $z_k = z_s + 1 = 20$; m = 0,625; $\alpha_{pc} = 18{,}947368°$,

przy kryteriach optymalizacji:

$$\Delta r = 0{,}01 \text{ mm}; \quad \min\Delta r_o = 0{,}03 \text{ mm}.$$

Na podstawie przyjętej kryterialnej wartości luzu $\delta = \delta_{min}$ można wybrać odpowiednią kolumnę w macierzy **A** i obliczyć luzy miedzyzębne $\{\Delta r_{io}\}$ dla $\delta=0$ oraz luzy $\{\Delta r_i\}$ po skompensowaniu luzu obwodowego i obrocie koła obiegowego lub mimośrodu o kąt $0 < \delta \le \delta_{min}$. Do obliczania luzów $\{\Delta r_{io}\}$ i $\{\Delta r_i\}$ można wykorzystać jedną z metod przedstawionych

w pracy [23]. Następnie obliczone luzy współosiowe $\{\Delta r_{io}\}$ oraz luzy zaistniałe po obróceniu koła obiegowego z ekwidystantą korygowaną wokół punktu O_a $\{\Delta r_i\}$ lub wokół punktu O_b ($\{\Delta r_i\}$), tabl.9. – można przedstawić w postaci odpowiednich konfiguracji w funkcji kąta α_i lub α_{pi}, rys. 4.3 i 4.4. Konfiguracje luzów po obrocie koła o kąt δ mają szereg nieskończenie małych wartości, które praktycznie można uznać za punkt styku, rys. 4.4. Geometria zazębienia umożliwia dyslokację obliczonych luzów bezpośrednio w miejscach potencjalnego przyporu lub jego braku, rys. 4.5, którą można wykorzystywać w badaniach stanu obciążenia lub stanu odkształcenia elementów przekładni cykloidalnej.

Konfiguracje luzów mogą być także podstawą wyboru optymalnych parametrów modyfikacji i właściwej korekcji uzębienia kół obiegowych. Dla przykładu, składowe optymalnego wektora modyfikacji $z_j(\varepsilon_j)$ dla ww. kryteriów: $\Delta r = 0{,}01$ mm, min $\Delta r_o = 0{,}03$ mm i $\delta_{min} = 0{,}03°$ zaistnieją przy $\varepsilon_8 = 0{,}45$; rys. 4.5, a odpowiadające im parametry ekwidystant korygowanych r_k, q_k, m_k i δ, zalecane dla wykonania kół i zmontowania przekładni, znajdują się w 4 ostatnich wierszach w ósmej kolumnie w tabl. 8.

Konfiguracje luzów $\{\Delta r_{io}\}$i$\{\Delta r_i\}$ zgromadzone w tabl. 9 i umieszczone na rys. 4.3÷4.5 zostały dodatkowo zweryfikowane za pomocą programu graficznego AutoCAD 2000.

Tablica 8

Macierz rozwiązań dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu | i | = 19
EN: r=96 mm, e=3 mm, q=8,5 mm, m=0,625; α_{pc}=18,95°.
Parametry optymalizacji: Δr=0,01 mm; min Δr_o=0,03 mm

Wskaźnik przyporu ε_j							
ε_1=0,24	ε_2=0,27	ε_3=0,30	ε_4=0,33	ε_5=0,36	ε_6=0,39	ε_7=0,42	ε_8=0,45
Liczba zębów w przyporze							
4 (5)	5	5 (6)	6	6 (7)	7	8	8 (9)

A =	3,919643	3,484203	3,044094	2,598228	2,147577	1,692691	1,234555	0,774210	α_1 [°]
	3,783628	3,391341	2,974621	2,544749	2,104391	1,657213	1,204858	0,748404	α_{ok1} [°]
	8,467011	8,599992	8,728305	8,850859	8,968629	9,082165	9,192550	9,300526	α_2 [°]
	8,416554	8,567535	8,705395	8,834097	8,955678	9,071909	9,184118	9,293456	α_{ok2} [°]
	5,842463	5,659194	5,928649	5,898093	6,329706	6,299692	5,382737	6,184599	α_s [°]
	5,850020	5,658225	5,933204	5,900872	6,334117	6,302904	5,380887	6,186348	α_{oks} [°]
	96,78121	96,44742	96,28635	96,19335	96,13864	96,10282	96,07875	96,06247	r_k [mm]
	9,456107	9,047590	8,850465	8,736635	8,669677	8,625841	8,596389	8,576465	q_k [mm]
	0,345288	0,197962	0,126963	0,085755	0,061649	0,045725	0,034897	0,027774	δ [°]
	0,619955	0,622101	0,623141	0,623744	0,624099	0,624331	0,624488	0,624594	m [-]

Parametry modyfikacji i korekcji zazębienia

Dodatek B zawiera przykłady modyfikacji i parametry korekcji uzębień dla wybranych przekładni o przełożeniach i = 19, 35, 47 i 71.

4.2.1. Uwagi dotyczące numerycznego poszukiwania macierzy modyfikacji (możliwych rozwiązań)

Układ równań i nierówności (4.8)÷(4.23) można rozwiązać metodą numeryczną pod warunkiem określenia wartości początkowych, zgodnych z zaprezentowaną procedurą korekcji zazębienia. Wartości początkowe q_k, r_k mogą być równe lub nieznacznie większe od znanych parametrów ekwidystanty nominalnej q i r.

Kąty α_1 i α_{ok1} należy przyjmować większe od 0 o wartości ok. 1°, w przybliżeniu równe sobie lub różniące się między sobą o ok. 0,1°. Analogicznie przyjmujemy wartości kątów α_2 i α_{ok2}, z tą różnicą iż ich wartości początkowe przewidujemy mniejsze od połowy podziałki α_{pc}, np. mniejsze o ok. 1°. Natomiast kąty α_s i α_{oks} podobnie jak wyżej muszą być większe od 0 i różnić się między sobą o ok. 0,1° oraz powinny przyjmować wartości początkowe w pobliżu połowy wartości kątów α_2 i α_{ok2}. Wartości początkowe kąta δ można przyjmować z zakresu od 0,01° do 0,5°. Przyczyną braku rozwiązań pomimo przyjęcia ww. wartości początkowych mogą być:

1. Uwikłanie rozwiązania w lokalnym ekstremum tzn. w punkcie, w którym dalsze zmniejszanie wektora błędu jest niemożliwe.
2. Uwikłanie rozwiązania w punkcie nie będącym lokalnym minimum, lecz takim, z którego nie można określić kierunku dalszych poszukiwań.
3. Ustalenie zbyt małych wartości tolerancji dla obliczeń numerycznych (zmienna TOL).

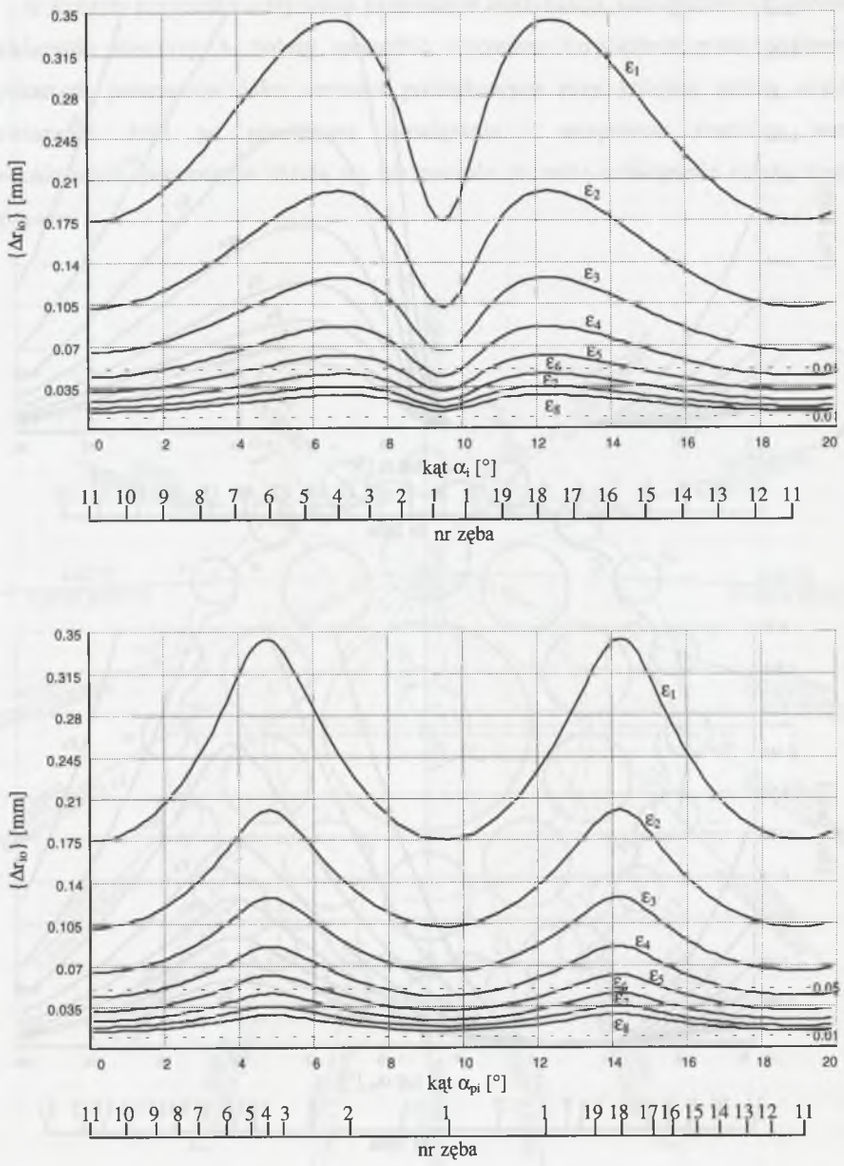
W dwóch pierwszych przypadkach jedynym sposobem znalezienia rozwiązania jest zmiana wartości początkowych. W trzecim przypadku można wstawić większą wartość tolerancji, próbować znaleźć rozwiązanie, po czym znalezione wartości przyjąć jako wartości początkowe i ponownie przeprowadzić obliczenia przy mniejszej wartości tolerancji.

Innym problemem przy wyznaczaniu macierzy **A** jest kwestia wartości wskaźnika przyporu ε_j. Dla odmiennych skrajnych wartości ε_j wartości początkowe parametrów modyfikacji mogą się znacznie różnić od siebie i globalne rozwiązanie macierzy **A** może być trudne. W takim przypadku należy przeprowadzić indywidualne obliczenia kolumn macierzy dla każdego wskaźnika ε_j przy różnych wartościach początkowych.

Tablica 9

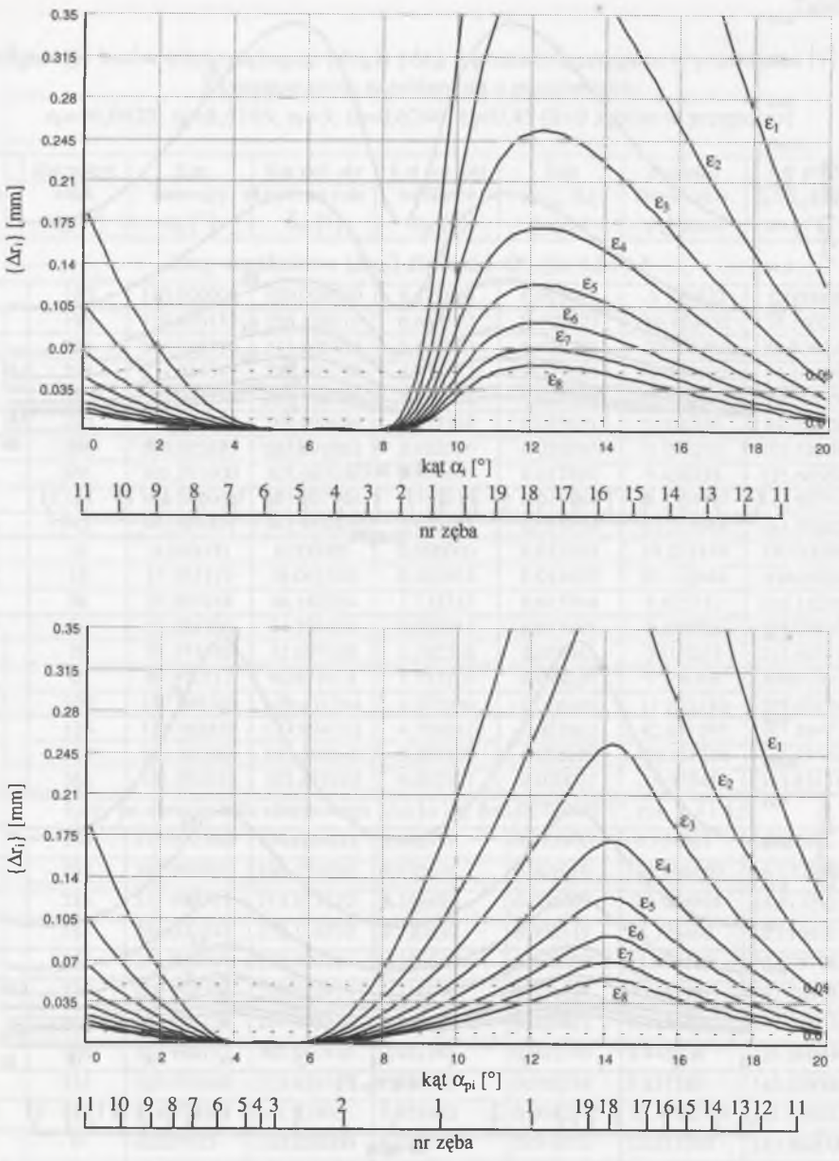
Konfiguracje luzów międzyzębnych $\{\Delta r_{io}\}$i $\{\Delta r_i\}$ z geometrią przyporu w przekładni $|i|=19$ z korygowanym zazębieniem o parametrach:
r_k=96,0625; q_k=8,5765; e_k=3; m=0,6246; ε_δ=0,45 (8÷9 zębów w przyporze)

Nr zęba i	Kąt położ. rolek α_{ki} [°]	Kąt tworzący α_i [°]	Kąt poł. pkt styk. na kole δ_{oi} [°]	Kąt poł. pkt na flance α_{pi} [°]	Luz Δr_{io}; Δr_i [mm]	Promień krzyw. ekw. ρ_e[mm]	Kąt położ. $\delta_i=\delta_{oi}\pm180°$ [°]
Luzy współosiowe $\{\Delta r_{io}\}$ dla kąta δ=0°, rys. 4.3 i 4.5							
1	180	180.000000	180.000000	9.473684	0.013995	-9.754522	0.000000
2	198	198.006182	196.166211	6.692527	0.020027	-10.933452	16.166211
3	216	216.018136	213.806355	5.385303	0.026277	-20.471796	33.806355
4	234	234.031162	232.105268	4.736847	0.027663	42.077197	52.105268
5	252	252.034714	250.568756	4.252966	0.026204	11.982210	70.568756
6	270	270.029788	269.020686	3.757528	0.023531	9.336366	89.020686
7	288	288.022611	287.392862	3.182336	0.020581	9.107252	107.392862
8	306.	306.015900	305.663506	2.505611	0.017891	9.430358	125.663506
9	324	324.010062	323.837796	1.732533	0.015784	9.825712	143.837796
10	342.	342.004871	341.938620	0.885988	0.014450	10.112644	161.938620
11	0	0.000000	0.000000	0.000000	0.013995	10.215449	180.000000
12	18	17.995129	18.061380	0.885988	0.014450	10.112644	198.06138
13	36	35.989938	36.162204	1.732533	0.015784	9.825712	216.162204
14	54	53.984100	54.336494	2.505611	0.017891	9.430358	234.336494
15	72	71.977389	72.607138	3.182336	0.020581	9.107252	252.607138
16	90	89.970212	90.979314	3.757528	0.023531	9.336366	270.979314
17	108	107.965286	109.431244	4.252966	0.026204	11.982210	289.431244
18	126	125.968838	127.894732	4.736847	0.027663	42.077197	307.894732
19	144	143.981864	146.193645	5.385303	0.026277	-20.471796	326.193645
1	162	161.993818	163.833789	6.692527	0.020027	-10.933452	343.833789
Luzy po obrocie koła obiegowego $\{\Delta r_i\}$o kąt δ=0,027709901°, rys. 4.4 i 4.5							
1	180	179.992160	180.000000	9.445974	0.013900	-9.754587	0.000000
2	198	197.995610	196.172030	6.670636	0.001089	-10.966460	16.172030
3	216	215.999511	213.817222	5.368459	0.000007	-21.004994	33.817222
4	234	234.002242	232.116970	4.720839	0.000119	38.378495	52.116970
5	252	252.000031	250.579184	4.235685	0.000000	11.775527	70.579184
6	270	269.994732	269.028913	3.738046	0.000108	9.305918	89.028913
7	288	287.989176	287.398616	3.160379	0.000883	9.113619	107.398616
8	306	305.984157	305.666946	2.481341	0.002590	9.443808	125.666946
9	324	323.979560	323.839386	1.706413	0.005354	9.837169	143.839386
10	342	341.975089	341.939023	0.858682	0.009201	10.118874	161.939023
11	0	-0.029555	360.000000	0.027710	0.014078	10.215348	180.000000
12	18	17.965319	18.061797	0.913282	0.019865	10.106223	198.061797
13	36	35.959374	36.163818	1.758629	0.026376	9.814114	216.163818
14	54	53.952261	54.339971	2.529845	0.033348	9.416926	234.339971
15	72	71.943825	72.612936	3.204248	0.040422	9.101451	252.612936
16	90	89.935039	90.987588	3.776964	0.047076	9.369534	270.987588
17	108	107.930636	109.441709	4.270211	0.052487	12.204056	289.441709
18	126	125.940186	127.906442	4.752846	0.055217	46.552850	307.906442
19	144	143.963471	146.204488	5.402169	0.052480	-19.976703	326.204488
1	162	161.983327	163.839567	6.714459	0.038824	-10.901375	343.839567



Rys. 4.3. Konfiguracja luzów międzyzębnych w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ dla wskaźnika przyporu ε=0,24÷0,45, przed kompensacją luzu δ w funkcji kąta α_i lub α_{pi}

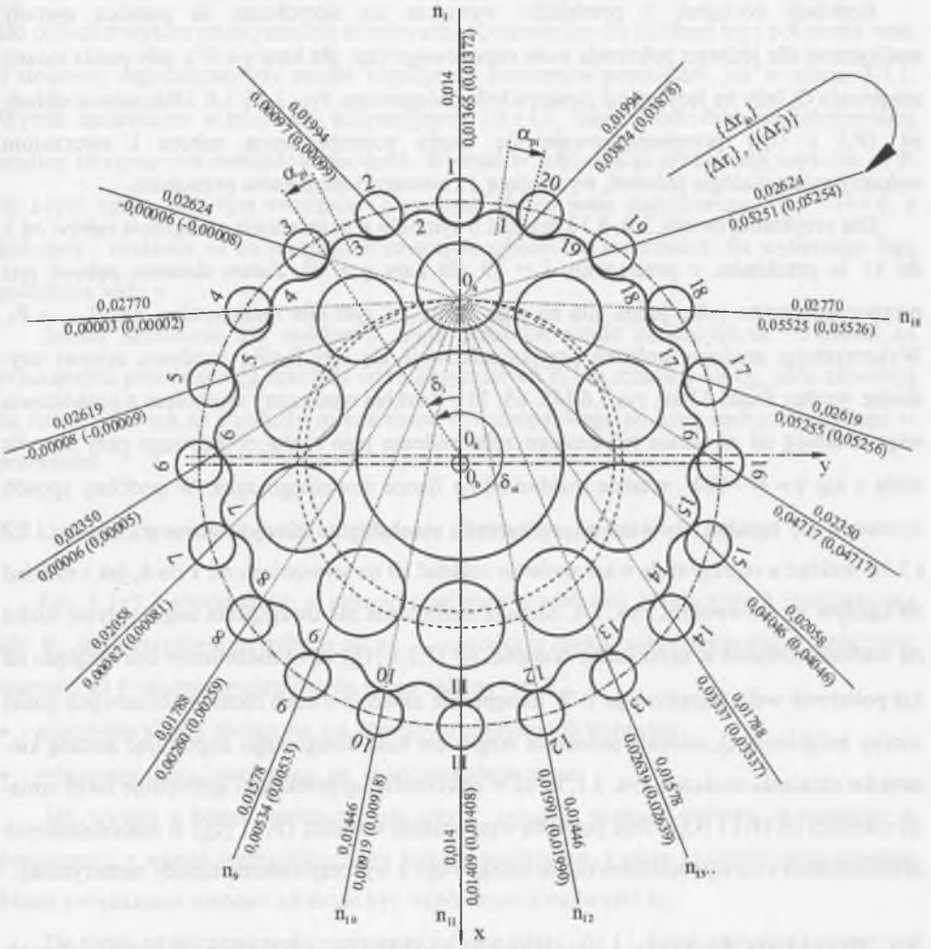
Fig. 4.3. Configuration of clearances between teeth in gear with ratio $|i|=19$ for vector of coefficient ε=0,24÷0,45, before compensation of pitch play δ in the function of angle α_i or α_{pi}



Rys. 4.4. Konfiguracja luzów międzyzębnych w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ dla wskaźnika przyporu $\varepsilon=0{,}24+0{,}45$, po kompensacji luzu δ w funkcji kąta α_i lub α_{pi}

Fig. 4.4. Configuration of clearances between teeth in gear with ratio $|i|=19$ for vector of coefficient $\varepsilon=0{,}24+0{,}45$, after compensation of pitch play δ in the function of angle α_i or α_{pi}

W każdym przypadku otrzymania parametrów modyfikacji, szczególnie przy globalnym rozwiązaniu macierzy **A**, należy sprawdzić otrzymane rozwiązanie przez podstawienie uzyskanych parametrów jako wartości początkowych przy kolejnej próbie uzyskania rozwiązania. Jeśli po ponownym rozwiązaniu i otrzymaniu macierzy wartości poszukiwanych parametrów różnią się nieznacznie, to takie rozwiązanie należy uznać za poprawne.



Rys. 4.5. Wewnętrzne zazębienie cykloidalne w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ z konfiguracjami luzów międzyzębnych w modyfikowanym kole obiegowym dla $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$

Fig. 4.5. Inside cycloidal meshing in planetary gear with ratio $|i|=19$ and configuration of clearences between teeth modified planet wheel for $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$

5. STAN OBCIĄŻENIA, ROZKŁADY PRZEMIESZCZEŃ I STAN NAPRĘŻENIA W PRZEKŁADNI Z NOMINALNYM ZAZĘBIENIEM

Rozkłady obciążeń w przekładni wyznacza się dotychczas za pomocą metody analitycznej dla jednego położenia wału napędowego (np. dla kąta $\gamma = 0°$), gdy punkt toczny zazębienia O_s leży na jedynej osi symetrii koła obiegowego, rys. 3.1 i 3.4. Obliczone rozkłady sił $\{P_i\}$ i $\{Q_j\}$ przyporządkowuje się wtedy poszczególnym zębom i sworzniom wykorzystując analogię położeń, wynikającą z kinematyki elementów przekładni.

Dla przykładu, na rys. 3.9, 3.10 rozkład o symbolu **a** przedstawia obciążenia zębów od 1 do 11 w przekładni o przełożeniu i = 19 dla kąta $\gamma = 0°$. Zatem danemu zębowi jest przyporządkowana tylko jedna siła na jego flance, w tym siła maksymalna, np. $P_{max} = P_4$. Wykorzystując analogię położeń przyporządkowuje się siły $P_1 \div P_{11}$ każdemu zębowi uzyskując wzdłuż flanki 11 sił, rys.7.6 [45, 65, 71]. Rozkład oznaczony symbolem **a** przedstawia więc przebieg sił na flance jedenastego zęba podczas jego ruchu obiegowego przy obrocie wału o kąt $\gamma = 0° \div 180°$, a także rozkład sił na flance dowolnego zęba. W podobny sposób wyznacza się rozkład obciążeń na sworzniach mechanizmu równowodowego. Na rys. 3.9 i 3.10 rozkład **a** reprezentuje więc zarówno rozkład sił na sworzniach od 1 do 6, jak i rozkład na każdym z tych sworzni, rys. 7.4. Metoda analityczna nie uwzględnia więc wpływu ruchu na wartość obciążeń w przekładni. Wartości sił $\{P_i\}$ i $\{Q_j\}$ są tu niezmienne bez względu na kąt położenia wału napędowego γ. W następstwie złożenia dwóch ruchów obrotowych punkt toczny zazębienia Q_s zmienia położenie względem koła obiegowego implikując zmianę kierunków działania obciążeń, rys. 3.1, która w odkształcalnej przekładni spowoduje także zmianę wartości sił $\{P_i\}$ i $\{Q_j\}$. Stąd potrzeba wyznaczania wartości $\{P_i\}$ i $\{Q_j\}$ w odkształcalnych przekładniach z uwzględnieniem ruchu obiegowego z wykorzystaniem metody numerycznej.

5.1. Przykłady badania i uogólnienie rozkładów obciążeń w nominalnych zazębieniach i mechanizmach równowodowych z uwzględnieniem ruchu obiegowego

Dla wyjaśnienia wpływu ruchu obiegowego odkształcalnego koła na wartości sił międzyzębnych P_i i sił oddziaływania Q_j przeprowadzono numeryczne badania stanu

obciążenia i stanu naprężenia dla wybranych reprezentatywnych położeń wału napędowego, odpowiadających kątom γ z przedziału $0° \div 180°$ z krokiem 18° lub 30°, rys. 5.8÷5.13.

Obliczenia przeprowadzono dla różnych przekładni z nominalnym zazębieniem:

- o przełożeniu i = 19 i parametrach: e = 3mm, m = 0,625, r = 96mm, q = 8,5mm, d_m=76,5mm, n=10, d_o=32mm, l_s=14,5mm, M_1 = 880 Nm i R=10,3 kN;
- o przełożeniu i = 35 i parametrach: e = 2mm, m = 0,75, r = 96mm, q = 8mm, d_m=76,5mm, n=10, d_o=32mm, l_s=14,5mm, M_1 = 880 Nm i R=9,2 kN.

Do obliczeń wykorzystano metodę numeryczną opracowując dla każdego kąta położenia wału γ stosowny reprezentatywny model współpracy elementów przekładni, jak w rozdz. 3.7.1. Wyniki zestawiono w tablicach korelacyjnych 10 i 11, które umożliwiają wielokryterialną analizę otrzymanych rozkładów obciążeń. Wiersze w tablicach przedstawiają wartości sił P_i na i-tym zębie lub j-tym sworzniu Q_j podczas obrotu wału napędowego, rys. 5.1÷5.6, a kolumny - rozkłady sił na wszystkich czynnych zębach lub sworzniach dla wybranego kąta położenia wału γ.

Istotne znaczenie dla zazębienia mają przekątne tablic korelacyjnych. Wartości na przekątnych przedstawiają rozkłady sił międzyzębnych P_i lub rozkłady sił Q_j, jakie zaistnieją na flance zęba lub na sworzniu mechanizmu równowodowego podczas ruchu obiegowego w przekładni.

5.1.1. Analiza wartości i próba uogólnienia sił międzyzębnych w przekładni

Rys. 5.1÷5.3 sporządzone w oparciu o wiersze w tablicach korelacyjnych przedstawiają siły P_i, jakie zaistnieją na zębach z_1, z_2, ..., z_i podczas ruchu wału napędowego. Analizując wartości sił P_i można wyróżnić dwie grupy zębów, rys. 5.1:

- relatywnie silniej obciążone, np. chwilowo parzyste lub wybrane;
- relatywnie słabiej obciążone, np. chwilowo nieparzyste.

Jak wynika z badań numerycznych, siły P_i osiągają większe wartości ekstremalne w porównaniu z wartościami obliczonymi metodą analityczną, a także są silniej zróżnicowane. Miarą zwiększenia wartości sił może być współczynnik nadwyżki K_1.

Do próby uogólnienia wykorzystano przekątne tablic 10 i 11, które zawierają rozkłady sił międzyzębnych P_i, jakie zaistnieją w określonym punkcie na flance zęba. Do lokalizacji sił na flankach zębów wykorzystano kąt α_p, wprowadzony w geometrii zazębienia. Wartości na przekątnych poddano analizie statystycznej obliczając przedział ufności średniej wartości siły P_i z prawdopodobieństwem p=0,99, jaki może zaistnieć w danym punkcie na flance zęba.

Tablica 10

Wartości sił działających w przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$ dla różnych kątów położenia wału napędowego

Rodzaj siły	Ozn. siły	Metoda analit.	Wartości sił w miejscach współpracy elementów przekładni w [N]											
			Metoda numeryczna ze sprężystym podparciem elementów dla A_r=650mm^2, A_p=85mm^2 i zestawu 5 Q_{ri}											
			Kąt położenia na flance zęba α_p[°]	Kąt obrotu wału napędowego (mimośrodu) γ										Kąt położenia na flance zęba α_p[°], (maxP_i, minP_i)
				0°	18°	36°	54°	72°	90°	108°	126°	144°	162°	180°	
Siły międzyzębne P_i	P_1 (P_{12})	0	6,9	394	(441)	(753)	(1176)	(997)	(820)	(1967)	(2520)	(2154)	(2042)	(1222)	
	P_2(P_{13})	1056	5,3	1602	81	(273)	(944)	(1405)	(851)	(-4)	(-152)	(430)	(779)	(1326)	6,9 (1544,1169)
	P_3(P_{14})	1463	**4,7**	1254	998	418	(447)	(702)	(1098)	(1179)	(998)	(1991)	(2475)	(2109)	**5,3 (2401,1661)**
	P_4(P_{15})	1544	4,3	1815	2208	1653	47	(360)	(998)	(1376)	(755)	(-108)	(-212)	(497)	4,7 (2267,1947)
	P_5(P_{16})	1454	3,9	1119	967	1050	1097	483	(411)	(606)	(1080)	(1363)	(1152)	(1991)	4,3 (2640,1534)
	P_6(P_{17})	1300	**3,1**	947	1918	2118	2197	1654	62	(417)	(1069)	(1408)	(640)	(-150)	**3,9 (2045,978)**
	P_7(P_{18})	1091	2,5	734	674	739	875	1004	1143	472	(346)	(536)	(1134)	(1267)	3,1 (1059,528)
	P_8(P_{19})	848	1,7	747	342	1334	2125	2248	2229	1602	101	(399)	(1063)	(1401)	2,5 (1171,823)
	P_9(P_1)	580	**0,9**	1411	1042	482	365	468	728	1021	1217	487	(278)	(535)	**1,7 (1402,1177)**
	P_{10}(P_1)	295	0	786	1241	851	577	1704	2367	2197	2185	1431	149	(392)	0,9 (980,675)
	P_{11}	0		148	820	1460	921	210	59	393	672	1162	1302	503	0 (426,326)
				Kąt położenia siły w otworze sworznia γ_o											**9,5 (521,230)**
Reakcje sworzni Q_i			Kąt położenia γ_o [°]	0°	18,9°	37,9°	56,8°	75,8°	94,7°	113,7°	132,6°	151,6°	170,5°	189,5°	Kąt położenia γ_o [°], (max Q_i, minQ_i)
	Q_1(Q_7)	221		252	(0)	(83)	(934)	(1692)	(2643)	(2934)	(2069)	(1537)	(2756)	(2826)	
	Q_2(Q_8)	1641	151,6	3282	2238	141	(0)	(199)	(1023)	(1797)	(2635)	(2873)	(2006)	(1673)	113,7 (1601,1370)
	Q_3(Q_9)	2656	113,7	1476	2162	3318	1989	(0)	(0)	(264)	(1108)	(1933)	(2641)	(2736)	75,8 (3019,2811)
	Q_4(Q_{10})	2656	75,8	2963	2199	1358	2285	3180	1718	(0)	(0)	(290)	(1144)	(2076)	37,9 (1996,1498)
	Q_5(Q_1)	1641	37,9	1430	2636	3005	2130	1412	2400	3106	1404	(0)	(0)	(341)	0 (303,202)
	Q_6	221	0	-65	776	1577	2666	2979	2129	1457	2580	2954	1129	(0)	151,6 (3312,2910)
Naciski wałeczków : Q_{r3}=894; Q_{r2}= 2952; Q'_{r1}=3725; Q'_{r2}=2952; Q'_{r3}=894															

Tablica 11

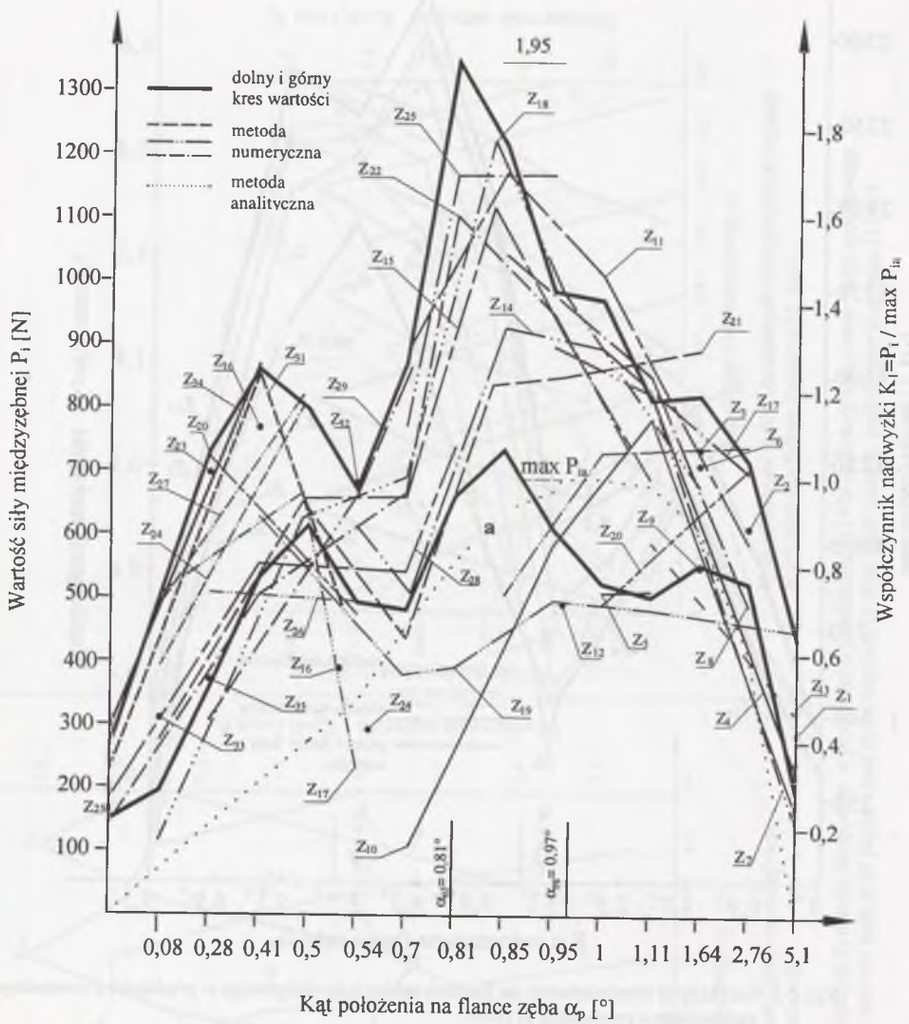
Wartości sił działających w przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniu $|i|=35$ dla różnych kątów położenia wału napędowego

Rodzaj siły	Oznaczenia sił	Metoda analityczna	Wartości sił w miejscach współpracy elementów przekładni [N]							
			Metoda numeryczna ze sprężystym podparciem elementów dla A_r=650mm^2, A_p=85mm^2 i zestawu 5 Q_{ri};							
			Kąt położenia na flance zęba α_p [°]	Kąt obrotu wału napędowego γ							Kąt położenia na flance zęba α_p [°], (maxP_i, minP_i)
				0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	
Siły międzyzębne P_i	P_1 (P_{20})	0	2,76	288	(721)	(475)	(-389)	(58)	(491)	(707)	2,76 (718,526)
	P_2 (P_{21})	415	1,64	613	(275)	(651)	(437)	(838)	(851)	(894)	1,64 (822,555)
	P_3 (P_{22})	610		737	(142)	(504)	(666)	(1104)	(949)	(672)	1,11 (815,504)
	P_4 (P_{23})	679	1,11	823	226	(697)	(406)	(-245)	(-32)	(366)	1 (972,525)
	P_5 (P_{24})	690	1	510	513	(392)	(816)	(-21)	(356)	(639)	0,96 (986,610)
	P_6 (P_{25})	690	0,96	354	712	(165)	(417)	(772)	(1168)	(1170)	0,95 (986,610)
	P_7 (P_{26})	670	**0,95**	899	824	144	(508)	(495)	(349)	(315)	**0,85 (1216,735)**
	P_8 (P_{27})	640	0,85	1044	852	490	(488)	(820)	(-269)	(-124)	0,84 (1216,735)
	P_9 (P_{28})	602	0,84	-153	237	551	(182)	(553)	(542)	(740)	0,81 (1347,661)
	P_{10} (P_{29})	558	0,81	108	584	785	165	(306)	(661)	(865)	0,71 (872,482)
	P_{11} (P_{30})	505	0,71	902	1173	1011	588	(505)	(665)	(-156)	0,7 (872,482)
	P_{12} (P_{31})	456	0,7	322	413	492	495	(228)	(853)	(221)	0,69 (770,262)
	P_{13} (P_{32})	398	**0,69**	56	-352	174	589	317	(241)	(682)	**0,54 (672,493)**
	P_{14} (P_{33})	336	0,54	612	508	928	896	700	(310)	(547)	0,49 (798,613)
	P_{15} (P_{34})	272	0,49	656	659	1118	919	560	(295)	(869)	0,41 (860,531)
	P_{16} (P_{35})	206	0,41	768	92	-255	100	441	444	(371)	0,28(731,358)
	P_{17} (P_1)	139	0,28	663	571	-44	506	731	742	(111)	0,08 (502,194)
	P_{18} (P_1)	69	0,08	115	625	691	1223	984	678	(234)	0 (266,149)
	P_{19}	0	0	116	627	380	392	497	484	451	**5,1 (436,194)**
			Kąt położenia γ_o [°]	Kąt położenia siły w otworze sworznia							Kąt położenia γ_o [°], (maxQ_j, minQ_j)
				0°	30,8°	61,7°	92,6°	123,4°	154,3°	185,1°	
Reakcje sworzni Q_j	Q_1 (Q_7)	221	154,3	611	(0)	(1080)	(2379)	(2522)	(1950)	(2887)	154,3 (3040,2423)
	Q_2 (Q_8)	1641	92,6	3055	1050	(0)	(837)	(2198)	(2661)	(1749)	92,6 (2630,2121)
	Q_3 (Q_9)	2656	61,7	1907	2906	1710	(0)	(664)	(1990)	(2535)	61,7 (2691,2118)
	Q_4 (Q_{10})	2656	30,8	2695	2033	2676	2253	(0)	(438)	(1653)	30,8 (1578,765)
	Q_5 (Q_1)	1641		1526	2645	2160	2363	2531	(0)	(190)	
	Q_6	221		-55	1272	2522	2346	2115	2761	0)	
Naciski wałeczków Q_{ri}: Q_{r3}=795; Q_{r2}=2628; Q'_{r1}=3316; Q'_{r2}=2628; Q'_{r3}=795											

Rys. 5.1. Rozkłady sił międzyzębnych P_i w kole obiegowym w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ w funkcji kąta obrotu wału napędowego
Fig. 5.1. Distribution of forces between teeth P_i of planet wheel in the function of drive shaft rotation angle in gear with ratio $|i|=19$

Rys. 5.2. Rozkłady sił międzyzębnych na flankach zębów koła obiegowego w przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$
Fig. 5.2. Distribution of forces between teeth on teeth flankes of the planet wheel in gear with nominal toothing with ratio $|i|=19$

W obliczeniach pominięto ok. 20% najmniejszych wartości sił. Granice przedziału ufności (górny i dolny kres wartości) zgromadzono w ostatnich kolumnach w tabl. 10 i 11. Rys. 5.2 i 5.3 obrazują rozkłady sił P_i na flankach poszczególnych zębów z_i na tle rozkładu a, obliczonego metodą analityczną, oraz przedział ufności średniej wartości sił międzyzębnych P_i dla uogólnionego zęba (pogrubione linie). Górny i dolny kres odniesiony do wartości max P_{ia} przedstawia uogólnione rozkłady sił międzyzębnych P_i w przekładni o danej wielkości i danym przełożeniu.



Rys. 5.3. Rozkłady sił międzyzębnych na flankach zębów koła obiegowego w przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniu $|i|=35$

Fig. 5.3. Distribution of forces between teeth on teeth flankes of the planet wheel in gear with nominal toothing with ratio $|i|=35$

Jak wynika z rys. 5.2 i 5.3 największe siły międzyzębne niezależnie od konstrukcji i wielkości przełożenia występują na flankach od punktu przegięcia ekwidystanty α_{pg} do punktu położenia minimalnego promienia krzywizny ekwidystanty α_{p3}.

5.1.2. Analiza wartości i próba uogólnienia sił w mechanizmie równowodowym

Wiersze w tabl. 10 i 11 i sporządzone na ich podstawie rys. 5.4 i 5.6 przedstawiają siły Q_j, jakie zaistnieją na sworzniach S_1, S_2, ..., S_j podczas ruchu wału napędowego. Siły Q_j na każdym ze sworzni wykazują charakterystyczne przebiegi z dwiema wartościami ekstremalnymi. Analizując wartości można zauważyć, iż rozkłady sił na poszczególnych sworzniach S_1, S_2, ..., S_{10} różnią się w nieznacznym stopniu, jednakże największe wartości obliczone numerycznie są większe od największej wartości obliczonej metodą analityczną.

Miarą zwiększenia wartości może być współczynnik nadwyżki K_1, odniesiony do ekstremalnej wartości max Q_{ja}. Na przekątnych w tabl. 10 i 11 znajdują się wartości Q_j, jakie zaistnieją w określonych punktach na obwodach otworów (także na sworzniach) podczas ruchu koła obiegowego.

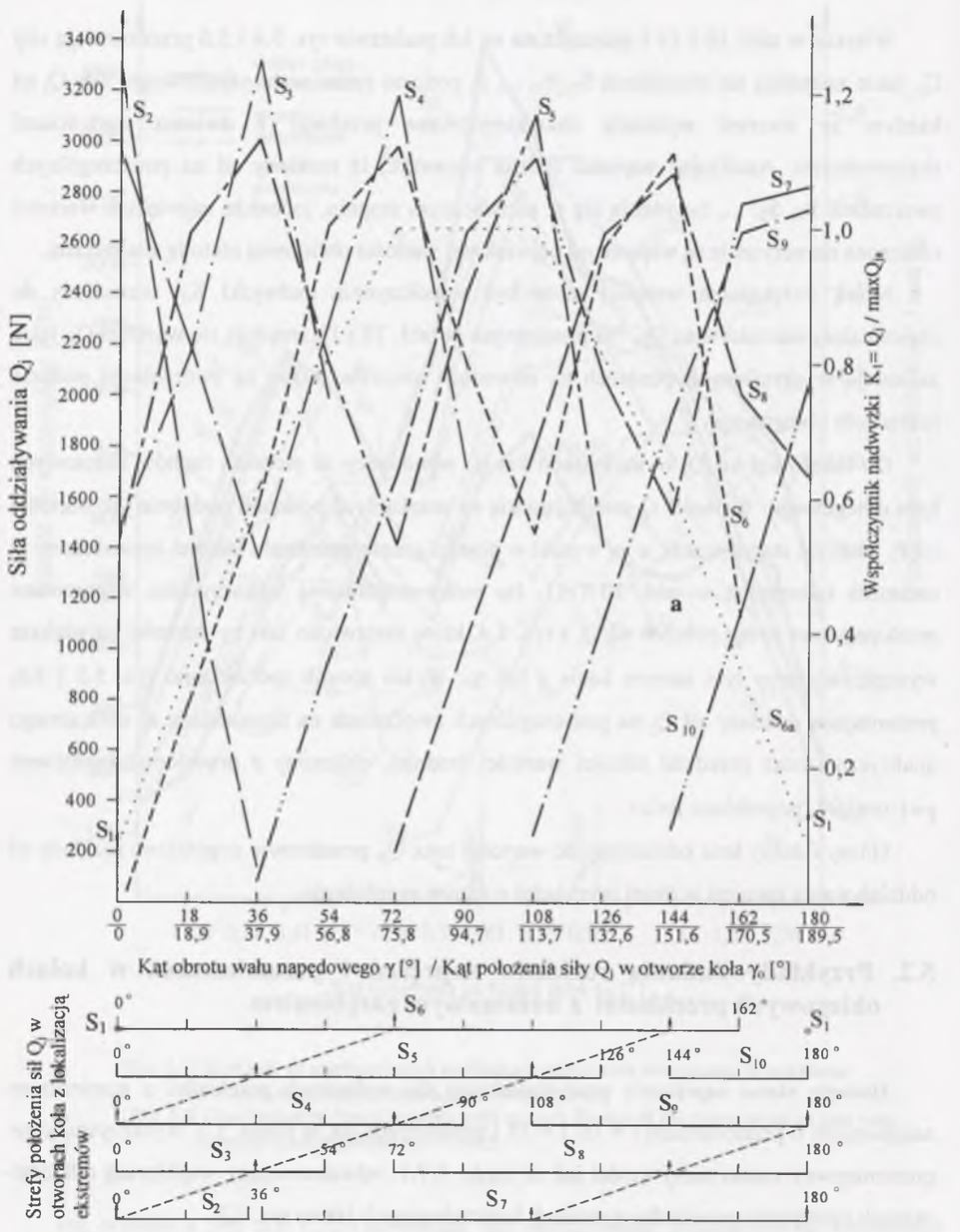
Do lokalizacji sił Q_j wykorzystano kąt γ_o, wynikający ze złożenia ruchów obrotowych koła obiegowego. Wartości Q_j znajdujące się na przekątnych poddano podobnie jak wartości sił P_i analizie statystycznej, a jej wyniki w postaci granic przedziału ufności umieszczono w ostatnich kolumnach w tabl. 10 i 11. Do próby uogólnienia wykorzystano wspomniane przekątne oraz strefy położeń sił Q_j z rys. 5.4, które zestawiono tak, by wartości największe występowały przy tym samym kącie γ lub γ_o. W ten sposób sporządzono rys. 5.5 i 5.6, prezentujące rozkłady sił Q_j na poszczególnych sworzniach na tle rozkładu **a**, obliczonego analitycznie oraz przedział ufności wartości średniej, obliczony z prawdopodobieństwem $p=1-\alpha=0,99$ (pogrubione linie).

Górny i dolny kres odniesiony do wartości max Q_{ja} przedstawia uogólnione rozkłady sił oddziaływania sworzni w danej przekładni o danym przełożeniu.

5.2. Przykłady badania rozkładu naprężeń i przemieszczeń w kołach obiegowych przekładni z nominalnym zazębieniem

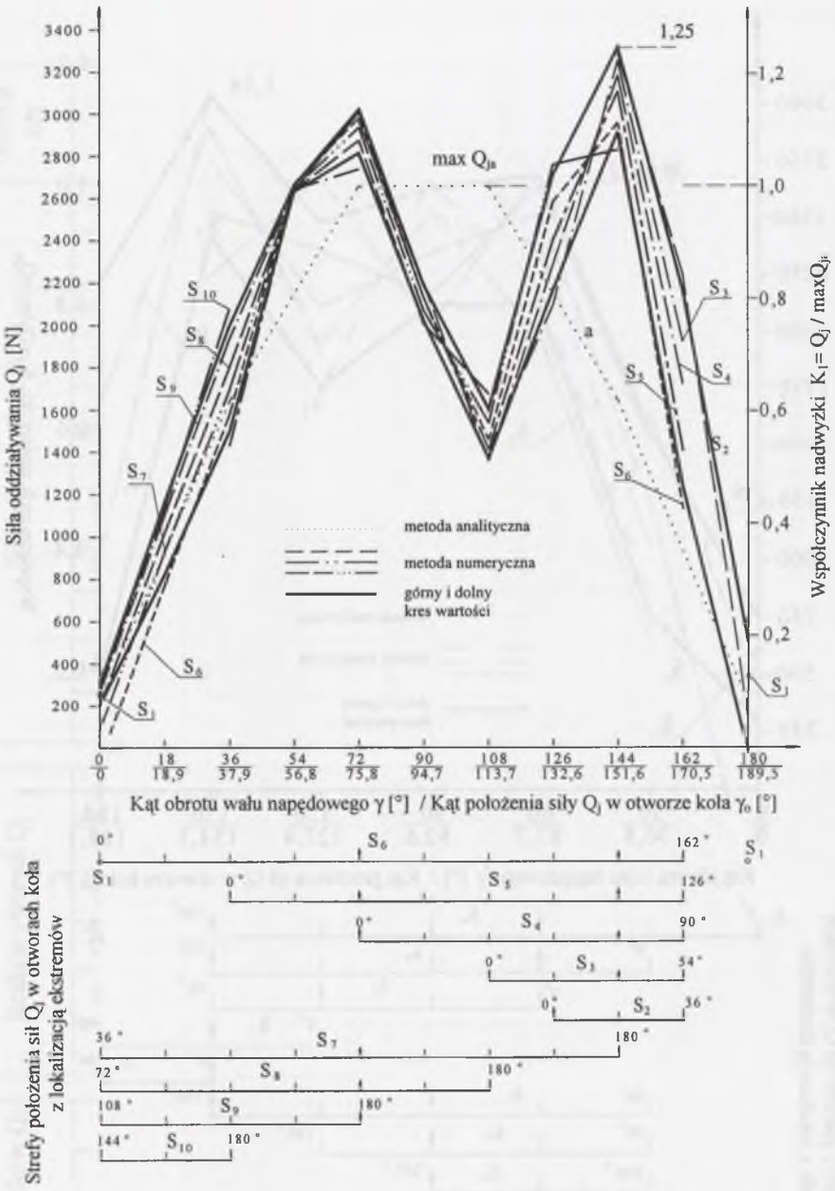
Badanie stanu naprężenia przeprowadzono dla wybranych przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniach i = 19, i = 35 i parametrach jak w rozdz. 5.1 wykorzystując reprezentatywny numeryczny model jak w rozdz. 3.7.1, odwzorowujący współpracę odkształcalnych elementów przekładni o cechach konstrukcyjnych jak na rys. 1.3.

Koło obiegowe było przedmiotem analizy stanu naprężenia, która pozwoliła ujawnić rozkłady naprężeń w całym kole, jego silnie obciążonych fragmentach oraz naprężenia podpowierzchniowe.



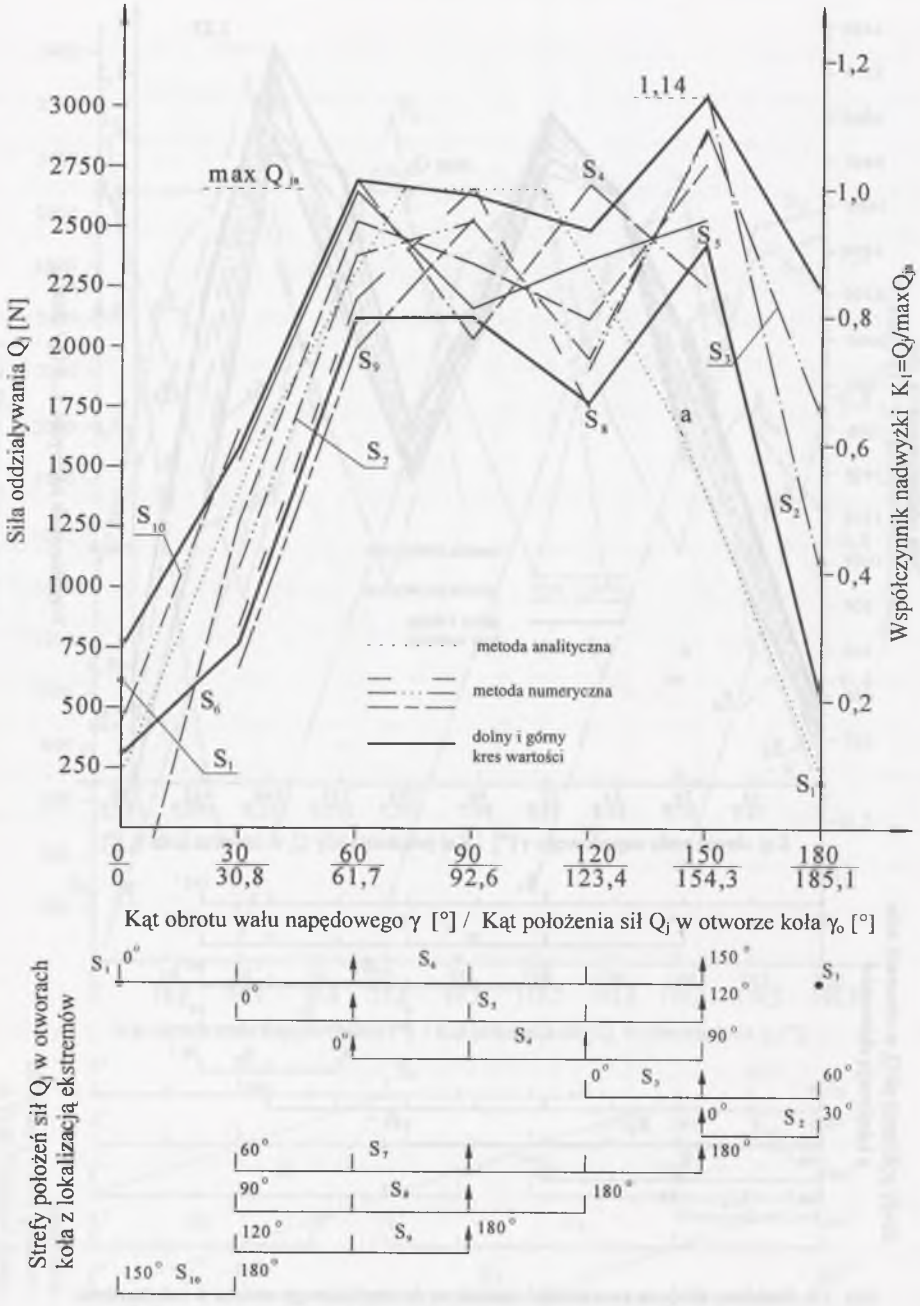
Rys. 5.4. Rozkłady sił Q_j na sworzniach mechanizmu równowodowego w funkcji kąta obrotu wału napędowego γ w przekładni o przełożeniu $|i|=19$

Fig. 5.4. Distribution of forces Q_j. on bolts of straight line mechanism in function of drive shaft rotation angle in gear with ratio $|i|=19$



Rys. 5.5. Rozkłady sił Q_j na sworzniach, odniesione do uogólnionego otworu w mechanizmie równowodowym w przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$

Fig. 5.5. Distribution of forces Q_j on bolts in relation to generalized hole in straight line mechanism in gear with nominal toothing with ratio $|i|=19$



Rys. 5.6. Rozkłady sił Q_j na sworzniach, odniesione do uogólnionego otworu w mechanizmie równowodowym w przekładni z nominalnym zazębieniem o przełożeniu $|i|=35$

Fig. 5.6. Distribution of forces Q_j on bolts in relation to generalized hole in straight line mechanism in gear with nominal toothing with ratio $|i|=35$

Tablica 12

Stan naprężenia w miejscach styku kół obiegowych z elementami przekładni o nominalnym zazębieniu i przełożeniu i=19 dla różnych kątów położenia wału napędowego

Rodzaj siły	Oznacz. siły	Naprężenie redukowane $\sigma_{red}=\sigma_{HMH}$ [MPa]										
		Kąt obrotu wału napędowego (mimośrodu) γ [°]										
		0	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
Siły międzyzębne P_i	$P_1(P_{12})$	14 (20) 18	25 (27) 19	54 (74) 53	96 (139) 92	58 (62) 41	64 (96) 15	150 (168) 139	196 (278) 167	120 (126) 104	132 (175) 143	61 (66) 54
		19 17/11	**23** 24/15	**48** 56/45	**85** 103/69	**54** 56/37	**57** 68/47	**129** 135/109	**174** 207/147	**112** 117/70	**119** 130/104	**56** 59/37
	$P_2(P_{13})$	84 (92) 75	15 (20) 18	17 (32) 21	66 (84) 72	83 (86) 79	62 (91) 58	6 (7) 6	12 (17) 13	35 (40) 38	64 (91) 28	99 (143) 78
		79 79/51	**15** 14/10	**19** 23/16	**61** 63/48	**76** 81/58	**53** 62/39	**6** 6/6	**14** 15/15	**28** 29/21	**53** 62/36	**81** 100/72
	$P_3(P_{14})$	81 (91) 121	53 (57) 47	16 (20) 19	31 (42) 32	52 (75) 48	58 (59) 43	85 (102) 91	58 (62) 51	108 (117) 114	175 (229) 174	149 (192) 149
		79 94/74	**48** 51/32	**19** 19/15	**29** 32/25	**46** 53/33	**54** 48/34	**80** 84/69	**52** 54/34	**107** 110/65	**161** 176/138	**137** 147/108
	$P_4(P_{15})$	70 (106) 102	126 (165) 233	74 (90) 82	15 (17) 15	28 (30) 25	54 (57) 42	78 (81) 74	56 (65) 61	11 (23) 8	9 (13) 12	36 (54) 39
		101 102/69	**138** 172/137	**72** 79/50	**13** 14/11	**23** 24/20	**52** 46/33	**69** 72/45	**50** 52/40	**11** 14/12	**12** 12/7	**32** 37/23
	$P_5(P_{16})$	78 (80) 106	69 (86) 71	63 (68) 55	45 (56) 53	37 (41) 37	30 (40) 30	25 (38) 37	56 (63) 56	94 (131) 86	64 (73) 70	101 (121) 106
		72 81/61	**62** 63/55	**59** 61/42	**44** 47/33	**29** 29/21	**27** 34/21	**32** 33/21	**57** 54/39	**85** 98/69	**67** 68/41	**99** 103/75
	$P_6(P_{17})$	39 (59) 52	153 (213) 124	164 (169) 147	109 (126) 101	82 (87) 78	15 (15) 14	32 (47) 26	49 (65) 50	98 (156) 92	35 (38) 37	11 (16) 11
		49 50/33	**132** 160/123	**134** 130/121	**99** 105/70	**76** 79/47	**12** 12/9	**28** 34/23	**55** 52/37	**88** 105/65	**34** 33/27	**11** 13/11
	$P_7(P_{18})$	41 (47) 45	30 (45) 39	43 (46) 39	60 (83) 64	53 (57) 48	48 (59) 39	36 (42) 18	17 (17) 16	29 (31) 24	24 (107) 82	70 (77) 64
		42 43/29	**37** 38/25	**40** 41/34	**53** 63/51	**48** 50/32	**50** 45/33	**28** 30/19	**16** 16/12	**26** 27/17	**75** 84/66	**69** 69/55
	$P_8(P_{19})$	46 (57) 86	26 (37) 22	75 (81) 54	120 (133) 115	166 (233) 139	107 (125) 89	104 (152) 95	15 (17) 14	26 (27) 21	52 (63) 60	98 (117) 109
		50 60/42	**23** 28/22	**68** 72/55	**111** 114/76	**142** 170/134	**105** 96/69	**90** 102/58	**12** 12/8	**23** 24/15	**54** 57/35	**91** 96/81
	$P_9(P_1)$	106 (104) 127	56 (65) 62	37 45 35	21 (22) 18	23 (30) 27	30 (32) 30	57 (60) 55	89 (101) 90	23 (24) 19	15 (17) 15	38 (60) 34
		93 100/84	**57** 61/45	**30** 32/23	**20** 20/13	**25** 26/19	**29** 30/25	**56** 56/33	**74** 76/52	**22** 22/13	**14** 14/9	**33** 39/24
	$P_{10}(P_1)$	46 (50) 40	89 (104) 98	43 (49) 46	44 (48) 40	133 (201) 107	120 (146) 94	115 (133) 119	162 (219) 147	98 (117) 97	16 (29) 17	21 (24) 19
		44 46/28	**82** 84/69	**41** 45/30	**38** 38/33	**117** 144/100	**124** 108/78	**109** 110/74	**146** 164/111	**81** 88/62	**15** 16/8	**20** 20/13
	P_{11}	8 (9) 8	64 (95) 53	109 (143) 107	54 (57) 48	18 (23) 18	4 (6) 4	21 (24) 23	39 (41) 35	84 (101) 87	94 (114) 86	22 (23) 21
		7 7/5	**56** 69/50	**98** 110/75	**48** 51/32	**15** 17/10	**5** 5/3	**22** 22/13	**36** 31/22	**71** 73/54	**78** 88/66	**22** 21/18
Reakcje sworzni Q_j	$Q_1(Q_7)$	16 (36) 21	-	4 (5) 4	33 (36) 33	61 (66) 59	72 (95) 68	110 (114) 106	79 (82) 65	123 (214) 119	80 (93) 92	104 (107) 95
		22 25/22	-	**4** 3/2	**29** 30/21	**54** 57/42	**80** 76/55	**93** 98/63	**70** 66/48	**101** 113/45	**89** 89/52	**92** 94/59
	$Q_2(Q_8)$	116 (127) 116	79 (88) 83	20 (20) 18	-	7 (8) 7	30 (35) 27	65 (70) 62	85 (96) 72	83 (100) 91	55 (77) 51	116 (218) 131
		106 108/71	**73** 78/49	**17** 18/16	-	**6** 6/4	**32** 29/21	**57** 59/48	**80** 80/58	**81** 87/56	**68** 69/48	**105** 114/50
	$Q_3(Q_9)$	97 (199) 104	88 (89) 83	163 (184) 153	71 (84) 76	-	-	9 (10) 9	37 (42) 31	61 (75) 72	87 (94) 73	89 (96) 81
		89 104/46	**86** 87/58	**130** 145/98	**67** 70/47	-	-	**8** 8/6	**35** 33/24	**60** 64/47	**78** 81/52	**82** 84/53
	$Q_4(Q_{10})$	101 (113) 105	79 (88) 84	108 (121) 104	81 (89) 88	112 (124) 108	53 (54) 47	-	-	9 (11) 9	40 (42) 35	68 (73) 59
		91 97/63	**73** 74/45	**82** 84/58	**88** 85/69	**101** 106/75	**53** 50/37	-	-	**10** 10/6	**35** 37/23	**62** 65/41
	$Q_5(Q_1)$	49 (54) 48	91 (103) 93	132 (157) 118	75 (83) 79	106 (195) 115	127 (129) 103	106 (114) 111	40 (47) 41	-	-	10 (12) 11
		45 48/30	**83** 89/57	**113** 123/110	**68** 71/45	**91** 103/40	**102** 106/53	**93** 96/63	**46** 45/38	-	-	**11** 11/9
	Q_6	3 (8) 4	26 (31) 28	72 (84) 68	91 (104) 92	93 (109) 98	73 (74) 51	111 (193) 117	108 (128) 126	87 (115) 102	38 (41) 32	-
		4 3/4	**25** 27/18	**60** 66/48	**83** 86/61	**87** 89/61	**62** 65/39	**94** 101/45	**101** 93/78	**95** 99/64	**35** 36/25	-
Naciski wałeczków Q_{ri}	Q'_{r3}	35 (36) 34	39 (47) 43	33 (35) 35	39 (50) 40	34 (35) 34	40 (54) 38	36 (36) 35	43 (57) 19	35 (36) 32	45 (64) 19	44 (70) 48
		34 32/20	**40** 42/41	**33** 32/19	**39** 44/39	**33** 33/20	**39** 46/39	**35** 35/26	**39** 46/40	**35** 34/19	**40** 49/43	**47** 57/46
	Q'_{r2}	95 (108) 97	144 (151) 128	104 (111) 109	135 (164) 131	108 (116) 111	134 (177) 123	106 (111) 95	140 (194) 122	105 (112) 95	149 (217) 115	119 (215) 154
		90 92/60	**128** 126/118	**95** 96/84	**129** 141/126	**100** 103/64	**126** 148/128	**97** 97/62	**128** 155/124	**99** 101/67	**132** 167/129	**128** 159/110
	Q_{r1}	137 (149) 137	183 (201) 192	127 (139) 132	185 219 183	135 (142) 131	191 (238) 172	137 (143) 115	196 (256) 162	145 (147) 118	205 (291) 169	198 (269) 138
		125 129/96	**156** 163/138	**120** 122/77	**155** 169/128	**126** 129/83	**158** 179/134	**129** 135/78	**162** 186/136	**135** 137/82	**172** 203/137	**157** 188/133
	Q_{r2}	108 (118) 109	135 (149) 124	104 (119) 105	127 (159) 126	107 (116) 112	128 (178) 119	108 (113) 103	141 (189) 111	102 (106) 93	142 (215) 108	147 (215) 121
		98 101/78	**119** 124/101	**101** 102/66	**119** 133/114	**101** 99/86	**117** 141/109	**100** 106/63	**123** 153/127	**98** 100/59	**121** 158/110	**125** 159/104
	Q_{r3}	36 (37) 36	39 (44) 41	33 (35) 35	39 (48) 39	34 (36) 35	39 (54) 38	30 (34) 33	43 (59) 39	35 (36) 34	45 (67) 37	45 (65) 38
		34 34/21	**37** 37/33	**33** 34/19	**37** 40/36	**35** 33/20	**38** 48/34	**32** 32/19	**41** 47/40	**34** 34/20	**41** 50/40	**42** 49/37

Dla stwierdzenia wpływu ruchu obrotowego na wytężenie kół obiegowych przeprowadzono szczegółowe badania stanu obciążenia, stanu przemieszczeń i naprężeń dla wyróżnionych położeń wału napędowego z przedziału kąta $\gamma = 0 \div 180^{\circ}$ z krokiem $\Delta\gamma = 18^{\circ}$, rys. 5.8 ÷5.13. Jako miarę wytężenia materiału przyjęto naprężenie redukowane $\sigma_{red} = \sigma_{HMH}$ wg hipotezy Hubera – Misesa – Henckego [23].

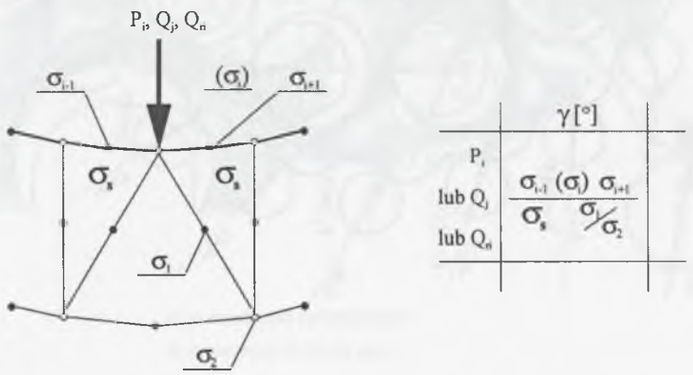
Najbardziej wytężonymi miejscami koła obiegowego, które przesądzają o trwałości całej przekładni, są jego zewnętrzne i wewnętrzne brzegi, obciążone siłami skupionymi: międzyzębnymi P_i, oddziaływania sworzni Q_j i naciskami czynnych wałeczków Q_{ri} w łożysku centralnym. W związku z tym wyznaczono rozkłady i wartości następujących naprężeń w miejscu lub w pobliżu działania siły skupionej, rys. 5.7:

- średnich redukowanych σ_s w [MPa] w najbliższym najmniejszym elemencie skończonym typu TRIA 6 o krawędzi GEL ≡ 0,4 ÷ 0,6 mm;
- redukowanych węzłowych σ_{i-1}, (σ_i), σ_{i+1} w [MPa] na brzegu zewnętrznym, wartość (σ_i) występuje bezpośrednio pod siłą skupioną;
- redukowanych węzłowych σ_1, σ_2 w [MPa] w warstwie przypowierzchniowej.

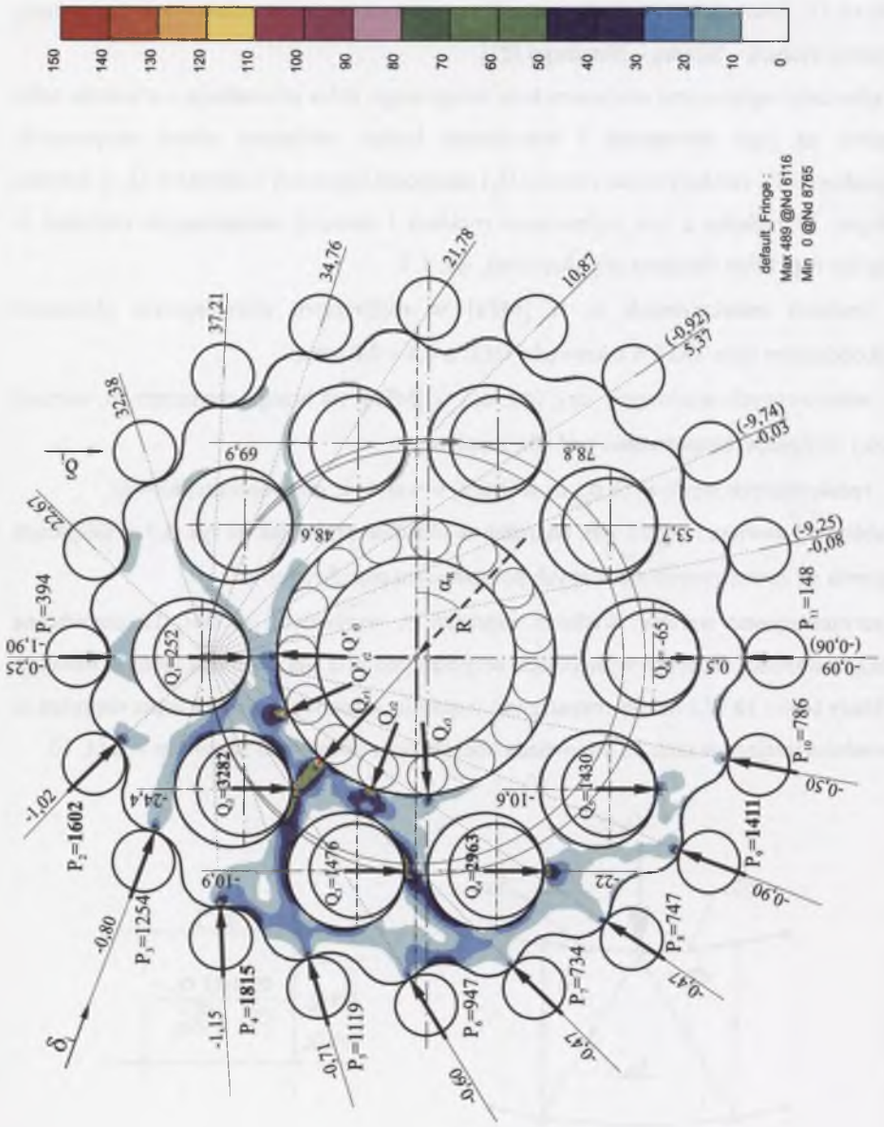
Tablica 12 zawiera rozkład ww. naprężeń w układzie zapisu jak na rys. 5.7 w miejscach wystąpienia sił zewnętrznych dla różnych położeń wału napędowego γ.

Reprezentatywne wartości średnich naprężeń σ_s wyróżniono w tabl. 12 pogrubioną czcionką, a wartości naprężeń występujące bezpośrednio pod siłą skupioną ujęto w nawiasy.

Układy tablic 10 i 12 należy rozpatrywać wspólnie, albowiem umowny zapis naprężeń w odpowiednim miejscu w tabl. 12 odpowiada obciążeniom skupionym zawartym w tabl. 10.

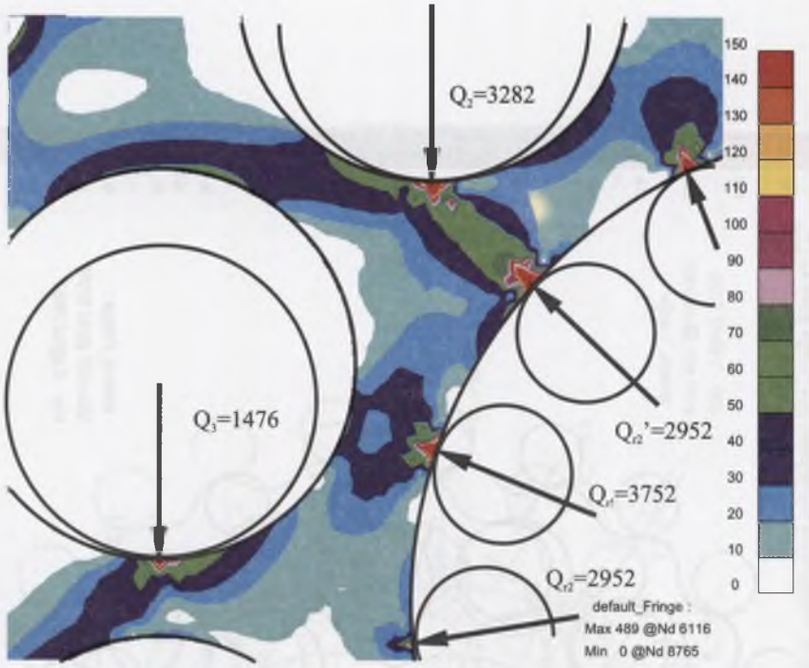


Rys. 5.7. Lokalizacja i zapis naprężeń $\sigma_{red} = \sigma_{HMH}$ w miejscu działania siły na brzegach koła obiegowego
Fig. 5.7. Localization and recording of stresses in place of acting of external force on the edges of planet wheel



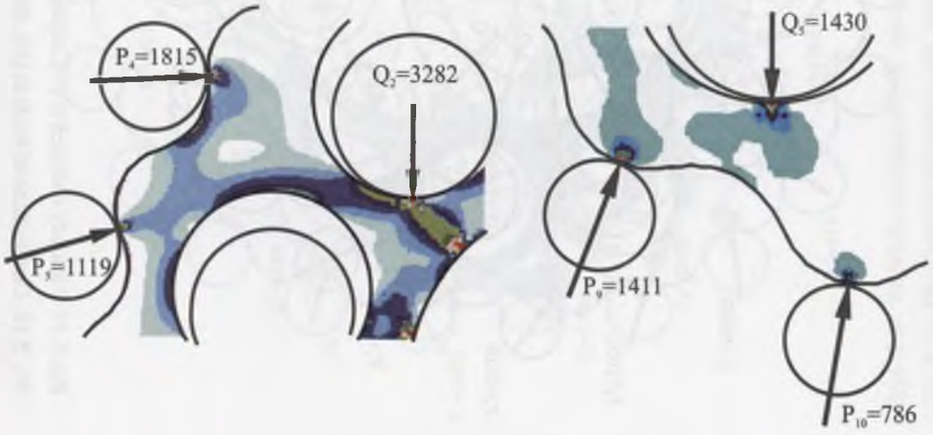
Rys. 5.8. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_i*10^{-4} w [mm] w nominalnej przekładni |i|=19 dla kąta γ=0°

Fig. 5.8. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_i*10^{-4} in [mm] in nominal gear |i|=19 for angle γ=0°



a) w centralnym otworze łożyskowym i otworach mechanizmu równowodowego

a) in central hole of bearing and holes of straight-line mechanism

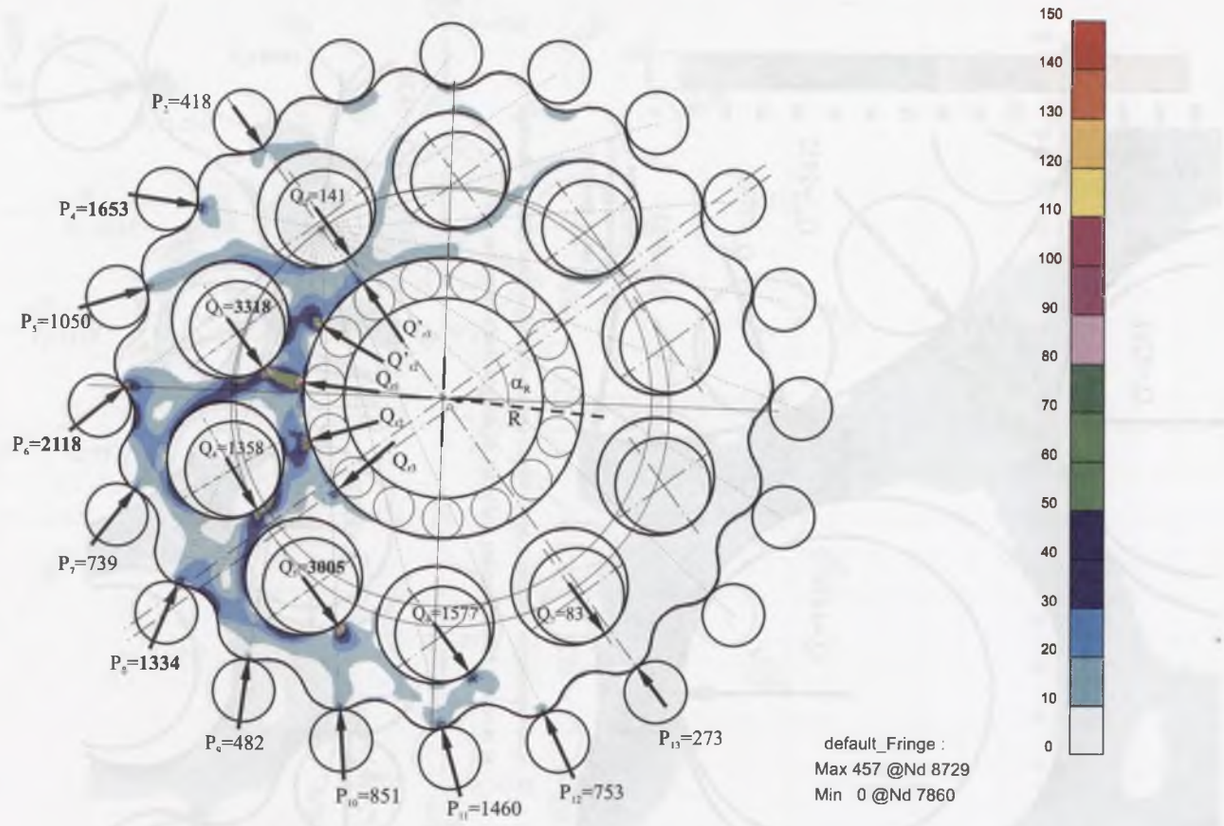


b) w zazębieniu cykloidalnym

b) in meshing of Cyclo gear

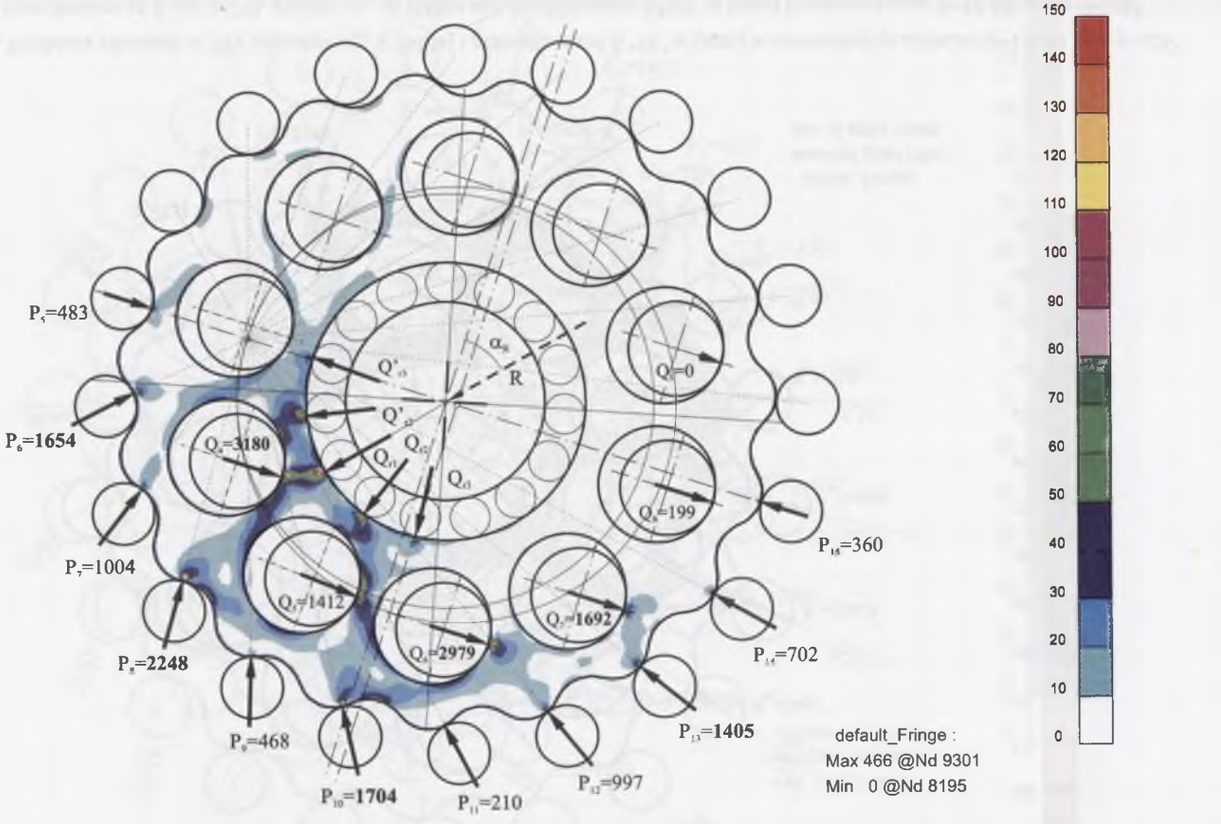
Rys.5.9. Rozkłady naprężeń σ_{red} w [MPa], sił P_i oraz Q_j w [N] w silnie wytężonych fragmentach koła obiegowego w nominalnej przekładni |i|=19 dla kąta γ =0°

Fig.5.9. Local distributions of stresses σ_{red} in [MPa] and forces P_i and Q_j in [N] in the most fragment of planet wheel in nominal gear |i|=19 for angle γ =0°



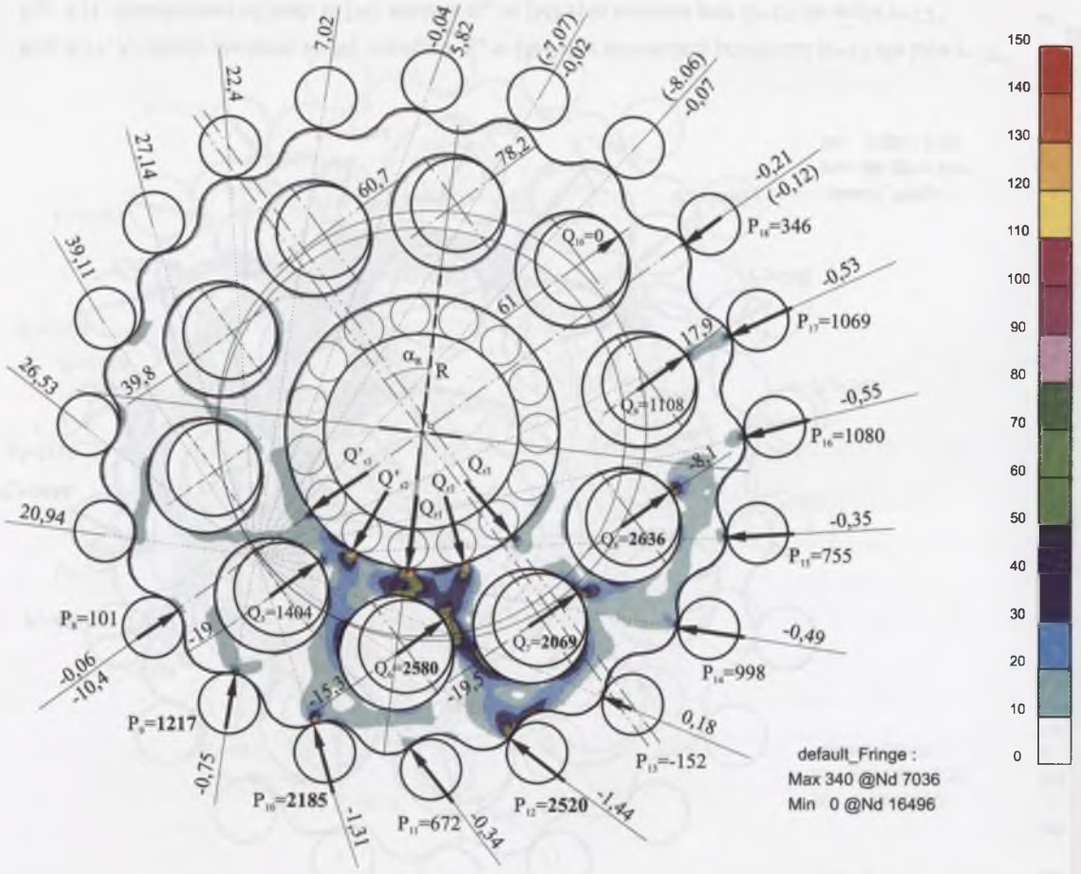
Rys.5.10. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] w nominalnej przekładni |i|=19 dla kąta γ=36°

Fig. 5.10. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] in nominal gear |i|=19 for angle γ=36°



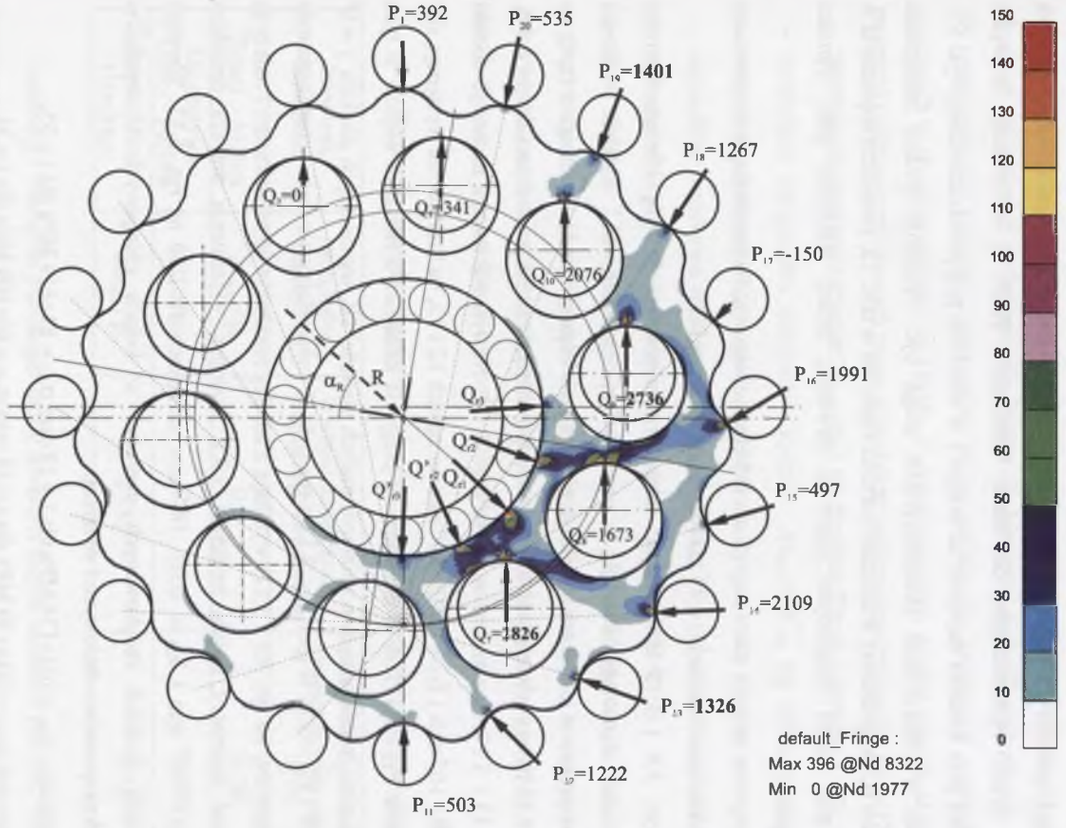
Rys. 5.11. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] w nominalnej przekładni |i|=19 dla kąta γ=72°

Fig. 5.11. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] in nominal gear |i|=19 for angle γ=72°



Rys.5.12. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_i*10^{-4} w [mm] w nominalnej przekładni |i|=19 dla kąta γ=126°

Fig.5.12. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_i*10^{-4} in [mm] in nominal gear |i|=19 for angle γ=126°



Rys.5.13. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] w nominalnej przekładni |i|=19 dla kąta γ=180°

Fig.5.13. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] in nominal gear |i|=19 for angle γ=180°

W następstwie wielokrotnych prób ustalono długość krawędzi elementu QUAD 8 na poziomie ok. 1,2 mm i dla takiego podziału wyznaczono rozkłady naprężeń jak na rys. 5.8÷5.13. Z rysunków wynika, iż wartość średniego naprężenia σ_s nie przekracza 150 MPa, natomiast w tabl. 12 średnie naprężenia w niektórych silnie wytężonych miejscach przekraczają poziom 150 MPa. Wynika to z zagęszczenia i zmiejszenia elementów na brzegach przez wprowadzenie do siatki elementów TRIA 6 o krótszej krawędzi 0,4÷0,6 mm przy badaniu naprężeń na brzegu i w warstwie przypowierzchniowej, rys. 5.7. Miarodajne w obliczeniach konstrukcyjnych mogą być wyłącznie średnie naprężenia redukowane σ_s (pogrubione). Pozostałe wartości naprężeń w tabl. 12, zwłaszcza naprężenia w węzłach pod siłami skupionymi (ujęte w nawiasy), należy traktować jako wartości orientacyjne.

Numeryczne badania stanu naprężenia w kołach obiegowych z nominalnym zazębieniem w przekładni o przełożeniu $|i| = 35$ przedstawiono w pracy [23].

Na rys. 5.8 i 5.12 umieszczono także przemieszczenia δ_i i δ_j. Ujemne wartości przemieszczeń oznaczają dociski i występowanie oddziaływań, dodatnie wartości przedstawiają luzy w miejscach chwilowo nieczynnych więzów. Rozkłady obciążeń P_i, Q_j na rys. 5.8 i 5.12 należy rozpatrywać wspólnie z odpowiadającymi im przemieszczeniami δ_i i δ_j, na rys. 3.13 i 3.17 oraz zestawionymi w tabl. 6 i 7. Na rys. 5.8 można zauważyć dociski $\delta_{12} = -0{,}08 \cdot 10^{-4}$ mm i $\delta_{13} = -0{,}03 \cdot 10^{-4}$ mm na zębach 12 i 13, na których nie występują siły międzyzębne P_{12} i P_{13}. Jest to następstwem przyjęcia założenia o istnieniu więzów w tych miejscach przy jednoczesnym pominięciu małych wartości sił, wynoszących dla kąta $\gamma = 0^0$ $P_{13} = 55$ N i $P_{14} = 136$ N (por. rys. 3.13 z rys. 5.8). Z kolei relatywnie duże przemieszczenia (ujęte w nawiasy na rys. 5.8 i 5.12) wynikają z analizy rozkładów przemieszczeń i należy je rozpatrywać łącznie z treścią rozdziału 3.8.1. Podobne wyjaśnienia dotyczą docisków $\delta_{19} = -0{,}07 \cdot 10^{-4}$ mm i $\delta_{20} = -0{,}02 \cdot 10^{-4}$ mm na zębach 19 i 20 na rys. 5.12. Wartości największych średnich redukowanych naprężeń w kołach obiegowych występują w warstwach przypowierzchniowych i wynoszą:

- w uzębieniu $\sigma_{red} = 101 \div 174$ MPa dla i = 19 oraz $\sigma_{red} = 81 \div 119$ MPa dla i = 35,
- w otworach $\sigma_{red} = 101 \div 130$ MPa dla i = 19 oraz $\sigma_{red} = 89 \div 109$ MPa dla i = 35,
- w centralnym otworze łożyskowym $\sigma_{red} = 101 \div 172$ MPa dla i =19 oraz $\sigma_{red} = 105 \div 142$ MPa dla i = 35.

5.3. Przykład wyznaczania wartości i położenie naprężeń podpowierzchniowych w kole obiegowym

Największe naprężenia podpowierzchniowe σ są położone na pewnej głębokości Z i zależą od rozkładu oraz wartości naprężeń stykowych p, jakie zaistnieją na niewielkim obszarze wzajemnego zetknięcia się dwóch dociskanych ciał odkształcalnych, rys. 5.14. W prognozowaniu trwałości powierzchni styku zakłada się najczęściej rozkład naprężeń stykowych w obszarze docisku wg Hertza. Z aktualnego stanu wiedzy wynika, iż trzy rodzaje naprężeń podpowierzchniowych mogą wywoływać zmęczenie powierzchni styku [7, 40, 61]:

- największe naprężenia styczne $2\tau_{max} = \sigma_{red}$, wg hipotezy Tresci – Mohra (T-M);
- największe ortogonalne naprężenia styczne $2|\tau_{max}| = 2\tau'_{yz}$, wg alternatywnej hipotezy największych naprężeń stycznych (alt. T-M);
- największe redukowane naprężenie $\sigma_{HMH} = \sigma_{red}$, wg hipotezy największej energii odkształcenia postaciowego Hubera – Misesa – Henckego (H-M-H).

Rys. 5.14 i 5.15 przedstawiają wartości i głębokość położenia ww. rodzajów rozpatrywanych tu naprężeń podpowierzchniowych. Natomiast tabl. 13 zawiera porównanie relatywnych wartości i położeń naprężeń, odniesionych do maksymalnej wartości naprężeń w strefie styku $p_{max} = p_o$ i połowy szerokości pola styku b.

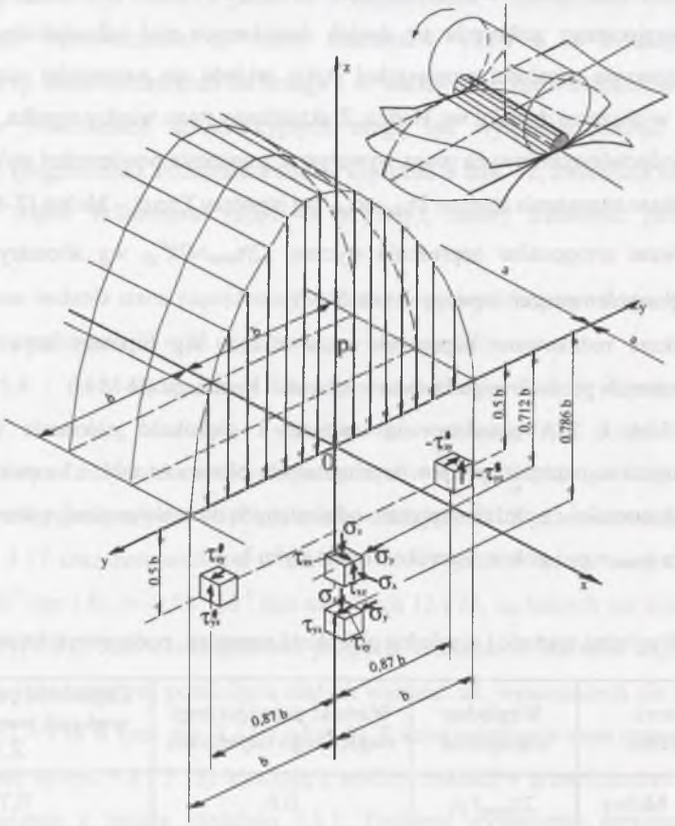
Tablica 13

Względna wartość i względna głębokość naprężeń podpowierzchniowych

Hipoteza wytężenia	Względne naprężenie	Wartość największego względnego naprężenia	Głębokość położenia największej wart. naprężenia Z / b
Tresci - Mohra	$2\tau_{max} / p_o$	0,6	0,786
Alternatywna Tresci - Mohra	$2\tau'_{zy} / p_o$	0,5	0,500
Hubera - Misesa - Henckego	σ_{HMH} / p_o	0,557	0,712

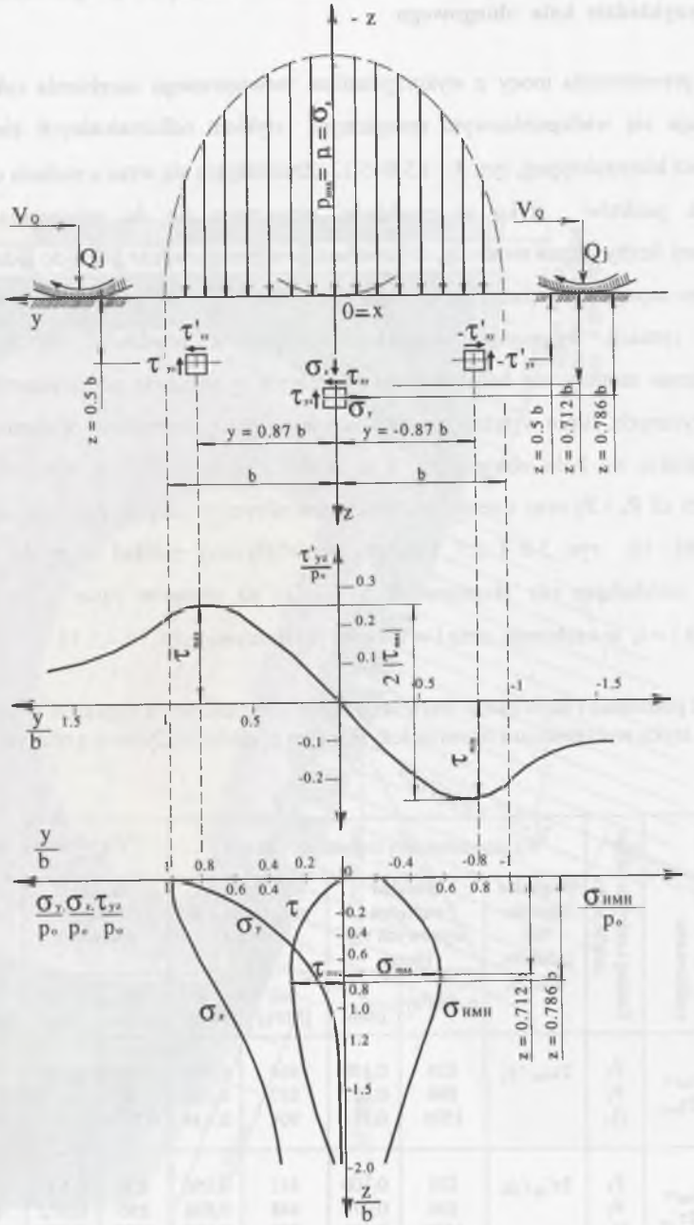
Lundberg i Palmgren publikując teorię trwałości łożysk tocznych przyjęli, iż zmęczenie powierzchniowe wywołują ortogonalne naprężenia $2\tau'_{yz}$, które określali na drodze analitycznej przyjmując rozkład nacisków w styku wg Hertza [76, 77, 86]. Obecnie kilku autorów wyróżnia największe redukowane naprężenia σ_{red} wg hipotezy H-M-H, które w lepszy sposób odzwierciedlają wytężenie materiału pod powierzchnią styku, albowiem uwzględniają wszystkie składowe stanu naprężenia [7, 48, 49, 61]. Badania doświadczalne

pierwszych objawów zmian strukturalnych w warstwie podpowierzchniowej w następstwie cyklicznych obciążeń wykazują, iż grubość tej warstwy dobrze koresponduje z głębokością położenia maksymalnych naprężeń σ_{red} wg hipotez H-M-H i T-M.



Rys.5.14. Rodzaj i głębokość położenia naprężeń podpowierzchniowych, wywołanych przez ruch elementu walcowego na powierzchni o uogólnionej krzywiźnie
Fig. 5.14. Type and depth of subsurface stresses produced by motion of cylindrical element on the surface with generalized curvature

Porównując naprężenia w tabl.13, można stwierdzić, iż wartości naprężeń wg każdej z ww. hipotez są zbliżone, aczkolwiek głębokość położenia wg hipotezy T-M jest większa. Zatem do prognozowania trwałości można wykorzystywać każdą z hipotez.



Rys. 5.15. Przebieg zmian wartości i położenie naprężeń podpowierzchniowych podczas przetaczania elementu walcowego po odkształcalnym podłożu
Fig. 5.15. Course of value change and position of subsurface stresses during rolling cylindrical element on deformable surface

5.3.1. Numeryczna weryfikacja wartości i położenia naprężeń podpowierzchniowych na przykładzie koła obiegowego

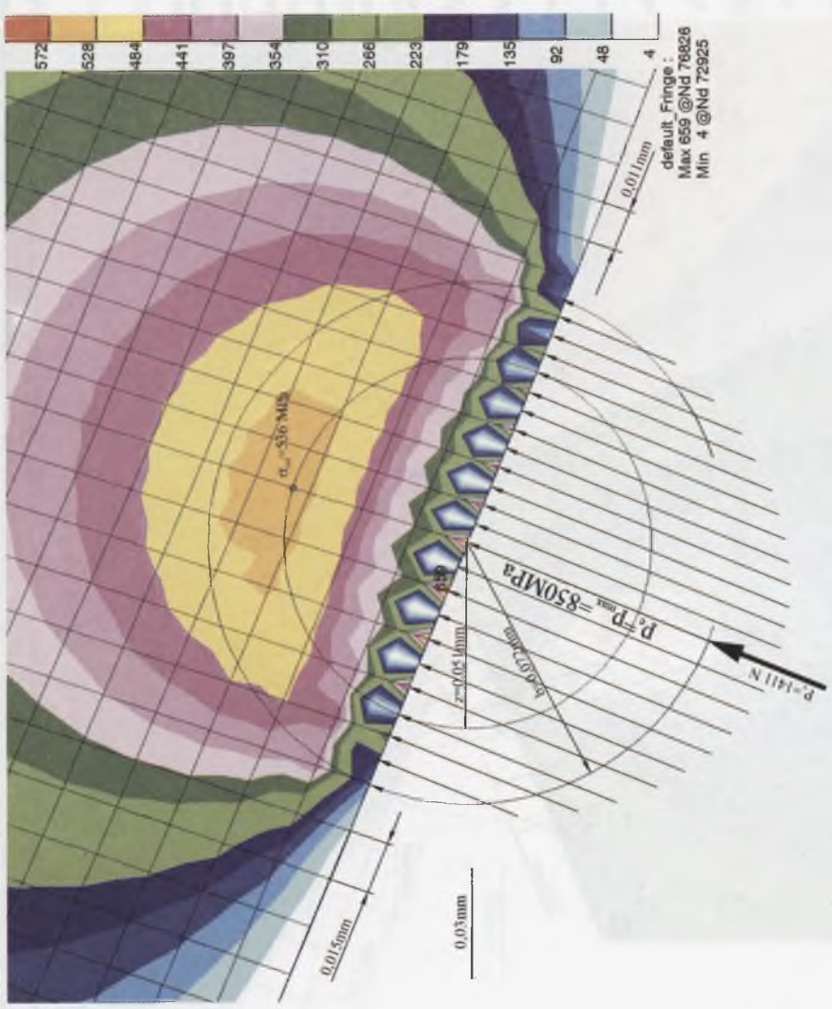
Układ przeniesienia mocy z wykorzystaniem wewnętrznego zazębienia cykloidalnego charakteryzuje się wielopunktowym sprzężonym stykiem odkształcalnych elementów o różnej postaci konstrukcyjnej, rys. 3.1 i 5.8÷5.13. Zmieniająca się wraz z ruchem obiegowym konfiguracja punktów styku w przekładni przyczynia się do zaistnienia de facto nieskończonej liczby stopni swobody, co uniemożliwia zastosowanie MES do jednoczesnego badania stanu naprężenia w dużej liczbie punktów styku.

W tej sytuacji, dysponując rozkładem obciążeń w przekładni jak w tabl. 10, przeprowadzono numeryczne badania stanu naprężenia w warstwie podpowierzchniowej w charakterystycznych, silnie wytężonych punktach współpracy elementów. Wybrano 3 typowe miejsca kontaktu na kole obiegowym, a mianowicie dwa na flance zęba w miejscach największych sił P_4 i P_9 oraz trzecie w łożysku centralnym w miejscu największego nacisku Q_{r1}, por. tabl. 10, rys. 5.8 i 5.9. Przyjęto półeliptyczny rozkład naprężeń stykowych wg Hertza, rozkładając siły skupione P_4, P_9 i Q_{r1} na obszarze styku o szerokości 2b i długościach $l = l_s$ w uzębieniu oraz l w łożysku centralnym, rys.5.16 ÷ 5.18.

Tablica 14

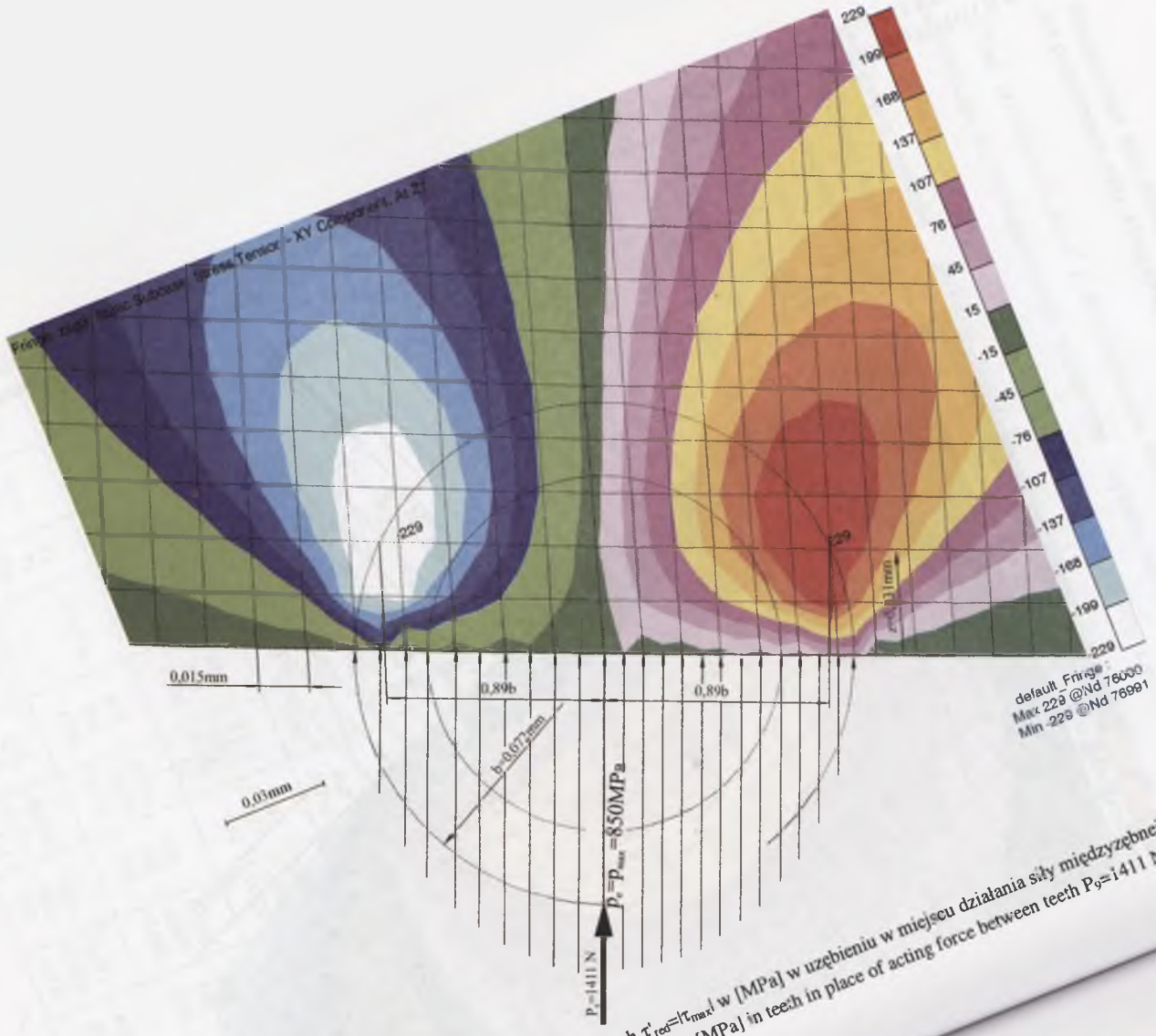
Głębokość położenia i największe wartości podpowierzchniowych naprężeń w wybranych miejscach styku w uzębieniu i otworze łożyskowym przekładni Cyclo wg różnych hipotez

Hipot. wytężenia	Największe naprężenia redukowane	Rodzaj i miejsce siły w strefie styku	Wg przedmiotowej literatury [7, 61÷64]					Wg własnych badań MES			
			Względne naprężenie redukow. σ_{red} / p_o	Rozkład naprężeń stykowych wg Hertza		Naprężenia podpowierzchniowe		Rozkład naprężeń stykowych		Naprężenia podpowierzchniowe	
				p_o [MPa]	b [mm]	σ_{red} [MPa]	Z [mm]	p_o [MPa]	b [mm]	σ_{red} [MPa]	Z [mm]
Tresci-Mohra	$\sigma_{red} = 2\tau_{max}$	P_4	$2\tau_{max} / p_o$	824	0,100	494	0,078	800	0,100	504	0,080
		P_9		896	0,072	537	0,056	850	0,072	536	0,051
		Q_{r1}		1506	0,171	904	0,134	1272	0,171	885	0,134
Altern. Tresci-Mohra	$\sigma_{red} = 2\tau'_{zy}$	P_4	$2\tau'_{zy} / p_o$	824	0,100	412	0,050	800	0,100	412	0,050
		P_9		896	0,072	448	0,036	850	0,072	458	0,031
		Q_{r1}		1506	0,171	753	0,085	1272	0,171	650	0,084
Hubera-Misesa - Henckego	$\sigma_{red} = \sigma_{HMH}$	P_4	σ_{HMH} / p_o	824	0,100	461	0,071	800	0,100	580	0,071
		P_9		896	0,072	500	0,051	850	0,072	660	0,051
		Q_{r1}		1506	0,171	843	0,121	1272	0,171	940	0,125

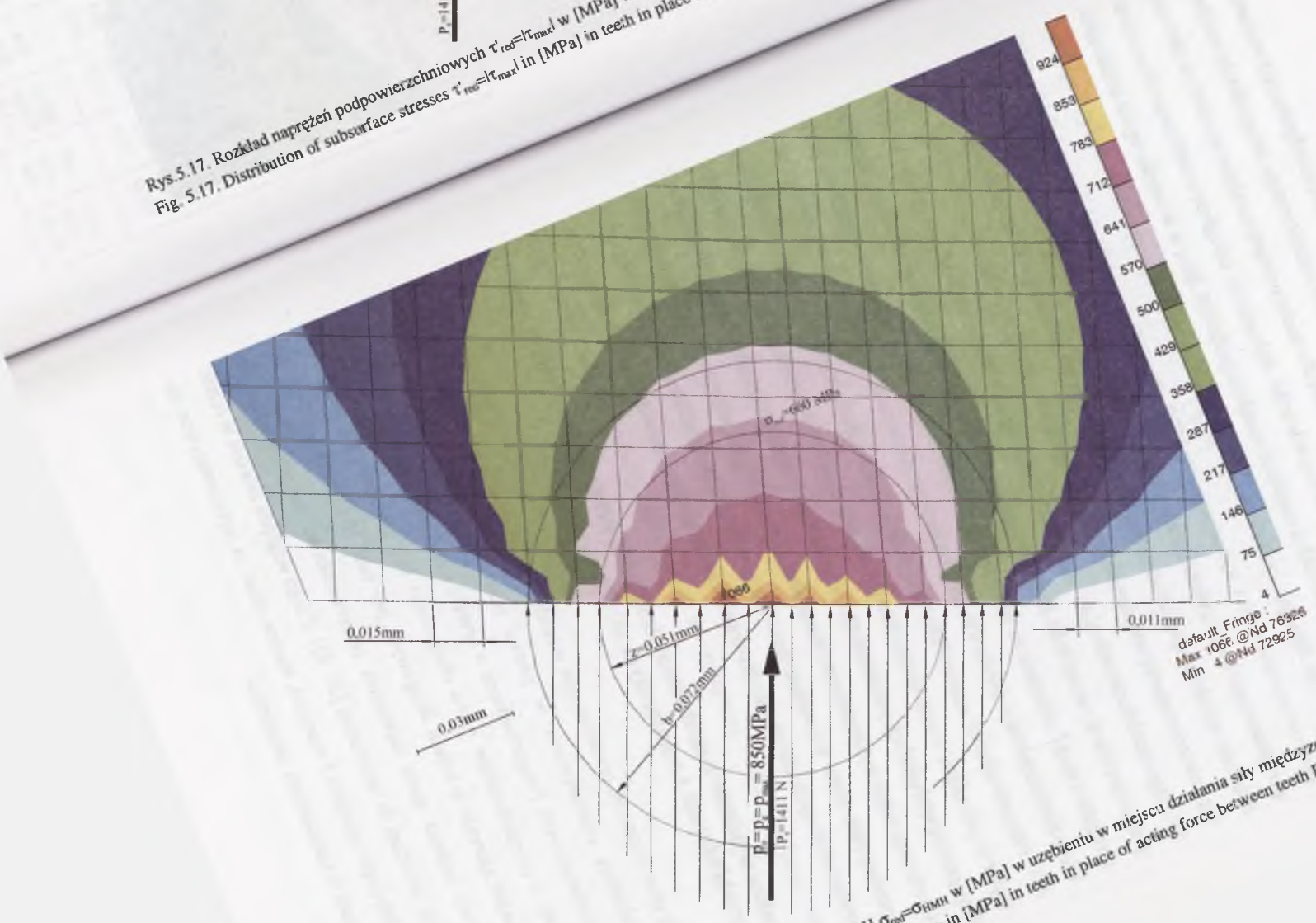


Rys. 5.16. Rozkład naprężeń podpowierzchniowych, wg hipotezy Tresci-Mohra $\sigma_{red}=2|\tau_{max}|$ w [MPa] w uzębieniu w miejscu działania siły międzyzębnej P_9=1411 N dla kąta γ=0°

Fig. 5.16. Distribution of subsurface stresses acc. to hypothesis Tresci-Mohre $\sigma_{red}=2|\tau_{max}|$ in [MPa] in teeth in place of acting force between teeth P_9=1411 N for angle γ=0°



Rys.5.17. Rozkład naprężeń podpowierzchniowych $\tau'_{red}=|\tau_{max}|$ w [MPa] w uzębieniu w miejscu działania siły międzyzębnej P_9=1411 N dla kąta γ=0°
Fig. 5.17. Distribution of subsurface stresses $\tau'_{red}=|\tau_{max}|$ in [MPa] in teeth in place of acting force between teeth P_9=1411 N for angle γ=0°



Rys. 5.18. Rozkład naprężeń podpowierzchniowych wg hipotezy H-M-H $\sigma_{red}=\sigma_{HMH}$ w [MPa] w uzębieniu w miejscu działania siły międzyzębnej P_9=1411 N dla kąta γ=0°
Fig. 5.18. Distribution of subsurface stresses acc. to hypothesis H-M-H $\sigma_{red}=\sigma_{HMH}$ in [MPa] in teeth in place of acting force between teeth P_9=1411 N for angle γ=0°

Poszukiwano właściwej siatki elementów z odpowiednią konfiguracją i stopniowym zmniejszaniem się odległości międzywęzłowej, która umożliwiałaby identyfikację rozkładu i położenia naprężeń podpowierzchniowych. Po wielu próbach ustalono podział na elementy, jak na przykładowym rys. 5.16, na którym najmniejsza odległość międzywęzłowa dla 8-węzłowego elementu 2D wynosiła w zazębieniu 0,0075 mm, a w strefie styku elementów tocznych w łożysku centralnym 0,0107 mm. Wyniki numerycznych badań naprężeń podpowierzchniowych z wykorzystaniem MES zgromadzono w tabl. 14, a na rys. 5.16 ÷ 5.18 przedstawiono dla przykładu rozkłady naprężeń, odpowiednie dla danej hipotezy wytężenia. Wartości uzyskane za pomocą MES porównywano z wartościami obliczonymi analitycznie, wg zależności zaproponowanych przez niektórych autorów [7, 61].

Zgodność naprężeń σ_{red} i głębokości Z dla hipotez T-M i alt.T-M jest dobra, tabl.14. Natomiast dla hipotezy H-M-H zgodność można uznać za zadowalającą, albowiem wartości naprężeń σ_{HMH} obliczone za pomocą MES, mimo iż relatywnie większe, to zaistnieją przy nieco mniejszych naprężeniach stykowych p.

Przeprowadzona numeryczna weryfikacja stanu naprężenia w wybranych miejscach styku w przekładni Cyclo w zasadzie potwierdza zestawione w tabl. 14 relatywne wartości naprężeń i głębokość ich położenia. Do prognozowania trwałości zmęczeniowej powierzchni styku można więc wykorzystywać wzajemne związki między naprężeniami stykowymi p_o, szerokością pola styku b i wartościami oraz głębokością położenia największych naprężeń podpowierzchniowych, decydujących o trwałości zmęczeniowej powierzchni roboczej.

5.4. Analiza wyników badań stanu obciążenia, przemieszczeń i naprężeń w przekładniach z nominalnym zazębieniem

Rozkłady przemieszczeń, przedstawione w rozdz. 3.8, umożliwiły identyfikację więzów, na których zaistnieją oddziaływania w postaci rozkładów obciążeń w zazębieniu i mechanizmie równowodowym. Przeprowadzone w oparciu o rozkłady przemieszczeń badania rozkładów obciążeń z uwzględnieniem ruchu obiegowego były podstawą do uogólnienia stanu obciążenia i badań naprężeń w kołach obiegowych, por. tabl. 10 i 12 oraz rys. 5.2, 5.3, 5.5 i 5.6. Szczegółowe badania stanu naprężenia przeprowadzono na przykładzie kół obiegowych o konstrukcji zbliżonej do optymalnej [20, 22]. Z tego względu zawarte w rozdz. 5.1 i 5.2 spostrzeżenia, dotyczące obciążeń i naprężeń, można uznać za reprezentatywne dla przekładni z realnymi więzami w nominalnym zazębieniu.

Analizując rozkłady naprężeń w kołach obiegowych, można stwierdzić, iż najbardziej wytężonymi miejscami są zewnętrzne i wewnętrzne brzegi, obciążone siłami skupionymi, rys. 5.8 ÷ 5.13. Wartość naprężeń redukowanych $\sigma_{red} = \sigma_{HMH}$ w przypowierzchniowych warstwach materiału wynosi od 101 do 172 MPa dla przełożenia i = 19 oraz od 81 do 142 MPa dla przełożenia i = 35. Im bliżej powierzchni, tym naprężenie jest większe i w miejscach przyłożenia sił skupionych zaistnieją największe wartości naprężeń (σ_i), które na bieżni łożyska centralnego osiągają 290 MPa, tabl. 12.

Obserwacja postaci rozkładów naprężeń, będących następstwem punktowego obciążenia miejsc styku siłami skupionymi, upoważnia do stwierdzenia, iż wytężenie powierzchni roboczych w kole obiegowym należy rozpatrywać jako zagadnienie kontaktowe.

W związku z tym w rozdz. 5.3 przedstawiono badania rozkładów naprężeń podpowierzchniowych, jakie zaistnieją w miejscach styku elementów przekładni przy niepomijalnym polu styku, obciążonym rozkładem naprężeń stykowych. Do wyznaczania naprężeń stykowych wykorzystano rozkłady obciążeń $\{P_i\}$, $\{Q_j\}$ i $\{Q_{ri}\}$ oraz geometrię styku oddziałujących na siebie elementów. Przeprowadzone badania z wykorzystaniem MES dowiodły, iż odpowiednie zależności analityczne, umieszczone w tabl. 13, wiążące naprężenia stykowe p_o i szerokość pola styku b z wartością σ i głębokością położenia Z naprężeń podpowierzchniowych – mogą być podstawą prognozowania trwałości powierzchni koła roboczego. Charakterystyczną cechą przekładni Cyclo jest to, iż relatywnie małe wartości naprężeń redukowanych w kołach obiegowych w pobliżu powierzchni roboczych przechodzą na niewielkiej głębokości w relatywnie duże wartości naprężeń podpowierzchniowych, przesądzających o trwałości całego koła obiegowego.

6. STAN OBCIĄŻENIA, ROZKŁADY PRZEMIESZCZEŃ I STAN NAPRĘŻENIA W RZECZYWISTEJ PRZEKŁADNI ZE ZMODYFIKOWANYM ZAZĘBIENIEM

Badanie wpływu ruchu obiegowego na wartości sił międzyzębnych P_i i sił oddziaływania Q_j w rzeczywistej przekładni można przeprowadzić wyłącznie z udziałem wykonanych kół obiegowych. Wykorzystano więc koła obiegowe 1 i 2 ze zmodyfikowanym zazębieniem, przygotowane dla doświadczalnego egzemplarza przekładni, por. rozdz. 8. Do identyfikacji czynnych zębów, uczestniczących w przekazywaniu obciążenia, wykorzystano komputerową symulację ruchu za pomocą oprogramowania MSC Patran / Nastran i AutoCad 2000 [23]. Utworzono geometryczne modele współpracujących elementów na przykładzie przekładni o przełożeniu i=19 i mocy N=3.7 kW z kołami obiegowymi 1 i 2, w których występują rzeczywiste uzębienia w postaci EP, odwzorowane na podstawie pomiarów.

Symulację ruchu obiegowego przeprowadzono przy następujących założeniach:

- ruch unoszenia koła jest ciągły, natomiast jego ruch obrotowy wystąpi tylko wtedy, gdy zaistnieje przypór na rolkach koła współpracującego;
- rzeczywiste uzębienie kół jest korygowane, por. rozdz. 8.1.1, istnieją więc początkowy luz obwodowy $\delta>0$ i konfiguracje luzów międzyzębnych $\{\Delta r_{io}\}$ i $\{\Delta r_i\}$, rys. 8.9;
- w położeniu początkowym koło obiegowe jest współosiowe z kołem współpracującym, występuje pierwotny luz obwodowy $\delta>0$ i konfiguracja luzów międzyzębnych $\{\Delta r_{io}\}$,
- uniesienie koła obiegowego w następstwie obrotu wału napędowego o kąt $\Delta\gamma_1$ spowoduje skompensowanie luzu $\delta \equiv \Delta\gamma_1$ i zaistnienie bardzo małego luzu międzyzębnego Δr_i o wartości z przedziału $-0{,}0009 \text{ mm} < \Delta r_p < 0{,}0009$ mm na jednym z zębów koła oraz małych luzów w jego otoczeniu o wartościach $\Delta r_i < \Delta r_k = 0{,}009$ mm;
- potencjalny przypór (styk zębów z rolkami) jest równoznaczny z zaistnieniem ww. konfiguracji bardzo małych luzów międzyzębnych $\{\Delta r_i\}$, mniejszych od umownie przyjętych wartości kryterialnych Δr_p i Δr_k;
- w przypadku gdy najmniejszy luz Δr_i na jednym z zębów jest większy od luzu kryterialnego, tzn. $\Delta r_i > \Delta r_p$, wtedy pojawia się wtórny przypadkowy luz obwodowy

i wał napędowy, obracając się o cząstkowy kąt $\Delta\gamma_i$, uniesie koło obiegowe (bez jego obrotu) do nowego położenia, przy którym zaistnieją luzy międzyzębne mniejsze od wartości kryterialnych, utożsamiane z punktami styku;

- dominujący wpływ na liczbę i konfiguracje czynnych zębów mają rzeczywiste uzębienie koła obiegowego i dokładność jego wykonania, drugorzędny wpływ niedokładności wykonania koła współpracującego i mechanizmu równowodowego, które można indywidualnie kompensować eliminując lub ograniczając ich wpływ [23];
- indywidualna kompensacja niedokładności koła współpracującego i mechanizmu równowodowego umożliwia przyjęcie ich nominalnych cech geometrycznych w procesie symulowania ruchów w przekładni.

Tabl. C.1 w Dodatku C przedstawia przykład identyfikacji czynnego zazębienia w przekładni o przełożeniu i=19 z rzeczywistym kołem 1. Wiersze w tablicy obrazują konfigurację luzów międzyzębnych $\{\Delta r_i\}$ dla symulowanych kątów położenia wału γ. Pierwszy wiersz przedstawia konfigurację luzów $\{\Delta r_{io}\}$, jaka zaistnieje przy współosiowym położeniu koła obiegowego 1 względem koła współpracującego przy kącie $\gamma=0$.

W pierwszym kroku symulacji ruchu obrót wału napędowego za pośrednictwem mimośrodu skompensuje pierwotny luz obwodowy δ, unosząc koło obiegowe z położenia $\gamma=0$ do położenia $\Delta\gamma_1 \equiv \delta = 0{,}168°$, przy którym zaistnieje styk czwartego zęba z czwartą rolką, por. tabl.C.1 z rys. 8.9. Zgodnie z przyjętą tu procedurą otoczenie tego styku przedstawia poszukiwany układ 3, 4 lub 5 zębów, na których zaistnieją potencjalne siły międzyzębne. Symbol „i" wskazuje kolejną kompensację przypadkowo pojawiającego się luzu obwodowego, która następuje przez unoszenie koła obiegowego o cząstkowy kąt $\Delta\gamma_i$. Położenie poprzedzające kompensację przypadkowego luzu obwodowego oznaczono symbolem *. Występujące przy tym położeniu luzy międzyzębne są większe od luzów kryterialnych Δr_p i Δr_k, zatem nie zaznaczono dla tego położenia układu czynnych zębów.

Każdy wiersz w tabl. C.1 odpowiada określonemu położeniu wału napędowego i zawiera wyróżniony układ od 3 do 5 czynnych zębów, na których występują bardzo małe luzy, które po obciążeniu przekładni będą utożsamiane z punktami styku. W badaniach stanu obciążenia przyjmowano wstępny układ, najczęściej trzech czynnych zębów (zaznaczony w tablicy czerwonym kolorem), który był podstawą wyznaczania pierwotnych sił międzyzębnych. Przeprowadzona analiza przemieszczeń przy pierwotnym układzie trzech sił międzyzębnych wykazała, iż powinny zaistnieć dodatkowe czynne zęby w ich otoczeniu, albowiem niektóre

wartości przemieszczeń δ_i były większe od luzów międzyzębnych. Dodatkowe, wchodzące w przypór zęby koła obiegowego 1 zaznaczono w tabl. C.1 pomarańczowym kolorem.

6.1. Przykład badania i uogólnienie rozkładów obciążeń w korygowanym zazębieniu i mechanizmie równowodowym z uwzględnieniem ruchu obiegowego

Przy wyznaczaniu rozkładów obciążeń wykorzystano komputerową symulację współpracy rzeczywistego koła 1 z elementami przekładni, która przedstawia zweryfikowane metrologicznie konfiguracje tych 4÷5 zębów oraz 3÷4 otworów w kole obiegowym 1, które wchodzą w przypór z rolkami i sworzniami mechanizmu, por. tabl. C.1 i rys. 6.5 ÷ 6.10. Do obliczeń wartości sił wykorzystano metodę numeryczną opracowując dla wyróżnionych kątów położenia wału $\gamma = 0 \div 180°$ (z krokiem 18°) model współpracy rzeczywistych elementów przekładni z uwzględnieniem mniejszej liczby czynnych zębów i sworzni.

Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy korelacyjnej 15 i na rys. 6.5÷6.10, które umożliwiają podobnie jak w pkt. 5.1 szczegółową analizę otrzymanych rozkładów obciążeń.

6.1.1. Analiza wartości i próba uogólnienia sił międzyzębnych w przekładni z korygowanym zazębieniem

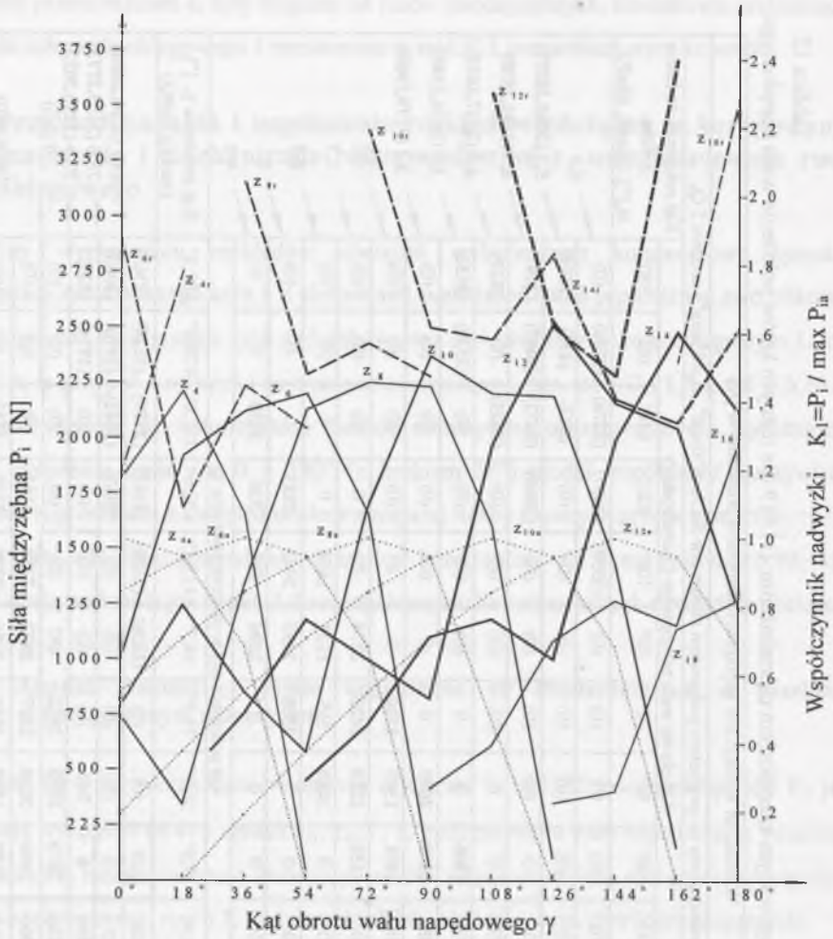
Rys. 6.1 i 6.2 sporządzone w oparciu o wiersze w tabl. 15 przedstawiają siły P_i, jakie zaistnieją wyłącznie na 4÷5 zębach z_{3r}, z_{4r}, .., z_{ir} podczas ruchu wału napędowego. Analizując wartości sił P_i można wyróżnić dwie grupy zębów: relatywnie silniej obciążone, np. chwilowo parzyste lub wybrane, rys. 6.1, i relatywnie słabiej obciążone, np. chwilowo nieparzyste,

Siły P_i przy korygowanym zazębieniu osiągają większe wartości (symbole z_{ir}) w porównaniu z wartościami wyznaczonymi dla zazębienia nominalnego (symbole z_i), są jednak znacznie większe od wartości obliczonych metodą analityczną (symbole z_{ia}). Miarą zwiększenia wartości sił może być także współczynnik nadwyżki K_1, odniesiony do ekstremalnej wartości max P_{ia}. Do próby uogólnienia wykorzystano przekątne tabl. 15, które zawierają rozkłady sił międzyzębnych P_i, jakie zaistnieją w określonym punkcie na flance zęba. Wartości sił, znajdujące się na przekątnych identyfikują ten mniejszy fragment flanki zęba, który w rzeczywistej przekładni przenosi relatywnie większe wartości sił. Wartości znajdujące się na przekątnych poddano analizie statystycznej, obliczając przedział ufności średniej wartości siły P_i z prawdopodobieństwem p=0,99, jaki może zaistnieć w danym punkcie na flance zęba. W obliczeniach średniej pominięto ok. 20% najmniejszych wartości sił.

Tablica 15

Wartości sił działających w przekładni z korygowanym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$ dla różnych kątów położenia wału napędowego

Rodzaj siły	Ozn. siły	Metoda analit.	Wartości sił w miejscach współpracy elementów przekładni w [N]															
			Metoda numeryczna ze sprężystym podparciem elementów dla A_r=650mm^2, A_p=85mm^2 i zestawu 5 Q_{ri}															
			Kąt położenia na flance zęba α_{ri}[°]	Kąt obrotu wału napędowego (mimośrodu) γ													Kąt położenia na flance zęba α_{ri}[°], (maxP_i, minP_i)	
				0°	18°	36°	54°	72°	90°	108°	126°	144°	162°	180°		
Siły międzyzębne P_i	P_1 (P_{12})	0	6,3	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(3558)	(2497)	(2276)	(3706)	(0)	6,9	
	P_2(P_{13})	1056	5,3	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(523)	(437)	(1589)	5,3 (3005,1837)	
	P_3(P_{14})	1463	4,7	2034	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(2809)	(2172)	(2067)	(2497)	4,7 (2416,1530)	
	P_4(P_{15})	1544	4,3	1838	2753	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(1625)	(0)	(629)	4,3 (2537,1615)	
	P_5(P_{16})	1454	3,9	1437	1531	1806	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(2339)	(3532)	3,9 (3536,2548)	
	P_6(P_{17})	1300	3,1	2904	1681	2232	2040	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	3,1 (3179,1968)	
	P_7(P_{18})	1091	2,5	0	2183	1031	1397	1706	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	2,5	
	P_8(P_{19})	848	1,7	0	0	3151	2283	2425	2274	0	0	(0)	(0)	(0)	1,7	
	P_9(P_1)	580	0,9	0	0	0	2469	715	1121	1656	0	0	(0)	(0)	0,9	
	P_{10}(P_1)	295	0	0	0	0	0	3388	2495	2443	2833	0	0	(0)	0	
	P_{11}	0		0	0	0	0	0	2294	595	526	1920	0	0	9,5	
			Kąt położenia siły w otworze sworznia γ_o															
Reakcje sworzni Q_j			Kąt położenia γ_o [°]	0°	18,9°	37,9°	56,8°	75,8°	94,7°	113,7°	132,6°	151,6°	170,5°	189,5°	Kąt położenia γ_o [°], (max Q_j,minQ_j)	
	Q_1(Q_7)	221	151,6	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(1836)	(3180)	(3161)	(2779)	(3228)	(2363)	113,7 (3294,2688)	
	Q_2(Q_8)	1641	113,7	2844	0	0	(0)	(0)	(0)	(0)	(1867)	(3042)	(2970)	(3063)	75,8 (3153,2773)	
	Q_3(Q_9)	2656	75,8	2460	3298	0	749	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(1974)	(3252)	37,9 (3290,3023)	
	Q_4(Q_{10})	2656	37,9	3133	3238	2873	2930	2822	497	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	0 (0,0)	
	Q_5(Q_1)	1641	0	0	1366	2466	3210	2577	2852	2759	1163	(0)	(0)	(0)		
	Q_6	221		0	0	3187	1562	3191	3156	2720	2710	3132	0	(0)	151,6 (0,0)	
	Naciski wałeczków : Q_{r3}=894; Q_{r2}= 2952; Q'_{r1}=3725; Q'_{r2}=2952; Q'_{r3}=894															

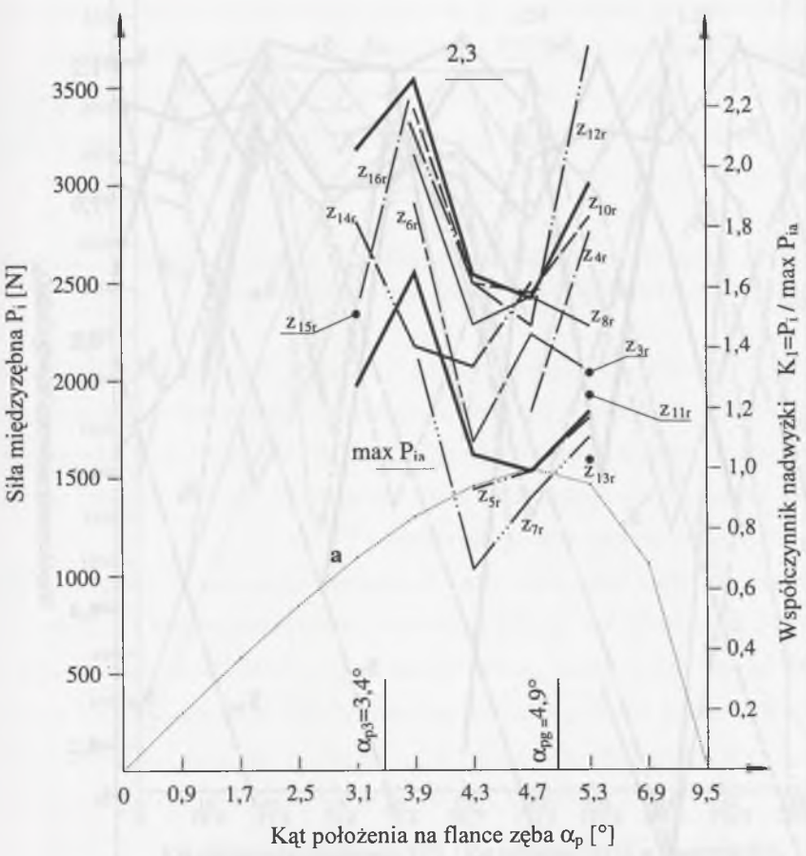


Rys. 6.1. Rozkład sił międzyzębnych P_i na relatywnie silniej obciążonych (parzystych) zębach koła obiegowego z korygowanym zazębieniem w funkcji kąta obrotu wału napędowego w rzeczywistej przekładni o przełożeniu $|i|=19$

Fig. 6.1. Distribution of forces between teeth P_i on relatively higher loaded (even) teeth of planet wheel with corrected toothing in the function of drive shaft rotation angle in gear with ratio $|i|=19$

Granice przedziału ufności zgromadzono w ostatnich kolumnach w tabl. 15. Rys. 6.2 obrazuje rozkłady sił P_i na flankach 4÷5 czynnych zębów z_{ir} na tle rozkładu **a** oraz przedział ufności średniej wartości sił P_i dla uogólnionego zęba (pogrubione linie).

Górny i dolny kres wartości odniesiony do wartości max P_{ia} przedstawia uogólnione rozkłady sił międzyzębnych P_i dla przykładowej przekładni z korygowanym zazębieniem. Jak wynika z rys. 6.2, największe siły międzyzębne występują wyłącznie na flankach od punktu przegięcia α_{pg} do punktu położenia minimalnego promienia krzywizny ekwidystanty α_{p3}.

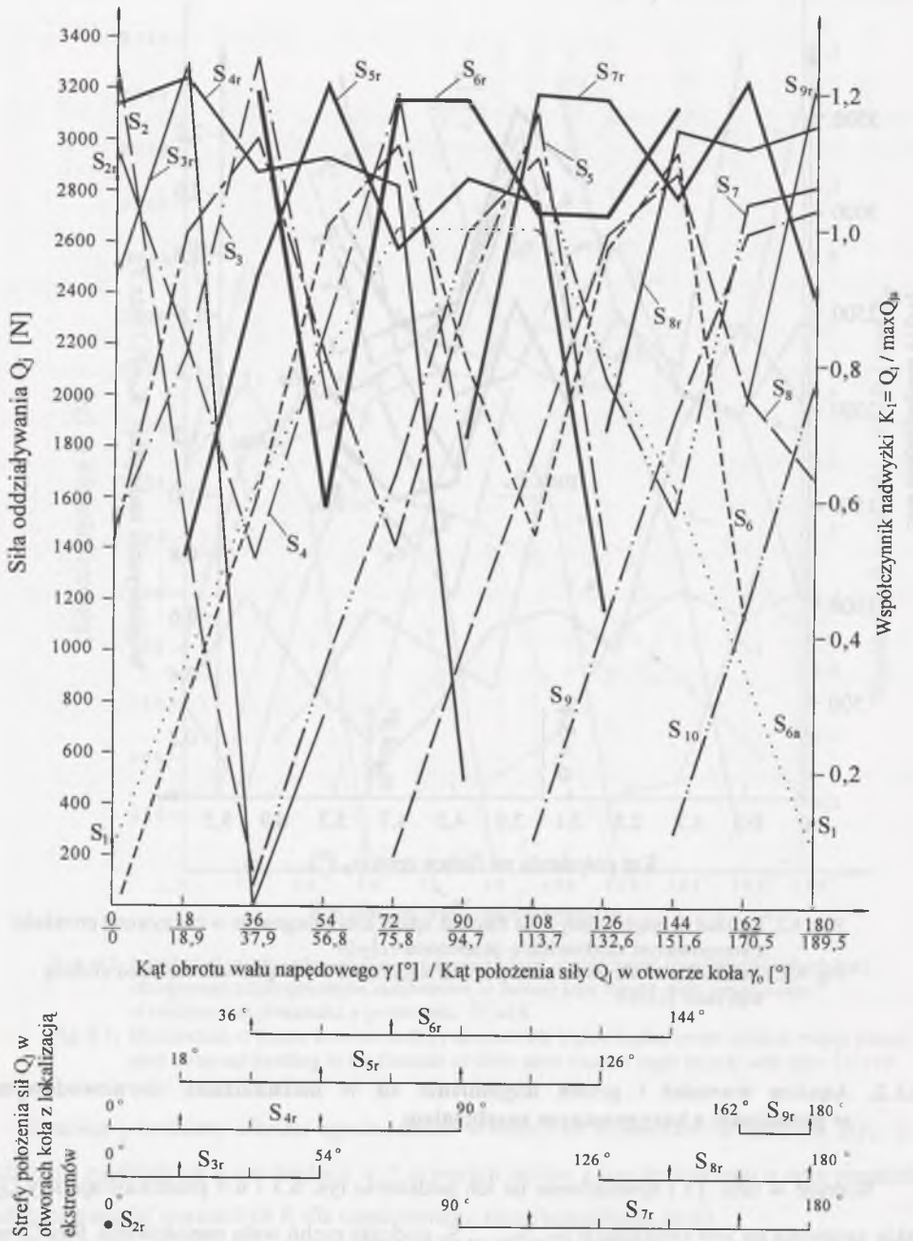


Rys. 6.2. Rozkład sił międzyzębnych na flankach zębów koła obiegowego w rzeczywistej przekładni z korygowanym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$

Fig. 6.2. Distribution of forces between teeth on teeth flanks in real gear with corrected toothing with ratio $|i|=19$

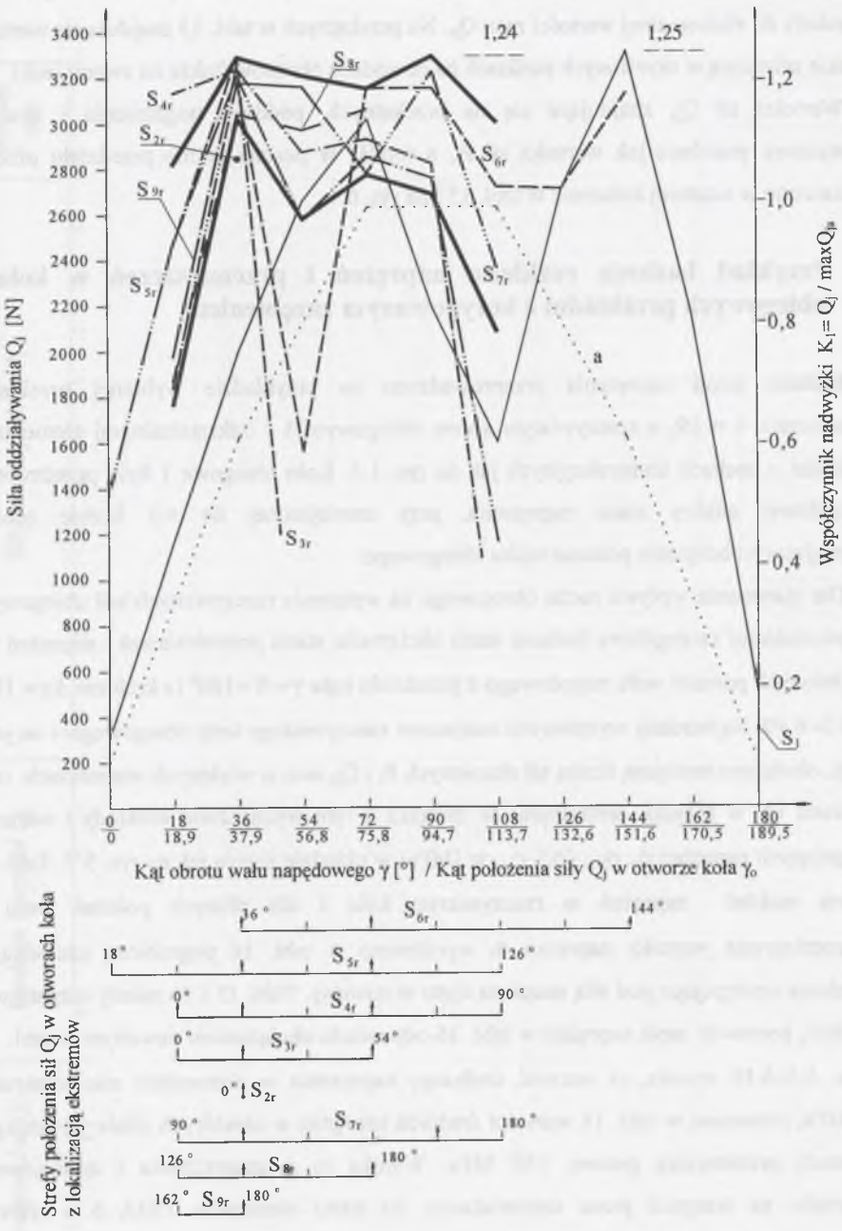
6.1.2. Analiza wartości i próba uogólnienia sił w mechanizmie równowodowym w przekładni z korygowanym zazębieniem

Wiersze w tabl. 15 i sporządzone na ich podstawie rys. 6.3 i 6.4 przedstawiają siły Q_j, jakie zaistnieją na 3÷4 sworzniach S_{2r}, S_{3r}, ..., S_{jr} podczas ruchu wału napędowego. Siły Q_j na każdym z czynnych sworzni wykazują charakterystyczne przebiegi z dwiema wartościami ekstremalnymi. Rozkłady sił S_{2r}, S_{3r}, ..., S_{9r} różnią się w nieznacznym stopniu, jednakże największe wartości obliczone numerycznie są większe od największej wartości obliczonej



Rys. 6.3. Rozkład sił Q_j na sworzniach mechanizmu równowodowego w funkcji kąta obrotu wału napędowego γ w przekładni z korygowanym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$

Fig. 6.3. Distribution of forces Q_j on bolts of straight line mechanism in function drive shaft rotation in gear with corrected toothing with ratio $|i|=19$



Rys. 6.4. Rozkłady sił Q_j na sworzniach, odniesione do uogólnionego otworu w mechanizmie równowodowym w przekładni z korygowanym zazębieniem o przełożeniu $|i|=19$

Fig. 6.4. Distribution of forces Q_j on bolts in relation to generalized hole in straight line mechanism in gear with corrected toothing with ratio $|i|=19$

metodą analityczną. Miarą zwiększenia wartości może być współczynnik nadwyżki K_1, odniesiony do ekstremalnej wartości max Q_{ja}. Na przekątnych w tabl. 15 znajdują się wartości Q_j, jakie zaistnieją w określonych punktach na obwodach otworów (także na sworzniach).

Wartości sił Q_j, znajdujące się na przekątnych, poddano uogólnieniu i analizie statystycznej, podobnie jak wartości sił P_i, a wyniki w postaci granic przedziału ufności umieszczono w ostatniej kolumnie w tabl. 15 i na rys. 6.4.

6.2. Przykład badania rozkładu naprężeń i przemieszczeń w kołach obiegowych przekładni z korygowanym zazębieniem

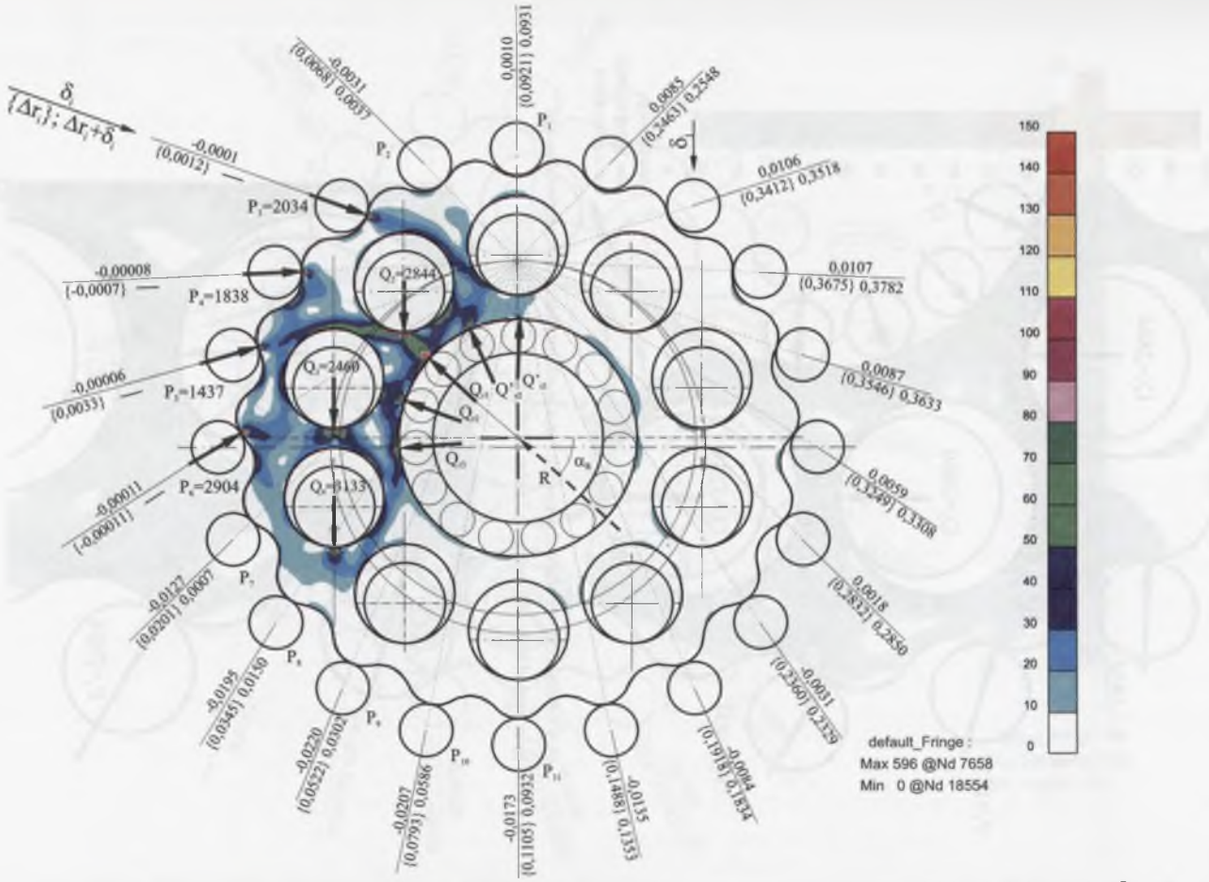
Badanie stanu naprężenia przeprowadzono na przykładzie wybranej przekładni o przełożeniu i = 19, z rzeczywistym kołem obiegowym 1 i odkształcalnymi elementami przekładni o cechach konstrukcyjnych jak na rys. 1.3. Koło obiegowe 1 było przedmiotem szczegółowej analizy stanu naprężenia, przy zmniejszonej do 4-5 liczbie zębów, przejmujących obciążenie podczas ruchu obiegowego.

Dla ujawnienia wpływu ruchu obrotowego na wytężenie rzeczywistych kół obiegowych przeprowadzono szczegółowe badania stanu obciążenia, stanu przemieszczeń i naprężeń dla wyróżnionych położeń wału napędowego z przedziału kąta $\gamma = 0 \div 180^\circ$ (z krokiem $\Delta\gamma = 18^\circ$), rys. 6.5÷6.10. Najbardziej wytężonymi miejscami rzeczywistego koła obiegowego 1 są jego brzegi, obciążone mniejszą liczbą sił skupionych P_i i Q_j, lecz o większych wartościach, oraz naciskami Q_n w łożysku centralnym. W związku z tym wyznaczono rozkłady i wartości następujących naprężeń σ_s, σ_{i-1}, (σ_i), σ_{i+1} w [MPa] w układzie zapisu jak na rys. 5.7. Tabl. 16 zawiera rozkład naprężeń w rzeczywistym kole 1 dla różnych położeń wału γ. Reprezentatywne wartości naprężeń σ_s wyróżniono w tabl. 16 pogrubioną czcionką, a naprężenia występujące pod siłą skupioną ujęto w nawiasy. Tabl. 15 i 16 należy rozpatrywać wspólnie, ponieważ zapis naprężeń w tabl. 16 odpowiada obciążeniom zawartym w tabl. 15. Z rys. 6.5÷6.10 wynika, iż wartość średniego naprężenia w elementach nie przekracza 150 MPa, natomiast w tabl. 16 wartości średnich naprężeń w niektórych silnie wytężonych miejscach przekraczają poziom 150 MPa. Wynika to z zagęszczenia i zmniejszenia elementów na brzegach przez wprowadzenie do siatki elementów TRIA 6 o krótszej krawędzi. Na rys. 6.5 ÷ 6.10 przedstawiono także przemieszczenia z uwzględnieniem pierwotnych luzów $\{\Delta r_i\}$, jakie zaistniały w zazębieniu z udziałem rzeczywistego korygowanego koła obiegowego 1. Luzy $\{\Delta r_i\}$ wynikają z kompensacji luzu obwodowego δ, będącego wynikiem modyfikacji zazębienia.

Tablica 16

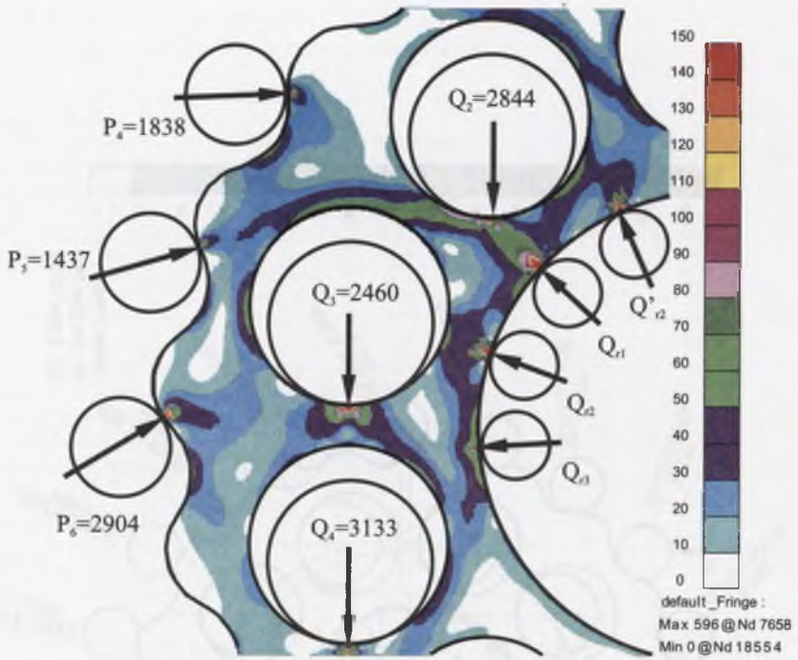
Stan naprężenia w miejscach styku koła obiegowego 1 z elementami przekładni ze skorygowanym zazębieniem o przełożeniu i=19 dla różnych kątów położenia wału napędowego

Rodzaj siły	Oznacz. siły	Naprężenie redukowane $\sigma_{red}=\sigma_{HMH}$ [MPa]										
		Kąt obrotu wału napędowego (mimośrodu) γ [°]										
		0,168	18,168	36,177	54,180	72,183	90,190	108,197	126,214	144,224	162,234	180,244
Siły międzyzębne P_i	$P_1(P_{12})$							254 (307) 274	194 (275) 165	99 (138) 92	**242** (318) 261	
								233 242/183	**172** 205/146	**114** 116/71	**215** 235/184	
	$P_2(P_{13})$								12 (14) 13	42 (49) 46	38 (53) 34	122 (172) 98
									13 14/14	**35** 35/23	**30** 35/19	**97** 121/82
	$P_3(P_{14})$	147 (196) 27							129 (180) 120	95 (132) 88	145 (191) 146	177 (228) 177
		128 153/121							**140** 158/101	**113** 122/73	**135** 147/116	**162** 175/125
	$P_4(P_{15})$	79 (111) 74	208 (291) 158							75 (105) 70	12 (13) 12	51 (69) 48
		99 105/62	**172** 213/168							**84** 91/58	**12** 13/12	**41** 48/28
	$P_5(P_{16})$	102 (136) 29	108 (135) 111	81 (121) 86							101 (153) 110	153 (221) 150
		92 105/79	**98** 101/70	**98** 103/67							**129** 138/85	**169** 170/123
	$P_6(P_{17})$	134 (188) 125	134 (187) 108	174 (179) 156	83 (121) 85							
		150 154/109	**116** 140/106	**141** 148/126	**92** 93/67							
	$P_7(P_{18})$		109 (153) 102	47 (66) 44	100 (131) 95	71 (100) 67						
			117 118/85	**54** 61/37	**85** 102/84	**78** 87/56						
	$P_8(P_{19})$			140 (196) 131	99 (148) 106	179 (251) 150	95 (132) 88					
				154 161/111	**115** 124/82	**153** 183/143	**110** 120/74					
	$P_9(P_1)$				110 (153) 102	32 (47) 33	47 (71) 51	73 (101) 67				
					127 132/85	**37** 38/26	**55** 58/39	**88** 89/56				
	$P_{10}(P_1)$					216 (401) 266	110 (153) 102	102 (153) 109	211 (285) 87			
						231 284/190	**125** 128/85	**116** 118/85	**188** 212/142			
	P_{11}						170 (233) 175	27 (37) 24	23 (32) 21	142 (170) 147		
							148 164/114	**32** 38/21	**26** 28/18	**119** 121/75		
Reakcje sworzni Q_j	$Q_1(Q_7)$						51 (71) 48	88 (128) 89	93 (136) 94	82 (115) 77	80 (112) 74	67 (94) 63
							53 55/39	**98** 98/71	**109** 115/76	**102** 108/64	**100** 106/62	**80** 92/52
	$Q_2(Q_8)$	80 (115) 78							51 (76) 54	75 (110) 76	79 (117) 84	86 (119) 80
		98 108/64							**57** 58/42	**85** 85/61	**96** 101/66	**110** 112/66
	$Q_3(Q_9)$	70 (102) 70	96 (138) 94		24 (33) 22						51 (72) 48	84 (118) 79
		90 98/57	**118** 126/77		**28** 29/18						**57** 65/40	**96** 101/66
	$Q_4(Q_{10})$	85 (123) 83	90 (135) 96	154 (176) 167	82 (119) 81	79 (114) 77	14 (20) 13					
		93 95/68	**108** 109/75	**125** 133/85	**111** 112/66	**93** 98/63	**19** 18/11					
	$Q_5(Q_1)$		38 (55) 38	163 (184) 164	87 (130) 93	72 (106) 74	78 (117) 84	71 (106) 76	34 (49) 34			
			42 42/31	**126** 133/90	**105** 107/72	**95** 97/59	**109** 110/65	**86** 92/59	**37** 38/27			
	Q_6			144 (171) 136	43 (63) 43	80 (120) 86	79 (111) 74	76 (107) 77	69 (104) 74	85 (127) 91		
				121 131/115	**47** 48/35	**91** 92/67	**95** 98/62	**98** 98/59	**95** 96/58	**100** 108/71		
Naciski wałeczków Q_{ri}	Q'_{r3}	28 (37) 28	41 (44) 40	24 (36) 28	39 (49) 41	23 (35) 25	42 (54) 37	26 (36) 34	43 (57) 33	24 (34) 23	46 (64) 31	44 (63) 35
		28 29/21	**36** 38/34	**28** 28/20	**36** 40/33	**28** 32/19	**36** 46/34	**30** 32/21	**37** 47/36	**30** 31/19	**38** 47/38	**39** 48/35
	Q'_{r2}	77 (112) 78	130 (145) 134	82 (115) 77	131 (158) 129	86 (120) 80	133 (173) 119	83 (115) 76	139 (193) 118	77 (116) 83	149 (218) 116	168 (219) 129
		86 86/62	**121** 115/103	**92** 98/64	**123** 131/116	**98** 103/67	**122** 139/118	**95** 98/64	**126** 153/121	**96** 99/64	**133** 168/130	**130** 161/109
	Q_{r1}	106 (155) 107	178 (196) 184	104 (145) 97	181 (217) 176	111 (153) 102	184 (233) 160	106 (148) 98	196 (256) 160	101 (152) 109	200 (288) 166	182 (269) 141
		127 139/86	**156** 158/136	**122** 132/81	**155** 163/123	**126** 128/85	**157** 171/133	**128** 134/82	**162** 184/134	**132** 137/84	**173** 202/141	**160** 189/137
	Q_{r2}	84 (122) 84	156 (169) 133	87 (122) 81	134 (176) 144	85 (119) 79	133 (191) 134	84 (117) 79	141 (190) 113	74 (112) 81	141 (217) 111	143 (217) 121
		93 95/68	**139** 146/125	**96** 98/68	**136** 152/136	**96** 105/66	**132** 154/129	**96** 101/66	**125** 146/131	**94** 96/62	**125** 163/117	**131** 167/120
	Q_{r3}	77 (137) 78	39 (44) 41	83 (134) 72	39 (48) 38	85 (135) 66	39 (54) 38	83 (125) 56	49 (67) 48	74 (120) 32	50 (72) 45	54 (72) 56
		77 94/76	**38** 42/41	**77** 91/72	**38** 42/39	**77** 92/71	**39** 44/37	**70** 80/60	**50** 56/49	**57** 68/50	**49** 57/48	**56** 55/48



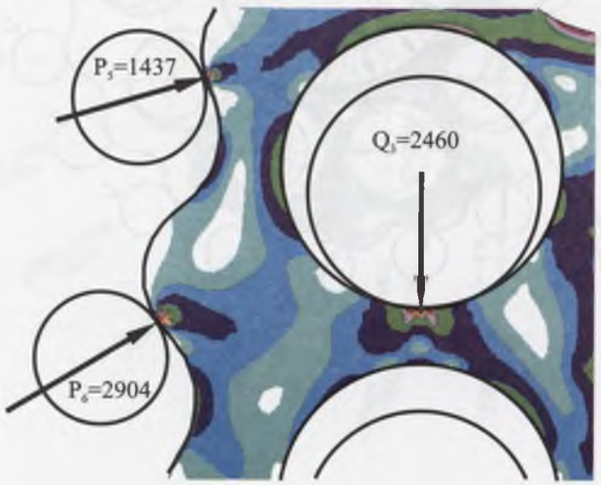
Rys.6.5. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_i w [mm] w rzeczywistej przekładni |i|=19 dla kąta γ=0,17°

Fig.6.5. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_i in [mm] in real gear |i|=19 for angle γ=0,17°



a) w centralnym otworze łożyskowym i otworach mechanizmu równowodowego

a) in central hole of bearing and holes of straight-line mechanism

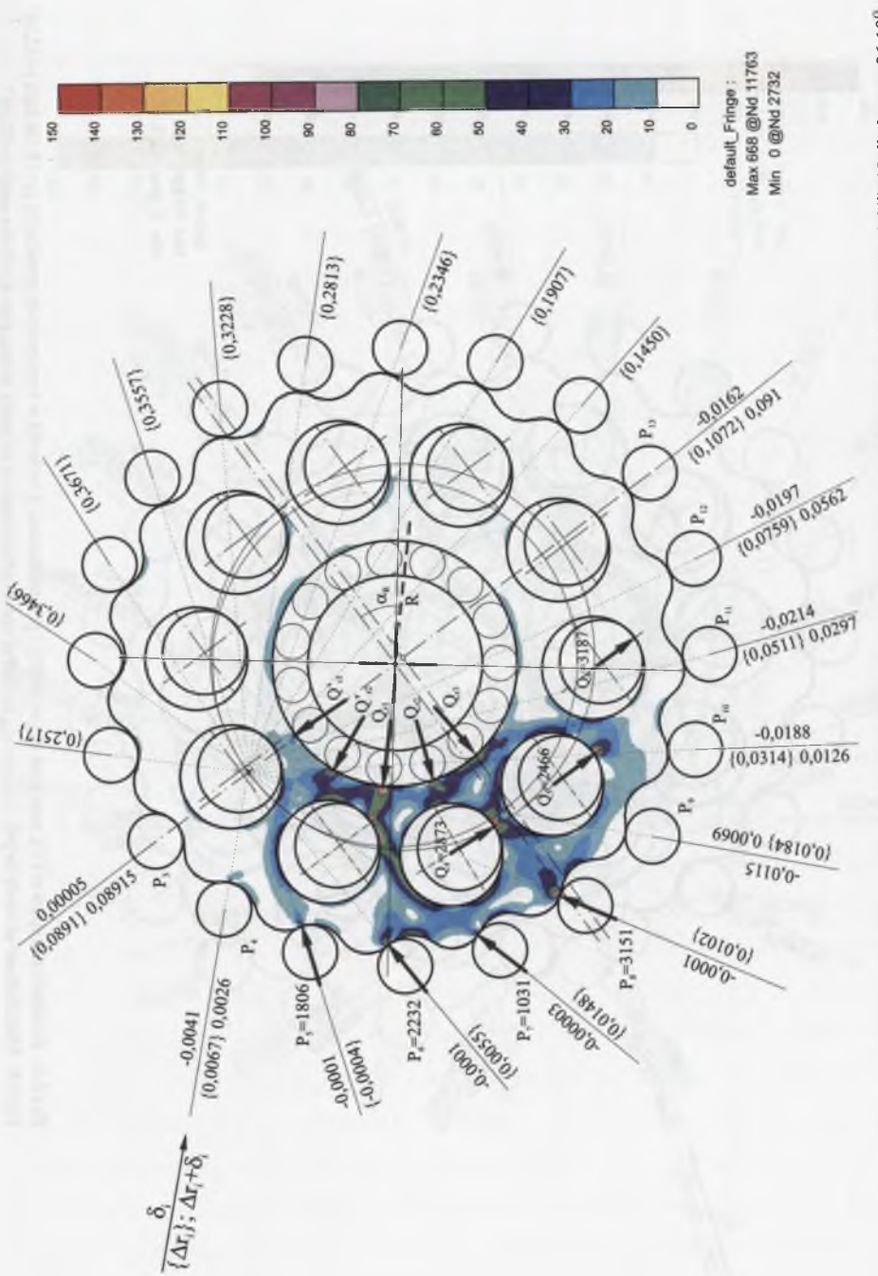


b) w zazębieniu cykloidalnym

b) in meshing of Cyclo gear

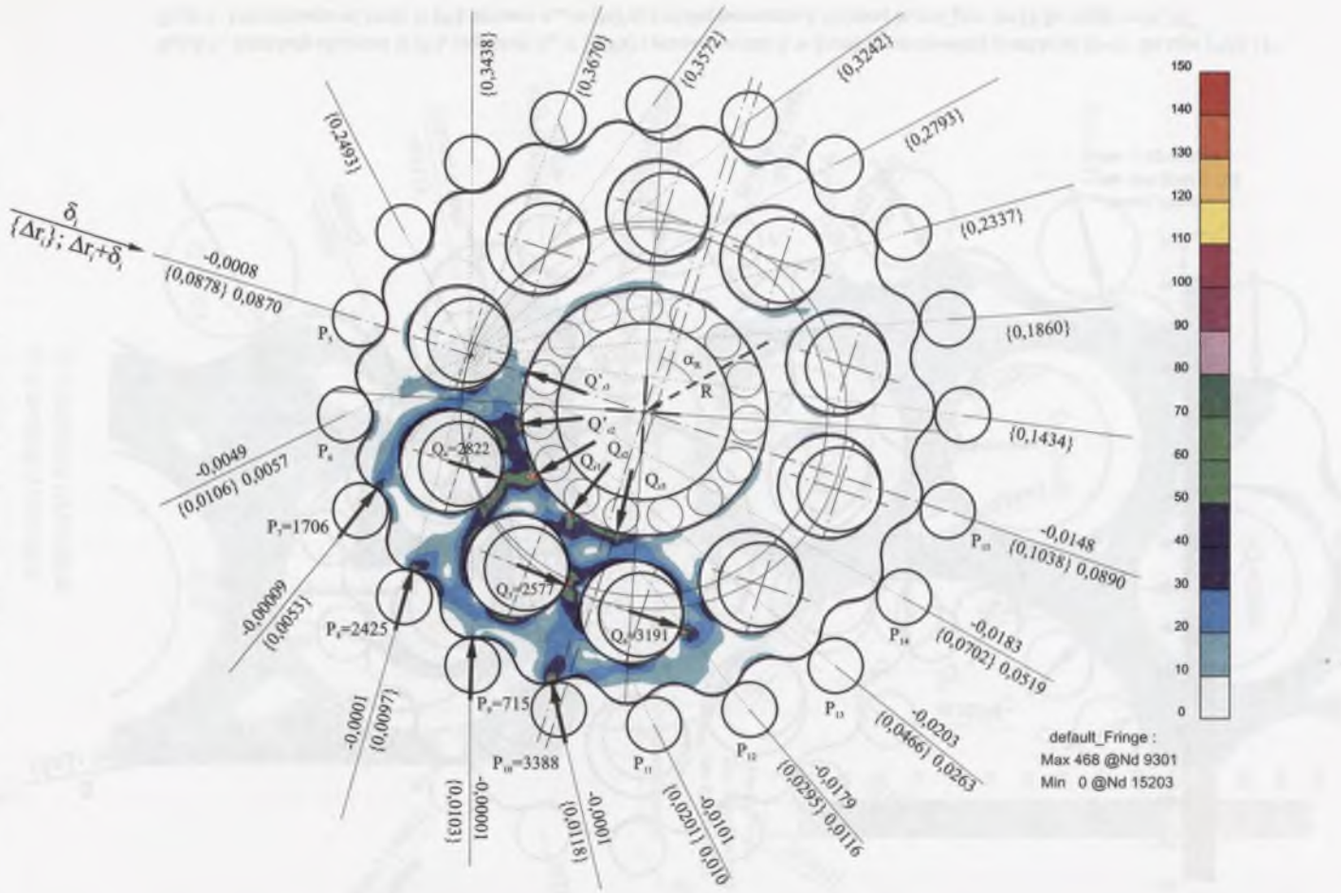
Rys.6.6. Rozkłady naprężeń σ_{red} w [MPa], sił P_i oraz Q_j w [N] w silnie wytężonych fragmentach koła obiegowego w rzeczywistej przekładni |i|=19 dla kąta γ =0,17°

Fig.6.6. Local distributions of stresses σ_{red} in [MPa] and forces P_i and Q_j in [N] in the most fragment of planet wheel in real gear |i|=19 for angle γ =0,17°

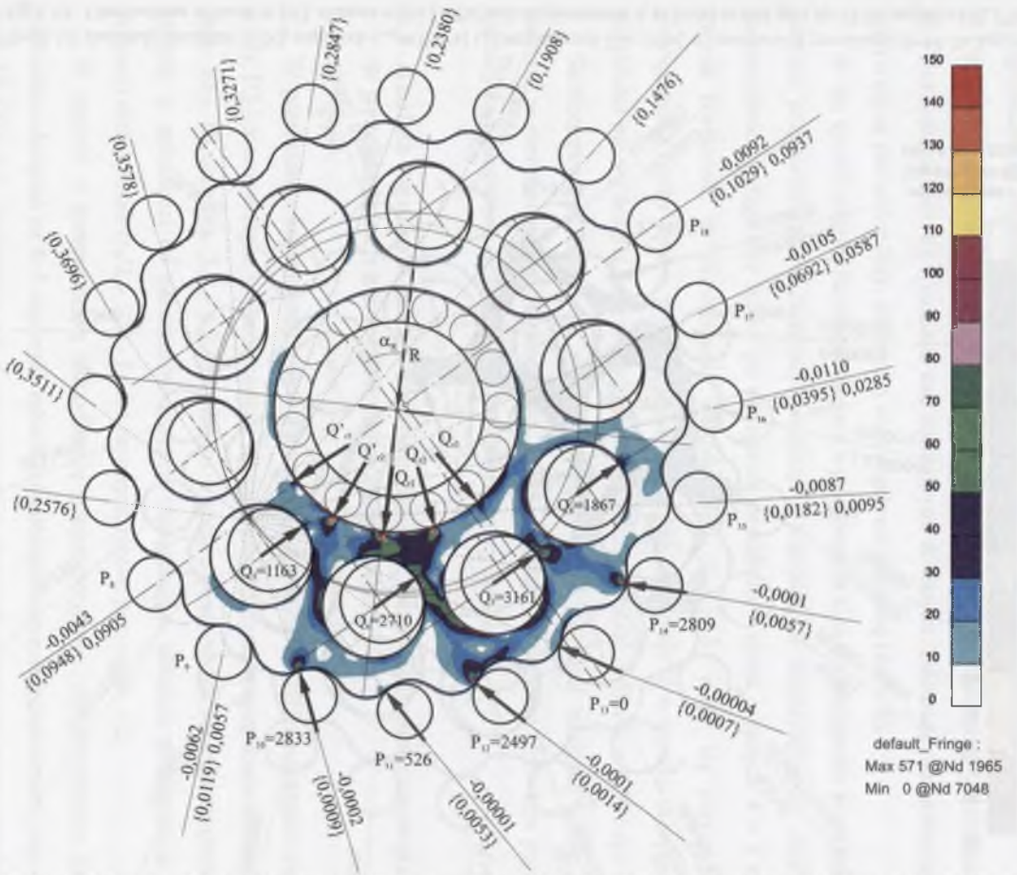


Rys.6.7. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_j w [mm] w rzeczywistej przekładni |i|=19 dla kąta γ=36,18°

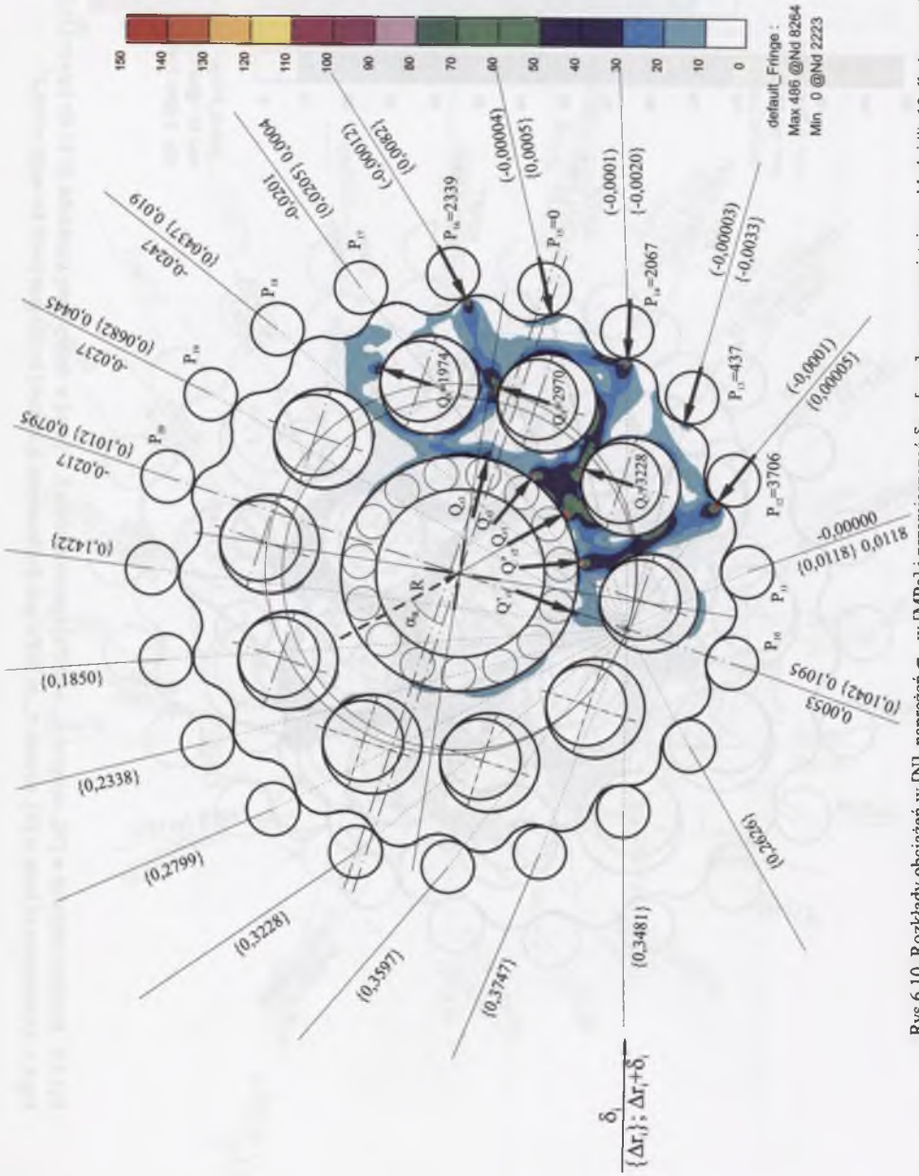
Fig.6.7. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_j in [mm] in real gear |i|=19 for angle γ=36,18°



Rys.6.8. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_i w [mm] w rzeczywistej przekładni |i|=19 dla kąta γ=72,18°
Fig.6.8. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_i in [mm] in real gear |i|=19 for angle γ=72,18°



Rys.6.9. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_i w [mm] w rzeczywistej przekładni |i|=19 dla kąta γ=126,2°
Fig.6.9. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_i in [mm] in real gear |i|=19 for angle γ=126,2°



Rys.6.10. Rozkłady obciążeń w [N], naprężeń σ_{red} w [MPa] i przemieszczeń δ_i w [mm] w rzeczywistej przekładni |i|=19 dla kąta γ=162,2°
Fig.6.10. Distributions of loads in [N], stresses σ_{red} in [MPa] and displacements δ_i in [mm] in real gear |i|=19 for angle γ=162,2°

Wartości pierwotnych luzów $\{\Delta r_i\}$, wynikające z symulacji ruchu, umieszczono na ww. rysunkach pod prostymi normalnymi do zarysu. Obserwując rozkłady $\{\Delta r_i\}$ można zauważyć bardzo małe wartości luzów lub wcisków, które odpowiadają potencjalnym przyporom i występowaniu sił międzyzębnych P_i na 4 ÷ 5 zębach.

Po obciążeniu przekładni w miejscach potencjalnego przyporu zaistniały przemieszczenia δ_i, które umieszczono na rysunkach nad normalnymi do zarysu. Zaistniałe przemieszczenia δ_i wpływają na pierwotne luzy, obliczono więc algebraiczną sumę $(\Delta r_i + \delta_i)$.

W ten sposób zidentyfikowano miejsca występowania luzu po obciążeniu przekładni i te miejsca przyporów, gdzie zaistniały zwiększone wartości sił międzyzębnych. Analizując jednocześnie konfigurację luzów po obciążeniu przekładni i układ czynnych 4 ÷ 5 zębów, można stwierdzić, iż zmniejszenie wartości sum $(\Delta r_i + \delta_i)$ może się przyczynić do powiększenia liczby zębów, przejmujących obciążenie. Zaistnieje to w wyniku skorygowania zazębienia nie wg drugiej, lecz szóstej lub ósmej kolumny w tabl. 8 (dla $\varepsilon_6 = 0,39$ i $\varepsilon_8 = 0,45$).

Skoncentrowanie zazębienia na 4 ÷ 5 zębach implikuje także mniejszą liczbę 3 ÷ 4 sworzni w mechanizmie równowodowym, które przejmują obciążenie, albowiem pojawiają się luzy na pozostałych sworzniach, które nie przenoszą obciążenia.

6.3. Analiza wyników badań stanu obciążenia, przemieszczeń i naprężeń w przekładniach z korygowanym zazębieniem

W przekładni z korygowanym zazębieniem siły międzyzębne $\{P_i\}$ są znacznie większe, a siły $\{Q_j\}$ nieco większe w porównaniu z siłami występującymi w zazębieniu nominalnym, tabl. 10 i 15 oraz rys. 5.1 i 6.1. Wynika to z geometrii zmodyfikowanego zazębienia, w którym w zależności od parametrów korekcji obciążenie w układzie przeniesienia mocy przenosi mniejsza od $(z_s/2 + 1,5)$ - liczba czynnych zębów, por. rozdz. 4.2.

W oparciu o komputerową identyfikację miejsc przyporu przeprowadzono badania rozkładów obciążeń na 4÷5 czynnych zębach koła obiegowego z uwzględnieniem jego ruchu, tabl. 15 i rys. 6.1. Numeryczne badania rozkładów obciążeń i naprężeń przeprowadzono w tym przypadku na przykładzie rzeczywistego koła 1 z korygowanym uzębieniem w przekładni o przełożeniu i = 19 przy wskaźniku przyporu $\varepsilon_2 = 0,27$. Z tego względu zawarte w rozdz. 6.1 i 6.2 uwagi, dotyczące obciążeń i naprężeń, można uznać za reprezentatywne dla przekładni z realnymi więzami, wynikającymi z przyjętych parametrów korekcji.

Analizując rozkłady obciążeń przy nominalnym i korygowanym zazębieniu (tabl.10 i 15), można założyć, iż **ze wzrostem wskaźnika przyporu ε_i, będzie wzrastać liczba relatywnie korzystniej obciążonych czynnych zębów, która w granicznym przypadku dla zazębienia nominalnego osiągnie wartość ($z_s/2 + 1,5$).**

Z rozkładów naprężeń wynika, iż podobnie jak przy zazębieniu nominalnym największe wartości średnich naprężeń redukowanych występują w przypowierzchniowych warstwach materiału koła obiegowego (rys. 6.5 ÷ 6.10) i wynoszą $\sigma_{red} = \sigma_{HMH} = 116 \div 233$ MPa. Natomiast na powierzchni roboczej w miejscu przyłożenia sił skupionych zaistnieją największe wartości naprężeń (σ_i), które w uzębieniu osiągają wartość 318 MPa, a na bieżni w otworze centralnym wartość 288 MPa, tabl. 16.

Porównując naprężenia z tabl. 12 i 16 można zauważyć, że zmniejszenie liczby czynnych zębów z 11 do 4 lub 5 zwiększa wartość naprężeń przypowierzchniowych w korygowanym uzębieniu tylko o ok. 20 ÷ 80% w odniesieniu do naprężeń występujących w nominalnym zazębieniu. Podobnie jak przy zazębieniu nominalnym postać rozkładów naprężeń, będąca następstwem punktowego obciążenia miejsca styku elementów, uzasadnia rozpatrywanie stanu naprężenia pod powierzchnią roboczą koła obiegowego w kategorii zagadnienia kontaktowego. Rozkład i położenie największych naprężeń podpowierzchniowych w przypadku zazębienia korygowanego będą podobne do rozkładów jak na rys. 5.16÷5.18, albowiem geometria styku w przypadku zastosowania korekcji uzębienia jest prawie identyczna jak przy uzębieniu nominalnym (m.in. prawie te same promienie krzywizny, te same linie styku elementów itp.), por. tabl. 9 z tabl. 29. Jednak wartość naprężeń stykowych p, wartość naprężeń podpowierzchniowych σ i głębokość położenia Z będą większe, ponieważ zależą od wartości sił docisku, które - jak wynika to z badań rozkładów obciążeń - są większe.

Naprężenia stykowe i podpowierzchniowe można wyznaczać w oparciu o zwiększone wartości sił międzyzębnych $\{P_i\}$ i sił oddziaływania $\{Q_j\}$ w mechanizmie równowodowym, wykorzystując zależności analityczne z tabl. 13.

Większe wartości naprężeń podpowierzchniowych i większe głębokości ich położenia przyczynią się do zmniejszenia trwałości powierzchni roboczych w kołach obiegowych z korygowanym uzębieniem. Można jednak zakładać, że ze wzrostem wskaźnika przyporu ε_i, trwałość powierzchni roboczych będzie wzrastała, aczkolwiek nie osiągnie trwałości, jaka teoretycznie może zaistnieć w zazębieniu nominalnym.

7. PROGNOZOWANIE TRWAŁOŚCI POWIERZCHNI ROBOCZYCH W KOŁACH OBIEGOWYCH W PRZEKŁADNIACH CYKLOIDALNYCH

Układ przeniesienia mocy w przekładni tworzą trzy toczne węzły konstrukcyjne, integralnie związane z kołem obiegowym, rys 3.1:

- centralne walcowe łożysko wału napędowego (mimośrodu),
- zestaw toczny w mechanizmie równowodowym,
- specjalne zazębienie koła obiegowego z kołem współpracującym.

Każdy z węzłów jest węzłem łożyskowym, w którym występuje prawie wyłącznie tarcie toczne, a współpracujące elementy są wykonane ze stali łożyskowej i obrobione cieplnie, tak jak elementy łożysk tocznych. Dominującym rodzajem zużycia, które przesądza o trwałości przekładni, jest zużycie powierzchni koła obiegowego, a w szczególności [22]:

- powierzchni centralnego otworu, będącej bieżnią dla walcowego łożyska mimośrodu;
- powierzchni otworów bocznych w mechanizmie równowodowym;
- powierzchni uzębienia (flank zębów).

Z uwagi na podobieństwo konstrukcji i procesów zużycia węzłów tocznych w przekładni do konstrukcji i przebiegu procesu zużycia łożysk tocznych postanowiono wykorzystać teoretyczne podstawy wytrzymałości powierzchni styku w łożyskach (bieżni) do prognozowania trwałości przekładni cykloidalnej, w tym także jej uzębienia [7, 40, 41, 48, 49, 50, 64, 76-77, 86, 110].

7.1. Model trwałości powierzchni styku, obciążonej ruchomym zestawem elementów tocznych

Metody przewidywania trwałości bieżni łożysk wykorzystują model obliczeniowy opracowany przez Lundberga i Palmgrena, oparty na statystycznej analizie pękania powierzchni stali łożyskowej, sformułowanej przez Weibulla [76, 77, 86]. W modelu tym

prawdopodobieństwo trwałości elementarnego fragmentu walcowej powierzchni pierścieniowej (bieżni) ma postać, rys. 7.1:

$$\ln\frac{1}{\Delta\varphi_{x\psi}} = A\cdot N^{e}\cdot\sigma_{x\psi}{}^{c}\cdot Z_{x\psi}{}^{-h}\cdot\Delta V_{x\psi} \tag{7.1}$$

gdzie: A - stała materiałowa dla stali łożyskowej [110],

N - liczba cykli obciążenia, wyrażona przez liczbę cykli obciążenia, przypadającą na jeden obrót łożyska u i trwałość L: $N = u\cdot L$,

$\sigma_{x\psi}$ - naprężenie podpowierzchniowe, wg przyjętej hipotezy wytężeniowej,

$Z_{x\psi}$ - głębokość występowania naprężeń podpowierzchniowych,

$\Delta V_{x\psi}$ - umowna objętość materiału bieżni, poddana działaniu naprężeń, rys. 7.1:

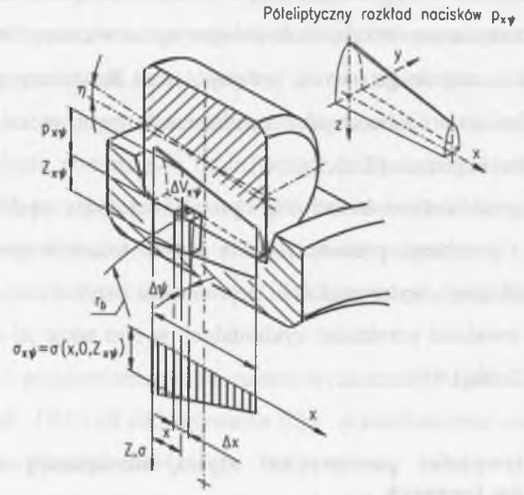
$$\Delta V_{x\psi} = \Delta\psi\cdot r_{bx}\cdot Z_{x\psi}\cdot\Delta x \tag{7.2}$$

ψ - kąt położenia rozpatrywanego wycinka bieżni,

r_{bx} - promień krzywizny bieżni,

c, h - wykładniki trwałości łożyska; c = 31/3, h = 7/3,

e - wykładnik Weibulla dla węzłów łożyskowych, dla styku liniowego e = 9/8.



Rys. 7.1. Rozkłady nacisków oraz naprężeń podpowierzchniowych decydujących o trwałości powierzchni styku

Fig. 7.1. Distributions of pressures and subsurface stresses determining durability of contact surface

Dla przedziałów o nieskończenie małych wymiarach po uwzględnieniu $\Delta V_{x\psi}$ i liczby cykli obciążenia równanie (7.1) przyjmie postać:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_{x\psi}} = A\cdot u^{e}\cdot L^{e}\cdot\sigma_{x\psi}{}^{c}\cdot Z_{x\psi}{}^{1-h}\cdot r_{bx}\cdot dx\cdot d\psi \tag{7.3}$$

Równanie (7.3) jest wykorzystywane do obliczania trwałości L lub nośności C różnych rodzajów łożysk. Może być także stosowane do obliczania trwałości węzłów łożyskowych, a nawet uzębienia w obiegowej przekładni cykloidalnej. Pojęcie trwałości, wyrażone w nagromadzonej liczbie obrotów L, dotyczy trwałości powierzchni styku, obciążonej ruchomym zestawem elementów tocznych i przejawiającej się zaistnieniem postaci zużycia, typowego dla węzłów łożyskowych, m.in. pittingu. Wyznaczanie trwałości w oparciu o wzór (7.3) wymaga znajomości geometrii i stanu obciążenia w strefach styku elementów tocznych z rozpatrywaną powierzchnią, które umożliwiają określenie wartości i głębokości położenia największych naprężeń podpowierzchniowych, wywołujących zjawisko zmęczenia powierzchni (pittingu), por. rozdz. 5.3.

7.2. Trwałość węzłów łożyskowych przekładni

Poszukiwanie właściwego dla przekładni modelu trwałości wymaga kolejnego rozpatrywania coraz dokładniejszych rozkładów obciążeń działających na elementy toczne jak w rozdz. 7.2.1 ÷ 7.2.3.

7.2.1. Trwałość powierzchni styku przy stałym rozkładzie obciążenia na elementy toczne i stałym rozkładzie nacisków wzdłuż linii styku

Zastępcze maksymalne naprężenia podpowierzchniowe σ_s są stałe wzdłuż linii styku i zalegają na stałej głębokości Z_s. Zależność (7.3) ma wówczas postać:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_{\psi}} = A\cdot u^{e}\cdot L^{e}\cdot r_{b}\cdot l\cdot\sigma_{s}{}^{c}\cdot Z_{s}{}^{1-h}\cdot d\psi \tag{7.4}$$

Naprężenia podpowierzchniowe σ_s i głębokość ich położenia Z_s dla rozkładu nacisków wg teorii Hertza zgodnie z hipotezą H-M-H można obliczyć ze wzorów, por. rozdz. 5.3:

$$\sigma_{s} = 0{,}56\,p_{s} = 0{,}56\sqrt{\frac{E'\cdot q_{s}\cdot\Sigma\rho}{2\pi}} = 106{,}81\sqrt{q_{s}\cdot\Sigma\rho}\ \ [MPa] \tag{7.5}$$

$$Z_{s} = 0{,}71 b_{s} = 0{,}71\sqrt{\frac{8q_{s}}{\pi\cdot E'\cdot\Sigma\rho}} = 2{,}37\cdot10^{-3}\sqrt{\frac{q_{s}}{\Sigma\rho}}\ \ [mm] \tag{7.6}$$

gdzie: $p_s = p_{max}$ – maksymalne naprężenie stykowe w [MPa];

E' – zastępczy moduł Younga, dla stali łożyskowej $E'=2.28\cdot10^{5}$ MPa;

$\Sigma\rho = \frac{2}{D_w} \pm \frac{1}{r_b}$ – zastępcza krzywizna styku bieżni o promieniu r_b w [mm^{-1}];

$q_s=Q_s/l$ – jednostkowe obciążenia w linii styku w [N/mm];

Q_s – stałe obciążenie elementu tocznego w [N],

l – długość linii styku w [mm].

Po podstawieniu wartości wykładników i przekształceniu wzór (7.4) przyjmuje postać:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_\psi} = 2{,}902\cdot 10^{24}\, A\cdot u^e\cdot L^e\cdot r_b\cdot l^{-7/2}\cdot Q_s^{\,9/2}\cdot \Sigma\rho^{35/6}\cdot d\psi \qquad (7.7)$$

uwzględniając stałą K zależną od materiału, rodzaju bieżni oraz parametrów geometrii styku:

$$K = 2{,}902\cdot 10^{24}\cdot 2\pi\cdot A\cdot u^e\cdot r_b\cdot l^{-7/2}\cdot \Sigma\rho^{35/6}$$

ostatecznie trwałość L rozpatrywanej powierzchni dla prawdopodobieństwa φ (np. φ=0,9) można wyznaczyć z zależności:

$$\ln\frac{1}{\varphi} = \int_0^{2\pi}\ln\frac{1}{d\varphi_\psi} = K\cdot L^e\cdot Q_s^{\,9/2} \qquad (7.8)$$

7.2.2. Trwałość powierzchni styku i łożyska przy określonym rozkładzie obciążenia na czynne wałeczki i stałym rozkładzie nacisków wzdłuż linii styku

W tym przypadku każdy wałeczek jest obciążony inną siłą $Q_{s\psi} = Q_{ri}$, wynikającą z obciążenia i luzu w łożysku (por. rozdz.3.4). Zależność (7.3) przyjmie wtedy postać:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_\psi} = A\cdot u^e\cdot L^e\cdot r_b\cdot l\cdot \sigma_{s\psi}^{\,31/3}\cdot Z_{s\psi}^{\,-4/3}\cdot d\psi \qquad (7.9)$$

Dla stałych nacisków wzdłuż linii styku słuszne są także wzory (7.5), (7.6), zatem:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_\psi} = 2{,}902\cdot 10^{24}\, A\cdot u^e\cdot L^e\cdot r_b\cdot l\cdot q_{s\psi}^{\,9/2}\cdot \Sigma\rho^{35/6}\cdot d\psi \qquad (7.10)$$

Po uwzględnieniu, iż w tym przypadku: $q_{s\psi} = Q_{s\psi}/l$; $q_{os\psi} = Q_{os\psi}/l$; $q_{is\psi} = Q_{is\psi}/l$, przy czym indeks „o" dotyczy powierzchni stacjonarnej, a indeks „i" powierzchni wirującej:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_\psi} = 2{,}902\cdot 10^{24}\, A\cdot u^e\cdot L^e\cdot r_b\cdot l^{-7/2}\cdot Q_{s\psi}^{\,9/2}\cdot \Sigma\rho^{35/6}\cdot d\psi \qquad (7.11)$$

Prawdopodobieństwo trwałości powierzchni stacjonarnej, obciążonej zestawem sił $Q_{s\psi}$, jest równe iloczynowi prawdopodobieństw jej fragmentów, więc:

$$\ln\frac{1}{\varphi_o} = \int_0^{2\pi}\ln\frac{1}{d\varphi_{o\psi}} = 2{,}902\cdot 10^{24}\cdot 2\pi\cdot A\cdot u^e\cdot r_{bo}\cdot l^{-7/2}\cdot \Sigma\rho_o^{\,35/6}\cdot L_o^{\,e}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Q_{os\psi}^{\,9/2}\cdot d\psi \qquad (7.12)$$

Przyjmując stałą dla powierzchni stacjonarnej równą:

$$K_o = 2{,}902\cdot 10^{24}\cdot 2\pi\cdot A\cdot u_o^{\,e}\cdot r_{bo}\cdot l^{-7/2}\cdot \Sigma\rho_o^{\,35/6} \qquad (7.13)$$

$$\ln\frac{1}{\varphi_o} = K_o\cdot L_o^{\,e}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Q_{os\psi}^{\,9/2}\cdot d\psi \qquad (7.14)$$

Wyrażenie podcałkowe przedstawia zastępcze obciążenie powierzchni stacjonarnej [76, 77]:

$$Q_{oe} = \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Q_{os\psi}^{\,9/2}\cdot d\psi\right)^{2/9} \qquad (7.15)$$

Prawdopodobieństwo trwałości powierzchni stacjonarnej można przedstawić w postaci:

$$\ln\frac{1}{\varphi_o} = K_o\cdot L_o^{\,e}\cdot Q_{oe}^{\,9/2} \qquad (7.16)$$

a trwałość tej powierzchni ma postać:

$$L_o = \left(\frac{\ln(1/\varphi_o)}{K_o\cdot Q_{oe}^{\,9/2}}\right)^{1/e} \qquad (7.17)$$

W przypadku powierzchni wirującej wszystkie punkty bieżni obciążone są taką samą siłą, lecz siła ta jest zmienna w czasie jednego obrotu łożyska. Charakter tych zmian wynika bezpośrednio z rozkładu obciążenia na poszczególne części toczne. Lundberg i Palmgren na podstawie badań doświadczalnych ustalili, że dla styku liniowego obciążenie zastępcze, stałe po obwodzie, można dla takiego przypadku wyrazić za pomocą wzoru [76, 77]:

$$Q_{ie} = \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Q_{is\psi}^{\,4}\cdot d\psi\right)^{1/4} \qquad (7.18)$$

Wtedy prawdopodobieństwo trwałości powierzchni wirującej względem obciążenia ma postać:

$$\ln\frac{1}{\varphi_i} = K_i\cdot L_i^{\,e}\cdot Q_{ie}^{\,9/2} \qquad (7.19)$$

a trwałość:

$$L_i = \left(\frac{\ln(1/\varphi_i)}{K_i\cdot Q_{ie}^{\,9/2}}\right)^{1/e} \qquad (7.20)$$

gdzie:

$$K_i = 2{,}902\cdot 10^{24}\cdot 2\pi\cdot A\cdot u_i^{\,e}\cdot r_{bi}\cdot l^{-7/2}\cdot \Sigma\rho_i^{\,35/6} \qquad (7.21)$$

Zatem trwałość całego węzła łożyskowego, złożonego z bieżni stacjonarnej i wirującej względem obciążenia, można obliczyć ze wzoru:

$$L = \left(L_o^{\,-e} + L_i^{\,-e}\right)^{-1/e} \qquad (7.22)$$

7.2.3. Trwałość powierzchni styku i łożyska przy określonym rozkładzie obciążenia na czynne wałeczki i zmiennym rozkładzie nacisków wzdłuż linii styku

Trwałość tak obciążonego węzła łożyskowego można obliczyć w taki sam sposób, jak w poprzednim rozdziale, wg wzorów (7.9)÷(7.22), pod warunkiem że wyznaczone zostaną zastępcze, stałe wzdłuż linii styku, naciski na jednostkę długości linii styku:

$$q_{e\psi} = \left(\frac{1}{2{,}902 \cdot 10^{24} \cdot r_b \cdot l \cdot \Sigma\rho^{35/6}} \int_0^l r_{bx} \cdot \sigma_{x\psi}^{31/3} \cdot Z_{x\psi}^{-4/3} \cdot dx \right)^{2/9} \tag{7.23}$$

Wtedy odpowiadające tym naciskom zastępcze stałe obciążenie w styku elementu tocznego z bieżnią, stałe po obwodzie, określa wzór:

$$Q_{e\psi} = q_{e\psi} \cdot l \tag{7.24}$$

Wówczas prawdopodobieństwo trwałości powierzchni stacjonarnej:

$$L_o = \left[\frac{\ln \frac{1}{\varphi_o}}{A \cdot u_o^{\ e} \int_0^{2\pi} \int_0^l r_{box} \cdot \sigma_{ox\psi}^{31/3} \cdot Z_{ox\psi}^{-4/3} \cdot dx \cdot d\psi} \right]^{1/e} \tag{7.25}$$

a powierzchni wirującej względem obciążenia:

$$L_i = \left\{ \frac{\ln \frac{1}{\varphi_i}}{A \cdot u_i^{\ e} \cdot 2\pi \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\int_0^l r_{bix} \cdot \sigma_{ix\psi}^{31/3} \cdot Z_{ix\psi}^{-4/3} \cdot dx \right)^{1/e} d\psi \right]^e} \right\}^{1/e} \tag{7.26}$$

7.3. Obliczeniowa trwałość centralnego łożyska walcowego i zestawu tocznego w mechanizmie równowodowym przekładni

Każdy wałeczek łożyska mimośrodu obciążony jest siłą $Q_\psi = Q_{ri}$ wynikającą z warunków obciążenia i luzu w łożysku [17, 27, 30], której odpowiada półeliptyczny rozkład nacisków $p_{x\psi}$, uwzględniający korekcję tworzącej wałeczka oraz towarzyszący mu rozkład naprężeń $\sigma_{x\psi}$ i głębokości ich zalegania $Z_{x\psi}$ wg wzorów (7.5), (7.6) [62-64]. Trwałość powierzchni stacjonarnej, a jest nią pierścień wewnętrzny łożyska, można obliczyć ze wzoru:

$$L_i = \left[\frac{\ln \frac{1}{\varphi_i}}{A \cdot u_i^{\ e} \int_0^{2\pi} \int_0^l r_{bix} \cdot \sigma_{ix\psi}^{31/3} \cdot Z_{ix\psi}^{-4/3} \cdot dx \cdot d\psi} \right]^{1/e} \tag{7.27}$$

lub w formie dyskretnej:

$$L_i = \left[\frac{\ln \frac{1}{\varphi_i}}{A \cdot u_i^{\ e} \cdot \frac{2\pi}{Z} \left[\sum_{j=1}^{j=Z} \left(\sum_{m=1}^{m=n} r_{bim} \cdot \sigma_{imj}^{\ c} \cdot Z_{imj}^{\ 1-h} \cdot \Delta x_{imj} \right) \right]} \right]^{1/e} \tag{7.28}$$

gdzie: Z – liczba wałeczków w łożysku,

n – liczba przedziałów dyskretnych,

Δx_{imj}, (Δx_{omj}) – szerokość m-tego przedziału na bieżni wewnętrznej (zewnętrznej),

$r_{bim.}$(r_{bom}) – promień bieżni pierścienia wewnętrznego (zewnętrznego) łożyska,

σ_{imj}, (σ_{omj}) – wartość zastępczego naprężenia na bieżni wewnętrznej (zewnętrznej),

Z_{imj}, (Z_{omj}) – głębokości zalegania naprężenia w m-tym przedziale.

Trwałość powierzchni wirującej, a jest nią bieżnia w otworze centralnym w kole obiegowym, można obliczyć ze wzoru:

$$L_o = \left\{ \frac{\ln \frac{1}{\varphi_o}}{A \cdot u_o^{\ e} \cdot 2\pi \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\int_0^l r_{box} \cdot \sigma_{ox\psi}^{31/3} \cdot Z_{ox\psi}^{-4/3} \cdot dx \right)^{1/e} d\psi \right]^e} \right\}^{1/e} \tag{7.29}$$

lub w formie dyskretnej:

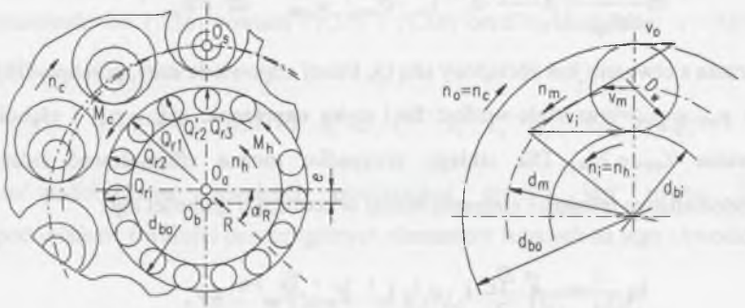
$$L_o = \left\{ \frac{\ln \frac{1}{\varphi_o}}{A \cdot u_o^{\ e} \cdot 2\pi \left[\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^{j=Z} \left(\sum_{m=1}^{m=n} r_{bom} \cdot \sigma_{omj}^{\ c} \cdot Z_{omj}^{\ 1-h} \cdot \Delta x_{omj} \right)^{1/e} \right]^e} \right\}^{1/e} \tag{7.30}$$

Trwałość obydwu bieżni, tj. łożyska jako całości można obliczyć ze wzoru (7.22).

Do obliczenia trwałości według wzorów (7.22), (7.27)÷(7.30) konieczna jest znajomość liczby cykli obciążenia przypadających na obrót wału napędowego. W przekładni Cyclo:

a) dla pierścienia wewnętrznego i $\gamma = D_w/d_m$:

$$u_i = \left| \frac{Z \cdot n_{mi}}{n_i} \right| = \left| \frac{Z}{2}(1+\gamma) \left(\frac{n_o}{n_i} - 1 \right) \right| = \frac{Z}{2}(1+\gamma) \left(1 + \frac{1}{|i|} \right) \tag{7.31}$$



Rys. 7.2. Rozkład obciążenia na wałeczki i prędkości w centralnym łożysku walcowym przekładni
Fig. 7.2. Distribution of load on rollers and velocities in central bearing of gear

b) dla pierścienia zewnętrznego i $\gamma = D_w/d_m$:

$$u_o = \left|\frac{Z \cdot n_{mo}}{n_i}\right| = \left|\frac{Z}{2}(1-\gamma)\left(1-\frac{n_o}{n_i}\right)\right| = \frac{Z}{2}(1-\gamma)\left(1+\frac{1}{|i|}\right) \qquad (7.32)$$

Opracowano programy CYCLO1 i CYCLO2, przeznaczone dla prognozowania trwałości centralnego łożyska walcowego przekładni, współpracujące z programem CONT, służącym do wyznaczania rozkładów nacisków na wałeczki i naprężeń podpowierzchniowych [30-33].

Z rozkładu obciążeń w mechanizmie równowodowym wynika, że każdy punkt otworu w kole obiegowym, obciążony jest w przybliżeniu stałą siłą Q_j, wynikającą z jej rozkładu (por. rys. 5.5, 5.6, 6.4), a liczba cykli obciążenia, przypadająca na obrót wału napędowego:

$$u_s = 1 + \frac{1}{i} \qquad (7.33)$$

Założono, że styk rolki sworznia z otworem jest stykiem liniowym (pasmowym) i pominięto spiętrzenia nacisków występujące na końcach styku, rys. 7.3. Na rys. 7.4 przedstawiono przykładowy rozkład sił Q_j na obwodzie otworów, odpowiadający stanowi obciążenia koła obiegowego, por. rozdz. 5.1.2 i 6.1.2. Zatem prawdopodobieństwo trwałości elementu o objętości $\Delta V_{x\psi s}$, położonego na obwodzie otworu wynosi, rys.7.3:

$$\ln\frac{1}{\Delta\varphi_{x\psi s}} = A_s \cdot N_s^{\,e} \cdot \sigma_{x\psi s}^{\,c} \cdot Z_{x\psi s}^{\,-h} \cdot \Delta V_{x\psi s} \qquad (7.34)$$

gdzie: ψ_s – kąt położenia styku na obwodzie otworu w kole obiegowym,

N_s – liczba cykli obciążenia, wyrażona przez liczbę obrotów L_s: $N_s = u_s \cdot L_s$;

$\Delta V_{x\psi}$ – umowna objętość materiału, poddana działaniu naprężeń, w tym przypadku:

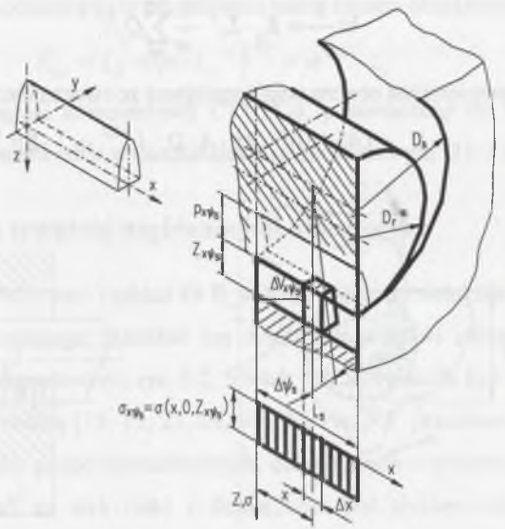
$$\Delta V_{x\psi s} = 0{,}5\, D_s \cdot \Delta x \cdot \Delta\psi_s \cdot Z_{x\psi s}$$

Po przekształceniach równanie (7.34) przyjmie postać:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_{x\psi s}} = A \cdot \frac{D_s}{2} \cdot u_s^{\,e} \cdot L_s^{\,e} \cdot \sigma_{x\psi s}^{\,c} \cdot Z_{x\psi s}^{\,1-h} \cdot dx \cdot d\psi_s \qquad (7.35)$$

Styk sworznia z otworem jest obciążony siłą Q_j, której odpowiada stały, półeliptyczny rozkład nacisków $p_{x\psi s} = p_{\psi s}$ oraz stałe wzdłuż linii styku naprężenie $\sigma_{x\psi s} = \sigma_{\psi s}$ i głębokości ich występowania $Z_{x\psi s} = Z_{\psi s}$. Dla takiego przypadku można sformułować zależność na prawdopodobieństwo trwałości elementu bieżni w otworze o grubości $d\psi_s$:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_{\psi s}} = A \cdot \frac{D_s}{2} \cdot l_s \cdot u_s^{\,e} \cdot L_s^{\,e} \cdot \sigma_{\psi s}^{\,c} \cdot Z_{\psi s}^{\,1-h} \cdot d\psi_s \qquad (7.36)$$



Rys. 7.3. Rozkłady nacisków oraz naprężeń podpowierzchniowych decydujących o trwałości powierzchni styku sworznia z otworem w kole obiegowym
Fig. 7.3. Distributions of pressures and subsurface stresses determining durability of contact surface of the bolt with a hole in planet wheel

Do obliczenia $\sigma_{\psi s}$ i $Z_{\psi s}$ można wykorzystać po odpowiednim przystosowaniu zależności (7.5) i (7.6), zatem:

$$\sigma_{\psi s} = 106{,}81\sqrt{q_j \cdot \Sigma\rho_s} \quad [\text{MPa}] \qquad (7.37)$$

$$Z_{\psi s} = 2{,}37 \cdot 10^{-3}\sqrt{\frac{q_j}{\Sigma\rho_s}} \quad [\text{mm}] \qquad (7.38)$$

gdzie: $q_j = Q_j / l_s$ – jednostkowe obciążenie wzdłuż linii styku w [N/mm],

$\Sigma\rho_s = \frac{2}{D_r} - \frac{2}{D_s}$ – zastępcza krzywizna elementu walcowego i bieżni o średnicy D_s.

Po podstawieniu do (7.36) równań (7.37) i (7.38) oraz wykładników: c = 31/3, h = 7/3 otrzyma się:

$$ln\frac{1}{d\varphi_{\psi s}} = 1{,}451 \cdot 10^{24} \cdot A_s \cdot D_s \cdot l_s^{\,-7/2} \cdot u_s^{\,e} \cdot L_s^{\,e} \cdot Q_j^{\,9/2} \cdot \Sigma\rho_s^{\,35/6} \cdot d\psi_s \qquad (7.39)$$

Prawdopodobieństwo trwałości powierzchni otworu jest równe iloczynowi prawdopodobieństw trwałości poszczególnych elementów leżących na jego obwodzie:

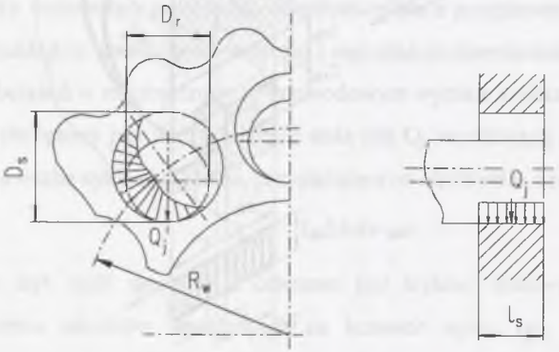
$$\ln\frac{1}{\varphi_s} = \int_0^{2\pi} \ln\frac{1}{d\varphi_{\psi s}} = K_s \cdot L_s^{\,e} \cdot \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Q_j^{\,9/2} \cdot d\psi_s \qquad (7.40)$$

lub w formie dyskretnej:

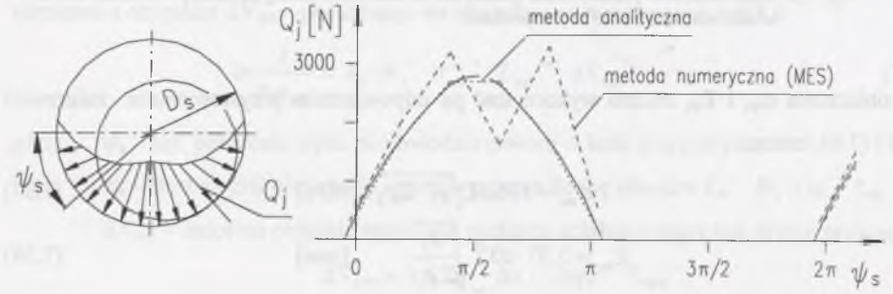
$$\ln\frac{1}{\varphi_s} = K_s \cdot L_s^{\,e} \cdot \frac{1}{w}\sum_{j=1}^{j=w} Q_j^{\,9/2} \tag{7.41}$$

przy czym stała dla powierzchni otworu współpracującej ze sworzniem:

$$K_s = 1{,}451 \cdot 10^{-24} \cdot 2\pi \cdot A \cdot D_s \cdot l_s^{\,-7/2} \cdot u_s^{\,e} \cdot \Sigma\rho_s^{\,35/6} \tag{7.42}$$



a) rozkład obciążenia na obwodzie oraz wzdłuż tworzącej otworu
a) distribution of load on circumference and generality of hole line



b) rozkład obciążenia w otworze koła obiegowego w rozwinięciu
b) distribution of load in hole of planet wheel in

Rys. 7.4. Stan obciążenia w otworach koła, współpracujących ze sworzniami mechanizmu równowodowego
Fig. 7.4. State of generalized load in holes of planet wheel cooperating with bolts of straight line mechanism

Wartość w jest liczbą przedziałów, na jakie zostanie podzielony obwód otworu współpracującego ze sworzniem. Można przyjąć, że w = n i jest liczbą otworów w kole obiegowym. Zakładając prawdopodobieństwo φ_s, można obliczyć trwałość powierzchni styku pojedynczego sworznia z otworem L_s. Trwałość wszystkich powierzchni styku w otworów w kole obiegowym L_{ws}=L_S wyznacza się ze wzoru analogicznego jak dla łożysk tocznych:

$$L_{ws} = L_S = \left(\sum_{j=1}^{j=w} L_{sj}^{\,-e}\right)^{-1/e} \tag{7.43}$$

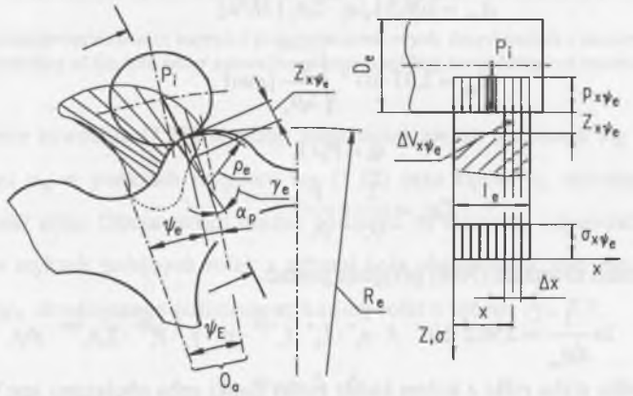
Każdy otwór w kole poddany jest w przybliżeniu takim samym obciążeniom, więc:

$$L_{ws} = L_S = \left(w \cdot L_s^{\,-e}\right)^{-1/e} = w^{-1/e} \cdot L_s \tag{7.44}$$

Opracowano program komputerowy CYCLO3, przeznaczony do obliczania trwałości zmęczeniowej zestawu otworów w mechanizmie równowodowym [31, 32].

7.4. Obliczeniowa trwałość uzębienia kół obiegowych

Na rys. 7.5 przedstawiono rozkład sił P_i w styku jednej z rolek koła współpracującego z uzębieniem koła obiegowego. Rozkład ten odpowiada stanowi obciążenia zęba podczas jednego obrotu wału napędowego, rys. 5.2, 5.3 lub 6.2, który może być wyznaczony metodą analityczną lub numeryczną [15, 17, 23, 28, 29]. Na rys. 7.5 przedstawiono także rozkłady nacisków oraz naprężeń podpowierzchniowych, decydujących o trwałości powierzchni styku flanki zęba. Założono, że styk rolki z flanką zęba jest stykiem liniowym i pominięto spiętrzenia nacisków występujących na końcach rolki, które można wyeliminować lub złagodzić stosując korekcję tworzących współpracujących elementów [62-64].



Rys. 7.5. Rozkład obciążenia, rozkłady nacisków oraz naprężeń podpowierzchniowych na flance zęba koła obiegowego o zarysie ekwidystanty epicykloidy skróconej
Fig. 7.5. Distribution of load, distribution of pressures and subsurface stresses on the flanck of the tooth of the planet wheel with the shape of equidistant of shortened epicycloid

Prawdopodobieństwo trwałości elementu o objętości $\Delta V_{x\psi e}$, położonego na flance zęba koła obiegowego, opisuje zależność:

$$\ln\frac{1}{\Delta\varphi_{x\psi e}} = A_e \cdot N_e^{\,e} \cdot \sigma_{x\psi e}^{\,c} \cdot Z_{x\psi e}^{\,-h} \cdot \Delta V_{x\psi e} \tag{7.45}$$

gdzie: N_e - liczba cykli obciążenia, wyrażona przez liczbę obrotów: $N_e = u_e \cdot L_e$,

$\sigma_{x\psi e}$ - naprężenie podpowierzchniowe, wyznaczone według hipotezy H-M-H [7, 64],

$Z_{x\psi e}$ - głębokość występowania naprężeń podpowierzchniowych,

$\Delta V_{x\psi e}$ - umowna objętość materiału zęba, poddana działaniu naprężeń rys. 7.6:

$$\Delta V_{x\psi e} = \Delta x \cdot \rho_e \cdot \gamma_e \cdot Z_{x\psi e},$$

ψ_e - kąt położenia rozpatrywanego wycinka flanki zęba, półpodziałka $\psi_E = \pi/z_s$,

ρ_e - promień krzywizny ekwidystanty epicykloidy skróconej dla kąta ψ_e,

γ_e - kąt opisujący grubość wycinka flanki zęba,

c, h - wykładniki trwałości dla stali łożyskowej; c = 31/3, h = 7/3,

e - wykładnik Weibulla dla węzłów łożyskowych, dla styku liniowego e = 9/8.

Po podstawieniu wyżej wymienionych zależności dla przedziałów o nieskończenie małych wymiarach oraz (zgodnie z założeniami) dla $p_{x\psi e} = p_{\psi e}$, $\sigma_{x\psi e} = \sigma_{\psi e}$ i $Z_{x\psi e} = Z_{\psi e}$, prawdopodobieństwo trwałości wycinka flanki zęba o szerokości l_e wyniesie:

$$\ln\frac{1}{d\varphi_{\psi e}} = A \cdot u_e^{\,e} \cdot L_e^{\,e} \cdot l_e \cdot \rho_e \cdot \gamma_e \cdot \sigma_{\psi e}^{\,c} \cdot Z_{\psi e}^{\,-h} \cdot d\psi_e \qquad (7.46)$$

przy czym:

$$\sigma_{\psi e} = 106{,}81\sqrt{q_i \cdot \Sigma\rho_e}\ [MPa] \qquad (7.47)$$

$$Z_{\psi e} = 2{,}37 \cdot 10^{-3}\sqrt{\frac{q_i}{\Sigma\rho_e}}\ [mm] \qquad (7.48)$$

$$q_i = P_i / l_e \qquad (7.49)$$

$$\Sigma\rho_e = \frac{2}{D_e} + \frac{1}{\rho_e} \qquad (7.50)$$

Po podstawieniach równanie (7.46) przyjmie postać:

$$ln\frac{1}{d\varphi_{\psi e}} = 2{,}902 \cdot 10^{24} \cdot A \cdot u_e^{\,e} \cdot L_e^{\,e} \cdot l_e^{\,-7/2} \cdot \rho_e \cdot \gamma_e \cdot P_i^{9/2} \cdot \Sigma\rho_e^{\,35/6} \cdot d\psi_e \qquad (7.51)$$

W przypadku styku rolki z kołem każdy punkt flanki zęba obciążony jest w przybliżeniu stałą siłą wynikającą z rozkładu obciążenia w uzębieniu, por. rys. 5.2, 5.3 lub 6.2. Prawdopodobieństwo trwałości flanki pojedynczego zęba, której wymiar określa kąt ψ_E, równe jest iloczynowi prawdopodobieństw trwałości poszczególnych jej wycinków:

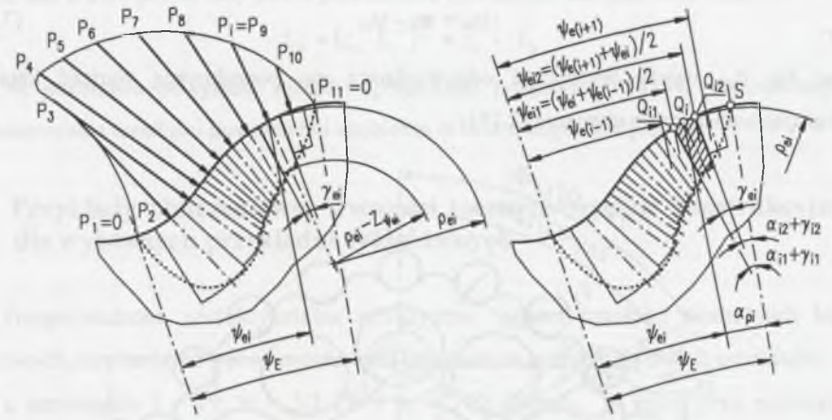
$$ln\frac{1}{\varphi_e} = \int_0^{\psi_E} ln\frac{1}{d\varphi_{\psi e}} = 2{,}902 \cdot 10^{24} \cdot A \cdot u_e^{\,e} \cdot L_e^{\,e} \cdot l_e^{\,-7/2} \int_0^{\psi_E} \rho_e \cdot \gamma_e \cdot P_i^{9/2} \cdot \Sigma\rho_e^{\,35/6} \cdot d\psi_e \qquad (7.52)$$

Równanie (7.52) zapisane w formie dyskretnej przyjmie następującą postać:

$$ln\frac{1}{\varphi_e} = 2{,}902 \cdot 10^{24} \cdot A \cdot u_e^{\,e} \cdot L_e^{\,e} \cdot l_e^{\,-7/2} \cdot \psi_E \cdot \frac{1}{z_{ob}} \sum_{i=1}^{i=z_{ob}} \rho_{ei} \cdot \gamma_{ei} \cdot P_i^{9/2} \cdot \Sigma\rho_{ei}^{\,35/6} \qquad (7.53)$$

gdzie: z_{ob} - liczba czynnych zębów, przejmujących obciążenie.

Na rysunku 7.6a przedstawiono sposób modelowania obszaru poddanego działaniu naprężeń podpowierzchniowych, decydujących o zmęczeniu materiału.



a) rozkład obciążeń na flance zęba
a) distribution of loads on flanck of tooth

b) wielkości potrzebne do wyznaczenia kąta γ_{ei}
b) dimensions necessery to figure out angle γ_{ei}

Rys. 7.6. Modelowanie obszaru naprężeń podpowierzchniowych, decydujących o zmęczeniu materiału
Fig. 7.6. Modelling of the area under subsurface stresses deciding about fatique of material

Rozwiązanie równania (7.53) wymaga znajomości zarysu uzębienia wg wzorów (2.8) i (2.9), promieni ρ_{ei} w punktach przyporu wg (7.58) oraz kątów γ_{ei}, określających grubość wycinków flanki zęba. Obszar styku można podzielić na elementy odpowiadające siłom P_i, działającym w stykach kolejnych rolek z zębami koła obiegowego, por. rys. 7.6 z rys. 3.2. Wartość kąta ψ_{ei} określającego położenie styku i-tej rolki z zębem, rys. 7.7:

$$\psi_{ei} = \beta_i - \delta_i \qquad (7.54)$$

gdzie:

$$\delta_i = arctg\left(\frac{\left[\sqrt{(r_a + e - r\cdot\cos\alpha_i)^2 + (r\cdot\sin\alpha_i)^2} - q\right]\cdot\sin\vartheta_i}{r_a - \left[\sqrt{(r_a + e - r\cdot\cos\alpha_i)^2 + (r\cdot\sin\alpha_i)^2} - q\right]\cdot\cos\vartheta_i}\right) \qquad (7.55)$$

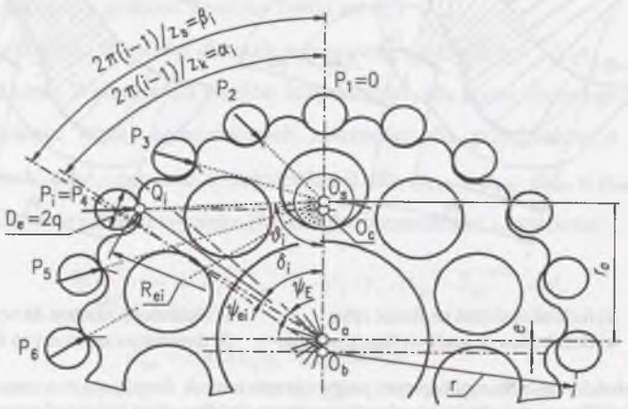
$$\vartheta_i = arctg\left(\frac{r\cdot\sin\alpha_i}{r_a + e - r\cdot\cos\alpha_i}\right) \qquad (7.56)$$

$\alpha_i = 2\pi(i - 1) / z_k$; $\beta_i = 2\pi(i - 1) / z_s$; $i = 1,2,...z_{ob}$

Wykorzystując przedstawioną w rozdz. 2.2.3 zależność kąta α, będącego parametrem równania EES i kąta położenia α_{pi} punktu Q_i w uzębieniu, rys. 7.6b i 7.7, można związek między kątem położenia α_{pi} styku i-tej rolki i kątem ψ_{ei} przedstawić w postaci:

$$\alpha_{pi} = \psi_E - \psi_{ei} \tag{7.57}$$

Znając kąt α_{pi}, należy wyznaczyć odpowiadającą mu poszukiwaną wartość kąta α, rozwiązując numerycznie równanie (2.25).



Rys. 7.7. Wielkości geometryczne potrzebne do wyznaczenia kąta ψ_{ei}
Fig. 7.7. Geometric dimensions necessery to figure out angle γ_{ei}

Znajomość kąta α umożliwia obliczenie dla danego kąta α_{pi} lokalnego promienia krzywizny:

$$\rho_{ei} = \frac{r\left[1+m^2+2m\cdot\cos(z_s\cdot\alpha)\right]^{3/2}}{1+m^2\cdot z_k+m(z_k+1)\cos(z_s\cdot\alpha)} \pm q \tag{7.58}$$

Natomiast kąt γ_{ei}, określający grubość wycinka flanki zęba, rys. 7.6 b:

$$\gamma_{ei} = (\alpha_{i1}+\gamma_{i1}) - (\alpha_{i2}+\gamma_{i2}) \tag{7.59}$$

gdzie: α_{i1}, α_{i2} - wartości kątów α, odpowiednie dla danego punktu na flance zęba;

γ_{i1}, γ_{i2} - kąty wg wzoru (2.10), dla danego kąta α i punktu na flance zęba.

Na jeden obrót mimośrodu przypada $u_e = 1 + 1/i$ cykli obciążenia styku rolki z flanką zęba. Znając wartość stałej A oraz przyjmując prawdopodobieństwo φ_e, można ze wzoru (7.53) obliczyć trwałość L_e styku pojedynczego zęba z rolką koła współpracującego.

Trwałość wszystkich zębów koła obiegowego L_E, to jest trwałość całego uzębienia:

$$L_E = \left(\sum_{i=1}^{i=z_k} L_{ei}^{-e}\right)^{-1/e} \tag{7.60}$$

Każdy ząb w kole poddawany jest w przybliżeniu tym samym obciążeniom, więc:

$$L_E = \left(z_s\cdot L_e^{-e}\right)^{\frac{-1}{e}} = z_s^{\frac{1}{e}}\cdot L_e \tag{7.61}$$

Na podstawie powyższej metody opracowano program CYCLO4, przeznaczony do prognozowania trwałości powierzchni uzębienia w kole obiegowym [32, 33].

7.5. Przykłady obliczeniowej trwałości tocznych węzłów konstrukcyjnych dla wybranych przekładni cykloidalnych

Przeprowadzono wielokryterialne numeryczne badania trwałości centralnych łożysk walcowych, mechanizmów równowodowych i uzębień na przykładzie dwóch przekładni:

- o przełożeniu i = 19, N = 3,7 kW i n_h = 750 obr/min, w której przy nominalnym zazębieniu zaistnieje stan obciążenia jak w rozdz. 5, a przy korygowanym jak w rozdz. 6;
- o przełożeniu i = 35, N = 1,85 kW i n_h = 750 obr/min, w której zaistnieje przy nominalnym obciążeniu stan obciążenia jak w rozdz. 5.

Jako wartość kryterialną przyjmowano trwałość L, powierzchni tocznego węzła konstrukcyjnego na poziomie prawdopodobieństwa φ = 0,9. Wynika to z przyjętego w teorii łożysk twierdzenia, iż trwałość elementów tocznych jest wyższa od trwałości powierzchni, po której przetaczają się te elementy [40, 49, 61, 64, 76, 77, 110].

Przy takim założeniu o trwałości centralnego łożyska walcowego będzie decydować jego zewnętrzna i wewnętrzna bieżnia, w mechanizmie równowodowym decydująca będzie trwałość walcowych powierzchni otworów w kołach obiegowych, a trwałość uzębienia będzie wynikać z trwałości powierzchni bocznej (flank) zębów. Jako miarę trwałości przyjęto nagromadzoną liczbę obrotów L wału napędowego, która najlepiej charakteryzuje resurs przekładni.

7.5.1. Obliczeniowa trwałość centralnych łożysk walcowych w wybranych przekładniach cykloidalnych o przełożeniach i = 19 oraz i = 35

Obliczenia przeprowadzono na przykładzie łożysk walcowych o cechach konstrukcyjnych jak w górnej części tabl. 17. Trwałość stacjonarnej i wirującej bieżni L_i i L_o oraz łożyska jako całości L wyznaczono numerycznie w oparciu o zależności (7.28), (7.30) i (7.22) i programy CYCLO1 i CYCLO2 oraz wielkości opisujące geometrię i stan obciążenia

w stykach elementów tocznych z bieżniami, tabl. 18. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 17 oraz przedstawiono na rys.7.8. Powiększony fragment przebiegu na rys. 7.8 umożliwia identyfikację takiego luzu, przy którym zaistnieje maksymalna trwałość łożyska centralnego.

Tablica 17

Obliczeniowa trwałość centralnych łożysk walcowych z zestawem tocznym N 209 E w wybranych przekładniach cykloidalnych

d_{bo} [mm]	D_w [mm]	L_w [mm]	r [mm]	Z
76,5	11	12	0,5	15

g [mm]	liczba obciążonych wałeczków	ψ_ε [°]	L_o [obr]	L_i [obr]	L [obr]
i = 19, R = 10314 N					
1,1	1(2)	22,99	$3{,}7448 \cdot 10^7$	$5{,}9095 \cdot 10^6$	$5{,}3209 \cdot 10^6$
0,25	3	34,68	$4{,}6123 \cdot 10^8$	$7{,}1000 \cdot 10^7$	$6{,}4103 \cdot 10^7$
0,045	5	57,14	$1{,}3421 \cdot 10^9$	$2{,}1815 \cdot 10^8$	$1{,}9577 \cdot 10^8$
0	7(8)	90	$2{,}6440 \cdot 10^9$	$4{,}4697 \cdot 10^8$	$3{,}9927 \cdot 10^8$
-0,005	9	102,45	$2{,}8385 \cdot 10^9$	$4{,}8507 \cdot 10^8$	$4{,}3274 \cdot 10^8$
-0,01	11	125,17	$2{,}7950 \cdot 10^9$	$4{,}8548 \cdot 10^8$	$4{,}3225 \cdot 10^8$
i = 35, R = 9200 N					
1,0	1(2)	22,92	$6{,}1638 \cdot 10^7$	$9{,}5735 \cdot 10^6$	$8{,}6351 \cdot 10^6$
0,23	3	34,47	$7{,}3403 \cdot 10^8$	$1{,}1228 \cdot 10^8$	$1{,}0144 \cdot 10^8$
0,04	5	57,35	$2{,}1501 \cdot 10^9$	$3{,}4840 \cdot 10^8$	$3{,}1277 \cdot 10^8$
0	7(8)	90	$4{,}1507 \cdot 10^9$	$6{,}9976 \cdot 10^8$	$6{,}2529 \cdot 10^8$
-0,005	9	104,23	$4{,}4603 \cdot 10^9$	$7{,}6182 \cdot 10^8$	$6{,}7968 \cdot 10^8$
-0,01	11	132,62	$4{,}1665 \cdot 10^9$	$7{,}2532 \cdot 10^8$	$6{,}4562 \cdot 10^8$

Tablica 18

Naciski w polu styku, szerokość pola styku, naprężenia stykowe i podpowierzchniowe oraz głębokość zalegania w łożysku centralnym (wartości maksymalne w przekładni o przełożeniu i = 19 dla g = 0,045 mm)

Lp.	Q_{ri} [N]	$D_w/2$ [mm]	r_{bx} [mm]	p_{max} [MPa]	b_{max} [mm]	σ_{zmax} [MPa]	Z_{max} [mm]
Bieżnia pierścienia wewnętrznego							
1	3722	5,500	27,250	1750	0,141	981	0,100
2	2953	5,500	27,250	1570	0,127	878	0,090
3	894	5,500	27,250	934	0,075	523	0,054
Bieżnia pierścienia zewnętrznego							
1	3722	5,500	-38,250	1506	0,171	848	0,121
2	2953	5,500	-38,250	1352	0,153	758	0,109
3	894	5,500	-38,250	806	0,091	450	0,065

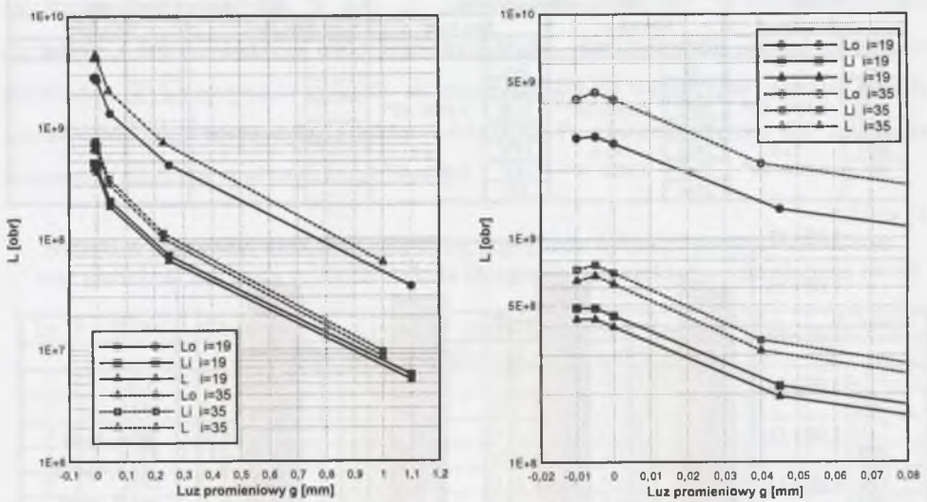
Ze wzrostem ilości wykonywanej pracy wzrasta luz promieniowy, który rośnie od 0 do wartości kryterialnej, np. g_{max} = 0,045 mm. Przy tej wartości obciążenie przenosi się na 5 wałeczków, a trwałość łożyska, mimo iż jest mniejsza od ekstremalnej, to nadal jest relatywnie duża i może być porównywana z trwałością wymaganą dla przekładni jako całości.

Tablica 19

Trwałość łożyska centralnego w wybranych przekładniach cykloidalnych dla kryterialnych wartości luzu i różnych kształtów bieżni zewnętrznej [27, 30]

	L_o [obr]	L_i [obr]	L [obr]
Otwór centralny kołowy i = 19, g = 0,045 mm, R = 10314 N	$1{,}3421 \cdot 10^9$	$2{,}1815 \cdot 10^8$	$1{,}9577 \cdot 10^8$
Otwór centralny owalny (odkształcony) i = 19, g = 0,045 mm, R = 10314 N	$1{,}5769 \cdot 10^9$	$2{,}5803 \cdot 10^8$	$2{,}3137 \cdot 10^8$
Otwór centralny kołowy i = 35, g = 0,04 mm, R = 9200 N	$2{,}1501 \cdot 10^9$	$3{,}4840 \cdot 10^8$	$3{,}1277 \cdot 10^8$

W związku z tym w tabl. 19 zgromadzono wartości wskaźników trwałości centralnych łożysk dla największych dopuszczalnych (kryterialnych) luzów, którą należy porównać z trwałością mechanizmu równowodowego i trwałością uzębienia.



Rys. 7.8. Trwałość centralnych łożysk w przekładni Cyclo w funkcji luzu promieniowego
Fig. 7.8. Durability of central bearing in cycloidal gear in the function of radial clearance

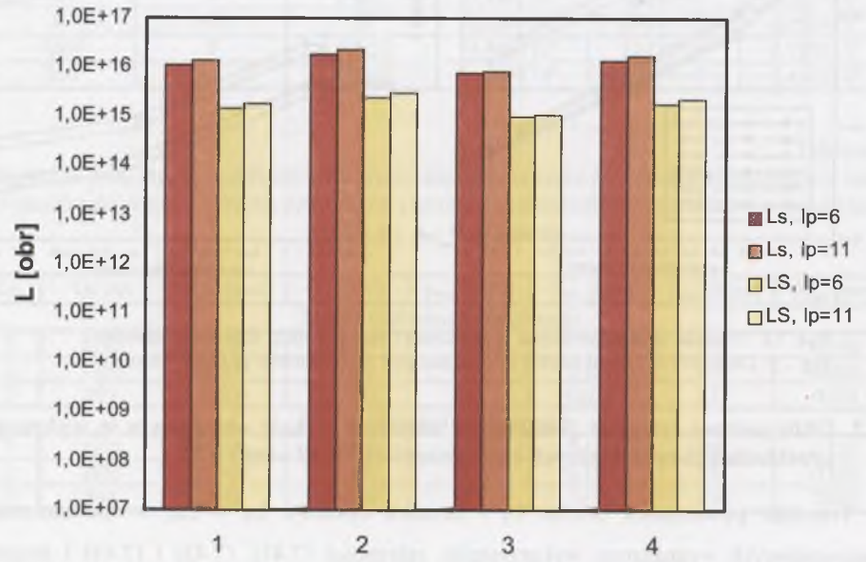
7.5.2. Obliczeniowa trwałość powierzchni otworów w kole obiegowym w wybranych przekładniach cykloidalnych o przełożeniach i = 19 oraz i = 35

Trwałość powierzchni otworu L_s i zestawu otworów $L_S = L_{ws}$ w mechanizmach równowodowych wyznaczono wykorzystując zależności (7.41), (7.43) i (7.44) i program CYCLO3 dla następujących cech: R_w=65 mm, $D_s=2r_w$ =32 mm, $D_r=2r_p$=26 mm, w = n = 10 otworów, l_s = 14,6 mm, por. rys. 7.4. Wykorzystano także wielkości związane z geometrią, stanem obciążenia, rozkładem i położeniem naprężeń podpowierzchniowych, zgromadzone w tabl. 10, 11, 15 i pracy [23].

Tablica 20

Obliczeniowa trwałość powierzchni otworów w zestawie tocznym mechanizmów równowodowych w wybranych przekładniach i = 19 oraz i = 35

i = 19, r = 96 mm, q = 8,5 mm, e = 3 mm, liczba przedziałów: l_p = 6 lub 11									
Metoda analityczna		MES - zazębienie nominalne				MES - zazębienie rzeczywiste			
		Kres górny		Kres dolny		Kres górny		Kres dolny	
Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]
221		303		302		0		0	
1641	L_s =	1145	L_s =	805	L_s =	2822	L_s =	1769	L_s =
2656	2,2782· 10^{16}	1996	1,1396· 10^{16}	1498	1,7889· 10^{16}	3290	7,8236· 10^{15}	3023	1,3370· 10^{16}
2656		2651	L_s =	2618	L_s =	3216	L_s =	2593	L_s =
1641	L_S =	3019	1,4001· 10^{16}	2811	2,2278· 10^{16}	3153	8,3848· 10^{15}	2773	1,7028· 10^{16}
221	2,9424· 10^{15}	2168		1991		3292		2695	
		1601	L_S =	1370	L_S =	3294	L_S =	2688	L_S =
		2700	1,4718· 10^{15}	2168	2,3104· 10^{15}	0	1,0105· 10^{15}	0	1,7269· 10^{15}
		3312	L_S =	2910	L_S =	0	L_S =	0	L_S =
		2114	1,8083· 10^{15}	1214	2,8773· 10^{15}	0	1,0829· 10^{15}	0	2,1992· 10^{15}
		499		0		0		0	
i = 35, r = 96 mm, q = 8 mm, e = 2 mm, liczba przedziałów: l_p = 6 lub 7									
Metoda analityczna		MES - zazębienie nominalne				MES - zazębienie rzeczywiste			
		Kres górny		Kres dolny		Kres górny		Kres dolny	
Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]	Q_i[N]	L [obr]
221		750		300					
1641	L_s =	1578	L_s =	765	L_s =				
2656	2,3799· 10^{16}	2691	1,3363· 10^{16}	2118	3,8576· 10^{16}				
2656		2630		2121					
1641	L_S =	2453	L_S =	1775	L_S =				
221	3,0738· 10^{15}	3040	1,7259· 10^{15}	2423	4,9822· 10^{15}				
		2244		532					



1 - MES, zazębienie nominalne, kres górny,
2 - MES, zazębienie nominalne, kres dolny,
3 - MES, zazębienie rzeczywiste, kres górny,
4 - MES, zazębienie rzeczywiste, kres dolny.

Rys. 7.9. Trwałość otworów w zestawie tocznym mechanizmu równowodowego w przekładni i=19
Fig. 7.9. Durability of holes in rolling set of straight line mechanism in the gear with ratio i = 19

Wyniki obliczeń dla różnych obciążeń i różnych metod ich wyznaczania zestawiono w tabl. 20. Dla przykładu, trwałość otworu L_s i zestawu otworów w mechanizmie równowodowym L_S w przekładni o przełożeniu i = 19 pokazano na rys. 7.9.

7.5.3. Obliczeniowa trwałość uzębienia kół obiegowych na przykładzie wybranych przekładni o przełożeniu i = 19 oraz i = 35

Trwałość powierzchni pojedynczego zęba L_e i całego uzębienia L_E wyznaczono na przykładzie dwóch przekładni o konstrukcji jak we wstępie do rozdz. 7.5, wykorzystując siły międzyzębne z tabl. 10, 11 i 15, jakie mogą zaistnieć w zazębieniu o cechach geometrycznych jak w tabl. 9 i 29. Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu CYCLO4 i zestawu zależności (7.45) ÷ (7.61). W tabl. 21 zgromadzono niezbędne wielkości, opisujące geometrię i stan naprężenia w stykach zębów dla przykładowych stanów obciążenia przekładni. Wykorzystywano rozkłady sił międzyzębnych P_i wyznaczone zarówno metodą numeryczną, jak i analityczną, a także rozkłady sił P_i, charakterystyczne dla zazębienia nominalnego lub rzeczywistego korygowanego.

Tablica 21

Naciski w polu styku, szerokość pola styku, naprężenia stykowe i podpowierzchniowe oraz głębokość zalegania w uzębieniu koła obiegowego w przekładni o przełożeniu i = 19

Lp.	P_i [N]	q [mm]	ρ_e [mm]	p_e [MPa]	b_e [mm]	σ_e [MPa]	Z_e [mm]
Obciążenie nominalne, kres górny wartości							
1	521	8,500	-9,674	139	0,171	78	0,121
2	1544	8,500	-10,871	321	0,219	180	0,155
3	2401	8,500	-20,921	660	0,166	370	0,117
4	2267	8,500	37,951	921	0,112	516	0,079
5	2640	8,500	11,814	1178	0,102	660	0,072
6	2045	8,500	9,364	1092	0,085	612	0,060
7	1059	8,500	9,170	790	0,061	442	0,043
8	1171	8,500	9,498	824	0,065	461	0,046
9	1402	8,500	9,891	893	0,071	500	0,051
10	980	8,500	10,176	742	0,060	415	0,043
11	426	8,500	10,278	488	0,040	273	0,028
Obciążenie rzeczywiste, kres górny wartości							
1	0	8,500	-9,674	0	0,000	0	0,000
2	0	8,500	-10,871	0	0,000	0	0,000
3	3005	8,500	-20,921	739	0,185	414	0,131
4	2416	8,500	37,951	951	0,116	532	0,082
5	2537	8,500	11,814	1155	0,100	647	0,071
6	3536	8,500	9,364	1436	0,112	804	0,080
7	3179	8,500	9,170	1368	0,106	766	0,075
8	0	8,500	9,498	0	0,000	0	0,000
9	0	8,500	9,891	0	0,000	0	0,000
10	0	8,500	10,176	0	0,000	0	0,000
11	0	8,500	10,278	0	0,000	0	0,000

Tablica 22

Trwałość zmęczeniowa powierzchni uzębienia kół obiegowych w wybranych przekładniach o przełożeniu i = 19 oraz i = 35 dla różnych stanów obciążenia

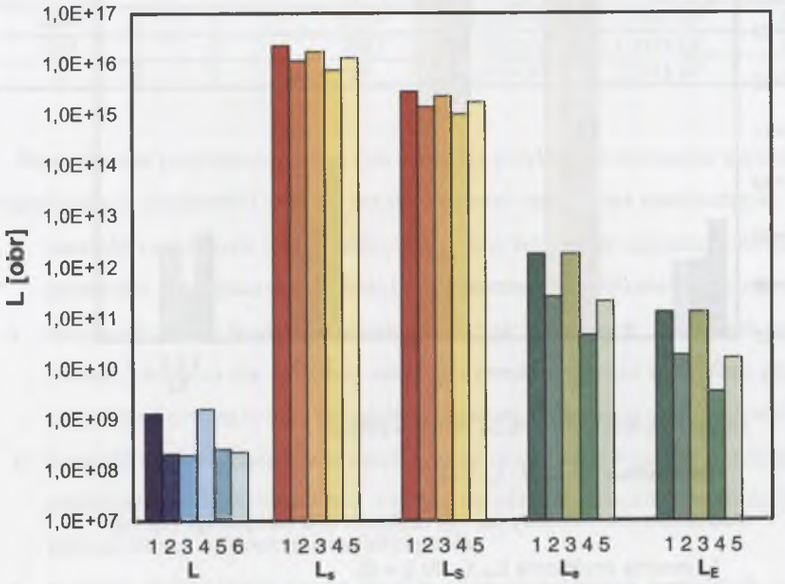
i = 19, r = 96 mm, q = 8,5 mm, e = 3 mm									
Metoda analityczna		MES - zazębienie nominalne				MES - zazębienie rzeczywiste			
		Kres górny		Kres dolny		Kres górny		Kres dolny	
P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]
0		521		230		0		0	
1056		1544		1169		0		0	
1463		2401		1661		3005		1837	
1544	$L_e =$	2267	$L_e =$	1947	$L_e =$	2416	$L_e =$	1530	$L_e =$
1454	$1{,}7892 \cdot 10^{12}$	2640	$2{,}5842 \cdot 10^{11}$	1534	$1{,}7823 \cdot 10^{12}$	2537	$4{,}6301 \cdot 10^{10}$	1615	$2{,}1522 \cdot 10^{11}$
1300		2045		978		3536		2548	
1091	$L_E =$	1059	$L_E =$	528	$L_E =$	3179	$L_E =$	1968	$L_E =$
848	$1{,}3061 \cdot 10^{11}$	1171	$1{,}8865 \cdot 10^{10}$	823	$1{,}3011 \cdot 10^{11}$	0	$3{,}3801 \cdot 10^{9}$	0	$1{,}5711 \cdot 10^{10}$
580		1402		1177		0		0	
295		980		675		0		0	
0		426		326		0		0	
i = 35, r = 96 mm, q = 8 mm, e = 2 mm									
Metoda analityczna		MES - zazębienie nominalne				MES - zazębienie rzeczywiste			
		Kres górny		Kres dolny		Kres górny		Kres dolny	
P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]	P_i [N]	L [obr]
0		436		194					
415	$L_e =$	718	$L_e =$	526	$L_e =$				
610	$3{,}0239 \cdot 10^{10}$	822	$1{,}6954 \cdot 10^{9}$	555	$1{,}5452 \cdot 10^{10}$				
679		815		504					
690		972		525					
⋮		⋮		⋮					
139	$L_E =$	731	$L_E =$	358	$L_E =$				
69	$1{,}2825 \cdot 10^{9}$	502	$7{,}1907 \cdot 10^{7}$	194	$6{,}5534 \cdot 10^{8}$				
0		266		149					

Wyznaczony przy uogólnieniu rozkładów obciążeń górny i dolny kres wartości sił międzyzębnych (por. rozdz. 5.1.1 i 6.1.1) pozwolił oszacować odpowiedni górny i dolny kres trwałości uzębienia dla danych rodzajów zazębienia, tabl. 22.

W przypadku przekładni o przełożeniu i = 35 obliczono trwałość tylko dla zazębienia nominalnego, w którym celowo, dla przykładu zwiększono przesunięcie ekwidystanty do wartości q = 8 mm by wykazać stosunkowo niską trwałość, będącą następstwem zaostrzenia zębów; por. rys. B.2. Diagramy trwałości pojedynczych zębów L_e i całych uzębień L_E przedstawiono na rys. 7.10 i 7.11, zestawiając je dla porównania z trwałościami łożyska centralnego i mechanizmu równowodowego.

7.5.4. Hierarchia trwałości tocznych węzłów konstrukcyjnych w obiegowych przekładniach cykloidalnych

Numeryczne badania trwałości, przedstawione na przykładzie dwóch wybranych przekładni w rozdz. 7.5.1 ÷ 7.5.3, przeprowadzono dla różnych rodzajów zazębień, przy odmiennych metodach wyznaczania stanu obciążenia, przy różnych rozkładach obciążeń, a nawet przy różnych bieżniach łożysk. Założono ten sam poziom prawdopodobieństwa φ = 0,9, co umożliwia bezpośrednie porównywanie trwałości, wyznaczonych przy różnych założeniach, rys. 7.10 i 7.11. Diagramy na rysunkach przedstawiają charakterystyczną dla przekładni Cyclo hierarchię obliczeniowej trwałości jej podstawowych węzłów tocznych.



Łożysko centralne (L), g=0,045 mm, R = 10314 N:

otwór kołowy: 1 - L_o, 2 - L_i, 3 - L,
otwór owalny: 4 - L_o, 5 - L_i, 6 - L.

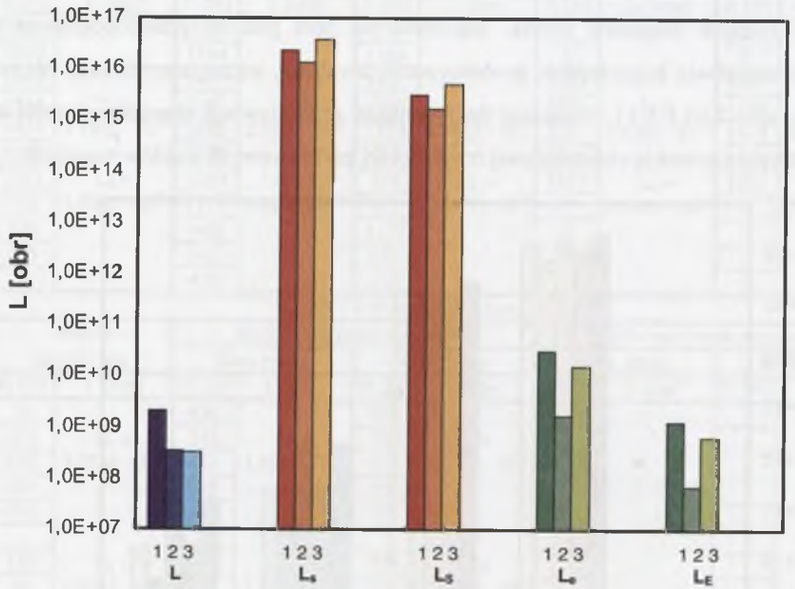
Mechanizm równowodowy (L_s, L_S, l_p = 6), uzębienie koła obiegowego (L_e, L_E):

1 - metoda analityczna,
2 - MES, zazębienie nominalne, kres górny,
3 - MES, zazębienie nominalne, kres dolny,
4 - MES, zazębienie rzeczywiste, kres górny,
5 - MES, zazębienie rzeczywiste, kres dolny.

Rys. 7.10. Trwałość tocznych węzłów konstrukcyjnych na przykładzie przekładni Cyclo o przełożeniu i = 19 i mocy N = 3,7 kW

Fig. 7.10. Durability of rolling construction nodes in example of Cyclo gear with ratio i=19 and power N=3,7 kW

Trwałość centralnych łożysk walcowych dla każdego rozpatrywanego przypadku jest najniższa. Trwałość zestawu otworów w mechanizmach równowodowych jest bardzo duża i prawie nie zależy od metody wyznaczania obciążeń. Natomiast trwałość uzębienia jest wielokrotnie wyższa od trwałości centralnych łożysk, a jej wartość zależy od tego, jaki rozkład obciążeń i jakie zazębienia uwzględniano w obliczeniach.



Łożysko centralne (L), g=0,04 mm, R = 9800 N:

otwór kołowy: 1 - L_o, 2 - L_i, 3 - L.

Mechanizm równowodowy (L_s, L_S), uzębienie koła obiegowego (L_e, L_E):

1 - metoda analityczna (L_s, L_S dla l_p = 6),
2 - MES, zazębienie nominalne, kres górny (L_s, L_S dla l_p = 7),
3 - MES, zazębienie nominalne, kres dolny (L_s, L_S dla l_p = 7).

Rys. 7.11. Trwałość tocznych węzłów konstrukcyjnych na przykładzie przekładni Cyclo o przełożeniu i = 35 i mocy N = 1,85 kW
Fig. 7.11. Durability of rolling construction nodes in example of Cyclo gear with ratio i=35 and power N=1,85 kW

Dla zweryfikowania i uogólnienia ujawnionej hierarchii trwałości przeprowadzono kontrolne badania numeryczne na przykładzie przekładni o tej samej wielkości i przełożeniu i = 19, lecz wyposażonej w możliwie największe ze względów konstrukcyjnych łożysko centralne (N 309 E) i optymalne uzębienie z odpowiednim przesunięciem ekwidystanty q=10 mm, wg kryteriów jak w rozdz. 7.6. Wyniki obliczeń dla przekładni z powiększonym łożyskiem centralnym zgromadzono w tabl. 23. Na rys. 7.12 dla porównania przedstawiono

diagramy trwałości dwóch przekładni o tej samej wielkości, jednej wyposażonej w łożysko centralne o normalnej wielkości (N 209 E) i drugiej z nieco większym łożyskiem (N 309 E).

Tablica 23

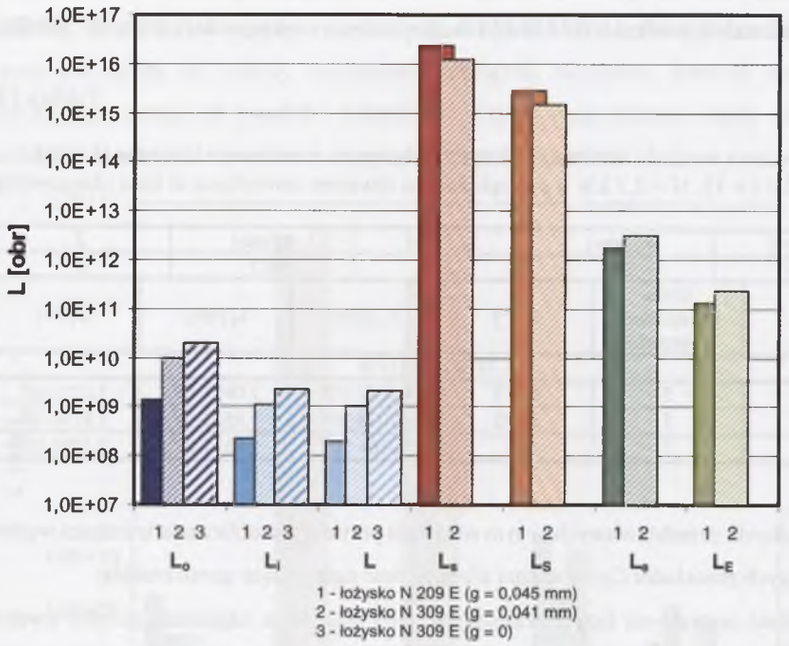
Obliczeniowa trwałość centralnych łożysk walcowych z zestawem tocznym N 309 E w przekładni i = 19, N = 3,7 kW z powiększonym otworem centralnym w kole obiegowym

d_{bo} [mm]	D_w [mm]	L_w [mm]	r [mm]	Z
88,5	15	16	0,5	13

g [mm]	liczba obciążonych wałeczków	ψ_ε [°]	L_o [obr]	L_i [obr]	L [obr]
i = 19, R = 10314 N					
0,041	5	57,14	$9{,}8033 \cdot 10^9$	$1{,}0997 \cdot 10^9$	$1{,}0225 \cdot 10^9$
0,01	5	74,92	$1{,}7035 \cdot 10^{10}$	$1{,}9533 \cdot 10^9$	$1{,}8130 \cdot 10^9$
0	7	90	$2{,}0164 \cdot 10^{10}$	$2{,}3515 \cdot 10^9$	$2{,}1797 \cdot 10^9$

Na podstawie przedstawionych w tym rozdziale przykładów obliczania trwałości węzłów konstrukcyjnych przekładni Cyclo można sformułować następujące spostrzeżenia:

- trwałość centralnych łożysk walcowych, jako relatywnie najniższa, określa trwałość przekładni, a średnica zewnętrznej bieżni determinuje wielkość kół obiegowych;
- relatywnie niska trwałość centralnych łożysk walcowych może być powiększona (nawet 5-krotnie) dla tej samej wielkości przekładni przez niewielkie powiększenie centralnego otworu w kole obiegowym i zastosowanie nieco większych wałeczków;
- trwałość zestawu otworów w mechanizmie równowodowym jest niezwykle wysoka, praktycznie nieograniczona bez względu na wielkość otworów i metodę obliczeń, za pomocą której wyznaczono stan obciążenia;
- trwałość uzębienia jest zawsze wyższa od trwałości łożysk centralnych, a stopień jej wielokrotności (od 3 do 17 razy) jest funkcją rodzaju zazębienia oraz konfiguracji i liczby zębów, które uczestniczą w przekazywaniu obciążenia;
- trwałość nominalnego (idealnego) uzębienia, w którym połowa zębów (50%) przenosi obciążenie, jest ponad 5-krotnie wyższa od trwałości rzeczywistego uzębienia korygowanego, w którym obciążenie przenosi od 15 ÷ 35% zębów koła obiegowego;
- trwałość uzębienia, wyznaczona w oparciu o rozkład obciążeń obliczony za pomocą metody analitycznej, jest nierealnie zawyżona (ok. 7-krotnie) w porównaniu do trwałości obliczonej na podstawie obciążeń, wyznaczonych za pomocą MES;



Rys.7.12. Porównanie trwałości tocznych węzłów konstrukcyjnych na przykładzie przekładni Cyclo o przełożeniu i = 19, N = 3,7 kW dla dwóch różnych łożysk N 209E i N 309E

Fig 7.12. Comparison of durability of rolling construction nodes in example of Cyclo gear with i=19, N=3,7 kW for two different bearings N 209E i N 309E

- istotny wpływ na trwałość uzębienia ma przesunięcie ekwidystanty q, albowiem wartość przesunięcia w dużym stopniu wpływa na krzywiznę flanki zęba;
- wzrost luzu promieniowego w łożyskach centralnych od wartości g=0 mm do wartości kryterialnej g ≡ 0,045 mm powoduje prawie 2-krotny spadek trwałości.

7.6. Optymalizacja uzębienia kół obiegowych

Z zależności (2.26) i (7.58) oraz rys. 2.5 ÷ 2.7, 2.10 i 2.11 wynika, iż dominujący wpływ na krzywiznę uzębienia wywierają parametry zazębienia m i e, a szczególnie przesunięcie ekwidystanty q. W związku z taką właściwością przesunięcia można dla geometrii zazębienia cykloidalnego sformułować następującą tezę:

Dla określonych wartości mimośrodu e i współczynnika skrócenia m istnieje takie przesunięcie ekwidystanty, dla którego obliczeniowa trwałość zęba L_e i trwałość uzębienia L_E w przekładni o danym przełożeniu będzie największa.

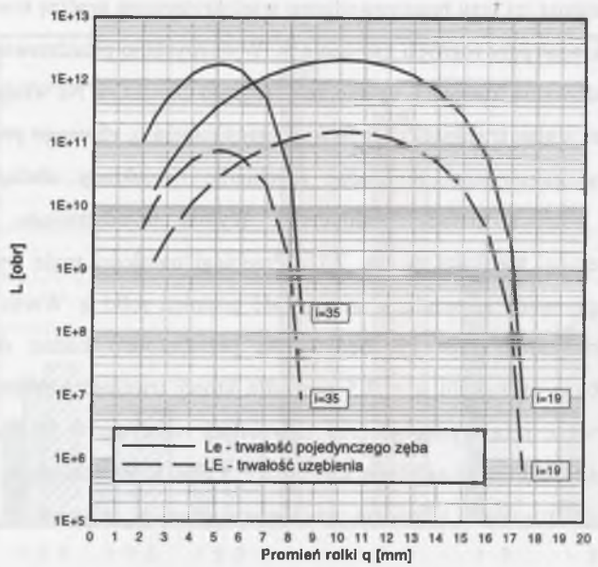
Dla udowodnienia tej tezy przeprowadzono wielokryterialną analizę trwałości uzębienia dla różnych przekładni przy różnych założeniach. Wykorzystano przedstawioną w rozdz. 7.4 metodykę prognozowania trwałości uzębienia i program CYCLO4. Na wstępie poszukiwano pierwotnej postaci zmian trwałości jako funkcji przesunięcia q, równego promieniowi rolki. W tym celu wykorzystywano nominalne zazębienie i rozkłady obciążeń z tabl. 22, wyznaczone za pomocą metody analitycznej. Wyniki przedstawiono w tabl. 24, a odpowiednie przebiegi trwałości na rys. 7.13. Przebiegi trwałości mają wyraźne maksima, które określają optymalny ze względu na trwałość promień rolki q. Warto zauważyć, iż w przekładni o przełożeniu i = 19, będącej tu przedmiotem badań doświadczalnych, zastosowano rolkę o promieniu q = 8,5 mm, dla której trwałość uzębienia jest wysoka, zbliżona do wartości, jaka występuje przy optymalnej rolce q_{opt} = 10 mm. Natomiast w przekładni o przełożeniu i = 35 założono wartość q = 8 mm, która powoduje zaostrzenie głów zębów i silny spadek trwałości, albowiem optymalna wartość q_{opt} = 5 mm.

Tablica 24

Wpływ przesunięcia ekwidystanty q (promienia rolki koła współpracującego) na trwałość zęba i trwałość całego uzębienia koła obiegowego na przykładzie dwóch przekładni

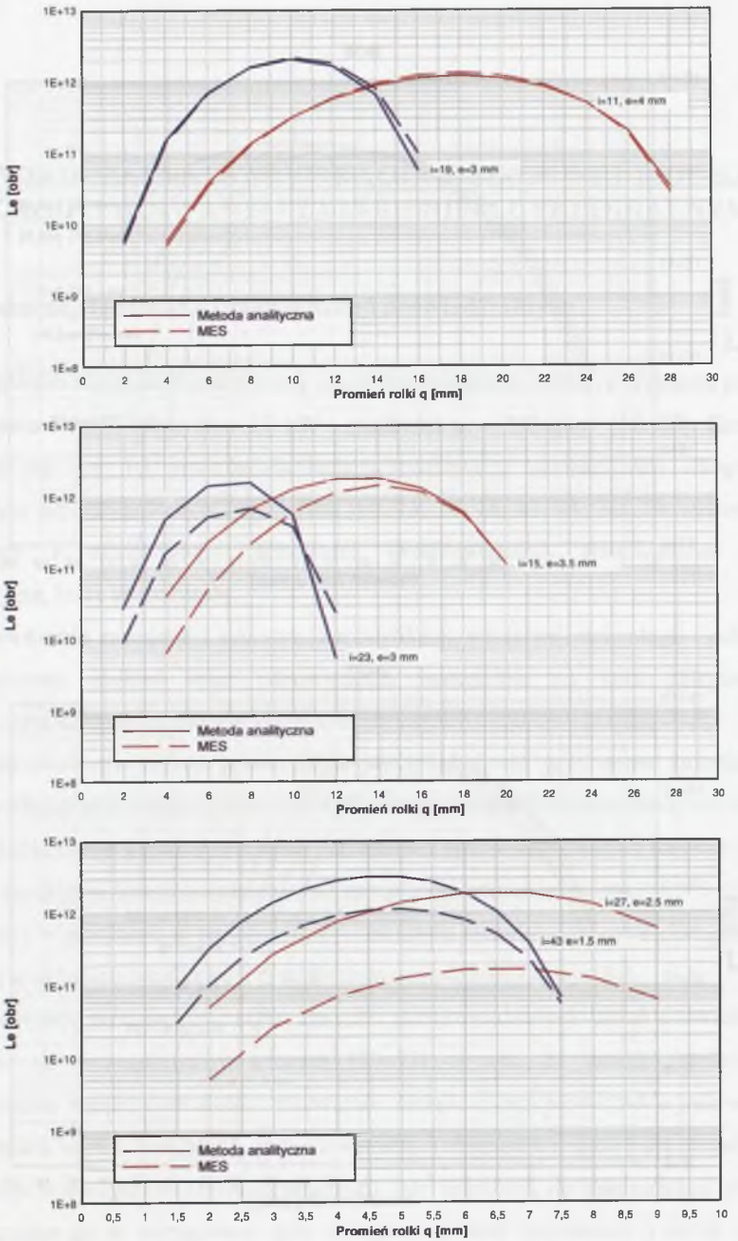
q [mm]	L_e [obr]	L_E [obr]	q [mm]	L_e [obr]	L_E [obr]
i = 19, r = 96 mm, e = 3 mm, N=3,7 kW, n_h=750obr/min					
2,5	$1{,}8479\cdot10^{10}$	$1{,}3490\cdot10^{9}$	10,15	$2{,}1094\cdot10^{12}$	$1{,}5399\cdot10^{11}$
3	$4{,}2900\cdot10^{10}$	$3{,}1317\cdot10^{9}$	11	$2{,}0161\cdot10^{12}$	$1{,}4718\cdot10^{11}$
4	$1{,}5161\cdot10^{11}$	$1{,}1068\cdot10^{10}$	12	$1{,}6852\cdot10^{12}$	$1{,}2302\cdot10^{11}$
5	$3{,}7202\cdot10^{11}$	$2{,}7158\cdot10^{10}$	13	$1{,}1955\cdot10^{12}$	$8{,}7270\cdot10^{10}$
6	$7{,}1577\cdot10^{11}$	$5{,}2252\cdot10^{10}$	14	$6{,}7965\cdot10^{11}$	$4{,}9615\cdot10^{10}$
7	$1{,}1495\cdot10^{12}$	$8{,}3916\cdot10^{10}$	15	$2{,}7482\cdot10^{11}$	$2{,}0062\cdot10^{10}$
8	$1{,}5948\cdot10^{12}$	$1{,}1642\cdot10^{11}$	16	$5{,}8970\cdot10^{10}$	$4{,}3049\cdot10^{9}$
8,5	$1{,}7892\cdot10^{12}$	$1{,}3061\cdot10^{11}$	17	$2{,}1788\cdot10^{9}$	$1{,}5906\cdot10^{8}$
9	$1{,}9467\cdot10^{12}$	$1{,}4211\cdot10^{11}$	17,5	$9{,}3674\cdot10^{6}$	$6{,}8383\cdot10^{5}$
10	$2{,}1064\cdot10^{12}$	$1{,}5377\cdot10^{11}$			
i = 35, r = 96 mm, e = 2 mm, N=1,85 kW, n_h=750obr/min					
2	$1{,}0389\cdot10^{11}$	$4{,}4061\cdot10^{9}$	5,13	$1{,}7651\cdot10^{12}$	$7{,}4864\cdot10^{10}$
2,5	$2{,}5796\cdot10^{11}$	$1{,}0941\cdot10^{10}$	5,5	$1{,}6978\cdot10^{12}$	$7{,}2008\cdot10^{10}$
3	$5{,}1279\cdot10^{11}$	$2{,}1749\cdot10^{10}$	6	$1{,}4060\cdot10^{12}$	$5{,}9630\cdot10^{10}$
4	$1{,}2467\cdot10^{12}$	$5{,}2874\cdot10^{10}$	7	$5{,}1722\cdot10^{11}$	$2{,}1937\cdot10^{10}$
4,5	$1{,}5812\cdot10^{12}$	$6{,}7061\cdot10^{10}$	8	$3{,}0239\cdot10^{10}$	$1{,}2825\cdot10^{9}$
5	$1{,}7563\cdot10^{12}$	$7{,}4491\cdot10^{10}$	8,5	$2{,}1299\cdot10^{8}$	$9{,}0334\cdot10^{6}$

Trwałość uzębienia L_E jest niższa od trwałości pojedynczego zęba L_e i może być wyznaczona w oparciu o związek (7.61). Z tego względu do dalszej analizy wykorzystywano jedynie trwałość pojedynczego zęba L_e.

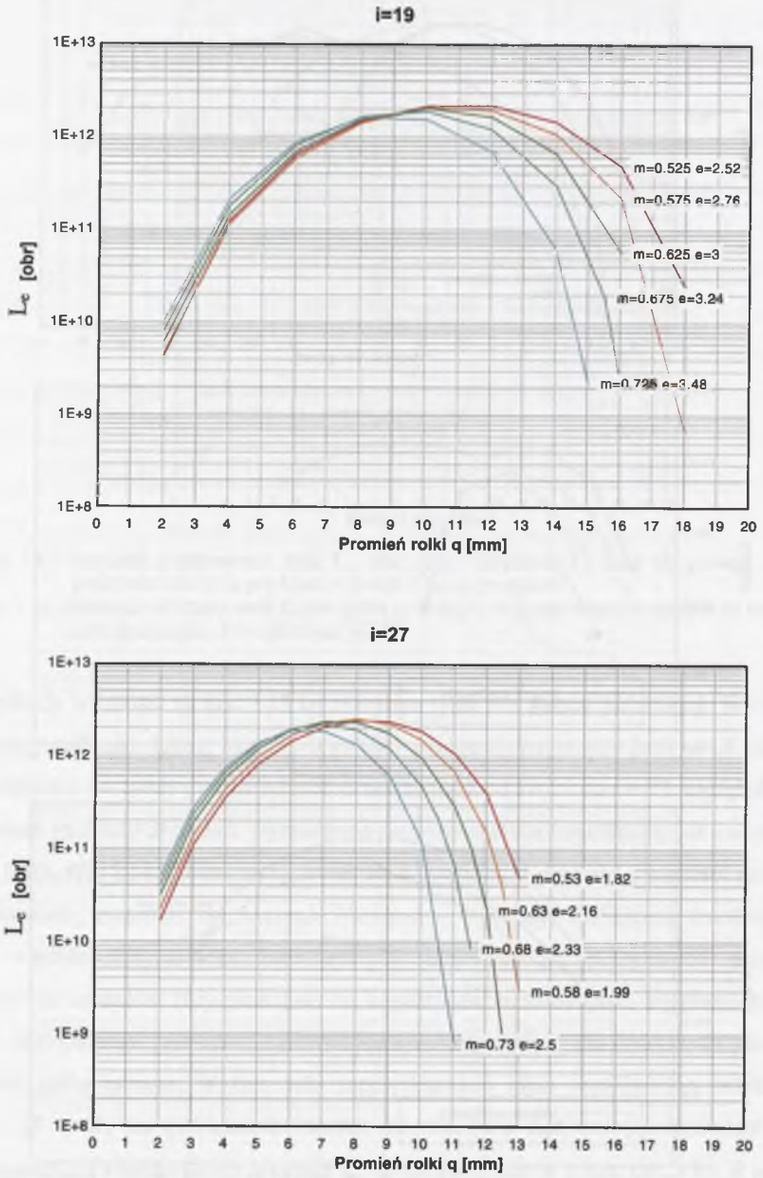


Rys. 7.13. Trwałość pojedynczego zęba L_e oraz całego uzębienia L_E koła obiegowego w funkcji promienia rolki q na przykładzie dwóch różnych przekładni
Fig. 7.13. Durability of single tooth L_e and entire toothing L_E in planet wheel in function of radius of the roller in example of two different gears

Przykłady trwałości na rys. 7.13 wyznaczono tylko dla dwóch przekładni. W związku z tym przeprowadzono dalsze badania trwałości uzębienia na przykładach przekładni o tej samej wielkości r = const i wzrastających przełożeniach od i = 11 do i = 71, uwzględniając w obliczeniach rozkłady obciążeń, wyznaczone zarówno metodą analityczną, jak i uzyskane za pomocą MES, rys. 7.14. Z obserwacji trwałości L_e wynika, iż dla każdej wartości przełożenia i przy dowolnej metodzie wyznaczania obciążeń – występuje maksimum trwałości, które określa wartość optymalnego promienia q. Uzyskane na powyższych przykładach potwierdzenie założonej tezy posłużyło do uogólnienia zarysowującej się prawidłowości o istnieniu optymalnego promienia i przesunięcia ekwidystanty q dla dowolnych parametrów zazębienia cykloidalnego. W tym celu zaprojektowano kilka przekładni o przełożeniach i = 19, 27 i 43, na przykładzie których poszukiwano optymalnych promieni q przy zmieniających się kombinacjach wartości e i m dla $r = e \cdot z_k/m$ = const, rys. 7.15. Z przebiegu trwałości L_e wynika, iż dla dowolnej kombinacji wartości e i m oraz dla dowolnego przełożenia zaistnieje taka wartość promienia (a także przesunięcia q) uznana za optymalną, dla której trwałość pojedynczego zęba L_e, a także zgodnie z zależnością (7.61) trwałość uzębienia koła obiegowego L_E będzie największa.



Rys. 7.14. Trwałość pojedynczego zęba L_e dla tej samej przekładni w funkcji promienia rolki q dla różnych przełożeń i=11,15,19,23,27,43
Fig. 7.14. Durability of single tooth L_e for the same gear in function of radius of the roller q for different ratios i=11,15,19,23,27,43



Rys. 7.15. Trwałość pojedynczego zęba L_e w przekładni o przełożeniach i=19 oraz i= 27 w funkcji promienia rolki q dla różnych mimośrodów e i współczynników m dla r=const

Fig. 7.15. Durability of single tooth L_e in planet wheel with ratio i=19 and i=27 in function of radius of the roller q for different eccentric e and coefficient m for r=const

8. DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI ZE ZMODYFIKOWANYM ZAZĘBIENIEM CYKLOIDALNYM

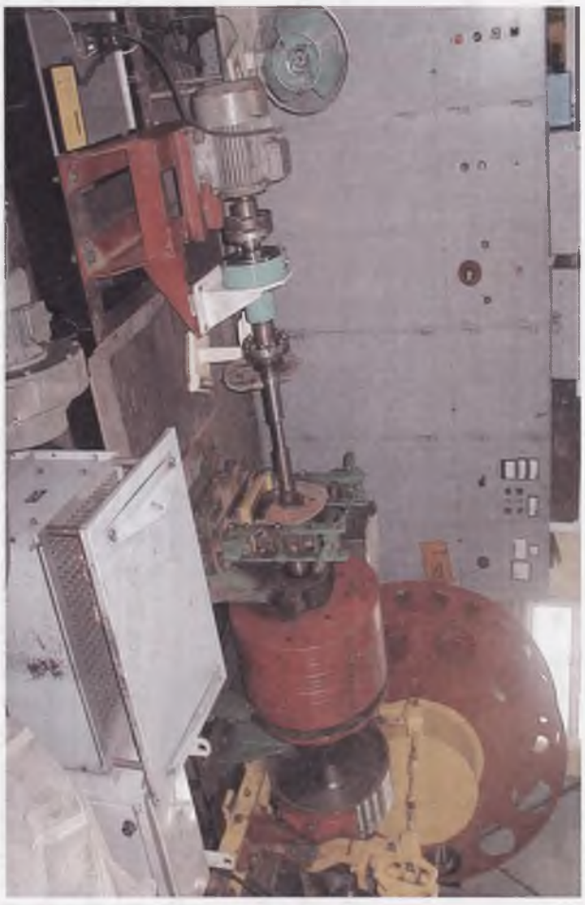
8.1. Przedmiot, stanowisko i zakres badań doświadczalnych

Dla potrzeb badań nad modyfikacją zazębienia wykonano prototyp wybranej przekładni o przełożeniu i = 19, mocy N = 3,7 kW i prędkości n_h = 750 min^{-1} [12, 20]. Konstrukcja przekładni wg rys. 1.3 umożliwiała badania ruchowe z udziałem kół obiegowych z nominalnym lub korygowanym uzębieniem [10, 11, 14, 16, 22, 23, 26]. Po wykonaniu kół obiegowych i zmontowaniu przekładni przeprowadzono stanowiskowe badania konstrukcyjne, które obejmowały:

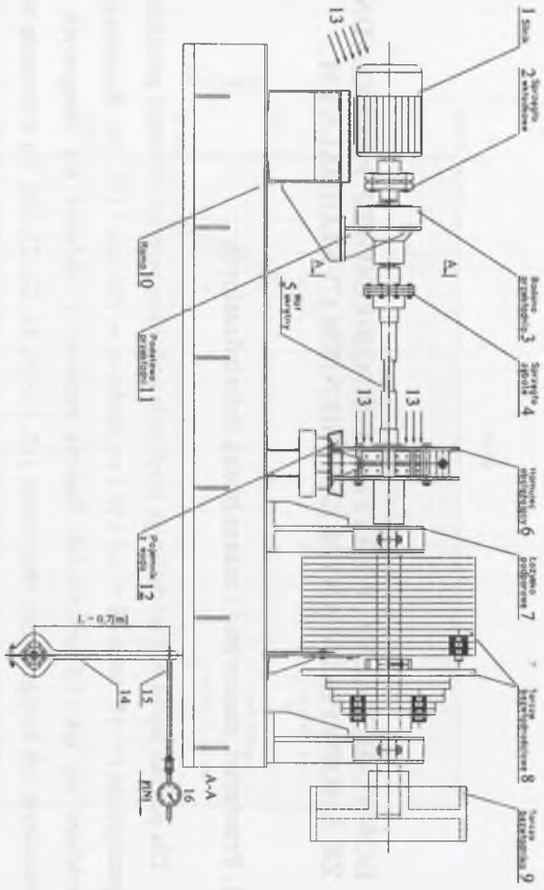
- **sprawdzenie zasadności** stosowania modyfikacji, właściwej technologii i dokładności wykonania uzębień oraz odpowiednich materiałów na koła obiegowe przy wykorzystaniu nowej metody kształtowania uzębień i otworów łożyskowych;
- **próby ruchowe** układu przeniesienia mocy i badanie przełożenia kinematycznego w przekładniach z nominalnym i modyfikowanym zazębieniem kół obiegowych;
- **długookresowe badania trwałości** przekładni z pozorowaniem cykli roboczych.

Badania przekładni przeprowadzono na specjalnym stanowisku, rys. 8.1 i 8.2, które zestawiono i wyposażono w ten sposób, by umożliwić symulowanie cykli obciążenia, jakie występują w układach napędowych niektórych maszyn roboczych, rys. 8.3.

Stanowisko, przebieg, metodykę i wyniki przeprowadzonych badań doświadczalnych przedstawiono szczegółowo w pracach [20÷25], a tabl. 25 zawiera skrócony opis i bezpośrednie wyniki tych badań. Pierwotnie zakładano przeprowadzenie jednorazowych badań. Jednak wyniki wstępnych badań trwałości, a szczególnie ujawniona postać zużycia powierzchni roboczych w kołach obiegowych były inspiracją do rekonstrukcji przekładni i wyposażeniu jej w korygowane koła obiegowe ze stali łożyskowej o dużej twardości i łożyska centralne o innej konstrukcji [22]. Zrekonstruowaną przekładnię ponownie zamontowano na stanowisku i poddano programowanym badaniom trwałości. Wyniki powtórnych długookresowych badań zrekonstruowanej przekładni wykazały znacznie mniejsze tempo przyrostu zużycia i zadowalającą prognozę trwałości.



Rys. 8.2. Widok stanowiska do programowanych badań przekładni obiegowych
Fig. 8.2. View of the stand for programmed constructional reserche of planetary gear

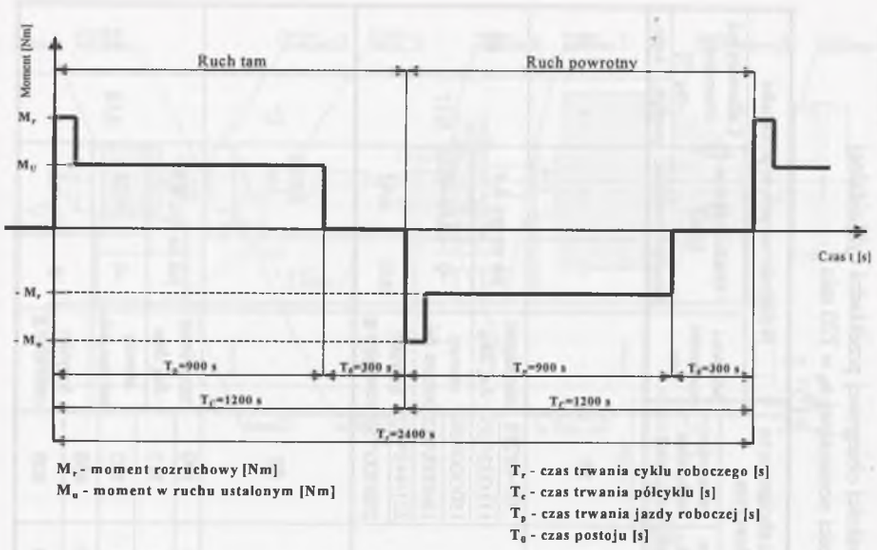


Rys. 8.1. Stanowisko do programowanych badań konstrukcyjnych przekładni obiegowych
Fig. 8.1. Stand for programmed constructional reserche of planetary gear

Tablica 25

Przebieg, charakterystyka i wyniki doświadczalnych badań trwałości obiegowej przekładni cykloidalnej o przełożeniu i = 19, mocy N = 3,7 kW przy prędkości nominalnej n_h = 720 min^{-1}

Rodzaj przekładni	Etap i okres badań	Czas badań		Czas pracy [godz.]		Nagromadzona liczba			Charakterystyka cyklu obciążenia na stanowisku badawczym			Wskaźniki zużycia w przekładni				
												Miejsce i oznaczenie luzu	Wartość luzów [mm]		Całkowity luz obwodowy α_w [°]	
		dni	godz	stanowiska	przekładni	cykli roboczych	rozruchów (załączeń)	obrotów wału nap. L	parametry cyklu	moment rozruch. M_r [Nm]	moment w ruchu ustal. M_u [Nm]		początk.	końcowe	początk.	końc.
Pierwotna z korygowanym wewn. zazęb. cykloidalnym	Etap I 8.03÷17.03.95	10	110	110	44	3300	6600	$1{,}9 \cdot 10^6$	T_r=2 [min] p=40 [%] c=30 [$^{cykl}/_h$] z=60 [$^{wl}/_h$]	750	50	-	-	-	-	-
	Etap II 19.06÷18.11.95	90	770	770	308	1155	2310	$13{,}3 \cdot 10^6$	T_r=40 [min] p=40 [%] c=1,5 [$^{cykl}/_h$] z=3 [$^{wl}/_h$]	-	70/140/210	zazębienie Δr_l, Δr_{l0}	jak na rys. 8,9		0,17	60
											111/222/333					
											150/300/450	otwory boczne Δd_o	~0	0,01÷0,02		
											194/388/582					
											221/442/663	łożysko centralne g	0,01	6,42		
	Razem	100	880	880	352	4455	8910	$15{,}2 \cdot 10^6$			250/500/750					
Zrekonstruowana z korygow. wewn. zazęb. cykloidalnym	Etap I 26.03÷31.03.01	6	59	59,14	53,50	18	36	$1{,}28 \cdot 10^6$	T_r=200 [min] p=90 [%] c=0,3 [$^{cykl}/_h$] z=0,6 [$^{wl}/_h$]	55	50	-	-	-	-	-
	Etap II 15.06÷08.11.01	120	1337	1337,33	1004,29	2006	4012	$43{,}4 \cdot 10^6$	T_r=40 [min] p=75 [%] c=1,5 [$^{cykl}/_h$] z=3 [$^{wl}/_h$]	750	190	zazębienie Δr_l, Δr_{l0}	jak na rys. 8,9		0,18	2,2
										815	315					
										975	525	otwory boczne Δd_o	~0	0,01		
										1030	630					
												łożysko centralne g	0	~0,2		
	Razem	126	1396	1396,47	1057,79	2046	4052	$44{,}68 \cdot 10^6$		1175	805					



Rys. 8.3. Parametry cyklu pracy mechanizmu jazdy maszyny roboczej symulowane na stanowisku badawczym
Fig. 8.3. Parameters of working cycle of machine run mechanism simulated on laboratory stand

8.1.1. Sposób wykonania i dokładność kół obiegowych z korygowanym uzębieniem cykloidalnym

Badania konstrukcyjne pierwowzoru przekładni, a także badania stanu jej obciążenia wymagały posiadania kół obiegowych z uzębieniem w postaci EES. Wykonano więc m. in. dwie pary kół obiegowych 1 i 2 oraz 3 i 4 z korygowanym uzębieniem metodą wykrawania całego koła z półfabrykatu w jednej operacji z jednego zamocowania na drutowej drążarce elektroerozyjnej typu CNC Wire-Cat EDW [10, 22, 23], rys.8.4.

Cechy geometryczne wykonanych kół obiegowych odwzorowano za pomocą współrzędnościowej techniki pomiarowej CMT [53, 90].

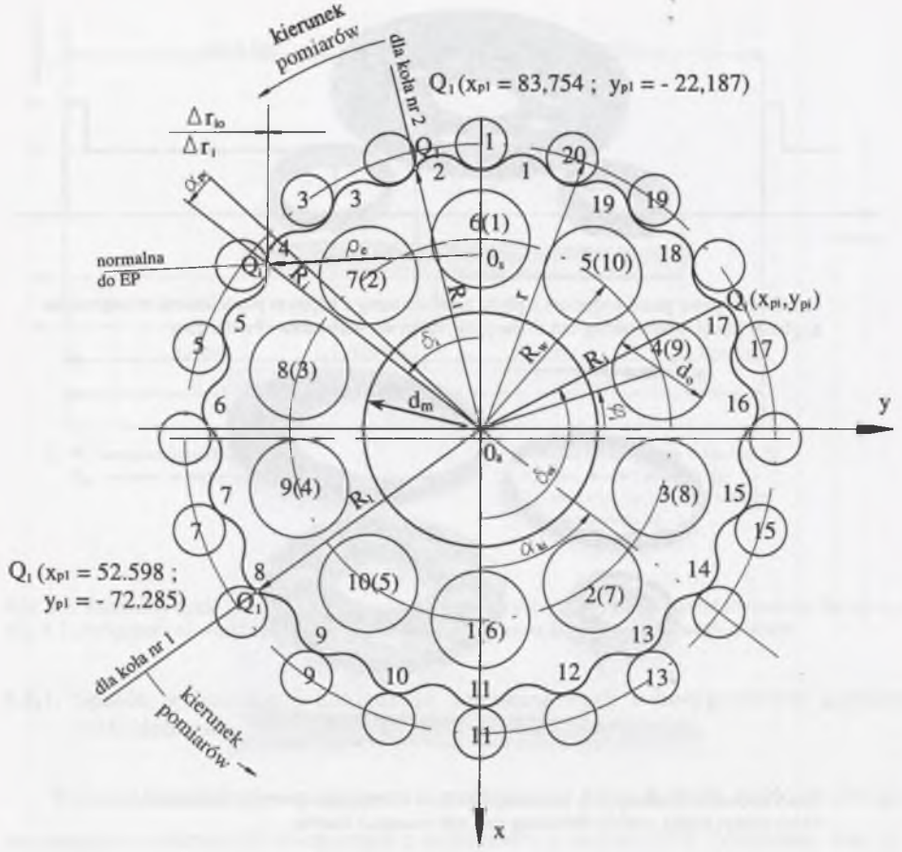
Pomiary uzębienia i otworów przeprowadzono metodą skanowania na współrzędnościowej maszynie pomiarowej Micro-Xcel 765 PFx (CNC). Przyjęto układ współrzędnych $O_a$xy jak na rys. 8.5, związany z płaszczyzną przechodzącą przez środek grubości tarczy koła, po zmierzeniu pomijalnie małych odchyłek prostoliniowości i nierównoległości tworzących w wykonanych otworach i uzębieniu [23, 38].

a) koło obiegowe przed wyjęciem z płyty, zestaw toczny z odjętym pierścieniem zewnętrznym
a) planet wheel before taking out of the plate, roller set with taken of outer ring

b) wykrojone koło obiegowe, widoczny pierścień odciążający i łożysko mimośrodu
b) cut planet wheel, visible unloading ring and eccentric bearing

c) dwa koła obiegowe z włożonym zestawem tocznym łożyska centralnego
c) two planet wheels with inserted roller set of central bearing

Rys. 8.4. Wykonane koła obiegowe 1 i 2 z korygowanym uzębieniem cykloidalnym dla przekładni o przełożeniu i=19, N=3,7 kW i n_h=750 min^{-1}
Fig. 8.4. Manufactured planet wheels 1 and 2 with corrected cycloidal toothing for gear with ratio i=19, N=3,7 kW i n_h=750 min^{-1}



Rys.8.5. Usytuowanie koła obiegowego i korpusu z rolkami koła współpracującego podczas pomiarów na współrzędnościowej maszynie pomiarowej [23, 38]
Fig. 8.5. Position of planet wheel and body with rollers of cooperating wheel during measurement on coordinate measuring device [23, 38]

Badanie geometrycznych imperfekcji w kołach obiegowych obejmowało pomiary, rys.8.5:

- **średnicy d_m** i dokładności wykonania centralnego otworu łożyskowego dla zestawu tocznego z łożyska walcowego typ N209E.TVP2 firmy FAG;
- **średnic d_o**, promienia rozmieszczenia R_w i dokładności wykonania otworów dla sworzni mechanizmu równowodowego;
- **uzębienia w postaci ekwidystanty rzeczywistej EP, wykonanej w oparciu o ekwidystantę korygowaną ENK** o parametrach r_k=96,406 mm; q_k=9 mm; e_k=3 mm i m_k=0,6223, tabl. 29, zbliżonych do wartości jak w kolumnie ε_2= 0,27 w macierzy modyfikacji **A**, tabl. 8.

Pomiary otworów przeprowadzono na maszynie pomiarowej w konwencjonalny sposób, a wyniki zgromadzono w tabl. 26. Natomiast pomiary uzębienia wymagały specjalnej procedury dla odwzorowania rzeczywistej ekwidystanty i oceny dokładności jej wykonania. Dla uzębienia w postaci EES w zasadzie nie znajdują zastosowania metrologiczne pojęcia: koło podziałowe, podziałka, odchyłka kształtu zarysu i odchyłka położenia zarysu [51÷53]. W związku z tym do oceny dokładności wykonania uzębienia wykorzystano, rys. 8.6 [38]:

- zbiór odchyłek całkowitych zarysu $\{F_i\}$, będących różnicą odległości Δr_{io} między wykonaną ekwidystantą EP i ekwidystantą korygowaną ENK;
- przesunięcie całego zarysu q_p (ekwidystanty EP) względem zadanej ekwidystanty korygowanej ENK, $\pm q_p$;
- błąd niewspółśrodkowości d_1, d_2 ekwidystanty EP względem ENK;
- kąt położenia niewspółśrodkowości δ_{om} ekwidystanty EP i ENK;
- dodatnią i ujemną graniczną odchyłkę zarysu $+F_{\alpha 1}$, $-F_{\alpha 2}$;
- tolerancję zarysu $F_{max} = 2|F_\alpha| = |F_{\alpha 1}| + |F_{\alpha 2}|$, określającą klasę dokładności uzębienia.

Sesja pomiarowa uzębienia dla każdego z kół obiegowych 1, 2, 3 i 4 obejmowała zmierzenie i odwzorowanie współrzędnych 6456 punktów pomiarowych na ekwidystancie rzeczywistej EP [23]. Pierwotnie zarejestrowano współrzędne toru, po jakim porusza się w czasie pomiaru środek kulistej końcówki trzpienia pomiarowego (sondy) o średnicy 2,996 mm. Kompensację średnicy końcówki i przetwarzanie współrzędnych jej toru przeprowadzono za pomocą oprogramowania Quindos, kompatybilnego z komputerem maszyny pomiarowej oraz oprogramowania Turbo Pascal i AutoCad 14.0 [38]. Dla przykładu, tabl. 27 zawiera odwzorowane współrzędne rzeczywistej ekwidystanty w kole obiegowym 1 w przyjętym układzie O_axy jak na rys.8.5, a rys. 8.6 przedstawia wykonane uzębienia w kole 1 na tle założonego do wykonania uzębienia ENK i tolerancji odchyłki całkowitej zarysu. Wykonane uzębienie koła 1 można uznać za poprawne dla przyjętej dla niego 6 -7 klasy dokładności wg [51, 52].

Rzeczywiste uzębienie EP może być podstawą do próby aproksymacji zarysu i numerycznego modelowania rozkładu niedokładności jego wykonania. Do aproksymacji zarysu można wykorzystać poszczególne parametry ekwidystanty (uzębienia) r, e i q, które w różnym stopniu zmieniają jej kształt. Analizę wrażliwości wybranego parametru najlepiej zaobserwować badając odległości Δr_{io} ekwidystanty aproksymowanej EA od umownie stałej ekwidystanty odniesienia, którą jest np. korygowana ENK [23].

Tablica 26

Wyniki pomiarów dokładności otworów d_o dla mechanizmu równowodowego oraz otworu łożyskowego d_m w kołach obiegowych 1 i 2

Numer			Promień i kąt rozmieszczenia otworów R_w								Średnica otworów d_o			
	wg pom. r	wg rys.8.5	x_i	y_i	R_{wi}	R_{wn}/R_{ws}	Odchyłka $R_{ws}-R_{wi}$	Kąt poł. φ_i [°]	Kąt poł. nom φ_{in}	Odchyłka kąta φ_i	d_{oi}	d_{on}	$d_{on}-d_{oi}$	Błąd okrągł.
Koło 1	1	(6)	61,995108	0,001134	61,99511	62/61,996	-0,00088	0,00105	0	0,00105	31,993366	32	0,006634	0,019751
	2	(7)	50,153630	36,443664	61,99619	62/61,996	0,00020	36,00368	36	0,00368	31,993176	32	0,006824	0,010874
	3	(8)	19,156485	58,961338	61,99524	62/61,996	-0,00075	72,00107	72	0,00107	31,991162	32	0,008838	0,013622
	4	(9)	-19,159832	58,960038	61,99504	62/61,996	-0,00095	108,00225	108	0,00225	31,993226	32	0,006774	0,011210
	5	(10)	-50,160849	36,439770	61,99974	62/61,996	0,00375	144,00316	144	0,00316	31,989802	32	0,010198	0,015375
	6	(1)	-61,992099	0,001133	61,99210	62/61,996	-0,00389	179,99895	180	-0,00105	31,992722	32	0,007278	0,032086
	7	(2)	-50,153745	-36,441264	61,99487	62/61,996	-0,00112	216,00182	216	0,00182	31,994758	32	0,005242	0,014570
	8	(3)	-19,152962	-58,964603	61,99726	62/61,996	0,00127	252,00510	252	0,00510	31,995242	32	0,004758	0,012116
	9	(4)	19,161618	-58,961918	61,99738	62/61,996	0,00139	288,00328	288	0,00328	31,990518	32	0,009482	0,030781
	10	(5)	50,157520	-36,439633	61,99696	62/61,996	0,00098	324,00145	324	0,00145	31,987468	32	0,012532	0,020226
Koło 2	1	(6)	61,997777	-0,003606	61,99778	62/61,9988	-0,00102	359,99667	0	-0,00333	31,986582	32	0,013418	0,023196
	2	(7)	50,161179	36,439678	61,99995	62/61,9988	0,00116	35,99660	36	-0,00340	31,991872	32	0,008128	0,020674
	3	(8)	19,164146	58,959455	61,99582	62/61,9988	-0,00297	71,99380	72	-0,00620	31,991366	32	0,008634	0,018644
	4	(9)	-19,152229	58,960870	61,99348	62/61,9988	-0,00531	107,99532	108	-0,00468	31,98977	32	0,01023	0,023276
	5	(10)	-50,157053	36,437300	61,99522	62/61,9988	-0,00358	144,00294	144	0,00294	31,98899	32	0,01101	0,021595
	6	(1)	-62,000142	-0,003607	62,00014	62/61,9988	0,00135	180,00333	180	0,00333	31,990014	32	0,009986	0,021535
	7	(2)	-50,158039	-36,4474444	62,00198	62/61,9988	0,00318	216,00411	216	0,00411	31,991322	32	0,008678	0,025932
	8	(3)	-19,161064	-58,969715	62,00463	62/61,9988	0,00583	251,99944	252	-0,00056	31,98996	32	0,01004	0,020129
	9	(4)	19,154825	-58,966727	61,99986	62/61,9988	0,00106	287,99593	288	-0,00407	31,990138	32	0,009862	0,022748
	10	(5)	50,155860	-36,445567	61,99911	62/61,9988	0,00031	323,99611	324	-0,00389	31,986936	32	0,013064	0,018021

Wyniki pomiarów centralnego otworu łożyskowego d_m w kole obiegowym 1 i 2

Nr koła	Położenie otworu		Srednica otworu [mm]	Srednica otworu d_m [mm]		Odchyłka średnicy d_m [mm]	Odchyłka okrągłości [mm]
	x_i	y_i		wykonanego	wymaganego dla łożyska N209E		
1	-0,000001	0,000001	76,523034	76,523034	76,5239 (w pierścieniu. zewnętrznym)	0,000866 (luz)	0,010944
2	0	0	76,517998	76,517998	76,5185 (w pierścieniu. zewnętrznym)	0,000502 (luz)	0,013185

Uwaga: wymiary liniowe i odchyłki w [mm], kąty w [°], R_{wn} - promień nominalny, R_{ws} - średni promień rozmieszczenia

Tablica 27

Wyniki pomiarów rzeczywistej ekwidystanty EP w kole obiegowym 1

Kolejne położenie sondy	Współrzędne [mm]		Promień R_i [mm]	Kąt położenia δ_{oi} [°]	Lokalizacja punktów pomiarowych wg rys. 8.5
	x_{wi}	y_{wi}			
1	52,59836	-72,28517	89,39649	306,0142	Start IV ćwiartka
2	52,64496	-72,19958	89,35474	306,0980	
3	52,68604	-72,12194	89,31626	306,1486	
4	52,73586	-72,02465	89,26713	306,2113	
5	52,77219	-71,95671	89,23380	306,2559	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
969	90,39249	-0,10453	90,39255	359,9337	Przejście z IV do I ćwiartki
970	90,39187	-0,00029	90,39187	359,9998	
971	90,39251	0,10549	90,39257	0,0669	
972	90,39172	0,19238	90,39193	0,1219	
973	90,38963	0,28664	90,39008	0,1817	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
6452	52,37957	-72,66512	89,57588	305,7579	IV ćwiartka Koniec
6453	52,42568	-72,59063	89,54245	305,8097	
6454	52,46454	-72,52532	89,51229	305,8544	
6455	52,50761	-72,44922	89,47591	305,9053	
6456	52,55852	-72,35888	89,43268	305,9657	

W układzie $O_a xy$ równania ekwidystanty odniesienia ENK o parametrach jak wyżej, przedstawiającej zadawane do wykonania uzębienie koła, mają postać, rys. 8.5:

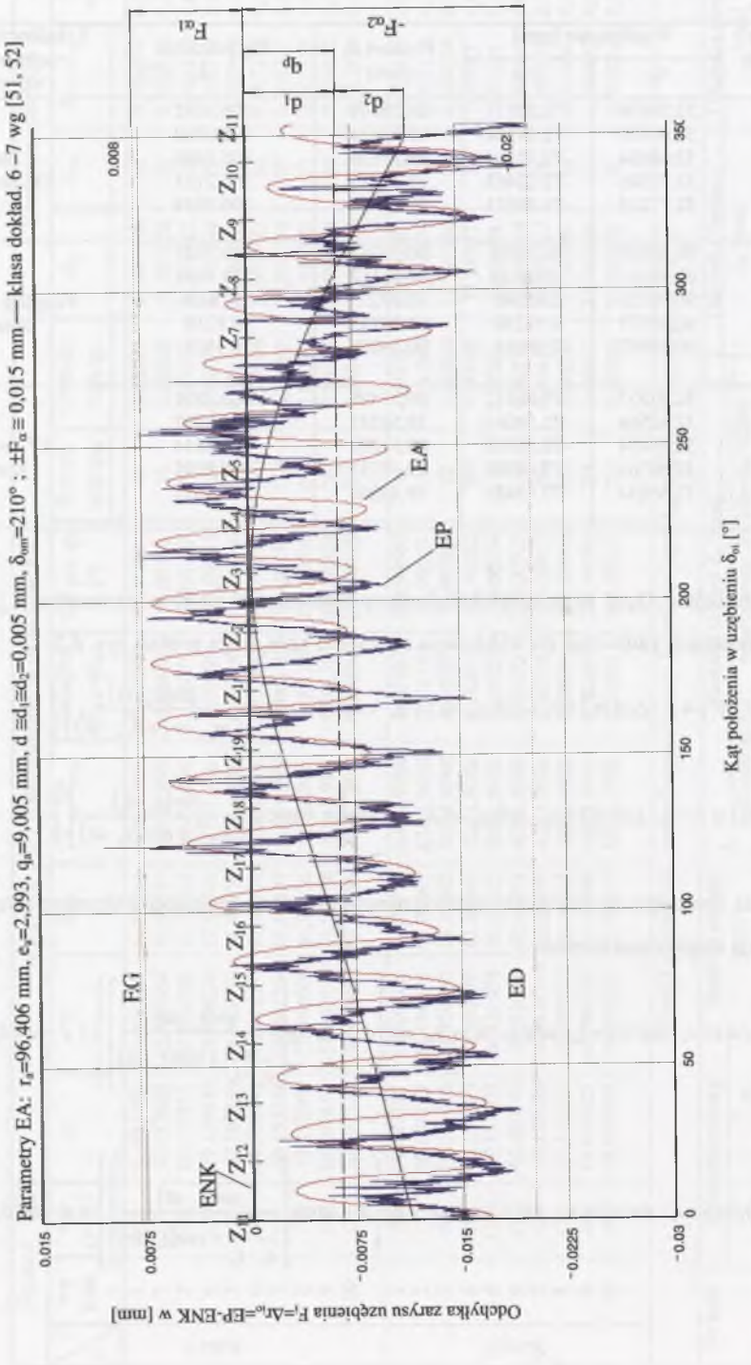
$$x_t(\alpha) = r_t \cdot \cos(\alpha) + e_t \cdot \cos(z_t \cdot \alpha) - q_t \cdot \cos\left(\alpha + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_t \cdot \alpha)}{m_t^{-1} + \cos(z_t \cdot \alpha)}\right]\right) \tag{8.1}$$

$$y_t(\alpha) = r_t \cdot \sin(\alpha) + e_t \cdot \sin(z_t \cdot \alpha) - q_t \cdot \sin\left(\alpha + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_t \cdot \alpha)}{m_t^{-1} + \cos(z_t \cdot \alpha)}\right]\right) \tag{8.2}$$

natomiast równania ekwidystanty aproksymowanej EA zastępującej wykonane uzębienie EP przyjmują uogólnioną postać:

$$x_e(\alpha) = r_e \cdot \cos(\alpha) + e_e \cdot \cos(z_e \cdot \alpha) - q_e \cdot \cos\left(\alpha + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_e \cdot \alpha)}{\frac{r_e}{e_e \cdot z_e} + \cos(z_e \cdot \alpha)}\right]\right) + d \cdot \cos(\delta_{oe}) \tag{8.3}$$

$$y_e(\alpha) = r_e \cdot \sin(\alpha) + e_e \cdot \sin(z_e \cdot \alpha) - q_e \cdot \sin\left(\alpha + \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(z_e \cdot \alpha)}{\frac{r_e}{e_e \cdot z_e} + \cos(z_e \cdot \alpha)}\right]\right) + d \cdot \sin(\delta_{oe}) \tag{8.4}$$



Rys. 8.6. Rzeczywisty EP, nominalny korygowany ENK i aproksymowany EA zarys uzębienia, odchyłki zarysu F_i, F_α, F_{max} w polu tolerancji uzębienia w kole obiegowym 1
Fig. 8.6. Real EP corrected nominal ENK and aproximeted EA profile of toothing, deviations of profile in tolerance field of the teeth in planet wheel 1

Nieznane parametry ekwidystanty aproksymującej EA r_a, e_a, q_a, d i δ_{om} można wyznaczyć za pomocą numerycznej metody cięciw w oparciu o współrzędne dostatecznie licznego zbioru punktów, jak w tabl. 27, leżących na rzeczywistej ekwidystancie EP. Dla przykładu, na rys. 8.6 przedstawiono odpowiednią ekwidystantę aproksymującą EA, rzeczywisty zarys EP i klasę dokładności wykonanego uzębienia EP w kole obiegowym 1, a także parametry ekwidystanty EA.

8.2. Próby ruchowe i przełożenie kinematyczne przekładni cykloidalnej

Próby ruchowe przeprowadzono z udziałem kół obiegowych z nominalnym i korygowanym uzębieniem. Po założeniu kół z nominalnym uzębieniem o parametrach, jak w nagłówku do tabl. 8, podczas prób obracania zaistniały duże opory, które praktycznie uniemożliwiły ruch w przekładni. Było to następstwem występowania charakterystycznych dla nominalnego zazębienia nieregularnych dodatnich odchyłek w wykonanym uzębieniu, które przyczyniły się do zaistnienia miejscowych nieokreślonych luzów lub braku luzów w przypadkowych miejscach przyporu, por. rys. 4.1. W związku z negatywnym wynikiem prób z nominalnym zazębieniem założono do przekładni koła z korygowanym uzębieniem, o parametrach jak w rozdz. 8.1.1. Po założeniu tych kół zgodnie z zasadą modyfikacji zaistniały współosiowe luzy międzyzębne $\{\Delta r_{io}\}$ lub $\{\Delta r_{io}\}_{rzecz}$, które po skompensowaniu kąta obwodowego luzu o wartości $\alpha = \delta \approx 0{,}2°$ utworzyły asymetryczną konfigurację $\{\Delta r_i\}$ lub $\{\Delta r_i\}_{rzecz}$ z oczekiwanym i potwierdzonym przez pomiar przyporem na 4 ÷ 5 zębach w kole obiegowym, rys. 8.9 i tabl. 29 [22-24].

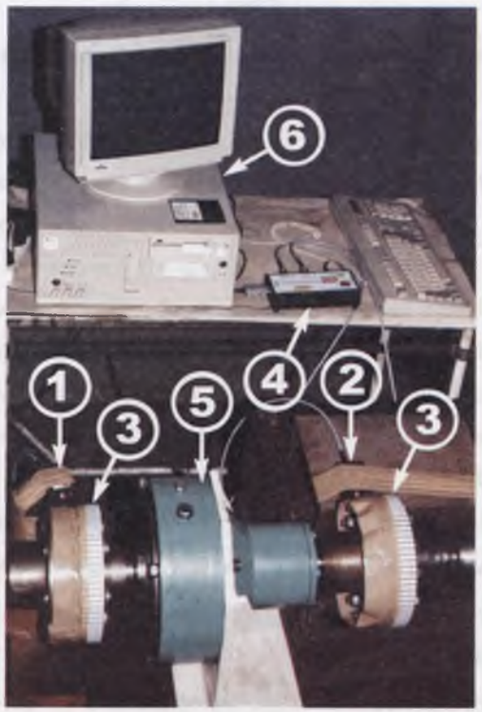
Zaistniała konfiguracja przyporów początkowo na 2, 3, ... i 6 zębie koła utrzymywała się na wchodzących w przypór 4÷5 zębach w przekładni podczas obracania wału, por. tabl. C.1. Prawidłowy ruch obiegowy umożliwiał przeprowadzenie pomiarów chwilowych prędkości obrotowych wałów i badanie przełożenia kinematycznego w przekładni. Pierwsze sekwencje zależności (1.2) przedstawiają przełożenie kinematyczne przekładni Cyclo:

$$i_{h1} = i = \frac{\omega_h}{\omega_1} = \frac{n_h}{n_1} \tag{8.5}$$

a ostatnia - teoretyczne przełożenie (geometryczne):

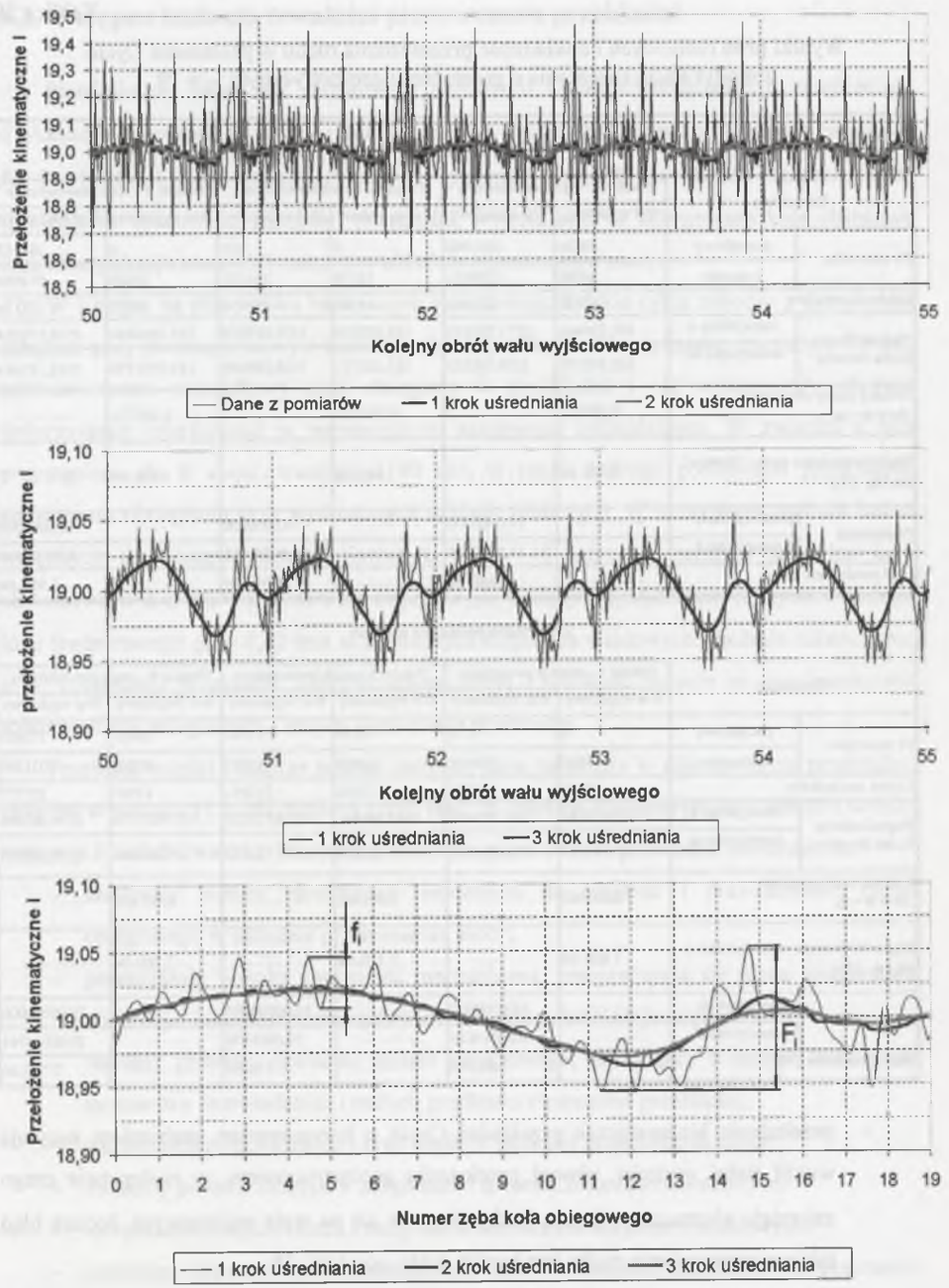
$$i_{h1} = i_o = \frac{z_1}{\Delta z} \tag{8.6}$$

Przełożenie geometryczne jest wielkością niezmienną (stałą). Natomiast przełożenie kinematyczne wynika z wartości luzów międzyzębnych, związanych z zastosowanym uzębieniem i dokładnością jego wykonania. Zatem przełożenie kinematyczne, scharakteryzowane za pomocą kinematycznych odchyłek f_i oraz F_i w zazębieniu kół obiegowych, może być miarą dokładności przenoszenia ruchu w przekładni Cyclo z modyfikacją zazębienia.



Rys. 8.7. Widok układu do pomiaru chwilowych prędkości obrotowych w przekładni obiegowej
Fig. 8.7. View of rotational speed measuring system of planet gear

Do pomiaru prędkości obrotowych n_l i n_h zastosowano układ pomiarowy wykorzystujący zjawisko odbicia światła od dwóch powierzchni o odmiennych własnościach optycznych, rys. 8.7. Metodykę i wyniki badań prędkości oraz dokładności przenoszenia przemieszczeń w rzeczywistej przekładni Cyclo, w której zastosowano eksperymentalne koła z korygowanym uzębieniem, opisano w pracy [25]. Dla przykładu, rys. 8.8 przedstawia fragment przebiegu przełożenia kinematycznego w ww. przekładni, a tabl. 28 zawiera wyniki prób ruchowych i dokładność przeniesienia ruchu w tejże przekładni. Przeprowadzone badania ruchowe i otrzymane wyniki umożliwiły sformułowanie dwóch istotnych spostrzeżeń:



Rys. 8.8. Przełożenie kinematyczne wraz z odchyłkami zazębienia w przekładni Cyclo z modyfikacją zazębienia
Fig. 8.8. Kinematic ratio with kinematic deviations of toothing in cycloidal gear with modification of teeth

Tablica 28

Wyniki prób ruchowych i dokładność przeniesienia ruchu w przekładni Cyclo z modyfikacją zazębienia o przełożeniu geometrycznym $i_0 = 19$

Przekładnia przed badaniem trwałości							
Oznaczenie		Pomiar 1 – ruch prawostronny		Pomiar 2 – ruch lewostronny		Pomiar 3 – ruch prawostronny	
		Wał wyjściowy	Wał wejściowy	Wał wyjściowy	Wał wejściowy	Wał wyjściowy	Wał wejściowy
Nr znacznika	początkowy	40536	1031960	9	165	4	261762
	końcowy	54086	1289411	13374	254101	13329	514938
Liczba znaczników		13550	257451	13365	253936	13325	253176
Nagromadzona liczba obrotów	rzeczywista n	188,194444	3575,708333	185,625000	3526,888889	185,0694444	3516,333333
	teoretyczna n_0	188,195175	3575,708333	185,625731	3526,888889	185,0701750	3516,333333
Różnica liczby obrotów $\Delta n = n - n_0$		0,000731	- - - - - - -	0,000731	- - - - - - -	0,000731	- - - - - - -
Błąd przeniesienia ruchu (obrotów) $\Delta n / n_0$ [%]		3,88E-04	- - - - - - -	3,94E-04	- - - - - - -	3,95E-04	- - - - - - -
Przełożenie	geometryczne i_0	- - - - - - -	19,0000000	- - - - - - -	19,0000000	- - - - - - -	19,0000000
	kinematyczne i	- - - - - - -	19,0000738	- - - - - - -	19,00007482	- - - - - - -	19,00007505
Błąd przełożenia [%]		- - - - - - -	3,88E-04	- - - - - - -	3,94E-04	- - - - - - -	3,95E-04
Przekładnia po badaniu trwałości							
Oznaczenie		Pomiar 4 – ruch prawostronny		Pomiar 5 – ruch lewostronny		Pomiar 6 – ruch prawostronny	
		Wał wyjściowy	Wał wejściowy	Wał wyjściowy	Wał wejściowy	Wał wyjściowy	Wał wejściowy
Nr znacznika	początkowy	9	175	13359	515541	26937	773553
	końcowy	13510	256696	26909	772993	40502	1031290
Liczba znaczników		13501	256521	13550	257452	13565	257737
Nagromadzona liczba obrotów	rzeczywista n	187,5138889	3562,791667	188,1944444	3575,722222	188,4027778	3579,680556
	teoretyczna n_0	187,515351	3562,791667	188,195906	3575,722222	188,404240	3579,680556
Różnica liczby obrotów $\Delta n = n - n_0$		0,001462	- - - - - - -	0,001462	- - - - - - -	0,001462	- - - - - - -
Błąd przeniesienia ruchu (obrotów) $\Delta n / n_0$ [%]		7,80E-04	- - - - - - -	7,77E-04	- - - - - - -	7,76E-04	- - - - - - -
Przełożenie	geometryczne i_0	- - - - - - -	19,0000000	- - - - - - -	19,00000000	- - - - - - -	19,00000000
	kinematyczne i	- - - - - - -	19,00014814	- - - - - - -	19,0001476	- - - - - - -	19,00014744
Błąd przełożenia [%]		- - - - - - -	7,80E-04	- - - - - - -	7,77E-04	- - - - - - -	7,76E-04

- przełożenie kinematyczne przekładni Cyclo z korygowanym uzębieniem oscyluje wokół stałej wartości, równej przełożeniu geometrycznemu, w następstwie czego zaistnieje nieznaczna różnica liczby obrotów Δn na wale wyjściowym. Jednak błąd takiego przeniesienia ruchu jest bardzo mały, por. tabl. 28;
- miarą dokładności uzębienia koła obiegowego, szczególnie korygowanego, może być przebieg odchyłek kinematycznych f_i, zarejestrowanych podczas uogólnionego jednego obrotu wspomnianego koła obiegowego, rys. 8.8.

8.3. Wstępne badania trwałości pierwowzoru przekładni

Przedmiotem badań był pierwowzór przekładni Cyclo z korygowanym zazębieniem o wskaźniku przyporu $\varepsilon_2 = 0,27$ i kołami obiegowymi ze stali stopowej 40 HM o twardości 35÷40 HRC. Celem badań wstępnych, przeprowadzonych w dwóch etapach, było sprawdzenie sprawności ruchowej przekładni, wyposażonej w korygowane koła obiegowe oraz identyfikacja hierarchii zużycia w układzie przeniesienia mocy.

W I etapie na stanowisku badawczym symulowano krótkie cykle robocze z dużą liczbą załączeń przy dwukierunkowym ruchu przekładni, tabl. 25. W tym etapie, trwającym 10 dni, zaobserwowano prawidłowy ruch obiegowy w przekładni i nie występowały objawy, towarzyszące interferencji w wewnętrznym zazębieniu cykloidalnym. W związku z tym przystąpiono do II etapu, trwającego 90 dni, w czasie którego poddawano przekładnię zmiennemu obciążeniu przy wydłużonych cyklach roboczych. W końcowym stadium badań wstępnych przy nagromadzonej liczbie $L = 1,5 \cdot 10^7$ obrotów zaistniał duży kąt luzu obwodowego $\alpha \equiv \alpha_w = 60^\circ$ na wale napędowym, będącym symptomem relatywnie dużego luzu średnicowego $g_m = 6,42$ mm w centralnych łożyskach walcowych. Badania zakończono, a po rozebraniu przekładni zweryfikowano rodzaj i wielkość zużycia na powierzchniach roboczych kół obiegowych i innych elementach przekładni.

Przebieg, wyniki i analizę postaci zużycia, jakie zaistniały w pierwowzorze przekładni, opisano w pracach [12, 20], a górna część tabl. 25 zawiera charakterystykę i niektóre wyniki wstępnych badań trwałości. W oparciu o badania pierwowzoru przekładni stwierdzono:

- korzystny wpływ modyfikacji zazębienia na ciągłość i prawidłowość ruchu obiegowego w układzie przeniesienia mocy;
- potencjalnie wysoką sprawność mechaniczną, przejawiającą się niską temperaturą obudowy i niską temperaturą stosunkowo małej ilości oleju w przekładni;
- łagodny przebieg rozruchu układu napędowego, wynikający z małych masowych momentów bezwładności i małych prędkości elementów przekładni;
- zauważalną cichobieżność i brak drgań w układzie przeniesienia mocy;
- znikomy poziom zużycia w zazębieniu i mechanizmie równowodowym;
- zwiększone zużycie bieżni i duży luz w centralnych łożyskach walcowych;
- potrzebę odwzorowania narastających luzów wewnątrz przekładni na podstawie pomiaru kąta całkowitego luzu obwodowego α_c na wale napędowym;
- konieczność ukierunkowanej rekonstrukcji przekładni dla zwiększenia trwałości centralnych łożysk walcowych.

8.4. Badania trwałości zrekonstruowanej przekładni cykloidalnej

Zrekonstruowaną przekładnię Cyclo poddano ponownym badaniom, których celem było zweryfikowanie obliczeniowej trwałości zmęczeniowej tocznych węzłów łożyskowych w oparciu o wartości luzów, zaistniałych w tychże węzłach po długotrwałych badaniach przekładni. Badania przeprowadzono w dwóch etapach I i II, a ich przedmiotem była przekładnia z takim samym jak poprzednio, korygowanym uzębieniem, które wykonano w tym przypadku w kołach obiegowych ze stali łożyskowej ŁH 15 SG o twardości 62 HRC.

W I etapie, trwającym 6 dni, przekładnia pracowała z małym obciążeniem i nie obserwowano objawów, towarzyszących interferencji zazębienia, a także nie występował zauważalny luz na wale napędowym. W związku z tym przeprowadzono badania chwilowych prędkości obrotowych i badania przełożenia kinematycznego.

Wyniki tych badań zaprezentowano w rozdz. 8.2. W końcowym stadium I etapu po 60 godz. pracy dokonano pomiaru luzów w tocznych węzłach łożyskowych, które przyjęto jako luzy początkowe przed stanowiskowymi badaniami trwałości. W łożyskach centralnych i mechanizmie równowodowym luzy nie występowały. Natomiast w zazębieniu istniały początkowe konfiguracje luzów $\{\Delta r_{io}\}$ lub $\{\Delta r_i\}$, odpowiadające przyjętym parametrom korekcji, tabl. 29 i 30 oraz rys. 8.9.

W II etapie przeprowadzono długotrwałe badania stanowiskowe przez okres 120 dni przy rosnącym obciążeniu przekładni i wydłużonym cyklu, jak na rys. 8.3. Po 120 dniach, w czasie których przekładnia przepracowała 1000 godz., ponownie zmierzono luzy w trzech głównych węzłach łożyskowych, które jako końcowe luzy były podstawą analizy, przedstawionej poniżej.

Przebieg, metodykę i wyniki badań trwałości zrekonstruowanej przekładni przedstawiono szczegółowo w pracach [22÷25]. W dolnej części tabl. 25 zestawiono skróconą charakterystykę i niektóre wyniki tych badań.

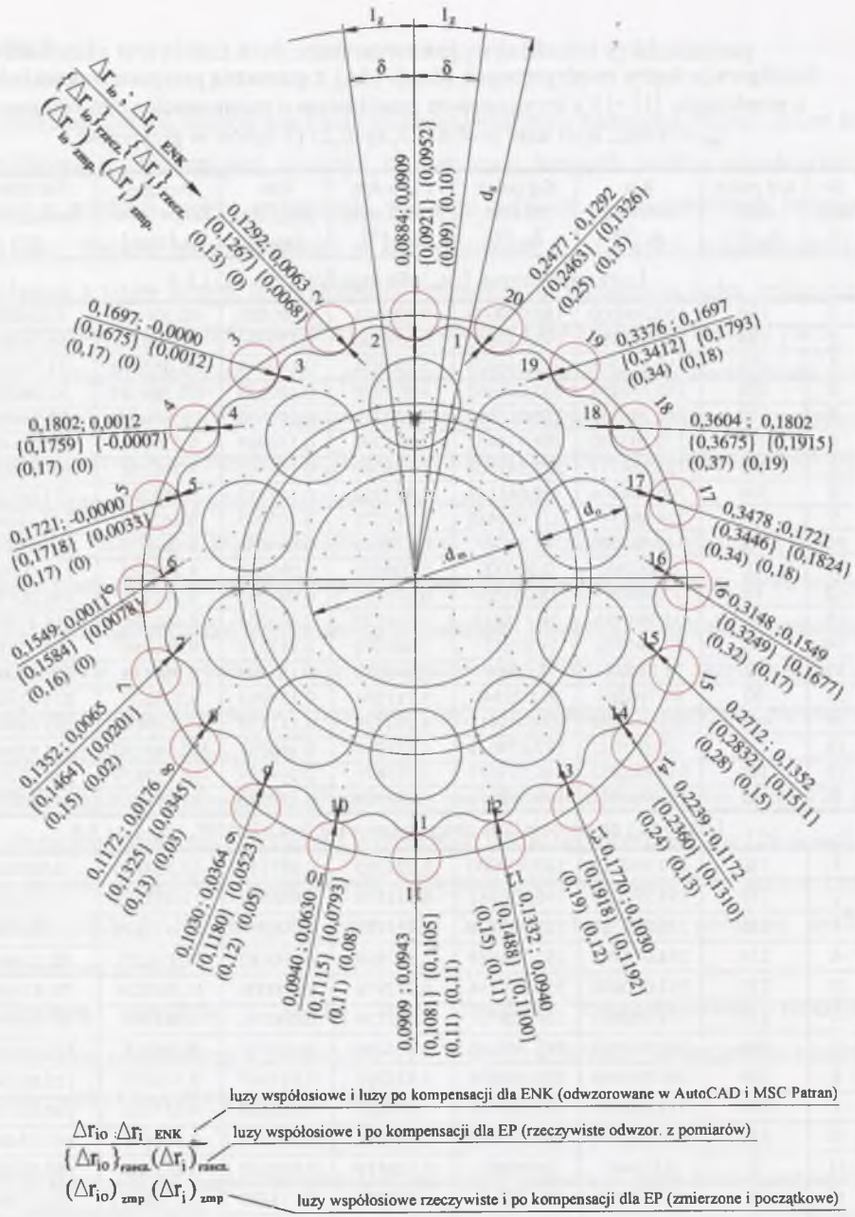
8.4.1. Wykorzystanie luzów obwodowych jako miar zużycia w parach kinematycznych przekładni Cyclo

Z przeprowadzonych badań trwałości wynika, iż praktycznie nie występuje przyrost luzów na sworzniach mechanizmu równowodowego w porównaniu z narastającymi luzami w łożysku centralnym i zazębieniu, rys. 8.11.

Tablica 29

Konfiguracje luzów międzyzębnych $\{\Delta r_{io}\}$ i $\{\Delta r_i\}$ z geometrią przyporu w przekładni o przełożeniu $|i|=19$ z korygowanym zazębieniem o parametrach r_k=96,406 mm; q_k=9,0 mm; e_k=3 mm; m=0,6223; ε_2=0,27 (5 zębów w przyporze)

Nr zęba i	Kąt położ. rolek α_{ki} [°]	Kąt tworzący α_i [°]	Kąt położ. na kole δ_{oi} [°]	Kąt położ. punktu styku α_{pi} [°]	Luz Δr_{io}; Δr_i [mm]	Promień krzyw. ekw. ρ_e[mm]	Kąt położ. $\delta_i=\delta_{oi}\pm180°$ [°]
Luzy współosiowe $\{\Delta r_{io}\}$ dla kąta δ=0°, rys. 4.3 i 8.9							
1	180	180.000000	180.000000	9.473684	0.091000	-10.201183	0.000000
2	198	198.038198	196.132610	6.658926	0.129236	-11.288285	16.132610
3	216	216.111198	213.746923	5.325871	0.169739	-18.657870	33.746923
4	234	234.196958	232.040352	4.671930	0.180237	103.269587	52.040352
5	252	252.230938	250.510589	4.194799	0.172132	13.326438	70.510589
6	270	270.203240	268.974452	3.711294	0.154965	9.239629	88.974452
7	288	288.154717	287.359307	3.148780	0.135303	8.766138	107.359307
8	306	306.108404	305.641147	2.483252	0.117219	9.056266	125.641147
9	324	324.068345	323.824488	1.719225	0.103033	9.462090	143.824488
10	342	342.033003	341.932493	0.879861	0.094063	9.762375	161.932493
11	0	0.000000	0.000000	0.000000	0.091000	9.870415	180.000000
12	18	17.966997	18.067507	0.879861	0.094063	9.762375	198.067507
13	36	35.931655	36.175512	1.719225	0.103033	9.462090	216.175512
14	54	53.891596	54.358853	2.483252	0.117219	9.056266	234.358853
15	72	71.845283	72.640693	3.148780	0.135303	8.766138	252.640693
16	90	89.796760	91.025548	3.711294	0.154965	9.239629	271.025548
17	108	107.769062	109.489411	4.194799	0.172132	13.326438	289.489411
18	126	125.803042	127.959648	4.671930	0.180237	103.269587	307.959648
19	144	143.888802	146.253077	5.325871	0.169739	-18.657870	326.253077
1	162	161.961802	163.867390	6.658926	0.129236	-11.288285	343.867390
Luzy $\{\Delta r_i\}$ po obrocie koła obiegowego o kąt δ=0,180419°, rys. 4.4 i 8.9							
1	180	179.950719	180.000000	9.293265	0.087118	-10.203770	0.000000
2	198	197.972058	196.170281	6.516178	0.006781	-11.493572	16.170281
3	216	215.996785	213.817208	5.215737	0.000039	-21.471876	33.817208
4	234	234.014767	232.116688	4.567848	0.000782	40.978287	52.116688
5	252	252.000680	250.579184	4.082976	0.000001	11.565524	70.579184
6	270	269.965011	269.028701	3.585124	0.000711	8.981909	88.028701
7	288	287.927458	287.397140	3.006194	0.005937	8.800768	107.397140
8	306	305.893661	305.663606	2.325292	0.017447	9.145387	125.663606
9	324	323.862679	323.834707	1.549024	0.036055	9.537705	143.834707
10	342	341.832372	341.934968	0.701918	0.061912	9.801616	161.934968
11	0	-0.199447	0.000000	0.180419	0.094658	9.865866	180.000000
12	18	17.764950	18.070545	1.057242	0.133490	9.714562	198.070545
13	36	35.723008	36.186838	1.888317	0.177156	9.380352	216.186838
14	54	53.672111	54.382911	2.639613	0.223868	8.969677	234.382911
15	72	71.611874	72.680485	3.289408	0.271006	8.766282	252.680485
16	90	89.554114	91.081786	3.835475	0.314400	9.671675	271.081786
17	108	107.543810	109.559378	4.305251	0.347160	16.246767	289.559378
18	126	125.633780	128.036124	4.775874	0.359462	-247.623249	308.036124
19	144	143.783095	146.322295	5.437071	0.336359	-16.784379	326.322295
1	162	161.898677	163.903365	6.803370	0.245887	-11.115915	343.903365



Rys. 8.9. Rozkłady luzów międzyzębnych Δr w [mm] w nominalnym i rzeczywistym uzębieniu w kole obiegowym 1 w badanej przekładni cykloidalnej

Fig. 8.9. Distribution of clearance between teeth Δr in nominal and real toothing in planet wheel 1 in tested cycloidal gear

Przy takim założeniu miarami narastającego zużycia mogą być kąt całkowitego luzu obwodowego na wale napędowym i jego składowe:

$$\alpha_c = \alpha_w + \delta \quad [^\circ] \tag{8.7}$$

gdzie: α_w – kąt luzu obwodowego mierzony na wale napędowym, odpowiadający średnicowemu luzowi g w łożysku centralnym, rys. 8.10;

δ – kąt luzu obwodowego na wale napędowym, wynikający z korekcji uzębienia i stopnia jego zużycia, rys. 8.9 i tabl. 8 oraz tabl. 29.

Do pomiaru luzów obwodowych wykorzystano tarczę sprzęgła 2 o średnicy d_s, rys. 8.1 i 8.7. Na tarczy, odpowiednio do ww. kątów zaistnieją: łuk luzu obwodowego l_o, związany z luzem średnicowym g w łożysku centralnym i łuk luzu l_z, wynikający z zastosowanej korekcji uzębienia. Zatem całkowity łuk mierzalnego luzu obwodowego:

$$l_c = l_o + l_z = l_o + \frac{\pi \cdot \delta \cdot d_s}{360} \quad [\text{mm}] \tag{8.8}$$

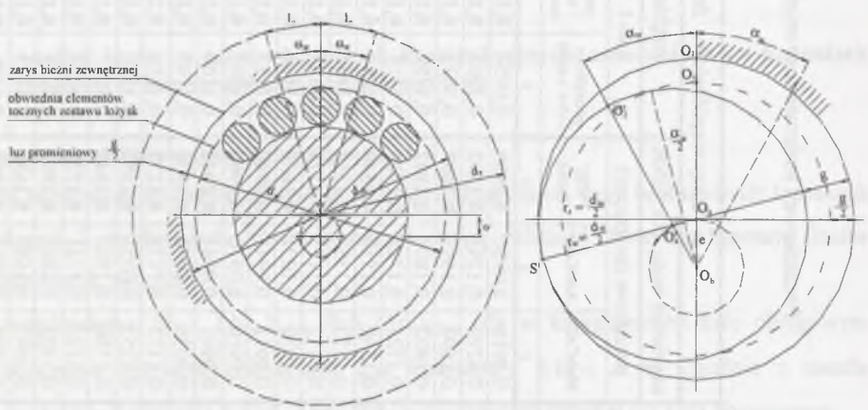
może być wykorzystany do wyznaczania niedostępnego z zewnątrz średnicowego luzu, zaistniałego w łożysku centralnym, rys. 8.10 [22, 24]:

$$g = 4 \cdot e \cdot \sin\frac{\alpha_w}{2} = 4 \cdot e \cdot \sin\frac{l_o}{d_s} = 4 \cdot e \cdot \sin\frac{l_c - l_z}{d_s} \tag{8.9}$$

lub:

$$g = 4 \cdot e \cdot \sin\left(\frac{l_c}{d_s} - \frac{\pi \cdot \delta}{360}\right) \tag{8.10}$$

W tabl. 31 zestawiono obliczeniowe wartości luzu średnicowego g dla $\delta = 0$ i $l_z = 0$, odpowiadające potencjalnym kątom α_w i łukom l_o, jakie mogą zaistnieć w przekładni Cyclo, będącej tu przedmiotem badań doświadczalnych.



Rys. 8.10. Średnicowy i promieniowy luz w centralnym łożysku przekładni Cyclo

Fig. 8.10. Diametrical and radial clearance in central bearing of cycloidal gear

Tablica 30

Początkowe i końcowe luzy międzyzębne w kołach obiegowych 1 i 2 w zrekonstruowanej przekładni cykloidalnej o przełożeniu i=19 i mocy N=3,7 kW, rys. 8.9

Ząb/ /Rolka	Luzy współosiowe Δr_{io} [mm]						Luzy po kompensacji luzu obwodowego Δr_i [mm]					
	uzębienie nom. kor. ENK		uzębienie rzeczywiste EP				uzębienie nom. kor. ENK		uzębienie rzeczywiste EP			
	początkowe (teoretyczne)		Koło 1		Koło 2		początkowe (teoretyczne)		Koło 1		Koło 2	
	MathCAD	AutoCAD	MSC Patran	początkowe (odwz. z pom.)	początk./ /końcowe (zmierzone)	początkowe (odwz. z pom.)	początk./ /końcowe (zmierzone)	MathCAD	AutoCAD	MSC Patran	początkowe (odwz. z pom.)	początk./ /końcowe (zmierzone)	początkowe (odwz. z pom.)	początk./ /końcowe (zmierzone)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1/1	0,0910	0,0910	**0,0909**	0,0952	**0,10/0,10**	0,0886	**0,09/0,09**	0,0871	**0,0884**	0,0851	0,0921	**0,09/0,09**	0,0877	**0,09/0,09**
2/2	0,1292	0,1291	**0,1292**	0,1267	**0,13/0,13**	0,1232	**0,12/0,12**	0,0068	**0,0063**	0,0065	0,0068	**~ 0/0**	0,0038	**~ 0/0**
3/3	0,1697	0,1697	**0,1697**	0,1675	**0,17/0,17**	0,1671	**0,17/0,17**	0,0000	**0,0000**	0,0004	0,0012	**0/0**	0,0011	**0/0**
4/4	0,1802	0,1803	**0,1802**	0,1759	**0,18/0,18**	0,1741	**0,17/0,17**	0,0008	**0,0012**	0,0012	0,0007	**0/0**	0,0002	**0/0**
5/5	0,1721	0,1721	**0,1721**	0,1718	**0,17/0,17**	0,1739	**0,17/0,17**	0,0000	**0,0000**	0,0004	0,0033	**0/0**	0,0054	**~ 0/0**
6/6	0,1550	0,1550	**0,1549**	0,1584	**0,16/0,16**	0,1625	**0,16/0,16**	0,0007	**0,0011**	0,0011	0,0078	**~ 0/0**	0,0097	**0,01/0,01**
7/7	0,1353	0,1353	**0,1352**	0,1464	**0,15/0,15**	0,1498	**0,15/0,15**	0,0059	**0,0065**	0,0063	0,0201	**0,02/0,02**	0,0206	**0,02/0,02**
8/8	0,1172	0,1173	**0,1172**	0,1325	**0,13/0,13**	0,1356	**0,13/0,13**	0,0174	**0,0176**	0,0176	0,0345	**0,03/0,03**	0,0372	**0,04/0,04**
9/9	0,1030	0,1031	**0,1030**	0,1180	**0,12/0,12**	0,1224	**0,12/0,12**	0,0361	**0,0364**	0,0362	0,0523	**0,05/0,05**	0,0560	**0,06/0,06**
10/10	0,0941	0,0941	**0,0940**	0,1115	**0,11/0,11**	0,1106	**0,11/0,11**	0,0619	**0,0630**	0,0619	0,0793	**0,08/0,08**	0,0793	**0,08/0,08**
11/11	0,0910	0,0910	**0,0909**	0,1081	**0,11/0,11**	0,1076	**0,11/0,11**	0,0947	**0,0943**	0,0944	0,1105	**0,11/0,11**	0,1095	**0,11/0,11**
12/12	0,0941	0,0941	**0,0940**	0,1100	**0,11/0,11**	0,1118	**0,11/0,11**	0,1335	**0,1332**	0,1332	0,1488	**0,15/0,15**	0,1501	**0,15/0,15**
13/13	0,1030	0,1031	**0,1030**	0,1192	**0,12/0,12**	0,1223	**0,12/0,12**	0,1772	**0,1770**	0,1767	0,1918	**0,19/0,19**	0,1956	**0,20/0,20**
14/14	0,1172	0,1173	**0,1172**	0,1310	**0,13/0,13**	0,1340	**0,13/0,13**	0,2239	**0,2239**	0,2233	0,2360	**0,24/0,24**	0,2388	**0,24/0,24**
15/15	0,1353	0,0353	**0,1352**	0,1511	**0,15/0,15**	0,1504	**0,15/0,15**	0,2710	**0,2712**	0,2704	0,2832	**0,28/0,28**	0,2845	**0,28/0,28**
16/16	0,1550	0,1550	**0,1549**	0,1677	**0,17/0,17**	0,1687	**0,17/0,17**	0,3144	**0,3148**	0,3138	0,3249	**0,32/0,32**	0,3249	**0,32/0,32**
17/17	0,1721	0,1721	**0,1721**	0,1824	**0,18/0,18**	0,1836	**0,18/0,18**	0,3472	**0,3478**	0,3466	0,3446	**0,34/0,34**	0,3544	**0,35/0,35**
18/18	0,1802	0,1803	**0,1802**	0,1915	**0,19/0,19**	0,1880	**0,19/0,19**	0,3595	**0,3604**	0,3591	0,3675	**0,37/0,37**	0,3650	**0,36/0,36**
19/19	0,1697	0,1697	**0,1697**	0,1793	**0,18/0,18**	0,1745	**0,17/0,17**	0,3364	**0,3376**	0,3364	0,3412	**0,34/0,34**	0,3393	**0,34/0,34**
1/20	0,1292	0,1291	**0,1292**	0,1326	**0,13/0,13**	0,1241	**0,12/0,12**	0,2459	**0,2477**	0,2464	0,2463	**0,25/0,25**	0,2395	**0,24/0,24**

Praktyczny aspekt luzu g polega na tym, iż jego wartość można wykorzystywać do badań obciążeń w przekładni [15, 17, 27÷30, 34-37], może być także podstawą do określania krytycznych i granicznych luzów dopuszczonych w eksploatacji przekładni, tabl. 31.

Tablica 31

Luz średnicowy w łożysku centralnym przekładni cykloidalnej jako funkcja luzu obwodowego na wale napędowym (dla e = 3 mm i d_s = 184 mm)

Lp.	Luz na wale napędowym			Luz średnicowy g [mm]	Liczba n – obciążonych / /wszystkich wałeczków w łożysku centralnym* wg [27,30]	Rodzaj luzu
	łuk luzu l_o [mm]	kąt luzu α_w [°]	$sin\frac{\alpha_w}{2}$			
1	0	0°00'	0	0	7 – 8 / 15	Luzy początkowe (montażowe)
2	0,16	0°06'	$8{,}33 \cdot 10^{-4}$	0,01	7 / 15	
3	0,37	0°14'	$1{,}66 \cdot 10^{-3}$	0,02	6 / 15	
4	0,70	0°26'	$3{,}75 \cdot 10^{-3}$	0,045	5 / 15	Luzy kryterialne (przy projektowaniu)
5	1,55	0°58'	$8{,}33 \cdot 10^{-3}$	0,1	3 – 4 / 15	
6	3,00	1°54'	0,0166 (6)	0,2	3 / 15	
7	15,25	9°30'	0,083 (3)	1	1 – 2 / 15	Luzy krytyczne (niedopuszczalne)
8	30,76	19°10'	0,166 (6)	2	1 / 15	
9	46,56	29°00'	0,25	3	1 / 15	
10	61,87	38°32'	0,33	4	1 / 15	
11	79,00	49°14'	0,416 (6)	5	1 / 15	
12	96,71	60°00'	0,5	6	1 / 15	Luz graniczny
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
23	289	180°00'	1	12	0 / 15	Luz awaryjny

*) - dotyczy przekładni wyposażonej w łożysko centralne typ N209E TVP2

8.4.2. Analiza luzów w tocznych węzłach konstrukcyjnych, zaistniałych po badaniach trwałości zrekonstruowanej przekładni Cyclo

a) Początkowe i końcowe luzy międzyzębne

W korygowanym wewnętrznym zazębieniu cykloidalnym przy bezluzowych łożyskach centralnych i mechanizmie równowodowym mogą zaistnieć dwie konfiguracje luzów międzyzębnych, rys. 8.9:

– **współosiowa** Δr_{io} , $\{\Delta r_{io}\}_{rzecz}$ lub $(\Delta r_{io})_{zmp}$, gdy w korygowanym kole obiegowym występuje pierwotny obustronny luz obwodowy $\pm\delta = \pm\alpha_c$. Zgodnie z zasadą modyfikacji wartości luzów są symetryczne względem głównej osi koła obiegowego;

– **asymetryczna** Δr_i, $\{\Delta r_i\}_{rzecz}$ lub $(\Delta r_i)_{zmp}$, występująca po jednostronnym skompensowaniu luzu obwodowego za pomocą obrotu wału napędowego z mimośrodem O_aO_b o kąt luzu $\delta = \alpha_c$. Konfiguracja ta umożliwia identyfikację tych zębów koła obiegowego, które stykają się z rolkami koła współpracującego.

Wymienione wyżej konfiguracje luzów, jako początkowe przy niepomijalnej wartości $\delta>0$, wyznaczono za pomocą trzech różnych sposobów, a mianowicie:

- wartości Δr_{io} i Δr_i reprezentują teoretyczne luzy międzyzębne, jakie powinny zaistnieć w nominalnym korygowanym zazębieniu ENK o parametrach, jak w nagłówku tabl. 29. Luzy te wyznaczono za pomocą różnych metod numerycznych, tj. MathCad, AutoCad i MSC Patran, i zgromadzono w 2 ÷ 4 oraz 9 ÷ 11 kolumnie w tabl.30;
- wartości $\{\Delta r_{io}\}_{rzecz}$ i $\{\Delta r_i\}_{rzecz}$ odnoszą się do rzeczywistych luzów, jakie powinny zaistnieć w wykonanym uzębieniu EP po odwzorowaniu rzeczywistego uzębienia w kole obiegowym za pomocą maszyny pomiarowej. Wartości tych luzów wyznaczono za pomocą programu AutoCad i zestawiono w 5, 7, 12 i 14 kolumnie w tabl. 30;
- wartości $(\Delta r_{io})_{zmp}$ i $(\Delta r_i)_{zmp}$ dotyczą rzeczywistych zmierzonych luzów, które zaistniały w przekładni po przeprowadzeniu badań ruchowych. Wartości tych luzów zmierzono z dokładnością ± 0,01 mm i zestawiono w 6, 8, 13 i 15 kolumnie w tabl. 30.

Wartości ww. początkowych luzów międzyzębnych dla $\delta = 0{,}18°$ zgromadzono wspólnie w tabl. 30, odpowiednio dla każdego zęba koła obiegowego. Natomiast zaistniałe w zazębieniu konfiguracje tych luzów przedstawiono w umowny sposób na rys. 8.9.

Po półrocznym okresie stanowiskowych badań trwałości ponownie przeprowadzono pomiary luzów międzyzębnych [22]. Zmierzone końcowe luzy współosiowe $(\Delta r_{io})_{zmk}$ zestawiono wspólnie z luzami początkowymi w kolumnach 6 i 8 w tabl. 30, odpowiednio dla koła obiegowego 1 i 2. Po kompensacji powiększonego w wyniku zużycia - kąta luzu obwodowego $\alpha_{ck} = 2{,}2°$ zmierzono także końcowe luzy $(\Delta r_i)_{zmk}$ i zestawiono łącznie z luzami początkowymi w kolumnach 13 i 15 w tabl. 30. Z porównania wartości wynika, iż w zazębieniu zaistniał bardzo mały niezauważalny przyrost luzów, który z uwagi na zastosowaną dokładność pomiaru oszacowano w granicach kilku μm, rys. 8.11.

b) Analiza luzów w mechanizmie równowodowym

W procesie montażu zrekonstruowanej przekładni zastosowano indywidualną kompensację błędów wykonania otworów w kole obiegowym i sworzni w tarczy mechanizmu równowodowego [23]. W następstwie kompensacji lokalnych błędów wykonania za pomocą

miejscowego doboru średnicy sworznia doprowadzono do stanu, w którym nie występował luz między sworzniami i otworami w mechanizmie równowodowym, zatem początkowy luz w otworach mechanizmu równowodowego $\Delta d_o = 0$.

Po przepracowaniu przez przekładnię ponad 1000 godzin próbowano zmierzyć luzy między sworzniami i otworami w mechanizmie równowodowym. Praktycznie nie stwierdzono występowania luzów, zatem przyjęto umownie, iż w dalszym ciągu luz $\Delta d_o \cong 0$.

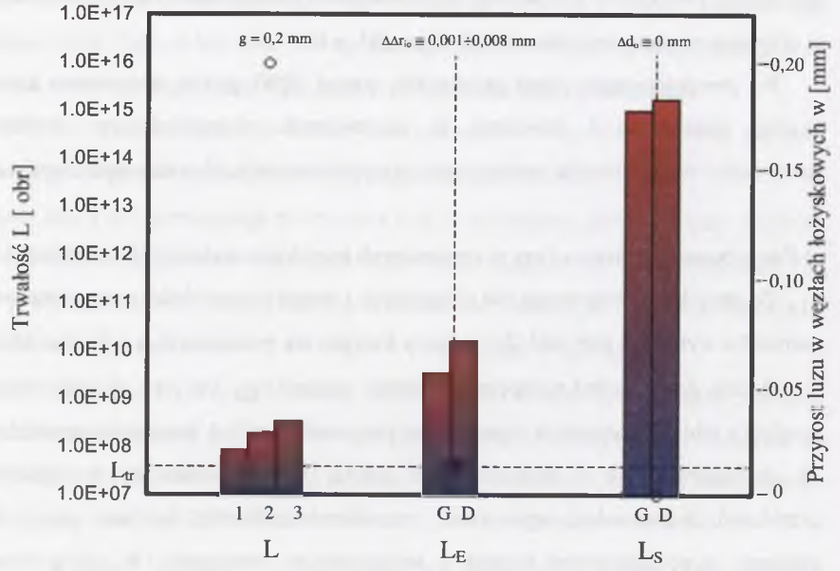
c) Początkowe i końcowe luzy w centralnych łożyskach walcowych przekładni

Ze sposobu wykonywania kół obiegowych i montażu przekładni oraz przeprowadzonych pomiarów wynikało, por. tabl. 26, iż luz w łożysku nie występował, $g \cong 0$, więc także łuk luzu $l_o = 0$ mm. Zatem przed rozpoczęciem badań początkowy kąt luzu obwodowego $\alpha_{wp} = 0$ i zgodnie z tabl. 31 obciążenie w przekładni przenosiło n = 7÷8 wałeczków spośród wszystkich 15 znajdujących się w łożysku N209 TVP2, jakie zastosowano w zrekonstruowanej przekładni. Jednocześnie występował początkowy całkowity kąt luzu $\alpha_{cp} = \delta = 0{,}18°$, związany z początkowymi luzami w korygowanym zazębieniu. W miarę trwania badań bardzo wolno narastał kąt całkowitego luzu obwodowego α_c, który identyfikowano za pomocą łuku luzu l_c, mierzonego na obwodzie tarczy sprzęgła 2, rys. 8.10.

Po półrocznym okresie badań trwałości i przepracowaniu przez przekładnię ponad 1000 godz. zmierzono całkowity łuk luzu na sprzęgle 2, który wynosił $l_{ck} = 3{,}3$ mm. Jak wynika z pomiarów, końcowe luzy w zazębieniu po okresie 1000 godz. nie zmieniły się, zatem także kąt luzu obwodowego pozostawał taki sam jak na początku badań i wynosił $\delta = 0{,}18°$. W tej sytuacji końcowy luz średnicowy g_l w łożysku centralnym zgodnie ze wzorem (8.10) g_l=0,2 mm i był 32–krotnie mniejszy od analogicznego luzu, jaki zaistniał podczas pierwotnych badań trwałości przekładni przed jej rekonstrukcją [20].

8.4.3. Porównanie obliczeniowej trwałości węzłów łożyskowych z przyrostem luzów w badanej zrekonstruowanej przekładni Cyclo

Długookresowe badania trwałości przeprowadzono w celu identyfikacji postaci i wartości zużycia, jakie zaistnieje na powierzchniach roboczych w węzłach łożyskowych badanej przekładni. Mimo iż przeprowadzone badania trwałości nie były wyczerpujące, to ujawniono charakterystyczną dla przekładni Cyclo hierarchię wartości zużycia, rys. 8.11.



Łożysko centralne L:
1 – dla g = 0,2 mm L = 8,4 · 10^7 obr
2 – dla g = 0,045 mm L = 1,95 · 10^8 obr
3 – dla g = 0,01 mm L = 3,33 · 10^8 obr

Mechanizm równowodowy L_S i uzębienie koła obiegowego L_E (dla zazębienia rzeczywistego):
G - dla górnego kresu wartości sił P_i i Q_j wg MES;
D - dla dolnego kresu wartości sił P_i i Q_j wg MES;
o - zmierzona wartość luzu po L_{tr} = 4,47 · 10^7 obr
● - obliczona wartość luzu po L_{tr} = 4,47 · 10^7 obr

Rys. 8.11. Obliczeniowa trwałość węzłów łożyskowych w zestawieniu z przyrostem luzów po L_{tr} = 4,47 · 10^7 obrotach w badanej przekładni o przełożeniu i =19 oraz mocy 3,7 kW
Fig. 8.11. Computational durability of bearing nodes together with clearance increase after L_{tr} = 4,47 · 10^7 rotations in tested gear with ratio i =19 and power 3,7 kW

Przeprowadzone pomiary przyrostu luzów wykazały, iż relatywnie największy przyrost luzu zaistniał w centralnych łożyskach walcowych. Natomiast w zazębieniu, na rolkach koła obiegowego i mechanizmie równowodowym nie zaobserwowano śladów zużycia i nie zarejestrowano istotnego przyrostu luzów. Można zatem stwierdzić, iż hierarchia przyrostów zużycia, przejawiającego się przyrostem luzów w węzłach łożyskowych, jest odwrotnie proporcjonalna do obliczeniowej trwałości tychże węzłów w układzie przeniesienia mocy w przekładni Cyclo.

9. PODSUMOWANIE

9.1. Wnioski ogólne

1) Stosowanie wewnętrznych zazębień cykloidalnych w przekładniach obiegowych z nominalnym (niemodyfikowanym) uzębieniem kół jest przyczyną szeregu niekorzystnych zjawisk, m. in. nieciągłości ruchu, okresowego wzrostu oporów, a nawet zatrzymania ruchu obiegowego.
2) Wprowadzenie modyfikacji zazębienia w przekładniach cykloidalnych i wynikające z niej korygowanie uzębień umożliwia przedeksploatacyjne określanie konfiguracji i rozkładu niezbędnych luzów międzyzębnych i luzu obwodowego, adekwatnie do założonej (dostatecznie dużej) liczby współpracujących czynnych zębów w kołach obiegowych.
3) Metoda numeryczna i założona liczba czynnych zębów, scharakteryzowana za pomocą wskaźnika przyporu ε, umożliwiają wyznaczenie odpowiednich parametrów zazębienia, zapewniając przypór na założonej liczbie zębów i rolek koła współpracującego.
4) Modyfikację i korygowanie uzębień w przekładniach cykloidalnych można kojarzyć z geometrycznymi niedoskonałościami (imperfekcjami) kół obiegowych i kół współpracujących, w zależności od przyjętej technologii, klasy dokładności uzębień i otworów łożyskowych.
5) Stan obciążenia i stan naprężenia w przekładni można wyznaczać za pomocą metody analitycznej lub metody numerycznej. Metoda numeryczna w większym stopniu przybliża model obliczeniowy do warunków występujących w rzeczywistej przekładni, stąd także stan obciążenia i prognozowanie trwałości uzębienia i węzłów łożyskowych jest bardziej prawdopodobne.
6) Dominującym rodzajem zużycia w przekładni Cyclo jest zużycie tych powierzchni kół obiegowych, które stykają się z tocznymi elementami głównych węzłów łożyskowych w układzie przeniesienia mocy.

7) Do prognozowania trwałości tocznych węzłów łożyskowych przekładni można wykorzystywać obliczeniową trwałość ich powierzchni roboczych. Wynika to z podobieństwa konstrukcji, stanu obciążenia i postaci zużycia, jakie występują w tocznych węzłach przekładni Cyclo i w łożyskach tocznych.
8) Przeprowadzone numeryczne badania stanu obciążenia i stanu naprężenia oraz wyznaczona na ich podstawie obliczeniowa trwałość silnie wytężonych powierzchni tocznych umożliwiły zestawienie trwałości głównych węzłów konstrukcyjnych przekładni od najniższej do najwyższej.
9) Najniższa trwałość zaistnieje w centralnym łożysku walcowym, niezależnie od przełożenia i mocy przenoszonej przez przekładnię. Natomiast najwyższa występuje w mechanizmie równowodowym. Trwałość uzębienia jest wyższa od trwałości łożyska i zależy od parametrów korekcji, rodzaju uzębienia, a także od dokładności wykonania.
10) Przeprowadzone doświadczalne badania trwałości w warunkach pozorujących pracę typowej maszyny roboczej umożliwiły zweryfikowanie obliczeniowej trwałości głównych węzłów przekładni i potwierdziły zaistnienie korzystnych cech użytkowych bez względu na stopień obciążenia i ilość nagromadzonej pracy.
11) Programowane badania trwałości zrekonstruowanej przekładni cykloidalnej, mimo iż nie były badaniami wyczerpującymi, umożliwiły zaobserwowanie tendencji w narastaniu luzów, co dowodzi, iż przedstawiona w niniejszej pracy nowa technologia wykonywania korygowanych kół obiegowych umożliwi osiąganie dużej trwałości także w przyszłej eksploatacji przekładni.

9.2. Wnioski szczegółowe

1) Wewnętrzne pozaśrodkowe zazębienie w przekładniach cykloidalnych wymaga specjalnego uzębienia kół obiegowych w postaci ekwidystanty epicykloidy skróconej, którą charakteryzują trzy podstawowe parametry: mimośród przekładni e, współczynnik skrócenia epicykloidy m i przesunięcie ekwidystanty q.
2) Istotne znaczenie dla wewnętrznych zazębień cykloidalnych ma przesunięcie ekwidystanty q, równe promieniowi rolek w kołach współpracujących, ponieważ postać uzębienia, krzywizna i kształt flanki zęba w kołach obiegowych zależą głównie od wartości tego przesunięcia.

3) Optymalną wartość przesunięcia q dla danej przekładni i danego przełożenia można wyznaczyć za pomocą metody numerycznej w oparciu o kryterium najwyższej obliczeniowej trwałości powierzchni uzębienia w jej kołach obiegowych.
4) Stan obciążenia i względy konstrukcyjne wymagają stosowania mimośrodów o wartości e = 2 ÷10 (12) mm oraz współczynników skrócenia 0,5 < m < 0,8 (0,85).
5) W przekładniach cykloidalnych miarą liczby czynnych zębów może być wskaźnik przyporu, który powinien przyjmować wartości z przedziału $\varepsilon = 0{,}27 \div 0{,}45$; zapewniając współpracę od 25 do 45% zębów koła obiegowego z rolkami kół współpracujących. Teoretycznie wskaźnik przyporu osiąga wartość $\varepsilon = 0{,}5$.
6) Wprowadzenie korekcji uzębienia w przekładniach cykloidalnych wiąże się z zaistnieniem następujących dodatkowych wielkości w geometrii zazębienia: ekwidystanty korygowanej ENK, będącej zadanym do wykonania korygowanym uzębieniem kół obiegowych, ekwidystanty rzeczywistej EP, przedstawiającej wykonane uzębienie o parametrach zbliżonych do ENK oraz ekwidystanty aproksymowanej EA, odwzorowującej i zastępującej wykonane uzębienie.
7) Rzeczywiste uzębienie EP wykazuje niepomijalne błędy wykonania w postaci odchyłek kinematycznych zarysu f_i, które należy uwzględniać w numerycznych badaniach stanu obciążenia. W takich przypadkach rzeczywiste uzębienie EP może być zastąpione przez ekwidystantę aproksymującą EA.
8) Wykonane uzębienie w postaci ekwidystanty EP i odchyłkę całkowitą zarysu F_i można odwzorować na podstawie pomiarów, przeprowadzanych metodą skanowania na współrzędnościowej maszynie pomiarowej. Wymagana jest duża liczba punktów pomiarowych (większa od 6000) i dokładność pomiarów na poziomie ± 0,001 mm.
9) Do oceny dokładności wykonania uzębienia można wykorzystywać całkowitą odchyłkę zarysu F_i lub przebieg odchyłek kinematycznych f_i, zarejestrowanych podczas prób ruchowych dla jednego uogólnionego obrotu koła obiegowego z korygowanym uzębieniem. Za pośrednictwem wykrawania można osiągać 5 ÷ 7 klasę dokładności wg ISO, przy określonych warunkach możliwa jest także nawet 3 klasa dokładności.
10) Przełożenie kinematyczne przekładni Cyclo może być wielkością, która weryfikuje w praktyce modyfikację zazębienia, zastosowaną korekcję uzębień oraz klasy dokładności wykonania poszczególnych elementów przekładni.

11) W rzeczywistej przekładni liczba czynnych zębów uczestniczących w przekazywaniu obciążenia zależy od wskaźnika przyporu ε i dokładności zarysu uzębienia w kołach obiegowych. W nominalnym zazębieniu obciążenie przejmuje połowa zębów koła obiegowego. Natomiast w rzeczywistym, korygowanym zazębieniu liczba zębów przejmujących obciążenie jest ok. dwukrotnie mniejsza.

12) Zmniejszona do połowy liczba zębów w porównaniu do nominalnej liczby zębów, które uczestniczą w przekazywaniu obciążenia, obniża obliczeniową trwałość uzębienia 7÷8-krotnie, lecz mimo to jest ona znacznie większa od trwałości centralnego łożyska walcowego.

13) Wysoką trwałość łożyska centralnego, relatywnie najsłabszego węzła przekładni cykloidalnej, można osiągnąć przez zerowy lub ujemny luz promieniowy oraz zastosowanie stali łożyskowej o twardości ok. 62 HRC, z której należy wykonać monolityczne koło obiegowe wraz z zazębieniem i bieżniami łożysk.

14) Praktyczny aspekt modyfikacji polega na tym, iż pozwala stosować kontrolowaną konfigurację luzów międzyzębnych i niezbędny luz obwodowy, które umożliwiają bezkolizyjny montaż korygowanych kół obiegowych z łożyskami centralnymi i rolkami kół współpracujących.

15) Trwałość obiegowej przekładni cykloidalnej jest równoznaczna z trwałością centralnego łożyska walcowego. W związku z tym należałoby stosować w otworze centralnym toczny zestaw z łożyska walcowego o praktycznie największej trwałości. Jest nim łożysko z tzw. pełnym zestawem tocznym, w którym wałeczki stykają się ze sobą i nie stosuje się koszyka (separatora) trzymającego elementy toczne.

9.3. Uwagi końcowe

Praca przedstawia całokształt problematyki, związanej z obliczeniami, konstruowaniem, wytwarzaniem i badaniami obiegowych przekładni cykloidalnych. W zakresie naukowym prezentuje oryginalną modyfikację wewnętrznego zazębienia cykloidalnego, która za pomocą metod numerycznych umożliwia rozwiązywanie szeregu zagadnień, m.in. dotyczących stanu obciążenia, naprężeń lub sposobów wykonywania kształtowych uzębień w kołach obiegowych. Aplikacyjny aspekt pracy polega na tym, iż na jej podstawie można produkować w kraju przekładnie Cyclo praktycznie o dowolnej mocy i dowolnym przełożeniu z wykorzystaniem rozwiniętych technologii CAM – CIM i współrzędnościowej techniki pomiarowej CMT.

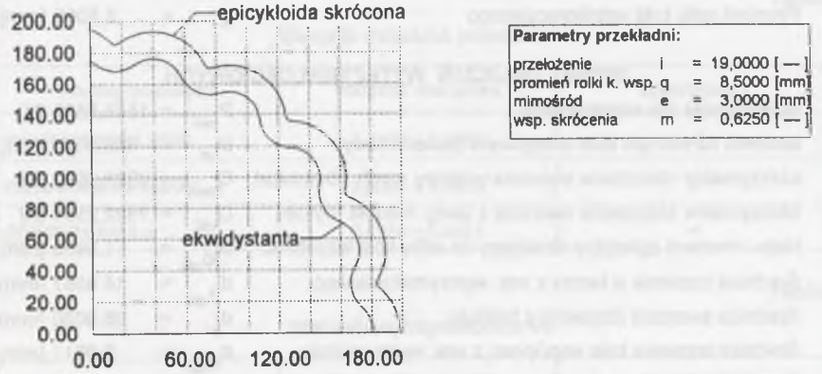
Dodatek A

OBLICZENIA OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI CYKLOIDALNEJ strona 1/4

Instytut Transportu - Katowice i OBRDiUT Detrans - Bytom 2001-10-22

DANE WEJŚCIOWE DO OBLICZEŃ

Opis przekładni:			
Przełożenie	i	=	19,0000 [—]
Mimośród przekładni	e	=	3,0000 [mm]
Maksymalna wartość mimośrodu	e_{max}	=	6,0000 [mm]
Współczynnik skrócenia epicykloidy	m	=	0,6250 [—]
Minimalny współczynnik skrócenia	m_{min}	=	0,4615 [—]
Promień rolki koła współpracującego	q	=	8,5000 [mm]
Maksymalny promień rolki koła współpracującego	q_{max}	=	15,0177 [mm]
Długość rolki koła współpracującego	l_{p2}	=	40,0000 [mm]
Średnica otworu centralnego	d_m	=	75,0000 [mm]
Moment obrotowy na kołach obiegowych	M_o	=	800,0000 [Nm]
Promień rozmieszczenia otworów w kole obiegowym	R_w	=	62,0000 [mm]
Liczba otworów w kole obiegowym	n	=	0,0000 [—]
Ramię działania siły Q_{max}	$l_2 = a_{p1}$	=	30,0000 [mm]
Ramię działania siły P_{max}	$l_1 = a_{p2}$	=	14,0000 [mm]
Dop. napręż. na zginanie dla trzpienia koła współpracującego	k_{g1}	=	350,0000 [MPa]
Dop. napr. na zginanie dla trzpienia w tarczy mech. równowod.	k_{g2}	=	350,0000 [MPa]
Średnica trzpienia w tarczy	d_{t1}	=	17,0000 [mm]
Średnica trzpienia koła współpracującego	d_{t2}	=	11,0000 [mm]



Rys. A.1. Zarys uzębienia koła obiegowego (ekwidystanta)
Fig. A.1. Profile of toothing of the planet wheel (equidistant)

OBLICZENIA OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI CYKLOIDALNEJ strona 2/4
Instytut Transportu - Katowice i OBRDiUT Detrans - Bytom 2001-10-22

WYNIKI OBLICZEŃ GEOMETRYCZNYCH

Parametry koła obiegowego (satelity)

Liczba zębów koła obiegowego (satelity)	z_s	=	19,0000 [—]
Mimośród przekładni	e	=	3,0000 [mm]
Współczynnik skrócenia epicykloidy	m	=	0,6250 [—]
Promień koła stałego epicykloidy	a	=	91,2000 [mm]
Promień koła toczonego	b	=	4,8000 [mm]
Promień okręgu wierzchołków	r_z	=	90,5000 [mm]
Promień okręgu wrębów	r_d	=	84,5000 [mm]
Średnica zewnętrzna koła obiegowego (satelity)	d_z	=	181,0000 [mm]
Średnica otworów w kole obiegowym	d_o	=	32,0000 [mm]
Odstęp między otworami w kole obiegowym	x_1	=	6,3181 [mm]
Odstęp między otworem i wrębem zęba	x_2	=	6,5000 [mm]
Odstęp między otworem centralnym i otworem bocznym	x_3	=	8,5000 [mm]
Minimalny promień krzywizny epicykloidy	$r_{0_{min}}$	=	17,6378 [mm]
Kąt położenia minimalnego promienia krzywizny	α_3	=	4,0966 [°]
Kąt położenia punktu przegięcia epicykloidy	α_g	=	6,9567 [°]

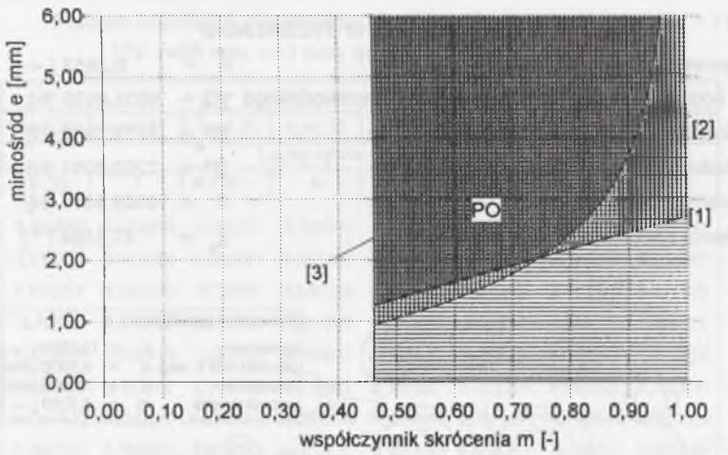
Parametry koła współpracującego

Liczba rolek koła współpracującego	z_k	=	20,0000 [—]
Promień rozmieszczenia rolek koła współpracującego	r	=	96,0000 [mm]
Promień rolki koła współpracującego	q	=	8,5000 [mm]

WYNIKI OBLICZEŃ WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH

Maksymalna siła międzyzębna	P_{max}	=	1543,8596 [N]
Moment na jednym kole obiegowym (obliczeniowy)	M_{c0}	=	440,0000 [Nm]
Maksymalne obciążenie sworznia w tarczy mech. równowod.	Q_{max}	=	2838,7097 [N]
Maksymalne obciążenie sworznia z uwzg. niedokł. wykon.	Q_{obl}	=	3832,2581 [N]
Najw. moment zginający działający na rolkę koła współprac.	$M_{Q_{obl}}$	=	11,5905 [Nm]
Średnica trzpienia w tarczy z war. wytrzymałościowgo	$d_{t1_{obl}}$	=	14,9567 [mm]
Średnica sworznia (trzpienia z tulejką)	d_{p1}	=	26,0000 [mm]
Średnica trzpienia koła współprac. z war. wytrzymałośc.	$d_{t2_{obl}}$	=	6,9611 [mm]
Średnica rolki w kole współpracującym (trzpienia z tulejką)	d_{p2}	=	17,0000 [mm]

OBLICZENIA OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI CYKLOIDALNEJ strona 3/4
Instytut Transportu - Katowice i OBRDiUT Detrans - Bytom 2001-10-22



Parametry przekładni:			
przełożenie	i	=	19,0000 [—]
promień rolki k. wsp.	q	=	8,5000 [mm]
mimośród	e	=	3,0000 [mm]
wsp. skrócenia	m	=	0,6250 [—]

Warunki geometryczne:
[1] - warunek pomieszczenia rolek
[2] - warunek niepodcinania zębów
[3] - warunek dziedziny kąta α
PO - punkt przekładni na wykr. e = f(m)

Rys. A.2. Dopuszczalny obszar mimośrodu i współczynnika skrócenia dla danego q
Fig. A.2. Allowed region of eccentric and coefficient of shortening for given q

Tablica A.1

Warunki działania przekładni

rodzaj warunku	wartość warunku	spełniony?
pomieszczenia rolek	3,0000 > 1,6980	✓
niepodcinania zębów	3,0000 > 1,4458	✓
dziedziny kąta α	0,6250 ≥ 0,4615	✓

Tablica A.2

Warunki wytrzymałościowe

element	wartość warunku	spełniony?
trzpień w tarczy mechanizmu równowodowego	17,0000 > 14,9567	✓
trzpień koła współpracującego	11,0000 > 6,9611	✓

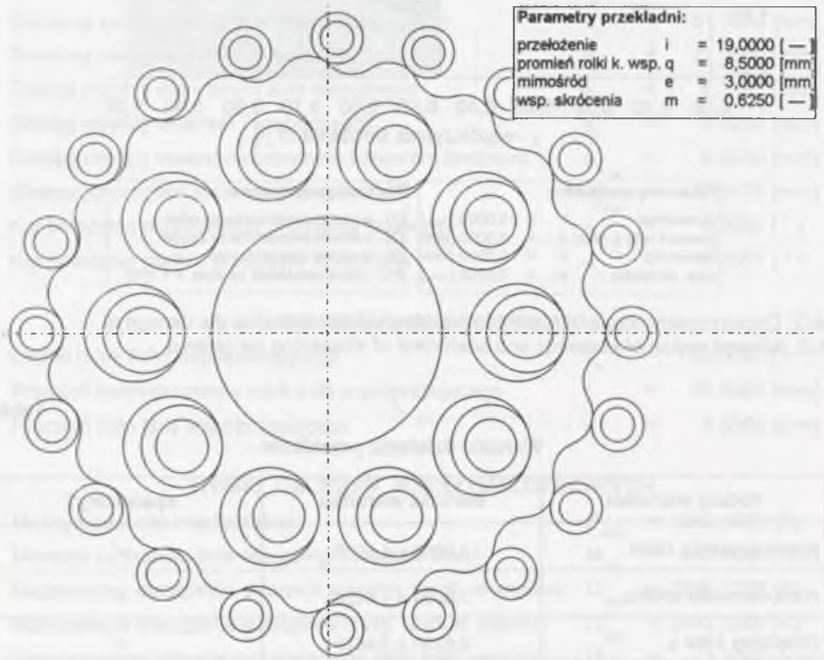
OBLICZENIA OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI CYKLOIDALNEJ strona 4/4

2001-10-22

Instytut Transportu - Katowice i OBRDiUT Detrans - Bytom

WYNIKI OBLICZEŃ SIŁ W PRZEKŁADNI

Współczynnik pomocniczy	K_y =	0,2853 [—]
Suma sił oddziaływania sworzni mechanizmu równowodowego	ΣQ_j =	9035,8935 [N]
Suma składowych poziomych sił międzyzębnych	ΣP_{ix} =	7719,2982 [N]
Suma składowych pionowych sił międzyzębnych	ΣP_{iy} =	2202,4991 [N]
Siła oddziaływania mimośrodu	R =	10309,3571 [N]
Kąt położenia siły oddziaływania mimośrodu	α_R =	41,5164 [°]



Rys. A.3. Geometria obiegowej przekładni cykloidalnej
Fig. A.3. Geometry of cycloidal planetary gear

Dodatek B

Macierze modyfikacji, luzy międzyzębne i parametry korekcji uzębień dla wybranych przekładni cykloidalnych o wzrastających przełożeniach

B.1. Przekładnia o przełożeniu $|i|=19$ dla $\Delta r=0{,}005$ mm i min $\Delta r_o=0{,}018$ mm

Tablica B.1

Macierz rozwiązań dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu $|i| = 19$
EN: r=96 mm, e=3 mm, q=8,5 mm, m=0,625; $\alpha_{pc}=18{,}95°$

Wskaźnik przyporu ε_j							
ε_1=0,24	ε_2=0,27	ε_3=0,30	ε_4=0,33	ε_5=0,36	ε_6=0,39	ε_7=0,42	ε_8=0,45
Liczba zębów w przyporze							
4 (5)	5	5 (6)	6	6 (7)	7	8	8 (9)

A =

3.904552	3.474952	3.03655	2.592723	2.143116	1.689073	1.231618	0.771613	α_1 [°]
3.838312	3.424954	3.002357	2.565403	2.121414	1.671271	1.216616	0.758677	α_{ok1} [°]
8.451921	8.590742	8.72076	8.845354	8.964168	9.078547	9.189513	9.297929	α_2 [°]
8.42636	8.572915	8.709305	8.836705	8.957609	9.07337	9.185285	9.294371	α_{ok2} [°]
5.413477	6.765913	5.401206	6.769927	6.757427	6.77146	6.745041	6.771827	α_s [°]
5.404753	6.773501	5.398039	6.773082	6.759685	6.773119	6.746336	6.772835	α_{oks} [°]
96.394421	96.242037	96.143008	96.098844	96.069893	96.051691	96.039644	96.031324	r_k [mm]
8.982719	8.796221	8.675023	8.620972	8.585539	8.563263	8.54852	8.538336	q_k [mm]
0.17448	0.107684	0.063345	0.044013	0.031127	0.023024	0.017659	0.013953	δ [°]
0.622443	0.623428	0.62407	0.624357	0.624545	0.624664	0.624742	0.624796	m[-]

Parametry modyfikacji i korekcji zazębienia

B.2. Przekładnia o przełożeniu $|i|=35$ dla $\Delta r=0{,}01$ mm i min $\Delta r_o=0{,}03$ mm

Tablica B.2

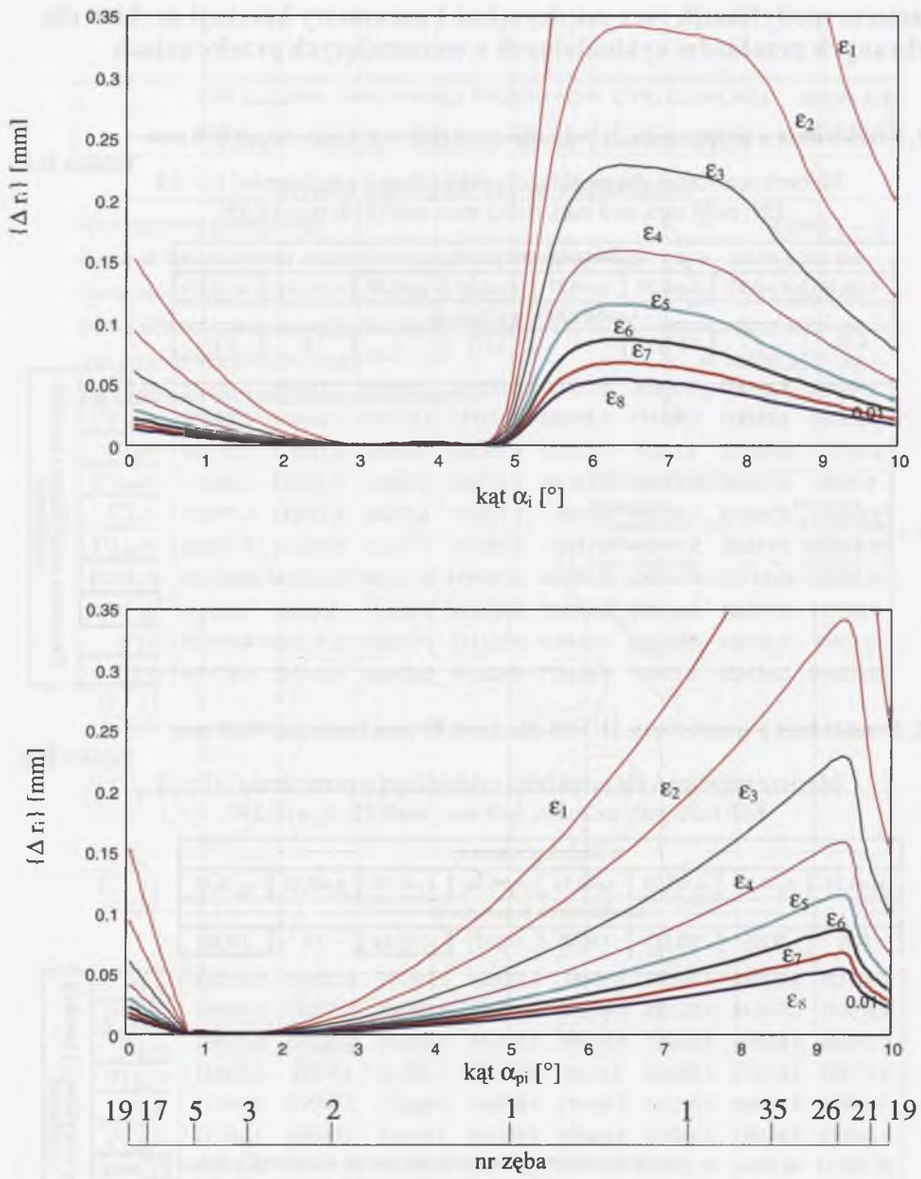
Macierz rozwiązań dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu $|i| = 35$
EN: r=96 mm, e=2 mm, q=8 mm, m=0,75; $\alpha_{pc}=10{,}29°$

Wskaźnik przyporu ε_j							
ε_1=0,24	ε_2=0,27	ε_3=0,30	ε_4=0,33	ε_5=0,36	ε_6=0,39	ε_7=0,42	ε_8=0,45
Liczba zębów w przyporze							
8(9)	9(10)	10(11)	11(12)	12(13)	13(14)	15	15(16)

A =

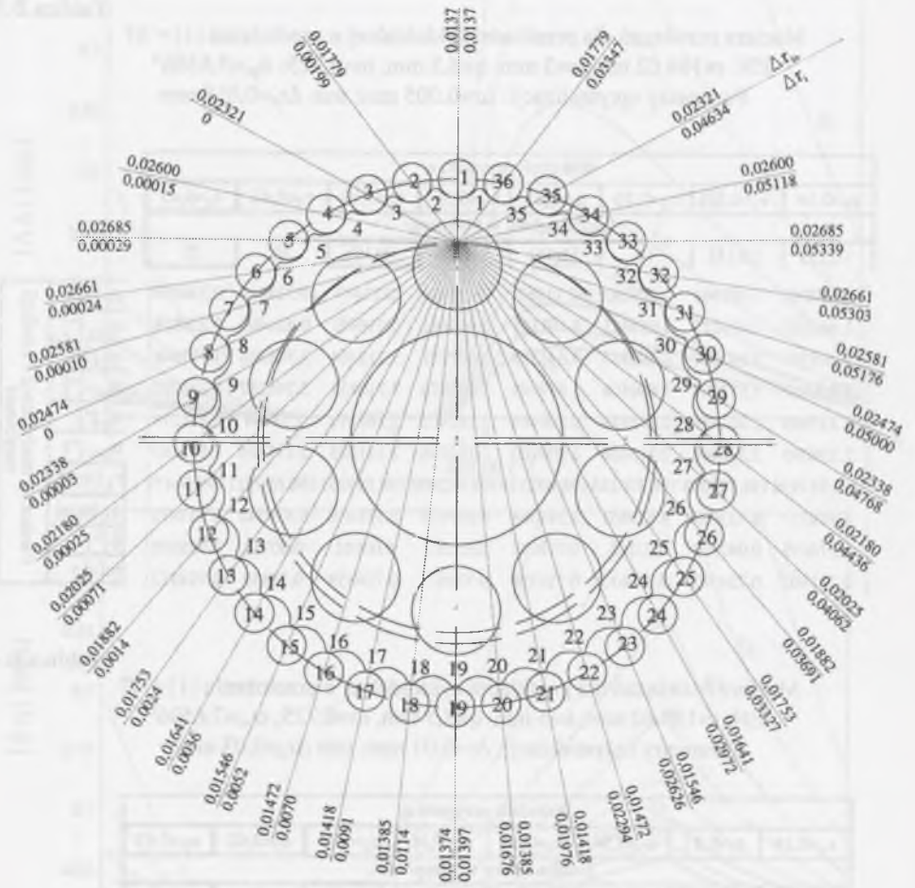
2.323126	2.055782	1.790773	1.52561	1.259324	0.991719	0.722945	0.453295	α_1 [°]
1.932042	1.814146	1.631382	1.413589	1.176096	0.926865	0.670287	0.408967	α_{ok1} [°]
4.791698	4.832924	4.876487	4.919896	4.962181	5.003148	5.042945	5.081867	α_2 [°]
4.777685	4.823195	4.869624	4.91489	4.958393	5.000178	5.04054	5.079861	α_{ok2} [°]
3.050981	3.047625	3.045532	3.044251	3.043447	3.042922	3.042566	3.042316	α_s [°]
3.045063	3.043762	3.042952	3.042458	3.042148	3.041945	3.041808	3.041712	α_{oks} [°]
96.380733	96.24842	96.165813	96.11523	96.083452	96.062714	96.048653	96.038784	r_k [mm]
8.515607	8.336423	8.224552	8.15605	8.113015	8.084931	8.065889	8.052524	q_k [mm]
0.213023	0.139089	0.092877	0.064561	0.046765	0.035147	0.027269	0.021739	δ [°]
0.747037	0.748064	0.748707	0.749101	0.749349	0.74951	0.74962	0.749697	m[-]

Parametry modyfikacji i korekcji zazębienia



Rys. B.1. Konfiguracja luzów międzyzębnych w przekładni o przełożeniu $|i|=35$ przy $\Delta r=0{,}01$ dla wskaźnika przyporu $\varepsilon=0{,}24\div0{,}45$ po kompensacji luzu δ w funkcji kąta α_i lub α_{pi}

Fig. B.1. Configuration of clearances between teeth in gear with ratio $|i|=35$ by $\Delta r=0{,}01$ for vector of coefficient $\varepsilon=0{,}24\div0{,}45$ after compensation of pitch play δ in the function of angle α_i or α_{pi}



Rys. B.2. Wewnętrzne zazębienie cykloidalne w przekładni o przełożeniu $|i|=35$ z konfiguracjami luzów międzyzębnych w modyfikowanym kole obiegowym przy $\Delta r=0{,}01$ mm dla $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$ (90% zębów w czynnej części zazębienia)

Fig. B.2. The inside cycloidal meshing in planetary gear with ratio $|i|=35$ and configuration of clearances between teeth in modified planet wheel at $\Delta r=0{,}01$ mm for $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$ (90% teeth in active contact)

B.3. Przekładnia o przełożeniu $|i|=47$ dla $\Delta r=0{,}005$ mm i min $\Delta r_o=0{,}01$ mm

Tablica B.3

Macierz rozwiązań dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu $|i| = 47$
EN: r=198,62 mm, e=3 mm, q=8,5 mm, m=0,725; α_{pc}=7,6596°
Parametry optymalizacji: Δr=0,005 mm; min Δr_o=0,018 mm

Wskaźnik przyporu ε_j							
ε_1=0,24	ε_2=0,27	ε_3=0,30	ε_4=0,33	ε_5=0,36	ε_6=0,39	ε_7=0,42	ε_8=0,45
Liczba zębów w przyporze							
11(12)	12(13)	14	15(16)	17	18(19)	20	21

A =	1.680042	1.493961	1.305083	1.11367	0.920124	0.72487	0.528314	0.330839	α_1 [°]
	1.646257	1.471212	1.288621	1.101121	0.910161	0.716691	0.521406	0.324858	α_{ok1} [°]
	3.51834	3.562047	3.602955	3.641329	3.677571	3.712104	3.745336	3.777648	α_2 [°]
	3.511817	3.557907	3.600108	3.639248	3.675976	3.710833	3.744287	3.776757	α_{ok2} [°]
	2.237684	2.227826	2.215571	2.200468	2.182402	2.161414	2.13764	2.111278	α_s [°]
	2.236099	2.226946	2.215026	2.200105	2.182145	2.161225	2.137496	2.111165	α_{oks} [°]
	198.921936	198.789208	198.726163	198.692139	198.672009	198.659251	198.650721	198.64477	r_k [mm]
	8.898717	8.723044	8.639601	8.594568	8.567925	8.551038	8.539748	8.531872	q_k [mm]
	0.076659	0.042793	0.0267	0.018011	0.01287	0.00961	0.00743	0.005908	δ [°]
	0.723902	0.724385	0.724615	0.724739	0.724813	0.724859	0.72489	0.724912	m[-]

Parametry modyfikacji i korekcji zazębienia

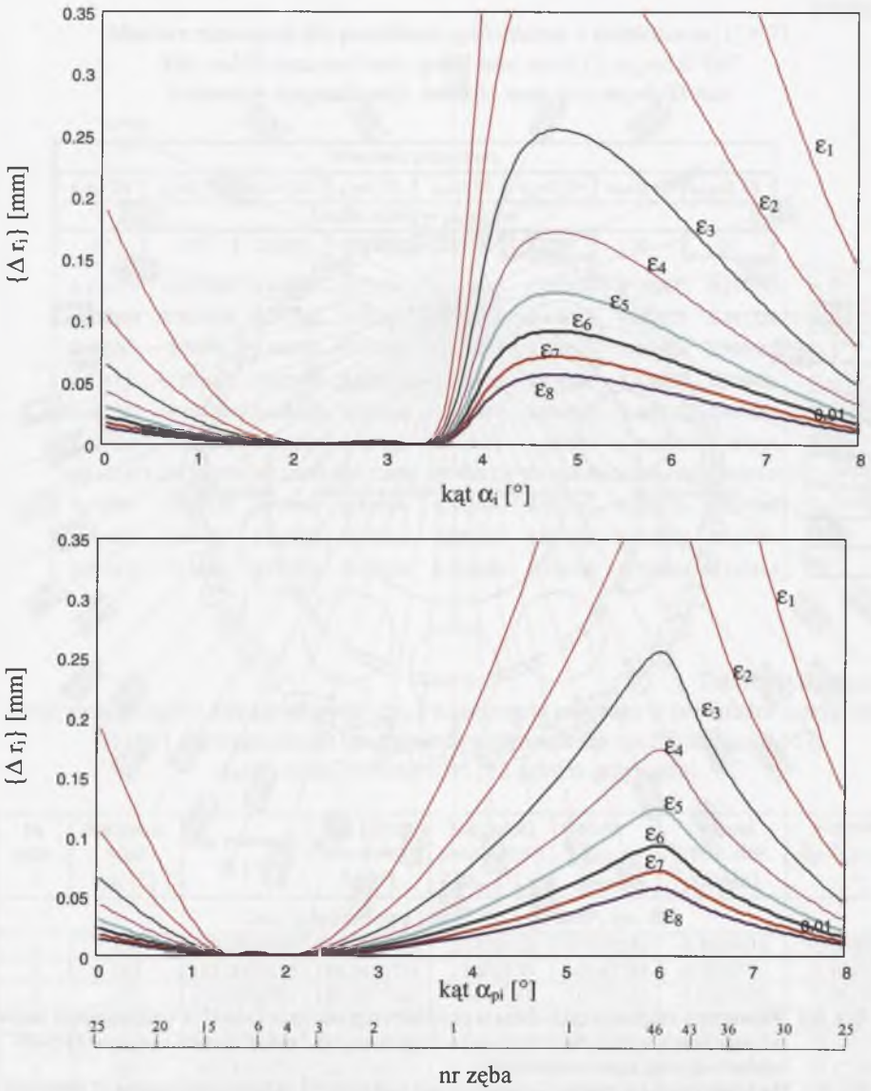
Tablica B.4

Macierz rozwiązań dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu $|i| = 47$
EN: r=198,62 mm, e=3 mm, q=8,5 mm, m=0,725; α_{pc}=7,6596°
Parametry optymalizacji: Δr=0,01 mm; min Δr_o=0,03 mm

Wskaźnik przyporu ε_j							
ε_1=0,24	ε_2=0,27	ε_3=0,30	ε_4=0,33	ε_5=0,36	ε_6=0,39	ε_7=0,42	ε_8=0,45
Liczba zębów w przyporze							
11(12)	12(13)	14	15(16)	17	18(19)	20	21

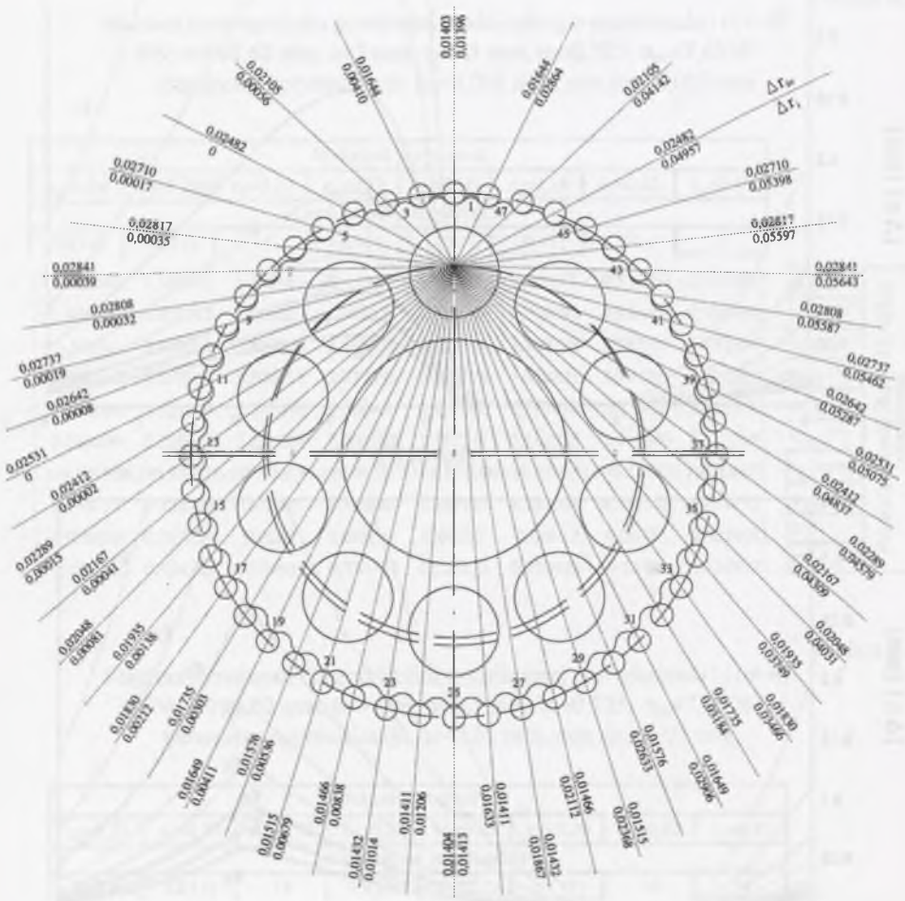
A =	1.685179	1.497335	1.307439	1.115401	0.921453	0.72593	0.529189	0.331584	α_1 [°]
	1.618191	1.452344	1.274971	1.090721	0.901916	0.709941	0.515726	0.319964	α_{ok1} [°]
	3.523477	3.56542	3.605311	3.64306	3.6789	3.713165	3.74621	3.778392	α_2 [°]
	3.511155	3.557457	3.599793	3.639018	3.675801	3.710696	3.744177	3.776668	α_{ok2} [°]
	2.245286	2.2386	2.231435	2.223064	2.213209	2.201781	2.188785	2.174287	α_s [°]
	2.242286	2.236903	2.230374	2.222351	2.212703	2.201406	2.188497	2.174061	α_{oks} [°]
	199.188273	198.943127	198.823292	198.757837	198.718921	198.694218	198.677707	198.666204	r_k [mm]
	9.251231	8.926766	8.768156	8.681523	8.630015	8.597319	8.575466	8.560241	q_k [mm]
	0.144545	0.082064	0.051492	0.034786	0.02485	0.018542	0.014325	0.011387	δ [°]
	0.722934	0.723825	0.724261	0.7245	0.724642	0.724732	0.724792	0.724834	m[-]

Parametry modyfikacji i korekcji zazębienia



Rys. B.3. Konfiguracja luzów międzyzębnych w przekładni o przełożeniu $|i|=47$ przy Δr=0,01 mm dla wskaźnika przyporu ε=0,24÷0,45 po kompensacji luzu δ w funkcji kąta α_i lub α_{pi}

Fig. B.3. Configuration of clearances between teeth in gear with ratio $|i|=47$ by Δr=0,01 mm for vector of coefficient ε=0,24÷0,45 after compensation of pitch play δ in the function of angle α_i or α_{pi}



Rys. B.4. Wewnętrzne zazębienie cykloidalne w przekładni o przełożeniu $|i|=47$ z konfiguracjami luzów międzyzębnych w modyfikowanym kole obiegowym przy $\Delta r=0{,}01$ mm dla $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$ (90% zębów w czynnej części zazębienia)

Fig. B.4. The inside cycloidal meshing in planetary gear with ratio $|i|=47$ and configuration of clearances between teeth in modified planet wheel at $\Delta r=0{,}01$ mm for $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$ (90% teeth in active contact)

B.4. Przekładnia o przełożeniu $|i|=71$ dla $\Delta r=0{,}01$ mm min $\Delta r_o=0{,}03$ mm

Tablica B.5

Macierz rozwiązań dla przekładni cykloidalnej o przełożeniu $|i|=71$
EN: r=200 mm, e=2 mm, q=8,5 mm, m=0,72; $\alpha_{pc}=5.0704°$
Parametry optymalizacji: $\Delta r=0{,}01$ mm; min $\Delta r_o=0{,}03$ mm

Wskaźnik przyporu ε_j							
ε_1=0,24	ε_2=0,27	ε_3=0,30	ε_4=0,33	ε_5=0,36	ε_6=0,39	ε_7=0,42	ε_8=0,45
Liczba zębów w przyporze							
17	19	21(22)	23(24)	25(26)	27(28)	30	32

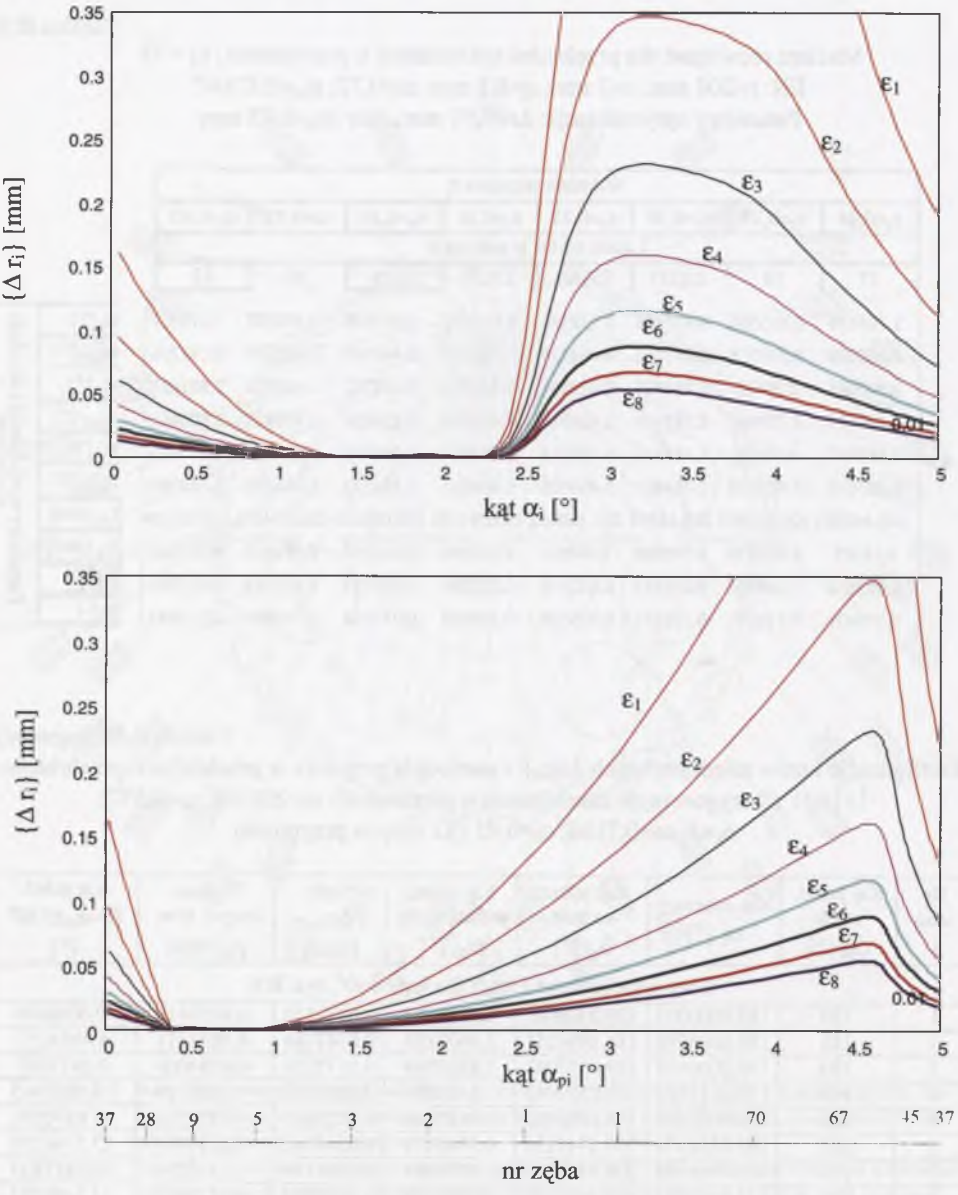
$$A = \begin{bmatrix} 1.124179 & 0.995556 & 0.867585 & 0.739321 & 0.610413 & 0.480808 & 0.350597 & 0.219937 \\ 0.950269 & 0.884318 & 0.791652 & 0.684534 & 0.568938 & 0.448066 & 0.323776 & 0.197228 \\ 2.341081 & 2.36457 & 2.388711 & 2.412561 & 2.435765 & 2.458272 & 2.480175 & 2.501627 \\ 2.334111 & 2.359664 & 2.385169 & 2.409913 & 2.433716 & 2.456633 & 2.478823 & 2.500481 \\ 1.487042 & 1.48608 & 1.485511 & 1.485168 & 1.484954 & 1.484814 & 1.48472 & 1.484653 \\ 1.485519 & 1.485109 & 1.484867 & 1.484722 & 1.484631 & 1.484572 & 1.484532 & 1.484503 \\ 200.440303 & 200.280579 & 200.18593 & 200.128962 & 200.093338 & 200.070106 & 200.054351 & 200.04329 \\ 9.08021 & 8.869733 & 8.745009 & 8.66994 & 8.622996 & 8.592383 & 8.571621 & 8.557045 \\ 0.109652 & 0.069903 & 0.046333 & 0.032141 & 0.023265 & 0.017475 & 0.013548 & 0.010791 \\ 0.718418 & 0.718991 & 0.719331 & 0.719536 & 0.719664 & 0.719748 & 0.719804 & 0.719844 \end{bmatrix}$$

	Parametry modyfikacji i korekcji zazębienia
α_1 [°]	
α_{ok1} [°]	
α_2 [°]	
α_{ok2} [°]	
α_s [°]	
α_{oks} [°]	
r_k [mm]	
q_k [mm]	
δ [°]	
m[-]	

Tablica B.6 (fragment)

Konfiguracje luzów międzyzębnych $\{\Delta r_{io}\}$ z geometrią przyporu w przekładni o przełożeniu $|i|=71$ z korygowanym zazębieniem o parametrach $r_k=200{,}04$; $q_k=8{,}557$; $e_k=3$; m=0,7198; $\varepsilon_8=0{,}45$ (32 zęby w przyporze)

Nr zęba i	Kąt położ. rolek α_{ki} [°]	Kąt tworzący α_i [°]	Kąt położ. na kole δ_{oi} [°]	Kąt położ. punktu styku α_{pi} [°]	Luz Δr_{io}; [mm]	Promień krzyw. ekw. ρ_e[mm]	Kąt położ. $\delta_i=\delta_{oi}\pm180°$ [°]
Luzy współosiowe $\{\Delta r_{io}\}$ dla kąta $\delta=0°$, rys. B.6							
1	180	180.0000000	180.0000000	2.5352113	0.0137550	-8.8659419	-0.0000000
2	185	185.0003076	184.4954251	1.9602139	0.0147784	-8.9033711	4.4954251
3	190	190.0006995	189.0917087	1.4860749	0.0172556	-9.0284009	9.0917087
4	195	195.0012533	193.8201915	1.1441351	0.0200917	-9.2827729	13.8201915
5	200	200.0020445	198.6590731	0.9125942	0.0225663	-9.7529587	18.6590731
6	205	205.0031574	203.5749231	0.7580217	0.0244382	-10.619049	23.5749231
7	210	210.0046965	208.5411633	0.6538394	0.0257194	-12.315234	28.5411633
8	215	215.0067951	213.5401037	0.5823572	0.0265052	-16.225477	33.5401037
9	220	220.0096187	218.5605441	0.5323751	0.0269008	-30.485430	38.5605441
10	225	225.0133560	223.5953877	0.4967961	0.0269974	115.67093	43.5953877
11	230	230.0181849	228.6400347	0.4710206	0.0268687	15.025954	48.6400347
12	235	235.0241919	233.6914068	0.4519701	0.0265718	6.9166247	53.6914068
13	240	240.0312323	238.7473710	0.4375119	0.0261501	4.0819481	58.7473710
14	245	245.0387544	243.8063984	0.4261167	0.0256342	2.7260849	63.8063984
15	250	250.0457000	248.8673578	0.4166536	0.0250437	1.9852219	68.8673578
16	255	255.0506712	253.9293903	0.4082636	0.0243901	1.5597415	73.9293903
17	260	260.0524929	258.9918285	0.4002792	0.0236824	1.3230025	78.9918285



Rys. B.5. Konfiguracja luzów międzyzębnych w przekładni o przełożeniu $|i|=71$przy $\Delta r=0{,}01$ mm dla wskaźnika przyporu $\varepsilon=0{,}24\div0{,}45$ po kompensacji luzu δ w funkcji kąta α_i lub α_{pi}

Fig. B.5. Configuration of clearances between teeth in gear with ratio $|i|=71$by $\Delta r=0{,}01$ mm for vector of coefficient $\varepsilon=0{,}24\div0{,}45$ after compensation of pitch play δ in the function of angle α_i or α_{pi}

Dodatek C

Rozkład luzów międzyzębnych {Δri} w [mm] dla rzeczywistego koła obiegowego 1 i potencjalne miejsca przyporu w przekładni obiegowej o przełożeniu i=19 z korygowanym zazębieniem cykloidalnym

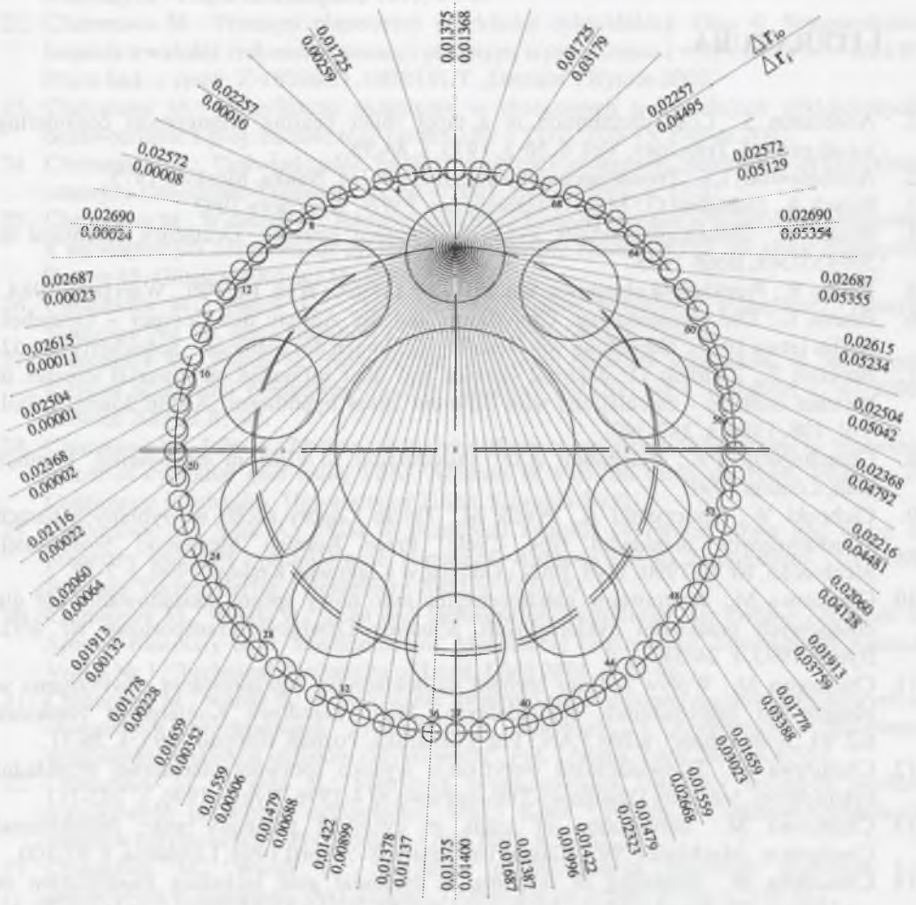
Lp.	i	Cząstkowy kąt Δγi [°]	Kąt γ [°]	Luz międzyzębny (Rolki/zęby) Δri w [mm]											
				1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
				1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7
1	1	0	0	0,09518		0,12669		0,16754		0,17591		0,17178		0,15842	
2	2	0,168	0,168	0,09213		0,00685		0,00124		-0,0[illegible]		0,00327		0,00776	
3			3,168		0,11374	0,0121		0,00147		-0,00001		0,00342		0,00724	
4			0,168		0,14537	0,02015		0,00121		-0,00042		0,00262		0,00701	
5			9,168		0,17414	0,03162		0,00128		-0,00038		0,00271		0,0069	
6			18,168		0,25274	0,09009		0,00635		0,00[illegible]		0,00273		0,00[illegible]	
7			21,168		0,2741	0,11287		0,01216		0,0007[illegible]		0,0024		0,00799	
8			24,168		0,29301	0,14209		0,01584		0,0005		0,0025		0,008[illegible]	
9			27,168		0,30923		0,16908	0,0274		0,0024[illegible]		0,00[illegible]		0,00874	
10	3	0,003	*30,168		0,32218		0,19939	0,04595		0,00325		0,00244		0,00835	
11			30,171		0,32485		0,20077	0,04501		0,0007		-0,00064		0,00522	
12			* 33,171		0,33343		0,22539	0,06598		0,00566		0,00245		0,00878	
13	4	0,003	33,174		0,33624		0,22717	0,06548		0,00323		-0,00061		0,00562	
14	5	0,003	*36,174		0,34369		0,2497	0,2497		0,0089		0,00254		0,00865	
15			36,177		0,34658		0,2517	0,08906		0,00675		-0,00042		0,00555	
16			*54,177		0,36677		0,34126		0,24785	0,08319		0,0077		0,00122	
17	6	0,003	54,18		0,3699		0,34416		0,24982	0,08383		0,00561		-0,00193	
18			* 72,180		0,3542		0,36392		0,34091		0,24731	0,08796		0,01287	
19	7	0,003	72,183		0,35725		0,36704		0,3438		0,2493	0,08777		0,01065	
20	8	0,003	* 90,186		0,32018		0,35285		0,36717		0,33572		0,22275	0,07023	
21	9	0,004	90,19		0,32786		0,35885		0,37135		0,34511		0,24815	0,09109	
22	10	0,007	* 108,197		0,28353		0,32623		0,35916		0,36837		0,34327		0,25475
23	11	0,007	126,204		0,23606		0,28226		0,32431		0,35473		0,36647		0,34824
24	12	0,007	126,214		0,23798		0,28471		0,32712		0,35783		0,36959		0,35113
25	13	0,007	144,224		0,1877		0,23566				0,32308		0,35708		0,37441
26	14	0,007	162,234		0,14223		0,18498		0,2338		0,2799		0,32283		0,35972
27	15	0,007	180,244		0,10022		0,13928		0,18356		0,23084		0,28223		0,32756
28			186,244		0,0879		0,1253		0,168		0,21404		0,2659		0,3118
29	16	0,002	189,246		0,08252		0,11892		0,16035		0,20657		0,25866		0,03565
30	17	0,007	192,253		0,07513		0,11224		0,1525		0,1983		0,2495		0,29744
31	18	0,007	195,26		0,0711		0,105		0,1447		0,1907		0,24026		0,29028
32	19	0,007	198,267		0,0659		0,1005		0,1378		0,1836		0,23127		0,28209
33	20	0,01	201,277		0,05722		0,08935		0,1255		0,1713		0,21717		0,26918
34	21	0,01	204,287		0,05639		0,0875		0,12214		0,1674		0,21183		0,26188
35	22	0,006	210,293		0,04718		0,07543		0,10845		0,15357		0,196185		0,2462
36	23	0,004	213,297		0,0433		0,07079		0,10168		0,1458		0,18693		0,23688
37			216,297		0,03506		0,060167		0,09132		0,13364		0,17505		0,2252
38	24	0,006	228,303		0,023		0,04474		0,0749		0,1077		0,14993		0,198
39	25	0,003	240,306		0,01252		0,03026		0,0559		0,08364		0,12051		0,16641
40	26	0,005	252,311		0,0035		0,01828		0,0356		0,0612		0,09535		0,1372
41	27	0,009	264,32		0,00033		0,0118		0,03101		0,043183		0,072645		0,11134
42	28	0,002	276,322		-0,0[illegible]		0,0032		0,012		0,02754		0,0524		0,0888
43	29	0,001	288,323		-0,00069		0,0019		0,0051		0,01783		0,03622		0,06857
44	30	0,001	300,324		-0,00072		0,00041		0,0018		0,01025		0,02333		0,05082
45			312,324		-0,001		0,0016[illegible]		0,0014		0,0067		0,01547		0,03902
46			324,324		-0,001		0,0017		0,00063		0,0047		0,01154		0,03001
47	31	0,001	336,325		0,0011		-0,00[illegible]		-0,001		0,0026		0,00727		0,02171
48			348,325		0,02243		0,00624		-0,00029		0,00393		0,010755		0,0167
49	32	0,002	360,327		0,09001		0,00557		-0,001		0,001[illegible]		0,00732		0,01507

Lp.	Luz międzyzębny (Rolki/zęby) Δri w [mm]											
	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12
	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13
1	0,14641		0,13248		0,11801		0,1115		0,10813		0,11001	
2	0,02012		0,03447		0,05226		0,07932		0,11049		0,14878	
3	0,0189		0,03236		0,04835		0,07501		0,10529		0,18413	
4	0,01903		0,02966		0,04542		0,07028		0,09823		0,13446	
5	0,01869		0,02582		0,0417		0,0658		0,092448		0,12841	
6	0,01602		0,02127		0,03194		0,05274		0,07559		0,1089	
7	0,01699		0,01795		0,03121		0,04898		0,07177		0,10367	
8	0,01694		0,02825		0,2825		0,04472		0,06797		0,09818	
9	0,01689		0,01708		0,02499		0,04119		0,06389		0,09288	
10	0,01751		0,01484		0,02369		0,03867		0,05907		0,08658	
11	0,0146		0,01232		0,02166		0,03716		0,05812		0,08628	
12	0,1278		0,01407		0,02262		0,03439		0,05605		0,08144	
13	0,01477		0,01143		0,02047		0,03277		0,05504		0,08103	
14	0,01512		0,01278		0,02063		0,03302		0,05225		0,0764	
15	0,01477		0,01023		0,01842		0,03138		0,05113		0,07591	
16	0,01512		0,01415		0,01408		0,01662		0,03412		0,05003	
17	0,01201		0,0111[illegible]		0,01142		0,0144		0,03243		0,04898	
18	0,00826		0,01278		0,01333		0,01445		0,02235		0,0311	
19	0,0053		0,0[illegible]		0,01033		0,0118		0,02013		0,02948	
20	0,01002		0,01027		0,00892		0,01109		0,01791		0,02141	
21	0,00964		0,0003		0,0[illegible]		0,00524		0,01081		0,01461	
22	0,09387		0,01375		0,00762		0,00421		0,00932		0,00627	
23		0,25565	0,09487		0,01418		0,00399		0,00842		0,00437	
24		0,25765	0,09477		0,01193		0,0[illegible]		0,00531		0,0014	
25		0,35007		0,25613	0,10095		0,01177		0,00305		-0,0014	
26		0,37474		0,34813		0,26258	0,10418		0,01178		0,00005	
27		0,36066		0,37366		0,35214			0,10137		0,00672	
28		0,3509		0,3705		0,3655		0,3159		0,1705	0,02736	
29		0,34587		0,36972		0,37066		0,32215		0,18405	0,03901	
30		0,3401		0,36683		0,3735		0,33972		0,2105	0,05553	
31		0,33353		0,3641		0,3754		0,35188		0,239	0,07742	
32		0,3267		0,3597		0,37672		0,36137		0,26613	0,1049	
33		0,31527		0,35129		0,37441		0,36865		0,287005		0,287005
34		0,30857		0,3462		0,3706		0,37046		0,3005		0,15655
35		0,2948		0,3358		0,36688		0,379671		0,3337		0,2123
36		0,2851		0,3277		0,36195		0,37925		0,34361		0,23767
37		0,27401		0,31857		0,35679		0,380187		0,3538		0,263939
38		0,24639		0,29409		0,34127		0,3755		0,37681		0,33482
39		0,2137		0,26112		0,31308		0,359571		0,37498		0,36561
40		0,18496		0,2319		0,2849		0,3371		0,36534		0,37785
41		0,155737		0,20239		0,2545		0,311424		0,34387		0,37047
42		0,1285		0,17122		0,22435		0,27847		0,31705		0,353318
43		0,10408		0,00918		0,19483		0,243938		0,2859		0,32823
44		0,08067		0,12213		0,164757		0,21085		0,25562		0,30129
45		0,064		0,09847		0,13296		0,18125		0,22214		0,26991
46		0,05145		0,07957		0,10647		0,15086		0,19238		0,23892
47		0,04016		0,0589		0,08992		0,12501		0,16235		0,20792
48		0,02678		0,04228		0,06692		0,094761		0,13101		0,17282
49		0,02047		0,03135		0,05234		0,0753		0,10894		0,14641

Lp.	Luz międzyzębny (Rolki/zęby) Δri w [mm]											
	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	1
	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	1
1	0,11917		0,13103		0,15112		0,16772		0,18243		0,19155	
2	0,19176		0,23603		0,28325		0,32487		0,35463		0,36749	
3	0,18413		0,22762		0,27634		0,3132		0,34923		0,36731	
4	0,17611		0,219779		0,26779		0,30909		0,34446		0,36502	
5	0,16853		0,21236		0,25968		0,30242		0,3394		0,36366	
6	0,14613		0,18748		0,23701		0,27946		0,32081		0,35504	
7	0,13943		0,10823		0,022904		0,27282		0,31435		0,35095	
8	0,13198		0,1732		0,22112		0,26524		0,30767		0,34572	
9	0,12598		0,16592		0,21323		0,25628		0,30083		0,33933	
10	0,12018		0,15934		0,20495		0,24842		0,29445		0,33267	
11	0,12048		0,16032		0,20652		0,25052		0,29698		0,33562	
12	0,11226		0,15086		0,1966		0,24035		0,28674		0,32575	
13	0,11249		0,15175		0,19805		0,24242		0,28924		0,32866	
14	0,10707		0,1443		0,18931		0,23272		0,27891		0,32006	
15	0,10721		0,14504		0,19066		0,23462		0,28133		0,32282	
16	0,07439		0,10464		0,14373		0,18475		0,23148		0,279	
17	0,07387		0,10471		0,14447		0,18607		0,23339		0,28142	
18	0,04774		0,0707		0,10376		0,14265		0,18462		0,23177	
19	0,04663		0,07019		0,10385		0,1434		0,18596		0,23366	
20	0,0293		0,04479		0,07338		0,10459		0,14002		0,18579	
21	0,02442		0,04079		0,07071		0,10377		0,140075		0,19013	
22	0,0097		0,02124		0,04112		0,06981		0,10303		0,14307	
23	0,00327		0,008		0,01997		0,04065		0,06978		0,10277	
24	0,00069		0,00574		0,01925		0,03953		0,06925		0,10287	
25	-0,0017		0,00044		0,00571		0,02073		0,04045		0,07066	
26	-0,00332		-0,00205		0,0051		0,00824		0,02055		0,04368	
27	-0,00091		-0,00346		-0,00212		0,00095		0,00958		0,01765	
28	-0,00091		-0,00044		-0,0016		0,00003		0,00619		0,01286	
29	0,00024		-0,0003		-0,00022		-0,00062		0,00462		0,01014	
30	0,00284		-0,0005		-0,0002		-0,0001		0,0031		0,0076	
31	0,00629		-0,0005		-0,0002		-0,001		0,0017		0,0056	
32	0,00964		-0,0[illegible]		-0,0003		-0,001		0,00049		0,004	
33	0,131536		-0,00092		-0,00055		0,00054		0,0009		0,00147	
34	0,02808		0,00[illegible]		[illegible]		0,0032[illegible]		0,00214		0,00571	
35	0,05499		0,00327		-0,001		0,001[illegible]		0,00007		0,00134	
36	0,075964		0,00826		[illegible]		0,003102		0,001[illegible]		0,0276	
37		0,10176	0,01506		0,00083		0,0026		0,00025[illegible]		-0,0005	
38		0,211858	0,05197		0,000[illegible]		0,00155		-0,0005		-0,001	
39		0,29954		0,1487	0,0326		0,00322		0,00282		-0,000095	
40		0,35317		0,2597	0,09519		0,00617		0,0014		0,00015	
41		0,37233		0,32865		0,20474	0,05293		0,0021		0,00082	
42		0,3726		0,36226		0,29617			0,015845		0,00024	
43		0,35963		0,37279		0,34613		0,2557	0,09102		0,00918	
44		0,34041		0,36282		0,36699		0,3241		0,20265	0,04861	
45		0,31366		0,34985		0,36804		0,35726		0,29373		0,144322
46		0,2842		0,32712		0,35817		0,36736		0,34176		0,25079
47		0,25256		0,2999		0,33855		0,36226		0,36671		0,32058
48		0,21675		0,26515		0,30698		0,34308		3646		0,35695
49		0,18796		0,2377		0,280312		0,32181		0,35614		0,36548

Tablica C.1

Luz międzyzębny (Rolki/zęby) Δri w [mm]																															Kąt γ [°]	Cząstkowy kąt Δγi [°]	i	Lp.
5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	1				
6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	1	1	2				
	0,15842		0,14641		0,13248		0,11801		0,1115		0,10813		0,11001		0,11917		0,13103		0,15112		0,16772		0,18243		0,19155		0,17928		0,13257		0	0	1	1
	0,00776		0,02012		0,03447		0,05226		0,07932		0,11049		0,14878		0,19176		0,23603		0,28325		0,32487		0,35463		0,36749		0,3412		0,2463		0,168	0,168	2	2
	0,00724		0,0189		0,03236		0,04835		0,07501		0,10529		0,18413		0,18413		0,22762		0,27634		0,3132		0,34923		0,36731		0,35051		0,27099		3,168			3
	0,00701		0,01903		0,02966		0,04542		0,07028		0,09823		0,13446		0,17611		0,219779		0,26779		0,30909		0,34446		0,36502		0,35623		0,29023		0,168			4
	0,0069		0,01869		0,02582		0,0417		0,0658		0,092448		0,12841		0,16853		0,21236		0,25968		0,30242		0,3394		0,36366				0,30695		9,168			5
	0,008[illegible]		0,01602		0,02127		0,03194		0,05274		0,07559		0,1089		0,14613		0,18748		0,23701		0,27946		0,32081		0,35504		0,36436		0,34101		18,168			6
	0,00799		0,01699		0,01795		0,03121		0,04898		0,07177		0,10367		0,13943		0,10823		0,022904		0,27282		0,31435		0,35095		0,36449		0,34855		21,168			7
	0,[illegible]		0,01694		0,02825		0,2825		0,04472		0,06797		0,09818		0,13198		0,1732		0,22112		0,26524		0,30767		0,34572		0,361		0,35516		24,168			8
	0,00874		0,01689		0,01708		0,02499		0,04119		0,06389		0,09288		0,12598		0,16592		0,21323		0,25628		0,30083		0,33933		0,3601		0,35968		27,168			9
	0,00835		0,01751		0,01484		0,02369		0,03867		0,05907		0,08658		0,12018		0,15934		0,20495		0,24842		0,29445		0,33267		0,35917		0,36242		*30,168	0,003	3	10
	0,00522		0,0146		0,01232		0,02166		0,03716		0,05812		0,08628		0,12048		0,16032		0,20652		0,25052		0,29698		0,33562		0,36227		0,36552		30,171			11
	0,00878		0,1278		0,01407		0,02262		0,03439		0,05605		0,08144		0,11226		0,15086		0,1966		0,24035		0,28674		0,32575		0,35541		0,36368		* 33,171			12
	0,00562		0,01477		0,01143		0,02047		0,03277		0,05504		0,08103		0,11249		0,15175		0,19805		0,24242		0,28924		0,32866		0,35852		0,36681		33,174	0,003	4	13
	0,00865		0,01512		0,01278		0,02063		0,03302		0,05225		0,0764		0,10707		0,1443		0,18931		0,23272		0,27891		0,32006		0,35262		0,36394		*36,174	0,003	5	14
	0,00555		0,01477		0,01023		0,01842		0,03138		0,05113		0,07591		0,10721		0,14504		0,19066		0,23462		0,28133		0,32282		0,35567		0,36708		36,177			15
	0,00122		0,01512		0,01415		0,01408		0,01662		0,03412		0,05003		0,07439		0,10464		0,14373		0,18475		0,23148		0,279		0,31925		0,35396		*54177			16
	-0,00193		0,0120[illegible]		0,0111[illegible]		0,01142		0,0144		0,03243		0,04898		0,07387		0,10471		0,14447		0,18607		0,23339		0,28142		0,32208		0,35704		54,18	0,003	6	17
	0,01287		0,00826		0,01278		0,01333		0,01445		0,02235		0,0311		0,04774		0,0707		0,10376		0,14265		0,18462		0,23177		0,27695		0,32129		* 72,180			18
	0,01065		0,0053		0,00966		0,01033		0,0118		0,02013		0,02948		0,04663		0,07019		0,10385		0,1434		0,18596		0,23366		0,27935		0,32416		72,183	0,003	7	19
0,22275	0,07023		0,01002		0,01027		0,00892		0,01109		0,01791		0,02141		0,0293		0,04479		0,07338		0,10459		0,14002		0,18579		0,23018		0,28005		* 90,186	0,003	8	20
0,24815	0,09109		0,00964		0,0003		0,00[illegible]		0,00524		0,01081		0,01461		0,02442		0,04079		0,07071		0,10377		0,140075		0,19013		0,23652		0,28687		90,19	0,004	9	21
0,34327		0,25475	0,09387		0,01375		0,00762		0,00421		0,00932		0,00627		0,0097		0,02124		0,04112		0,06981		0,10303		0,14307		0,18785		0,24067		* 108,197	0,007	10	22
0,36647		0,34824		0,25565	0,09487		0,01418		0,00399		0,00842		0,00437		0,00327		0,008		0,01997		0,04065		0,06978		0,10277		0,14686		0,18945		126,204	0,007	11	23
0,36959		0,35113		0,25765	0,09477		0,01193		0,0009[illegible]		0,00531		0,0014		0,00069		0,0057[illegible]		0,01925		0,03953		0,06925		0,10287		0,14759		0,19082		126,214	0,007	12	24
0,35708		0,37441		0,35007		0,25613	0,10095		0,01177		0,00305		-0,0014		-0,0017		0,0004[illegible]		0,00571		0,02073		0,04045		0,07066		0,1042		0,14375		144,224	0,007	13	25
0,32283		0,35972		0,37474		0,34813		0,26258	0,10418		0,01178		0,00005		-0,00332		-0,00205		0,0051		0,00824		0,02055		0,04368		0,06821		0,10118		162,234	0,007	14	26
0,28223		0,32756		0,36066		0,37366		0,35214			0,10137		0,00672		-0,00091		-0,0034[illegible]		-0,00212		0,00095		0,00958		0,01765		0,03925		0,06613		180,244	0,007	15	27
0,2659		0,3118		0,3509		0,3705		0,3655		0,3159		0,1705	0,02736		-0,00091		-0,00[illegible]		-0,0016		0,00003		0,00619		0,01286		0,03154		0,0557		186,244			28
0,25866		0,03565		0,34587		0,36972		0,37066		0,32215		0,18405	0,03901		0,0002[illegible]		-0,0003		-0,00022		-0,00062		0,00462		0,01014		0,02653		0,05118		189,246	0,002	16	29
0,2495		0,29744		0,3401		0,36683		0,3735		0,33972		0,2105	0,05553		0,00284		-0,0005		-0,0002		-0,0001		0,0031		0,0076		0,0239		0,04616		192,253	0,007	17	30
0,24026		0,29028		0,33353		0,3641		0,3754		0,35188		0,239	0,07742		0,00629		-0,0005		-0,0002		-0,001		0,0017		0,0056		0,02047		0,04131		195,26	0,007	18	31
0,23127		0,28209		0,3267		0,3597		0,37672		0,36137		0,26613	0,1049		0,00964		-0,0[illegible]		-0,0003		-0,001		0,0004[illegible]		0,004		0,01807		0,03807		198,267	0,007	19	32
0,21717		0,26918		0,31527		0,35129		0,37441		0,36865		0,287005		0,287005	0,131536		-0,00092		-0,00055		0,00054		0,0009		0,00147		0,013		0,03095		201,277	0,01	20	33
0,21183		0,26188		0,30857		0,3462		0,3706		0,37046		0,3005		0,15655	0,02808		0,[illegible]		-0,00003		0,00328		0,0021[illegible]		0,00571		0,01506		0,03218		204,287	0,01	21	34
0,196185		0,2462		0,2948		0,3358		0,36688		0,379671		0,3337		0,2123	0,05499		0,00327		-0,001		0,001[illegible]		0,00007		0,00134		0,01059		0,02511		210,293	0,006	22	35
0,18693		0,23688		0,2851		0,3277		0,36195		0,37925		0,34361		0,23767	0,075964		0,00826		-0,00009		0,003102		0,001[illegible]		0,0276		0,01073		0,02226		213,297	0,004	23	36
0,17505		0,2252		0,27401		0,31857		0,35679		0,380187		0,3538		0,263939		0,10176	0,01506		0,00083		0,0026		0,000256		-0,0005		0,0062[illegible]		0,01654		216,297			37
0,14993		0,198		0,24639		0,29409		0,34127		0,3755		0,37681		0,33482		0,211858	0,05197		0,00[illegible]		0,00155		-0,0005		-0,001		0,0013		0,00933		228,303	0,006	24	38
0,12051		0,16641		0,2137		0,26112		0,31308		0,359571		0,37498		0,36561		0,29954		0,1487	0,0326		0,00322		0,00282		-0,000095		0,0025		0,00434		240,306	0,003	25	39
0,09535		0,1372		0,18496		0,2319		0,2849		0,3371		0,36534		0,37785		0,35317		0,2597	0,09519		0,00617		0,0014		0,00015		-0,0001		-0,001		252,311	0,005	26	40
0,072645		0,11134		0,155737		0,20239		0,2545		0,311424		0,34387		0,37047		0,37233		0,32865		0,20474	0,05293		0,0021		0,00082		0,0009		-0,000821		264,32	0,009	27	41
0,0524		0,0888		0,1285		0,17122		0,22435		0,27847		0,31705		0,353318		0,3726		0,36226		0,29617			0,015845		0,00024		0,000314		0,0004		276,322	0,002	28	42
0,03622		0,06857		0,10408		0,00918		0,19483		0,243938		0,2859		0,32823		0,35963		0,37279		0,34613		0,2557	0,09102		0,00918		0,00041		0,000665		288,323	0,001	29	43
0,02333		0,05082		0,08067		0,12213		0,164757		0,21085		0,25562		0,30129		0,34041		0,36282		0,36699		0,3241		0,20265	0,04861		0,001707		0,000284		300,324	0,001	30	44
0,01547		0,03902		0,064		0,09847		0,13296		0,18125		0,22214		0,26991		0,31366		0,34985		0,36804		0,35726		0,29373		0,144322	0,023477		0,00115		312,324			45
0,01154		0,03001		0,05145		0,07957		0,10647		0,15086		0,19238		0,23892		0,2842		0,32712		0,35817		0,36736		0,34176		0,25079	0,09144		0,007496		324,324			46
0,00727		0,02171		0,04016		0,0589		0,08992		0,12501		0,16235		0,20792		0,25256		0,2999		0,33855		0,36226		0,36671		0,32058		0,193258	0,04781		336,325	0,001	31	47
0,010755		0,0167		0,02678		0,04228		0,06692		0,094761		0,13101		0,17282		0,21675		0,26515		0,30698		0,34308		3646		0,35695		0,268401	0,116		348,325			48
0,00732		0,01507		0,02047		0,03135		0,05234		0,0753		0,10894		0,14641		0,18796		0,2377		0,280312		0,32181		0,35614		0,36548		0,34203		0,25346	360,327	0,002	32	49



Rys. B.6. Wewnętrzne zazębienie cykloidalne w przekładni o przełożeniu $|i|=71$ z konfiguracjami luzów międzyzębnych w modyfikowanym kole obiegowym przy $\Delta r=0{,}01$ mm dla $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$ (90% zębów w czynnej części zazębienia)

Fig. B.6. The inside cycloidal meshing in planetary gear with ratio $|i|=71$ and configuration of clearences between teeth in modified planet wheel at $\Delta r=0{,}01$ mm for $\varepsilon_8=\varepsilon_{max}=0{,}45$ (90% teeth in active contact)

LITERATURA

1. Andreason S.: Load distribution in a taper roller bearing arrangement considering misalignment. Tribology, Vol. 6, Nr 3, 1973, s. 84-92.
2. Artobolewskij I. I.: Teoria mechanizmow i maszin. Izd. Nauka, Moskwa 1975.
3. Björck A., Dahlquist G.: Metody numeryczne. PWN, Warszawa 1987.
4. Braren R.: Offenlegungsschrift 2433675. Planeten getriebe. Deutsches Patentamt nr 509833/249, Bonn 1975.
5. Braren R.: Przekładnia obiegowa. Pat. PRL. Nr 118990. Wyd. UP PRL, Warszawa 1984.
6. Braren L.: Die kinematischen Grundlagen und der Aufbau des Compur – Getriebes. Berlin (etwa 1927): Sammlung von Veroffentlichungen der Siemens – Schuckertwehe 62.
7. Broszeit E., Zwirlein O.: Internal stresses and their influence on material stresses in hertzian contacts - calculations with different stress hypotheses. ASME Journ. Tribol. Vol. 108, 1986, s. 387-393.
8. Chandrupatla T.R., Belegundu A.D.: Introduction to FEM in engineering. Prentice Hall, London 1991.
9. Cichocki W., Opoczyński A., Prącik M.: Tarcie i opory ruchu w wybranych parach kinematycznych przekładni typu Cyclo. Prace Komisji Mechaniki Stosowanej, Mechanika, Nr 14/1990. Wyd. PAN - Oddział w Krakowie, Kraków 1990. s. 7-23.
10. Chmurawa M.: Wykrawanie elektroerozyjne jako nowy sposób kształtowania kół dla obiegowych przekładni cykloidalnych. Maszyny Dźwigowo-Transportowe Nr 4/93, Bytom 1993, s. 24-34.
11. Chmurawa M.: Wpływ rodzaju obróbki na dokładność odwzorowania ekwidystanty w obiegowych przekładniach cykloidalnych. Międzynarodowa Konferencja Naukowa KZ'93 „Koła zębate", KBM PAN i Pol. Poznańska, Poznań, listopad 1993, s. 26-31.
12. Chmurawa M.: Doświadczalna weryfikacja wysoko sprawnej planetarnej przekładni cykloidalnej. Maszyny Dźwigowo-Transportowe nr 4/1996, Bytom 1996, s. 102-111.
13. Chmurawa M.: Distribution of loads in cycloidal planetary gear. International Conference „Mechanics '99", Kaunas University, 8–9 April 1999, Lithuania, s. 92-100.
14. Chmurawa M.: Modeling of meshing in cycloidal gear including modification of equidistant. ZN Katedry Mech. Stosowanej Pol. Śl. Zeszyt Nr 14/2000, Gliwice, p. 27-32.
15. Chmurawa M.: Analityczna i numeryczna metoda wyznaczania obciążeń w obiegowej przekładni cykloidalnej. ZN Instytutu Transportu Pol. Śl., Zeszyt Nr 1/2000, s.13-20.
16. Chmurawa M.: Modyfikacja wewnętrznego zazębienia cykloidalnego i jej wykorzystanie. Zeszyty Naukowe Instytutu Transportu Pol. Śl., Zeszyt Nr 1/2000, s.21-28.
17. Chmurawa M.: Analiza stanu obciążenia w obiegowej przekładni cykloidalnej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. seria: Transport, Zeszyt Nr 41, Gliwice 2000.
18. Chmurawa M.: Metodyka przyśpieszonych badań trwałości zespołów napędowych wykorzystujących toczne węzły łożyskowe. Maszyny Dźwigowo-Transportowe Nr 4/2000, Bytom 2000, s. 65-74.
19. Chmurawa M.: Przekładnia z wewnętrznym zazębieniem cykloidalnym. Maszyny Dźwigowo-Transportowe Nr 2/1993, Bytom 1993, s. 55-71.
20. Chmurawa M.: Prototyp planetarnej przekładni cykloidalnej. Etap 3; Stanowiskowe badania trwałości prototypu o przełożeniu i = 19 i mocy N = 3,7 kW. Praca bad. o symb. Z-18020.25. OBRDiUT „Detrans", Bytom 1996.

21. Chmurawa M.: Zastosowanie korygowanych zazębień cykloidalnych w układach napędowych maszyn roboczych. Mat. VIII Konf. Nauk. „Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych." Część II. Zakopane 1995, s.1-8.
22. Chmurawa M.: Prototyp planetarnej przekładni cykloidalnej. Etap 4; Stanowiskowe badania trwałości zrekonstruowanego prototypu o przełożeniu i = 19 i mocy N = 3,7 kW. Praca bad. o symb. Z-18096.21. OBRDiUT „Detrans", Bytom 2002.
23. Chmurawa M.: Modyfikacja zazębienia w obiegowych przekładniach cykloidalnych. Sprawozdanie z proj. badawczego (grantu) Nr 7 TO7C 038 15. Bytom 2001.
24. Chmurawa M.: Doświadczalne badania trwałości obiegowej przekładni cykloidalnej. Maszyny Dźwigowo-Transportowe Nr 4/2001, Bytom 2001, s. 12-27.
25. Chmurawa M., Witaszek K.: Badanie położenia kinematycznego w przekładni obiegowej z wewnętrznym zazębieniem cykloidalnym. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. seria: Transport, Zeszyt 43. Gliwice 2001, s.115-122.
26. Chmurawa M., Olejek G.: Zazębienie cykloidalne przekładni planetarnej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., seria Transport Z. 22/94, Gliwice 1994, s. 71-86.
27. Chmurawa M., Warda B.: Numeryczne obliczenia obciążeń wałeczków w centralnym łożysku przekładni obiegowej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., seria Transport Z. 41/2000, Gliwice 2000, s.81-92.
28. Chmurawa M., John A.: Numerical analysis of stress and strain distributions in planetary wheel of cycloidal gear using FEM. Abstract of VIII Int. Conf. on Num. Methods in Continuum Mechanics. University of Zilina, Slovakia 2000.
29. Chmurawa M., John A.: FEM in numerical analysis of forces, strain and stress in planetary wheel of cycloidal gear. Numerical Analysis and Its Applications, Nr 1988, Springer Verlag, Berlin – Heidelberg 2000, s. 772-779.
30. Chmurawa M., Warda B.: Load and Deformation Distribution on Rolling Elements in Special Planetary Gear. Mechanics and Mechanical Engineering. International Journal. Vol. 5 Nr 1, Technical University of Łódź, Łódź 2001, s. 81-96.
31. Chmurawa M., Warda B.: Modelowanie trwałości zmęczeniowej węzłów łożyskowych w obiegowych przekładniach cykloidalnych. Materiały 5 Konferencji. „Problemy niekonwencjonalnych układów łożyskowych", Pol. Łódzka, Łódź 2001, s.47-54.
32. Chmurawa M., Warda B.: Metodyka prognozowania trwałości tocznych węzłów łożyskowych przekładni cykloidalnej. Mat.5 Konf. „Problemy niekonwencjonalnych układów łożyskowych", Pol. Łódzka, Łódź 2001, s.55-62.
33. Chmurawa M., Warda B.: Metodyka prognozowania trwałości uzębienia kół obiegowych w przekładni cykloidalnej. Trybologia Nr 4/2001 (178), s. 549-558.
34. Chmurawa M., John A.: Numerical analysis of forces, stress and strain in planetary wheel of cycloidal gear using FEM. Strojnicky Časopis-Journal of Mechanical Engineering, Ročnik 53, č.2. Vyd.SAV. Bratislava Slovakia 2002. s.77-91.
35. Chmurawa M., John A., Kokot G.: The influence of numerical model on distribution of loads and stress in cycloidal planetary gear. 4th International Scientific Colloquium Cax Techniques, Bielefeld 13–15 Sept. 1999, Germany, s. 149-156.
36. Chmurawa M., John A., Kokot G.: Numerical analysis of forces, stress and strain in planetary wheel of cycloidal gear using FEM. Zeszyty Naukowe Katedry Mech. Stos. Pol. Śl. Zeszyt Nr 13/2000, Gliwice, s. 45-50.
37. Chmurawa M., John A., Kokot G.: Calculations of stress and strain distributions in planetary wheel of cycloidal gear using FEM. Abstract of 33-rd Solid Mechanics Conference. IPPT PAN, Zakopane 2000, p. 21-22.
38. Chmurawa M., Starczak M., Jakubiec W.: Problems of dimensioning and tolerating in a shape of equidistant of shortened epicykloid. Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Filia w Bielsku-Białej, Zeszyt Nr 53, s. 39-48.

39. Chmurawa M., Łokieć A.: Distribution of loads in Cycloidal Planetary Gear (Cyclo) including modification of equidistant. Proc. of 16th European Mechanical Dynamics User Conference. ADAMS. Berchtesgaden, Germany 14-15 November 2001. s.1-11.
40. de Mul J. M., Vree J. M., Kuypers J. C.: The influence of certain raceway dent geometries (3-D) on contact stresses and rating fatigue life of rolling bearings. ASME Journ. Tribol. Vol. 109, 1987, s. 452-461.
41. de Mul J. M., Kalker J. J., Fredriksson B.: The contact between arbitrarily curved bodies of finite dimensions. ASME Journ. Tribol., Vol. 108, 1986, s. 140-148.
42. Dietrych J.: System i konstrukcja. WNT, Warszawa 1978.
43. Dudek A.: Określenie niektórych parametrów konstrukcyjnych, nośności i sprawności przekładni cykloidalnych o zazębieniu jednostronnym. Praca doktorska IMiPKM Politechniki Krakowskiej, Kraków 1982.
44. Dudek A.: Optymalny dobór parametrów konstrukcyjnych przekładni trochoidalnej. Czasopisma Techniczne. Mechanika Nr 4M/1990, Wyd. PAN-Oddział w Krakowie, Kraków 1990, s. 61-72.
45. Dudek A.: Analiza rozkładu sił międzyzębnych w przekładni obiegowej z zazębieniem cykloidalnym pozaśrodkowym. Zeszyty Naukowe AGH. Zeszyt Nr 142. Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, Kraków 1981.
46. Dudek A., Sendyka B.: Siły międzyzębne w przekładni obiegowej z zazębieniem cykloidalnym. Przegląd Mechaniczny nr 14, 1986, s. 3-6.
47. Hamerak K.: Das Cyclogetriebe–eine geniale Idee und ihre technische Verwirklichung. Technik Heute, Verlag Christiani, Nr 6, Bonn, Juni 1979. s.1-4.
48. Harris T.A.: The effect of misalignment on the fatigue life of cylindrical roller bearings having crowned rolling members. ASME Trans., Journ. of Lubr. Techn., 1969, s.294-300.
49. Harris T. A.: The endurance of a thrust-loaded, double row radial cylindrical roller bearing. Wear, Vol. 18, 1971, s. 429-438.
50. Houpert L., Ioannides E., Kuypers J. C., Tripp J.: The effect of the EHD pressure spike on rolling bearing fatigue. ASME Journ. Tribol., Vol. 109, 1987, s. 444-451.
51. International Standard ISO 1328-1: Cylindrical gears-ISO system of accuracy-Part 1: Definitions and allowable values of deviations relevant to corresponding flanks of gear teeth. Swiss 1997.
52. International Standard ISO 1328-2: Cylindrical gears-ISO system of accuracy-Part 2: Definitions and allowable values of deviations relevant to radial composite deviations and runout information. Swiss 1997.
53. Jakubiec W., Malinowski J.: Metrologia wielkości geometrycznych. WNT, Warszawa 1999.
54. Kałużnikow A. N.: Geometriczeskij rasczet profilej zubjew cewocznych peredacz. Wiestnik Maszinostrojenija 1968, Nr 3, s. 9-13.
55. Karelin N. M.: Bieskopirnaja obrabotka profilej detalej opisannych epi- i gipocikloidami i ich ekwidistantami. Wiestnik Maszinostrojenija 1958, nr 1, s. 63-73.
56. Katalog CYCLO – Getriebe, CYCLO Getriebebau Lorenz Braren GmbH. D-8062 Markt Indersdorf, Germany 1979.
57. Katalog Sumitomo CYCLO Europe, Sumitomo Heavy Industries. CYCLO Drive (Europe) GmbH. D-85229 Markt Indersdorf, Germany 1996, 1999.
58. Katalog Sumitomo CYCLO Europe: Technologia napędów przyszłości – dla całego Świata. Wyd. Sumitomo Heavy Industries. CYCLO Drive (Europe) GmbH. (w j. polskim) D-85229 Markt Indersdorf, Germany 1997.
59. Kleiber M. (Ed.): Handbook of Computational Solid Mechanics. Springer Verlag, Berlin–Heidelberg 1998.

60. Kocniew A. M., Czepkow A. W.: O wyborie geometriczeskich parametrow wnutriennogo wniecentroidnogo cykloidalnogo zaceplenija. Wiestnik Maszinostrojenija 1980, Nr 5, s.28-30.
61. Krzemiński-Freda H.: Łożyska toczne. PWN, Warszawa 1985.
62. Krzemiński-Freda H.: Correction of the generators of the main working surfaces of roller bearings. Archiwum Budowy Maszyn T. 37, Z. 1-2, 1990, s. 115-132.
63. Krzemiński-Freda H.: The logarithmic correction optimization of roller generators in roller bearings. Tribologia Nr 3, 1992, s. 56-62.
64. Krzemiński-Freda H.: The dependence of roller-race contact durability and capacity on pressure distribution along generatrix. Archiwum Bud. Maszyn T.40, Z.1-2, 1993, s.5-16.
65. Kudriawcew W.N.: Planetarnyje peredaczi. Maszinostrojenije, Moskwa–Leningrad 1966, s. 251-271.
66. Kudriawcew W.N.: K woprosu o soosnych rieduktorach s wnutriennym zaceplenijem. Wiestnik Maszinostrojenija 1952, Nr 11, s. 9-16.
67. Kudriawcew W. N.: Planetarnyje peredaczi s cewocznym zaceplenijem. Trudy Seminara po teorii maszin i mechanizmow. AN SSSR, t. VIII, wypusk 29, 1949.
68. Lasocki L.: Obiegowa mimośrodowa palcowa przekładnia trochoidalna. Patent PL Nr 156532 B1. Wyd. UP RP, Warszawa 1988.
69. Lasocki L.: Obiegowa mimośrodowa palcowa przekładnia trochoidalna. Patent PL Nr 156619 B1. Wyd. UP RP, Warszawa 1992.
70. Lasocki L., Dudek A.: Silnie redukujące przekładnie mechaniczne. Przegląd Mechaniczny Nr 6-7/1989, s. 5-9 i 14-25.
71. Lehmann M.: Berechnung und Messung der Kräfte in einen Zykloiden–Kurvenscheiben Getriebe. Dissertation, Technische Universität, München 1976.
72. Lehmann M.: Sonderformen der Zykloidenverzahnung. Konstruktion 31 nr 11, 1979. s. 429-433.
73. Lehmann M.: Berechnung der Kräfte im Trochoiden – Getriebe. Antriebstechnik 18, 1979, Nr 12, s. 613-616.
74. Lempart A., Stryczek J.: Technologia kół zębatych cykloidalnych stosowanych w maszynach hydraulicznych. Mechanik Nr 7, 1992.
75. Liu J. Y.: Analysis of tapered roller bearings considering high speed and combined loading. ASME Trans., Journ. of Lubr. Techn., 1976, s. 564-574.
76. Lundberg G., Palmgren A.: Dynamic capacity of rolling bearings. Acta Polytechnica, Mech. Eng. Series, Royal Swedish Academy of Eng. Sciences, Vol. 1, Nr 3, 7, 1947.
77. Lundberg G., Palmgren A.: Dynamic capacity of roller bearings. Acta Polytechnica, Mech. Eng. Series, Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Vol. 2, Nr 4 ,1952.
78. Luty W.: Metaloznawstwo i obróbka cieplna stali łożyskowych. WNT, Warszawa 1980.
79. Müller H.W.: Die Umlaufgetriebe. Springer Verlag, Berlin 1971.
80. Müller L.: Przekładnie obiegowe. PWN, Warszawa 1983.
81. Müller L., Wilk A.: Zębate przekładnie obiegowe. WN PWN, Warszawa 1996.
82. Müller L., Wilk A.: Teoria podobieństw w badaniach modeli fizycznych i matematycznych. Wyd. Pol. Śl., Gliwice 1997.
83. Oderfeld J.: Wstęp do mechanicznej teorii maszyn. WNT, Warszawa 1962.
84. Ołędzki A.: Mechanizmy krzywkowe. WNT, 1996.
85. Osiński Z., Wróbel J.: Teoria konstrukcji maszyn. PWN, Warszawa 1982.
86. Palmgren A.: Grundlagen der Waltzlagertechnik, Stuttgart: Francklische Verlagshandlung 1964.
87. Parszewski Z.: Teoria mechanizmów i maszyn. WNT, Warszawa 1974.
88. Praca zb. pod red. Dietricha M.: Podstawy konstrukcji maszyn. WNT, t.1-3, W-wa 1995.
89. Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1971.

90. Ratajczyk E.: Współrzędnościowa technika pomiarowa. Maszyny i roboty pomiarowe. Ofic. Wyd. Pol. Warszawskiej, Warszawa 1994.
91. Rejman E.: Przekładnie trochoidalne z regulowanym luzem. Mat. Seminarium „Przekładnie mechaniczne specjalne – modelowanie, rozwój konstrukcji i perspektywy zastosowań". Wyd. Pol. Warsz. IPBM, Warszawa 1996, s. 127-131.
92. Rejman E., Hanf W.: Trochoidalna przekładnia zębata. Patent PL nr 161511. Wyd. UP RP, Warszawa 1993.
93. Rejman E., Olewicz R.: Przekładnie trochoidalne – konstrukcja, wykonanie, badania. Przegląd Mechaniczny Nr 10/1994, s. 12-18.
94. Rejman E., Olewicz R.: Problemy konstrukcyjne i technologiczne w przekładniach trochoidalnych. Międzynarodowa Konferencja „Koła Zębate' 93".KBM PAN i Pol. Poznańska, Poznań 1993, s.172-177.
95. Ryś J., Dudek A. i in.: Analiza dynamiczna oraz optymalizacja konstrukcji przekładni zębatych. Prace Naukowe dla IPPT PAN o symbolu M-1/Z/143/81. IMiPKM Politechniki Krakowskiej, Kraków 1985, s.52-75.
96. Sigow J.W.: O metodikie projektirowanija reduktorow s wniecentroidnym cikloidalnym zaceplenijem. Wiestnik Maszinostrojenija 1960, Nr 9, s. 31-34.
97. Stoer J., Bulirsch B.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1987.
98. Stryczek J.: Konstrukcja i wykonanie kół zębatych o zarysie cykloidalnym. Mechanik Nr 10-11/1986, s.439-444.
99. Stryczek J.: Zazębienie cykloidalne w budowie pomp i silników zębatych. Prace Naukowe Politechniki Wrocławskiej nr 61, Seria: Monografie nr 15, Wrocław 1991.
100. Stryczek J.: Principles of the design of cycloidal gears in hydraulic machinery. Archiwum Budowy Maszyn Vol. XXXVII, 1990, Nr 3, p. 201-216.
101. Stryczek J.: Zazębienie cykloidalne maszyn hydraulicznych. Podstawy projektowania, wytwarzanie. Maszyny Dźwigowo-Transportowe Nr 4/1995, Bytom 1995, s. 33-44.
102. Stryczek J.: Cycloidal gears in design of gear pumps and motors. Archiwum Budowy Maszyn Vol. XXXVI, 1990, Nr 1-2.
103. Stryczek J.: Hydraulic machines with cycloidal gearing. Archiwum Budowy Maszyn. Vol. XLIII, 1996, Nr 1, s. 29-72.
104. Stryczek J.: Zazębienie epicykloidalne silników hydraulicznych typu Orbit. Przegląd Mechaniczny Nr 5, 1985, s. 5-9.
105. Surowiak W.: Przekładnie obiegowe. PWT, Warszawa 1957.
106. Szewalski R.: Teoria mechanizmów i maszyn. PWT, Warszawa 1959.
107. Warda B.: Metoda obliczania trwałości łożysk tocznych oparta na hipotezie nieograniczonej trwałości zmęczeniowej. Tribologia nr 4-5/93, s. 401-405.
108. Warda B.: Metoda obliczania trwałości zmęczeniowej promieniowego łożyska walcowego oparta na hipotezie trwałej wytrzymałości. Zeszyty Naukowe PŁ nr 765, Mechanika z. 85 (1996), s. 161-168.
109. Warda B.: Program komputerowy do obliczania trwałości zmęczeniowej łożyska walcowego poddanego złożonemu obciążeniu. Materiały II Wiosennej Szkoły nt.: Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Wytwarzania i Eksploatacji, Żegiestów, 11-15 maja 1998, Referaty t. 2, s. 95-102.
110. Warda B.: Teoretyczne podstawy dokładnego obliczania nośności łożysk tocznych w oparciu o hipotezę trwałej wytrzymałości z uwzględnieniem czystości i warunków smarowania. Masz.powiel.104s, Sprawozdanie z proj. bad. KBN Nr 3 P 40201106, Pol. Łódzka, Instytut Konstrukcji Maszyn, Łódź 1996.
111. Wojnarowski J., Kaliński W.: Obiegowe przekładnie palcowe. Przegląd Mechaniczny. Zeszyt Nr 9/ 1972, Rok wyd. XXXI, s. 268 – 272.
112. Zienkiewicz O.C.: The finite elements method, Mc–Graw Hill Ltd, London 1977.

Obiegowe przekładnie cykloidalne z modyfikacją zazębienia

Streszczenie

Praca zawiera całokształt problemów, dotyczących stosowania wewnętrznych pozaśrodkowych zazębień w obiegowych przekładniach cykloidalnych (Cyclo). Poważnym problemem w tych przekładniach jest nieznajomość złożonej geometrii i mikrogeometrii zazębienia, a w szczególności brak naukowych podstaw modyfikacji zazębienia.

Na wstępie przedstawiono problematykę związaną z geometrią, warunkami działania i rozkładami obciążeń, występujących w wewnętrznym zazębieniu cykloidalnym. Szczególną uwagę zwrócono na postać uzębienia, wpływ epicykloidy i ekwidystanty oraz potrzebę modyfikacji, związanej z korygowaniem uzębienia. Zaprezentowano dotychczas stosowaną, analityczną metodę wyznaczania obciążeń oraz wynikającą z jej krytyki nową, numeryczną metodę wyznaczania obciążeń, która umożliwia w przeciwieństwie do analitycznej uwzględnianie rzeczywistych cech konstrukcyjnych przekładni.

Główna część pracy dotyczy oryginalnej modyfikacji zazębienia w przekładniach cykloidalnych. Obejmuje zasadę i matematyczny model modyfikacji oraz procedurę korekcji uzębień kół obiegowych. Do poszukiwania parametrów korekcji opracowano stosowną metodę numeryczną. Przykłady wykorzystania modyfikacji zazębień zaprezentowano na szeregu wybranych przekładniach o różnym przełożeniu.

Wprowadzona modyfikacja spowodowała istotną dla praktyki polaryzację zazębień na nominalne (teoretyczne) i rzeczywiste (korygowane) oraz ścisłe powiązanie parametrów korekcji uzębień ze stanem obciążenia w przekładni. W związku z tym kolejne rozdziały pracy zawierają badania stanu obciążenia, rozkładu przemieszczeń i rozkładów naprężeń, odpowiednio dla nominalnego i modyfikowanego zazębienia. Na przykładzie wybranej przekładni o przełożeniu i = 19 zaprezentowano wpływ modyfikacji uzębień na postać rozkładów obciążeń i naprężeń. Znajomość prawdopodobnych rozkładów obciążeń wykorzystano w kolejnym fragmencie pracy, w którym przedstawiono modelowanie trwałości tych silnie wytężonych powierzchni w kołach obiegowych, które przesądzają o trwałości całej przekładni. Sformułowano zależności umożliwiające prognozowanie obliczeniowej trwałości tocznych węzłów przekładni Cyclo oraz ujawniono charakterystyczną hierarchię trwałości jej węzłów konstrukcyjnych. W końcowej części pracy przedstawiono wyniki badań prototypu przekładni z modyfikacją zazębienia, których celem była weryfikacja hierarchii obliczeniowej trwałości węzłów konstrukcyjnych w oparciu o zaobserwowany przyrost luzów w parach kinematycznych.

Cycloidal planetary gears with modification of meshing

Abstract

In the work there is included complete range of problems connected with application out of center meshing in cycloidal planetary gears (Cyclo). A serious problem occurring in that type of gear is unknown complex geometry and micro geometry of meshing and particularly deficit of scientific bases of modification of meshing.

In the preface there are presented problems connected with geometry, conditions of operation and distributions of loads occurring in inside cycloidal gear. Particular attention has been paid on shape of teeth, influence of epicycloid and equidistant and need of modification connected with correction of teeth. It has been presented, currently used, analytical method of determination of loads and resulting from its criticism, the new numerical method that enable, in opposition to analytical method, including real constructional features of the gear.

Major part of the work concerns original modification of teeth in cycloidal gear. It includes principle and mathematical model of modification and procedure of correction of teeth of planet wheels. For search of parameters of correction it has been worked out according numerical method. Examples of implementation of modified meshing have been presented on the series of selected gear with different construction and ratio.

Applied modification caused, important for practice, polarization of meshing into nominal (theoretical) and real (corrected) and strict correlation between the correction parameters of meshing and state of load in the gear. Regarding this, the next chapters of the work contain researches of state of load, distribution of displacements and strains for nominal and modified meshing. On example of selected gear with ratio i=19 it has been presented the influence of modification of teeth on shape of load and stress distribution. Knowledge of probable distribution of loads has been implemented in another part of the work in which it has been presented modelling of durability of the surfaces under high effort in planet wheels that determine durability of entire gear. It has been formulated dependences enabling forecast of computational durability of rolling nodes of cycloidal gear and it has been revealed characteristic hierarchy of durability of its constructional nodes. In the final part of the work it has been presented test results of the prototype of the gear with modified meshing. The aim of that was verification of hierarchy of computational durability of constructional nodes basing on observed increase of clearances in kinematic pairs.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P.3361/02/140

Druk: Drukarnia Gliwice, ul. Zwycięstwa 27, tel. 230 49 50