

*POLITECHNIKA ŚLĄSKA W GLIWICACH*



*mgr inż. Tadeusz Białoń*

*ZASTOSOWANIE OBSERWATORÓW LUENBERGERA  
DO ODTWARZANIA ZMIENNYCH STANU  
SILNIKA INDUKCYJNEGO*

*ROZPRAWA DOKTORSKA*

*Promotor:*

*prof. dr hab. inż. Marian Pasko*

*Wydział Elektryczny*

*Instytut Elektrotechniki i Informatyki*

*Zakład Maszyn Elektrycznych i Inżynierii Elektrycznej w Transporcie*

*Gliwice 2010*

---

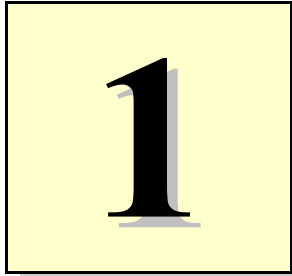
---

# Spis treści

5	<b>1. Wstęp</b>
6	<b>1.1. Tezy i cele pracy</b>
6	1.1.1. Tezy
7	1.1.2. Cel główny
7	1.1.3. Cele szczegółowe
7	<b>1.2. Układ pracy</b>
10	<b>1.3. Podstawowe pojęcia i terminologia</b>
14	<b>1.4. Spis oznaczeń</b>
17	<b>1.5. Przegląd literatury przedmiotu</b>
17	1.5.1. Zastosowanie obserwatorów Luenbergera w układach sterowania z silnikami indukcyjnymi
19	1.5.2. Literatura z dziedziny automatyki i matematyki
20	1.5.3. Obecnie podejmowane kierunki badań
21	<b>2. Modele matematyczne obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego</b>
21	<b>2.1. Silnik indukcyjny jako obiekt obserwowany</b>
23	2.1.1. Model matematyczny silnika indukcyjnego
27	2.1.2. Biliniowy model silnika indukcyjnego w przestrzeni stanu
29	<b>2.2. Obserwator proporcjonalny</b>
31	2.2.1. Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego
32	2.2.2. Równanie błędu obserwatora biliniowego proporcjonalnego
33	2.2.3. Przyczyny powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorze biliniowym proporcjonalnym
34	2.2.3.1. Zakłócenia spowodowane odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego
36	2.2.3.2. Zakłócenia nakładające się na wymuszenia podawane na wejście obserwatora
37	2.2.3.3. Zakłócenia nakładające się na wielkości wyjściowe obiektu obserwowanego podawane na wejście obserwatora
38	<b>2.3. Obserwator całkujący</b>
40	2.3.1. Model matematyczny obserwatora całkującego
43	2.3.2. Równanie błędu obserwatora całkującego
44	2.3.3. Praca obserwatora całkującego w warunkach zakłóceń
46	2.3.4. Problemy z kumulacją składowej stałej w integratorach całkujących sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego
49	<b>2.4. Obserwator z dodatkowymi integratorami i jego zastosowania w układach odtwarzania prędkości obrotowej silnika indukcyjnego</b>
51	2.4.1. Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami zmiennych stanu silnika indukcyjnego
52	2.4.1.1. Biliniowy model silnika indukcyjnego z niedostępnymi pomiarowo wymuszeniami
53	2.4.1.2. Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami
56	2.4.1.3. Równanie błędu obserwatora z dodatkowymi integratorami
59	2.4.1.4. Problemy z kumulacją składowej stałej w dodatkowych integratorach obserwatora z dodatkowymi integratorami
61	2.4.1.5. Stabilność obserwatora z dodatkowymi integratorami
65	2.4.2. Rozszerzony obserwator Luenbergera zmiennych stanu silnika indukcyjnego

67	2.4.2.1. Estymator prędkości obrotowej
69	2.4.2.2. Filtr wyjściowy estymatora prędkości obrotowej
69	2.4.3. Estymator typu MRAS
70	2.4.3.1. Model odniesienia i model przestrajany
71	2.4.3.2. Mechanizm strojenia prędkości obrotowej
<b>73</b>	<b>3. Dobór parametrów obserwatorów</b>
<b>74</b>	<b>3.1. Wskaźnik wzmocnienia macierzy</b>
74	3.1.1. Definicja i właściwości matematyczne wskaźnika wzmocnienia macierzy
77	3.1.1.1. Nieujemność wskaźnika wzmocnienia macierzy
77	3.1.1.2. Wskaźnik wzmocnienia macierzy jednostkowej
78	3.1.1.3. Przemienność względem mnożenia przez skalar
78	3.1.1.4. Nierówność trójkąta
79	3.1.1.5. Wskaźnik wzmocnienia macierzy przeciwnej
80	3.1.1.6. Wskaźnik wzmocnienia różnicy macierzy
80	3.1.2. Zastosowanie wskaźnika wzmocnienia macierzy
<b>81</b>	<b>3.2. Kryteria doboru parametrów obserwatorów</b>
81	3.2.1. Kryterium stabilności obserwatora
83	3.2.2. Kryterium stałych czasowych tłumienia i częstotliwości drgań własnych obserwatora
85	3.2.3. Kryterium odporności na odchyłki parametrów schematu zastępczego silnika i na zakłócenia
<b>86</b>	<b>3.3. Genetyczny algorytm doboru parametrów obserwatora</b>
89	3.3.1. Kodowanie i dekodowanie
90	3.3.1.1. Przykład kodowania macierzy $K$
91	3.3.2. Funkcja celu
92	3.3.3. Selekcja i operatory genetyczne
92	3.3.4. Doświadczenia z doбором parametrów obserwatora przy wykorzystaniu algorytmów genetycznych
<b>97</b>	<b>3.4. Analityczny algorytm doboru parametrów obserwatora</b>
97	3.4.1. Problem doboru parametrów kompensatora proporcjonalnego
100	3.4.2. Problem doboru parametrów obserwatora
100	3.4.3. Analityczny dobór parametrów obserwatora
<b>103</b>	<b>4. Badania symulacyjne obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego</b>
<b>104</b>	<b>4.1. Badania wpływu wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy <math>K</math> obserwatora proporcjonalnego na jakość odtwarzania zmiennych stanu</b>
105	4.1.1. Zakłócenia nakładające się na sygnały wejściowe i wyjściowe obiektu obserwowanego
109	4.1.2. Odchyłki parametrów obiektu obserwowanego
114	4.1.3. Podsumowanie
<b>115</b>	<b>4.2. Symulacyjne badania porównawcze układów odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego</b>
120	4.2.1. Badania symulacyjne proporcjonalnych obserwatorów strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego
124	4.2.2. Badania symulacyjne całkujących obserwatorów strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego
124	4.2.2.1. Badania symulacyjne wpływu integratorów odpornych na składową stałą na pracę obserwatora całkującego
128	4.2.2.2. Symulacyjne badania porównawcze obserwatorów całkujących
131	4.2.3. Badania symulacyjne obserwatorów z dodatkowymi integratorami strumieni magnetycznych oraz bazujących na nich układów odtwarzania prędkości obrotowej silnika indukcyjnego
131	4.2.3.1. Badania symulacyjne obserwatorów proporcjonalnych z dodatkowymi integratorami

136	4.2.3.2. Badania symulacyjne rozszerzonych obserwatorów strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego
138	4.2.3.3. Badania symulacyjne estymatorów typu MRAS strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego
<b>142</b>	<b>5. Badania laboratoryjne obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego</b>
<b>143</b>	<b>5.1. Badania obserwatorów w multiskalarnym układzie sterowania silnika indukcyjnego</b>
145	5.1.1. Multiskalarny układ sterowania
146	5.1.2. Obserwator odniesienia
<b>147</b>	<b>5.2. Badania laboratoryjne obserwatorów proporcjonalnych</b>
<b>151</b>	<b>5.3. Badania laboratoryjne obserwatorów całkujących</b>
<b>158</b>	<b>5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS</b>
<b>169</b>	<b>6. Podsumowanie i wnioski</b>
<b>169</b>	<b>6.1. Obserwator proporcjonalny</b>
<b>170</b>	<b>6.2. Obserwator całkujący</b>
<b>170</b>	<b>6.3. Obserwator z dodatkowymi integratorami</b>
<b>171</b>	<b>6.4. Metody doboru parametrów obserwatorów</b>
172	6.4.1. Metoda analityczna
173	6.4.2. Metoda optymalizacyjna
<b>174</b>	<b>6.5. Oryginalne osiągnięcia</b>
<b>175</b>	<b>Załącznik A: Analityczny dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego</b>
<b>187</b>	<b>Załącznik B: Parametry badanych obserwatorów</b>
<b>187</b>	<b>B.1. Parametry obiektu obserwowanego – silnika indukcyjnego typu AAUZD 3 kW</b>
<b>188</b>	<b>B.2. Parametry obserwatorów proporcjonalnych</b>
188	B.2.1. Obserwator proporcjonalny 1
188	B.2.2. Obserwator proporcjonalny 2
189	B.2.3. Obserwator proporcjonalny 3
190	B.2.4. Obserwator proporcjonalny 4
190	B.2.5. Obserwator proporcjonalny 5
192	B.2.6. Obserwator proporcjonalny 6
<b>193</b>	<b>B.3. Parametry obserwatorów całkujących</b>
193	B.3.1. Obserwator całkujący 1
194	B.3.2. Obserwator całkujący 2
194	B.3.3. Obserwator całkujący 3
196	B.3.4. Obserwator całkujący 4
<b>197</b>	<b>B.4. Parametry obserwatorów z dodatkowymi integratorami</b>
197	B.4.1. Obserwator z dodatkowymi integratorami 1
198	B.4.2. Obserwator z dodatkowymi integratorami 2
<b>200</b>	<b>Bibliografia</b>



## ***Wstęp***

---

Współczesne algorytmy sterowania silników indukcyjnych, takie jak sterowanie wektorowe, sterowanie multiskalarne czy bezpośrednie sterowanie momentem, działają w pętłach sprzężenia zwrotnego od różnych wielkości elektromechanicznych silnika. Wielkości takie, jak prądy i napięcia fazowe silnika są łatwe do zmierzenia, co oznacza, że odpowiednie przetworniki pomiarowe są stosunkowo tanie i wystarczająco dokładne, a ich zastosowanie nie jest kłopotliwe w praktycznej realizacji. Problem pojawia się gdy algorytm wymaga informacji o wartościach takich wielkości, jak prądy wirnika czy strumienie magnetyczne sprzężone z uzwojeniami stojana i wirnika. Pomiary tych wielkości w praktycznej realizacji są zbyt trudne, zbyt drogie, lub zapewniają zbyt małą dokładność. W takich przypadkach należy zastosować w układzie sterowania układ odtwarzania zmiennych stanu, który na podstawie znanych wartości wielkości dostępnych pomiarowo będzie w czasie rzeczywistym wyznaczał wartości wielkości pomiarowo niedostępnych.

W literaturze opisanych jest wiele różnych układów odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego, bazujących na pomiarach różnych wielkości, korzystających z różnego aparatu matematycznego i różnych modeli matematycznych silnika. Wszystkie te układy mają jednak swoje wady, które niekorzystnie wpływają na jakość regulacji całego układu sterowania. Poszukiwanie nowych rozwiązań jest więc, jak najbardziej uzasadnione.

W pracy tej zbadano przydatność do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego wybranych rozwiązań znanych z teorii sterowania, teorii obserwatorów Luenbergera, z których część nie była dotychczas stosowana w tym celu.

## 1.1. Tezy i cele pracy

Obecnie do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego najczęściej stosowane są różnego rodzaju estymatory, których głównymi wadami jest duża wrażliwość na zakłócenia, silna zależność jakości odtwarzania zmiennych stanu od prędkości obrotowej silnika oraz brak jasno określonych kryteriów doboru parametrów. Estymatory te najczęściej są tworzone na zasadzie przekształcania i modyfikowania modelu matematycznego silnika.

Spośród wielu różnych typów obserwatorów Luenbergera znanych z teorii sterowania, do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego dotychczas były stosowane tylko obserwatory proporcjonalne. Ponadto, w większości stosowanych rozwiązań, obserwatory te mają właściwości dynamicznie sztywno powiązane z właściwościami dynamicznymi silnika. Jest to konsekwencją zastosowania metod doboru parametrów obserwatorów wykorzystujących szczególne właściwości matematyczne modelu matematycznego silnika. Dotychczas stosowane metody doboru parametrów nie pozwalają więc na swobodne kształtowanie właściwości dynamicznych obserwatorów i pełne wykorzystanie możliwości tłumienia błędów odtwarzania zmiennych stanu, oferowanych przez ich struktury. Dotychczas stosowany dobór parametrów nie pozwala również na zastosowanie w praktyce obserwatorów innych niż obserwatory proporcjonalne.

Postępujący rozwój teorii obserwatorów zaowocował w ostatnich latach powstaniem nowych typów obserwatorów, które dotychczas nie były stosowane w układach sterowania silników indukcyjnych, a potencjalnie zapewniają lepszą jakość odtwarzania niż obserwatory proporcjonalne. Ich zastosowanie w praktyce wymaga jednak opracowanie nowych metod doboru ich parametrów. Z drugiej strony, rozwój techniki mikroprocesorowej i związany z nim wzrost mocy obliczeniowej procesorów sygnałowych, pozwala na stosowanie w praktyce obserwatorów o coraz bardziej złożonych strukturach. W odpowiedzi na opisane powyżej problemy sformułowano więc tezy oraz cele pracy.

### 1.1.1. Tezy

- 1) Zastosowanie nowych typów obserwatorów Luenbergera do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego spowoduje poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu oraz jakości regulacji układów sterowania, w których obserwatory te zostaną zastosowane.
- 2) Udoskonalenie istniejących oraz wprowadzenie nowych metod i kryteriów doboru parametrów obserwatorów pozwoli na lepsze wykorzystanie możliwości tłumienia błędów odtwarzania zmiennych stanu oferowanych przez obserwatory proporcjonalne oraz inne typy obserwatorów Luenbergera.

- 3) Zastosowanie podczas doboru parametrów obserwatora kryteriów uwzględniających przyczyny powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu, jako uzupełnienie kryteriów związanych z tłumieniem tych błędów, pozwoli na zwiększenie odporności obserwatorów na zakłócenia i odchyłki parametrów obiektu obserwowanego.

### 1.1.2. Cel główny

Celem głównym pracy jest rozpoznanie możliwości zastosowania znanych z teorii sterowania obserwatorów Luenbergera do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego.

### 1.1.3. Cele szczegółowe

W ramach celu głównego pracy wyznaczono następujące cele szczegółowe:

- 1) Znalezienie struktur obserwatorów najbardziej odpowiednich do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego.
- 2) Określenie kryteriów doboru parametrów obserwatorów.
- 3) Opracowanie metod doboru parametrów obserwatorów o strukturach rozważanych w punkcie 1), zapewniających spełnienie kryteriów określonych w punkcie 2).
- 4) Przeprowadzenie syntezy obserwatorów za pomocą metod opracowanych w punkcie 3), dla wybranego silnika indukcyjnego.
- 5) Przeprowadzenie badań symulacyjnych i laboratoryjnych wybranych obserwatorów zaprojektowanych w punkcie 4).

## 1.2. Układ pracy

Niniejsza praca składa się z trzech głównych części: części teoretycznej (**rozdziały 2 i 3**), oraz opisów przeprowadzonych przez autora badań symulacyjnych (**rozdział 4**) i laboratoryjnych (**rozdział 5**).

**Rozdział 2** poświęcono modelom matematycznym obserwatorów Luenbergera. Rozpoczęto od opisu wykorzystanego modelu matematycznego silnika indukcyjnego, zawartego w **rozdziale 2.1**. W rozdziale tym wprowadzono również równanie stanu

i równanie wyjścia modelu matematycznego silnika będące podstawą do syntezy opisanych w dalszych rozdziałach obserwatorów. Dalsze podrozdziały **rozdziału 2** zawierają opisy modeli matematycznych kolejnych analizowanych obserwatorów.

Opis obserwatora proporcjonalnego przedstawiono w **rozdziale 2.2**. W **rozdziale 2.2.2** wyprowadzono równanie błędu obserwatora proporcjonalnego, opisujące jego właściwości dynamiczne. W szczególności, od parametrów równania błędu obserwatora zależą jego stałe czasowe determinujące warunki tłumienia błędów odtwarzania zmiennych stanu. Równanie to jest więc podstawą do doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego. Wyprowadzone w **rozdziale 2.2.2** równanie błędu obserwatora opisuje tylko proces zanikania błędów odtwarzania zmiennych stanu, nie zawiera więc wymuszeń związanych z przyczynami ich powstawania. Analizę przyczyn powstawania błędów przeprowadzono w **rozdziale 2.2.3**. Wynikiem analizy są wyprowadzone równania błędów obserwatora proporcjonalnego uwzględniające kolejno: odchyłki parametrów obiektu obserwowanego (**rozdział 2.2.3.1**), zakłócenia nakładające się na podawane na wejście obserwatora przebiegi wymuszeń (**rozdział 2.2.3.2**) oraz zakłócenia nakładające się na odpowiedzi obiektu obserwowanego (**rozdział 2.2.3.3**). Równania błędów wyprowadzone w **rozdziałach 2.2.3.1, 2.2.3.2 i 2.2.3.3** wykorzystano do interpretacji wyników badań symulacyjnych opisanych w **rozdziale 4.1**.

**Rozdział 2.3** zawiera opis zmodyfikowanego obserwatora całkującego. Zastosowanie obserwatora tego typu do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego jest oryginalnym osiągnięciem autora. W kolejnych podrozdziałach opisano model matematyczny zmodyfikowanego obserwatora całkującego (**rozdział 2.3.1**), wyprowadzono jego równanie błędu (**rozdział 2.3.2**) oraz wykazano zwiększoną odporność na zakłócenia w stosunku do obserwatora proporcjonalnego (**rozdział 2.3.3**). W **rozdziale 2.3.4** omówiono występujące w zmodyfikowanym obserwatorze całkującym problemy z kumulacją składowej stałej. W rozdziale tym opisano również sposób rozwiązania tych problemów przy wykorzystaniu układów całkujących odpornych na składową stałą.

**Rozdział 2.4** poświęcono obserwatorowi proporcjonalnemu z dodatkowymi integratorami i jego zastosowaniom w złożonych układach odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Zastosowanie obserwatora z dodatkowymi integratorami do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego jest oryginalnym osiągnięciem autora. W **rozdziale 2.4.1** opisano model matematyczny obserwatora z dodatkowymi integratorami. Rozpoczęto od omówienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego (**rozdział 2.4.1.1**), w którym zakłócenia nakładające się na przebieg prędkości obrotowej uwzględniono, jako niedostępne pomiarowo wymuszenia. Model ten, opracowany przez autora, jest podstawą do syntezy obserwatora z dodatkowymi integratorami (**rozdział 2.4.1.2**). Równanie błędu obserwatora wyprowadzono w **rozdziale 2.4.1.3**. Podobnie jak w obserwatorze całkującym, w obserwatorze z dodatkowymi integratorami występują opisane w **rozdziale 2.4.1.4** problemy z kumulacją



składowej stałej. Kolejnym problemem pojawiającym się podczas praktycznej realizacji obserwatora z dodatkowymi integratorami jest jego niestabilność dla pewnej szczególnej klasy obiektów obserwowanych. Do klasy tej należy również rozpatrywany model matematyczny silnika indukcyjnego. Zaproponowany przez autora sposób rozwiązania tego problemu, przy wykorzystaniu odpowiednio sparametryzowanych układów całkujących odpornych na składową stałą, przedstawiono w **rozdziale 2.4.1.5**. W dalszej części **rozdziału 2.4** opisano zaproponowane przez autora sposoby zastosowania obserwatora z dodatkowymi integratorami w złożonych układach odtwarzania strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego. Układami tymi są rozszerzony obserwator Luenbergera (**rozdział 2.4.2**) i estymator typu MRAS (**rozdział 2.4.3**).

Zagadnienia związane z doбором parametrów obserwatorów przedstawiono w **rozdziale 3**. Zawarte w tym rozdziale rozważania przeprowadzono tylko i wyłącznie dla obserwatora proporcjonalnego. Wynikające z tych rozważań wnioski oraz opisane w **rozdziale 3** metody doboru parametrów są jednak prawdziwe również dla innych typów obserwatorów. Wynika to z faktu, iż pierwszym etapem analizy właściwości wszystkich opisanych w tej pracy obserwatorów zawsze jest sprowadzenie ich równań błędów do postaci równania błędu obserwatora proporcjonalnego.

W **rozdziale 3.1** zdefiniowano wprowadzone przez autora pojęcie wskaźnika wzmocnienia macierzy oraz opisano jego właściwości matematyczne. Wskaźnik ten, w połączeniu z równaniami błędów wyprowadzonymi w **rozdziałach 2.2.3.1, 2.2.3.2 i 2.2.3.3**, został wykorzystany do oszacowania odporności obserwatorów na różnego rodzaju zakłócenia (patrz **rozdział 4.1**). W **rozdziale 3.2** sformułowano kryteria doboru parametrów obserwatorów. Jedno z kryteriów sformułowano w oparciu o zdefiniowany w **rozdziale 3.1** wskaźnik wzmocnienia macierzy. Opisane w **rozdziale 3.2** kryteria doboru parametrów obserwatorów są wykorzystywane przez metody doboru parametrów opisane w **rozdziałach 3.3 i 3.4**. Metodę optymalizacyjną, wykorzystującą algorytm genetyczny, opisano w **rozdziale 3.3**. Metoda ta służy do doboru parametrów stacjonarnych obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Metoda analityczna, bazująca na metodzie macierzy diadycznych, została opisana w **rozdziale 3.4**. Efektem stosowania tej metody są niestacjonarne obserwatory zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Obydwie metody uwzględniają wprowadzone przez autora dodatkowe kryterium doboru parametrów obserwatora.

W **rozdziale 4** opisano sposób prowadzenia oraz wyniki przeprowadzonych przez autora badań symulacyjnych. Badane układy odtwarzania zmiennych stanu zaprojektowano dla przykładowego silnika indukcyjnego, którego parametry podano w **załączniku B.1**. W badaniach tych skoncentrowano się na dwóch zagadnieniach. W pierwszej kolejności zbadano związek pomiędzy wartością wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora proporcjonalnego, a odpornością tego obserwatora na różnego rodzaju zakłócenia. Badania te, przeprowadzone dla statystycznie reprezentatywnej grupy ponad trzynastu tysięcy różnych zestawów para-

metrów obserwatora, opisano w **rozdziale 4.1**. W dalszej kolejności, przeprowadzono opisane w **rozdziale 4.2** porównawcze badania symulacyjne różnych układów odtwarzania zmiennych stanu. Badania porównawcze przeprowadzono dla obserwatorów o parametrach podanych w **załącznikach** od **B.2** do **B.4**. Badania te miały na celu porównanie analizowanych obserwatorów i estymatorów pod względem jakości odtwarzania zmiennych stanu. Badania opisane w **rozdziale 4.2** posłużyły również do wyboru nastaw obserwatorów i estymatorów najwłaściwszych z punktu widzenia praktycznej realizacji.

**Rozdział 5** zawiera wyniki badań laboratoryjnych wybranych obserwatorów i estymatorów, oraz opis wykorzystanego w badaniach multiskalarnego układu sterowania. Badania przeprowadzono dla obserwatorów wybranych z pośród opisanych w **załącznikach** od **B.2** do **B.4** i zaprojektowanych dla przykładowego silnika indukcyjnego opisanego w **załączniku B.1**. Wszystkie badania opisane w **rozdziałach 5.2, 5.3 i 5.4** przeprowadzono w multiskalarnym układzie sterowania, wykorzystującym jako sygnały sprzężeń zwrotnych wartości zmiennych stanu odtwarzane w badanych obserwatorach i estymatorach. Strukturę układu sterowania przedstawiono w **rozdziale 5.1**.

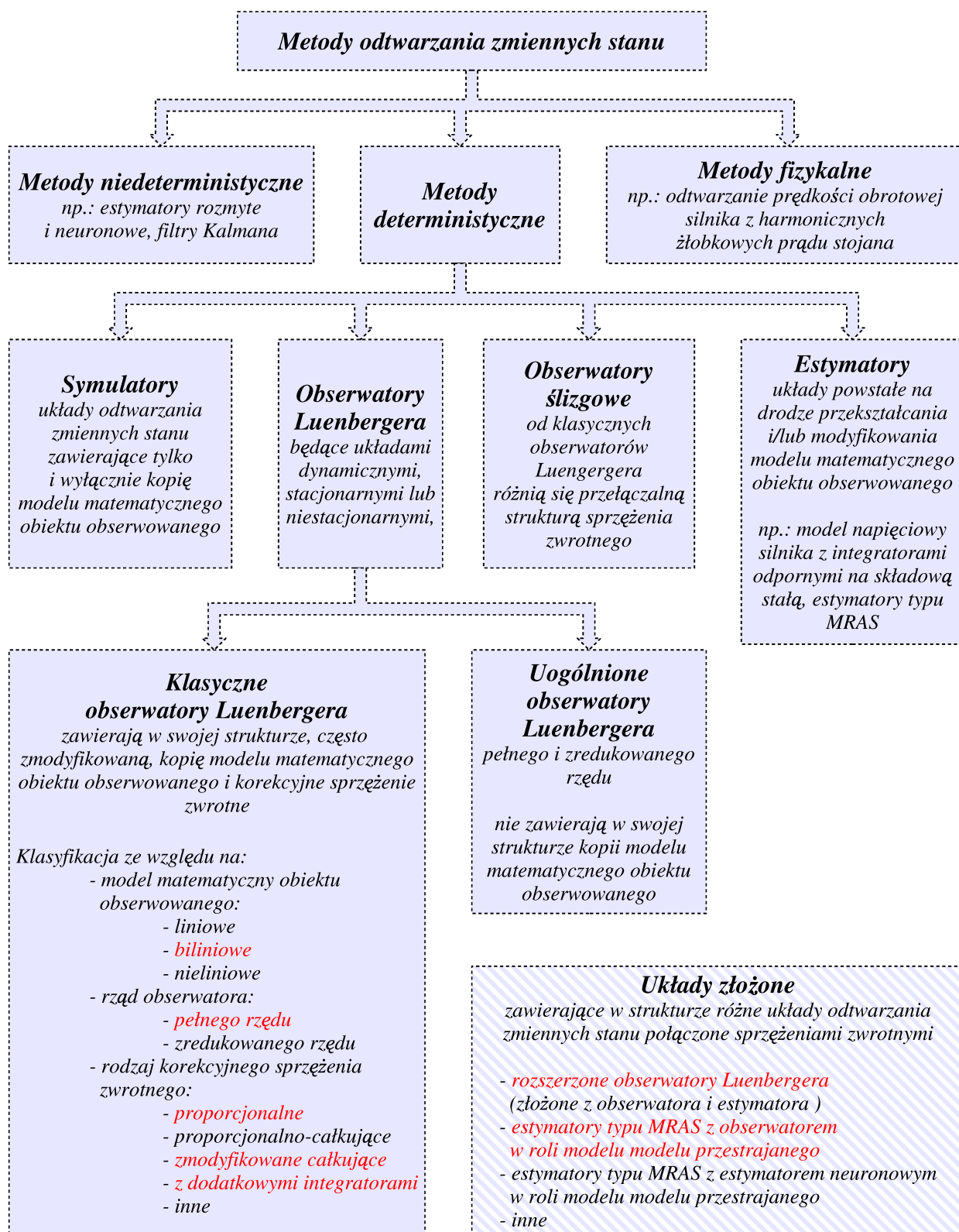
Wynikające z przeprowadzonych badań wnioski zawarto w **rozdziale 6**. W rozdziale tym zamieszczono również praktyczne uwagi dotyczące problemów napotkanych w trakcie badań. Syntetycznie przedstawiono również co według autora rozprawy jest oryginalnymi osiągnięciami naukowymi.

W **załączniku A** zamieszczono wydruk arkusza kalkulacyjnego programu Mathcad, będącego praktyczną realizacją analitycznej metody doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego, opisanej w **rozdziale 3.4**.

W **załączniku B** zamieszczono parametry silnika indukcyjnego wykorzystanego we wszystkich przeprowadzonych badaniach, oraz parametry obserwatorów wykorzystanych w badaniach opisanych w **rozdziałach 4.2 i 5**.

## 1.3. Podstawowe pojęcia i terminologia

W literaturze przedmiotu nie da się wyróżnić spójnego systemu nazewnictwa i klasyfikacji układów odtwarzania zmiennych stanu. Pojęcia takie, jak obserwator czy estymator są przez różnych autorów używane w różnych kontekstach, podczas gdy jeszcze inni autorzy używają tych pojęć zamiennie. Ponadto pojęcia te są używane w innych kontekstach w publikacjach z dziedziny maszyn i napędów elektrycznych, a w innych z dziedziny automatyki i matematyki. W związku z powyższym, przedstawione w tym rozdziale definicje zostały wprowadzone przez autora na potrzeby tej



Rys. 1.3.1. Klasyfikacja metod i układów odtwarzania zmiennych stanu. Kolorem czerwonym wyróżniono układy odtwarzania zmiennych stanu analizowane w dalszych rozdziałach

pracy i mogą różnić się od definicji podawanych w literaturze przedmiotu. Obok niektórych wprowadzonych przez autora pojęć podano w nawiasach najczęściej spotykane w literaturze ich odpowiedniki. Na rysunku 1.3.1 przedstawiono przyjętą klasyfikację metod odtwarzania zmiennych stanu, ze szczególnym uwzględnieniem metod odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego.

*Obserwatorem zmiennych stanu* [67] lub też *obserwatorem Luenbergera* [58, 57] (ang. *state observer*, *Luenberger observer*) obiektu dynamicznego nazywany jest inny obiekt dynamiczny, który na podstawie sygnałów wejściowych i wyjściowych tego obiektu, dalej nazywanego *obiektem obserwowanym* (ang. *observed system*), odtwarza w czasie rzeczywistym wartości jego zmiennych stanu. Charakterystyczną cechą obserwatora jest opis obserwatora za pomocą *równań stanu*, przy czym dla danego typu obserwatora równania te mają zawsze tę samą postać, niezależnie od parametrów obiektu obserwowanego. Parametry obserwatora Luenbergera dobiera się na podstawie *algorytmu doboru* (*algorytmu syntezy*), który jest uniwersalny i jednolity dla danego typu obserwatora. Algorytm syntezy służy do doboru parametrów obserwatora na podstawie parametrów obiektu obserwowanego, opisanego równaniami stanu w określonej postaci kanonicznej. Najważniejszą właściwością odróżniającą obserwator Luenbergera od innych układów odtwarzania zmiennych stanu jest *równanie błędu odtwarzania* (*równanie błędu estymacji*, ang. *error equation* [86], *error dynamics* [22, 37, 88]). Jest to macierzowe równanie różniczkowe opisujące właściwości dynamiczne obserwatora. Za pomocą odpowiednich zabiegów ujętych w algorytmie syntezy obserwatora można modyfikować parametry tego równania, co w szerokim zakresie umożliwia nadawanie obserwatorowi pożądanych właściwości dynamicznych.

Synteza obserwatora rozpoczyna się zawsze od zapisania równań obiektu obserwowanego w wybranej postaci kanonicznej, następnie wybiera się typ obserwatora przeznaczony do odtwarzania zmiennych stanu obiektu opisanego równaniami o tej a nie innej postaci. W dalszej kolejności, korzystając z algorytmu syntezy obserwatora wybranego typu, dobiera się jego parametry na podstawie parametrów obiektu obserwowanego.

*Estymatorem zmiennych stanu* (*estymator*, *obserwator obwodowy*, *obserwator*, ang. *estimator*, *observer*) obiektu dynamicznego nazywany jest inny obiekt, będący w ogólnym przypadku obiektem dynamicznym, który odtwarza w czasie rzeczywistym wartości wielkości wewnętrznych tego obiektu. Cechą charakterystyczną estymatora jest brak jednolitego opisu matematycznego. Najczęściej model matematyczny estymatora powstaje przez odpowiednie przekształcenie, a czasem przekształcenie i zmodyfikowanie równań modelu matematycznego obiektu obserwowanego. Kolejną cechą estymatora jest brak ogólnego, uniwersalnego algorytmu syntezy. Często po wyprowadzeniu modelu matematycznego estymatora nie ma żadnej możliwości modyfikacji jego właściwości dynamicznych, a jego parametry zależą tylko i wyłącznie od parametrów modelu matematycznego silnika. W innych przypadkach, gdy dobór

niektórych parametrów estymatora jest konieczny (np. estymatory typu MRAS) parametry te dobiera się metodą prób i błędów lub stosując różne metody znane z teorii sterowania.

Kolejną ważną cechą estymatorów jest brak dobrze określonego równania błędu. Zapisanie w sposób analityczny równania błędu dla estymatora zwykle jest bezcelowe. Równanie to często ma zupełnie bezużyteczną postać, np.  $\epsilon = 0$  lub  $\dot{\epsilon} = 0$ . W innych przypadkach postać równania błędu estymatora jest zbyt skomplikowana aby mogła być przydatna w trakcie doboru parametrów. Właściwości dynamiczne tego równania, jeżeli jest ono możliwe do zapisania, zwykle nie mogą być kształtowane lub możliwości ich kształtowania są ograniczone i ściśle zależne od postaci i wartości parametrów równań obiektu obserwowanego.

Synteza estymatora polega na przekształcaniu i modyfikowaniu równań obiektu obserwowanego, wprowadzaniu odpowiednich uproszczeń i członów korekcyjnych, tak aby w efekcie końcowym uzyskać zestaw formuł matematycznych umożliwiających wyliczenie żądanych zmiennych stanu, przy czym formuły te mogą wykorzystywać wszystkie wielkości wejściowe i wyjściowe obiektu lub tylko ich część.

*Obserwatorem rozszerzonym zmiennych stanu* lub *rozszerzonym obserwatorem Luenbergera* (ang. *Luenberger extended observer*, *extended observer*) będzie nazywany dynamiczny układ złożony, służący do odtwarzania zmiennych stanu obiektu obserwowanego, który zawiera w swej strukturze obserwator i estymator, połączone w pętlę sprzężenia zwrotnego.

Spotykane są również inne typy układów służących do odtwarzania zmiennych stanu obiektu obserwowanego. Należą do nich, między innymi, *symulatory zmiennych stanu*, opisane takimi samymi równaniami, o tych samych współczynnikach co obiekt obserwowany. Symulatory zmiennych stanu odtwarzają zmienne stanu obiektu obserwowanego na zasadzie symulacji, tylko na podstawie jego wielkości wejściowych. Układy te nie wymagają algorytmu syntezy, a właściwości dynamiczne równania błędu są niemodyfikowalne i wymuszone przez obiekt obserwowany. Układy takie, ze względu na brak konieczności dobierania ich parametrów (wystarczy skopiować model matematyczny obiektu obserwowanego) oraz brak możliwości kształtowania ich właściwości dynamicznych, w pracy tej nie będą analizowane.

W pracy tej nie będą również analizowane układy o strukturze przełączalnej czyli *obserwatory ślizgowe* (ang. *sliding mode observers*). Również poza zakresem zainteresowań autora leżą niedeterministyczne układy odtwarzania zmiennych stanu, takie jak *obserwatory (estymatory) neuronowe* i *rozmyte czy filtry (obserwatory) Kalmana*. Nie będą również analizowane fizyczne metody odtwarzania zmiennych stanu, bazujące na wykorzystaniu zjawisk fizycznych nieujętych w modelach matematycznych silnika wykorzystywanym w układach sterowania. Do takich metod należy na przykład odtwarzanie prędkości obrotowej silnika na podstawie widma harmonicznym złołkowych zawartych w prądach uzwojenia stojana.

## 1.4. Spis oznaczeń

W rozdziale tym zamieszczono spis oznaczeń konsekwentnie stosowanych w całej pracy. Nie zamieszczone w tym spisie oznaczenia są definiowane lokalnie, na potrzeby danego rozdziału i w różnych rozdziałach mogą mieć różne znaczenie.

### Wektory, macierze, zmienne matematyczne:

$\mathbf{0}_{i,j}$	macierz zerowa o $i$ wierszach i $j$ kolumnach
$\mathbf{I}_{i,j}$	macierz wypełniona jedynkami o $i$ wierszach i $j$ kolumnach
$\boldsymbol{\varepsilon}$	wektor błędu odtwarzania zmiennych stanu
$\boldsymbol{\Lambda}$	wektor wartości własnych
$\lambda_i$	wartość własna, $i$ -ty element wektora $\boldsymbol{\Lambda}$
$\mathbf{A}$	macierz stanu obiektu obserwowanego o wymiarach $n \times n$
$a$	współczynnik modelu matematycznego silnika zdefiniowany równaniem (2.1.2.8)
$\mathbf{B}$	macierz wejściowa obiektu obserwowanego o wymiarach $n \times p$
$b$	współczynnik modelu matematycznego silnika zdefiniowany równaniem (2.1.2.9)
$\mathbf{C}$	macierz wyjściowa obiektu obserwowanego o wymiarach $q \times n$
$c$	współczynnik modelu matematycznego silnika zdefiniowany równaniem (2.1.2.10)
$\mathbf{I}_n$	macierz jednostkowa rzędu $n$
$\mathbf{K}$	macierz korekcyjnego sprzężenia zwrotnego obserwatora
$n$	liczba zmiennych stanu obiektu obserwowanego, wymiar wektora stanu $\mathbf{x}$
$p$	liczba wejść obiektu obserwowanego, wymiar wektora wymuszeń $\mathbf{u}$
$q$	liczba wyjść obiektu obserwowanego, wymiar wektora wyjścia $\mathbf{y}$
$\mathbf{u}$	wektor wymuszeń (wektor wielkości wejściowych obiektu obserwowanego)
$u_i$	$i$ -ty element wektora wymuszeń $\mathbf{u}$
$\mathbf{x}$	wektor zmiennych stanu obiektu obserwowanego
$\mathbf{x}_o$	wektor zmiennych stanu obserwatora
$\mathbf{y}$	wektor odpowiedzi obiektu obserwowanego (wektor wielkości wyjściowych obiektu obserwowanego)

### Wielkości fizyczne zmienne w czasie:

$\psi_{sx(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem stojana w osi $x$ w prostokątnym układzie współrzędnych $x-y-0$ wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{sy(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem stojana w osi $y$ w prostokątnym układzie współrzędnych $x-y-0$ wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{s0(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem stojana w osi $0$ w prostokątnym układzie współrzędnych $x-y-0$ wirującym z dowolną prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{s\alpha(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem stojana w osi $\alpha$ w nieruchomym, prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha-\beta-0$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{s\beta(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem stojana w osi $\beta$ w nieruchomym, prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha-\beta-0$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )

## 1.4. Spis oznaczeń

---

$\psi_{rx(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem wirnika w osi x w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{ry(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem wirnika w osi y w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{r\alpha(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem wirnika w osi $\alpha$ w nieruchomym, prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha$ - $\beta$ -0, wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\psi_{r\beta(t)}$	składowa wektora przestrzennego strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem wirnika w osi $\beta$ w nieruchomym, prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha$ - $\beta$ -0, wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\Psi_{odn}$ )
$\omega_r$	elektryczna prędkość obrotowa wirnika silnika indukcyjnego wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\omega_{odn}$ )
$\omega_{\kappa(t)}$	prędkość wirowania prostokątnego układu współrzędnych x-y-0 wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $\omega_{odn}$ )
$i_{sx(t)}$	składowa wektora przestrzennego prądu uzwojenia stojana w osi x w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $I_{odn}$ )
$i_{sy(t)}$	składowa wektora przestrzennego prądu uzwojenia stojana w osi y w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $I_{odn}$ )
$i_{s0(t)}$	składowa wektora przestrzennego prądu uzwojenia stojana w osi 0 w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z dowolną prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $I_{odn}$ )
$i_{s\alpha(t)}$	składowa wektora przestrzennego prądu uzwojenia stojana w osi $\alpha$ w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha$ - $\beta$ -0, wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $I_{odn}$ )
$i_{s\beta(t)}$	składowa wektora przestrzennego prądu uzwojenia stojana w osi $\beta$ w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha$ - $\beta$ -0, wyrażona w wartościach względnych
$J_r$	moment bezwładności obciążenia silnika indukcyjnego wyrażony w wartościach względnych (wartość odniesienia – $J_{odn}$ )
$J_{r(t)}$	moment bezwładności wirnika silnika indukcyjnego wyrażony w wartościach względnych (wartość odniesienia – $J_{odn}$ )
$m_e(t)$	moment elektromagnetyczny silnika indukcyjnego wyrażony w wartościach względnych (wartość odniesienia – $M_{odn}$ )
$m_r$	moment obciążenia silnika indukcyjnego wyrażony w wartościach względnych (wartość odniesienia – $M_{odn}$ )
$t$	czas wyrażony w wartościach rzeczywistych
$t_r$	czas wyrażony w wartościach względnych (wartość odniesienia – $t_{odn}$ )
$u_{sx(t)}$	składowa wektora przestrzennego napięcia uzwojenia stojana w osi x w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $U_{odn}$ )
$u_{sy(t)}$	składowa wektora przestrzennego napięcia uzwojenia stojana w osi y w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $U_{odn}$ )
$u_{s0(t)}$	składowa wektora przestrzennego napięcia uzwojenia stojana w osi 0 w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z dowolną prędkością $\omega_s$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $U_{odn}$ )

## 1.4. Spis oznaczeń

---

$u_{s\alpha(r)}$	składowa wektora przestrzennego napięcia uzwojenia stojana w osi $\alpha$ w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha\text{--}\beta\text{--}0$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $U_{\text{odn}}$ )
$u_{s\beta(r)}$	składowa wektora przestrzennego napięcia uzwojenia stojana w osi $\beta$ w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych $\alpha\text{--}\beta\text{--}0$ , wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $U_{\text{odn}}$ )

### Wielkości fizyczne stałe w czasie:

$\Psi_{\text{odn}}$	strumień magnetyczny odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$\omega_{\text{odn}}$	prędkość kątowna odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$I_{\text{odn}}$	prąd odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$J_{\text{odn}}$	moment bezwładności odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$J_{r(r)}$	moment bezwładności wirnika silnika indukcyjnego wyrażony w wartościach względnych (wartość odniesienia – $J_{\text{odn}}$ )
$L_{\text{odn}}$	indukcyjność odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$L_{m(r)}$	indukcyjność magnesująca silnika wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $L_{\text{odn}}$ )
$L_{s(r)}$	indukcyjność uzwojenia stojana wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $L_{\text{odn}}$ )
$L_{r(r)}$	indukcyjność uzwojenia wirnika wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $L_{\text{odn}}$ )
$L_{\sigma s(r)}$	indukcyjność rozproszenia uzwojenia stojana wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $L_{\text{odn}}$ )
$L_{\sigma r(r)}$	indukcyjność rozproszenia uzwojenia wirnika wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $L_{\text{odn}}$ )
$M_{\text{odn}}$	moment odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$t_{\text{odn}}$	czas odniesienia
$U_{\text{odn}}$	napięcie odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego
$p_b$	liczba par biegunów silnika indukcyjnego
$R_{s(r)}$	rezystancja uzwojenia stojana wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $Z_{\text{odn}}$ )
$R_{r(r)}$	rezystancja uzwojenia wirnika wyrażona w wartościach względnych (wartość odniesienia – $Z_{\text{odn}}$ )
$Z_{\text{odn}}$	moduł impedancji odniesienia modelu matematycznego silnika indukcyjnego

### Funkcje matematyczne:

$E(x)$	cecha (część całkowita) liczby rzeczywistej $x$
$\text{eig}(X)$	wektor wartości własnych macierzy $X$
$\text{rank}(X)$	rzęd macierzy $X$
$\ X\ _w$	wskaźnik wzmocnienia macierzy $X$ , zdefiniowany w rozdziale 3.1

### Inne oznaczenia:

$\hat{\phantom{x}}$	„daszek” (znak diaktryczny) nad symbolem zmiennej oznacza wielkość odtwarzaną w układzie odtwarzania zmiennych stanu, np. $\hat{x}$ oznacza odtwarzany wektor zmiennych stanu obiektu obserwowanego $x$
$\dot{\phantom{x}}$	„kropka” (znak diaktryczny) nad symbolem zmiennej oznacza pochodną względem czasu wyrażonego w wartościach rzeczywistych, np. $\dot{x} = d x / d t$
$\delta  x $	wartość bezwzględna (moduł) względnego błędu odtwarzania zmiennej $x$
$\Delta  x $	wartość bezwzględna (moduł) bezwzględnego błędu odtwarzania zmiennej $x$



## 1.5. Przegląd literatury przedmiotu

Problematyka odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego przy wykorzystaniu obserwatorów Luenbergera, w porównaniu z innymi zagadnieniami dotyczącymi napędów elektrycznych z silnikami indukcyjnymi, jest zagadnieniem słabo opisanym w literaturze. Podejmowane od lat przez nielicznych autorów próby eksploracji tematu, dotychczas nie doprowadziły do popularyzacji tego typu metod. Wykorzystaną w badaniach literaturę można podzielić na dwie kategorie. Do pierwszej należą prace czysto teoretyczne, opisujące zagadnienia związane z odtwarzaniem zmiennych stanu tylko i wyłącznie od strony matematycznej. Do drugiej kategorii należą publikacje opisujące praktyczne aspekty odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego, najczęściej w konkretnym układzie sterowania. Jest bardzo niewiele publikacji, które łącząc zaawansowaną teorię z problematyką praktycznej realizacji należą do obydwu tych kategorii.

### 1.5.1. Zastosowanie obserwatorów Luenbergera w układach sterowania z silnikami indukcyjnymi

Pierwsze opisy zastosowania obserwatorów Luenbergera do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego zawarto między innymi w pracach [3, 28] z końca lat siedemdziesiątych XX wieku. Zaprezentowane w tych wczesnych pracach układy odtwarzania mają strukturę proporcjonalnych obserwatorów Luenbergera, lecz dobór ich parametrów przeprowadzono bez zastosowania metod znanych z teorii sterowania. Punktem wyjścia do doboru parametrów była struktura modelu matematycznego silnika indukcyjnego i występujące w tym modelu zależności, charakterystyczne tylko i wyłącznie dla silnika indukcyjnego. W odróżnieniu więc do metod opisanych w rozdziale 3 oraz pracach [90, 18], metod tych nie można zastosować do syntezy obserwatorów proporcjonalnych dla innych obiektów obserwowanych. Wartości własne obserwatorów pochodzących z tego okresu zwykle mają takie same wartości, jak wartości własne modelu matematycznego silnika, a autorzy zwykle ograniczają analizę właściwości dynamicznych obserwatora do udowodnienia jego stabilności.

Koniec lat osiemdziesiątych i początek lat dziewięćdziesiątych przyniósł znaczny rozwój obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego, związany z rozwojem techniki cyfrowej i dostępnością odpowiednio wydajnych procesorów sygnałowych. Ważnym krokiem w rozwoju obserwatorów silnika indukcyjnego są w literaturze światowej prace Kuboty, z których pierwsze pochodzą z początku lat dziewięćdziesiątych [55, 52, 54, 53]. Obserwator zaproponowany przez Kubotę jest obserwatorem proporcjonalnym, o wartościach parametrów niezależnych od prędkości obrotowej silnika. Punktem wyjściowym do doboru parametrów tego obserwatora są szczególne właściwości modelu matematycznego silnika, zastosowana metoda nie jest więc uniwersalna. W stosunku do wcześniejszych prac, obserwator Kuboty pozwala jednak na kształtowanie właściwości dynamicznych obserwatora. Wartości własne tego obser-

watora mają wartości będące krotnościami wartości własnych modelu silnika. Porównanie metod doboru parametrów obserwatora bazujących na właściwościach modelu silnika, opracowanych przez Kubotę i jego kontynuatorów, przeprowadzono w pracy [44].

Koniec lat osiemdziesiątych, to również pierwsze prace Orłowskiej-Kowalskiej, zebrane w roku 1990 w monografii [68]. Autorka wraca do tej tematyki również w wielu późniejszych publikacjach, między innymi [67, 66]. Obserwatory zaproponowane przez Orłowską-Kowalską, to uogólniony obserwator liniowy [6], nieliniowy obserwator proporcjonalny oraz, w szczególności, biliniowy obserwator proporcjonalny, będący punktem wyjściowym dla rozwiązań prezentowanych w tej pracy. Biliowy obserwator zaproponowany przez Orłowską-Kowalską ma parametry zależne od prędkości obrotowej silnika, dobrane przy wykorzystaniu uniwersalnych metod przesuwania biegunów znanych z teorii sterowania. Obserwator ten ma wartości własne niezależne od parametrów modelu matematycznego silnika. Jest to rozwiązanie zbliżone do obserwatora opisanego w rozdziale 2.2 z parametrami dobranymi metodą opisaną w rozdziale 3.4. Biliowy obserwator zaproponowany przez Orłowską-Kowalską, od obserwatora proporcjonalnego zaproponowanego przez autora i opisanego w pracach [6, 12], różni się wyborem zmiennych stanu silnika i sposobem doboru macierzy korekcyjnego sprzężenia zwrotnego obserwatora. Najważniejszą różnicą jest zastosowanie do doboru parametrów obserwatorów opisanych w pracach [6, 12] dodatkowego kryterium, zaproponowanego przez autora i opisanego w pracach [5, 17]. Wpływ zaproponowanego przez autora dodatkowego kryterium doboru na jakość odtwarzania zmiennych stanu projektowanego obserwatora ilustrują wyniki badań opisane w pracy [12]. Wśród dalszych prac Orłowskiej-Kowalskiej i jej współpracowników należy wyróżnić prace polegające na modyfikowaniu modelu przestrzajnego estymatorów typu MRAS [31]. Podobne prace, z zastosowaniem obserwatorów Luenbergera, były podejmowane również przez innych autorów [59].

Koniec lat osiemdziesiątych i początek dziewięćdziesiątych to również rozwój rozszerzonych obserwatorów silnika indukcyjnego. Obserwatory te oprócz strumieni magnetycznych czy prądów stojana i wirnika silnika odtwarzają jego prędkość obrotową lub parametry takie jak rezystancja wirnika. Do obserwatorów rozszerzonych można zaliczyć między innymi obserwator zaproponowany przez Krzemińskiego [49, 48, 47, 46], będący punktem wyjścia dla rozwiązania opisanego w rozdziale 2.4.2. Obserwator ten został również zastosowany jako obserwator odniesienia w trakcie badań laboratoryjnych opisanych w rozdziale 5. Obserwator ten jest obserwatorem o wartościach parametrów niezależnych od prędkości obrotowej silnika oraz o właściwościach dynamicznych związanych z właściwościami modelu silnika. Obserwator zaproponowany przez Krzemińskiego, od obserwatora rozszerzonego zaproponowanego przez autora i opisanego w rozdziale 2.4.2 oraz pracy [16], różni się zastosowanym modelem silnika indukcyjnego oraz strukturą i sposobem doboru parametrów korekcyjnego sprzężenia zwrotnego. W szczególności, w obserwatorze za-

proponowanym przez autora zastosowano rozbudowane korekcyjne sprzężenie zwrotne z dodatkowymi integratorami.

### 1.5.2. Literatura z dziedziny automatyki i matematyki

Literatura przedmiotu z dziedziny automatyki składa się z pozycji o charakterze czysto teoretycznym. Są wśród nich między innymi publikacje opisujące wiele nowych typów obserwatorów, różniących się rodzajami sprzężeń zwrotnych i modelami matematycznymi obiektów obserwowanych. Z pośród prezentowanych w nich rozwiązań, dwa udało się z powodzeniem zastosować do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Opublikowana w 2001 roku praca [21] zawiera opis zmodyfikowanego obserwatora całkującego, którego rozwinięciem jest obserwator opisany w rozdziale 2.3. Z kolei praca [34] z 2000 roku opisuje obserwator z dodatkowymi integratorami, na którym oparto rozwiązanie opisane w rozdziale 2.4. Publikacje tego typu zawierają najczęściej tylko matematyczny opis struktury obserwatora z analizą równania błędu. Jeżeli nawet zawierają obliczeniowy przykład syntezy obserwatora, to jest ona przeprowadzana dla fikcyjnego obiektu obserwowanego, o tak dobranych parametrach, by ułatwić dobór parametrów obserwatora. Publikacje te nie zawierają również żadnych uwag dotyczących problemów ujawniających się w trakcie praktycznej realizacji, takich jak opisane w rozdziałach 2.3.4 i 2.4.1.4 problemy z kumulacją składowej stałej, czy problemy ze stabilnością obserwatora z dodatkowymi integratorami opisane w rozdziale 2.4.1.5. Należy zauważyć że ta dziedzina automatyki nadal szybko się rozwija i ciągle pojawiają się publikacje prezentujące nowe typy obserwatorów.

Publikacje dotyczące nowych typów obserwatorów zwykle nie zawierają propozycji metod doboru ich parametrów, lub przedstawione metody dotyczą pewnych uproszczonych przypadków szczególnych. Dobór parametrów obserwatorów w praktycznej realizacji należy więc zwykle przeprowadzić inaczej. Można się w tym celu oprzeć na wykorzystaniu szczególnych właściwości obiektu obserwowanego, tak jak w niektórych opisanych pozycjach z dziedziny napędu elektrycznego. Można też wykorzystać w tym celu uniwersalne metody przesuwania biegunów, które można znaleźć w podręcznikach z dziedziny automatyki, między innymi [43, 61]. Metody te, przed zastosowaniem do modelu matematycznego obserwatora, wymagają jednak pewnych modyfikacji, takich jak transformacja modelu obserwatora do odpowiedniej postaci kanonicznej. W ten sposób powstała metoda doboru opisana w rozdziale 3.4, bazująca na pracy [81]. Trzecią metodą doboru parametrów obserwatora jest wykorzystanie znanych z matematyki metod optymalizacyjnych, takich jak metody ewolucyjne [2] wykorzystane w rozwiązaniu opisanym w rozdziale 3.3. W przypadku wykorzystania metod optymalizacyjnych najważniejszym zadaniem jest odpowiednie sformułowanie optymalizowanej funkcji celu.

### 1.5.3. Obecnie podejmowane kierunki badań

W połowie lat dziewięćdziesiątych, w publikacjach dotyczących odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego, można było zaobserwować odwrót od metod deterministycznych na rzecz metod opartych na sztucznej inteligencji. W tym czasie opublikowano wiele prac opisujących zastosowania sztucznych sieci neuronowych i logiki rozmytej, np. [85]. Ze względu jednak na związane z tymi metodami problemy (np. trudności związane z uczeniem sieci neuronowych) oraz rozwój techniki cyfrowej umożliwiający praktyczną realizację coraz bardziej złożonych układów, w ostatnich latach można w publikacjach zaobserwować powrót do metod deterministycznych, np. [37, 35].

Należy zwrócić uwagę na ostatnio publikowane prace dotyczące estymatorów typu MRAS [72, 24]. Opisane w nich zagadnienia, to między innymi analizy stabilności różnych struktur estymatorów [70, 69]. Podejmowane są również próby tworzenia złożonych układów odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego, polegające na zastępowaniu modeli odniesienia i przestrajanego estymatora typu MRAS bardziej zaawansowanymi układami [69], między innymi obserwatorami Luenbergera [59]. Do tego nurtu należą badania opisane w rozdziale 2.4.3 i pracach [8, 63, 7]. W badaniach tych model przestrajany estymatora typu MRAS zastąpiono zaproponowanym przez autora obserwatorem proporcjonalnym z dodatkowymi integratorami. W badaniach prowadzonych przez innych autorów rozwijane są również estymatory typu MRAS wyposażone w podukłady identyfikacji parametrów silnika, głównie rezystancji uzwojenia wirnika [23, 27].

Inną, bardzo różnorodną grupę obecnie rozwijanych rozwiązań stanowią rozszerzone obserwatory Luenbergera. Głównym celem prowadzonych badań jest wyposażanie obserwatorów w podukłady identyfikacji parametrów silnika i odtwarzania prędkości obrotowej, np. [89, 65, 39, 84, 50]. Układy te, poza wspólną cechą jaką jest zastosowanie w ich strukturze obserwatora Luenbergera, bardzo się od siebie różnią zestawem odtwarzanych zmiennych stanu i parametrów, wykorzystywanymi metodami matematycznymi, stosowanymi modelami silnika indukcyjnego oraz sposobem połączenia współpracujących podukładów.

Zarówno w literaturze krajowej jak i światowej brakuje opisów prób zastosowania do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego obserwatorów Luenbergera o sprzężeniach zwrotnych innych niż proporcjonalne. Niniejsza rozprawa, a w szczególności jej rozdziały 2.3 i 2.4 są próbą zapelnienia tej luki. Zaproponowane w tych rozdziałach zastosowania obserwatorów całkowitego i proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami opisano również w pracach [11, 15, 10, 8, 7].



## ***Modele matematyczne obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego***

---

Rozdział ten zawiera opisy różnego rodzaju obserwatorów Luenbergera oraz opis modeli matematycznych w przestrzeni stanu silnika indukcyjnego umożliwiających zastosowanie analizowanych obserwatorów do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Przeprowadzone w tym rozdziale rozważania w przeważającej większości mają charakter ogólny, zostały przeprowadzone bez odwoływania się do konkretnych wartości liczbowych, więc są prawdziwe nie tylko dla rozpatrywanych obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego, lecz również dla dowolnych obiektów dynamicznych opisanych za pomocą modeli matematycznych o takich samych postaciach, jak rozpatrywane modele matematyczne silnika indukcyjnego.

### **2.1. Silnik indukcyjny jako obiekt obserwowany**

Pierwszym etapem syntezy obserwatora jest odpowiednie przygotowanie modelu matematycznego obiektu obserwowanego. Od postaci tego modelu zależy następujący po nim wybór struktury obserwatora oraz wybór metody doboru parametrów obserwatora. Budując model matematyczny obiektu obserwowanego należy więc wziąć pod uwagę wiele istotnych czynników.

Obiekt obserwowany, jako rzeczywisty obiekt fizyczny jest zwykle obiektem bardzo złożonym, w którym występuje wiele powiązanych ze sobą zjawisk fizycznych. Nie wszystkie z tych zjawisk jednak mają istotny wpływ na wartości wielkości, które obserwator ma odtwarzać. Z kolei uwzględnienie innych zjawisk fizycznych może spowodować taką komplikację modelu matematycznego obiektu obserwowanego, że praktyczna realizacja opartego na tym modelu obserwatora będzie niemożliwa przy obecnych możliwościach sprzętowych. Do modelu matematycznego obiektu obserwowanego należy więc włączyć tylko równania opisujące zjawiska fizyczne mające najistotniejszy wpływ na wartości odtwarzanych przez obserwator zmiennych. Pozostałe zjawiska należy pominąć lub zastąpić odpowiednimi uproszczeniami. W przypadku silnika indukcyjnego, na potrzeby odtwarzania elektromagnetycznych zmiennych stanu pomija się na przykład zjawiska związane z rozłożeniem uzwojeń w żłobkach zastępując te uzwojenia równomiernym okładem prądowym o rozkładzie sinusoidalnym. Przykładowym uproszczeniem jest zastąpienie rzeczywistej charakterystyki magnesowania silnika charakterystyką liniową.

Budując model matematyczny obiektu obserwowanego należy również pamiętać, że projektowany obserwator jest częścią składową układu regulacji i dobra współpraca z tym układem jest równie ważna, jak dobra jakość odtwarzania zmiennych stanu. W związku z tym, model matematyczny obiektu obserwowanego wykorzystany do syntezy obserwatora powinien współgrać z modelem matematycznym wykorzystanym do syntezy układu sterowania. Mówiąc w dużym uproszczeniu, obserwator ma dostarczać takich danych, jakich spodziewa się układ regulacji.

Kolejnym etapem budowy modelu matematycznego obiektu obserwowanego jest wybór zmiennych stanu, wymuszeń i wyjść obiektu. Wyboru tego należy dokonać tak, aby zapewnić odpowiednią liczbę liniowo niezależnych równań budowanego modelu matematycznego. W tym momencie należy się również zdecydować, które zmienne należy uznać za dostępne pomiarowo, a które nie, biorąc pod uwagę wymagania techniczne praktycznej realizacji, ale również względy ekonomiczne. Przykładowo, moment mechaniczny obciążenia silnika da się mierzyć, a na rynku jest wiele przetworników do jego pomiaru w szerokim zakresie wartości i klas dokładności. Przetworniki te są jednak drogie, co powoduje, że ich zastosowanie z ekonomicznego punktu widzenia jest niedopuszczalne. Dlatego moment mechaniczny obciążenia silnika jest zwykle traktowany jako niedostępne pomiarowo wymuszenie. Z tych samych powodów, jako niedostępne pomiarowo wymuszenie bądź niedostępną pomiarowo zmienną stanu często traktuje się prędkość obrotową.

Model matematyczny silnika indukcyjnego wykorzystany do syntezy opisanych w tej pracy obserwatorów przedstawiono w rozdziałach 2.1.1 i 2.1.2. Model ten w niezmienionej postaci posłużył do syntezy obserwatora proporcjonalnego. Synteza obserwatorów całkowitego i z dodatkowymi integratorami wymaga wprowadzenia do tego modelu pewnych modyfikacji, bezpośrednio związanych ze strukturą tych obser-

watorów. Modyfikacje te zostały opisane w rozdziałach poświęconych tym obserwatorom.

### 2.1.1. Model matematyczny silnika indukcyjnego

Maszyna indukcyjna klatkowa, monoharmoniczna, z jednym obwodem wirnika (z wirnikiem bez wypierania prądów) i liniowym obwodem magnetycznym, jest opisana w wartościach względnych, w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0 wirującym z dowolną, zmienną prędkością kątową  $\omega_{x(t)}$ , przez następujące równania [74]:

równania Kirchhoffa dla uzwojenia stojana:

$$\frac{d\psi_{sx(t)}}{dt_{(t)}} - \omega_{x(t)} \psi_{sy(t)} + R_{s(t)} i_{sx(t)} = u_{sx(t)} , \quad (2.1.1.1)$$

$$\frac{d\psi_{sy(t)}}{dt_{(t)}} + \omega_{x(t)} \psi_{sx(t)} + R_{s(t)} i_{sy(t)} = u_{sy(t)} , \quad (2.1.1.2)$$

$$\frac{d\psi_{s0(t)}}{dt_{(t)}} + R_{s(t)} i_{s0(t)} = u_{s0(t)} , \quad (2.1.1.3)$$

równania Kirchhoffa dla uzwojenia wirnika:

$$\frac{d\psi_{rx(t)}}{dt_{(t)}} - (\omega_{x(t)} - \omega_{(t)}) \psi_{ry(t)} + R_{r(t)} i_{rx(t)} = 0 , \quad (2.1.1.4)$$

$$\frac{d\psi_{ry(t)}}{dt_{(t)}} + (\omega_{x(t)} - \omega_{(t)}) \psi_{rx(t)} + R_{r(t)} i_{ry(t)} = 0 , \quad (2.1.1.5)$$

równania sprzężeń magnetycznych:

$$\psi_{sx(t)} = L_{s(t)} i_{sx(t)} + L_{m(t)} i_{rx(t)} , \quad (2.1.1.6)$$

$$\psi_{sy(t)} = L_{s(t)} i_{sy(t)} + L_{m(t)} i_{ry(t)} , \quad (2.1.1.7)$$

$$\psi_{rx(t)} = L_{r(t)} i_{rx(t)} + L_{m(t)} i_{sx(t)} , \quad (2.1.1.8)$$

$$\psi_{ry(t)} = L_{r(t)} i_{ry(t)} + L_{m(t)} i_{sy(t)} , \quad (2.1.1.9)$$

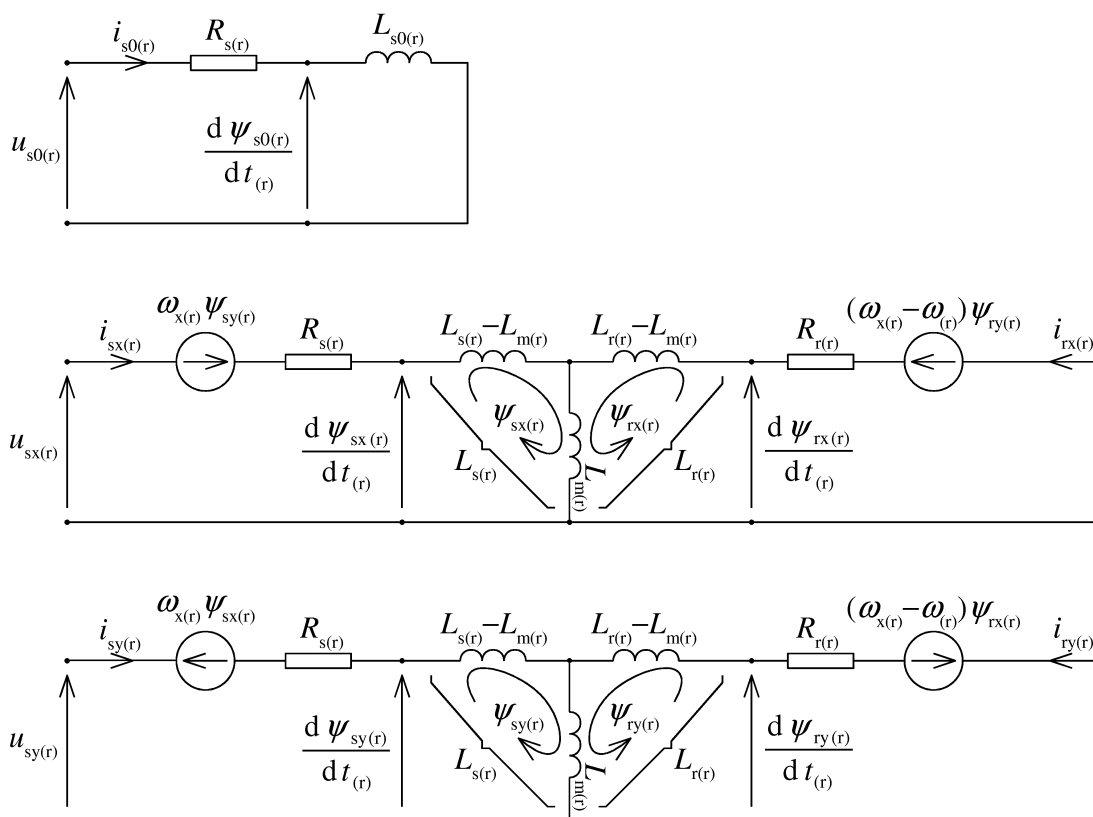
$$\psi_{s0(t)} = L_{s0(t)} i_{s0(t)} . \quad (2.1.1.10)$$

Równania od (2.1.1.1) do (2.1.1.10) odpowiadają schematowi zastępczemu silnika przedstawionemu na rysunku 2.1.1.1. W skład modelu matematycznego silnika wchodzi ponadto równanie wytwarzania momentu elektromagnetycznego (2.1.1.11) oraz mechaniczne równanie ruchu (2.1.1.12):

$$m_e(t) = \frac{L_{m(t)}}{L_{r(t)}} (\psi_{rx(t)} i_{sy(t)} - \psi_{ry(t)} i_{sx(t)}) , \quad (2.1.1.11)$$

## 2.1. Silnik indukcyjny jako obiekt obserwowany

$$(J_{r(r)} + J_{(r)}) \frac{d\omega_{(r)}}{dt_{(r)}} = p_b (m_{e(r)} - m_{(r)}) . \quad (2.1.1.12)$$



**Rys. 2.1.1.1. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego w prostokątnym układzie współrzędnych x-y-0**

Występujące w równaniach od (2.1.1.1) do (2.1.1.12) wielkości wyrażono w wartościach względnych. Wielkość w wartościach względnych  $w_{(r)}$  tworzy się przez podzielenie wielkości w wartościach rzeczywistych  $w$  przez wartość odniesienia  $W_{odn}$ , czyli:

$$w_{(r)} = \frac{w}{W_{odn}} . \quad (2.1.1.13)$$

I tak, prędkości obrotowe  $\omega_{(r)}$  i  $\omega_{x(r)}$  podano w odniesieniu do prędkości odniesienia  $\omega_{odn}$ , napięcia  $u_{sx(r)}$  i  $u_{sy(r)}$  podano w odniesieniu do napięcia odniesienia  $U_{odn}$ , a prądy  $i_{sx(r)}$  i  $i_{sy(r)}$  podano w odniesieniu do prądu odniesienia  $I_{odn}$ . Rezystancje  $R_{s(r)}$ ,  $R_{r(r)}$  podano w odniesieniu do impedancji odniesienia zdefiniowanej jako:

$$Z_{odn} = \frac{U_{odn}}{I_{odn}} , \quad (2.1.1.14)$$

strumienie  $\psi_{sx(r)}$ ,  $\psi_{sy(r)}$ ,  $\psi_{rx(r)}$ ,  $\psi_{ry(r)}$  i  $\psi_{s0(r)}$  podano w odniesieniu do strumienia odniesienia zdefiniowanego równaniem:



$$\Psi_{\text{odn}} = \frac{U_{\text{odn}}}{\omega_{\text{odn}}}, \quad (2.1.1.15)$$

indukcyjności  $L_{s(r)}$ ,  $L_{r(r)}$  i  $L_{m(r)}$  podano w odniesieniu do indukcyjności odniesienia zdefiniowanej równaniem:

$$L_{\text{odn}} = \frac{U_{\text{odn}}}{\omega_{\text{odn}} i_{\text{odn}}}, \quad (2.1.1.16)$$

momenty mechaniczne  $m_{e(r)}$  i  $m_{(r)}$  podano w odniesieniu do momentu odniesienia zdefiniowanego jako:

$$M_{\text{odn}} = \frac{U_{\text{odn}} I_{\text{odn}} P_b}{\omega_{\text{odn}}}, \quad (2.1.1.17)$$

momenty bezwładności  $J_{r(r)}$  i  $J_{(r)}$  podano w odniesieniu do momentu bezwładności odniesienia zdefiniowanego jako:

$$J_{\text{odn}} = \frac{U_{\text{odn}} I_{\text{odn}} P_b}{\omega_{\text{odn}}^3}, \quad (2.1.1.18)$$

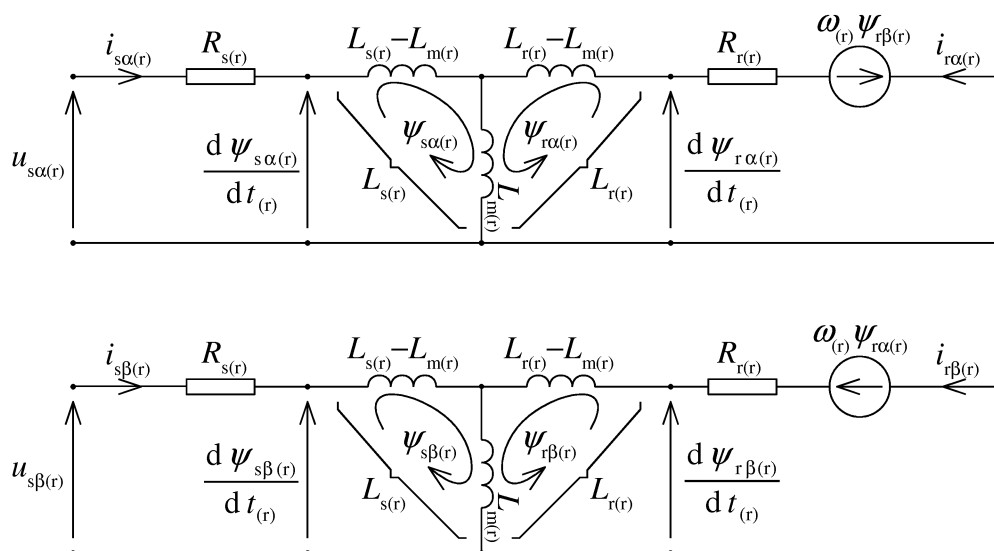
czas  $t$  podano w odniesieniu do czasu odniesienia:

$$t_{\text{odn}} = \frac{1}{\omega_{\text{odn}}}. \quad (2.1.1.19)$$

Zależności od (2.1.1.1) do (2.1.1.12) stanowią układ równań opisujący zachowanie maszyny w elektromagnetycznych i mechanicznych stanach nieustalonych. Układ ten zawiera sześć nieliniowych równań różniczkowych i sześć równań algebraicznych, z których jedno, równanie (2.1.1.11) jest nieliniowe. Z pośród wszystkich występujących w równaniach zmiennych można wyróżnić wymuszenia  $u_{sx(r)}$ ,  $u_{sy(r)}$ ,  $m_{(r)}$  i  $J_{(r)}$ . Wielkości wewnętrzne które mogą być wybrane zmiennymi stanu to  $\Psi_{sx(r)}$ ,  $\Psi_{sy(r)}$ ,  $\Psi_{rx(r)}$ ,  $\Psi_{ry(r)}$ ,  $\Psi_{s0(r)}$ ,  $i_{sx(r)}$ ,  $i_{sy(r)}$ ,  $i_{s0(r)}$ ,  $i_{rx(r)}$ ,  $i_{ry(r)}$ ,  $\omega_{(r)}$  oraz  $\omega_{x(r)}$ . Prędkość wirowania układu współrzędnych  $\omega_{x(r)}$ , w zależności od wyboru płaszczyzny orientacji układu współrzędnych, również może stać się zmienną stanu. Dzieje się tak gdy wybierzemy na przykład układ współrzędnych wirujący zgodnie z którymś z wektorów strumienia magnetycznego lub prądu. W tym wypadku należy do modelu matematycznego maszyny włączyć również równania transformacji dwuosiowej, co ze względu na nieliniowość tych równań znacznie utrudnia dalsze wykorzystanie modelu silnika. W przypadku wyboru płaszczyzny układu współrzędnych nie związanej z żadnym wektorem występującym w równaniach maszyny ani wirującej z elektryczną prędkością wirnika, występująca w równaniach maszyny wielkość  $\omega_{x(r)}$  staje się parametrem. W celu uproszczenia modelu matematycznego silnika przyjęto transformację do nieruchomego układu współrzędnych  $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$  ( $\omega_{x(r)} = 0$ ), pozbywając się w ten sposób z modelu maszyny parametru, jakim jest prędkość wirowania układu współrzędnych. Przypadkowi temu odpowiada schemat zastępczy silnika przedstawiony na rysunku 2.1.1.2. Wielkościami wyjściowymi modelu matematycznego silnika są  $i_{sx(r)}$ ,  $i_{sy(r)}$ ,  $i_{s0(r)}$ ,  $\omega_{(r)}$

## 2.1. Silnik indukcyjny jako obiekt obserwowany

oraz  $m_{e(r)}$ . Równania od (2.1.1.1) do (2.1.1.12) są podstawą do tworzenia modeli maszyny, opisanych za pomocą równań stanu, z kolei modele te będą wykorzystane w trakcie syntezy obserwatorów.



**Rys. 2.1.1.2. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego w prostokątnym układzie współrzędnych  $\alpha$ - $\beta$**

Największym problemem występującym podczas tworzenia modeli matematycznych silnika indukcyjnego w przestrzeni stanów jest nieliniowość równań modelu matematycznego tego silnika, wprowadzana przez mechaniczne równanie ruchu (2.1.1.12), oraz równanie wytwarzania momentu elektromagnetycznego (2.1.1.11). W równaniu tym występują iloczyny strumieni sprzężonych i prądów będących zmiennymi stanu. Iloczyny zmiennych stanu występują również w równaniach (2.1.1.4) i (2.1.1.5), są to iloczyny prędkości obrotowych i strumieni sprzężonych. W celu wyeliminowania nieliniowości, z równań stanu modelu matematycznego silnika wyłączono z równania (2.1.1.12) automatycznie eliminując nieliniowości wprowadzane przez równanie (2.1.1.11). Po wyłączeniu z modelu matematycznego silnika równań opisujących właściwości silnika od strony mechanicznej występującą w pozostałych równaniach silnika prędkość obrotową  $\omega_r$  potraktowano jako wymuszenie.

Traktowanie prędkości obrotowej  $\omega_r$  jako wymuszenia jest możliwe tylko przy założeniu, że prędkość ta zmienia się znacznie wolniej od pozostałych zmiennych stanu silnika. Wtedy mechaniczne równanie ruchu (2.1.1.12) praktycznie nie ma wpływu na właściwości dynamiczne modelu matematycznego silnika. Założenie to jest praktycznie zawsze spełnione ponieważ moment bezwładności wirnika silnika, powiększony dodatkowo o moment bezwładności obciążenia sprzęgniętego z silnikiem, uniemożliwia szybkie zmiany prędkości obrotowej. Ponadto, w układach sterowania działających w pętli zamkniętej szybkość zmian prędkości obrotowej podlega ograniczeniu przez układ regulatorów. W rzeczywistości, prędkość obrotowa  $\omega_r$  zmienia

się na tyle wolno, że w modelu matematycznym silnika może być traktowana jako parametr [74, 68]. Aby jednak nie rozbudowywać modelu matematycznego silnika o kolejny wektor – wektor parametrów, postanowiono włączyć prędkość obrotową  $\omega_{(r)}$  do wektora wymuszeń. Jako parametr, prędkość obrotowa  $\omega_{(r)}$  będzie natomiast traktowana podczas doboru parametrów obserwatora, w rozdziale 3.

Wyłączając z modelu matematycznego silnika mechaniczne równanie ruchu (2.1.1.12) dodatkowo eliminuje się problem z pomiarem trudnomierzalnych wymuszeń  $m_{(r)}$  i  $J_{(r)}$ . Z modelu matematycznego maszyny wyłączono również równania (2.1.1.3) i (2.1.1.10) odpowiadające zmiennym modelu silnika w osi 0. Zmienne występujące w tych równaniach nie są powiązane z pozostałymi zmiennymi modelu matematycznego silnika (występują tylko w tych dwóch równaniach). Ponadto, niniejsze rozważania mają na celu utworzenie modelu matematycznego silnika przydatnego do syntezy obserwatora, a znajomość zmiennych silnika w osi 0 nie jest wymagana w żadnym z powszechnie znanych algorytmów sterowania pracą silnika indukcyjnego, więc ich odtwarzanie w obserwatorze jest bezcelowe.

### 2.1.2. Biliniowy model silnika indukcyjnego w przestrzeni stanu

Przyjęto następującą postać wektora stanu modelu matematycznego silnika:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha(r)} & \psi_{s\beta(r)} & \psi_{r\alpha(r)} & \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix}^T. \quad (2.1.2.1)$$

Do wektora zmiennych stanu nie włączono prędkości obrotowej  $\omega_{(r)}$ , traktując wielkość tę jako wymuszenie. Wektor wymuszeń ma więc postać:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha(r)} & u_{s\beta(r)} & \omega_{(r)} \end{bmatrix}^T, \quad (2.1.2.2)$$

a wektor wyjścia:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} i_{s\alpha(r)} & i_{s\beta(r)} \end{bmatrix}^T. \quad (2.1.2.3)$$

Z równań (2.1.1.1), (2.1.1.2), (2.1.1.4) i (2.1.1.5) należy wyeliminować prądy poprzez wyliczenie ich z równań sprzężeń magnetycznych (2.1.1.6), (2.1.1.7), (2.1.1.8) i (2.1.1.9) oraz podstawienie do równań (2.1.1.1), (2.1.1.2), (2.1.1.4) i (2.1.1.5). Wyliczone prądy dane są zależnościami:

$$i_{s\alpha(r)} = a \psi_{r\alpha(r)} - c \psi_{s\alpha(r)}, \quad (2.1.2.4)$$

$$i_{s\beta(r)} = a \psi_{r\beta(r)} - c \psi_{s\beta(r)}, \quad (2.1.2.5)$$

$$i_{r\alpha(r)} = a \psi_{s\alpha(r)} - b \psi_{r\alpha(r)}, \quad (2.1.2.6)$$

$$i_{r\beta(r)} = a \psi_{s\beta(r)} - b \psi_{r\beta(r)}, \quad (2.1.2.7)$$

gdzie:

$$a = \frac{L_{m(r)}}{L_{m(r)}^2 - L_{s(r)}L_{r(r)}}, \quad (2.1.2.8)$$

$$b = \frac{L_{s(r)}}{L_{m(r)}^2 - L_{s(r)}L_{r(r)}}, \quad (2.1.2.9)$$

$$c = \frac{L_{r(r)}}{L_{m(r)}^2 - L_{s(r)}L_{r(r)}}. \quad (2.1.2.10)$$

Po podstawieniu równań (2.1.2.4), (2.1.2.5), (2.1.2.6) i (2.1.2.7) do równań (2.1.1.1), (2.1.1.2), (2.1.1.4) i (2.1.1.5) oraz po uwzględnieniu założenia  $\omega_x = 0$  (układ współrzędnych  $x-y-0$  przechodzi w układ współrzędnych  $\alpha-\beta-0$ ), oraz zapisaniu powstałego układu równań w postaci macierzowej, otrzymano:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha(r)} \\ \psi_{s\beta(r)} \\ \psi_{r\alpha(r)} \\ \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} cR_{s(r)} & 0 & -aR_{s(r)} & 0 \\ 0 & cR_{s(r)} & 0 & -aR_{s(r)} \\ -aR_{r(r)} & 0 & bR_{r(r)} & 0 \\ 0 & -aR_{r(r)} & 0 & bR_{r(r)} \end{bmatrix} + \\ &+ \omega_{(r)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha(r)} \\ \psi_{s\beta(r)} \\ \psi_{r\alpha(r)} \\ \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha(r)} \\ u_{s\beta(r)} \\ \omega_{(r)} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.1.2.11)$$

jest to równanie stanu maszyny indukcyjnej, które inaczej można zapisać:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (2.1.2.12)$$

gdzie przez  $u_i$  oznaczono  $i$ -ty element wektora wymuszeń, czyli prędkość obrotową  $\omega_{(r)}$ . Macierze  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}_i$  i  $\mathbf{B}$  mają odpowiednio postaci:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} cR_{s(r)} & 0 & -aR_{s(r)} & 0 \\ 0 & cR_{s(r)} & 0 & -aR_{s(r)} \\ -aR_{r(r)} & 0 & bR_{r(r)} & 0 \\ 0 & -aR_{r(r)} & 0 & bR_{r(r)} \end{bmatrix}, \quad (2.1.2.13)$$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{0}_{3 \times 3}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.1.2.14)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.1.2.15)$$

W równaniu (2.1.2.12) pochodna jest obliczana względem czasu wyrażonego w wartościach rzeczywistych  $t$ , w odróżnieniu do równania (2.1.2.11), gdzie pochodną obliczano względem czasu wyrażonego w wartościach względnych  $t_{(t)}$ . Z tego powodu w równaniu (2.1.2.12) przed pochodną pojawia się czynnik  $t_{\text{odn}}$ . Ten sposób zapisu jest pewną niekonsekwencją, gdyż wszystkie wielkości występujące w równaniach maszyny są wyrażone w wartościach względnych oprócz wyrażonego w wartościach rzeczywistych czasu  $t$ . Jest to jednak uzasadnione wymogami praktycznej realizacji obserwatora. Wyrażone w wartościach względnych zmienne stanu obiektu obserwowanego mają być odtwarzane w czasie rzeczywistym podczas pracy układu, więc w praktycznej realizacji całkowanie równań obserwatora musi się odbywać względem czasu wyrażonego w wartościach rzeczywistych. W dalszej części tej pracy zawsze operacje całkowania i różniczkowania wykonywano względem czasu w wartościach rzeczywistych, stąd konsekwentnie pojawiające się w równaniach współczynniki  $t_{\text{odn}}$  przed pochodnymi i  $t_{\text{odn}}^{-1}$  przed całkami.

Równanie wyjścia maszyny można otrzymać zapisując równania (2.1.2.4) i (2.1.2.5) w postaci macierzowej:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}, \quad (2.1.2.16)$$

gdzie macierz  $\mathbf{C}$  ma postać:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -c & 0 & a & 0 \\ 0 & -c & 0 & a \end{bmatrix}. \quad (2.1.2.17)$$

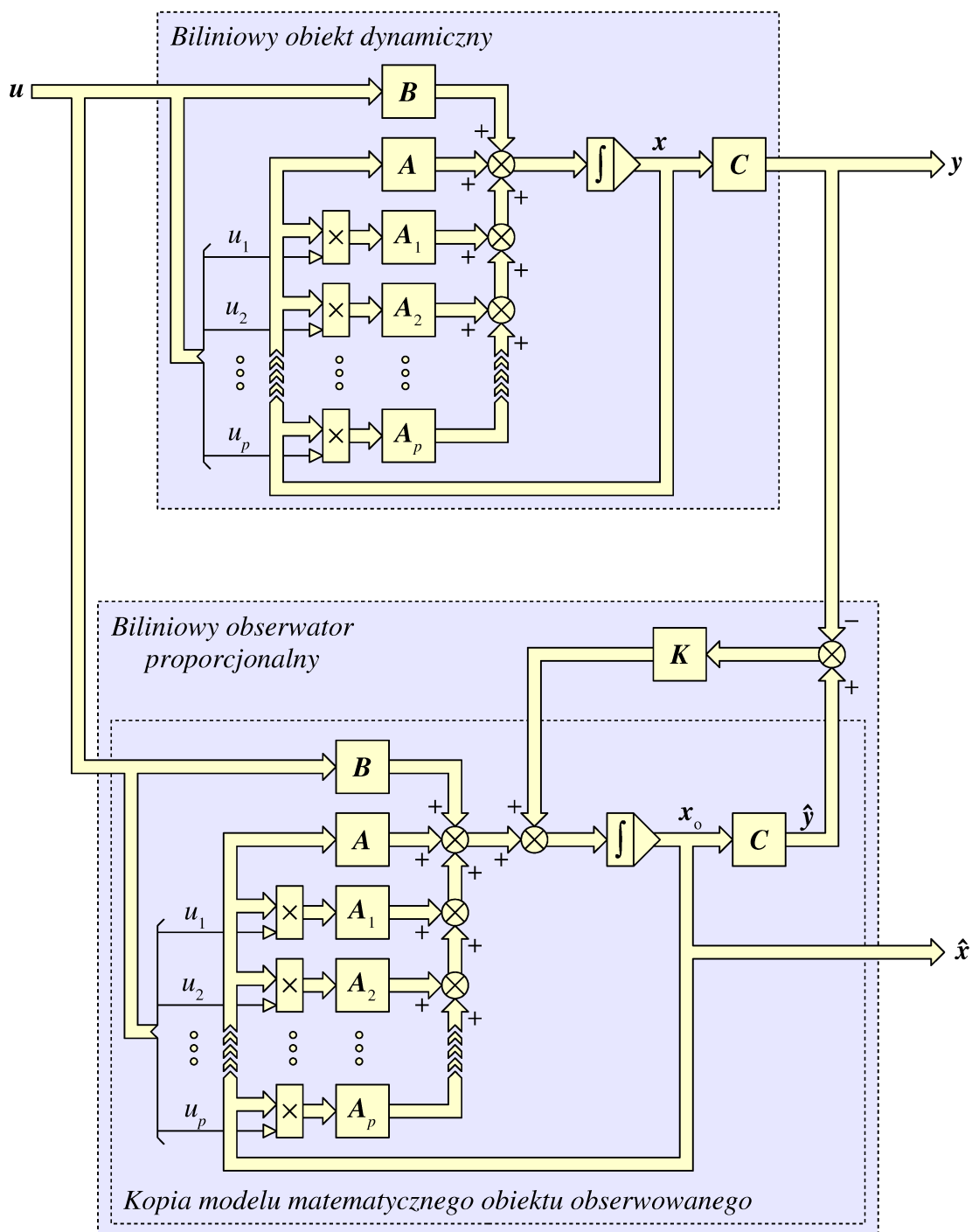
W ten sposób otrzymano opisany w przestrzeni stanu równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16) układ dynamiczny, biliniowy, stacjonarny, ciągły, o  $p = 3$  wymuszeniach,  $q = 2$  wyjściach i  $n = 4$  zmiennych stanu.

## 2.2. Obserwator proporcjonalny

W teorii obserwatorów, obserwator proporcjonalny jest rozwiązaniem najprostszym i zarazem najbardziej podstawowym. Stanowi on punkt wyjścia dla rozwiązań bardziej skomplikowanych. Istnieje wiele różnych typów obserwatorów, które powstały poprzez rozbudowanie struktury obserwatora proporcjonalnego. Przykłady takich obserwatorów opisano w następnych rozdziałach. Są one nie tylko rozwinięciem struktury obserwatora proporcjonalnego, lecz co najważniejsze, analizy ich właściwości dynamicznych dokonuje się po uprzednim sprowadzeniu równań błędu tych obserwa-

## 2.2. Obserwator proporcjonalny

torów do postaci równania błędu obserwatora proporcjonalnego. Również dobór parametrów bardziej skomplikowanych obserwatorów przeprowadza się na podstawie tych samych kryteriów i tego samego algorytmu, co dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego.



Rys. 2.2.1. Schemat blokowy układu biliniowy obiekt obserwowany – biliniowy obserwator proporcjonalny

Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego [32] składa się z kopii modelu matematycznego obiektu obserwowanego oraz dodatkowego, proporcjonalnego, korekcyjnego sprzężenia zwrotnego (rys. 2.2.1). Zasada działania obserwatora proporcjonalnego jest następująca. Skopiowany model matematyczny obiektu obserwowanego należy poddać działaniu tych samych wymuszeń, zawartych w wektorze  $\mathbf{u}$ , którym poddawany jest obiekt obserwowany. W przypadku idealnym takie rozwiązanie wystarczyłoby do odtwarzania zmiennych stanu (byłby to symulator zmiennych stanu). W praktyce jednak, na podawane na wejście obserwatora przebiegi wymuszeń zawarte w wektorze  $\mathbf{u}$  nałożone są zakłócenia, a model matematyczny obiektu zawiera pewne uproszczenia, przez co nie opisuje wszystkich zjawisk fizycznych zachodzących w tym obiekcie. W związku z tym, wartości zmiennych stanu kopii modelu obiektu obserwowanego po pewnym czasie działania układu zaczynają odbiegać od rzeczywistych wartości zmiennych stanu obiektu obserwowanego, a różnica ta rośnie wraz z czasem działania układu. Różnice te są korygowane przez proporcjonalne sprzężenie zwrotne. Obserwator na podstawie odtworzonych wartości zmiennych stanu zawartych w wektorze  $\mathbf{x}_o$  oblicza odtworzone wartości wielkości wyjściowych obiektu zawarte w wektorze  $\hat{\mathbf{y}}$  i porównuje je z rzeczywistymi wartościami wielkości wyjściowych zawartymi w wektorze  $\mathbf{y}$ . Różnice pomiędzy rzeczywistymi a odtworzonymi w obserwatorze wartościami wielkości wyjściowych stanowią podstawę do korekcji błędów odtwarzania zmiennych stanu. Sygnał korekcyjny jest proporcjonalny do różnicy  $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$ , a współczynnikiem proporcjonalności jest macierz  $\mathbf{K}$ .

W rozdziale 2.2 przedstawiono zagadnienia związane z syntezą proporcjonalnego obserwatora Luenbergera zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Przeprowadzone w tym rozdziale rozważania stanowią punkt wyjściowy dla syntezy bardziej skomplikowanych obserwatorów opisanych w rozdziałach 2.3 i 2.4.

### 2.2.1. Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego

Biliniowy obiekt dynamiczny o  $p$  wejściach,  $q$  wyjściach oraz o  $n$  zmiennych stanu, można w postaci ogólnej opisać za pomocą równań stanu i wyjścia o postaci [68, 66]:

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\mathbf{x}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} , \quad (2.2.1.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} , \quad (2.2.1.2)$$

gdzie macierze  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}_i$  są macierzami kwadratowymi o wymiarach  $n \times n$ , macierz  $\mathbf{C}$  ma wymiary  $q \times n$ , wektor  $\mathbf{u}$  jest wektorem wymuszeń o wymiarze  $p$ , a przez  $u_i$  oznaczono  $i$ -ty element wektora  $\mathbf{u}$ . Wektor  $\mathbf{x}$  jest wektorem zmiennych stanu o wymiarze  $n$ , a wektor  $\mathbf{y}$  wektorem wyjść o wymiarze  $q$ . Macierz  $\mathbf{B}$  ma wymiary  $n \times q$ .

## 2.2. Obserwator proporcjonalny

Wszystkie macierze występujące w równaniach obiektu mają stałe w czasie współczynniki. Do odtwarzania zmiennych stanu takiego obiektu można użyć obserwatora proporcjonalnego opisanego równaniem stanu:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}_0 = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x}_0 + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \mathbf{x}_0 - \mathbf{y}), \quad (2.2.1.3)$$

gdzie  $\mathbf{K}$  jest macierzą korekcyjnego sprzężenia zwrotnego o wymiarach  $n \times q$ , a  $\mathbf{x}_0$  jest wektorem zmiennych stanu obserwatora o wymiarze  $n$ .

Z równania (2.2.1.3) wynika, że zaproponowany model obserwatora składa się z kopii modelu obiektu obserwowanego i korekcyjnego sprzężenia zwrotnego od różnicy rzeczywistych i odtwarzanych wartości wyjść obiektu obserwowanego. W związku z tym, wektor zmiennych stanu obserwatora  $\mathbf{x}_0$  jest tożsamy z odtworzonym wektorem zmiennych stanu obiektu obserwowanego  $\hat{\mathbf{x}}$  i bezpośrednio odwzorowuje wektor zmiennych stanu obiektu, z pewnym błędem odtwarzania  $\boldsymbol{\varepsilon}$ :

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{gdzie} \quad \mathbf{x}_0 = \hat{\mathbf{x}}. \quad (2.2.1.4)$$

Z tego powodu, model matematyczny obserwatora nie zawiera równania wyjścia.

### 2.2.2. Równanie błędu obserwatora biliniowego proporcjonalnego

Wstawiając do równania obserwatora biliniowego proporcjonalnego (2.2.1.3) równanie (2.2.1.4) oraz równanie (2.2.1.2) otrzymuje się:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{C} \mathbf{x}). \quad (2.2.2.1)$$

Czynnik  $t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}$  można wyeliminować podstawiając w jego miejsce prawą stronę równania stanu obiektu obserwowanego (2.2.1.1), otrzymując:

$$\begin{aligned} \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \\ &= \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}, \end{aligned} \quad (2.2.2.2)$$

co po uproszczeniu daje ostateczną postać równania błędu obserwatora biliniowego proporcjonalnego:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (2.2.2.3)$$

Równanie to można również zapisać w innej formie:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.2.2.4)$$



gdzie:

$$E(\mathbf{u}) = \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} . \quad (2.2.2.5)$$

Równanie błędu obserwatora (2.2.2.3) stanowi podstawę do analizy właściwości dynamicznych oraz do doboru parametrów obserwatora. W równaniu (2.2.2.3) nie ma wymuszenia. Wynika stąd, że jeżeli obserwator jest stabilny, błędy odtwarzania zmiennych stanu będą zanikać asymptotycznie do zera. Brak wymuszeń w równaniu (2.2.2.3) oznacza jednak, że równanie to nie opisuje przyczyn powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu, opisując tylko proces zanikania tych błędów po ustaniu przyczyny, która doprowadziła do ich powstania.

### 2.2.3. Przyczyny powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorze biliniowym proporcjonalnym

Równanie błędu obserwatora proporcjonalnego (2.2.2.3) nie uwzględnia przyczyn powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu. Znajomość zjawisk związanych z powstawaniem tych błędów jest jednak przydatna, gdyż umożliwia na etapie doboru parametrów obserwatora zastosowanie odpowiednich zabiegów zmniejszających wrażliwość obserwatora na różnego rodzaju zakłócenia [5].

Można wyróżnić dwie podstawowe przyczyny powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu. Pierwszą z nich są odchyłki parametrów obiektu obserwowanego. Przypadek ten ma miejsce, gdy parametry modelu matematycznego obiektu obserwowanego, który posłużył do syntezy obserwatora, zostały wyznaczone z pewnymi błędami. Można wtedy powiedzieć, że obserwator został zaprojektowany dla trochę innego obiektu niż ten, z którym ma współpracować, więc nie może całkowicie dobrze odtwarzać jego zmiennych stanu. Drugą przyczyną powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu są zakłócenia nakładające się na mierzone przez obserwator przebiegi wymuszeń i wielkości wyjściowych obiektu obserwowanego. W praktyce zakłócenia nałożone na sygnały wchodzące w skład wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$  są spowodowane przede wszystkim szumami przyrządów pomiarowych oraz w przypadku układów cyfrowych, szumem kwantyzacji przetwornika analogowo-cyfrowego. Zakłócenia te nie są jednak szczególnie niebezpieczne, gdyż można sprowadzić je do niskiego poziomu stosując przetworniki pomiarowe odpowiednio dobrej klasy i przetworniki analogowo-cyfrowe o odpowiednio dużej rozdzielczości. Znacznie bardziej niebezpieczne są zakłócenia nałożone na sygnały wchodzące w skład wektora wyjścia obiektu obserwowanego  $\mathbf{y}$ . O ile zakłócenia powodowane szumem przetworników pomiarowych również w tym przypadku mogą być łatwo zmniejszone, to jako dodatkowe zakłócenia nałożone na sygnały wchodzące w skład wektora  $\mathbf{y}$  należy również traktować efekty występowania w rzeczywistym obiekcie obserwowanym zjawisk fizycznych nieuwjętych w modelu matematycznym tego obiektu. W przypadku silnika

indukcyjnego są to zjawiska związane z nasyceniem rdzenia magnetycznego silnika, stratami w żelazie czy też zjawiska związane z rozłożeniem uzwojeń stojana i wirnika w żłobkach. Do tego dochodzą efekty związane z niedokładnościami wykonania silnika, na przykład asymetrią szczeliny powietrznej. Wszystkie te zjawiska mają wpływ na kształt prądów silnika, których składowe wchodzi w skład wektora wyjścia obiektu obserwowanego  $y$ . Wpływ ten należy traktować jako dodatkowe zakłócenie, którego nie da się uniknąć.

W rozdziałach 2.2.3.1, 2.2.3.2 i 2.2.3.3 wyprowadzono równania błędów obserwatora biliniowego proporcjonalnego pracującego w wyżej wymienionych warunkach zakłóceń. Przeprowadzając analogiczne rozumowanie, można również w prosty sposób wyprowadzić równania błędów dla obserwatorów proporcjonalnych innych typów.

### 2.2.3.1. Zakłócenia spowodowane odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego

Założmy, że dokonano identyfikacji obiektu obserwowanego opisanego równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16) i wyznaczono wartości współczynników macierzy  $A$ ,  $A_i$ ,  $B$  i  $C$ , następnie dokonano dla tego obiektu syntezy obserwatora proporcjonalnego opisanego równaniem (2.2.1.3). Następnie założmy, że identyfikacji obiektu obserwowanego dokonano z pewnymi błędami, i rzeczywiste wartości parametrów obiektu obserwowanego są nieco inne. Można wtedy przyjąć, że w rzeczywistości model matematyczny obiektu obserwowanego jest opisany równaniami:

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{x} = \left( \hat{A} + \sum_{i=1}^p u_i \hat{A}_i \right) x + \hat{B} u, \quad (2.2.3.1)$$

$$y = \hat{C} x, \quad (2.2.3.2)$$

gdzie macierze  $\hat{A}$ ,  $\hat{A}_i$ ,  $\hat{B}$  i  $\hat{C}$  mają odpowiednio postaci:

$$\hat{A} = A - \Delta A, \quad (2.2.3.3)$$

$$\hat{A}_i = A_i - \Delta A_i, \quad (2.2.3.4)$$

$$\hat{B} = B - \Delta B, \quad (2.2.3.5)$$

$$\hat{C} = C - \Delta C. \quad (2.2.3.6)$$

Macierze  $\Delta A$ ,  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B$  i  $\Delta C$  są macierzami błędów odtwarzania parametrów obiektu obserwowanego, o stałych w czasie lub wolnozmiennych współczynnikach. Wstawiając do równania obserwatora biliniowego proporcjonalnego (2.2.1.3) równanie (2.2.1.4) oraz równanie (2.2.3.2) otrzymuje się:

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{x} + {}_{t_{\text{odn}}} \dot{\varepsilon} = \left( A + \sum_{i=1}^p u_i A_i \right) (x + \varepsilon) + B u + K (C x + C \varepsilon - \hat{C} x), \quad (2.2.3.7)$$

następnie, po podstawieniu równania (2.2.3.6) można wyeliminować macierz  $\hat{C}$  :

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} [\mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} - (\mathbf{C} - \Delta \mathbf{C}) \mathbf{x}], \quad (2.2.3.8)$$

następnie po uproszczeniu można wyeliminować czynnik  $t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}$  podstawiając w jego miejsce prawą stronę równania (2.2.3.1):

$$\begin{aligned} \left( \hat{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \hat{\mathbf{A}}_i \right) \mathbf{x} + \hat{\mathbf{B}} \mathbf{u} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \\ = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \mathbf{C} \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (2.2.3.9)$$

Macierze  $\hat{\mathbf{A}}$ ,  $\hat{\mathbf{A}}_i$  i  $\hat{\mathbf{B}}$  należy wyeliminować korzystając odpowiednio z zależności (2.2.3.3), (2.2.3.4) i (2.2.3.5):

$$\begin{aligned} \left[ (\mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}) + \sum_{i=1}^p [u_i (\mathbf{A}_i - \Delta \mathbf{A}_i)] \right] \mathbf{x} + (\mathbf{B} - \Delta \mathbf{B}) \mathbf{u} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \\ = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \mathbf{C} \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (2.2.3.10)$$

Po uporządkowaniu otrzymuje się równanie błędu obserwatora biliniowego proporcjonalnego dla przypadku występowania odchyłek parametrów obiektu obserwowanego, o postaci:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \Delta \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \Delta \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \Delta \mathbf{C} \right) \mathbf{x} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (2.2.3.11)$$

które można zapisać w krótszej postaci:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \Delta \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \Delta \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \Delta \mathbf{C} \right) \mathbf{x} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{u}. \quad (2.2.3.12)$$

Z równania (2.2.3.12) wynika, że błędy identyfikacji parametrów obiektu obserwowanego wprowadzają wymuszenia do równania błędu obserwatora współpracującego z tym obiektem. Jedno z wymuszeń jest funkcją wektora wielkości wejściowych obiektu obserwowanego  $\mathbf{u}$ , a drugie jest funkcją wektora  $\mathbf{u}$  i dodatkowo wektora zmiennych stanu  $\mathbf{x}$ . Równanie to zostanie wykorzystane do analizy wrażliwości obserwatora na odchyłki parametrów obiektu obserwowanego.

W przypadku modelu matematycznego silnika indukcyjnego, z równań (2.1.2.14) i (2.1.2.15) wynika, że macierze  $\mathbf{A}_i$  i  $\mathbf{B}$  są macierzami zerowymi lub zero-jedynkowymi, a więc podczas wyznaczania współczynników tych macierzy nie można popełnić błędu. W przypadku rozpatrywanego modelu matematycznego silnika indukcyjnego można więc założyć, że macierze  $\Delta \mathbf{A}_i$  i  $\Delta \mathbf{B}$  są macierzami zerowymi. W związku

z tym, równanie błędu (2.2.3.12) dla rozpatrywanego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego przyjmuje postać:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{K} \Delta \mathbf{C} \mathbf{x} . \quad (2.2.3.13)$$

### 2.2.3.2. Zakłócenia nakładające się na wymuszenia podawane na wejście obserwatora

Załóżmy, że obiekt obserwowany opisany równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16) pracuje poddany wymuszeniom zawartym w wektorze  $\mathbf{u}$ . Na wejście obserwatora współpracującego z tym obiektem, opisanego równaniem (2.2.1.3), podawane są przebiegi wymuszeń zmierzone z pewnymi nieznanymi, zmiennymi w czasie uchybami zawartymi w wektorze  $\boldsymbol{\delta u}$ . Uchyby te są spowodowane szumem przetworników pomiarowych oraz różnego rodzaju niedostępnymi pomiarowo zakłóceniami. W związku z tym na wejście obserwatora podawane są wymuszenia zawarte w wektorze  $\tilde{\mathbf{u}}$  zdefiniowanym następującym równaniem:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} + \boldsymbol{\delta u} . \quad (2.2.3.14)$$

Równanie stanu obserwatora przyjmuje więc postać:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}_o = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p \tilde{u}_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x}_o + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{y}) , \quad (2.2.3.15)$$

gdzie jako  $\tilde{u}_i$  oznaczono  $i$ -ty element wektora  $\tilde{\mathbf{u}}$ . Po podstawieniu do równania (2.2.3.15) zależności (2.2.3.14), (2.2.1.4) i (2.2.1.2) otrzymano:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left[ \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p [(u_i + \delta u_i) \mathbf{A}_i] \right] (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B} (\mathbf{u} + \boldsymbol{\delta u}) + \mathbf{K} [\mathbf{C} (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) - \mathbf{C} \mathbf{x}] , \quad (2.2.3.16)$$

gdzie jako  $\delta u_i$  oznaczono  $i$ -ty element wektora  $\boldsymbol{\delta u}$ . Po wyeliminowaniu czynnika  $t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}$  poprzez wstawienie w jego miejsce prawej strony równania (2.2.1.1) oraz po uproszczeniu otrzymano:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left[ \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p [(u_i + \delta u_i) \mathbf{A}_i] \right] \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \sum_{i=1}^p \delta u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B} \boldsymbol{\delta u} + \mathbf{K} \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} , \quad (2.2.3.17)$$

co można zapisać w postaci:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \sum_{i=1}^p \delta u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \left( \sum_{i=1}^p \delta u_i \mathbf{A}_i \right) \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B} \boldsymbol{\delta u} , \quad (2.2.3.18)$$

lub też w krótszej formie:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \sum_{i=1}^p \delta u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \left( \sum_{i=1}^p \delta u_i \mathbf{A}_i \right) \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B} \boldsymbol{\delta u} . \quad (2.2.3.19)$$

Z równania (2.2.3.19) wynika, że w przypadku gdy na wejście obserwatora są podawane wymuszenia obiektu obserwowanego zmierzone z pewnymi uchybami zawartymi w wektorze  $\boldsymbol{\delta u}$ , w równaniu błędu tego obserwatora pojawiają się trzy dodatkowe wymuszenia. Jedno z nich jest funkcją tylko wektora uchybu  $\boldsymbol{\delta u}$ , pozostałe dwa są dodatkowo funkcjami wektora zmiennych stanu  $\mathbf{x}$  i wektora błędu odtwarzania  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . W przypadku gdy błędy odtwarzania są niewielkie i uchyby pomiaru wymuszeń również są niewielkie, wymuszenie zawierające iloczyn tych wielkości można pominąć jako małą drugiego rzędu:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \sum_{i=1}^p \delta u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B} \boldsymbol{\delta u} . \quad (2.2.3.20)$$

Jednak w przypadku gdy błędy odtwarzania zmiennych stanu są duże, wymuszenie proporcjonalne do tych błędów może się okazać bardzo niebezpieczne, działając jako dodatnie sprzężenie zwrotne od błędów odtwarzania zmiennych stanu. Wynika stąd, że nawet jeżeli zakłócenia nałożone na elementy wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$  nie spowodują znacznego zwiększenia błędów odtwarzania zmiennych stanu, to mogą doprowadzić do znacznego wzmocnienia błędów spowodowanych innymi przyczynami.

Z równania (2.2.3.19) wynika, że wartości dodatkowych wymuszeń wprowadzanych do równania błędu obserwatora przez zakłócenia nałożone na sygnały wchodzące w skład wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$ , nie zależą od wartości elementów macierzy sprzężenia zwrotnego  $\mathbf{K}$ . W związku z tym, wartości tych wymuszeń nie zależą od doboru parametrów obserwatora.

Równania (2.2.3.19) i (2.2.3.20) posłużą do analizy odporności obserwatorów na zakłócenia nałożone na wymuszenia obiektu obserwowanego (rozdział 4.1.1).

### 2.2.3.3. Zakłócenia nakładające się na wielkości wyjściowe obiektu obserwowanego podawane na wejście obserwatora

Założmy, że na wielkości wyjściowe obiektu obserwowanego opisanego równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16) zawarte w wektorze  $\mathbf{y}$  nakładają się różnego rodzaju zakłócenia  $\boldsymbol{\delta y}$ . Zakłócenia te są spowodowane szumem przetworników pomiarowych, są też efektem występowania w obiekcie obserwowanym zjawisk fizycznych nieujętych w modelu matematycznym tego obiektu. W związku z tym, na wejście obserwatora są podawane sygnały z nałożonymi na nie zakłóceniami, zawarte w wektorze  $\tilde{\mathbf{y}}$  zdefiniowanym jako:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} + \boldsymbol{\delta y} . \quad (2.2.3.21)$$

Można więc zapisać równanie stanu obserwatora w postaci:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}_o = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x}_o + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \tilde{\mathbf{y}}), \quad (2.2.3.22)$$

Po podstawieniu do równania (2.2.3.22) zależności (2.2.1.2) otrzymano:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}_o = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x}_o + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{C} \mathbf{x} - \boldsymbol{\delta} \mathbf{y}). \quad (2.2.3.23)$$

Następnie, po podstawieniu równań (2.2.1.4) oraz (2.2.1.2) i uproszczeniu otrzymano:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\delta} \mathbf{y}). \quad (2.2.3.24)$$

Po wyeliminowaniu czynnika  $t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}$  poprzez wstawienie w jego miejsce prawej strony równania (2.2.1.1) i po uproszczeniu, otrzymano ostateczną postać równania błędu obserwatora proporcjonalnego dla przypadku nakładania się zakłóceń na mierzone wartości wyjściowe obiektu obserwowanego:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{K} \boldsymbol{\delta} \mathbf{y}, \quad (2.2.3.25)$$

co w krótszej formie można zapisać jako:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{K} \boldsymbol{\delta} \mathbf{y}. \quad (2.2.3.26)$$

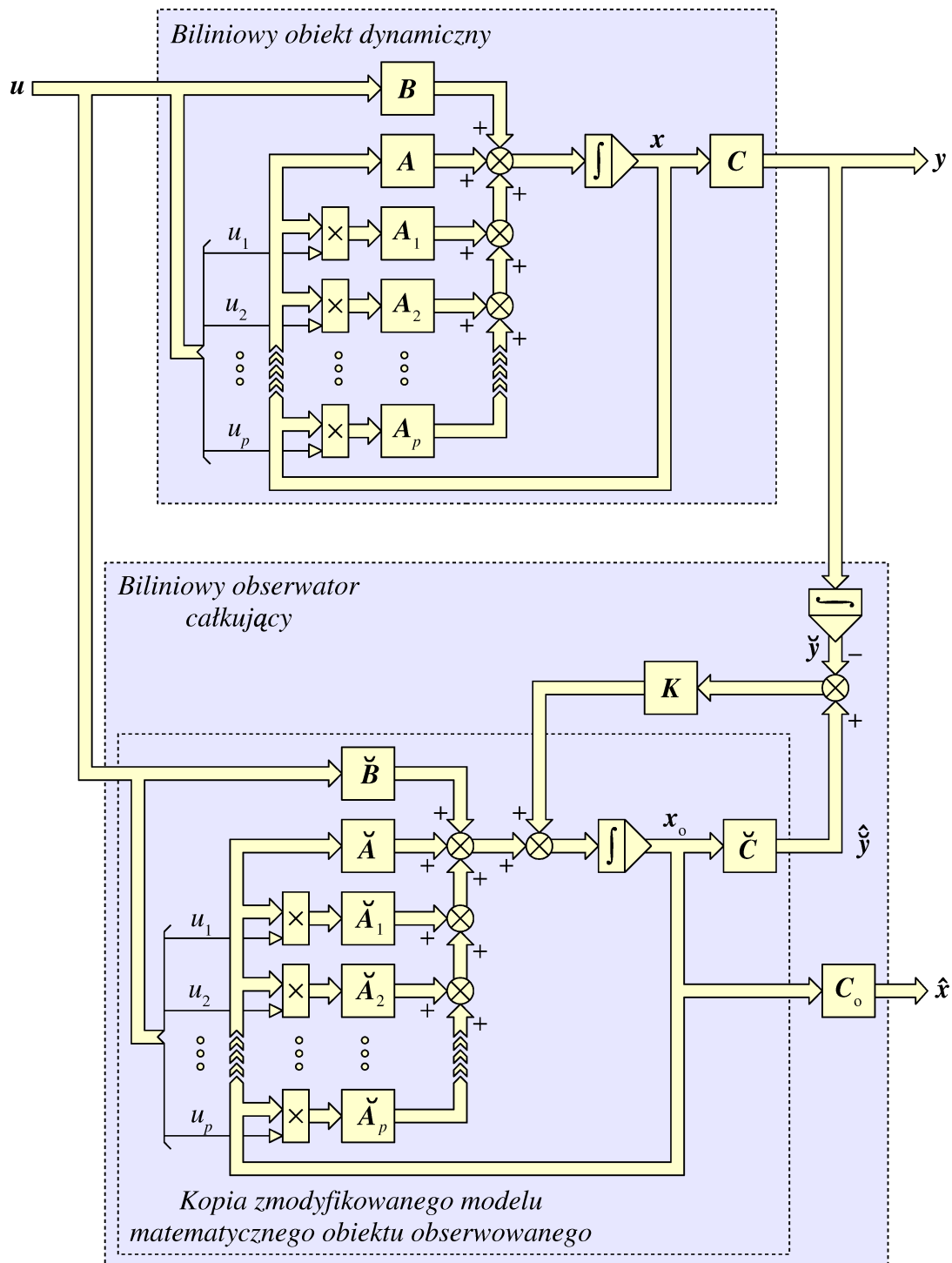
Z równania (2.2.3.26) wynika, że zakłócenia nałożone na sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego wprowadzają do równania błędu biliniowego obserwatora proporcjonalnego dodatkowe wymuszenie, którego wartości zależą od wartości elementów macierzy korekcyjnego sprzężenia zwrotnego  $\mathbf{K}$ . Wynika stąd, że wartość tego wymuszenia zależy od doboru parametrów obserwatora, więc odporność na tego typu zakłócenia może być kształtowana w trakcie doboru parametrów obserwatora. Zagadnienia z tym związane opisano w rozdziale 3.

### 2.3. Obserwator całkujący

Podstawową wadą proporcjonalnych obserwatorów Luenbergera jest ich mała odporność na zakłócenia nakładające się na mierzone przez obserwator przebiegi sygnałów wyjściowych obiektu obserwowanego, zawarte w wektorze  $\mathbf{y}$  [11, 19]. Co prawda można tę odporność zwiększyć stosując odpowiednie zabiegi w trakcie doboru parametrów obserwatora, lecz zwykle odbywa się to kosztem gorszego spełnienia pozostałych kryteriów doboru parametrów. Inną metodą uniknięcia problemów ze wzmacnianiem zakłóceń nałożonych na elementy wektora  $\mathbf{y}$  jest zapewnienie zmniejszenia

### 2.3. Obserwator całkujący

wrażliwości na tego typu zakłócenia już na etapie wyboru struktury obserwatora. Obserwatorem charakteryzującym się zwiększoną odpornością na zakłócenia nałożone na elementy wektora  $y$  jest obserwator całkujący [15, 21].



Rys. 2.3.1. Schemat blokowy układu biliniowy obiekt obserwowany – biliniowy obserwator całkujący

Podstawową różnicą pomiędzy obserwatorem proporcjonalnym, opisanym w rozdziale 2.1, a obserwatorem całkującym jest występujący w korekcyjnym sprzężeniu zwrotnym obserwatora całkującego integrator. Integrator ten całkuje podawane na wejście obserwatora wielkości wyjściowe obiektu obserwowanego zawarte w wektorze  $y$  (rys. 2.3.1). Druga różnica polega na tym, że pozostała część obserwatora całkującego poza korekcyjnym sprzężeniem zwrotnym, nie jest kopią modelu matematycznego obiektu obserwowanego, tak jak to było w obserwatorze proporcjonalnym. Korzyści wynikające z takiej konstrukcji obserwatora całkującego nie są widoczne na pierwszy rzut oka, lecz ujawniają się dopiero po wyprowadzeniu równania błędu obserwatora uwzględniającego zakłócenia nakładające się na elementy wektora  $y$ .

Opisany w tym rozdziale, zmodyfikowany obserwator całkujący został opracowany w 2001 roku i po raz pierwszy zaprezentowany w pracy [21]. Obserwator ten różni się od klasycznego obserwatora całkującego będącego przypadkiem szczególnym obserwatora proporcjonalno-całkującego [75, 30, 42, 79]. Obserwatory te różnią się budową sprzężenia zwrotnego. W prezentowanym rozwiązaniu całkowane są sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego, podczas gdy w rozwiązaniu klasycznym całkowana jest różnica sygnałów wyjściowych obiektu obserwowanego mierzonych i odtwarzanych w obserwatorze. Obydwa rozwiązania zostały porównane w pracy [21]. Klasyczny obserwator całkujący, w przeciwieństwie do zmodyfikowanego, nie wymaga stosowania integratorów odpornych na składową stałą (patrz rozdział 2.3.4), a obserwator zmodyfikowany, w odróżnieniu od klasycznego, nie wzmacnia zakłóceń nakładających się na sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego (patrz rozdział 2.3.3).

#### 2.3.1. Model matematyczny obserwatora całkującego

W odróżnieniu od obserwatora proporcjonalnego, model matematyczny obserwatora całkującego nie zawiera w swojej strukturze dokładnej kopii modelu matematycznego obiektu obserwowanego [10]. Aby otrzymać postaci kolejnych macierzy obserwatora należy przeprowadzić następujące rozumowanie. Należy założyć, że dodatkowy integrator całkujący sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego znajduje się nie w strukturze obserwatora lecz w strukturze obiektu obserwowanego. Takie umyślane przeniesienie integratora z obserwatora do obiektu obserwowanego można przeprowadzić bez utraty ogólności rozważań, gdyż nie ma ono żadnego wpływu na model matematyczny układu obiekt obserwowany – obserwator. Jedyną różnicą jest fakt, że całkowanie sygnałów zawartych w wektorze  $y$  odbywa się już w obiekcie obserwowanym, a nie dopiero w obserwatorze. Po przeniesieniu dodatkowego integratora do struktury obiektu obserwowanego model matematyczny tego obiektu ulega zmianie i należy model ten przekształcić do postaci kanonicznej opisanej za pomocą równania stanu w postaci normalnej i algebraicznego równania wyjścia. Należy zauważyć, że po usunięciu ze struktury obserwatora dodatkowego integratora, model matematyczny tego obserwatora przyjmuje taką samą postać jak model matematyczny obser-



watora proporcjonalnego opisany w rozdziale 2.1. W związku z tym, po doprowadzeniu modelu matematycznego obiektu obserwowanego do postaci kanonicznej, model matematyczny obserwatora całkującego będzie zawierał w sobie kopię tego modelu obiektu obserwowanego. W związku z tym, w celu wyprowadzenia modelu matematycznego obserwatora całkującego należy przeprowadzić następujące postępowanie. Należy przenieść dodatkowy integrator z modelu matematycznego obserwatora do modelu matematycznego obiektu i przekształcić ten model do postaci kanonicznej. Następnie, dla otrzymanego, zmodyfikowanego modelu matematycznego obiektu obserwowanego należy przeprowadzić syntezę obserwatora proporcjonalnego. Ostatnim krokiem jest powrót do poprzedniej postaci modelu matematycznego obiektu obserwowanego i przeniesienie dodatkowego integratora na powrót do struktury obserwatora.

Model matematyczny obserwatora całkującego bazuje na biliniowym modelu matematycznym obiektu obserwowanego opisanym w rozdziale 2.1.2. Włączenie dodatkowego integratora do tego modelu wprowadza całkowanie równania wyjścia obiektu obserwowanego (2.1.2.16). Można więc zdefiniować nowy wektor wyjścia obiektu obserwowanego o postaci:

$$\check{y} = \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t y d\tau . \quad (2.3.1.1)$$

W celu wyeliminowania z nowego modelu matematycznego obiektu obserwowanego całki, wprowadzono dodatkowy wektor zmiennych stanu zdefiniowany zależnością:

$$t_{\text{odn}} \dot{x}_y = y , \quad (2.3.1.2)$$

co po scałkowaniu stronami i podstawieniu do równania (2.3.1.1) daje nowe równanie wyjścia obiektu obserwowanego:

$$\check{y} = x_y . \quad (2.3.1.3)$$

Po podstawieniu do równania (2.3.1.2) równania wyjścia obiektu obserwowanego (2.2.1.2), otrzymano dodatkowe równanie stanu obiektu obserwowanego:

$$t_{\text{odn}} \dot{x}_y = Cx . \quad (2.3.1.4)$$

W związku z tym, otrzymano nowy model matematyczny obiektu obserwowanego opisanego dwoma równaniami stanu (2.3.1.4) i (2.2.1.1), oraz równaniem wyjścia (2.3.1.3). Z racji, że wymagany jest opis obiektu obserwowanego za pomocą jednego równania stanu w postaci normalnej, należy zdefiniować nowy wektor zmiennych stanu  $\check{x}$  tego obiektu o wymiarze  $\check{n} = n + q$  i postaci:

$$\check{x} = \begin{bmatrix} x^T & x_y^T \end{bmatrix}^T . \quad (2.3.1.5)$$

Można wtedy zapisać nowe równanie stanu obiektu obserwowanego:

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\check{\mathbf{x}}} = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i \right) \check{\mathbf{x}} + \check{\mathbf{B}} \mathbf{u} . \quad (2.3.1.6)$$

Występująca w równaniu stanu (2.3.1.6) kwadratowa macierz  $\check{\mathbf{A}}$  o wymiarze  $\check{n}$  ma postać:

$$\check{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times q} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0}_{q \times q} \end{bmatrix}, \quad (2.3.1.7)$$

gdzie przez  $\mathbf{0}_{n \times q}$  oznaczono macierz zerową o wymiarach  $n \times q$ . Macierze kwadratowe  $\check{\mathbf{A}}_i$  o wymiarze  $\check{n}$  mają postaci:

$$\check{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{0}_{n \times q} \\ \mathbf{0}_{q \times n} & \mathbf{0}_{q \times q} \end{bmatrix}, \quad (2.3.1.8)$$

macierz  $\check{\mathbf{B}}$  o wymiarach  $\check{n} \times p$  ma postać:

$$\check{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T & \mathbf{0}_{q \times p} \end{bmatrix}^T . \quad (2.3.1.9)$$

Równanie wyjścia obiektu obserwowanego (2.3.1.3) można zapisać w nowej postaci:

$$\check{\mathbf{y}} = \check{\mathbf{C}} \check{\mathbf{x}}, \quad (2.3.1.10)$$

gdzie macierz  $\check{\mathbf{C}}$  o wymiarach  $q \times \check{n}$  ma postać:

$$\check{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{q \times n} & \mathbf{I}_q \end{bmatrix}, \quad (2.3.1.11)$$

gdzie przez  $\mathbf{I}_q$  oznaczono macierz jednostkową rzędu  $q$ .

Dla obiektu obserwowanego opisanego równaniami (2.3.1.6) i (2.3.1.10) można zapisać równanie obserwatora proporcjonalnego (2.2.1.3):

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\mathbf{x}}_o = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i \right) \mathbf{x}_o + \check{\mathbf{B}} \mathbf{u} + \mathbf{K} \left( \check{\mathbf{C}} \mathbf{x}_o - \check{\mathbf{y}} \right), \quad (2.3.1.12)$$

gdzie macierz sprzężenia zwrotnego  $\mathbf{K}$  ma wymiary  $\check{n} \times q$ , a wektor zmiennych stanu obserwatora  $\mathbf{x}_o$  ma wymiar  $\check{n}$ . Doboru macierzy  $\mathbf{K}$  dokonuje się dokładnie tak samo, jak dla obserwatora proporcjonalnego, przy wykorzystaniu równania (2.3.1.12). Ostatnim krokiem budowy modelu matematycznego obserwatora całkującego jest powrót do pierwotnej struktury modelu matematycznego obiektu obserwowanego i przeniesienie dodatkowego integratora do modelu obserwatora. Przeniesienie to polega na wstawieniu do równania obserwatora (2.3.1.12) równania wyjścia obiektu obserwowanego (2.3.1.1):

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\mathbf{x}}_o = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i \right) \mathbf{x}_o + \check{\mathbf{B}} \mathbf{u} + \mathbf{K} \left( \check{\mathbf{C}} \mathbf{x}_o - \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \mathbf{y} d\tau \right). \quad (2.3.1.13)$$

W tej postaci wyraźnie jest widoczne sprzężenie zwrotne obserwatora proporcjonalne do całki wektora wyjścia obiektu obserwowanego, od którego to sprzężenia obserwator wziął swoją nazwę. Wektor zmiennych stanu  $\mathbf{x}_o$  obserwatora całkującego opisanego równaniem (2.3.1.13) nie odpowiada wektorowi zmiennych stanu  $\mathbf{x}$  obiektu obserwowanego opisanego równaniami (2.2.1.1) i (2.2.1.2), co wynika z równania (2.3.1.5). W związku z tym zachodzi konieczność rozbudowania modelu matematycznego obserwatora całkującego o równanie wyjścia postaci:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_o \mathbf{x}_o, \quad (2.3.1.14)$$

z racji, że wektor zmiennych stanu obserwatora proporcjonalnego  $\mathbf{x}_o$  zawiera  $q$  dodatkowych elementów w stosunku do wektora zmiennych stanu obiektu obserwowanego  $\mathbf{x}$ , co wynika bezpośrednio z równania (2.3.1.5), macierz  $\mathbf{C}_o$  o wymiarach  $n \times \check{n}$  ma postać:

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times q} \end{bmatrix}. \quad (2.3.1.15)$$

### 2.3.2. Równanie błędu obserwatora całkującego

Równanie błędu obserwatora całkującego wyprowadza się analogicznie, jak równanie błędu obserwatora proporcjonalnego, wykorzystując model matematyczny obiektu obserwowanego opisany równaniami (2.3.1.6) i (2.3.1.10) oraz odpowiadający tym równaniom model matematyczny obserwatora opisany równaniem (2.3.1.12). Równania te wykorzystuje się ze względu na ich postaci, nie zawierające w swej strukturze całek. Wektor zmiennych stanu obserwatora całkującego  $\mathbf{x}_o$  został rozszerzony w stosunku do wektora zmiennych stanu obserwatora proporcjonalnego  $\mathbf{x}$  o dodatkowe zmienne stanu zawarte w wektorze  $\mathbf{x}_y$ , więc zachodzi konieczność zdefiniowania dla obserwatora całkującego nowego wektora błędu odtwarzania zmiennych stanu  $\check{\mathbf{x}}$  o wymiarze  $\check{n}$ :

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_o - \check{\mathbf{x}}. \quad (2.3.2.1)$$

Wstawiając do równania stanu obserwatora biliniowego całkującego (2.3.1.12) równanie (2.3.1.10) oraz równanie (2.3.2.1) otrzymuje się:

$$t_{\text{odn}} \dot{\check{\mathbf{x}}} + t_{\text{odn}} \check{\mathbf{x}} = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i \right) (\check{\mathbf{x}} + \check{\mathbf{x}}) + \check{\mathbf{B}} \mathbf{u} + \mathbf{K} (\check{\mathbf{C}} \mathbf{x} + \check{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon} - \check{\mathbf{C}} \mathbf{x}). \quad (2.3.2.2)$$

Czynnik  $t_{\text{odn}} \dot{\check{\mathbf{x}}}$  można wyeliminować podstawiając w jego miejsce prawą stronę równania stanu obiektu obserwowanego (2.3.1.6), otrzymując po uproszczeniu ostateczną postać równania błędu obserwatora biliniowego całkującego:

$$t_{\text{odn}} \check{\mathbf{x}} = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i + \mathbf{K} \check{\mathbf{C}} \right) \check{\mathbf{x}}. \quad (2.3.2.3)$$

Równanie to można również zapisać w innej formie:

$$t_{\text{odn}} \dot{\check{\mathbf{x}}} = \check{\mathbf{E}}(\mathbf{u}) \check{\mathbf{x}}, \quad (2.3.2.4)$$

gdzie:

$$\check{\mathbf{E}}(\mathbf{u}) = \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i + \mathbf{K} \check{\mathbf{C}}. \quad (2.3.2.5)$$

Należy zauważyć, że równanie błędu obserwatora całkującego (2.3.2.5) ma dokładnie taką samą postać, jak równanie błędu obserwatora proporcjonalnego (2.2.2.5). Wynika stąd, że również dobór parametrów obserwatora całkującego można przeprowadzić przy użyciu tych samych kryteriów i tych samych metod co dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego.

### 2.3.3. Praca obserwatora całkującego w warunkach zakłóceńowych

Równanie błędu obserwatora całkującego (2.3.2.5) ma taką samą postać, jak równanie błędu obserwatora proporcjonalnego (2.2.2.5), w związku z czym obserwator ten będzie się również podobnie zachowywał w warunkach zakłóceńowych. W przypadku zakłóceń nakładających się na sygnały wchodzące w skład wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$  oraz w przypadku odchyłek parametrów obiektu obserwowanego, równania błędu obserwatora całkującego przyjmują dokładnie takie same postaci, jak odpowiednie równania błędu obserwatora proporcjonalnego. Są to odpowiednio równania (2.2.3.20) i (2.2.3.13). Jednak w przypadku zakłóceń nakładających się na elementy wektora wyjścia obiektu obserwowanego  $\mathbf{y}$ , wprowadzenie w obserwatorze całkującym całkowania elementów tego wektora, powoduje zmianę postaci jego równania błędu w stosunku do obserwatora proporcjonalnego.

Równanie błędu obserwatora całkującego dla zakłóceń nakładających się na elementy wektora wyjścia obiektu obserwowanego  $\mathbf{y}$ , wyprowadza się tworząc najpierw zmodyfikowany model matematyczny obiektu obserwowanego uwzględniający tego typu zakłócenia, a następnie powtarzając rozumowanie przeprowadzone w rozdziale 2.3.2.

Założmy, że na wielkości wyjściowe obiektu obserwowanego opisanego równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16) zawarte w wektorze  $\mathbf{y}$  nakładają się różnego rodzaju zakłócenia zawarte w wektorze  $\delta\mathbf{y}$  o wymiarze  $q$ . W związku z tym, na wejście obserwatora są podawane sygnały z nałożonymi na nie zakłóceniami, zawarte w wektorze  $\tilde{\mathbf{y}}$  zdefiniowanym jako:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} + \delta\mathbf{y}. \quad (2.3.3.1)$$

Wektor wyjścia obiektu obserwowanego po transformacji, opisany równaniem (2.3.1.1), po uwzględnieniu równania (2.3.3.1) przyjmuje postać:

$$\check{y} = \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \check{y} d\tau, \quad (2.3.3.2)$$

co po podstawieniu daje:

$$\check{y} = \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t (y + \delta y) d\tau. \quad (2.3.3.3)$$

Dodatkowe równanie stanu obiektu obserwowanego (2.3.1.4) przyjmuje więc postać:

$$t_{\text{odn}} \dot{x}_y = Cx + \delta y. \quad (2.3.3.4)$$

Można więc zapisać równanie stanu obiektu obserwowanego (2.3.1.6) w nowej postaci:

$$t_{\text{odn}} \dot{\check{x}} = \left( \check{A} + \sum_{i=1}^p u_i \check{A}_i \right) \check{x} + \check{B}u + \delta \check{y}, \quad (2.3.3.5)$$

gdzie nowy wektor zakłóceń  $\delta \check{y}$  o wymiarze  $\check{n}$  zdefiniowano jako:

$$\delta \check{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times l}^T & \delta y^T \end{bmatrix}^T. \quad (2.3.3.6)$$

Równanie błędu obserwatora całkującego dla zakłóceń nakładających się na elementy wektora wyjścia obiektu obserwowanego  $y$ , można teraz wyprowadzić powtarzając czynności przeprowadzone w rozdziale 2.2.2, w miejsce równania (2.3.1.6) wykorzystując równanie (2.3.3.5). Po wykonaniu tych czynności otrzymano równanie błędu obserwatora całkującego o postaci:

$$t_{\text{odn}} \dot{\check{\epsilon}} = \check{E}(u)\check{\epsilon} - \delta \check{y}. \quad (2.3.3.7)$$

Porównując równanie błędu obserwatora całkującego (2.3.3.7) z analogicznym równaniem błędu obserwatora proporcjonalnego (2.2.3.26), można zauważyć, że wprowadzenie całkowania wektora wyjścia obiektu obserwowanego wpływa na postać wymuszenia związanego z wektorem zakłóceń  $\delta y$  (lub odpowiednio  $\delta \check{y}$ ), nakładających się na wektor wyjścia obiektu obserwowanego  $y$  (lub  $\check{y}$ ). W odróżnieniu od obserwatora całkującego, w obserwatorze proporcjonalnym wektor zakłóceń  $\delta y$  jest dodatkowo mnożony przez macierz  $K$ . W przypadku gdy elementy macierzy  $K$  przyjmują duże wartości, może dojść do znacznego wzmocnienia tych zakłóceń, co znacznie obniża jakość odtwarzania zmiennych stanu. Z postaci równania (2.3.3.7) wynika, że w przypadku obserwatora całkującego wzmocnianie zakłóceń nakładających się na wektor wyjścia obiektu obserwowanego  $y$  nie zachodzi.

### 2.3.4. Problemy z kumulacją składowej stałej w integratorach całkujących sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego

W schemacie blokowym obserwatora całkującego występują dwa integratory. Pierwszy z nich całkuje zmienne stanu obserwatora, a drugi całkuje sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego (rys. 2.3.1). Całkowanie sygnałów wyjściowych obiektu obserwowanego w obserwatorze całkującym pozwala zwiększyć odporność tego obserwatora na zakłócenia, lecz staje się źródłem poważnych problemów gdy sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego podawane na wejście obserwatora całkującego zawierają składową stałą.

Integrator całkujący zmienne stanu obserwatora pracuje w układzie zamkniętym – wartości na jego wejściu są zależne od jego wartości wyjściowych. Poprawnie sparametryzowany obserwator ma wartości własne leżące w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, co gwarantuje asymptotyczną zbieżność przebiegów błędów odtwarzania zmiennych stanu do zera i jest równoznaczne z dążeniem wartości zmiennych stanu obserwatora do wartości zmiennych stanu obiektu obserwowanego. Integrator całkujący zmienne stanu obserwatora nie jest więc podatny na kumulację składowej stałej, gdyż ewentualny dryft wartości zmiennych stanu spowodowany tą kumulacją zostanie wytłumiony przez korekcję błędów obserwatora. Składowa stała zawarta w przebiegach zmiennych zawartych w wektorach  $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{y}$  nie będzie się więc w tym integratorze kumulować.

Drugi integrator, całkujący sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego, pracuje w układzie otwartym – jego wartości wyjściowe nie mają wpływu na wartości podawane na wejście. Jeżeli więc na wejściu tym pojawi się przebieg zawierający składową stałą, wtedy przebieg na wyjściu integratora będzie zawierał składową liniowo narastającą do nieskończoności. W praktycznej realizacji obserwatora przy użyciu procesora sygnałowego prowadzi to do powstania błędów numerycznych, związanych z wyjściem przetwarzanych zmiennych poza przedział określony przez przyjęty format liczb. Aby uniknąć problemów z tym związanych, należy w miejsce tego integratora zastosować układ całkujący odporny na składową stałą. Przykłady takich układów zostały opisane w pracach [38, 83, 36].

Układ całkujący o przełączalnej strukturze, zastosowany w badanym obserwatorze jest opisany równaniem stanu w jednostkach względnych:

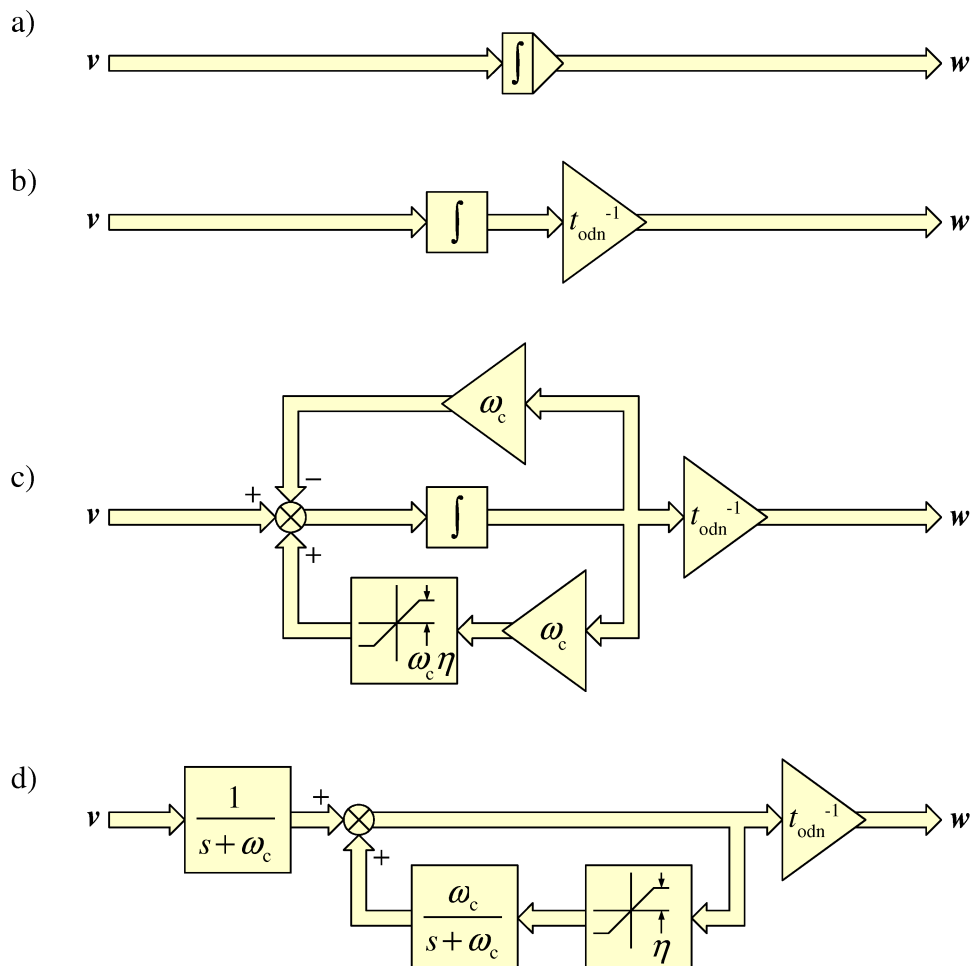
$$t_{\text{odn}} \frac{d w_z}{d t} = \begin{cases} v_z - \omega_{c(t)} w_z + \omega_{c(t)} \eta_{(t)} & \text{gdy } w_z \geq \eta_{(t)} \\ v_z & \text{gdy } -\eta_{(t)} < w_z < \eta_{(t)}, \\ v_z - \omega_{c(t)} w_z - \omega_{c(t)} \eta_{(t)} & \text{gdy } w_z \leq -\eta_{(t)} \end{cases} \quad (2.3.4.1)$$

gdzie:  $v_z$  –  $z$ -ty sygnał wejściowy integratora,  $w_z$  –  $z$ -ty sygnał wyjściowy integratora,  $z = 1 \dots q$ ,  $\omega_{c(t)}$  – pulsacja w wartościach względnych, determinująca właściwości dynamiczne układu całkującego w stanie pracy z załączoną korekcją,  $\eta_{(t)}$  – ograniczenie

### 2.3. Obserwator całkujący

w wartościach względnych, próg załączenia korekcji. Zależność (2.3.4.1) odpowiada schematowi blokowemu przedstawionemu na rysunku 2.3.4.1c po uwzględnieniu wartości względnych. Ograniczenie w wartościach względnych  $\eta_{(t)}$  jest związane z ograniczeniem  $\eta$  w wartościach rzeczywistych zależnością:

$$\eta_{(t)} = t_{\text{odn}}^{-1} \eta . \quad (2.3.4.2)$$



**Rys. 2.3.4.1. Schematy blokowe: a) integratora całkującego względem czasu w jednostkach względnych; b) rozwinięta postać schematu z rysunku a); c) integratora odpornego na składową stałą; d) operatorowa postać schematu z rysunku c),  $s$  – zmienna zespolona w przekształceniu Laplace'a**

Występująca na rysunku 2.3.4.1 pulsacja  $\omega_{c(t)}$  jest związana z pulsacją  $\omega_c$  w wartościach rzeczywistych zależnością:

$$\omega_{c(t)} = t_{\text{odn}} \omega_c . \quad (2.3.4.3)$$

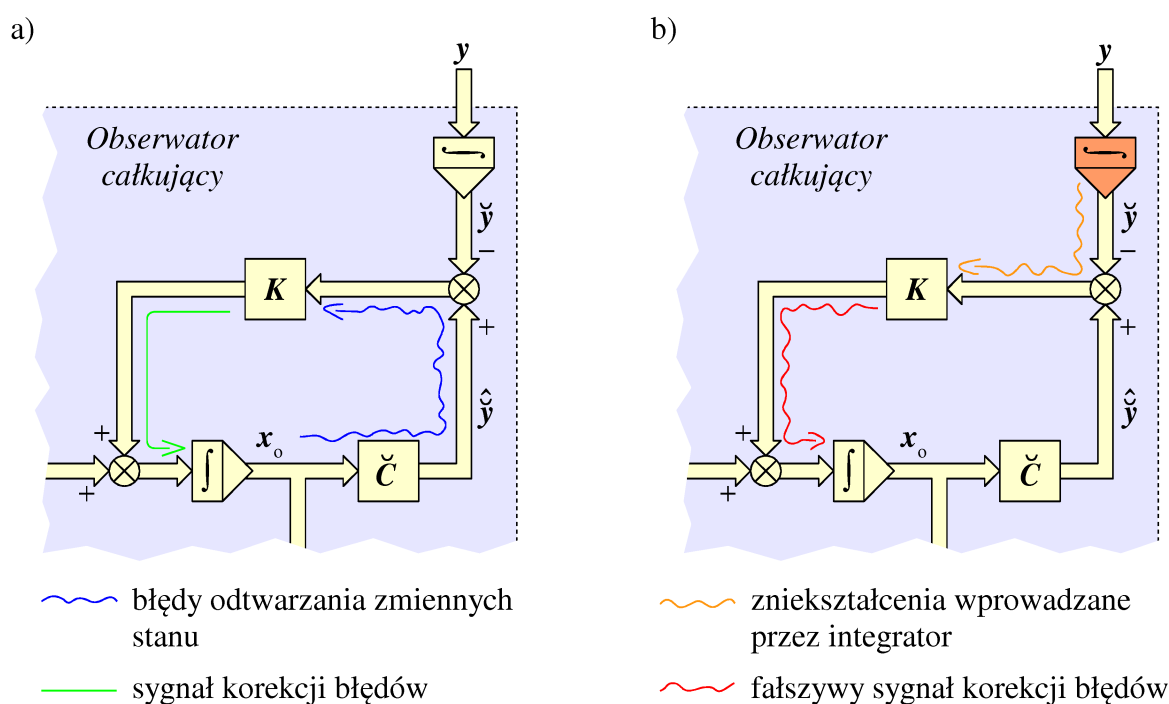
Jest to zgodne ze wzorami (2.1.1.13) i (2.1.1.19). W stanie pracy bez załączonej korekcji układ całkujący opisany równaniem (2.3.4.1) zachowuje się jak idealny inte-

### 2.3. Obserwator całkujący

grator. W stanie pracy z załączoną korekcją układ całkujący staje się obiektem inercyjnym pierwszego rzędu, o stałej czasowej w wartościach względnych  $\tau$ .

$$\tau = \omega_{c(t)}^{-1}. \quad (2.3.4.4)$$

Na rysunku 2.3.4.1 przedstawiono integrator całkujący sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego<sup>1</sup> oraz dwa równoważne mu schematy blokowe układu całkującego odpornego na składową stałą, opisanego równaniem (2.3.4.1). Na rysunku 2.3.4.1d zamieszczono schemat blokowy o postaci wziętej z pracy [38], lecz po uwzględnieniu zastosowanych wartości względnych. Schemat blokowy przedstawiony na rysunku 2.3.4.1b ma postać równoważną pod względem matematycznym, lecz uproszczoną i wprost odpowiadającą równaniu (2.3.4.1). Jednym z tych schematów należy zastąpić występujący w schemacie blokowym obserwatora integrator całkujący sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego.



**Rys. 2.3.4.2. Efekt zakłócenia działania korekcyjnego sprzężenia zwrotnego obserwatora całkującego przez zniekształcenia sygnałów wprowadzane przez układ całkujący odporny na składową stałą**

Układy całkujące odporne na składową stałą są tylko pewnym przybliżeniem idealnego integratora, a ich zastosowanie zmienia właściwości dynamiczne obserwatora.

<sup>1</sup> Porównując schemat blokowy przedstawiony na rysunku 2.3.1b z równaniem stanu obserwatora całkującego 2.3.1.13, można zauważyć, że występujące w tym schemacie integratory całkują względem czasu w wartościach względnych, realizując dzielenie przez czas odniesienia  $t_{odn}$ . Tak samo jest na wszystkich schematach blokowych układów odtwarzania zmiennych stanu zamieszczonych w tej pracy. Wyjątkiem od tej reguły są rysunki 2.3.4.1b i c, gdzie wszystkie operacje całkowania są przeprowadzone w jednostkach rzeczywistych. Dotyczy to wyróżnionego innym kształtem bloku całkowania oraz bloków transmitancji operatorowych.



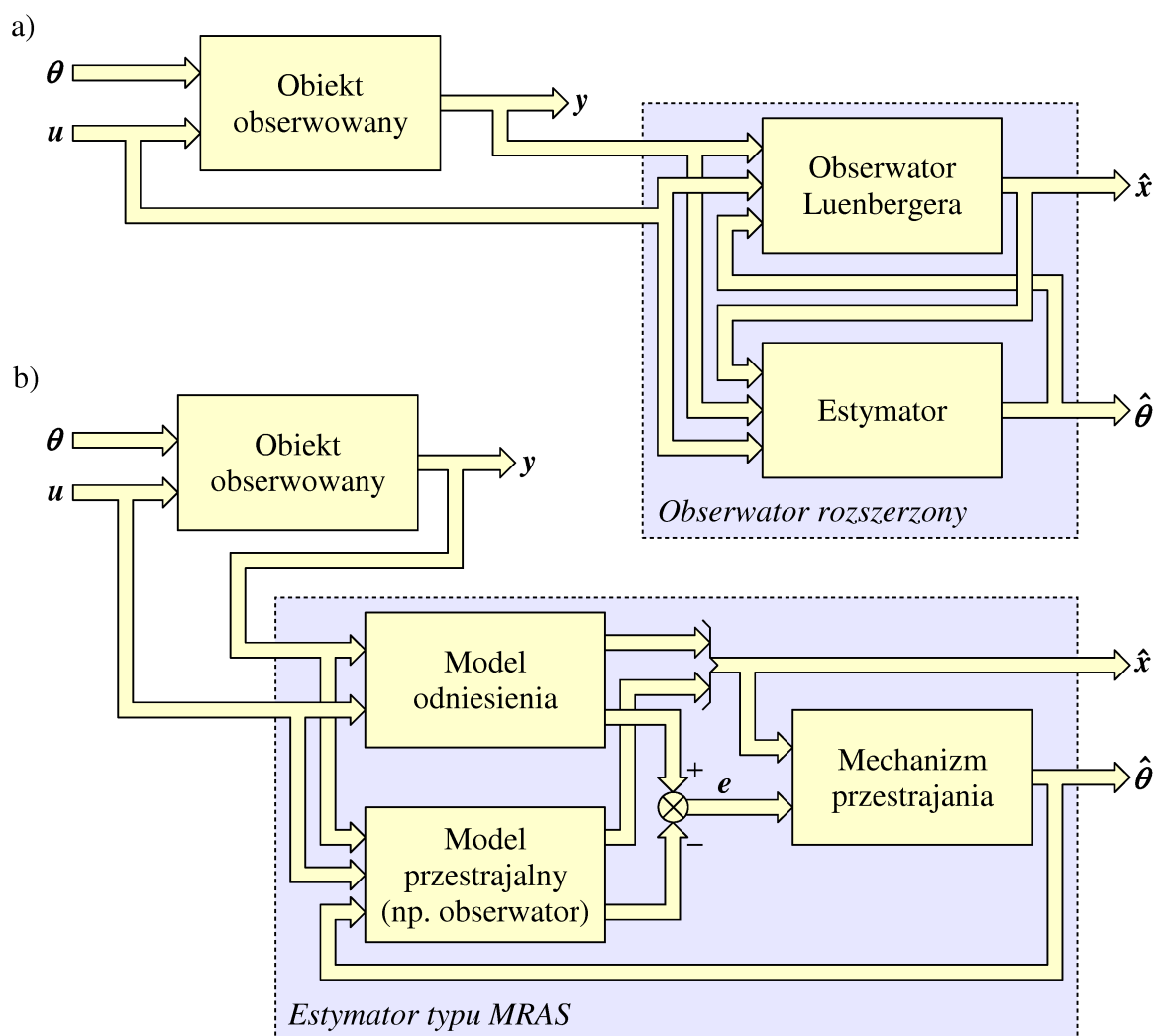
Zmiana ta jest tym większa im silniejsza korekcja składowej stałej, czyli im większa wartość pulsacji  $\omega_{c(r)}$ . Wprowadzenie zbyt silnej korekcji składowej stałej w znacznym stopniu zniekształca sygnały wyjściowe integratora, co prowadzi do powstawania w obserwatorze dodatkowych błędów odtwarzania zmiennych stanu. Efekt ten w sposób poglądowy został przedstawiony na rysunku 2.3.4.2. Na rysunku 2.3.4.2a przedstawiono poprawnie działające korekcyjne sprzężenie zwrotne obserwatora całkującego. Na podstawie wartości zmiennych stanu obserwatora, zawartych w wektorze  $x_o$ , są obliczane wartości sygnałów wyjściowych zmodyfikowanego obiektu obserwowanego zawarte w wektorze  $\hat{y}$ . Wartości zmiennych stanu zawierają w sobie błędy odtwarzania będące elementami wektora  $\varepsilon$ . Wynika to z równania (2.3.2.1). Po porównaniu w węźle sumacyjnym wartości elementów wektorów  $\hat{y}$  i  $y$ , przez macierz  $K$  jest mnożony sygnał będący kombinacją liniową elementów wektora błędu  $\varepsilon$ . W ten sposób powstaje sygnał korekcji błędów odtwarzania zmiennych stanu. Po zastosowaniu układu całkującego odpornego na składową stałą w miejsce integratora całkującego sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego, przebiegi wyjściowe tego układu zawarte w wektorze  $\check{y}$  zostają w pewnym stopniu zniekształcone. Zakładając przypadek idealny, w którym błędy odtwarzania zmiennych stanu są równe zeru, zniekształcenia te są jedyną przyczyną powstawania różnic pomiędzy wartościami elementów wektorów  $\hat{y}$  i  $y$ . W takim przypadku, przez macierz  $K$  jest mnożony sygnał, który można zinterpretować jako zniekształcenia wprowadzane przez układ całkujący (rys. 2.3.4.2b). W ten sposób powstaje fałszywy sygnał korekcji błędów, powodujący że sprzężenie zwrotne obserwatora usiłuje skorygować nieistniejące błędy odtwarzania zmiennych stanu. W tej sytuacji, korekcyjne sprzężenie zwrotne obserwatora zamiast tłumić błędy, samo staje się ich źródłem.

Opisany efekt fałszywej korekcji błędów jest tym silniejszy im silniejsze jest w integratorze tłumienie składowej stałej. Podczas doboru wartości pulsacji  $\omega_{c(r)}$  układu całkującego odpornego na składową stałą, należy więc zwrócić uwagę, aby wartość ta była nie większa niż to konieczne do uniknięcia kumulacji składowej stałej.

## 2.4. Obserwator z dodatkowymi integratorami i jego zastosowania w układach odtwarzania prędkości obrotowej silnika indukcyjnego

Rozwiązania obserwatorów Luenbergera opisane w rozdziałach 2.2 i 2.3, przeznaczone do odtwarzania elektromagnetycznych strumieni sprzężonych z uzwojeniami stojana i wirnika silnika indukcyjnego wymagają pomiaru prędkości obrotowej silnika, co uniemożliwia realizację napędu bezczujnikowego. Odtwarzanie prędkości obrotowej silnika jest możliwe przy wykorzystaniu złożonych układów odtwarzania

zmiennych stanu, takich jak różnego rodzaju obserwatory rozszerzone [29, 76, 72] i estymatory typu MRAS [86, 80, 69, 70].



**Rys. 2.4.1. Schematy blokowe: a) układu obiekt obserwowany – obserwator rozszerzony, przypadek ogólny; b) układu obiekt obserwowany – estymator typu MRAS;  $\theta$  i  $\hat{\theta}$  – wektor parametrów lub niedostępnych pomiarowo wymuszeń, rzeczywisty i odtworzony;  $e$  – wektor błędów odtwarzania sygnałów odniesienia**

Obserwator rozszerzony (rys. 2.4.1a) składa się z obserwatora Luenbergera i estymatora pracujących w pętli sprzężenia zwrotnego. W pętli tej, estymator odtwarza potrzebne obserwatorowi Luenbergera wartości niedostępnych pomiarowo wymuszeń lub parametrów, zawarte w wektorze  $\theta$ . Estymator typu MRAS (rys. 2.4.1b) składa się z modelu odniesienia i modelu przestrajanego, którego rolę może pełnić obserwator Luenbergera oraz mechanizmu przestrajania. W estymatorze typu MRAS porównywane są wybrane sygnały modelu odniesienia i modelu przestrajanego, czyli zależnego od wartości zwartych w wektorze  $\theta$ . Będące wynikiem porównania błędy od-

tworzenia sygnałów odniesienia zawarte w wektorze  $e$ , są podstawą do odtwarzania przez mechanizm przestrajania wartości niedostępnych pomiarowo wymuszeń lub parametrów zawartych w wektorze  $\theta$ .

Zarówno w przypadku obserwatora rozszerzonego, jak i w przypadku estymatora typu MRAS, prędkość obrotowa jest odtwarzana między innymi na podstawie zmiennych stanu odtworzonych w obserwatorze, a następnie podawana na wejście tego obserwatora. W obydwu przypadkach powstaje więc zamknięta pętla odtwarzania prędkości obrotowej. Wiązą się z tym dwa poważne problemy. Pierwszym problemem jest możliwość wzmacniania zakłóceń i błędów odtwarzania zmiennych stanu w zamkniętej pętli odtwarzania prędkości obrotowej. W związku z tym na podawany na wejście obserwatora przebieg prędkości obrotowej mogą być nałożone zakłócenia o dużych wartościach, znacznie obniżające jakość odtwarzania zmiennych stanu. Drugim problemem jest charakter zakłóceń zawartych w przebiegu prędkości obrotowej podawanej na wejście obserwatora, będących w ogólnym przypadku wielkościami szybkozmiennymi. Nie jest więc spełnione przyjęte w rozdziale 2.1.1 założenie wolnozmienności prędkości obrotowej  $\omega_r$ , wymagane do utworzenia modelu matematycznego silnika opisanego równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16). Model ten jest podstawą dla modeli matematycznych obserwatorów proporcjonalnego i całkującego opisanych w rozdziałach 2.2 i 2.3. Spełnienie tego założenia jest również konieczne ze względu na metody doboru parametrów obserwatorów opisane w rozdziałach 3.3 i 3.4, gdzie prędkość obrotowa traktowana jest jako parametr. Obydwa powyższe problemy można rozwiązać przez zastosowanie obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami.

#### **2.4.1. Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami zmiennych stanu silnika indukcyjnego**

Obserwator proporcjonalny z dodatkowymi integratorami jest przeznaczony do odtwarzania zmiennych stanu obiektu dynamicznego poddawanego dwóm rodzajom wymuszeń [8, 34]. Pierwszy z nich, wymuszenia mierzalne, są zawarte w wektorze  $u$  i mogą być podawane na wejście obserwatora. Drugi rodzaj wymuszeń, wymuszenia niedostępne pomiarowo, są zawarte w wektorze  $d$  i nie mogą być wykorzystane do odtwarzania zmiennych stanu.

Proces projektowania obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami przeznaczonego do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego należy rozpocząć od utworzenia modelu matematycznego silnika zawierającego niedostępne pomiarowo wymuszenia.

### 2.4.1.1. Biliniowy model silnika indukcyjnego z niedostępnymi pomiarowo wymuszeniami

Silnik indukcyjny jako biliniowy obiekt dynamiczny można opisać za pomocą równań stanu (2.1.2.12) i równania wyjścia (2.1.2.16). Jednym z wymuszeń wchodzących w skład wektora  $\mathbf{u}$  tego modelu jest prędkość obrotowa wirnika  $\omega_{(r)}$ . W wyprowadzonym poniżej modelu matematycznym silnika, zakłócenia nakładające się na przebieg prędkości obrotowej uwzględniono poprzez dodanie do biliniowego modelu matematycznego silnika opisanego równaniami (2.1.2.12) i (2.1.2.16) wektora niedostępnych pomiarowo wymuszeń  $\mathbf{d}$ . Sygnałom zawartym w tym wektorze można nadać fizyczny sens niedostępnych pomiarowo zakłóceń o losowych wartościach.

Z równania (2.1.2.11) wynika, że wymuszenie  $\omega_{(r)}$  pojawia się w trzecim i czwartym wierszu równania stanu silnika, występując w iloczynie ze zmiennymi stanu  $\psi_{r\alpha(r)}$  i  $\psi_{r\beta(r)}$ . Przyjmijmy założenie, że odtwarzana prędkość obrotowa silnika jest sumą rzeczywistej prędkości obrotowej i niedostępnych pomiarowo zakłóceń:

$$\hat{\omega}_{(r)} = \omega_{(r)} + \delta\omega_{(r)}. \quad (2.4.1.1)$$

Przez  $\omega_{(r)}$  oznaczono rzeczywistą wartość prędkości obrotowej silnika,  $\hat{\omega}_{(r)}$  oznacza odtwarzaną wartość prędkości obrotowej podawaną na wejście obserwatora, a  $\delta\omega_{(r)}$  oznacza niedostępny pomiarowo błąd odtwarzania prędkości obrotowej, lub w innej interpretacji, nałożone na przebieg prędkości obrotowej zakłócenia. Po podstawieniu równania (2.4.1.1) do równania (2.1.2.11) i przekształceniu otrzymano:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha(r)} \\ \psi_{s\beta(r)} \\ \psi_{r\alpha(r)} \\ \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c R_{s(r)} & 0 & -a R_{s(r)} & 0 \\ 0 & c R_{s(r)} & 0 & -a R_{s(r)} \\ -a R_{r(r)} & 0 & b R_{r(r)} & 0 \\ 0 & -a R_{r(r)} & 0 & b R_{r(r)} \end{bmatrix} + \\ &+ \omega_{(r)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha(r)} \\ \psi_{s\beta(r)} \\ \psi_{r\alpha(r)} \\ \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)} \\ \delta\omega_{(r)} \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha(r)} \\ u_{s\beta(r)} \\ \omega_{(r)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.4.1.2)$$

Otrzymano więc następującą postać wektora niedostępnych pomiarowo wymuszeń  $\mathbf{d}$  o wymiarze  $z = 2$ :

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \delta\omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)} & \delta\omega_{(r)} \psi_{r\beta(r)} \end{bmatrix}^T. \quad (2.4.1.3)$$

Z matematycznego punktu widzenia nie ma znaczenia czy jako niedostępne pomiarowo wymuszenie przyjmimy wartość  $\delta\omega_r$  czy iloczyn  $\delta\omega_r$  i odpowiedniego strumienia sprzężonego. W obydwóch przypadkach wartość ta jest nieznaną a jej wartości można uznać za losowe. Jednak przyjęcie niedostępnych pomiarowo wymuszeń tak jak w równaniu (2.4.1.3) eliminuje z równania (2.4.1.2) iloczyny sygnału  $\delta\omega_r$  i zmiennych stanu, którymi są strumienie sprzężone, co znacznie upraszcza model matematyczny silnika indukcyjnego. Równanie stanu modelu matematycznego silnika przyjmuje więc postać:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} + u_3 \mathbf{A}_3) \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{B}_1 \mathbf{d}, \quad (2.4.1.4)$$

a równanie wyjścia pozostaje takie samo jak równanie (2.1.2.16). Macierz  $\mathbf{B}_2$  ma postać i wymiary takie jak macierz  $\mathbf{B}$  opisana równaniem (2.1.2.15):

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}, \quad (2.4.1.3)$$

a macierz  $\mathbf{B}_1$  o wymiarach  $n \times z$  przyjmuje postać:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (2.4.1.4)$$

W ten sposób otrzymano model matematyczny silnika indukcyjnego jako biliniowego stacjonarnego obiektu dynamicznego o częściowo niedostępnych pomiarowo wymuszeniach.

#### 2.4.1.2. Model matematyczny obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami

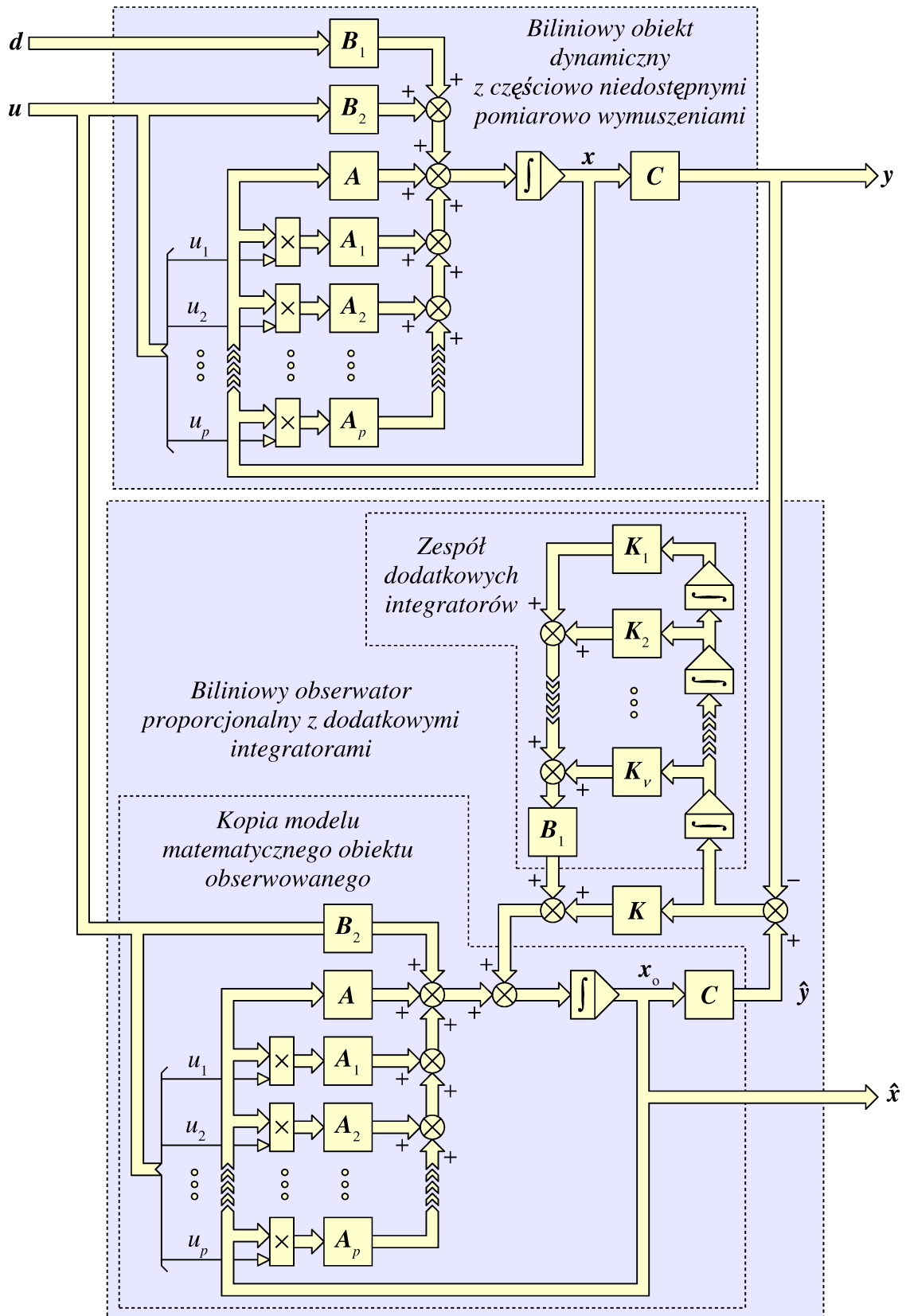
Biliniowy obiekt dynamiczny można opisać za pomocą równania stanu (2.2.1.1) i równania wyjścia (2.2.1.2). Równania te opisują model matematyczny obiektu obserwowanego, którego wszystkie wymuszenia zawarte w wektorze  $\mathbf{u}$  są znane (łatwo mierzalne). W przypadkach gdy część wymuszeń jest nieznaną model ten można opisać równaniami:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{B}_1 \mathbf{d}, \quad (2.4.1.5)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}, \quad (2.4.1.6)$$

gdzie macierz  $\mathbf{B}_2$  ma wymiary  $n \times p$ , a jako  $\mathbf{d}$  oznaczono wektor niedostępnych pomiarowo wymuszeń o wymiarze  $z$ . Macierz  $\mathbf{B}_1$  ma wymiary  $n \times z$ .

Do odtwarzania zmiennych stanu takiego obiektu można wykorzystać obserwator Luenbergera z dodatkowymi integratorami zaproponowany w artykule [34]. Opisany w tym artykule obserwator przeznaczony jest do odtwarzania zmiennych stanu liniowego obiektu dynamicznego z częściowo niedostępными pomiarowo wymuszeniami. Można rozszerzyć model matematyczny zaproponowany w artykule [34] tak by moż-



Rys. 2.4.1.1. Schemat blokowy układu obiekt obserwowany z częściowo niemierzalnymi wymuszeniami – obserwator z dodatkowymi integratorami

na go było zastosować również dla obiektu biliniowego. Wówczas obserwator taki opisany jest równaniem:

$$\begin{aligned}
 t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}_o = & \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x}_o + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{K} (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{y}) + \\
 & + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_v \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{y}) d\tau + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{v-1} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{y}) d\tau^2 + \dots \\
 & \dots + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_1 \frac{1}{t_{\text{odn}}^v} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{v} (\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{y}) d\tau^v,
 \end{aligned} \tag{2.4.1.7}$$

gdzie  $v$  jest liczbą dodatkowych integratorów,  $\mathbf{K}$  jest macierzą o wymiarach  $n \times q$  a macierze od  $\mathbf{K}_1$  do  $\mathbf{K}_v$  mają wymiary  $z \times q$ . Podstawową i najważniejszą właściwością odróżniającą obserwator z dodatkowymi integratorami od obserwatora proporcjonalnego jest występowanie korekcyjnego sprzężenia zwrotnego, którego wartość zależy od czasu. Zakładając, że błędy odtwarzania zmiennych stanu mają stałą wartość, to w obserwatorze proporcjonalnym pojawi się sygnał korekcyjny również o stałej wartości, proporcjonalnej do różnicy  $(\mathbf{C} \mathbf{x}_o - \mathbf{y})$ . Natomiast w obserwatorze z dodatkowym, pojedynczym integratorem pojawi się ponadto sygnał korekcyjny o wartości liniowo narastającej w czasie. Wynika stąd, że im dłużej będą występowały różne od zera błędy odtwarzania zmiennych stanu, tym silniej będą one tłumione. Zastosowanie podwójnego całkowania spowoduje, że sygnał korekcyjny będzie narastał wraz z kwadratem czasu, przez co osiągnie on duże wartości jeszcze szybciej, a tłumienie błędów odtwarzania będzie jeszcze silniejsze. Teoretycznie można zastosować dowolnie wiele dodatkowych integratorów, lecz w praktyce dodanie każdego kolejnego integratora znacznie utrudnia dobór parametrów obserwatora.

Model matematyczny obserwatora Luenbergera składa się z kopii modelu matematycznego obiektu obserwowanego i korekcyjnego sprzężenia zwrotnego. W przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami (rys. 2.4.1.1) w kopii modelu obiektu brak czynnika związanego z niemierzalnymi wymuszeniami zawartymi w wektorze  $\mathbf{d}$ , występującego w równaniu (2.4.1.5). Brak ten jest kompensowany przez zespół  $v$  dodatkowych integratorów w sprzężeniu zwrotnym obserwatora (rys. 2.4.1.1). Należy zauważyć, że sygnał wyjściowy zespołu integratorów, dzięki lewostronnemu pomnożeniu przez macierz  $\mathbf{B}_1$ , jest wprowadzany do kopii modelu obiektu obserwowanego dokładnie w tym miejscu, w którym powinno się pojawić niemierzalne wymuszenie. W związku z tym, sygnały korekcyjne wprowadzane przez dodatkowe integratory pojawiają się tylko w tych wierszach równania obserwatora, które odpowiadają wierszom równania obiektu obserwowanego zawierającym czynniki zależne od elementów wektora niedostępnych pomiarowo wymuszeń  $\mathbf{d}$ .

### 2.4.1.3. Równanie błędu obserwatora z dodatkowymi integratorami

Wektor błędów odtwarzania zmiennych stanu dla obserwatora z dodatkowymi integratorami opisanego równaniem (2.4.1.7) zdefiniowano następującym równaniem:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x}_o - \mathbf{x} . \quad (2.4.1.8)$$

Po wstawieniu do równania obserwatora (2.4.1.7) równania (2.4.1.8) oraz równania wyjścia obiektu obserwowanego (2.4.1.6) i uproszczeniu otrzymano:

$$\begin{aligned} t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}} + t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = & \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) (\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{K} \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} + \\ & + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_v \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{v-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^2 + \dots \\ & \dots + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^v} \int_0^t \dots \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^v . \end{aligned} \quad (2.4.1.9)$$

Po wyeliminowaniu z równania (2.4.1.9) czynnika  $t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{x}}$  poprzez podstawienie w jego miejsce prawej strony równania (2.4.1.5) otrzymano ostateczną postać równania błędu obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami:

$$\begin{aligned} t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = & \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{B}_1 \mathbf{d} + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_v \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \\ & + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{v-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^2 + \dots + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^v} \int_0^t \dots \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^v . \end{aligned} \quad (2.4.1.10)$$

Równanie błędu obserwatora z dodatkowymi integratorami (2.4.1.10) ma postać równania różniczkowo – całkowego. W tej postaci równanie to nie nadaje się do doboru parametrów obserwatora. Należy zauważyć, że w przypadku obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami opisanego równaniem (2.4.1.7) dobór parametrów polega na wyznaczeniu wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  oraz kolejnych macierzy  $\mathbf{K}_i$ . W celu doboru parametrów obserwatora należy równanie (2.4.1.10) przekształcić do postaci równania błędu obserwatora proporcjonalnego. W tym celu należy wykonać podstawienie, wprowadzając dodatkowe wektory zmiennych stanu  $\mathbf{h}$  o wymiarze  $v$  według schematu:

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{K}_1 \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} , \quad (2.4.1.11)$$

$$t_{\text{odn}} \dot{\mathbf{h}}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{h}_{i-1} \quad \text{gdzie } i \in \langle 2; v \rangle . \quad (2.4.1.12)$$

Po scałkowaniu stronami równania (2.4.1.12) otrzymano:

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \mathbf{h}_{i-1} d\tau , \quad (2.4.1.13)$$



co dla  $\nu$ -tego dodatkowego integratora daje:

$$\mathbf{h}_\nu = \mathbf{K}_\nu \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \mathbf{h}_{\nu-1} d\tau . \quad (3.4.1.14)$$

Z kolei dla integratora o numerze  $\nu - 1$  można zapisać:

$$\mathbf{h}_{\nu-1} = \mathbf{K}_{\nu-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \mathbf{h}_{\nu-2} d\tau . \quad (2.4.1.15)$$

Podstawiając do równania (2.4.1.14) w miejsce dodatkowego wektora zmiennych stanu  $\mathbf{h}_{\nu-1}$  prawą stronę równania (2.4.1.15) otrzymamy:

$$\mathbf{h}_\nu = \mathbf{K}_\nu \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \left( \mathbf{K}_{\nu-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \mathbf{h}_{\nu-2} d\tau \right) d\tau , \quad (2.4.1.16)$$

co po przekształceniu daje:

$$\mathbf{h}_\nu = \mathbf{K}_\nu \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \mathbf{K}_{\nu-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^2 + \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \mathbf{h}_{\nu-2} d\tau^2 . \quad (2.4.1.17)$$

Czynnik  $\mathbf{h}_{\nu-2}$  można z równania (2.4.1.17) wyeliminować wstawiając w miejsce tego czynnika prawą stronę równania (2.4.1.13) zapisanego dla  $i = \nu - 2$ . Kontynuując ten sposób postępowania, można z przekształcanego równania (2.4.1.17) wyeliminować dodatkowe wektory zmiennych stanu do  $\mathbf{h}_2$  włącznie. Równanie to osiągnie wtedy postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_\nu = & \mathbf{K}_\nu \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \mathbf{K}_{\nu-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^2 + \dots \\ & \dots + \mathbf{K}_2 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^{\nu-1}} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{\nu-1} \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^{\nu-1} + \frac{1}{t_{\text{odn}}^{\nu-1}} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{\nu-1} \mathbf{h}_1 d\tau^{\nu-1} . \end{aligned} \quad (2.4.1.18)$$

Wektor dodatkowych zmiennych stanu  $\mathbf{h}_1$  należy z równania (2.4.1.18) wyeliminować wstawiając w jego miejsce prawą stronę scałkowanego stronomi równania (2.4.1.11), co daje:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_\nu = & \mathbf{K}_\nu \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \mathbf{K}_{\nu-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^2 + \dots \\ & \dots + \mathbf{K}_2 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^{\nu-1}} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{\nu-1} \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^{\nu-1} + \mathbf{K}_1 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^\nu} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{\nu} \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^\nu . \end{aligned} \quad (2.4.1.19)$$

Następnie należy równanie (2.4.1.19) lewostronnie pomnożyć stronami przez macierz  $\mathbf{B}_1$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 \mathbf{h}_v = & \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_v \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{v-1} \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^2} \int_0^t \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^2 + \dots \\ & \dots + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_2 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^{v-1}} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{v-1} \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^{v-1} + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{C} \frac{1}{t_{\text{odn}}^v} \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{v} \boldsymbol{\varepsilon} d\tau^v. \end{aligned} \quad (2.4.1.20)$$

Po porównaniu równań (2.4.1.20) i (2.4.1.10) można zauważyć, że prawa strona równania (2.4.1.20) zawiera dokładnie wszystkie czynniki z dodatkowymi integratorami występujące w równaniu (2.4.1.10). Możliwe jest więc wykonanie podstawienia:

$$t_{\text{odn}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{B}_1 \mathbf{d} + \mathbf{B}_1 \mathbf{h}_v. \quad (2.4.1.21)$$

W ten sposób różniczkowo – całkowe równanie błędu obserwatora z dodatkowymi integratorami (2.4.1.10) zostało sprowadzone do postaci równania różniczkowego (2.4.1.21). Równanie różniczkowe (2.4.1.21) zawiera jednak dwa wektory zmiennych stanu, czyli wektor błędów odtwarzania zmiennych stanu obiektu obserwowanego  $\boldsymbol{\varepsilon}$  oraz wektor dodatkowych zmiennych stanu  $\mathbf{h}_v$ , powiązany z wektorem  $\boldsymbol{\varepsilon}$  poprzez wektory dodatkowych zmiennych stanu od  $\mathbf{h}_1$  do  $\mathbf{h}_{v-1}$ , co wynika z równań (2.4.1.11) i (2.4.1.12). W związku z tym należy połączyć równania (2.4.1.11), (2.4.1.12) i (2.4.1.21) wprowadzając nowy wektor błędów odtwarzania zmiennych stanu obiektu obserwowanego  $\check{\boldsymbol{\varepsilon}}$  o wymiarze  $\check{n} = n + v \cdot z$  i postaci:

$$\check{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left[ \boldsymbol{\varepsilon}^T \quad \mathbf{h}_1^T \quad \dots \quad \mathbf{h}_i^T \quad \dots \quad \mathbf{h}_v^T \right]^T. \quad (2.4.1.22)$$

Równania (2.4.1.11), (2.4.1.12) i (2.4.1.21) można wtedy połączyć w jedno równanie, otrzymując postać normalną równania błędu obserwatora z dodatkowymi integratorami:

$$t_{\text{odn}} \dot{\check{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i + \check{\mathbf{K}} \check{\mathbf{C}} \right) \check{\boldsymbol{\varepsilon}} + \check{\mathbf{B}}_1 \mathbf{d}, \quad (2.4.1.23)$$

co w innej formie można zapisać jako:

$$t_{\text{odn}} \dot{\check{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \check{\mathbf{E}}(\mathbf{u}) \check{\boldsymbol{\varepsilon}} + \check{\mathbf{B}}_1 \mathbf{d}. \quad (2.4.1.24)$$

gdzie:

$$\check{\mathbf{E}}(\mathbf{u}) = \left( \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p u_i \check{\mathbf{A}}_i + \check{\mathbf{K}} \check{\mathbf{C}} \right). \quad (2.4.1.25)$$

Macierze  $\check{\mathbf{A}}$  i  $\check{\mathbf{A}}_i$  o wymiarach  $\check{n} \times \check{n}$  przyjmują odpowiednio postaci:

$$\check{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times z(v-1)} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0}_{z \times n} & \mathbf{0}_{z \times z(v-1)} & \mathbf{0}_{z \times z} \\ \mathbf{0}_{z(v-1) \times n} & \mathbf{I}_{z(v-1)} & \mathbf{0}_{z(v-1) \times z} \end{bmatrix}, \quad (2.4.1.26)$$

$$\check{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & \mathbf{0}_{n \times z \cdot v} \\ \mathbf{0}_{z \cdot v \times n} & \mathbf{0}_{z \cdot v \times z \cdot v} \end{bmatrix}. \quad (2.4.1.27)$$

Macierz  $\check{C}$  o wymiarach  $q \times \check{n}$  oraz macierz  $\check{B}_1$  o wymiarach  $\check{n} \times z$  mają postaci:

$$\check{C} = \begin{bmatrix} C & \mathbf{0}_{q \times z \cdot v} \end{bmatrix}, \quad (2.4.1.28)$$

$$\check{B}_1 = \begin{bmatrix} -B_1 \\ \mathbf{0}_{z \cdot v \times z} \end{bmatrix}. \quad (2.4.1.29)$$

Macierz  $\check{K}$  o wymiarach  $\check{n} \times q$  i postaci:

$$\check{K} = \begin{bmatrix} K^T & K_1^T & \dots & K_i^T & \dots & K_v^T \end{bmatrix}^T, \quad (2.4.1.30)$$

jest jedyną macierzą modelu matematycznego obserwatora, której elementy należy dobrać w trakcie syntezy obserwatora. Po sprowadzeniu równania błędu obserwatora z dodatkowymi integratorami do postaci normalnej (2.4.1.23), dobór parametrów tego obserwatora przeprowadza się analogicznie jak dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego.

#### 2.4.1.4. Problemy z kumulacją składowej stałej w dodatkowych integratorach obserwatora z dodatkowymi integratorami

Wprowadzenie dodatkowych integratorów do struktury proporcjonalnego obserwatora Luenbergera wiąże się ze zmniejszeniem odporności tego obserwatora na zakłócenia nakładające się na wektor wyjścia obiektu obserwowanego  $\mathbf{y}$ . Wynika to z faktu, że błędy odtwarzania zmiennych stanu spowodowane niedostępnymi pomiarowo wymuszeniami  $\mathbf{d}$  są korygowane przez dodatkowe integratory właśnie na podstawie wartości elementów wektora  $\mathbf{y}$ . Szczególnie niebezpieczne są zakłócenia mające postać składowej stałej. Składową stałą do mierzonych przebiegów<sup>2</sup> mogą wprowadzać na przykład przetworniki pomiarowe z dryftem zera.

Możliwość wystąpienia problemów podczas praktycznej realizacji zespołu dodatkowych integratorów wynika wprost z równań (2.4.1.11) i (2.4.1.12). W każdym z tych równań, występujący w pochodnej po lewej stronie równania wektor zmiennych stanu  $\mathbf{h}_i$  związany z  $i$ -tym dodatkowym integratorem, nie występuje po prawej stronie równania. Oznacza to, że wartości pochodnych zmiennych stanu  $i$ -tego integratora nie są związane z wartościami tych zmiennych. W związku z tym, jeżeli na wejściu

<sup>2</sup> W ogólnym przypadku, gdy obiekt obserwowany jest dowolnym obiektem dynamicznym sygnały wyjściowe tego obiektu mogą zawierać składową stałą. Należy jednak zauważyć, że w takich przypadkach również sygnały wyjściowe odtworzone w obserwatorze będą zawierać dokładnie taką samą składową stałą, w związku z czym podawana na wejścia dodatkowych integratorów różnica tych dwóch sygnałów składowej stałej zawierać nie będzie. Wynika stąd, że składowa stała może pojawić się na wejściach dodatkowych integratorów tylko i wyłącznie w wyniku zaistnienia różnego rodzaju zakłóceń. Pojawienie się składowej stałej na wejściach dodatkowych integratorów może być spowodowane także przez niedostępne pomiarowo wymuszenie mające postać składowej stałej.

integratora pojawi się sygnał zawierający składową stałą, na wyjściu pojawi się sygnał w sposób nieograniczony narastający do nieskończoności. W praktycznej realizacji przy wykorzystaniu procesora sygnałowego, po pewnym czasie sygnał wyjściowy dodatkowego integratora przekroczy maksymalną wartość wynikającą z przyjętego formatu liczb i spowoduje powstanie błędów w działaniu programu. W związku z tym, należy dodatkowe integratory obserwatora zastąpić układami całkującymi odpornymi na składową stałą. Przykłady takich układów opisano w pracach [38, 83], a sposób ich zastosowania w strukturze obserwatora opisano w rozdziale 2.3.4.

Układy całkujące odporne na składową stałą są tylko pewnym przybliżeniem integratora, w związku z czym zmieniają one właściwości dynamiczne obserwatora i wpływają na sposób jego działania. W szczególności, tłumienie składowej stałej powoduje zmniejszenie wartości sygnałów korekcyjnego sprzężenia zwrotnego na wyjściach dodatkowych integratorów, zawartych w wektorach  $\mathbf{h}_i$ . Powoduje to osłabienie kompensacji skutków występowania niedostępnych pomiarowo wymuszeń zawartych w wektorze  $\mathbf{d}$ . Osłabienie to wynika wprost z uwzględnienia równania integratora z załączoną korekcją składowej stałej (2.3.4.1) w równaniach (2.4.1.11) i (2.4.1.12). Otrzymane w ten sposób równania (2.4.1.39) i (2.4.1.40) zawierają ujemne sprzężenie zwrotne tłumiące sygnały wyjściowe integratorów, tym silniej, im większa jest wartość pulsacji  $\omega_{c(r)}$ . Należy więc zadawać na tyle dużą wartość pulsacji  $\omega_{c(r)}$  aby zagwarantować eliminację efektów związanych z kumulacją składowej stałej, lecz nie większą, aby nie osłabiać kompensacji skutków występowania niemierzalnych wymuszeń.

Zastosowanie zamiast dodatkowych integratorów układów całkujących opisanych w pracach [38, 83] ma jeszcze jeden ważny skutek. Układy te nie są w stanie skompensować błędów odtwarzania zmiennych stanu wywołanych przez niedostępne pomiarowo wymuszenia mające postać składowej stałej. Dodatkowe integratory zostały jednak wprowadzone po to, aby kompensowały błędy odtwarzania zmiennych stanu powodowane przez niedostępne pomiarowo wymuszenia o charakterze szybkozmiennym. Okazuje się, że ze skutkami występowania niedostępnych pomiarowo wymuszeń o wolnozmiennych przebiegach dobrze sobie radzi proporcjonalne korekcyjne sprzężenie zwrotne, które pomimo zastąpienia dodatkowych integratorów rozważanymi układami całkującymi pozostaje niezmienione. W pracach [22, 56] można znaleźć opisy obserwatorów proporcjonalnych przeznaczonych do odtwarzania zmiennych stanu obiektów o niedostępnych pomiarowo wolnozmiennych wymuszeniach, w których to obserwatorach do tłumienia błędów odtwarzania zmiennych stanu zastosowano tylko proporcjonalne sprzężenie zwrotne<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Tłumienie błędów odtwarzania zmiennych stanu spowodowanych przez niedostępne pomiarowo wymuszenie tylko za pomocą proporcjonalnego sprzężenia zwrotnego wymaga przed przystąpieniem do projektowania obserwatora zastosowania odpowiedniej transformacji modelu matematycznego obiektu obserwowanego [22, 56].

### 2.4.1.5. Stabilność obserwatora z dodatkowymi integratorami

Struktura modelu matematycznego obserwatora z dodatkowymi integratorami sprawia, że dla pewnych, szczególnych wartości elementów macierzy  $A, A_i, B_1$  i  $C$  obiektu obserwowanego opisanego równaniami (2.4.1.5) i (2.4.1.6), podczas doboru parametrów obserwatora nie jest możliwe zapewnienie jego stabilności. Jest tak również w przypadku rozpatrywanego modelu matematycznego silnika indukcyjnego, o macierzach  $A, A_i, B_1$  i  $C$  opisanych odpowiednio równaniami (2.1.2.13), (2.1.2.14), (2.4.1.4) i (2.1.2.17). Wynika to wprost z analizy postaci macierzy  $\check{E}(u)$  opisanej równaniem (2.4.1.25).

Występująca w równaniu (2.4.1.25) suma macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$  opisanych równaniami (2.4.1.26) i (2.4.1.27) ma zawsze co najmniej z wierszy wypełnionych zerami, odpowiadających drugiemu wierszowi macierzy blokowej (2.4.1.26), jest więc macierzą osobliwą. Po dodaniu do sumy macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$  iloczynu macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$  opisanych równaniami (2.4.1.28) i (2.4.1.30), liczba liniowo niezależnych wierszy macierzy  $\check{E}(u)$  może się zwiększyć co najwyżej o wartość mniejszego z rządów macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$ , pod warunkiem, że wszystkie wiersze iloczynu macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$  będą liniowo niezależne względem wszystkich wierszy sumy macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$ . Ten właśnie warunek nie jest spełniony w przypadku rozpatrywanego modelu silnika indukcyjnego.

Z równań (2.4.1.28), (2.4.1.30) i (2.1.2.17), przy uwzględnieniu że dla rozpatrywanego modelu silnika  $p = 2, q = 2, z = 2$  i  $n = 4$ , dla obserwatora z  $v$  dodatkowymi integratorami, dowolny,  $i$ -ty wiersz iloczynu macierzy  $\check{K}$  o elementach  $\check{k}_{i,j}$  oraz macierzy  $\check{C}$  o elementach  $\check{c}_{j,m}$  ma postać:

$$\left[ \sum_{j=1}^q \check{k}_{i,j} \check{c}_{j,1} \quad \sum_{j=1}^q \check{k}_{i,j} \check{c}_{j,2} \quad \dots \quad \sum_{j=1}^q \check{k}_{i,j} \check{c}_{j,m} \quad \dots \quad \sum_{j=1}^q \check{k}_{i,j} \check{c}_{j,n+z \cdot v} \right] =$$

$$= \left[ -\check{k}_{i,1} c \quad -\check{k}_{i,2} c \quad \check{k}_{i,1} a \quad \check{k}_{i,2} a \quad \underbrace{0 \quad \dots \quad 0}_{2 \cdot v} \right], \quad (2.4.1.31)$$

co można zapisać jako:

$$\left[ -\check{k}_{i,1} c \quad -\check{k}_{i,2} c \quad \check{k}_{i,1} a \quad \check{k}_{i,2} a \quad \underbrace{0 \quad \dots \quad 0}_{2 \cdot v} \right] = -\check{k}_{i,1} w_1 - \check{k}_{i,2} w_2, \quad (2.4.1.32)$$

gdzie wektory  $w_1$  i  $w_2$  przyjmują postaci:

$$w_1 = \left[ c \quad 0 \quad -a \quad 0 \quad \underbrace{0 \quad \dots \quad 0}_{2 \cdot v} \right], \quad (2.4.1.33)$$

$$w_2 = \left[ 0 \quad c \quad 0 \quad -a \quad \underbrace{0 \quad \dots \quad 0}_{2 \cdot v} \right]. \quad (2.4.1.34)$$

Wektory  $w_1$  i  $w_2$  mają takie same postaci jak pierwsze dwa wiersze sumy macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$ , co wprost wynika z uwzględnienia równań (2.1.2.13), (2.1.2.14) i (2.4.1.4)

w równaniach (2.4.1.26) i (2.4.1.27). Jest to dowód na to, że w przypadku rozpatrywanego modelu matematycznego silnika indukcyjnego, dowolny wiersz iloczynu macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$  jest zawsze kombinacją liniową pierwszych dwóch wierszy sumy macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$ . Prawdopodobnie ta zachodzi dla dowolnych wartości elementów macierzy  $\check{K}$ , jest więc niezależna od doboru parametrów obserwatora. Iloczyn macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$  nie wprowadza więc do macierzy  $\check{E}(u)$  dodatkowych liniowo niezależnych wierszy, nie powoduje więc on zwiększenia rzędu macierzy  $\check{E}(u)$  w stosunku do rzędu sumy macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$ , której wynikiem, jak wykazano powyżej, jest zawsze macierz osobliwa.

Z przeprowadzonych rozważań wynika więc, że macierz  $\check{E}(u)$ , ma w przypadku silnika indukcyjnego rząd o  $z$  mniejszy niż liczbę wierszy i kolumn, w związku z czym ma zawsze co najmniej  $z$  zerowych wartości własnych. W związku z tym obserwator nie spełnia warunku koniecznego i wystarczającego stabilności (twierdzenie 8.1 w pracy [43]), z którego wynika, że wielokrotne bieguny o zerowych częściach rzeczywistych powodują niestabilność obiektu dynamicznego.

Problem niestabilności obserwatora może występować w przypadku wielu modeli różnych obiektów dynamicznych. W ogólnym przypadku rząd iloczynu macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$  spełnia równanie:

$$\text{rank}(\check{K}\check{C}) \leq \min(n + z \cdot v, q), \quad (2.4.1.35)$$

co przy założeniu<sup>4</sup>, że  $n \geq q$  sprowadza się do warunku:

$$\text{rank}(\check{K}\check{C}) \leq q, \quad (2.4.1.36)$$

którego prawa strona określa maksymalną liczbę liniowo niezależnych wierszy wprowadzanych do macierzy  $\check{E}(u)$  przez iloczyn macierzy  $\check{K}$  i  $\check{C}$ . Maksymalna liczba liniowo niezależnych wierszy macierzy  $\check{E}(u)$  jest opisana zależnością:

$$\text{rank}\left(\check{A} + \sum_{i=1}^p \check{A}_i u_i\right) + \text{rank}(\check{K}\check{C}) = (n + z(v - 1)) + q \leq n + z \cdot v = \check{n}. \quad (2.4.1.37)$$

Forma nierówności (2.4.1.37) wynika z faktu, że liczba liniowo niezależnych wierszy macierzy kwadratowej nie może być większa od całkowitej liczby wierszy w tej macierzy. Z nierówności (2.4.1.37) wynika, że gdy  $q \leq z$  to obserwator z dodatkowymi integratorami ma co najmniej  $z - q$  zerowych wartości własnych. Liczba zerowych wartości własnych może być większa, jeżeli spośród wszystkich wierszy sumy macierzy  $\check{A}$  i  $\check{A}_i u_i$  oraz macierzy  $\check{C}$  niektóre są liniowo zależne względem pozostałych. Po uwzględnieniu tego faktu w nierówności (2.4.1.37), można uzyskać:

<sup>4</sup> Założenie to wprost wynika z domyślnie przyjmowanego założenia liniowej niezależności wyjść obiektu obserwowanego [43, 78]. Ewentualna liniowa zależność wyjść obiektu obserwowanego świadczy o tym, że model matematyczny tego obiektu nie został utworzony w sposób poprawny.

$$\text{rank}(\check{\mathbf{E}}(\mathbf{u})) \leq \min \left[ \check{n}, \text{rank} \left( \begin{bmatrix} \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p \check{\mathbf{A}}_i u_i & \mathbf{B}_1 \\ \check{\mathbf{C}} & \mathbf{0}_{q \times z} \end{bmatrix} + z(\nu - 1) \right) \right]. \quad (2.4.1.38)$$

Z powyższych rozważań wynika, że dla obserwatora z dodatkowymi integratorami przedstawionego w pracy [34] istnieją takie obiekty obserwowane, dla których obserwator jest zawsze niestabilny, bez względu na dobór jego parametrów. Do takich obiektów należy również rozpatrywany model matematyczny silnika indukcyjnego.

Obserwatorowi z dodatkowymi integratorami można zapewnić stabilność dla dowolnego, poprawnie zdefiniowanego<sup>5</sup> modelu matematycznego obiektu obserwowanego przy wykorzystaniu znajdujących się w strukturze obserwatora integratorów odpornych na składową stałą. Opisane w rozdziale 2.4.1.4 problemy z kumulacją składowej stałej sprawiają, że wszystkie dodatkowe integratory obserwatora należy zastąpić układami całkującymi odpornymi na składową stałą. Układy takie, opisane w rozdziale 2.3.4, gdy znajdują się w stanie pracy z załączoną korekcją, zmieniają właściwości dynamiczne obserwatora. Zmiana właściwości dynamicznych obserwatora może być kontrolowana poprzez odpowiedni dobór parametrów układów całkujących odpornych na składową stałą.

Zastosowane układy całkujące odporne na składową stałą są opisane równaniem (2.3.4.1). Z równania (2.3.4.1) wynika, że w stanie niezłączonej korekcji składowej stałej układ całkujący pracuje tak jak zwykły integrator. Zatem aby możliwe było zapewnienie stabilności obserwatora z dodatkowymi integratorami w każdych warunkach pracy, korekcja musi być załączona na stałe. Należy więc wartość ograniczenia  $\eta$  na stałe ustawić na 0. Po wprowadzeniu do modelu matematycznego obserwatora z dodatkowymi integratorami integratorów odpornych na składową stałą, równania (2.4.1.11) i (2.4.1.12), zgodnie z równaniem (2.3.4.1), przyjmują postaci:

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{K}_1 \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} - \omega_{c1(t)} \mathbf{h}_1, \quad (2.4.1.39)$$

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\mathbf{h}}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{h}_{i-1} - \omega_{ci(t)} \mathbf{h}_i \quad \text{gdzie } i \in \langle 2; \nu \rangle, \quad (2.4.1.40)$$

gdzie jako  $\omega_{ci(t)}$  oznaczono pulsację  $i$ -tego dodatkowego integratora odpornego na składową stałą [38] wyrażoną w wartościach względnych. Powtórne przeprowadzenie przekształceń od (2.4.1.13) do (2.4.1.24) prowadzi do uzyskania nowej postaci macierzy  $\check{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$  obserwatora:

$$\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{u}) = \check{\mathbf{E}}(\mathbf{u}) - \mathbf{I}_{\check{n}} \boldsymbol{\omega}_{c(t)}. \quad (2.4.1.41)$$

<sup>5</sup> Za poprawnie zdefiniowany model matematyczny obiektu obserwowanego uznano model o liniowo niezależnych zmiennych stanu. Liniowa niezależność zmiennych stanu gwarantuje pełny rząd macierzy stanu obiektu obserwowanego (sumy macierzy  $\hat{\mathbf{A}}$  i  $\hat{\mathbf{A}}_i u_i$ ). Jeżeli zmienne stanu obiektu są liniowo zależne, oznacza to, że ten sam obiekt można opisać za pomocą modelu matematycznego o mniejszej liczbie zmiennych stanu.

W równaniu (2.4.1.41) jako  $\omega_{c(t)}$  oznaczono wektor zawierający pulsacje  $\omega_{c_i(t)}$  kolejnych dodatkowych integratorów o postaci:

$$\omega_{c(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times n} & \omega_{c1(t)} \mathbf{I}_{1 \times z} & \dots & \omega_{c_i(t)} \mathbf{I}_{1 \times z} & \dots & \omega_{c_v(t)} \mathbf{I}_{1 \times z} \end{bmatrix}^T. \quad (2.4.1.42)$$

Z równania (2.4.1.41) wynika, że macierz  $\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$  w porównaniu do macierzy  $\check{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$  opisanej równaniem (2.4.1.25) zawiera na głównej przekątnej w wierszach od  $n+1$  do  $\check{n}$  dodatkowe elementy równe co do wartości pulsacjom  $\omega_{c_i(t)}$  kolejnych dodatkowych integratorów odpornych na składową stałą. Niezerowe wartości tych elementów zwiększają rząd macierzy  $\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$ , który jest opisany zależnością:

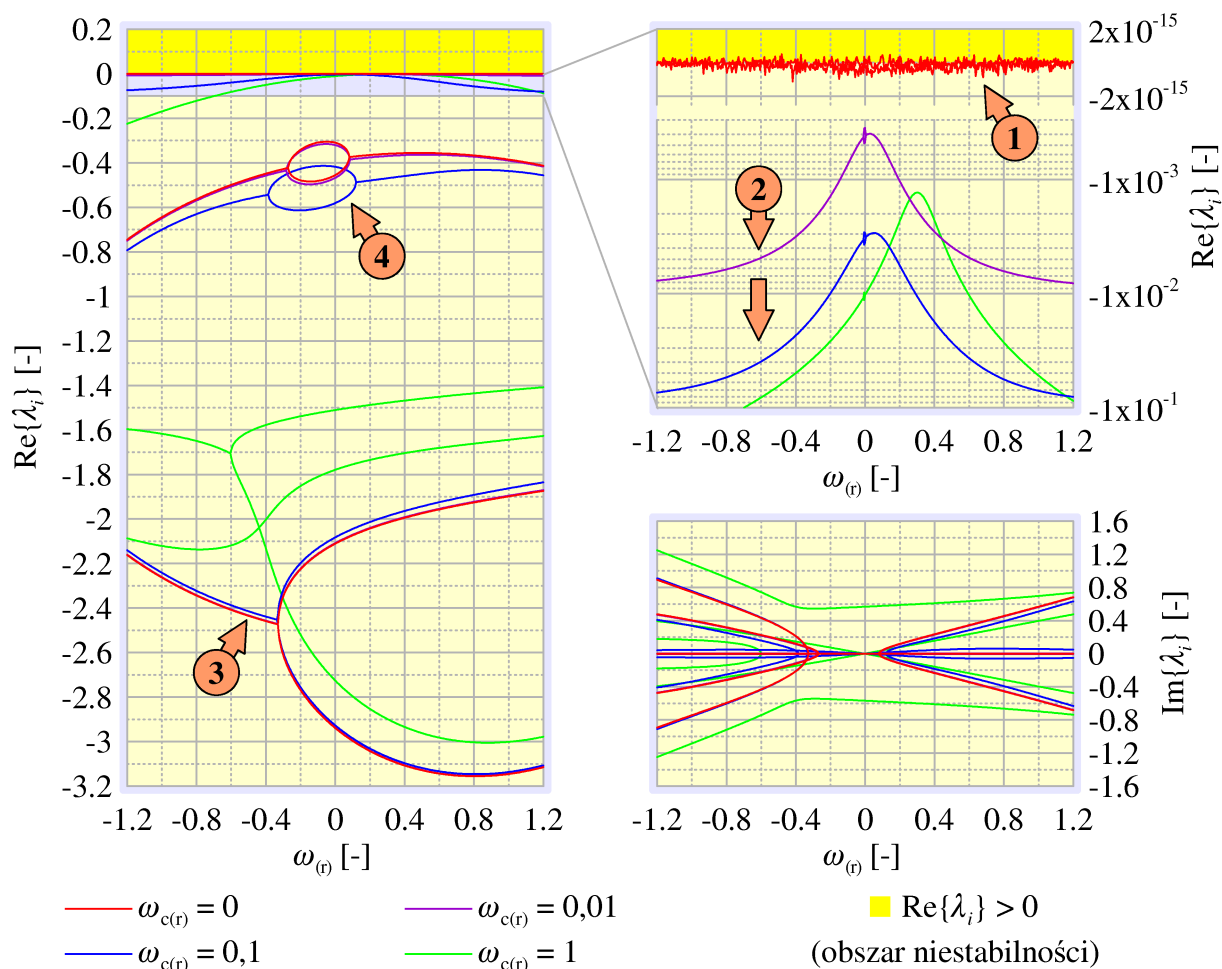
$$\text{rank}(\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{u})) \leq \min \left[ \check{n}, \text{rank} \left( \begin{bmatrix} \check{\mathbf{A}} + \sum_{i=1}^p \check{\mathbf{A}}_i u_i & \mathbf{B}_1 \\ \check{\mathbf{C}} & \mathbf{0}_{q \times z} \end{bmatrix} + z \cdot \nu \right) \right]. \quad (2.4.1.45)$$

Porównując zależności (2.4.1.38) i (2.4.1.45) można zauważyć, że w przypadkach gdy macierz  $\check{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$  ma niepełny rząd, to macierz  $\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$  ma rząd większy nawet o  $z$ . Jeżeli model matematyczny obiektu obserwowanego został poprawnie zdefiniowany (patrz przypis na str. 63) to takie zwiększenie rzędu macierzy  $\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{u})$  powoduje, że macierz ta zawsze jest macierzą nieosobliwą. Obserwator nie ma wtedy wartości własnych o wartościach stale równych zero. Wartości wszystkich wartości własnych obserwatora zawsze wtedy zależą od odpowiedniego doboru wartości elementów macierzy  $\check{\mathbf{K}}$  oraz wartości pulsacji dodatkowych integratorów  $\omega_{c_i(t)}$ .

Wprowadzenie do modelu matematycznego obserwatora z dodatkowymi integratorami układów całkujących odpornych na składową stałą pozwala więc wyeliminować problemy z niestabilnością obserwatora. W celu zapewnienia stabilności obserwatora, wartość odcięcia  $\eta$  wszystkich dodatkowych integratorów odpornych na składową stałą należy na stałe ustawić na 0. Wartości wszystkich pulsacji  $\omega_{c_i(t)}$  należy ustawić na wartości większe od 0, wymagane również ze względu na zapewnienie odpowiednich warunków tłumienia składowej stałej.

Na rysunku 2.4.1.2, na przykładzie obserwatora z jednym dodatkowym integratorem (patrz załącznik B.3.1) przedstawiono wpływ pulsacji  $\omega_{c(t)}$  dodatkowych integratorów odpornych na składową stałą na wartości własne obserwatora. Dla  $\omega_{c(t)} = 0$  wartości części rzeczywistych dwóch z sześciu wartości własnych obserwatora są stale równe zero (znacznik 1). Występujące na wykresie odchyłki tych wartości są skutkiem zastosowania numerycznej metody obliczeniowej, która działała przy tolerancji zera zadanej na poziomie  $10^{-15}$ . Wraz ze zwiększaniem wartości pulsacji  $\omega_{c(t)}$  wartości wartości własnych obserwatora oddalają się od prawej półpłaszczyzny zespolonej (znacznik 2), zaznaczonej kolorem żółtym. Przesunięcie to gwarantuje stabilność obserwatora w pełnym zakresie zmian prędkości obrotowej silnika  $\omega_{(t)}$ . Wpływ nastaw dodatkowych integratorów na pozostałe wartości własne obserwatora jest dla małych wartości  $\omega_{c(t)}$  niewielki, a zmiany ich wartości nie przekraczają kilku procent dla wartości





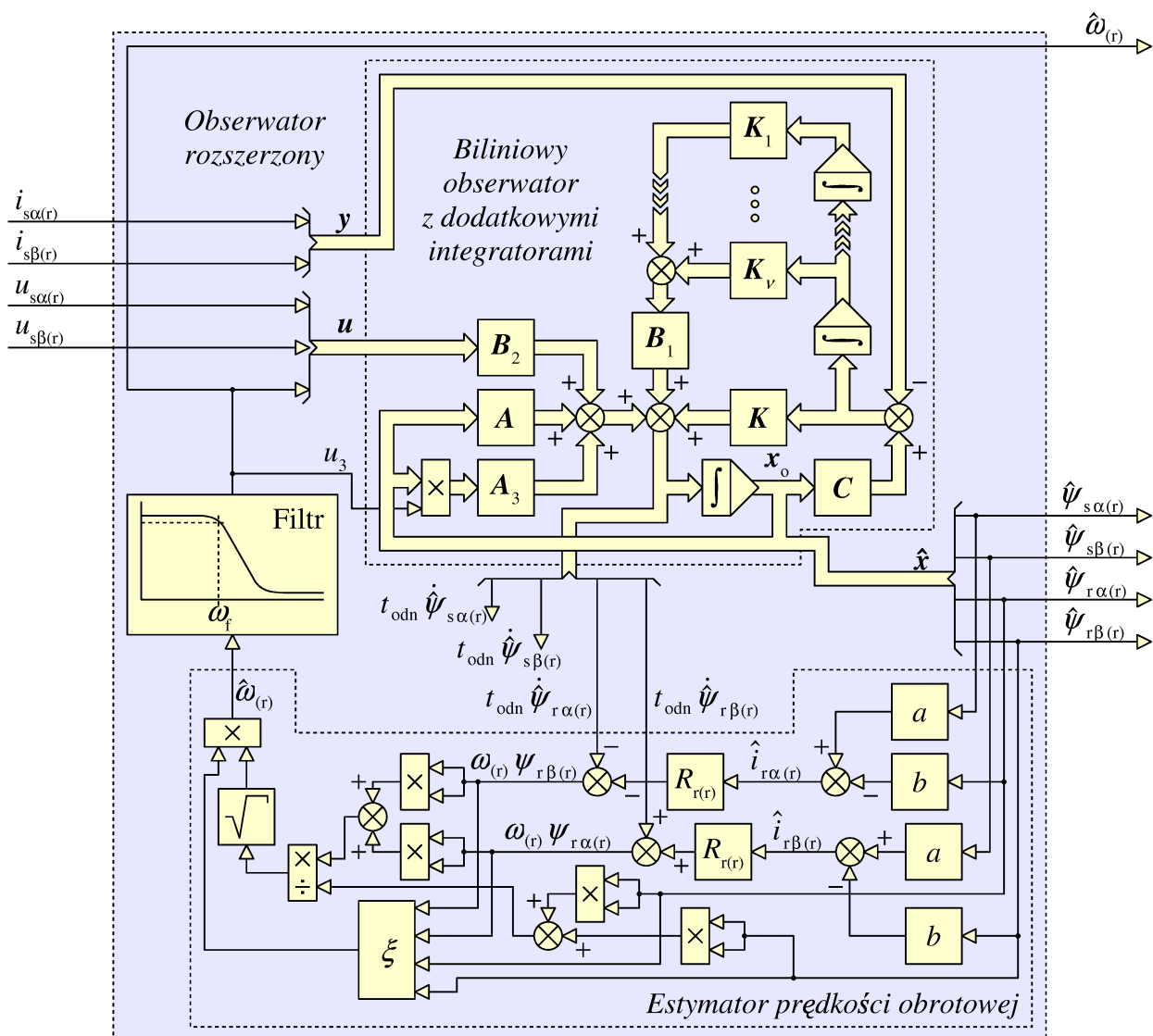
**Rys. 2.4.1.2. Wpływ nastaw integratorów odpornych na składową stałą na wartości własne obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami**

dominujących (znacznik 3), oraz 20% dla pozostałych (znacznik 4). Istotne, duże zmiany na rysunku 2.4.1.2 występują tylko dla największej wartości  $\omega_{c(r)} = 1$  (kolor zielony). Jak wynika jednak z badań opisanych w rozdziale 4.2.2.1, wartość ta jest zbyt duża by gwarantować poprawną pracę integratorów odpornych na składową stałą. Dla zakresu wartości  $\omega_{c(r)}$  optymalnego z punktu widzenia poprawnej pracy integratorów, czyli w przybliżeniu od 0,01 do 0,1, wpływ tych wartości na właściwości dynamiczne obserwatora jest niewielki, a przesunięcia wartości własnych tak małe, że praktycznie nie wpływają na właściwości dynamiczne obserwatora.

## 2.4.2. Rozszerzony obserwator Luenbergera zmiennych stanu silnika indukcyjnego

Realizacja napędu bezczujnikowego jest możliwa przy zastosowaniu tzw. obserwatora rozszerzonego [29, 76, 71], w jednym z możliwych rozwiązań składającego się z obserwatora Luenbergera oraz estymatora prędkości obrotowej działających w pętli sprzężenia zwrotnego (rys. 2.4.2.1). W układzie takim prędkość obrotowa podawana

na wejście obserwatora Luenberga jest odtwarzana przez estymator na podstawie strumieni sprzężonych odtwarzanych w tym obserwatorze [16].



**Rys. 2.4.2.1. Schemat blokowy rozszerzonego obserwatora strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego**

Zakłócenia nakładające się na przebiegi prądów i napięć stojana podawane na wejście obserwatora Luenberga (rys. 2.4.2.1) powodują powstawanie w nim błędów odtwarzania strumieni sprzężonych z uzwojeniami stojana i wirnika. Odtworzone przebiegi strumieni są podawane na wejście estymatora prędkości obrotowej, a zawarte w nich błędy odtwarzania powodują powstanie różnego od zera błędu odtwarzania prędkości obrotowej. Jeżeli zawartość zakłóceń w przebiegach prądów i napięć wynosi kilka procent wartości skutecznej, to należy się spodziewać (w zależności od parametrów obserwatora) również kilkuprocentowych błędów odtwarzania strumieni sprzężonych stojana i wirnika. Z kolei kilkuprocentowe błędy odtwarzania strumieni

mogą spowodować błąd odtwarzania prędkości obrotowej rzędu nawet kilkudziesięciu procent, w zależności od aktualnego stanu pracy silnika<sup>6</sup>. Odtworzony przebieg prędkości obrotowej jest podawany w pętli sprzężenia zwrotnego na wejście obserwatora Luenbergera, a zawarte w przebiegu tym zakłócenia są przyczyną powstawania jeszcze większych błędów odtwarzania strumieni sprzężonych z uzwojeniami stojana i wirnika. Wynika stąd, że rozszerzony obserwator zmiennych stanu ma tendencję do kumulowania zakłóceń w zamkniętej pętli odtwarzania prędkości obrotowej, co znacznie obniża jakość odtwarzania zmiennych stanu.

W rozdziale 2.4.1.1 przedstawiono model matematyczny silnika indukcyjnego uwzględniający zakłócenia nakładające się na przebieg prędkości obrotowej. Zakłócenia te zostały uwzględnione jako dodatkowe niedostępne pomiarowo wymuszenia. Do odtwarzania zmiennych stanu silnika opisanego takim modelem matematycznym można zastosować obserwator z dodatkowymi integratorami opisany w rozdziale 2.4.1.2.

#### 2.4.2.1. Estymator prędkości obrotowej

W literaturze opisanych jest wiele różnych rodzajów estymatorów prędkości obrotowej silnika indukcyjnego (między innymi [83, 48, 86, 4]). W rozpatrywanym obserwatorze rozszerzonym zastosowano estymator oparty na tym opisanym w pracy [48]. W pracy tej opisany jest obserwator rozszerzony, o podobnej strukturze jak tutaj omawiana. Struktury te różnią się typem wchodzącego w ich skład obserwatora Luenbergera. Opisany w pracy [48] estymator wybrano z pośród innych ze względu na stosunkowo mało skomplikowaną strukturę. Charakteryzuje się on również mniejszą niż w innych estymatorach wrażliwością na zakłócenia przy małych wartościach strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika. Schemat blokowy zastosowanego estymatora prędkości obrotowej przedstawiono na rysunku 2.4.2.1 jako fragment schematu blokowego omawianego obserwatora rozszerzonego. Występujące na schemacie blokowym współczynniki  $a$  i  $b$  są opisane zależnościami odpowiednio (2.1.2.8) i (2.1.2.9). Współczynnik  $\xi$  o wartości zmiennej w czasie opisano wzorem (2.4.2.4).

Model matematyczny zastosowanego estymatora można wyprowadzić bezpośrednio z równań modelu matematycznego silnika indukcyjnego. Z równania (2.1.1.4) zapisanego dla prędkości obrotowej  $\omega_{x(t)} = 0$  (układ współrzędnych  $x-y=0$  przechodzi wtedy w układ  $\alpha-\beta=0$ ), można wyliczyć iloczyn prędkości obrotowej i składowej w osi  $\beta$  strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika:

$$\omega_{(t)} \psi_{r\beta(t)} = -t_{\text{odn}} \frac{d \psi_{r\alpha(t)}}{d t} - R_{r(t)} i_{r\alpha(t)} \quad (2.4.2.1)$$

<sup>6</sup> Jakość odtwarzania prędkości obrotowej w różnego rodzaju estymatorach silnie zależy od stanu pracy silnika. W szczególności, duże błędy odtwarzania prędkości obrotowej mogą się pojawiać w stanach nieustalonych takich jak nawrót silnika, przy małych prędkościach obrotowych oraz we wszystkich stanach pracy silnika charakteryzujących się małymi wartościami strumienia wirnika.

dzieląc to równanie stronami przez  $\psi_{r\beta(r)}$  można obliczyć prędkość obrotową  $\omega_{(r)}$ . W praktycznej realizacji takie rozwiązanie jest źródłem problemów związanych z dzieleniem w chwilach przejścia przez zero sinusoidalnie zmiennej wartości  $\psi_{r\beta(r)}$ . By uniknąć tego problemu można, w podobny sposób jak poprzednio, z równania (2.1.1.5) wyliczyć iloczyn prędkości obrotowej i składowej w osi  $\alpha$  strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika:

$$\omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)} = t_{\text{odn}} \frac{d\psi_{r\beta(r)}}{dt} + R_{r(r)} i_{r\beta(r)}, \quad (2.4.2.2)$$

a następnie, zsumowane geometrycznie iloczyny prędkości obrotowej i składowych strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika podzielić przez moduł tego strumienia:

$$\omega_{(r)} = \xi \sqrt{\frac{(\omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)})^2 + (\omega_{(r)} \psi_{r\beta(r)})^2}{\psi_{r\alpha(r)}^2 + \psi_{r\beta(r)}^2}}. \quad (2.4.2.3)$$

W ten sposób, dzieląc przez moduł strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika a nie przez jedną ze składowych tego strumienia, można uniknąć częstego dzielenia przez zero i związanych z tym problemów. Moduł strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika osiąga wartości bliskie zera tylko w początkowej fazie rozruchu silnika i wtedy należy się również spodziewać największych błędów odtwarzania prędkości obrotowej. Moduł strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika osiąga również niskie wartości w stanach nieustalonych charakteryzujących się szybkimi zmianami prędkości obrotowej silnika i w stanach tych również należy się spodziewać zwiększenia błędów odtwarzania prędkości obrotowej  $\omega_{(r)}$ . Równanie (2.4.2.3) opisuje podstawową ideę i zasadę działania estymatora opisanego w pracy [48]. Występujące w tym wzorze wartości składowych strumienia sprzężonego z uzwojeniem wirnika są bezpośrednio odtwarzane w obserwatorze wchodzącym w skład rozpatrywanego rozszerzonego obserwatora Luenbergera. Wartości pochodnych tych składowych, występujące w równaniach (2.4.2.1) i (2.4.2.2), również są dostępne w obserwatorze. Są to wartości odpowiednich sygnałów wziętych sprzed integratora całkującego prawą stronę równania (2.4.1.7). W estymatorze opisanym w pracy [48] wartości tych pochodnych zostały odtworzone w inny sposób. Różnice wynikają z innej budowy obserwatora Luenbergera zastosowanego w tam opisanym obserwatorze rozszerzonym.

Występujące w równaniach (2.4.2.1) i (2.4.2.2) składowe prądu wirnika silnika mogą być bezpośrednio obliczone z równań (2.1.2.6) i (2.1.2.7) na podstawie odtworzonych w obserwatorze wartości składowych strumieni sprzężonych z uzwojeniami stojana i wirnika.

Po odtworzeniu wartości prędkości obrotowej na podstawie równania (2.4.2.3) należy jeszcze określić jej znak. W równaniu (2.4.2.3) znak ten jest reprezentowany przez współczynnik  $\xi$  dany zależnością:

$$\xi = \begin{cases} \operatorname{sgn} \left[ \left( \omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)} \right) \psi_{r\alpha(r)} \right] & \text{gdy } \left| \left( \omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)} \right) \psi_{r\alpha(r)} \right| > \left| \left( \omega_{(r)} \psi_{r\beta(r)} \right) \psi_{r\beta(r)} \right| \\ \operatorname{sgn} \left[ \left( \omega_{(r)} \psi_{r\beta(r)} \right) \psi_{r\beta(r)} \right] & \text{gdy } \left| \left( \omega_{(r)} \psi_{r\alpha(r)} \right) \psi_{r\alpha(r)} \right| < \left| \left( \omega_{(r)} \psi_{r\beta(r)} \right) \psi_{r\beta(r)} \right| \end{cases}. \quad (2.4.2.4)$$

### 2.4.2.2. Filtr wyjściowy estymatora prędkości obrotowej

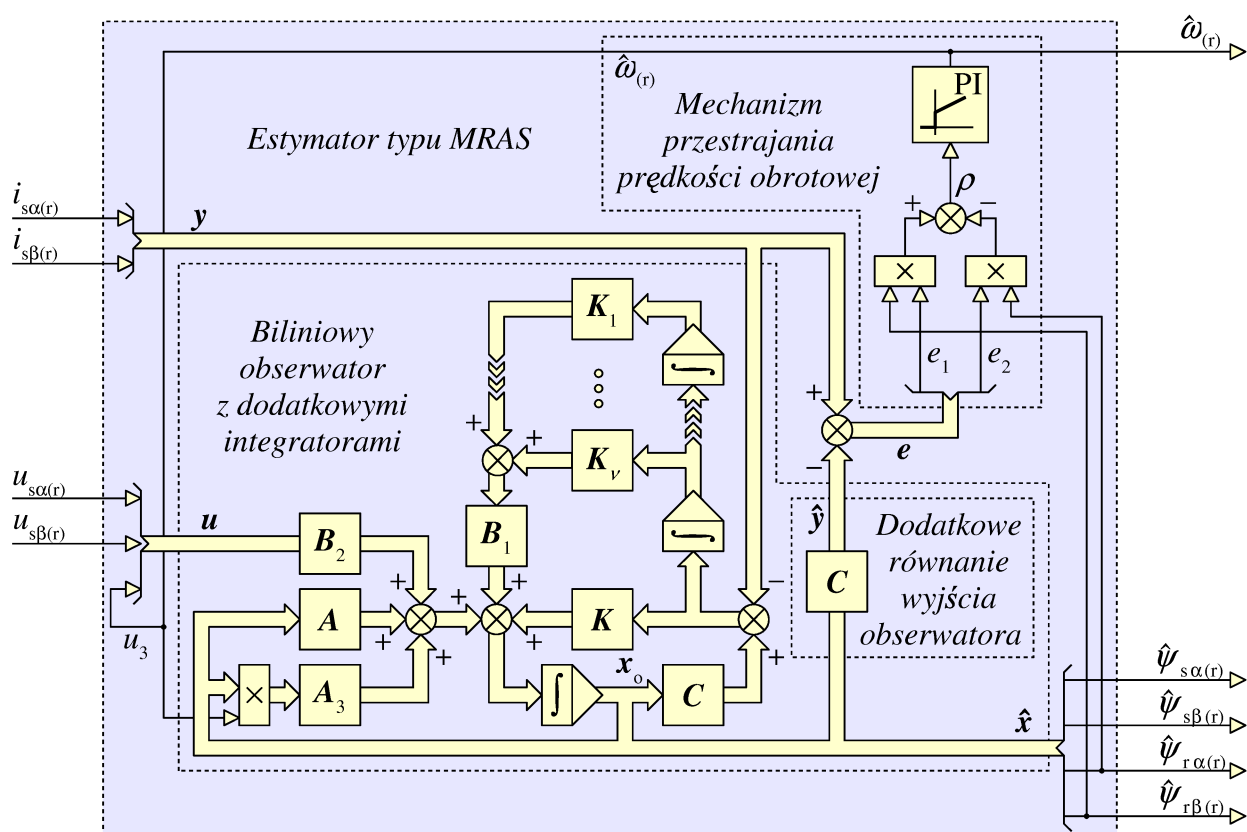
Szczególnie niebezpieczne dla stabilności obserwatora rozszerzonego są nałożone na przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej zakłócenia mające postać krótkotrwałych impulsów o bardzo dużych wartościach. Wynika to ze sposobu doboru parametrów obserwatora Luenbergera wchodzącego w skład obserwatora rozszerzonego. Opisane w rozdziale 3 metody doboru parametrów obserwatora gwarantują spełnienie kryteriów doboru tylko w pewnym przedziale prędkości obrotowych. Przedział ten, określany w trakcie doboru parametrów, w omawianym przypadku zawsze obejmował wartości od  $-1,2\omega_{(r)}$  do  $1,2\omega_{(r)}$ . Nałożone na przebieg prędkości obrotowej zakłócenie o postaci krótkotrwałego impulsu o dużej amplitudzie może spowodować, że podawana na wejście obserwatora wartość prędkości obrotowej znajdzie się poza tym przedziałem. Może to spowodować nawet utratę stabilności obserwatora. W celu eliminacji tego typu zakłóceń zastosowano więc filtrację sygnału wyjściowego estymatora prędkości obrotowej.

Z racji, że prędkość obrotowa silnika jest wielkością wolnozmienną zastosowano filtr dolnoprzepustowy trzeciego rzędu o charakterystyce Butterwortha i o pulsacji granicznej 150 rad/s. Zastosowano filtr Butterwortha ze względu na małe zniekształcenia wprowadzane w paśmie przepustowym. Filtracja przebiegu prędkości obrotowej jest konieczna ze względu na zakłócenia szybkozmiennne, lecz wprowadza dodatkowe opóźnienie czasowe przebiegu odtwarzanej prędkości obrotowej względem rzeczywistego przebiegu prędkości obrotowej, powodujące powstawanie znacznych błędów odtwarzania w stanach nieustalonych charakteryzujących się szybkimi zmianami prędkości obrotowej. To opóźnienie czasowe i wynikająca z niego różnica pomiędzy wartościami rzeczywistej prędkości obrotowej  $\omega_{(r)}$ , a prędkością odtwarzaną  $\hat{\omega}_{(r)}$  mogą być potraktowane jako zakłócenie nałożone na przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej. Skutki jego występowania zostaną skompensowane w obserwatorze z dodatkowymi integratorami przez sygnał korekcyjny wytwarzany w zespole dodatkowych integratorów.

### 2.4.3. Estymator typu MRAS

Estymator typu MRAS jest układem adaptacyjnym [63, 62], który działa na zasadzie porównania sygnałów wyjściowych z dwóch, niezależnych modeli obiektu obserwowanego – modelu odniesienia i modelu przestrajanego (rys. 2.4.1b). Wartości wielkości odtwarzanych w modelu odniesienia nie zależą od parametrów lub niedostępnych pomiarowo wymuszeń zawartych w wektorze  $\theta$ , w przeciwieństwie do wartości tych samych wielkości odtwarzanych w modelu przestrajającym. Różnice pomiędzy warto-

ściami odtwarzanymi w obydwu modelach, zawarte w wektorze  $e$ , są miarą błędów odtwarzania wartości parametrów lub niedostępnych pomiarowo wymuszeń. Wartości sygnałów zawartych w wektorze  $e$  stają się więc podstawą do korekcji wartości zawartych w odtwarzanym wektorze  $\hat{\theta}$ . Korekcję tą przeprowadza mechanizm przestrajania. W przypadku rozpatrywanego estymatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego wektor  $\theta$  zawiera tylko jeden element – prędkość obrotową silnika  $\omega_{(r)}$ .



**Rys. 2.4.3.1. Schemat blokowy estymatora typu MRAS przeznaczonego do odtwarzania strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego**

Znanych jest wiele różnych struktur estymatorów typu MRAS przeznaczonych do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego [86, 80, 69]. Struktury te różnią się budową modeli przestrajanego i odniesienia, wyborem sygnałów porównywanych w mechanizmie strojenia prędkości obrotowej, oraz sposobem działania tego mechanizmu [26]. Estymator opisany w tym rozdziale (rys. 2.4.3.1) powstał na podstawie estymatora opisanego w pracy [70] poprzez zastąpienie wchodzącego w jego skład modelu przestrajanego obserwatorem z dodatkowymi integratorami [64, 7].

### 2.4.3.1. Model odniesienia i model przestrajany

W rozpatrywanym estymatorze typu MRAS rolę modelu przestrajanego pełni obserwator z dodatkowymi integratorami opisany w rozdziale 2.4.1. Wielkością przestrajaja-

jąca jest prędkości obrotowa silnika  $\omega_{(r)}$ . Dodatkowymi wielkościami wyjściowymi obserwatora, służącymi do generowania sygnałów błędów strojenia zawartych w wektorze  $e$  (rysunki 2.4.1b i 2.4.3.1), są odtworzone wartości prądów stojana silnika  $\hat{i}_{s\alpha(r)}$  i  $\hat{i}_{s\beta(r)}$  zawarte w wektorze  $\hat{y}$ . W związku z tym, model matematyczny obserwatora opisany równaniem (2.4.1.7) rozbudowano o dodatkowe równanie wyjścia (2.4.3.1):

$$\hat{y} = C x_o, \quad (2.4.3.1)$$

będące kopią równania wyjścia obiektu obserwowanego (2.4.1.6). Na rysunku 2.4.3.1, jako fragment estymatora typu MRAS, przedstawiono schemat blokowy obserwatora z dodatkowymi integratorami przy uwzględnieniu postaci modelu matematycznego silnika indukcyjnego, w odróżnieniu od schematu blokowego na rysunku 2.4.1.1 odpowiadającego przypadkowi ogólnemu.

Porównując schematy blokowe estymatora typu MRAS na rysunkach 2.4.1b i 2.4.3.1, należy zauważyć, że estymator zmiennych stanu silnika indukcyjnego przedstawiony na rysunku 2.4.3.1 nie ma wyodrębnionego modelu odniesienia. Z uwagi na fakt, że do generowania sygnału błędu strojenia  $e$  wybrano wektor  $y$  zawierający prądy stojana silnika  $i_{s\alpha(r)}$  i  $i_{s\beta(r)}$ , model ten nie jest potrzebny, gdyż wartości tych prądów są wprost dostępne pomiarowo i nie trzeba ich odtwarzać. Można więc powiedzieć, że model odniesienia wprost przekazuje sygnały zawarte w wektorze  $y$  ze swojego wejścia na wyjście. W innej interpretacji [70, 69], można uznać, że modelem odniesienia dla rozpatrywanego estymatora typu MRAS jest sam obiekt obserwowany czyli silnik indukcyjny.

#### 2.4.3.2. Mechanizm strojenia prędkości obrotowej

Prędkość obrotowa  $\omega_{(r)}$  w rozpatrywanym estymatorze zmiennych stanu silnika indukcyjnego jest odtwarzana na podstawie wektora błędów strojenia zdefiniowanego równaniem (2.4.3.2):

$$e = y - \hat{y}. \quad (2.4.3.2)$$

Prawo strojenia ma postać [59]:

$$\rho = e_1 \hat{\psi}_{r\beta(r)} - e_2 \hat{\psi}_{r\alpha(r)}, \quad (2.4.3.3)$$

gdzie przez  $e_1$  i  $e_2$  oznaczono kolejne wektory wektora  $e$ . Sygnał przestrajania prędkości obrotowej  $\rho$  jest podawany na wejście regulatora PI.

Regulator ten jest opisany równaniem:

$$\omega_{(r)} = \frac{k_i}{t_{odn}} \int_0^t \rho d\tau + k_p \rho, \quad (2.4.3.4)$$

gdzie przez  $k_i$  i  $k_p$  oznaczono odpowiednio współczynniki wzmocnienia członu całkującego i proporcjonalnego regulatora w wartościach względnych. Wartości parametrów  $k_i$  i  $k_p$  regulatora PI są bardzo ważne ze względu na zapewnienie poprawnej pracy estymatora typu MRAS. Współczynnik wzmocnienia członu proporcjonalnego  $k_p$  powinien mieć wartość jak największą, lecz na tyle małą, aby w zamkniętej pętli odtwarzania prędkości obrotowej nie dochodziło do wzmacniania zakłóceń. Współczynnik wzmocnienia członu całkującego  $k_i$  powinien mieć wartość jak największą, lecz o rząd wielkości mniejszą od wartości modułu części rzeczywistej dominującej wartości własnej obserwatora zastosowanego w modelu przestrajonym estymatora typu MRAS. Warunek ten wynika z założenia, że stała czasowa regulatora PI powinna być co najmniej o rząd wielkości dłuższa niż najkrótsza stała czasowa obserwatora. Zbyt duża stała czasowa regulatora PI, odpowiadająca małej wartości współczynnika  $k_i$ , powoduje powstawanie znacznego opóźnienia przebiegu odtwarzanej prędkości obrotowej silnika  $\hat{\omega}_{(r)}$  względem prędkości rzeczywistej  $\omega_{(r)}$ . Opóźnienie to staje się źródłem dużych błędów odtwarzania prędkości obrotowej w nieustalonych stanach pracy silnika charakteryzujących się szybkimi zmianami tej prędkości.





## *Dobór parametrów obserwatorów*

Pierwszym etapem projektowania obserwatora jest wybór jego struktury. Różne struktury obserwatorów Luenbergera opisano w rozdziale 2. Po dokonaniu wyboru struktury obserwatora należy dobrać jego parametry. W przypadku obserwatorów opisanych w rozdziale 2 dobór ten sprowadza się do wyznaczenia wartości elementów jednej lub więcej macierzy korekcyjnego sprzężenia zwrotnego obserwatora. Jak wykazano w rozdziale 2, równanie błędu każdego z opisanych obserwatorów da się sprowadzić do postaci równania błędu obserwatora proporcjonalnego. Równanie błędu w tej właśnie postaci stanowi punkt wyjściowy dla doboru parametrów obserwatora dowolnego typu. W związku z tym, wszystkie rozważania przedstawione w rozdziale 3 przeprowadzono dla obserwatora proporcjonalnego.

Pomimo, że zamieszczone w tym rozdziale rozważania przeprowadzono dla rozpatrywanego modelu matematycznego silnika, opisane metody są uniwersalne i można je zastosować do syntezy obserwatorów innych obiektów dynamicznych.

W rozdziale 2 omówiono między innymi przyczyny powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu w różnego rodzaju obserwatorach. W rozdziale tym wyprowadzono również równania błędów odtwarzania zmiennych stanu tych obserwatorów uwzględniające omówione przyczyny powstawania błędów i opisujące w sposób analityczny skutki wystąpienia tych przyczyn. W rozdziale 3, bazując na wyprowadzonych w rozdziale poprzednim równaniach błędów obserwatorów, przedstawiono metody ilościowego opisu zjawisk związanych z powstawaniem w obserwatorach błędów odtwarzania zmiennych stanu. Podstawowym celem prowadzonych w rozdziale 3 rozważań jest sformułowanie kryteriów doboru parametrów obserwatorów uwzględniających różnego rodzaju przyczyny powstawania błędów odtwarzania

zmiennych stanu, które to kryteria umożliwią przeprowadzenie doboru parametrów obserwatorów w taki sposób, by odporność tych obserwatorów na zakłócenia i odchyłki parametrów była jak największa.

### 3.1. Wskaźnik wzmocnienia macierzy

W rozdziale tym zaproponowano prostą i miarodajną metodę ilościowego opisu zjawisk związanych z powstawaniem błędów odtwarzania zmiennych stanu obserwatora spowodowanych zakłóceniami nałożonymi na jego sygnały wejściowe oraz odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego. Przy użyciu tej metody można ocenić stopień w jakim dane zjawisko wpływa na jakość odtwarzania, aby następnie, w trakcie projektowania obserwatora, dokonać odpowiednich zabiegów mających na celu minimalizację wpływu tego zjawiska [17].

W trakcie dalszych rozważań bardzo często pojawia się sytuacja, w której wielowymiarowy sygnał o charakterze stochastycznym będzie mnożony przez macierz, w wyniku czego powstanie nowy sygnał o innym wymiarze i innych wartościach. Z racji że ten nowo powstały sygnał w rozpatrywanych przypadkach będzie pojawiał się w równaniu błędu obserwatora jako dodatkowe wymuszenie utrudniające prawidłową jego pracę, ważne będzie oszacowanie w jakim stopniu uległ on wzmocnieniu. W tym celu, w rozdziale tym zdefiniowano wielkość nazwaną przez autora *wskaźnikiem wzmocnienia macierzy* i wprowadzoną na potrzeby dalszych rozważań. Celem wprowadzenia tej wielkości jest uzyskanie możliwości ilościowego opisywania zjawisk związanych ze wzmacnianiem zakłóceń, w sposób prosty pod względem matematycznym i umożliwiający łatwą interpretację otrzymanych wyników.

#### 3.1.1. Definicja i właściwości matematyczne wskaźnika wzmocnienia macierzy

Przedmiotem analizy jest przypadek gdy wielowymiarowy sygnał  $\mathbf{w}$  o wymiarze  $u$  zostaje przemnożony przez pewną macierz  $\mathbf{G}$  o elementach  $g_{i,j}$  i wymiarach  $z \times u$ , w wyniku czego powstaje nowy sygnał  $\mathbf{v}$  o wymiarze  $z$  i elementach  $v_i$ :

$$\mathbf{v} = \mathbf{G} \mathbf{w} . \tag{3.1.1.1}$$

Kolejne elementy  $v_i$  wektora wyjściowego  $\mathbf{v}$  są kombinacjami liniowymi elementów  $w_j$  wektora wejściowego  $\mathbf{w}$ :

### 3.1. Wskaźnik wzmocnienia macierzy

$$\begin{aligned}
 v_1 &= g_{1,1} w_1 + g_{1,2} w_2 + \dots + g_{1,j} w_j + g_{1,u} w_u \\
 v_2 &= g_{2,1} w_1 + g_{2,2} w_2 + \dots + g_{2,j} w_j + g_{2,u} w_u \\
 &\vdots \\
 v_i &= g_{i,1} w_1 + g_{i,2} w_2 + \dots + g_{i,j} w_j + g_{i,u} w_u \\
 &\vdots \\
 v_z &= g_{z,1} w_1 + g_{z,2} w_2 + \dots + g_{z,j} w_j + g_{z,u} w_u .
 \end{aligned}
 \tag{3.1.1.2}$$

Wartości sygnałów  $v_i$  zależą zatem od wartości sygnałów  $w_j$  oraz od wartości elementów macierzy  $\mathbf{G}$ . Chcąc oszacować wzmocnienie sygnału, które jest związane z wartościami elementów macierzy  $\mathbf{G}$ , najlepiej założyć, że sygnały wejściowe  $w_j$  mają wartości jednostkowe:

$$|w_1| = |w_2| = \dots = |w_j| = \dots = |w_u| = 1 , \tag{3.1.1.3}$$

wtedy wartości sygnałów wyjściowych  $v_i$  są zależne tylko od wartości elementów macierzy  $\mathbf{G}$ . Kolejny problem dotyczy znaków kolejnych elementów w danym wierszu macierzy  $\mathbf{G}$ . Elementy te mogą być zarówno dodatnie, jak i ujemne, ponadto losowe sygnały wejściowe  $w_j$  mogą przyjmować z takim samym prawdopodobieństwem wartości dodatnie jak i ujemne. W związku z tym, nie wiadomo jak oszacować wartość danego sygnału wyjściowego  $v_j$ , gdyż nie wiadomo w jaki sposób (z jakimi znakami) sumują się kolejne elementy  $g_{i,j}$  odpowiedniego wiersza macierzy  $\mathbf{G}$ . W celu oszacowania wartości tego sygnału można by zsumować moduły kolejnych elementów  $g_{i,j}$  macierzy  $\mathbf{G}$ :

$$\begin{aligned}
 v_1 &= |w_{1,1}| + |w_{1,2}| + \dots + |w_{1,j}| + \dots + |w_{1,u}| \\
 v_2 &= |w_{2,1}| + |w_{2,2}| + \dots + |w_{2,j}| + \dots + |w_{2,u}| \\
 &\vdots \\
 v_i &= |w_{i,1}| + |w_{i,2}| + \dots + |w_{i,j}| + \dots + |w_{i,u}| \\
 &\vdots \\
 v_z &= |w_{z,1}| + |w_{z,2}| + \dots + |w_{z,j}| + \dots + |w_{z,u}| ,
 \end{aligned}
 \tag{3.1.1.4}$$

lecz odpowiadałoby to przypadkowi skrajnemu – pełnej kumulacji wszystkich sygnałów wejściowych  $w_j$ , co jest mało prawdopodobne. W tej sytuacji, zapożyczono rozwiązanie z teorii rachunku błędów [25] i zsumowano kolejne elementy każdego wiersza macierzy  $\mathbf{G}$  geometrycznie:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \sqrt{w_{1,1}^2 + w_{1,2}^2 + \dots + w_{1,j}^2 + \dots + w_{1,u}^2} \\
 v_2 &= \sqrt{w_{2,1}^2 + w_{2,2}^2 + \dots + w_{2,j}^2 + \dots + w_{2,u}^2} \\
 &\vdots \\
 v_i &= \sqrt{w_{i,1}^2 + w_{i,2}^2 + \dots + w_{i,j}^2 + \dots + w_{i,u}^2} \\
 &\vdots \\
 v_z &= \sqrt{w_{z,1}^2 + w_{z,2}^2 + \dots + w_{z,j}^2 + \dots + w_{z,u}^2} .
 \end{aligned}
 \tag{3.1.1.5}$$

W ten sposób otrzymane wartości  $v_i$  są mniejsze od wartości otrzymanych na podstawie równań (3.1.1.4) i odpowiadają bardziej prawdopodobnemu przypadkowi częściowej kumulacji sygnałów wejściowych  $w_j$ .

W ten sposób każdemu wierszowi macierzy  $\mathbf{G}$ , odpowiadającemu kolejnemu sygnałowi wyjściowemu  $v_i$ , przyporządkowano liczbę będącą miarą wzmocnienia tego sygnału względem sygnałów wejściowych  $w_j$ . Celem tych rozważań jest jednak otrzymanie jednego parametru opisującego wzmocnienie macierzy. Obliczono więc średnią arytmetyczną z wcześniej otrzymanych dla każdego wiersza wartości. Postępowanie takie jest w pełni uzasadnione, biorąc pod uwagę specyfikę rozpatrywanego problemu. Zaproponowany sposób opisu będzie stosowany do badania wpływu wielowymiarowego sygnału losowego, mającego fizyczny sens zakłócenia, na wartości zmiennych stanu wielowymiarowego obiektu dynamicznego. W tym przypadku, ze względu na istnienie ścisłych powiązań między kolejnymi zmiennymi stanu badanego obiektu, wprowadzenie zakłócenia oddziałującego na jedną z tych zmiennych, w następnej chwili czasowej odbije się również na wartościach wszystkich innych zmiennych stanu tego obiektu. Można powiedzieć, że w ten sposób obserwator samostannie dokona pewnego uśrednienia, więc wcześniejsze wykorzystanie w obliczeniach operacji uśredniania nie wprowadzi w tym przypadku znaczących różnic.

Na podstawie powyższych rozważań można zapisać definicję wskaźnika wzmocnienia macierzy, który dla dowolnej macierzy  $\mathbf{G}$  o  $z$  wierszach i  $u$  kolumnach oraz rzeczywistych elementach  $g_{i,j}$ :

$$\mathbf{G} = [g_{i,j}]_{z \times u} \text{ gdzie } i \in \langle 1; z \rangle \quad j \in \langle 1; u \rangle \quad g_{i,j} \in \mathbb{R}, \quad (3.1.1.6)$$

jest dany wzorem:

$$\|\mathbf{G}\|_w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2}. \quad (3.1.1.7)$$

Pojęcie wskaźnika wzmocnienia macierzy jest zbliżone do matematycznego pojęcia normy macierzy. Wskaźnik wzmocnienia nie jest jednak normą macierzy, gdyż spełnia tylko trzy z czterech założeń stanowiących definicję normy macierzy [41]. Niestety nie udało się tak skonstruować definicji wskaźnika wzmocnienia macierzy by był on jej normą. Pomimo korzyści, jakie w takim przypadku dałaby możliwość korzystania z opisanych i udowodnionych w literaturze twierdzeń dotyczących norm macierzy, zdecydowano się na taką a nie inną postać definicji (3.1.1.7) ze względu na konieczność zachowania sensu fizycznego i łatwość interpretacji obliczanej wielkości, a w szczególności spełnienie niżej opisanych właściwości.

Najważniejszymi czynnikami, które zdecydowały o postaci definicji (3.1.1.7) są właściwości matematyczne wskaźnika wzmocnienia macierzy opisane w następnych podrozdziałach. Właściwości te są podstawą do interpretacji obliczonych wartości tego wskaźnika, ponadto mogą być przydatne podczas doboru parametrów obserwatora z uwzględnieniem zjawisk związanych ze wzmacnianiem zakłóceń wewnątrz obserwatora.

### 3.1.1.1. Nieujemność wskaźnika wzmocnienia macierzy

Wskaźnik wzmocnienia dowolnej macierzy o elementach rzeczywistych jest liczbą rzeczywistą nieujemną. Wskaźnik wzmocnienia macierzy  $\mathbf{G}$  jest równy zero wtedy i tylko wtedy gdy macierz  $\mathbf{G}$  jest macierzą zerową:

$$\|\mathbf{G}\|_w > 0 \text{ gdy } \mathbf{G} \neq \mathbf{0}_{z \times u} \text{ oraz } \|\mathbf{G}\|_w = 0 \Leftrightarrow \mathbf{G} = \mathbf{0}_{z \times u} . \quad (3.1.1.8)$$

### 3.1.1.2. Wskaźnik wzmocnienia macierzy jednostkowej

Wskaźnik wzmocnienia macierzy jednostkowej  $\mathbf{I}_n$  o dowolnym wymiarze  $n$  jest zawsze równy jedności:

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_n \Rightarrow \|\mathbf{G}\|_w = 1 . \quad (3.1.1.9)$$

Bardzo ważną właściwością jest w tym przypadku niezależność wskaźnika wzmocnienia macierzy od rzędu tej macierzy. Właściwość ta, która była jednym z ważniejszych kryteriów branych pod uwagę w trakcie konstruowania definicji (3.1.1.7), jest bardzo korzystna ze względu na interpretację obliczonej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy. Jeżeli obliczona wartość jest mniejsza od jedności, to można stwierdzić, że wielowymiarowy sygnał wejściowy jest tłumiony i przeciwnie, gdy obliczona wartość jest większa od jedności, należy stwierdzić, że wielowymiarowy sygnał wejściowy uległ wzmocnieniu.

Wskaźnik wzmocnienia jest również równy jedności dla macierzy należących do pewnego specjalnego rodzaju, który to rodzaj można ogólnie opisać w następujący sposób:

$$\mathbf{G} = [g_{i,j}]_{z \times u} : \quad \forall i \in \langle 1; z \rangle \exists j \in \langle 1; u \rangle \forall \{l \in \langle 1; z \rangle \wedge l \neq j\} g_{i,j} = 1 \wedge g_{i,l} = 0 . \quad (3.1.1.10)$$

Tego typu macierze są macierzami zero-jedynkowymi, które w każdym wierszu mają dokładnie jedną jedynkę, podczas gdy pozostałe elementy danego wiersza są zerami. Macierze takie mają tę właściwość, że zmieniają tylko ilość i kolejność elementów składowych sygnału wielowymiarowego, nie zmieniając ich wartości.

*Dowód :*

Jeżeli macierz  $\mathbf{G}$  jest macierzą jednostkową  $\mathbf{I}_n$  dowolnego rzędu  $n = z = u$ , lub macierzą o  $z$  wierszach i  $u$  kolumnach opisaną zależnością (3.1.1.10), wtedy w każdym wierszu tej macierzy znajduje się dokładnie jeden element niezerowy o wartości 1. Wynika stąd, że:

$$\|\mathbf{G}\|_w = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z 1 = \frac{1}{z} z = 1 . \quad (3.1.1.11)$$

### 3.1.1.3. Przemienność względem mnożenia przez skalar

Operacja obliczania wskaźnika wzmocnienia macierzy jest przemienna z działaniem mnożenia macierzy przez stałą. Dla dowolnej macierzy  $\mathbf{G}$  oraz dowolnej liczby rzeczywistej  $k$  można zapisać:

$$\|k \cdot \mathbf{G}\|_w = |k| \cdot \|\mathbf{G}\|_w \quad \text{dla } k \in \mathbb{R}. \quad (3.1.1.12)$$

*Dowód:*

Dla dowolnej macierzy  $\mathbf{G}$  o  $z$  wierszach,  $u$  kolumnach, o elementach rzeczywistych oraz dla dowolnej liczby rzeczywistej  $k$  można napisać:

$$\begin{aligned} \|k \cdot \mathbf{G}\|_w &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u (k \cdot g_{i,j})^2} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \left( |k| \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} \right) = \\ &= |k| \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} = |k| \cdot \|\mathbf{G}\|_w. \end{aligned} \quad (3.1.1.13)$$

### 3.1.1.4. Nierówność trójkąta

Bardzo ważną właściwością wskaźnika wzmocnienia macierzy jest spełnianie nierówności trójkąta:

$$\|\mathbf{G} + \mathbf{H}\|_w \leq \|\mathbf{G}\|_w + \|\mathbf{H}\|_w. \quad (3.1.1.14)$$

Właściwość ta pozwala oszacować maksymalny stopień wzmocnienia sygnału w przypadkach, gdy macierz przekształcająca wielowymiarowy sygnał jest sumą innych macierzy, co jest szczególnie przydatne, gdy wartości elementów jednej z macierzy składowych są zmienne i zależne od jakiegoś parametru. Niestety analogiczna nierówność dla iloczynów macierzy nie jest spełniona, co jest największą wadą definicji (3.1.1.7) i przyczyną niespełnienia definicji normy macierzy.

*Dowód:*

Dla dowolnych macierzy  $\mathbf{G}$  i  $\mathbf{H}$  o  $z$  wierszach i  $u$  kolumnach i o wartościach rzeczywistych:

$$\mathbf{G} = [g_{i,j}]_{z \times u} \quad \mathbf{H} = [h_{i,j}]_{z \times u} \quad \text{gdzie } g_{i,j} \in \mathbb{R} \wedge h_{i,j} \in \mathbb{R}, \quad (3.1.1.15)$$

można napisać:

$$\mathbf{G} + \mathbf{H} = [g_{i,j} + h_{i,j}]_{z \times u}. \quad (3.1.1.16)$$

Wtedy:

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{G} + \mathbf{H}\|_w &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u (g_{i,j} + h_{i,j})^2} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u (g_{i,j}^2 + h_{i,j}^2 + 2g_{i,j}h_{i,j})} = \\
 &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^u h_{i,j}^2 + 2 \sum_{j=1}^u (g_{i,j}h_{i,j})} \leq \\
 &\leq \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^u h_{i,j}^2 + 2 \left| \sum_{j=1}^u (g_{i,j}h_{i,j}) \right|}.
 \end{aligned} \tag{3.1.1.17}$$

Rozważmy nierówność Cauchy'ego [41]:

$$\left( \sum_{m=1}^r v_m^2 \right) \left( \sum_{m=1}^r w_m^2 \right) \geq \left( \sum_{m=1}^r v_m w_m \right)^2, \tag{3.1.1.18}$$

która po spierwiastkowaniu stronami przyjmuje postać:

$$\sqrt{\sum_{m=1}^r v_m^2} \sqrt{\sum_{m=1}^r w_m^2} \geq \left| \sum_{m=1}^r v_m w_m \right|. \tag{3.1.1.19}$$

Na podstawie nierówności (3.1.1.19) i (3.1.1.17) można napisać:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^u h_{i,j}^2 + 2 \left| \sum_{j=1}^u (g_{i,j}h_{i,j}) \right|} \leq \\
 &\leq \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2 + \sum_{j=1}^u h_{i,j}^2 + 2 \sqrt{\sum_{m=1}^r v_m^2} \sqrt{\sum_{m=1}^r w_m^2}} = \\
 &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\left( \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} \right)^2 + \left( \sqrt{\sum_{j=1}^u h_{i,j}^2} \right)^2 + 2 \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} \sqrt{\sum_{j=1}^u h_{i,j}^2}} = \\
 &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\left( \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^u h_{i,j}^2} \right)^2} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u g_{i,j}^2} + \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\sum_{j=1}^u h_{i,j}^2} = \\
 &= \|\mathbf{G}\|_w + \|\mathbf{H}\|_w.
 \end{aligned} \tag{3.1.1.19}$$

### 3.1.1.5. Wskaźnik wzmocnienia macierzy przeciwnej

Bezpośrednio z właściwości (3.1.1.12) wynika że:

$$\|\!-\mathbf{G}\|_w = \|\mathbf{G}\|_w. \tag{3.1.1.20}$$

### 3.1.1.6. Wskaźnik wzmocnienia różnicy macierzy

Wskaźnik wzmocnienia różnicy macierzy spełnia nierówność:

$$\|\mathbf{G} - \mathbf{H}\|_w \geq \left| \|\mathbf{G}\|_w - \|\mathbf{H}\|_w \right|. \quad (3.1.1.21)$$

*Dowód:*

Można napisać że:

$$\|\mathbf{G}\|_w = \|(\mathbf{G} - \mathbf{H}) + \mathbf{H}\|_w. \quad (3.1.1.22)$$

Na podstawie nierówności trójkąta (3.1.1.14) można zapisać:

$$\|(\mathbf{G} - \mathbf{H}) + \mathbf{H}\|_w \leq \|\mathbf{G} - \mathbf{H}\|_w + \|\mathbf{H}\|_w \quad (3.1.1.23)$$

z równania (3.1.1.22) i nierówności (3.1.1.23) wynika więc że:

$$\|\mathbf{G}\|_w \leq \|\mathbf{G} - \mathbf{H}\|_w + \|\mathbf{H}\|_w, \quad (3.1.1.24)$$

więc:

$$\|\mathbf{G}\|_w - \|\mathbf{H}\|_w \leq \|\mathbf{G} - \mathbf{H}\|_w. \quad (3.1.1.25)$$

Jeżeli prawdziwa jest nierówność (3.1.1.25), to prawdziwa jest również nierówność:

$$\|\mathbf{H}\|_w - \|\mathbf{G}\|_w \leq \|\mathbf{H} - \mathbf{G}\|_w. \quad (3.1.1.26)$$

Z własności (3.1.1.20) wynika że:

$$\|\mathbf{H} - \mathbf{G}\|_w = \|\mathbf{G} - \mathbf{H}\|_w, \quad (3.1.1.27)$$

więc po zastąpieniu prawej strony nierówności (3.1.1.26) prawą stroną zależności (3.1.1.27) otrzymano:

$$\|\mathbf{H}\|_w - \|\mathbf{G}\|_w \leq \|\mathbf{G} - \mathbf{H}\|_w. \quad (3.1.1.28)$$

Jednocześnie są więc prawdziwe nierówności (3.1.1.28) i (3.1.1.25) różniące się tylko lewymi stronami. Lewe strony tych nierówności spełniają jednak zależność:

$$\|\mathbf{H}\|_w - \|\mathbf{G}\|_w = -(\|\mathbf{G}\|_w - \|\mathbf{H}\|_w), \quad (3.1.1.29)$$

w związku z czym prawdziwa jest również nierówność (3.1.1.21).

### 3.1.2. Zastosowanie wskaźnika wzmocnienia macierzy

Wskaźnik wzmocnienia macierzy można zastosować do oszacowania wartości dodatkowych wymuszeń wprowadzanych do równania błędu obserwatora przez różnego rodzaju zakłócenia i odchyłki parametrów. Wskaźnik ten staje się szczególnie przydatnym narzędziem w przypadku, gdy wartości dodatkowego wymuszenia zależą od wartości elementów macierzy sprzężenia zwrotnego  $\mathbf{K}$ , które to elementy należy do-



brać w trakcie syntezy obserwatora. W przypadkach takich, obliczenie wskaźnika wzmocnienia pozwala określić, która macierz  $\mathbf{K}$ , z kilku otrzymanych w trakcie wielokrotnej syntezy obserwatora, spowoduje wprowadzenie do równania błędu obserwatora wymuszenia o najmniejszych wartościach, przez co syntetyzowany obserwator będzie charakteryzował się największą odpornością na zakłócenie rozpatrywanego typu.

Wyniki badań symulacyjnych wskazujące na silny związek jakości odtwarzania zmiennych stanu z wartością wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego opisano w rozdziale 4.1.

## 3.2. Kryteria doboru parametrów obserwatorów

Podstawowym problemem podczas projektowania obserwatora jest dobranie jego parametrów, tak aby zagwarantować jego poprawną pracę. Podstawowym wymaganiem jest zapewnienie stabilności obserwatora, w dalszej kolejności należy zapewnić odpowiednie warunki tłumienia błędów odtwarzania poprzez odpowiednie dobranie wartości własnych (pierwiastków wielomianu charakterystycznego) obserwatora. Na koniec należy zminimalizować efekty związane ze wzmacnianiem zakłóceń wewnątrz obserwatora oraz odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego.

W praktyce proces doboru parametrów obserwatora sprowadza się do doboru tylko jednej macierzy, czyli macierzy  $\mathbf{K}$  w przypadku obserwatorów proporcjonalnego i całkującego lub macierzy  $\check{\mathbf{K}}$  w przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami. W przypadku obserwatorów całkującego i obserwatora z dodatkowymi integratorami, podczas doboru parametrów wykorzystuje się postaci równań błędu tych obserwatorów sprowadzone do postaci równania błędu obserwatora proporcjonalnego. W rozdziale tym sformułowano kryteria doboru macierzy  $\mathbf{K}$  lub macierzy  $\check{\mathbf{K}}$ . Dodatkowo, dla każdego z tych kryteriów podano składnik funkcji celu lub inny sposób pozwalający uwzględnić to kryterium podczas doboru parametrów obserwatora przy wykorzystaniu metod optymalizacyjnych.

### 3.2.1. Kryterium stabilności obserwatora

W pierwszej kolejności model matematyczny obserwatora musi być stabilny. Obiekt dynamiczny liniowy stacjonarny jest stabilny wtedy i tylko wtedy gdy wszystkie jego wartości własne  $\lambda_i$  leżą w lewej półpłaszczyźnie zespolonej (twierdzenie 8.1 w pracy

[43]). Wartości własne są pierwiastkami równania charakterystycznego o postaci [40, 43, 78]<sup>7</sup>:

$$|E(\mathbf{u}) - \lambda I|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{zad}}} = 0, \quad (3.2.1.1)$$

gdzie funkcja macierzowa  $E(\mathbf{u})$  dana jest zależnością (2.2.2.5), a  $I$  oznacza macierz jednostkową o odpowiednim wymiarze. Jak wynika z równania (2.2.2.3), konsekwencją nieliniowości modelu matematycznego obserwatora jest zależność pierwiastków wielomianu charakterystycznego od wartości wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$ . W przypadku modelu matematycznego rozpatrywanego silnika jest to zależność od prędkości obrotowej  $\omega_r$ , co wynika z równania (2.1.2.12). Podane kryterium stabilności jest jednak prawdziwe tylko dla obiektów stacjonarnych liniowych. Silnik indukcyjny można jednak traktować jako obiekt dynamiczny liniowy stacjonarny przy założeniu, że prędkość obrotowa  $\omega_r$  zmienia się znacznie wolniej od pozostałych wymuszeń i zmiennych stanu modelu matematycznego silnika. Założenie takie jest dobrym przybliżeniem rzeczywistych właściwości silnika i jest często stosowane w praktyce [74]. Również w przypadku obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego można przyjąć, że prędkość obrotowa  $\omega_r$  zmienia się znacznie wolniej od pozostałych wymuszeń i zmiennych stanu. W przypadku obserwatorów proporcjonalnych i całkujących założenie to jest prawdziwe, gdyż na wejścia tych obserwatorów podawane są mierzone przebiegi prędkości obrotowej silnika. W przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami również można przyjąć takie założenie. Co prawda prędkość obrotowa podawana na jego wejście może zawierać szybkozmiennie zakłócenia, lecz dzięki zastosowaniu modelu matematycznego silnika z niedostępnymi pomiarowo zakłóceniami, w obserwatorze tym uzyskano rozdzielanie tych zakłóceń od wolnozmiennnej prędkości obrotowej.

Po założeniu, że prędkość obrotowa  $\omega_r$  zmienia się znacznie wolniej niż pozostałe wymuszenia i zmienne stanu obserwatora, można tę prędkość traktować jako parametr. Pierwiastki równania (3.2.1.1) oblicza się wtedy dla pewnej zadanej wartości prędkości obrotowej, czyli dla  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{zad}}$ . Postępowanie takie pozwala jednak dobrać parametry obserwatora tylko dla jednej wybranej prędkości obrotowej. Należy więc dobór przeprowadzić wielokrotnie, dla wielu wartości prędkości obrotowej  $\omega_r$  tak, by wartości te z pewnym krokiem pokrywały spodziewany przedział jej zmienności. Następnie należy uzależnić nastawy obserwatora od prędkości obrotowej przy pomocy odpowiedniej tablicy. Wtedy, w praktycznej realizacji, dobrane parametry obserwatora są w każdym kroku obliczeniowym odczytywane z tej tablicy na podstawie aktualnej wartości prędkości obrotowej. Podejście takie, stosunkowo łatwe w praktycznej realizacji za pomocą procesora sygnałowego, zastosowano w pracy [68], oraz w metodzie opisanej w rozdziale 3.4. Z drugiej strony, metoda optymalizacyjna opisana w rozdziale 3.3 umożliwia dobór jednych nastaw obserwatora odpowiadających

<sup>7</sup> Wartości własne obserwatora obliczone na podstawie równania (3.2.1.1) są wyrażone w wartościach względnych. W związku z tym stałe czasowe obserwatora obliczone jako odwrotności części rzeczywistych tych wartości własnych są wyrażone również w jednostkach czasu względnego.

pełnemu zakresowi zmienności obrotowej. Obserwator sparametryzowany tą metodą ma jednak wartości własne zależne od prędkości obrotowej. Niemniej jednak, dobrane w ten sposób nastawy będą sprawdzać się w całym założonym zakresie zmienności prędkości obrotowej  $\omega_{(r)}$ , i pozwolą uniknąć problemów związanych z przestrajaniem modelu obserwatora.

W celu zapewnienia stabilności obserwatora podczas doboru parametrów metodami optymalizacyjnymi zastosowano funkcję o postaci:

$$F_1 = \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^w s(\lambda_i(\omega_{(r)j})), \quad (3.2.1.2)$$

gdzie  $w$  jest liczbą wartości prędkości obrotowej  $\omega_{(r)j}$  dla których obliczana jest wartość funkcji celu,  $v$  oznacza liczbę zmiennych stanu obserwatora a funkcja  $s$  dana jest zależnością:

$$s(\lambda_i(\omega_{(r)j})) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \operatorname{Re}\{\lambda_i(\omega_{(r)j})\} < 0 \\ k_d & \text{gdy } \operatorname{Re}\{\lambda_i(\omega_{(r)j})\} \geq 0 \end{cases}. \quad (3.2.1.3)$$

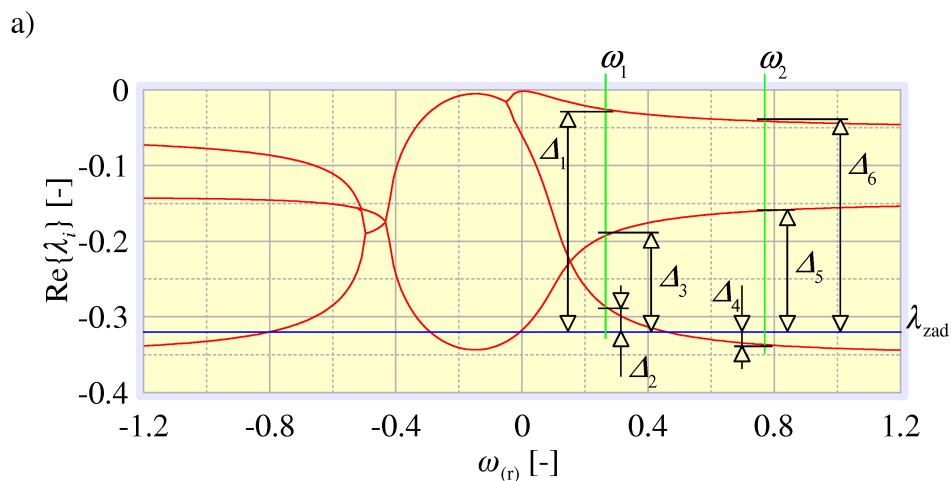
Wartość  $k_d$  jest współczynnikiem kary, dodawanym do wartości funkcji celu za każdym razem gdy część rzeczywista kolejnej wartości własnej obserwatora  $\lambda_i$  osiąga wartości dodatnie.

#### 3.2.2. Kryterium stałych czasowych tłumienia i częstotliwości drgań własnych obserwatora

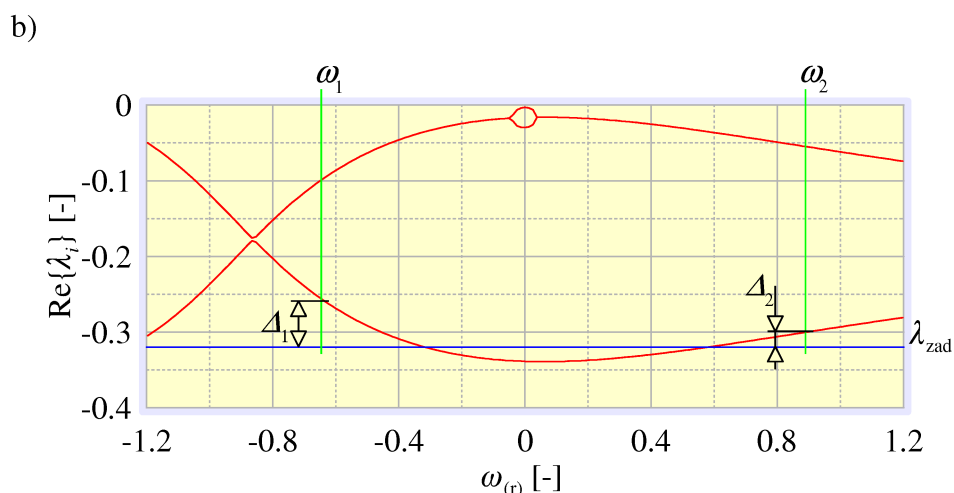
W celu zapewnienia dobrej jakości odtwarzania zmiennych stanu należy odpowiednio dobrać stałe czasowe tłumienia obserwatora. Stałe te, będące odwrotnościami części rzeczywistych wartości własnych  $\lambda_i$ , nie powinny być dłuższe od stałych czasowych obiektu obserwowanego, aby obserwator nadążał za zmianami zachodzącymi w obiekcie obserwowanym. Im krótsze stałe czasowe obserwatora, tym silniej tłumione są błędy odtwarzania, co wynika z równania (2.2.2.4). Powoduje to poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu. Krótsze stałe czasowe w praktycznej realizacji obserwatora za pomocą układu mikroprocesorowego wymagają jednak większej częstotliwości próbkowania systemu cyfrowego a więc większej wydajności obliczeniowej. Przeprowadzone badania wykazały, że optymalnym przedziałem wartości dla stałych czasowych są wartości od równych wartościom stałych czasowych obiektu obserwowanego do dziesięcio- lub kilkunastokrotnie krótszych.

W celu zapewnienia pożądaných wartości stałych czasowych tłumienia obserwatora podczas doboru parametrów metodami optymalizacyjnymi, zaproponowano zamienne stosowanie dwóch różnych składników funkcji celu. Pierwszy z nich jest opisany zależnością:

$$F_2 = \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^w k_r \left| \operatorname{Re} \left\{ \lambda_i(\omega_{(r)j}) - \lambda_{\text{zad}} \right\} \right|, \quad (3.2.2.1)$$



$$F_2 = k_r \left( (\Delta_1 + \Delta_2 + 2\Delta_3) + (\Delta_4 + 2\Delta_5 + \Delta_6) \right)$$



$$F_3 = k_r (\Delta_1 + \Delta_2)$$

**Rys. 3.2.2.1. Przykłady obliczania funkcji celu dla dwóch wartości prędkości obrotowej  $\omega_1$  i  $\omega_2$  oraz wartości zadanej  $\operatorname{Re}\{\lambda_{\text{zad}}\} = -0,32$ : a) na podstawie wzoru (3.2.2.1); b) na podstawie wzoru (3.2.2.2)**

gdzie  $k_r$  jest współczynnikiem kary dla błędu doboru części rzeczywistej  $\lambda_i$  a  $\lambda_{\text{zad}}$  jest założoną wartością własną obserwatora, odpowiadającą pożądanym stałym czasowym. Ten sposób naliczania funkcji celu jest równoznaczny wymaganiu, aby przy zadanej prędkości obrotowej, części rzeczywiste wszystkich  $v$  wartości własnych były zbliżone do wartości zadanej. Przedstawiono to na rysunku 3.2.2.1a.

Druga z użytych funkcji, w odróżnieniu do pierwszej, jest obliczana tylko dla jednej, wartości własnej takiej, której część rzeczywista ma wartość najmniejszą. Funkcja ta ma postać:

$$F_3 = \sum_{j=1}^w k_r \left| \operatorname{Re} \left\{ \min \left[ \lambda_1(\omega_{(r)j}), \dots, \lambda_i(\omega_{(r)j}), \dots, \lambda_v(\omega_{(r)j}) \right] - \lambda_{\text{zad}} \right\} \right|. \quad (3.2.2.2)$$

Funkcję tę wprowadzono, gdy doświadczenia z funkcją opisaną wzorem (3.2.2.1) wykazały, że bardzo rzadko udawało się tak dobrać macierz  $\mathbf{K}$  obserwatora, by wszystkie wartości własne obserwatora leżały blisko wartości zadanej. Natomiast bardzo często zdarzało się, że któraś z wartości własnych miała część rzeczywistą dużo mniejszą niż zadana. Powodowało to nadmierne skrócenie najkrótszej stałej czasowej obserwatora, co w praktycznej realizacji wymagałoby zastosowania szybszego procesora i przetworników pomiarowych o większej częstotliwości próbkowania. Z tego względu wprowadzono funkcję opisaną wzorem (3.2.2.2) w większym stopniu zapewniającą nieprzekraczanie ustalonego minimum części rzeczywistych wartości własnych obserwatora, godząc się z faktem, że pozostałe wartości własne mogą znacznie odbiegać od wartości zadanej. Przykład obliczania funkcji celu według wzoru (3.2.2.2) przedstawiono na rys. 3.2.2.1b.

Części urojone wartości własnych obserwatora odpowiadają za częstotliwości jego drgań własnych. W idealnym przypadku powinny one być równe zero, aby obserwator nie był obiektem oscylacyjnym. W praktyce, możliwe jest to do osiągnięcia tylko przy zastosowaniu analitycznych metod doboru parametrów, takich jak metoda opisana w rozdziale 3.4. W przypadku doboru parametrów przy użyciu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, uzyskanie zerowych wartości części urojonych wszystkich wartości własnych obserwatora nie jest w praktyce możliwe. Należy jednak ograniczać wartości częstotliwości drgań własnych obserwatora ze względu na przyjętą w realizacji praktycznej częstotliwość próbkowania. W tym celu wprowadzono składnik funkcji celu zbliżony postacią do składnika  $F_2$  opisanego wzorem (3.2.2.1), przy założeniu, że zadana wartość dla części urojonych wartości własnych wynosi zero:

$$F_4 = \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^w k_i \left| \operatorname{Im} \left\{ \lambda_i(\omega_{(r)j}) \right\} \right|, \quad (3.2.2.3)$$

gdzie  $k_i$  jest współczynnikiem kary.

### 3.2.3. Kryterium odporności na odchyłki parametrów schematu zastępczego silnika i na zakłócenia

W rozdziale 3.1.1 wprowadzono pojęcie wskaźnika wzmocnienia macierzy i przedstawiono jego właściwości matematyczne. Badania opisane w rozdziale 4.1 wykazały, że wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego

pozostaje w związku z wartościami błędów odtwarzania zmiennych stanu obiektu obserwowanego. W szczególności można powiedzieć, że im większa jest wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora, tym większe pojawiają się w tym obserwatorze błędy odtwarzania zmiennych stanu, spowodowane zakłóceniami nałożonymi na sygnały wejściowe tego obserwatora czy też spowodowane odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego. W związku z tym można stwierdzić, że dobór parametrów obserwatora powinien być prowadzony również pod kątem minimalizacji wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora. W tym celu, w trakcie doboru parametrów obserwatora metodami optymalizacyjnymi można wprowadzić funkcję celu utworzoną poprzez pomnożenie wartości współczynnika wzmocnienia dobieranej macierzy  $\mathbf{K}$  przez odpowiedni współczynnik kary  $k_w$ . W ten sposób otrzymano postać funkcji celu:

$$F_5 = k_w \|\mathbf{K}\|_w, \quad (3.2.3.1)$$

gdzie wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\|\mathbf{K}\|_w$  należy obliczyć zgodnie ze wzorem definicyjnym (3.1.1.7).

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora można w trakcie doboru parametrów obserwatora zmniejszyć również w inny sposób. Wystarczy w tym celu w trakcie optymalizacji odpowiednio ograniczyć przestrzeń poszukiwań, tak aby poszukiwane wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  były odpowiednio małe.

### 3.3. Genetyczny algorytm doboru parametrów obserwatora

Dobór parametrów obserwatora polega na takim dobraniu macierzy  $\mathbf{K}$ , aby wartości elementów tej macierzy oraz pierwiastki  $\lambda_i$  wielomianu charakterystycznego opisanego równaniem (3.2.1.1) spełniały kryteria przedstawione w rozdziale 3.2. W przypadku obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego, dodatkowym utrudnieniem jest zależność wartości macierzy  $\mathbf{E}$  od prędkości obrotowej  $\omega_r$ . W przypadku rozpatrywanych obserwatorów, wielomian będący rozwiązaniem równania (3.2.1.1) jest wielomianem czwartego stopnia (obserwator proporcjonalny), szóstego stopnia (obserwator całkujący) lub stopnia wyższego (obserwator z dwoma i więcej dodatkowymi integratorami). Analityczne rozwiązanie tego problemu jest więc bardzo trudne. Istniejące metody analityczne, takie jak metoda zmiany bazy [68], lub metoda macierzy diadycznych opisana w rozdziale 3.4, wymagają skomplikowanych obliczeń i w efekcie prowadzą do uzyskania obserwatora niestacjonarnego o wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$  zależnych od prędkości obrotowej  $\omega_r$ . Alternatywą jest w tym przypadku wykorzystanie metod optymalizacyjnych [90]. Metody te umożliwiają szerokie możliwości uwzględniania kryteriów doboru poprzez swobodne kształtowanie funkcji celu oraz zapewniają dobór parametrów obserwatora dla więcej niż jednej warto-

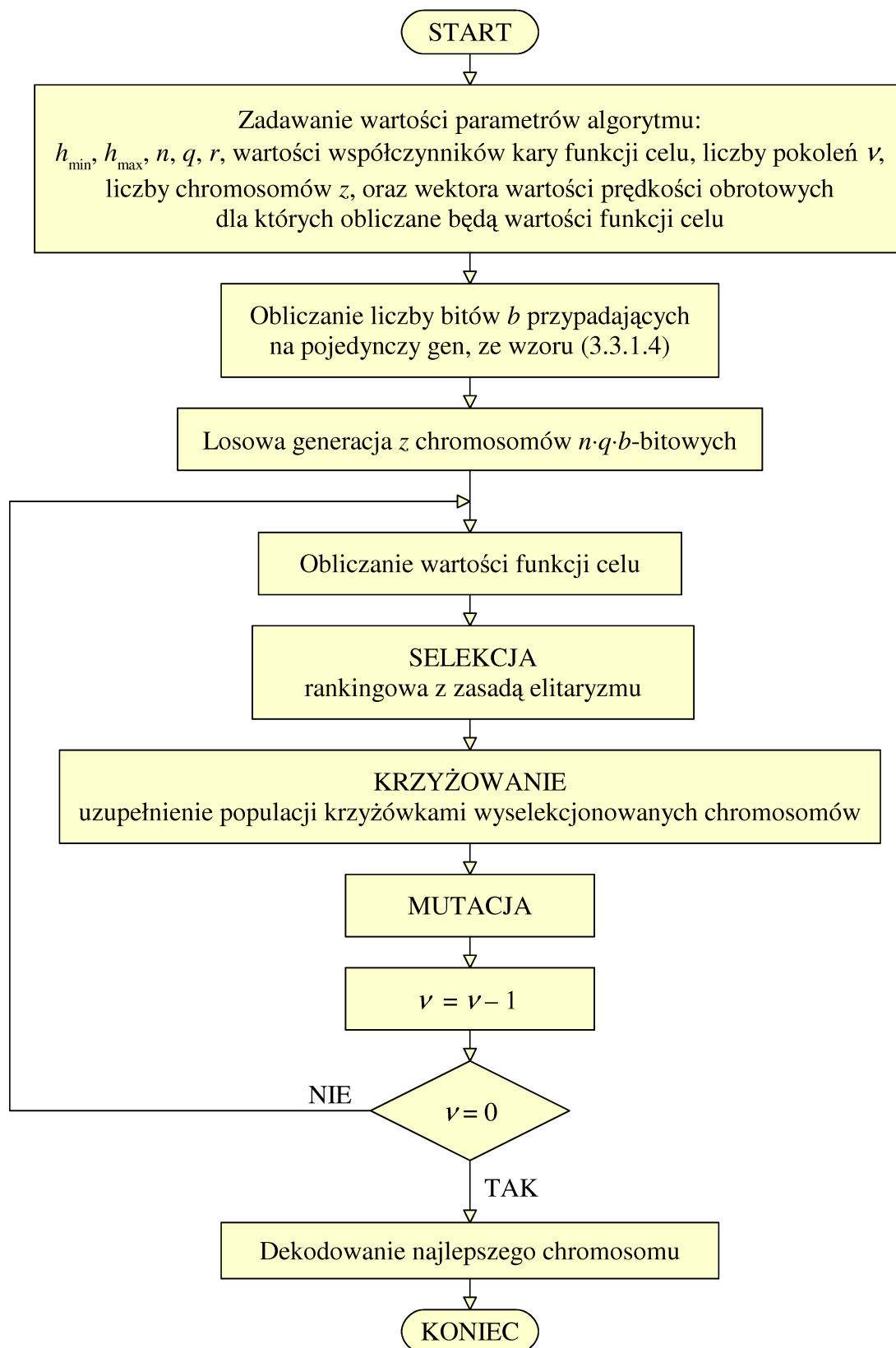
ści prędkości obrotowej (poprzez obliczanie i sumowanie wartości funkcji celu dla kilku różnych wartości tej prędkości). Z pośród różnych metod optymalizacji zdecydowano się wybrać algorytmy genetyczne, przede wszystkim ze względu na wymaganą niewielką ilość informacji o funkcji celu oraz na dużą sprawność znajdowania optimum globalnego [73, 77].

Deterministyczne algorytmy optymalizacji nieliniowej często wymagają znajomości pochodnych funkcji celu, co staje się dużym utrudnieniem przy bardziej skomplikowanych postaciach tej funkcji. W rozpatrywanym przypadku doboru parametrów obserwatora utrudnienie to jest bardzo poważne, gdyż niemożliwe jest analityczne wyznaczenie związku między wartościami własnymi  $\lambda_i$  a wartościami elementów macierzy  $\mathbf{K}$ . Wynika to z faktu, że równanie (3.2.1.1) można rozwiązać tylko iteracyjnie. Algorytm genetyczny jest prostszy w zastosowaniu gdyż wymaga tylko znajomości wartości funkcji celu, bez żadnych informacji o jej strukturze.

Poważną wadą algorytmów deterministycznych jest zależność otrzymanego wyniku od punktu startowego, co ma zasadnicze znaczenie gdy funkcja celu ma wiele ekstremów lokalnych. Wtedy od punktu startowego zależy które ekstremum lokalne zostanie odnalezione i niewielkie jest prawdopodobieństwo, że wynik końcowy odpowiada ekstremum globalnemu. Algorytm genetyczny operuje na wielu punktach jednocześnie (kilkudziesięciu a nawet kilkuset i więcej), a wprowadzenie mechanizmów opartych na zmiennych losowych zapewnia wysokie prawdopodobieństwo odnalezienia ekstremum globalnego.

Wadą algorytmów genetycznych w porównaniu do deterministycznych metod optymalizacji jest mniejsza precyzja działania objawiająca się tym, że ostateczny wynik podany przez algorytm genetyczny zwykle jest bardziej oddalony od punktu wyznaczającego rzeczywiste ekstremum funkcji celu, niż punkt będący wynikiem działania algorytmu deterministycznego. Co więcej, o ile algorytm deterministyczny zwykle umożliwia zdefiniowanie żądanej dokładności, to w przypadku algorytmu genetycznego nie można określić dokładności otrzymanego wyniku. W rozpatrywanym przypadku doboru parametrów obserwatora duża dokładność nie jest jednak wymagana, gdyż jak wykazały opisane w rozdziałach 4 i 5 badania, znaczącą zmianę właściwości dynamicznych obserwatora powoduje dopiero zmiana jego wartości własnych o rząd wielkości. Schemat blokowy wykorzystanego algorytmu genetycznego jest przedstawiony na rysunku 3.3.1.

Teoria algorytmów genetycznych jest dobrze opisana w literaturze (między innymi [73, 77, 85, 2]), więc jej ogólne założenia i podstawowe metody zostały w pracy tej opisane bardzo skrótowo. W dalszych rozważaniach, skupiono się natomiast na zagadnieniach bezpośrednio związanych z uwzględnieniem kryteriów opisanych w rozdziale 3.2, oraz na rozwiązaniach wykorzystanych w praktycznej realizacji wykorzystanego algorytmu.



Rys. 3.3.1. Schemat blokowy zastosowanego algorytmu genetycznego



### 3.3.1. Kodowanie i dekodowanie

Algorytm genetyczny nie operuje bezpośrednio na optymalizowanych zmiennych (zwanym *fenotypem*), lecz na binarnych<sup>8</sup> łańcuchach zwanych *chromosomami*. Chromosom<sup>9</sup> tworzą połączone w jeden ciąg łańcuchy odpowiadające kolejnym optymalizowanym zmiennym zwane *genami*. Wartość zmiennej odpowiadającą danemu genowi nazywana jest *allelelem*. Tutaj są to kolejne wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$ . Kodowanie macierzy  $\mathbf{K}$  polega na liniowym przekształceniu wartości każdego z jej elementów  $k_{i,j}$  gdzie  $i = 1 \dots n$  oraz  $j = 1 \dots q$  w  $b$ -bitową wartość, która będzie reprezentować tę komórkę w chromosomie, w następujący sposób:

$$k_{i,j} \rightarrow l_c, \quad (3.3.1.1)$$

gdzie  $l_c$  jest odpowiadającym allelowi  $k_{i,j}$  genem zajmującym  $c$ -tą pozycję w chromosomie, gdzie:

$$c = q(i-1) + j. \quad (3.3.1.2)$$

Wartości  $k_{i,j}$  należą do przedziału  $\langle h_{\min}; h_{\max} \rangle$  zwanego przestrzenią poszukiwań a wartości  $l_c$  należą do przedziału  $\langle 0; (2^b - 1) \rangle$ . Wartość  $l_c$  można więc obliczyć z zależności:

$$l_c = \frac{k_{i,j} - h_{\min}}{h_{\max} - h_{\min}} (2^b - 1). \quad (3.3.1.3)$$

Chromosom tworzą geny, czyli zakodowane binarnie wartości  $l_c$  połączone w łańcuch w kolejności narastania licznika  $c$ . Całkowita długość chromosomu wynosi  $n \cdot q \cdot b$  bitów.

Przedstawiony sposób kodowania zapewnia wygodne ograniczanie przestrzeni poszukiwań poprzez dobór wartości  $h_{\max}$  i  $h_{\min}$ . Dodatkową ważną zaletą takiego kodowania jest zapewnienie przynależności do przestrzeni poszukiwań fenotypu odpowiadającego dowolnie wybranemu genotypowi.

Aby zakodować macierz  $\mathbf{K}$  należy określić przedział do jakiego mają należeć wartości jej elementów (określić wartości  $h_{\max}$  i  $h_{\min}$ ) oraz liczbę bitów  $b$  przeznaczonych

<sup>8</sup> Algorytm genetyczny może operować na chromosomach wykorzystujących dowolną arytmetykę, nie tylko binarną. Kodowanie binarne jest jednak w tym przypadku najkorzystniejsze, co wynika z twierdzenia o schematach [73]. Wadą kodowania binarnego jest natomiast możliwość ujawnienia się niekorzystnych efektów związanych z efektem krawędziowym Hamminga [2].

<sup>9</sup> W prezentowanym przykładzie przyporządkowano każdemu rozwiązaniu (osobnikowi) tylko jeden chromosom przechowujący informację o wszystkich optymalizowanych zmiennych (fenotypie). Można jednak spotkać się z przykładami algorytmów genetycznych, gdzie optymalizowane zmienne są zakodowane nie w jednym lecz w kilku chromosomach [2]. Zbiór chromosomów odpowiadających jednemu rozwiązaniu (osobnikowi) jest zwany *genotypem*.

na zakodowanie jednej komórki. W wykorzystanym algorytmie liczba bitów  $b$  jest dobierana na podstawie formuły<sup>10</sup>:

$$b = E \left[ \log_2 \left( \frac{h_{\max} - h_{\min}}{r} \right) \right] + 1, \quad (3.3.1.4)$$

gdzie parametr  $r$  jest dokładnością kodowania (wagą najmłodszego bitu każdego genu).

Dekodowanie odtwarza macierz na podstawie chromosomu kodującego wartości elementów tej macierzy. Aby zdekodować chromosom będący wynikiem działania algorytmu genetycznego, należy najpierw podzielić go na poszczególne geny  $l_c$ , odpowiadające kolejnym wyznaczonym wartościom elementów  $k_{ij}$ , a następnie obliczyć wartości tych elementów na podstawie formuły:

$$k_{i,j} = h_{\min} + l_c \frac{h_{\max} - h_{\min}}{2^b - 1}. \quad (3.3.1.3)$$

### 3.3.1.1. Przykład kodowania macierzy $K$

Załóżmy, że chcemy utworzyć chromosom kodujący wartości macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora proporcjonalnego  $K$  o wymiarach  $n \times q = 4 \times 2$  i o następujących wartościach elementów:

$$K = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}^T, \quad (3.3.1.4)$$

przestrzeń poszukiwań, czyli granice przedziału, do którego należą wartości elementów macierzy  $K$  określono jako  $h_{\min} = -5$  i  $h_{\max} = 5$ . Wartości elementów  $k_{ij}$  macierzy  $K$  mają być kodowane z dokładnością  $r = 0,2$ . W związku z tym można na podstawie zależności (3.3.1.4) obliczyć liczbę bitów pojedynczego genu  $l_c$ , która wynosi  $b = 6$ . Następnie, należy na podstawie zależności (3.3.1.3) obliczyć wartości kolejnych allelów  $l_c$  oraz zapisując te wartości w  $b$ -bitowym kodzie binarnym, utworzyć odpowiadające im geny:

$$\begin{array}{ll} k_{1,1} = -5 \Rightarrow l_1 = 0_{\text{dec}} \Rightarrow l_1 = 000000_{\text{bin}} & k_{1,2} = 2 \Rightarrow l_2 = 44_{\text{dec}} \Rightarrow l_2 = 101100_{\text{bin}} \\ k_{2,1} = 0 \Rightarrow l_3 = 31_{\text{dec}} \Rightarrow l_3 = 011111_{\text{bin}} & k_{2,2} = 1 \Rightarrow l_4 = 37_{\text{dec}} \Rightarrow l_4 = 100101_{\text{bin}} \\ k_{3,1} = -2 \Rightarrow l_5 = 18_{\text{dec}} \Rightarrow l_5 = 010010_{\text{bin}} & k_{3,2} = -3 \Rightarrow l_6 = 12_{\text{dec}} \Rightarrow l_6 = 001100_{\text{bin}} \\ k_{4,1} = 0 \Rightarrow l_7 = 31_{\text{dec}} \Rightarrow l_7 = 011111_{\text{bin}} & k_{4,2} = 5 \Rightarrow l_8 = 63_{\text{dec}} \Rightarrow l_8 = 111111_{\text{bin}} \end{array}$$

Ostatnim krokiem jest połączenie kolejnych genów  $l_c$  w chromosom o długości  $n \cdot q \cdot b = 4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$  bitów. Ostatecznie, chromosom kodujący macierz opisaną równaniem (3.3.1.4) przyjmuje postać:

<sup>10</sup> Funkcja  $E(x)$  oznacza cechę (część całkowitą) zmiennej  $x$ .

$$\underbrace{000000}_{l_1} \underbrace{101100}_{l_2} \underbrace{011111}_{l_3} \underbrace{100101}_{l_4} \underbrace{010010}_{l_5} \underbrace{001100}_{l_6} \underbrace{011111}_{l_7} \underbrace{111111}_{l_8} .$$

### 3.3.2. Funkcja celu

Funkcja celu (zwana również *funkcją przystosowania* lub *funkcją oceny*) jest jednym z najważniejszych elementów algorytmu, gdyż jej wartość jest jedynym kryterium oceny otrzymanych w trakcie działania algorytmu chromosomów. Od wartości funkcji celu zależy prawdopodobieństwo zachowania danego chromosomu w procesie selekcji oraz wybór konkretnego rozwiązania jako wyniku końcowego po zakończeniu działania algorytmu.

W przyjętym przez autora rozwiązaniu poszukiwane jest minimum funkcji celu a więc dany chromosom jest tym lepszy im mniejsza jest wartość funkcji celu obliczonej dla tego chromosomu. Proces obliczania funkcji celu składa się z trzech etapów. Pierwszym z nich jest dekodowanie chromosomu przechowującego informację o ocenianym rozwiązaniu (fenotypie). Drugi etap polega na numerycznym rozwiązaniu równania (3.2.1.1) dla zadanej wartości prędkości obrotowej  $\omega_{(r)j}$  w celu obliczenia wartości własnych obserwatora  $\lambda_i$ . Ostatnim etapem jest obliczenie wartości funkcji celu.

Wartość funkcji celu „idealnego” chromosomu jest równa zero<sup>II</sup>. Funkcja celu oznaczona jako  $F$  jest sumą składników  $F_i$ , z których każdy związany jest z innym kryterium doboru macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$F[\lambda_i(\omega_{(r)j})] = F_1[\lambda_i(\omega_{(r)j})] + F_2[\lambda_i(\omega_{(r)j})] + \dots \quad (3.3.2.1)$$

Kolejne składniki funkcji celu wraz z odpowiadającymi im kryteriami opisano w rozdziale 3.2. Składniki  $F_i$  można interpretować jako funkcje kary za niespełnienie danego kryterium o wartościach tym większych, im bardziej dane rozwiązanie odbiega od założonego rozwiązania „idealnego”. Zaletą takiej konstrukcji funkcji celu jest łatwość uwzględniania wielu kryteriów doboru macierzy  $\mathbf{K}$  jednocześnie. Dzięki takiej konstrukcji funkcji celu można w łatwy sposób uwzględniać dodatkowe kryteria doboru obserwatora, po prostu dodając do funkcji celu kolejne składniki. Z kolei odpowiednio dobierając współczynniki kary występujące w kolejnych składnikach funkcji celu  $F_i$  można sprawić aby niektóre kryteria doboru były ważniejsze niż pozostałe. Taka konstrukcja funkcji celu ma jeszcze jedną ważną zaletę. W przypadku gdy wszystkie kryteria doboru zostaną spełnione, wartość funkcji celu osiągnie zero, z kolei w pozostałych przypadkach wartości tej funkcji będą zawsze większe od zera.

<sup>II</sup> Jest to rozwiązanie nietypowe, gdyż zwykle algorytmy genetyczne poszukują maksimum funkcji celu. Rozwiązanie to ułatwia konstrukcję funkcji celu, lecz utrudnia stosowanie pewnych typowych rozwiązań takich jak selekcja metodą koła ruletki [77].

Wiadomo więc, że funkcja ta ma na pewno minimum globalne, gdyż jest ograniczona od dołu.

#### 3.3.3. Selekcja i operatory genetyczne

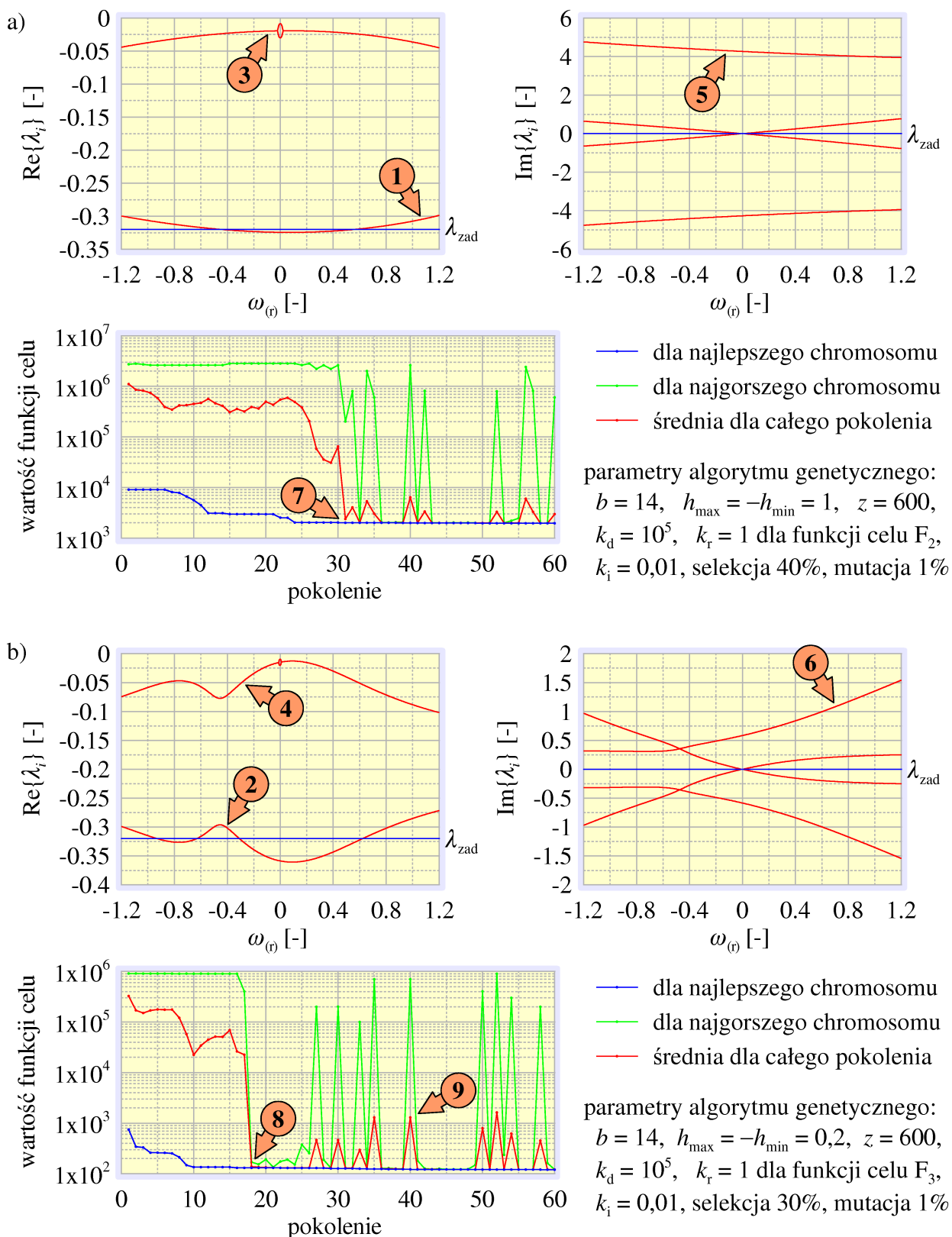
W programie realizującym omawiany algorytm genetyczny zastosowano typowe metody opisane w literaturze [73, 77, 2] bez znaczących modyfikacji. Zastosowano selekcję opartą na zasadzie elitarności o zadawanej liczby chromosomów zachowywanych w każdym pokoleniu. Zastosowano jednobitową mutację jednopunktową z zadawanym prawdopodobieństwem oraz krzyżowanie proste jednopunktowe. Krzyżowaniu są poddawane z jednakowym prawdopodobieństwem chromosomy zachowane w trakcie selekcji. Mechanizm mutacji zmodyfikowano o ochronę najlepszego chromosomu w danym pokoleniu. Warunkiem zatrzymania algorytmu jest osiągnięcie zadanej liczby pokoleń. Schemat blokowy zastosowanego algorytmu genetycznego przedstawiono na rysunku 3.3.1.

#### 3.3.4. Doświadczenia z doбором parametrów obserwatora przy wykorzystaniu algorytmów genetycznych

W celu sprawdzenia działania rozpatrywanego algorytmu genetycznego wielokrotnie przeprowadzono dobór parametrów dla różnego typu obserwatorów, metodą prób i błędów dobierając odpowiednie parametry algorytmu i współczynniki kary funkcji celu. W rozdziale tym przedstawiono wybrane wyniki uzyskane dla obserwatora proporcjonalnego. Wyniki uzyskane dla pozostałych typów obserwatorów były zbliżone.

Dla przykładowego silnika o parametrach podanych w załączniku B.1, wielokrotnie przeprowadzono dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego, a dwa wybrane wyniki przedstawiono na rysunku 3.3.4.1. Na rysunku 3.3.4.1a przedstawiono wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu złożonej z elementów  $F_1$ ,  $F_2$  i  $F_4$ , a na rysunku 3.3.4.1b uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu złożonej z elementów  $F_1$ ,  $F_3$  i  $F_4$ . Wartości funkcji celu obliczano dla prędkości obrotowych  $\omega_{(t)}$  równych  $-1,2$ ,  $-0,9$ ,  $-0,6$ ,  $-0,3$ ,  $0$ ,  $0,3$ ,  $0,6$ ,  $0,9$  i  $1,2$ . Wynikiem doboru są zestawy parametrów obserwatora (różne wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$ ) o częściach rzeczywistych dominujących wartości własnych zmiennych w funkcji prędkości obrotowej i nieco różniących się od wartości zadanej (znaczniki 1 i 2 na rys. 3.3.4.1). Pozostałe wartości własne mają części rzeczywiste znacznie różniące się od wartości zadanej (znaczniki 3 i 4). O właściwościach dynamicznych obserwatora jednak w największym stopniu decydują dominujące wartości własne, o najmniejszych wartościach części rzeczywistych. Części urojone wartości własnych znacznie różnią się od wartości zadanej (znaczniki 5 i 6). Jest to spowodowane znacznie mniejszą zastosowaną wartością współczynnika kary  $k_i$  w stosunku do  $k_r$ . Jest to jednak konieczne dla zapewnienia odpowiednich wartości ważniejszych części rzeczywistych. Części urojone różne od

### 3.3. Genetyczny algorytm doboru parametrów obserwatora



Rys. 3.3.4.1. Wyniki doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego przy użyciu algorytmu genetycznego

zera są związane z częstotliwościami drgań własnych obserwatora. Nie zauważono jednak w trakcie badań negatywnych efektów związanych z rezonansem. Szybkość z jaką algorytm osiąga zbieżność zależy od procentu selekcji (znaczniki 7 i 8). Przedwczesna zbieżność często jednak niekorzystnie wpływała na jakość otrzymanych wyników. Tak jest również w tym przypadku – występują większe odchyłki dominującej wartości własnej od wartości zadanej w przypadku parametrów obserwatora obserwatora z rysunku 3.3.4.1b. Doświadczenia wykazały, że optymalna liczba pokoleń, po której osiągnięciu należy zatrzymać algorytm należy do przedziału od 30 do 50. Praktycznie nie zdarzało się aby przed upływem pięćdziesięciu pokoleń algorytm nie uzyskał zbieżności, a czasami dobry wynik był znajdowany znacznie wcześniej, nawet po przetworzeniu tylko dwudziestu pokoleń (znacznik 8). Odchyłki wartości funkcji celu występujące po uzyskaniu przez algorytm zbieżności (znacznik 9) są skutkiem mutacji.

Liczbę osobników w populacji należy zwiększać w celu osiągnięcia dobrych wyników. Minimalna liczba osobników zapewniająca duże prawdopodobieństwo uzyskania dobrego wyniku, w przeprowadzonych doświadczeniach wynosiła około 200, lecz najlepsze wyniki osiągnano dla populacji liczących około 500 – 800 osobników. Dalsze zwiększanie liczby osobników nie przynosiło znaczącej poprawy otrzymywanych wyników.

Rozdzielczość kodowania  $r$  dobierano tak, by była co najmniej o trzy rzędy wielkości mniejsza niż szerokość przedziału poszukiwań  $\langle h_{\min}; h_{\max} \rangle$ , co odpowiada liczbie bitów  $b$  nie mniejszej niż 10. Dobór wartości granicznych przedziału poszukiwań zależy od parametrów modelu matematycznego obiektu obserwowanego oraz od postaci funkcji celu i zadanych wartości wartości własnych obserwatora  $\lambda_{\text{zad}}$ . Najlepsze wyniki osiągnano gdy wartości ograniczeń były liczbami przeciwnymi, czyli  $h_{\max} = -h_{\min}$ . Przedział poszukiwań można zawęzić zmniejszając wartość  $h_{\max}$  tak długo, jak nie powoduje to obniżenia jakości otrzymywanych wyników. Takie postępowanie pozwala na ograniczenie wartości elementów dobieranej macierzy  $\mathbf{K}$ , co automatycznie wpływa na zmniejszenie wskaźnika wzmocnienia tej macierzy i zapewnia spełnienie kryterium opisanego w rozdziale 3.2.3. Dzięki temu nie trzeba wprowadzać do funkcji celu składnika  $F_5$ . Należy zauważyć, że im więcej wprowadzamy do funkcji celu składników opisujących kolejne kryteria, to po dokonaniu doboru parametrów obserwatora, tym gorzej spełnione jest każde z tych kryteriów z osobna. Należy więc ograniczać liczbę składników funkcji celu do tych naprawdę niezbędnych dla zapewnienia poprawnej pracy obserwatora. Można zauważyć, że wynik przedstawiony na rysunku 3.3.4.1b charakteryzuje się znacznie mniejszą wartością funkcji celu ostatecznego rozwiązania niż wynik przedstawiony na rysunku 3.3.4.1a. Różnica ta wynikająca ze sposobu naliczania funkcji celu (zastosowany składnik  $F_3$  w miejsce  $F_2$ ), została zaobserwowana również w wielu innych przypadkach działania algorytmu.

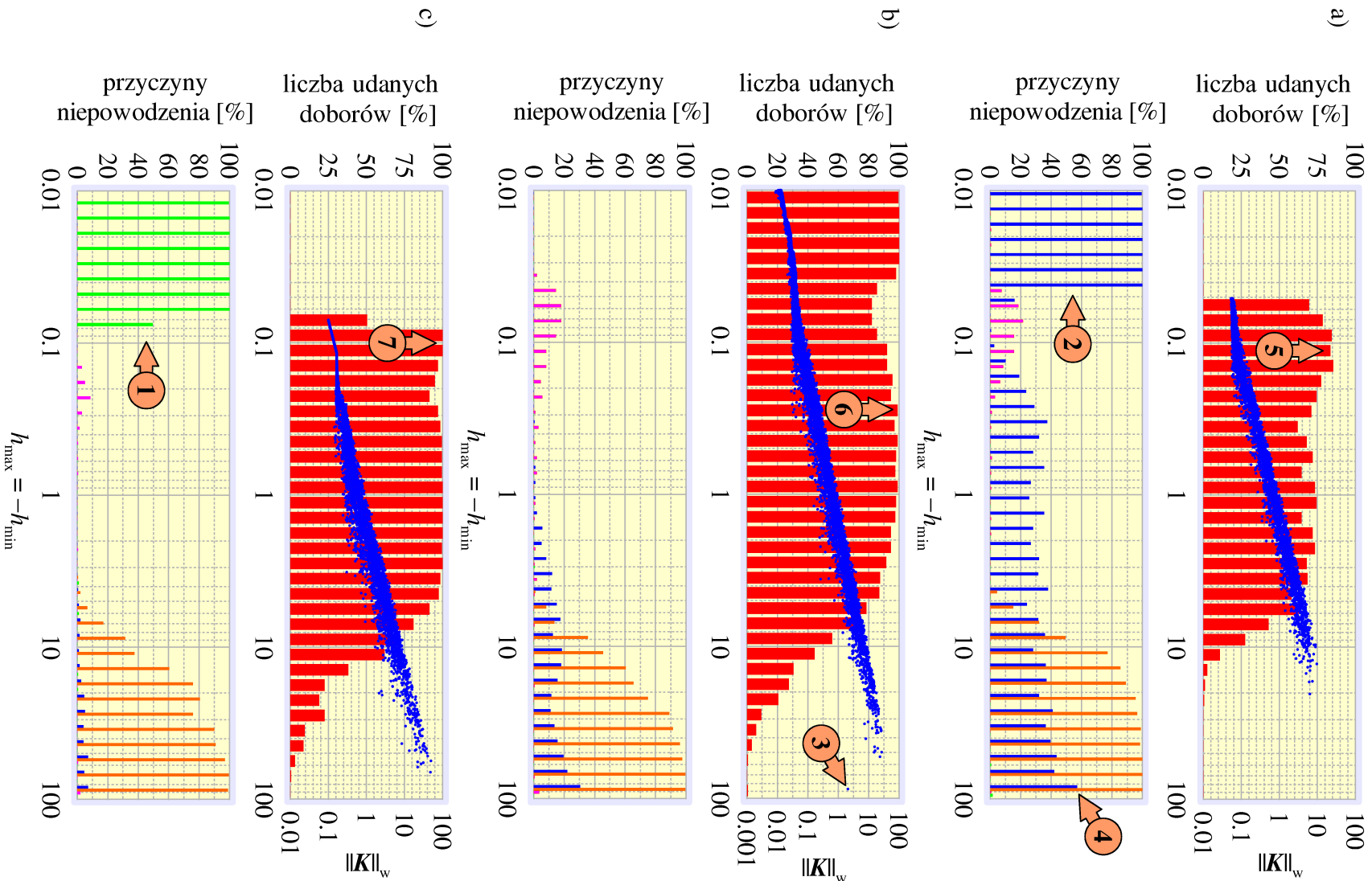
W dalszych doświadczeniach, algorytm genetyczny uruchamiano w trzech seriach po 8000 tysięcy doborów, dla wartości  $\lambda_{\text{zad}}$  równych  $-0,032$ ,  $-0,32$  i  $-3,2$ . Uzyskane wy-

niki przedstawiono na rysunkach 3.3.4.2 odpowiednio a, b i c. Liczby doborów zakończonych sukcesem dla każdej serii wyniosły odpowiednio 3185, 5790 i 4500. W każdej serii z każdego doboru na następny zwiększano wartość ograniczenia  $h_{\max} = -h_{\min}$ , rozpoczynając od wartości  $h_{\max} = 0,01$  a na wartości  $h_{\max} = 100$  kończąc. Krok zwiększania wartości  $h_{\max}$  był zmienny, tak dobrany aby rozkład liczby doborów w całym przedziale był logarytmicznie równomierny. Histogramy przedstawione na rysunku 3.3.4.2 wykreślono dzieląc pełny zakres zmienności  $h_{\max}$  na 40 przedziałów. Każdy słupek histogramu odpowiada więc 200 przeprowadzonym doborom.

Najwięcej doborów zakończonych powodzeniem przeprowadzono dla zadanych wartości własnych  $\lambda_{\text{zad}} = -0,32$  (rys. 3.3.4.2b), zbliżonych do wartości własnych modelu matematycznego silnika. W pozostałych przypadkach wszystkie doборы dla mocno ograniczonej przestrzeni poszukiwań (małe wartości  $h_{\max}$ ) kończyły się niepowodzeniem. W przypadku zadanych wartości  $\lambda_{\text{zad}} = -3,2$  (rys. 3.3.4.2c) przyczyną niepowodzenia były zbyt duże uzyskane wartości części rzeczywistych wartości własnych (znacznik 1), w przypadku zadanych wartości własnych  $\lambda_{\text{zad}} = -0,032$  przyczyną niepowodzenia były zbyt małe uzyskane wartości części rzeczywistych wartości własnych obserwatora (znacznik 2).

Jak wynika z wykresów, wartość wskaźnika wzmocnienia otrzymanej w wyniku doboru macierzy  $\mathbf{K}$  jest silnie związana z ograniczeniem przestrzeni poszukiwań. Silnie ograniczona przestrzeń poszukiwań jest gwarancją uzyskania wyniku o niewielkiej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . W związku z tym, w badaniach zaniechano stosowania dodatkowego składnika funkcji celu opisanego wzorem (3.2.3.1), tym bardziej, że jak stwierdzono, zastosowanie tego składnika powodowało gorsze spełnienie pozostałych kryteriów i zmniejszało sprawność doboru. Badania wykazały, że wartość wskaźnika wzmocnienia uzyskanej w wyniku doboru macierzy  $\mathbf{K}$  jest mniej więcej proporcjonalna do wartości  $h_{\max} = -h_{\min}$ . Znaczne odstępstwa od tej reguły, takie jak jeden z wyników na rysunku 3.3.4.2b (znacznik 3) są bardzo rzadkie, w tym przypadku był to jeden uzyskany rezultat na 5790 udanych doborów.

Zbyt rozległa przestrzeń poszukiwań jest równie niekorzystna, jak zbyt zawężona, gdyż algorytm ma problem z jej przeszukaniem. W tym przypadku należałoby wielokrotnie zwiększyć liczbę chromosomów, co znacznie wydłuży czas działania algorytmu lecz nie zawsze gwarantuje uzyskanie zadowalającego wyniku. Skutkiem problemów jakie ma algorytm z przeszukaniem tak rozległej przestrzeni poszukiwań jest sprawność algorytmu spadająca do zera wraz ze wzrostem wartości  $h_{\max}$ . Ponadto, tylko dla dużych wartości  $h_{\max}$  powszechnie występują przypadki odrzucenia wyniku z więcej niż jednego powodu (znacznik 4). Z wykresów wynika, że optymalnymi wartościami  $h_{\max}$  są wartości z przedziału od 0,1 do 0,3. Dla tego przedziału we wszystkich przypadkach uzyskano bardzo wysoką sprawność działania algorytmu, czyli liczbę udanych doborów (wskaźniki 5, 6 i 7) oraz korzystną, niską wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ .



■ liczba udanych doborów, ●  $\|K\|_w$  – wskaźniki wzmocnienia macierzy  $K$  uzyskanych w wyniku udanych doborów,

przyczyny niepowodzenia doboru:

■  $\min(\text{Re}\{\lambda_i\}) > 0,7 \cdot \text{Re}\{\lambda_{\text{zad}}\}$ , ■  $\min(\text{Re}\{\lambda_i\}) < 3 \cdot \text{Re}\{\lambda_{\text{zad}}\}$ , ■  $\max(\text{Re}\{\lambda_i\}) > 0$ , ■  $\max(\|\text{Im}\{\lambda_i\}) > 31,8$

Rys. 3.3.4.2. Wpływ ograniczenia przestrzeni poszukiwań na sprawność algorytmu genetycznego



### 3.4. Analityczny algorytm doboru parametrów obserwatora

Parametry obserwatora muszą być tak dobrane, aby miał on pożądane właściwości dynamiczne. W tym celu należy zapewnić odpowiednie wartości stałych czasowych obserwatora. Obserwator powinien mieć również wymaganą odporność na zakłócenia i odchyłki parametrów schematu zastępczego, którą można zapewnić odpowiednio dobierając wskaźnik wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora. Istnieją różne metody doboru parametrów obserwatorów, lecz każda z nich ma pewne wady. Metody optymalizacyjne (opisane w rozdziale 3.3) pozwalają podczas doboru stosować więcej niż jedno kryterium, lecz każde z tych kryteriów jest zwykle spełnione z dużym przybliżeniem. Metody analityczne, takie jak metoda zmiany bazy [68] pozwalają na precyzyjne spełnienie tylko jednego kryterium – zadanych wartości własnych.

Opisana w tym rozdziale metoda analityczna pozwala precyzyjnie dobrać wartości własne obserwatora i niezależnie, poprzez wprowadzenie parametru, dobrać wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego. Wadą tej metody jest duża liczba koniecznych obliczeń numerycznych i symbolicznych, pociągająca za sobą konieczność zastosowania programów matematycznych takich jak Mathcad.

#### 3.4.1. Problem doboru parametrów kompensatora proporcjonalnego

Dla doboru parametrów obserwatora przystosowano metodę ustawiania biegunów układów dynamicznych z odchyłkami parametrów za pomocą proporcjonalnego kompensatora działającego w pętli sprzężenia zwrotnego od zmiennych stanu. Metoda ta wprowadzona w artykule [81], bazująca na znanych w teorii sterowania metodach przesuwania biegunów [43], szerzej została opisana w podręczniku [61].

Dany jest obiekt dynamiczny opisany równaniem stanu w wartościach względnych:

$${}_{t_{\text{odn}}} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{D} \mathbf{z} + \mathbf{F} \mathbf{v}, \quad (3.4.1.1)$$

gdzie:  $\mathbf{z}$  – wektor zmiennych stanu o wymiarze  $s$ ,  $\mathbf{v}$  – wektor wymuszeń o wymiarze  $r$ ,  $\mathbf{D}$  i  $\mathbf{F}$  – macierze o wymiarach odpowiednio  $s \times s$  i  $s \times r$ . Problem doboru kompensatora proporcjonalnego (rys. 3.4.1.1) opisanego macierzą  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  można sformułować w następujący sposób:

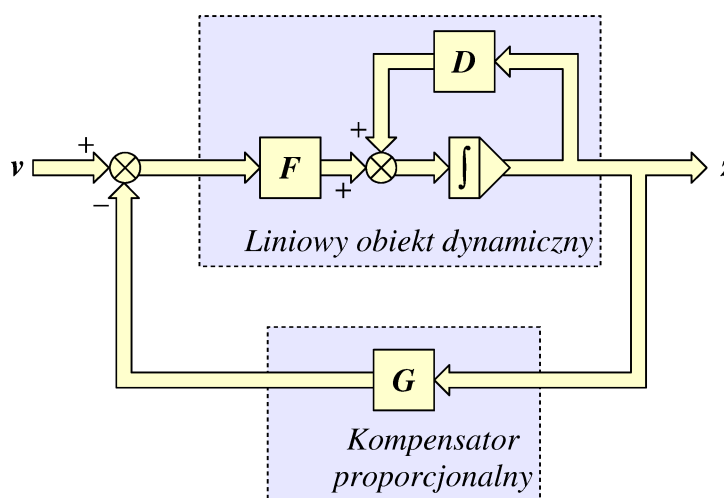
$${}_{t_{\text{odn}}} \boldsymbol{\Lambda} = \text{eig}(\mathbf{D} - \mathbf{F} \mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})), \quad (3.4.1.2)$$

gdzie:  $\boldsymbol{\Lambda}$  – zadany wektor wartości własnych w wartościach rzeczywistych o wymiarze  $s$ ,  $\boldsymbol{\kappa}$  – wektor parametrów o wymiarze  $m$ . Należy tak dobrać macierz  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  o wymiarach  $r \times s$ , aby równanie (3.4.1.2) było spełnione dla pewnego zbioru wektorów parametrów  $\boldsymbol{\kappa}$ , nie będącego zbiorem pustym [61]. Dobór ten można przeprowadzić w następujący sposób. Najpierw należy przedstawić macierz  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  jako sumę  $r$  ma-

### 3.4. Analityczny algorytm doboru parametrów obserwatora

cierzy diadycznych powstałych z wymnożenia kolejnych kolumn macierzy jednostkowej o wymiarze  $r$  z kolejnymi wierszami macierzy  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa}) &= [g(\boldsymbol{\kappa})_{i,j}]_{r \times s} = \sum_{i=1}^r \mathbf{i}_i g(\boldsymbol{\kappa})_i = \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} [g(\boldsymbol{\kappa})_{1,1} \quad g(\boldsymbol{\kappa})_{1,2} \quad \dots] + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix} [g(\boldsymbol{\kappa})_{2,1} \quad g(\boldsymbol{\kappa})_{2,2} \quad \dots] + \dots \end{aligned} \quad (3.4.1.3)$$



**Rys. 3.4.1.1. Schemat blokowy liniowego obiektu dynamicznego z proporcjonalnym kompensatorem ze sprzężeniem zwrotnym od zmiennych stanu**

Następnie, należy wybrać jedną,  $i$ -tą z otrzymanych macierzy diadycznych, która będzie niewiadomą i założyć wartości wszystkich elementów  $g(\boldsymbol{\kappa})$  macierzy pozostałych. Wartości elementów  $g(\boldsymbol{\kappa})$  można przyjąć jako stałe – konkretne wartości liczbowe, lub też jako dowolne funkcje elementów wektora parametrów  $\boldsymbol{\kappa}$ . W tej właśnie chwili należy zdecydować ile parametrów zostanie wprowadzonych do obliczeń, czyli inaczej mówiąc założyć wymiar  $m$  wektora  $\boldsymbol{\kappa}$ . Macierze diadyczne o ustalonych elementach należy zsumować otrzymując:

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa}) = \sum_{j=1, j \neq i}^r \mathbf{i}_j g(\boldsymbol{\kappa})_j + \mathbf{i}_i g(\boldsymbol{\kappa})_i = \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathbf{i}_i g(\boldsymbol{\kappa})_i. \quad (3.4.1.4)$$

Macierz  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\kappa})$  ma znaną, przed chwilą ustaloną w wzorze (3.4.1.4) strukturę. Po podstawieniu prawej strony równania (3.4.1.4) do równania (3.4.1.2) i wykonaniu podstawień:

$$\mathbf{D} - \mathbf{F} \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\kappa}) = \bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa}), \quad (3.4.1.5)$$

$$\mathbf{F} \mathbf{i}_i = \bar{\mathbf{f}}. \quad (3.4.1.6)$$

otrzymano na nowo sformułowany problem doboru kompensatora:

$$t_{\text{odn}} \mathbf{A} = \text{eig}(\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{f}} \mathbf{g}(\boldsymbol{\kappa})_i). \quad (3.4.1.7)$$

Macierz  $\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})$  o wymiarach  $s \times s$  i wektor kolumnowy  $\bar{\mathbf{f}}$  o wymiarze  $s$  mają znane postaci, więc jedyną niewiadomą pozostaje wektor wierszowy  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\kappa})_i$ . Wektor ten należy wyznaczyć z zależności [61]:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\kappa})_i = \left[ \left( \Phi(\boldsymbol{\kappa})^T \right)^{-1} \mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa})^{-1} \boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa}) \right]^T. \quad (3.4.1.8)$$

Macierz  $\Phi(\boldsymbol{\kappa})$  jest macierzą sterowalności pary macierzy  $[\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa}), \bar{\mathbf{f}}]$  zdefiniowaną jako:

$$\Phi(\boldsymbol{\kappa}) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{f}} & \bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa}) \bar{\mathbf{f}} & \bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})^2 \bar{\mathbf{f}} & \dots & \bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})^{s-1} \bar{\mathbf{f}} \end{bmatrix}. \quad (3.4.1.9)$$

Macierz  $\mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa})$  jest dolnotrójkątną macierzą Toeplitza o postaci:

$$\mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a(\boldsymbol{\kappa})_{s-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a(\boldsymbol{\kappa})_{s-2} & a(\boldsymbol{\kappa})_{s-1} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(\boldsymbol{\kappa})_1 & a(\boldsymbol{\kappa})_2 & a(\boldsymbol{\kappa})_3 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.4.1.10)$$

gdzie elementy  $a(\boldsymbol{\kappa})$  są współczynnikami wielomianu charakterystycznego macierzy  $\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})$ :

$$|p \mathbf{I}_s - \bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})| = p^s + a(\boldsymbol{\kappa})_{s-1} p^{s-1} + a(\boldsymbol{\kappa})_{s-2} p^{s-2} + \dots + a(\boldsymbol{\kappa})_0. \quad (3.4.1.11)$$

Wektor  $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa})$  ma postać:

$$\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa}) = \begin{bmatrix} \alpha_{s-1} - a(\boldsymbol{\kappa})_{s-1} & \alpha_{s-2} - a(\boldsymbol{\kappa})_{s-2} & \dots & \alpha_0 - a(\boldsymbol{\kappa})_0 \end{bmatrix}^T, \quad (3.4.1.12)$$

gdzie elementy  $\alpha$  są współczynnikami wielomianu o postaci:

$$\prod_{i=1}^s (p - t_{\text{odn}} \lambda_i) = p^s + \alpha_{s-1} p^{s-1} + \alpha_{s-2} p^{s-2} + \dots + \alpha_0, \quad (3.4.1.13)$$

gdzie jako  $\lambda_i$ <sup>12</sup> oznaczono zadane wartości własne układu skompensowanego czyli kolejne elementy wektora  $\mathbf{A}$ . Ostatecznie, po wyznaczeniu wektora  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\kappa})_i$ , szukaną macierz kompensatora proporcjonalnego  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  należy wyznaczyć z zależności (3.4.1.4).

<sup>12</sup> W równaniu (3.4.1.13) wartości własne  $\lambda_i$  są wyrażone w wartościach rzeczywistych (porównaj z arkuszem kalkulacyjnym w załączniku A).

### 3.4.2. Problem doboru parametrów obserwatora

W równaniu błędu obserwatora proporcjonalnego (2.2.2.3) niewiadomą jest macierz sprzężenia zwrotnego obserwatora  $\mathbf{K}$ , pozostałe macierze mają wartości elementów zależne tylko i wyłącznie od parametrów obiektu obserwowanego. W równaniu (2.2.2.3) pojawiają się ponadto parametry – elementy wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$ . Problem doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego można sformułować następująco:

$$t_{\text{odn}} \mathbf{A} = \text{eig} \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K} \mathbf{C} \right). \quad (3.4.2.1)$$

Aby opisaną w rozdziale 3.4.1 metodę doboru kompensatora dało się zastosować do doboru macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora należy równanie (3.4.2.1) sprowadzić do takiej samej postaci jak równanie (3.4.1.2). W tym celu w równaniu (3.4.2.1) należy transponować macierz wewnątrz funkcji  $\text{eig}(\dots)$  (transpozycja nie wpływa na wartości własne macierzy [41]):

$$t_{\text{odn}} \mathbf{A} = \text{eig} \left[ \left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right)^{\text{T}} + \mathbf{C}^{\text{T}} \mathbf{K}^{\text{T}} \right], \quad (3.4.2.2)$$

a następnie wykonać podstawienia:

$$\left( \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i u_i \right)^{\text{T}} = \mathbf{D}, \quad (3.4.2.3)$$

$$-\mathbf{C}^{\text{T}} = \mathbf{F}, \quad (3.4.2.4)$$

$$\mathbf{K}^{\text{T}} = \mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa}). \quad (3.4.2.5)$$

Z równia (3.4.2.3) wynika, że po wykonaniu podstawienia macierz  $\mathbf{D}$  staje się macierzą o wartościach elementów zależnych od wartości elementów wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$ . W związku z tym, wyznaczona tą metodą macierz sprzężenia zwrotnego obserwatora  $\mathbf{K}$  będzie macierzą o wartościach elementów zmiennych w czasie. Dobru macierzy  $\mathbf{K}$  należy więc dokonać dla wszystkich kombinacji wartości elementów wektora  $\mathbf{u}$  z zadanego przedziału, otrzymując w ogólnym przypadku  $p$ -wymiarową powierzchnię zmienności wartości dla każdego elementu macierzy  $\mathbf{K}$ . Należy zauważyć, że z równania (3.4.2.5) wynika, że dla każdego zestawu parametrów zawartych w wektorze  $\boldsymbol{\kappa}$  otrzymamy inny zestaw powierzchni zmienności wartości dla macierzy  $\mathbf{K}$ , jednakże każdy z tych zestawów będzie zapewniał spełnienie równania (3.4.2.1).

### 3.4.3. Analityczny dobór parametrów obserwatora

Dobór macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora należy rozpocząć od ustalenia postaci macierzy  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$ , która jak wynika z równań (3.4.2.5) i (2.2.2.3) ma wymiary:

$$r \times s = q \times n. \quad (3.4.3.1)$$

Z równania (3.4.1.3) wynika zatem, że macierz  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  składa się z  $q$  macierzy diadycznych. Następnie należy wybrać wektor  $g(\boldsymbol{\kappa})_i$ , który będzie w dalszych obliczeniach niewiadomą, ponadto należy założyć postaci wszystkich wektorów  $g(\boldsymbol{\kappa})_j$  z równania (3.4.1.4). Wektory te należy wypełnić wartościami liczbowymi lub dowolnymi funkcjami elementów wektora  $\boldsymbol{\kappa}$ . W tym momencie należy również założyć liczbę parametrów, czyli wymiar  $m$  wektora  $\boldsymbol{\kappa}$ .

Znając postać macierzy  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  można wyznaczyć postaci macierzy  $\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})$  i wektora  $\bar{\mathbf{f}}$  odpowiednio z równań (3.4.1.5) i (3.4.1.6). Należy zauważyć, że jak już wcześniej wykazano, macierz  $\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa})$  będzie macierzą o zmiennych w czasie wartościach elementów, co w połączeniu z przyjętymi założeniami daje:

$$\bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa}) \rightarrow \bar{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u}). \quad (3.4.3.2)$$

Kolejnym krokiem jest wyznaczenie ze wzoru (3.4.1.9) macierzy  $\Phi(\boldsymbol{\kappa})$ , która po uwzględnieniu wcześniejszych założeń również staje się funkcją wymuszeń:

$$\Phi(\boldsymbol{\kappa}) \rightarrow \Phi(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u}). \quad (3.4.3.3)$$

W tym momencie należy sprawdzić, czy wyznaczenie macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora w oparciu o założoną postać macierzy  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  jest możliwe, ponieważ istnieją takie jej postaci, dla których macierz  $\Phi(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u})$  jest macierzą osobliwą, co uniemożliwia wyliczenie jej odwrotności występującej w równaniu (3.4.1.8). Dla różnych postaci macierzy  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  macierz  $\Phi(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u})$  może być osobliwa dla różnych kombinacji wartości parametrów zawartych w wektorze  $\boldsymbol{\kappa}$  i wartości chwilowych wymuszeń zawartych w wektorze wymuszeń  $\mathbf{u}^{13}$ . Z tego powodu trudno jest podać jasne zasady wyboru postaci macierzy  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa})$  i wybór ten należy przeprowadzić metodą prób i błędów.

Kolejnym krokiem w obliczeniach jest wyznaczenie parametrów wielomianu (3.4.1.11) i wyznaczenie macierzy  $\mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa})$  opisanej wzorem (3.4.1.10). Po uwzględnieniu przyjętych założeń macierz  $\mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa})$  staje się macierzą wielomianową wielu zmiennych:

$$\mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa}) \rightarrow \mathbf{X}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u}). \quad (3.4.3.4)$$

Następnie należy założyć wartości elementów wektora  $\boldsymbol{\Lambda}$  czyli wymagane wartości własne obserwatora  $\lambda_i$  i wyznaczyć współczynniki wielomianu opisanego równaniem (3.4.1.13). Po wykonaniu tych operacji wyznaczenie wektora  $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa})$  na podstawie wzoru (3.4.1.12) nie przedstawia większych trudności. Należy zauważyć, że po uwzględnieniu wszystkich założeń wektor  $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa})$  również staje się funkcją wymuszeń:

$$\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa}) \rightarrow \boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u}). \quad (3.4.3.5)$$

<sup>13</sup> Należy pamiętać, że powyższe rozważania są prawdziwe tylko dla przypadków, w których te z wymuszeń zawartych w wektorze  $\mathbf{u}$ , od których uzależniona jest postać macierzy  $\bar{\mathbf{D}}$  są wolnozmiennie. W przypadku silnika indukcyjnego, postać macierzy  $\bar{\mathbf{D}}$  jest uzależniona tylko od jednego elementu wektora wymuszeń  $\mathbf{u}$  – prędkości obrotowej  $\omega_r$ , więc założenie wolnozmienności jest spełnione, co omówiono w rozdziale 2.1.1.

Kolejnym krokiem jest obliczenie wektora  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\kappa})$ , na podstawie wzoru (3.4.1.8). Ostatnim krokiem jaki należy wykonać jest obliczenie macierzy  $\mathbf{K}$  na podstawie wzorów (3.4.2.5) i (3.4.1.4). Po uwzględnieniu przyjętych założeń macierz  $\mathbf{K}$  staje się funkcją parametrów i wymuszeń:

$$\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{K}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u}) . \quad (3.4.3.6)$$

W ten sposób otrzymano macierz sprzężenia zwrotnego  $\mathbf{K}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u})$  obserwatora niestacjonarnego zapewniającą spełnienie warunku (3.4.2.1) dla każdej kombinacji wartości elementów  $\boldsymbol{\kappa}$  i  $\mathbf{u}$ , dla której wyznaczenie wartości współczynników tej macierzy jest możliwe. W ten sposób zostało spełnione pierwsze kryterium doboru obserwatora – zapewnienie pożądanych właściwości dynamicznych.

Zależność macierzy  $\mathbf{K}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u})$  od parametrów zawartych w wektorze  $\boldsymbol{\kappa}$  daje w tym momencie możliwość niezależnego dobrania parametrów obserwatora pod kątem drugiego kryterium – zmniejszenia wrażliwości na odchyłki parametrów i zakłócenia poprzez minimalizację wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u})$ .

Po dobraniu parametru  $\boldsymbol{\kappa}$ , wartości elementów macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora stają się już tylko funkcją wymuszeń:

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u}) \rightarrow \mathbf{K}(\mathbf{u}) . \quad (3.4.3.7)$$

Przykład doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego omówioną metodą przedstawiono w załączniku A. W załączniku tym pokazano również jak należy rozwiązać ewentualne problemy z osobliwością macierzy  $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{u})$ , mogące wystąpić przy niektórych, szczególnych kombinacjach założonej postaci macierzy  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\kappa})$  oraz wartości elementów wektorów  $\mathbf{u}$  i  $\boldsymbol{\kappa}$ . Zastosowane w załączniku A metody szerzej opisano w artykułach [18, 14].



## ***Badania symulacyjne obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego***

---

Celem przeprowadzonych badań symulacyjnych jest sprawdzenie poprawności założeń teoretycznych opisanych w rozdziałach 2 i 3 oraz wytypowanie wybranych obserwatorów do badań laboratoryjnych.

Przebadane układy odtwarzania zmiennych stanu zostały zaprojektowane dla przykładowego silnika indukcyjnego o mocy znamionowej 3 kW. Parametry silnika podano w załączniku B.1. Ten sam silnik został wykorzystany również w badaniach laboratoryjnych opisanych w rozdziale 5.

Wszystkie badania symulacyjne przeprowadzono w układach otwartych – bez układów sterowania działających w pętli sprzężenia zwrotnego od odtwarzanych zmiennych stanu. Uniknięto w ten sposób interakcji pomiędzy układem sterowania, a badanym układem odtwarzania zmiennych stanu, które utrudniłyby interpretację wyników.

#### **4.1. Badania wpływu wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy $K$ obserwatora proporcjonalnego na jakość odtwarzania zmiennych stanu**

Dobór parametrów obserwatora przeprowadza się mając na celu uzyskanie jak najlepszej jakości odtwarzania zmiennych stanu obiektu obserwowanego. Podstawową metodą poprawiania jakości odtwarzania zmiennych stanu jest odpowiednie kształtowanie właściwości dynamicznych obserwatora, poprzez skracanie stałych czasowych tłumienia [43, 68]. Im krótsze stałe czasowe, tym silniej tłumione są błędy odtwarzania zmiennych stanu. Odpowiednie kształtowanie właściwości dynamicznych obserwatora było do tej pory jedynym kryterium doboru jego parametrów.

Występujące w obserwatorze błędy odtwarzania są skutkiem występowania różnego rodzaju zakłóceń. Mogą to być szумы pomiarowe nałożone na przebiegi wejściowe obserwatora lub zakłócenia związane z odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego. Okazuje się, że to samo zakłócenie, po wystąpieniu w obserwatorze o dwóch różnych zestawach parametrów, lecz o zbliżonych właściwościach dynamicznych, może spowodować powstanie błędów odtwarzania zmiennych stanu o zupełnie różnych wartościach początkowych. Analizę jakości odtwarzania zmiennych stanu należy więc przeprowadzać dwuetapowo. Najpierw należy sprawdzić jaki skutek w postaci początkowej wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu spowodowało dane zakłócenie. A skutek ten jest zależny od doboru parametrów obserwatora. Drugim etapem jest sprawdzenie w jaki sposób będą zanikać błędy już powstałe.

Zjawiska związane z powstawaniem w obserwatorze błędów odtwarzania zmiennych stanu, powodowane przez zakłócenia nakładające się na jego przebiegi wejściowe oraz odchyłki parametrów obiektu obserwowanego można badać wyznaczając wrażliwość obserwatora, metodami opisanymi w pracach [82, 87]. Wyznaczona w ten sposób wrażliwość jest jednak przebiegiem czasowym zależnym od wartości wymuszeń i zmiennych stanu układu, co utrudnia interpretację otrzymanych wyników. Dodatkowo, wyznaczenie wrażliwości układu wymaga przeprowadzenia stosunkowo dużej liczby obliczeń symbolicznych lub numerycznych. Wszystko to sprawia, że analiza wrażliwościowa będąca dobrym narzędziem do badania już istniejących układów dynamicznych, nie sprawdza się na etapie ich syntezy, zwłaszcza gdy synteza ta jest prowadzona metodami optymalizacyjnymi wymagającymi ujęcia stosowanych kryteriów w postaci możliwie prostej funkcji celu.

Dotychczas stosowane kryteria doboru parametrów obserwatorów są związane z odpowiednim kształtowaniem właściwości dynamicznych obserwatora więc zapewniają kontrolę tylko nad drugim z wyżej opisanych etapów – procesem zanikania błędów odtwarzania zmiennych stanu. W rozdziale tym przedstawiono metodę kontrolowania również pierwszego z opisanych etapów, czyli narastania błędów w skutek pojawienia się zakłócenia. W tym celu wykorzystano pojęcie wskaźnika wzmocnienia macierzy, będącego wielkością zdefiniowaną w rozdziale 3.1 na potrzeby badań obserwa-



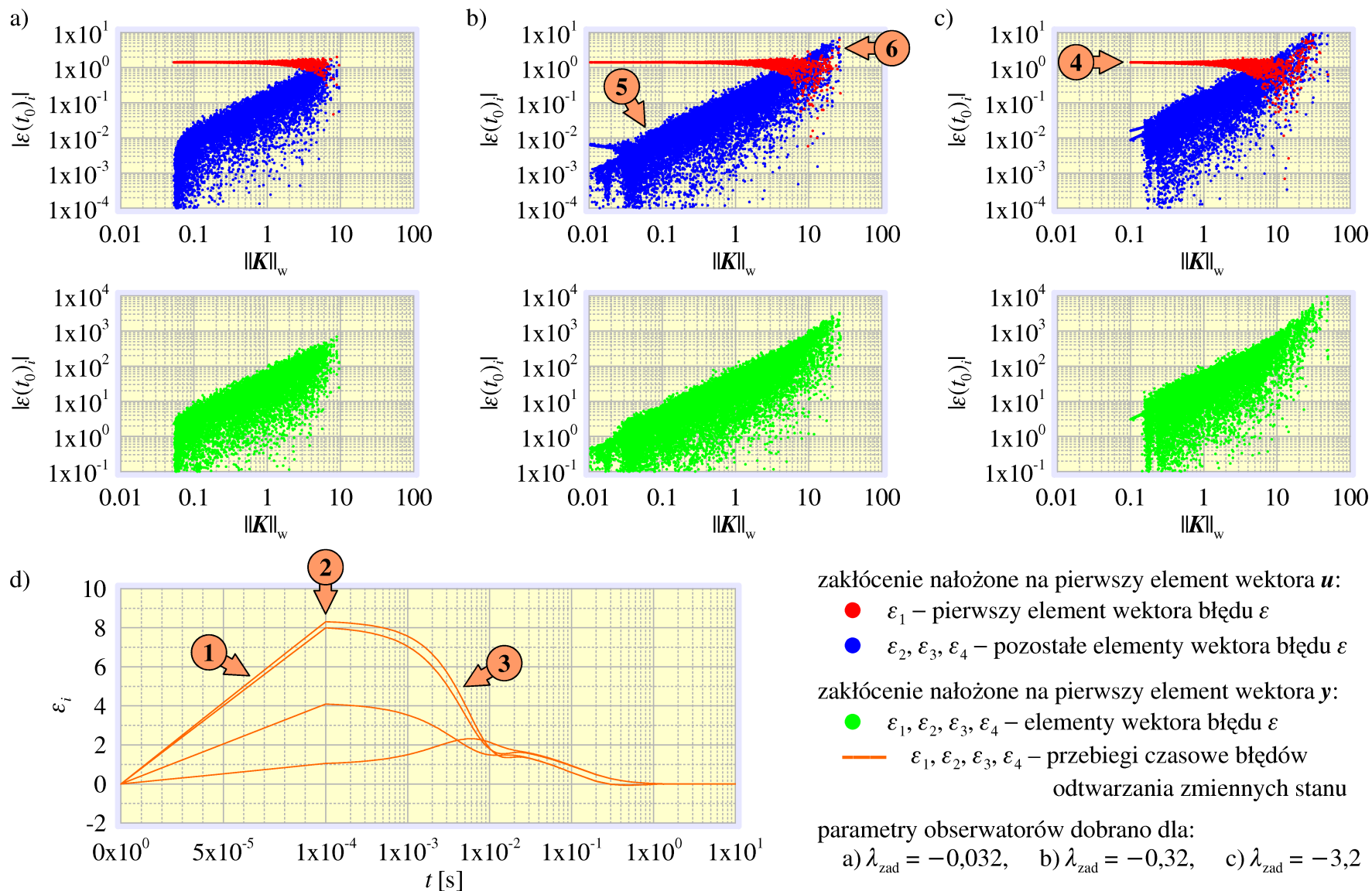
rów. Analiza zjawisk związanych z powstawaniem w obserwatorach błędów odtwarzania zmiennych stanu prowadzona za pomocą wskaźnika wzmocnienia macierzy jest metodą znacznie mniej precyzyjną niż analiza wrażliwościowa. Jednak dzięki swej prostocie jest bardzo przydatna w trakcie doboru parametrów obserwatora, zwłaszcza prowadzonego metodami iteracyjnymi. Wykorzystując zaproponowaną metodę w rozdziale 3.2.3 sformułowano kryterium doboru parametrów obserwatorów pozwalające kontrolować rozważane efekty związane z powstawaniem błędów.

Opisane w tym rozdziale badania symulacyjne przeprowadzono dla statystycznie reprezentatywnej grupy 13475 zestawów parametrów obserwatora proporcjonalnego, które zostały uzyskane podczas badań prowadzonych nad algorytmem genetycznym, opisanych w rozdziale 3.3.4. Dla każdego z zestawów parametrów przeprowadzono szereg symulacji badając oddzielnie każdą z trzech opisanych w rozdziale 2.2.3 przyczyn powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu.

#### **4.1.1. Zakłócenia nakładające się na sygnały wejściowe i wyjściowe obiektu obserwowanego**

Zakłócenia nakładające się na przebiegi wyjściowe obiektu obserwowanego (elementy wektora  $y$ ) są w ogólnym przypadku przebiegami szybkozmiennymi. Ich głównym źródłem są szумы przetworników pomiarowych oraz zjawiska występujące w obiekcie obserwowanym a nieujęte w modelu matematycznym tego obiektu. Zjawiska związane z tego typu zakłóceniami opisuje równanie (2.2.3.26). Podstawowym problemem podczas badania tego typu zakłóceń jest oddzielenie wpływu wzmocnienia zakłóceń przez macierz  $K$  (co jest powiązane z wartością wskaźnika wzmocnienia tej macierzy) od efektów związanych z tłumieniem powstałych błędów, które są z kolei opisane przez wartości własne obserwatora. Obydwa zjawiska w zakresie częstotliwości występujących w rzeczywistym układzie nakładają się na siebie a ich skutki są niemożliwe do oddzielenia. Dlatego właśnie na przebiegi wyjściowe obiektu obserwowanego zawarte w wektorze  $y$ , czyli jak wynika z zależności (2.1.2.3) prądy stojana silnika, nakładano zakłócenia o postaci prostokątnego impulsu jednostkowego o czasie trwania znacznie krótszym od stałych czasowych tłumienia i okresów drgań własnych obserwatora. Impuls pojawia się w chwili czasowej  $t = 0$  i trwa 0,1 ms. Następnie badano skutek w postaci wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu w chwili ustania zakłócenia.

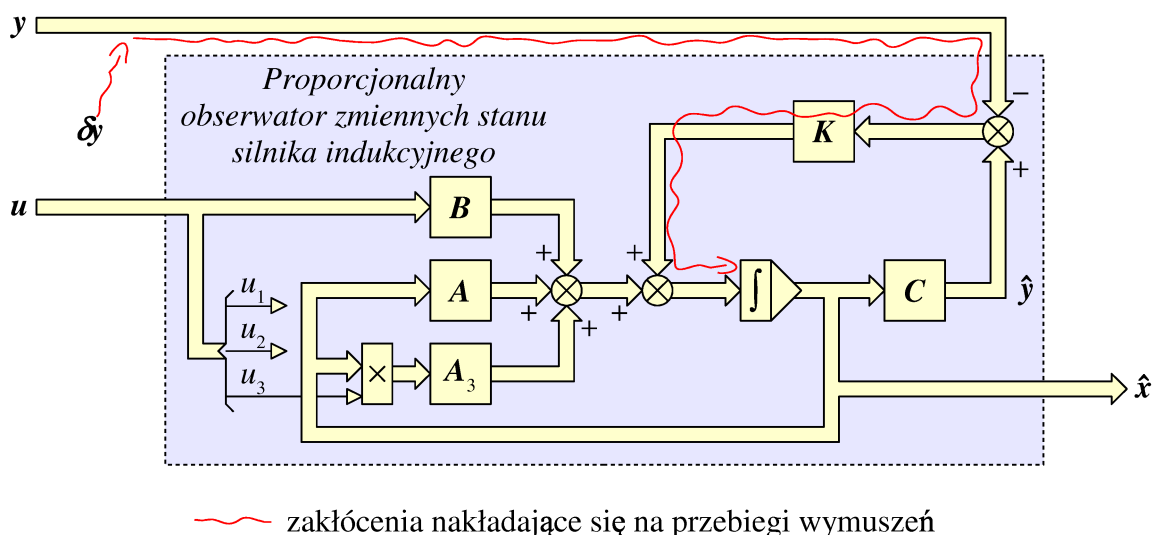
W trakcie symulacji, równania różniczkowe rozwiązywano metodą zmiennokrokową niemożliwą do zastosowania w przypadku praktycznej realizacji obserwatora. Ponadto, wiadomym jest, że impuls o takim kształcie i tak krótkim czasie trwania nie może zaistnieć w rzeczywistym układzie cyfrowym, pracującym przy częstotliwości próbkowania rzędu 10 kHz, gdyż zostanie on wytłumiony przez wejściowy filtr antyaliasingowy. Celem tych konkretnych badań nie było jednak sprawdzenie działania obserwatora znajdującego się pod wpływem zakłócenia występującego w układzie rze-



**Rys. 4.1.1.1. Wpływ wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  na wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu wywołane przez zakłócenia nakładające się na przebiegi wejściowe obserwatora proporcjonalnego**

czywistym lecz analiza dynamicznych właściwości modelu matematycznego obserwatora pod kątem analizowanych zjawisk.

Na rysunku 4.1.1.1d przedstawiono będące wynikiem symulacji przebiegi czasowe błędów odtwarzania zmiennych stanu. Symulację wykonano dla obserwatora o wskaźniku wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  o wartości  $\|\mathbf{K}\|_w = 0,13$ . W czasie trwania zakłócenia wartości błędów narastają liniowo (znacznik 1), co świadczy o pomijalnie małym wpływie właściwości dynamicznych obserwatora na kształt tych przebiegów w tak krótkim przedziale czasowym (stałe czasowe tłumienia obserwatora są rzędu 10 ms, czyli sto razy dłuższe niż czas trwania impulsu). Wynikiem symulacji podlegającym dalszej analizie są cztery wartości początkowe błędów w chwili czasowej  $t_0 = 0,1$  ms, czyli w chwili ustania wymuszenia i rozpoczęcia zanikania błędów (znacznik 2). Sam proces zanikania błędów jest zdeterminowany przez wartości własne obserwatora i trwa znacznie dłużej (znacznik 3) niż narastanie błędów (ta część wykresu ma logarytmiczną skalę osi czasu, w odróżnieniu do skali liniowej w trakcie narastania błędów).

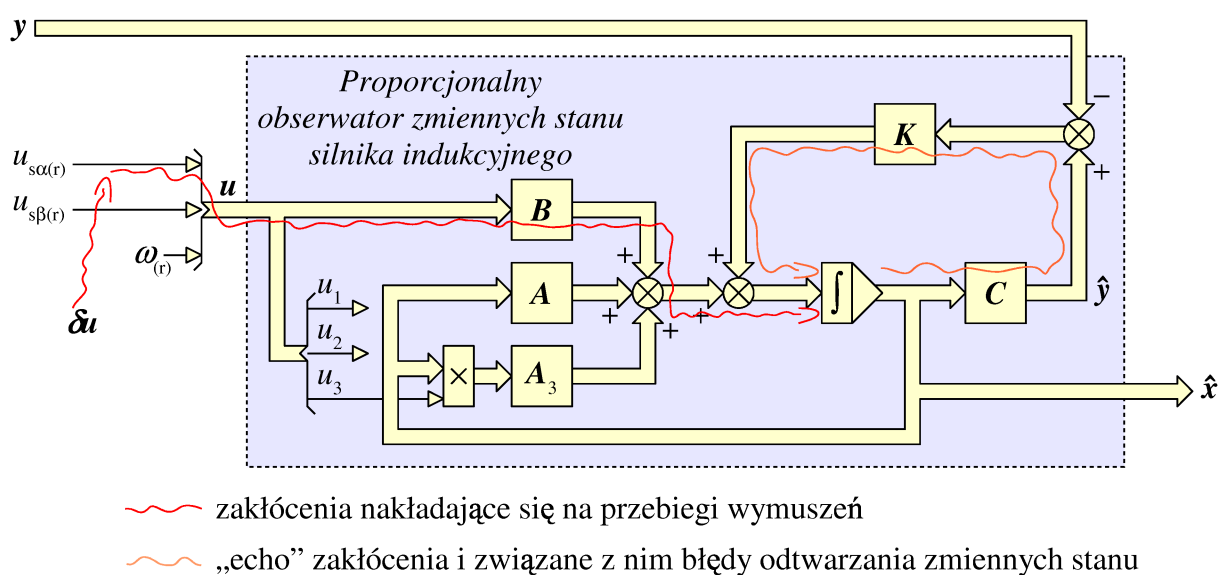


**Rys. 4.1.1.2. Wpływ zakłóceń zawartych w przebiegach prądów stojana silnika na pracę obserwatora proporcjonalnego**

Na rysunkach 4.1.1.1a, b i c kolorem zielonym wykreślono wyniki uzyskane dla wszystkich badanych zestawów parametrów obserwatora, o częściach rzeczywistych wartości własnych zbliżonych do odpowiednio  $-0,032$ ,  $-0,032$  oraz  $-3,2$ , dla przypadku zakłóceń zawartych w przebiegach prądów stojana silnika (wektor  $\mathbf{y}$ ). Wykresy te przedstawiają zależności początkowych wartości błędów od wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora. Związek wynikający z wykresów jest jednoznaczny. Małe wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  są gwarancją, że początkowe wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu będące skutkiem wystąpienia zakłócenia będą małe. Związek ten, w sposób poglądowy przedstawiony na rysunku 4.1.1.2, wynika wprost z równania (2.1.2.3). Występujące w tym równaniu wymusze-

nie ma wartości wprost związane z wartościami elementów macierzy  $K$ , a mała wartość wskaźnika wzmocnienia tej macierzy jest gwarancją, że również wartości jej elementów będą małe.

Zakłócenia nakładające się na przebiegi wejściowe obiektu obserwowanego (elementy wektora  $u$ ) są w ogólnym przypadku przebiegami szybkozmiennymi. Ich głównym źródłem są szумы przetworników pomiarowych. Zjawiska z nimi związane opisuje równanie (2.2.3.20). Równanie to zawiera dwa wymuszenia. Pierwsze z nich może się pojawić tylko wtedy, gdy zakłócenia będą nałożone na przebieg prędkości obrotowej silnika. Wynika to z postaci wektora  $u$  (2.1.2.2) i z faktu, że macierze  $A_1$  i  $A_2$  są macierzami zerowymi (2.1.2.14). Jednak w rozdziale 3.1.2 podczas tworzenia modelu matematycznego silnika założono wolnozmiennność prędkości obrotowej. W związku z tym analiza skutków wystąpienia zakłóceń nakładających się na przebieg prędkości obrotowej jest zagadnieniem znacznie bardziej skomplikowanym i nie może być przeprowadzana metodami opisanymi w tym rozdziale. W związku z tym ograniczono się do analizy zakłóceń nakładających się na napięcia stojana silnika. Pominęto więc pierwsze wymuszenie występujące w równaniu (2.2.3.20) i skupiono się na drugim, które w tym przypadku występuje. Jak wynika z równania (2.2.3.20) wartości tego wymuszenia nie zależą w sposób bezpośredni od wartości elementów macierzy  $K$ .



**Rys. 4.1.1.3. Wpływ zakłóceń zawartych w przebiegach napięć stojana silnika na pracę obserwatora proporcjonalnego**

Badania symulacyjne skutków występowania zakłóceń nakładających się na napięcia stojana przeprowadzono dokładnie w taki sam sposób, jak badania skutków zakłóceń nakładających się na prądy stojana silnika. Wyniki tych badań wykreslono kolorami niebieskim i czerwonym na rysunkach 4.1.1.1a, b i c. Kształty wykreslów są wynikiem dwóch nakładających się zjawisk. Pierwsze z nich jest bezpośrednim skutkiem

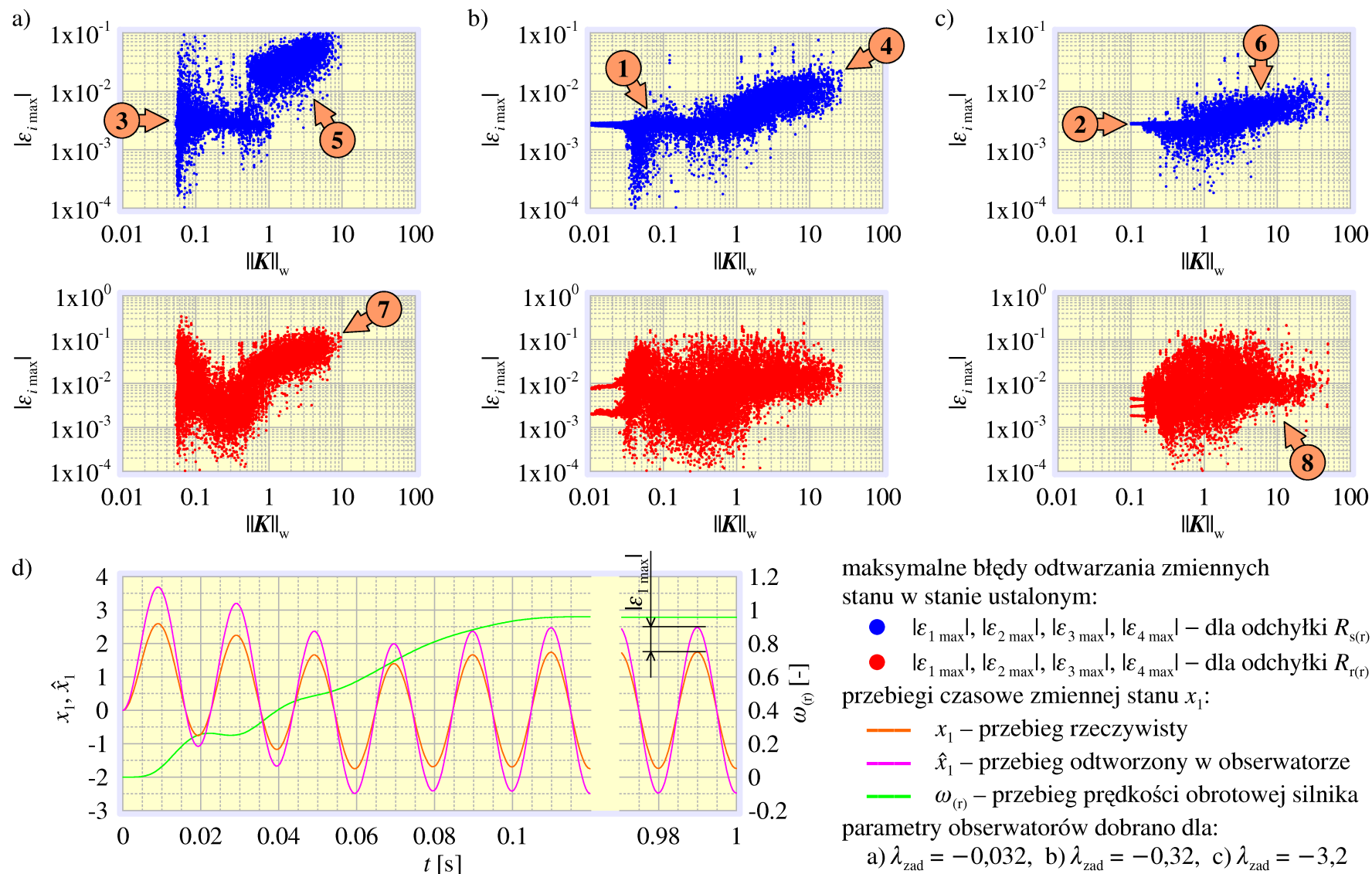
wystąpienia zakłócenia. Analizowane wymuszenie ma wartości zależne od macierzy  $\mathbf{B}$  o stałych, niezależnych od macierzy  $\mathbf{K}$  wartościach elementów, oraz od przebiegu zakłócenia, które we wszystkich symulacjach było takie same. Wymuszenie to musi więc mieć zawsze taką samą wartość, oznaczoną znacznikiem 4. Zakłócenie dodawano tylko do przebiegu jednego z napięć, napięcia  $u_{s\alpha(r)}$ . Zgodnie z równaniem (2.1.2.11), oczekiwaną, stałą wartość będzie miał błąd  $|\varepsilon_1(t_0)|$  – kolor czerwony.

Drugie zjawisko ujawnia swój wpływ w pozostałych wartościach błędów, w sposób bardzo wyraźnie zależnych od wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora (znacznik 5). Zjawisko to wynika wprost z równania (2.2.1.3). Ostatnim czynnikiem w tym równaniu jest różnica między sygnałami wyjściowymi obiektu obserwowanego  $\mathbf{y}$  a tymi samymi sygnałami odtworzonymi w obserwatorze. Wynik tego odejmowania mnożony jest przez macierz  $\mathbf{K}$ . W rozpatrywanym przypadku wektor  $\mathbf{y}$  nie zawiera zakłóceń, więc wynik tego odejmowania jest wektorem, którego elementy są kombinacjami liniowymi wektora błędu  $\varepsilon$ . Mechanizm tego zjawiska jest więc następujący. Pierwotne zakłócenie zawarte w wektorze  $\mathbf{u}$  powoduje powstanie błędu w jednym z czterech równań algebraicznych obserwatora. Błąd ten przechodzi przez korekcyjne sprzężenie zwrotne obserwatora i przemnożony przez elementy macierzy  $\mathbf{K}$  pojawia się w pozostałych trzech równaniach jako „echo” pierwotnego zakłócenia. Efekt ten w sposób poglądowy przedstawiono na rysunku 4.1.1.3. Należy zwrócić uwagę na jeszcze jedno zjawisko. Dla dużych wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ , „echo” czyli efekt wtórny może być groźniejszy niż samo zakłócenie czyli efekt pierwotny (znacznik 6). Wynika stąd bardzo ważny wniosek. Obserwator o dużej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  ma tendencję do wzmacniania błędów odtwarzania zmiennych stanu niezależnie od przyczyny, która spowodowała powstanie tych błędów.

#### 4.1.2. Odchyłki parametrów obiektu obserwowanego

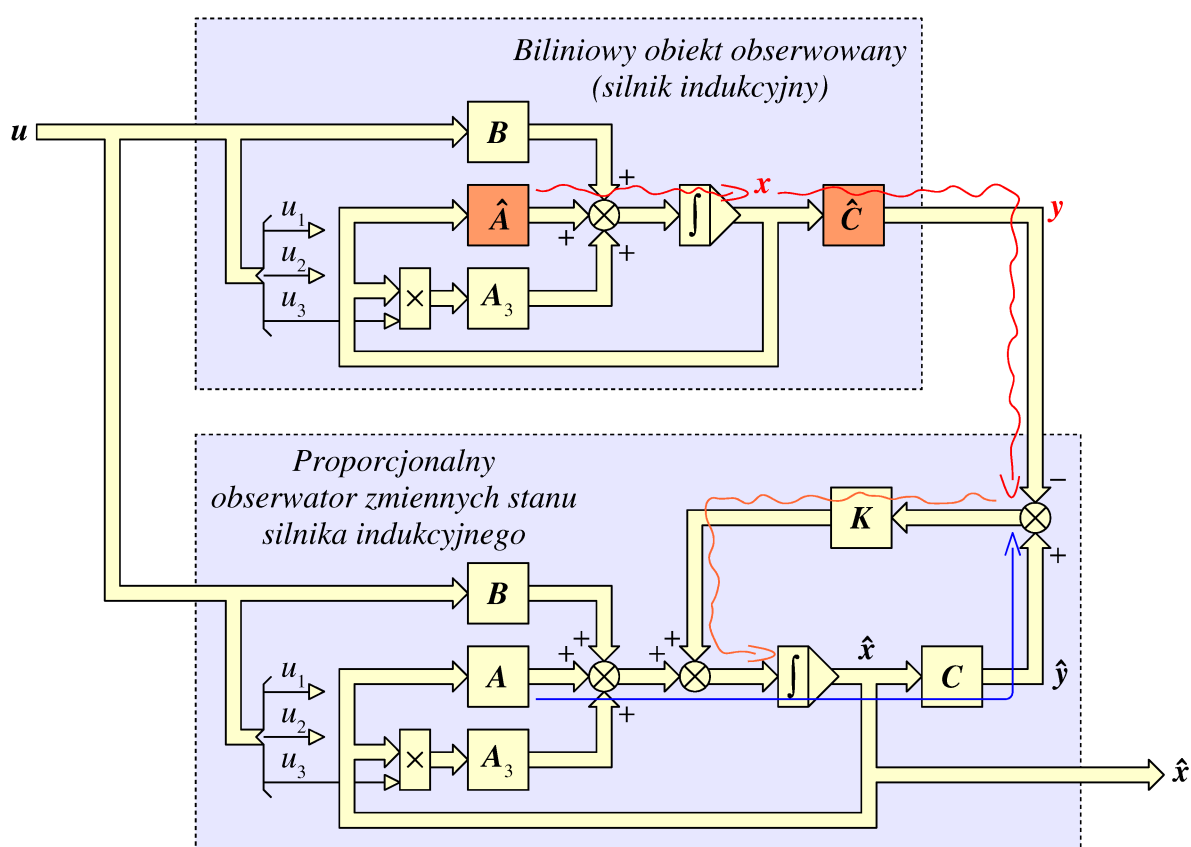
Przyczyną występowania odchyłek parametrów schematu zastępczego są błędy identyfikacji obiektu obserwowanego oraz dryft wartości parametrów spowodowany wolnozmiennymi zjawiskami nieuwzględnionymi w modelu matematycznym obiektu obserwowanego, takimi jak termiczne zmiany rezystancji uzwojeń silnika. W związku z tym, wartości odchyłek parametrów są stałe w czasie lub zmieniają się na tyle wolno, że można je traktować jako stałe. Działanie obserwatora odtwarzającego zmienny stan obiektu z odchyłkami parametrów opisuje równanie (2.2.3.13). Równanie to zawiera dwa wymuszenia. Pierwsze z nich jest zależne od wartości zmiennych stanu obiektu obserwowanego. Drugie z nich jest zależne od wartości zmiennych stanu obiektu obserwowanego oraz od wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora.

Wolnozmiennosc odchyłek parametrów obiektu obserwowanego wymusza zastosowanie innej metody badawczej niż w przypadku zakłóceń nakładających się na prze-



Rys. 4.1.2.1. Wpływ wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  na wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu wywołane przez odchyłki rezystancji stojana i wirnika silnika

biegi wejściowe obserwatora, analizowanych w rozdziale 4.1.1. Z tego względu, oraz ze względu na zależność występujących w równaniu (2.2.3.13) wymuszeń od zmiennych stanu obiektu obserwowanego, jedynym wyjściem jest analizowanie błędów odtwarzania zmiennych stanu w stanie ustalonym układu silnik – obserwator. Jako miarę zawartości zakłóceń potraktowano amplitudy błędów odtwarzania zmiennych stanu w stanie ustalonym, co ilustruje rysunek 4.1.2.1d. W trakcie badań, dla obserwatora z każdym z badanych zestawów parametrów wykonano pięć symulacji, dla odchyłek każdego z parametrów schematu zastępczego silnika. Na rysunkach 4.1.2.1a, b i c przedstawiono wyniki uzyskane dla odchyłek rezystancji uzwojenia stojana  $R_{s(r)}$  (kolor niebieski) oraz wirnika  $R_{r(r)}$  (kolor czerwony).



- macierze o wartościach elementów zmienionych przez odchyłki parametrów
- zmienne stanu i odpowiedzi o wartościach zmienionych przez odchyłki parametrów
- zmienne stanu i odpowiedzi obliczone na podstawie niezmienionych parametrów
- fałszywy sygnał sprzężenia zwrotnego związany z odchyłkami parametrów

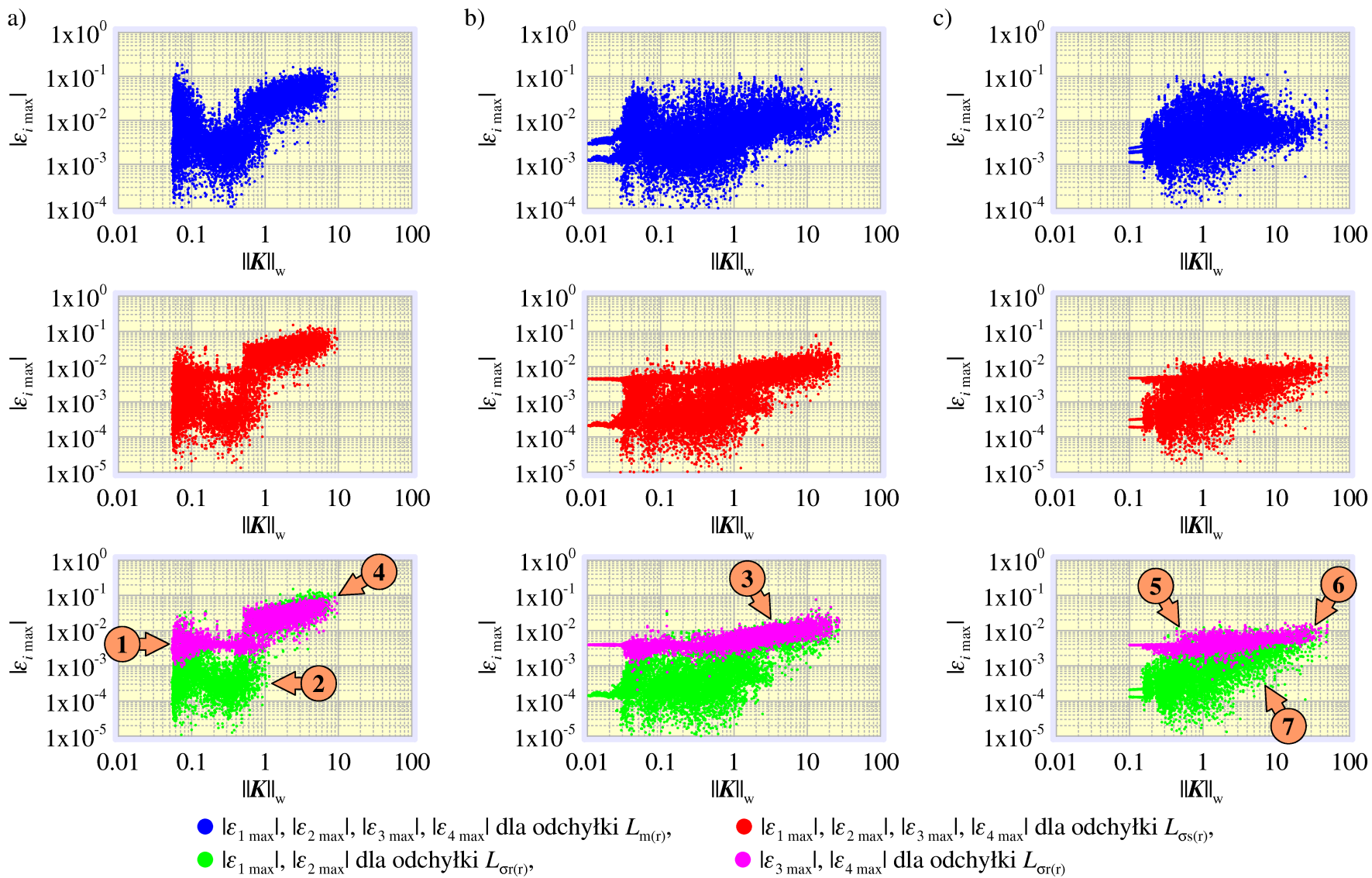
**Rys. 4.1.2.2. Wpływ odchyłek parametrów schematu zastępczego silnika na pracę obserwatora proporcjonalnego**

Z racji, że analizowano błędy odtwarzania zmiennych stanu w stanie ustalonym, nie było możliwe oddzielenie wpływu właściwości dynamicznych obserwatora na wartości tych błędów od wpływu wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . W efekcie, na uzyskanych wykresach widoczny jest znaczny rozrzut wyników, szczególnie dla wyników uzyskanych dla odchyłek rezystancji wirnika silnika.

Na wyniki symulacji wpływ mają obydwa występujące w równaniu (2.2.3.13) wymuszenia. Bezpośrednią przyczyną pojawienia się tych wymuszeń są spowodowane odchyłkami parametrów schematy zastępczego silnika zmiany wartości jego zmiennych stanu. W sposób poglądowy przedstawiono to na rysunku 4.1.2.2. Pierwsze z wymuszeń, niezależne od wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$ , ujawnia się w postaci stałych wartości dla małych wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  (znacznik 1 na rysunku 4.1.2.1). Wartości tych błędów na rysunkach a b i c są na tym samym poziomie (znaczniki 2 i 3), a więc nie zależą one od wartości części rzeczywistych wartości własnych obserwatora. Skutki występowania drugiego z wymuszeń są zależne od wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  i ujawniają swój wpływ dla dużych wartości wskaźnika wzmocnienia tej macierzy (znacznik 4). Wpływ ten jest szczególnie silny w obserwatorach o słabym tłumieniu błędów (znacznik 5), które nie jest w stanie zniwelować efektów silnego wzmacniania zakłóceń przy dużych wartościach wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . W obserwatorach o silnym tłumieniu, błędy odtwarzania zmiennych stanu są w tym przypadku o rząd wielkości mniejsze (znacznik 6), a ich wzrost wraz ze wzrostem wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  jest znacznie mniejszy. Wyniki uzyskane dla odchyłki rezystancji uzwojenia wirnika (kolor czerwony) są bardziej rozmyte niż wyniki uzyskane dla odchyłki rezystancji stojana. W przypadku tych wyników, wyraźny wpływ wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  jest widoczny tylko dla obserwatorów o słabym tłumieniu błędów (znacznik 7). Przy silnym tłumieniu można tylko stwierdzić, że jest mniej przypadków z małymi wartościami błędów odtwarzania zmiennych stanu przy dużych wartościach wskaźnika wzmocnienia niż przy małych (znacznik 8). Również dowodzi to niekorzystnego wpływu dużej wartości wskaźnika wzmocnienia na jakość odtwarzania zmiennych stanu.

Na rysunku 4.1.2.3 przedstawiono wyniki symulacji uzyskane dla odchyłek indukcyjności magnesującej  $L_{m(r)}$  oraz indukcyjności rozproszenia stojana i wirnika  $L_{\sigma s(r)}$  i  $L_{\sigma r(r)}$ . Otrzymane wykresy mają podobny kształt jak te na rysunku 4.1.2.1, uzyskane dla odchyłek rezystancji wirnika  $R_{r(r)}$ . Kształt ten jest wynikiem nakładania się efektów występowania kilku różnych zjawisk. Zostaną one omówione na przykładzie wyników uzyskanych dla odchyłek indukcyjności rozproszenia wirnika  $L_{\sigma r(r)}$ . Na fioletowo przedstawiono wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu  $x_3$  i  $x_4$ . Błędy te są większe od błędów odtwarzania zmiennych stanu  $x_1$  i  $x_2$  (kolor zielony), gdyż to właśnie w równaniach algebraicznych obserwatora im odpowiadających znajdują się czynniki zależne od  $L_{\sigma r(r)}$ . Wynika to wprost z równania macierzowego (2.1.2.11). Stałe błędy odtwarzania zmiennych stanu dla małych wskaźników wzmocnienia (wskaźnik 1) są niezależne od stałych czasowych tłumienia obserwatora (na rysun-





**Rys. 4.1.2.3. Wpływ wartości  $\|K\|_w$  na wartości błędów odtwarzania zmiennych stanu wywołane przez odchyłki indukcyjności  $L_{m(r)}$ ,  $L_{\sigma s(r)}$  oraz  $L_{\sigma r(r)}$ . Parametry obserwatorów dobrano dla: a)  $\lambda_{\text{zad}} = -0,032$ ; b)  $\lambda_{\text{zad}} = -0,32$ ; c)  $\lambda_{\text{zad}} = -3,2$**

kach  $a$ ,  $b$  i  $c$  są na tym samym poziomie). Dla zmiennych stanu  $x_1$  i  $x_2$  błędy te są znacznie mniejsze (znacznik 2), gdyż są one tylko echem błędów odtwarzania zmiennych stanu  $x_3$  i  $x_4$ . Dla większych wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  ujawnia się wpływ drugiego wymuszenia występującego w równaniu (2.2.3.13) (znacznik 3), powodujący szczególnie silny wzrost błędów odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorach o słabym tłumieniu (znacznik 4). Przy silnym tłumieniu, wzrost ten jest o wiele mniejszy, tak że, maksymalne wartości błędów praktycznie się nie zmieniają (znaczniki 5 i 6). Rosną za to wartości minimalne błędów odpowiadające zmiennym stanu  $x_1$  i  $x_2$  (znacznik 7). Ujawnia się tu efekt wzmacniania echa, wcześniej zaobserwowany przy zakłóceniach nakładających się na przebiegi wejściowe obserwatora zawarte w wektorze  $\mathbf{u}$ , a występujący zawsze, niezależnie od przyczyny która doprowadziła do powstania błędów odtwarzania zmiennych stanu.

Powyższe efekty, opisane na przykładzie odchyłek  $L_{\sigma(r)}$  w mniejszym lub większym stopniu występują również w przypadku odchyłek wszystkich pozostałych parametrów schematu zastępczego. Spośród wszystkich parametrów największe błędy występują w przypadku odchyłek  $L_{m(r)}$  (kolor niebieski), ponieważ parametr ten jako jedyny występuje we wszystkich równaniach obserwatora, co wynika z równania macierzowego (2.1.2.11).

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że wskaźnik wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  o niewielkich wartościach nie ma niewielki wpływ na błędy odtwarzania zmiennych stanu spowodowane odchyłkami parametrów obiektu obserwowanego. Jednak po przekroczeniu pewnej wartości, dalszy wzrost wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  powoduje zwiększanie błędów odtwarzania zmiennych stanu, w stopniu zależnym od stałych czasowych tłumienia błędów obserwatora.

### 4.1.3. Podsumowanie

Badania symulacyjne wykazały istnienie ścisłej zależności powstających w obserwatorze błędów odtwarzania zmiennych stanu od wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora. Na podstawie wyników badań, z dużym prawdopodobieństwem można stwierdzić, że im większa wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ , tym większe powstają w obserwatorze błędy odtwarzania zmiennych stanu i to niezależnie od przyczyny, która powstanie tych błędów spowodowała. Wpływ ten zaobserwowano dla wszystkich potencjalnych przyczyn powstawania błędów, czyli zakłóceń nakładających się na przebiegi wejściowe obserwatora oraz dla odchyłek parametrów obiektu obserwowanego.

W związku z uzyskanymi wynikami, wprowadzono nowe kryterium doboru obserwatorów – minimalizację wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . Kryterium to, jako uzupełnienie dotychczas stosowanych kryteriów związanych z odpowiednim doбором wartości własnych obserwatora, zapewnia poprawę jakości odtwarzania zmiennych

stanu projektowanego obserwatora. Kryterium to zostało z powodzeniem zastosowane również podczas syntezy obserwatorów innych typów niż obserwatory proporcjonalne, opisanych w rozdziałach 2.3 i 2.4.2.

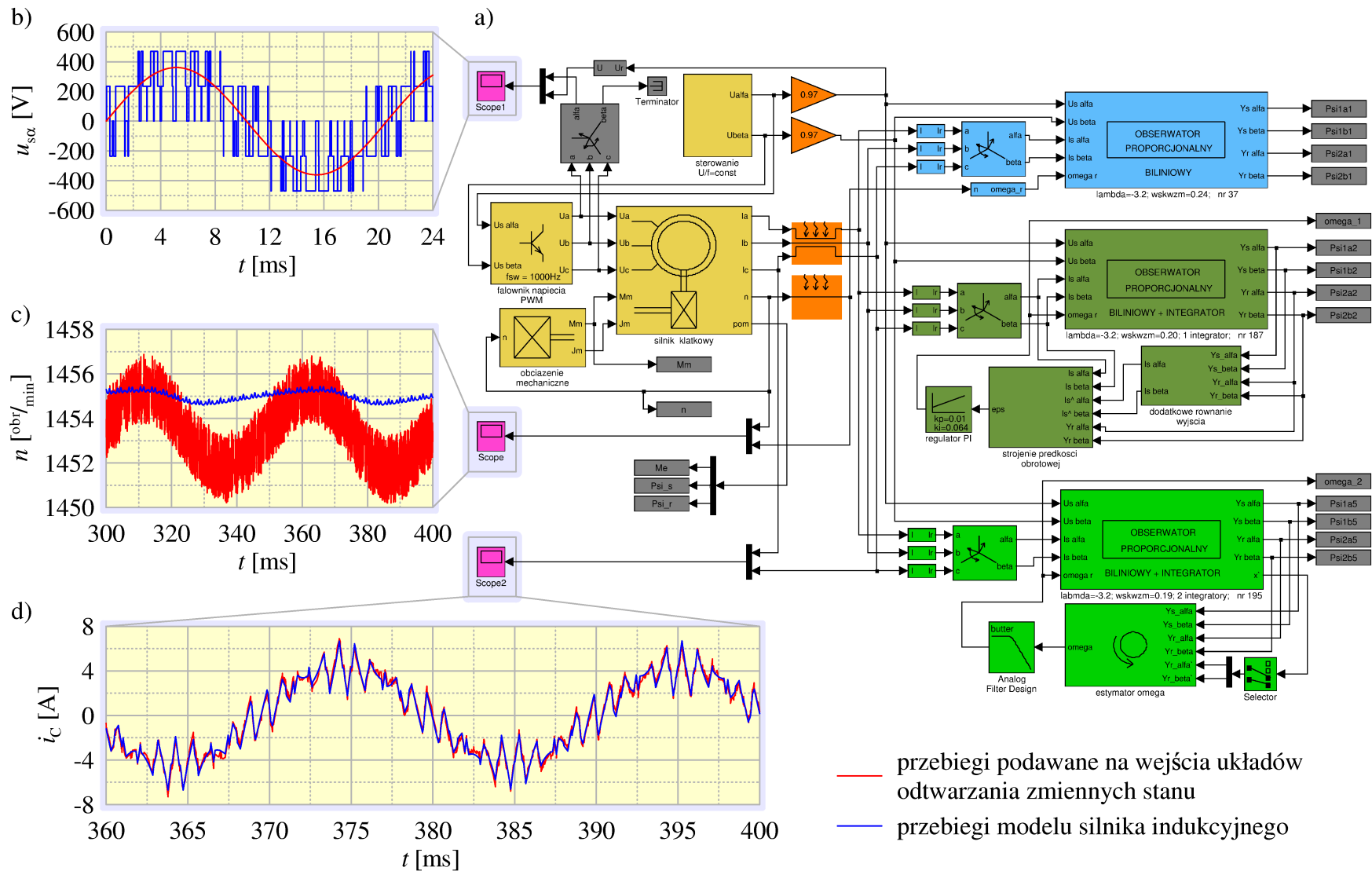
## 4.2. Symulacyjne badania porównawcze układów odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego

Na rysunku 4.2.1a przedstawiono zaimplementowany w środowisku Matlab-Simulink przykładowy model symulacyjny układu silnik indukcyjny – układy odtwarzania zmiennych stanu. Przykładowy model symulacyjny został zbudowany zgodnie z zasadami konsekwentnie stosowanymi podczas prowadzenia wszystkich opisanych w rozdziale 4.2 badań.

W przedstawionym na rysunku 4.2.1a modelu symulacyjnym silnik indukcyjny jest zasilany z falownika napięcia. Podawane na wejście falownika przebiegi zadane napięcie stojana silnika  $u_{s\alpha(t)}$  i  $u_{s\beta(t)}$  są generowane za pomocą skalarnego algorytmu sterowania, przy zachowaniu stałego stosunku napięcia do częstotliwości zasilania silnika ( $U/f = \text{const}$ ). Silnik jest obciążony momentem mechanicznym o wartości zmiennej w czasie. Bloki modelu symulacyjnego związane z układem zasilania i obciążenia silnika oznaczono kolorem żółtym. Wykorzystane w badaniach wartości parametrów silnika podano w załączniku B.1.

W skład przykładowego modelu symulacyjnego wchodzi trzy różne układy odtwarzania zmiennych stanu. Oznaczony kolorem niebieskim i opisany w rozdziale 2.2 obserwator proporcjonalny, oznaczony kolorem ciemnozielonym i opisany w rozdziale 2.4.3 estymator typu MRAS oraz oznaczony kolorem jasnozielonym i opisany w rozdziale 2.4.2 obserwator rozszerzony. W odróżnieniu od obserwatora proporcjonalnego, estymator typu MRAS i obserwator rozszerzony nie wymagają pomiaru prędkości obrotowej, więc na ich wejścia podawane są tylko odpowiednie napięcia i prądy wzięte z modelu silnika.

Przeprowadzone badania symulacyjne miały na celu między innymi porównanie układów odtwarzania zmiennych stanu pod względem ich odporności na zakłócenia nakładające się na ich przebiegi wejściowe. W modelu symulacyjnym bloki wprowadzające zakłócenia oznaczono kolorem pomarańczowym. Należy zauważyć, że na wejścia wszystkich układów odtwarzania zmiennych stanu są podawane te same sygnały, zawierają więc one takie same zakłócenia. I tak, do przebiegów prądów stojana silnika podawanych na wejścia układów odtwarzania zmiennych stanu dodawano szum o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa i maksymalnej wartości równej 5% prądu znamionowego silnika oraz zakłócenie sinusoidalnie zmienne o częstotliwości 350 Hz i amplitudzie równej 5% prądu znamionowego silnika. Po-



**Rys. 4.2.1. Badania symulacyjne układów odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego: a) model symulacyjny w środowisku Matlab-Simulink; różnice pomiędzy przebiegami modelu silnika i modeli układów odtwarzania zmiennych stanu: b) przebiegi napięcia stojana w osi  $\alpha$ ; c) przebiegi prędkości obrotowej; d) przebiegi prądu fazy C stojana**

nadto, do prądu  $i_B$  fazy B stojana silnika dodano składową stałą o wartości równej 2% prądu znamionowego silnika. Różnice pomiędzy przebiegiem prądu na wyjściu modelu silnika a prądu na wejściach modeli układów odtwarzania zmiennych stanu są widoczne na rysunku 4.2.1d. Dodane do przebiegów prądów stojana zakłócenia zastępują występujące w rzeczywistym układzie szумы i dryft zera przetworników pomiarowych, oraz efekty związane z występowaniem w rzeczywistym silniku zjawisk nieujętych w jego modelu matematycznym. Do zjawisk tych należą między innymi odkształcenia przebiegów prądów związane z nasyceniem rdzenia magnetycznego silnika oraz z rozłożeniem uzwojeń w żłobkach.

Podawane na wejścia układów odtwarzania zmiennych stanu napięcia  $u_{s\alpha(t)}$  i  $u_{s\beta(t)}$  są napięciami zadanymi, wziętymi z bloku realizującego algorytm sterowania silnika, podczas gdy na wejście silnika podawane są napięcia z falownika, będące wynikiem modulacji szerokości impulsów (PWM). W ten sposób model symulacyjny wprost odwzorowuje rozwiązanie powszechnie stosowane w rzeczywistych układach sterowania silnika indukcyjnego [47, 20]. W szczególności, rozwiązanie takie zastosowano w multiskalarnym układzie sterowania, przy użyciu, którego przeprowadzono badania laboratoryjne opisane w rozdziale 5 (rys. 5.1.1). Napięcia zadane, podawane na wejścia układów odtwarzania zmiennych stanu są o 3% mniejsze od napięć zadanych podawanych na wejście falownika. W rzeczywistym układzie napędowym odpowiada to sytuacji, gdy dostarczana algorytmowi sterowania informacja o wartości napięcia na szynie prądu stałego falownika jest obciążona błędem. W przeprowadzonych symulacjach częstotliwość fali nośnej falownika wynosiła 1000 Hz, czyli kilkukrotnie mniej niż w przypadku falownika wykorzystanego w badaniach laboratoryjnych opisanych w rozdziale 5. Częstotliwość tę obniżono celowo, aby przyspieszyć obliczenia – mniejsza częstotliwość fali nośnej pozwoliła wydłużyć krok całkowania modelu symulacyjnego. Ponadto, przy zmniejszaniu częstotliwości fali nośnej rośnie udział wyższych harmonicznych w przebiegach napięć podawanych na wejście modelu silnika. Napięcia te bardziej się więc różnią od napięć zadanych, w związku z czym w symulacjach wyraźniej się uwidaczniają niekorzystne efekty z tym związane. Przebiegi napięć podawanych na wejście modelu silnika i na wejścia modeli układów odtwarzania zmiennych stanu przedstawiono na rysunku 4.2.1b.

W przykładowym modelu symulacyjnym jedynym układem odtwarzania zmiennych stanu wymagającym pomiaru prędkości obrotowej jest obserwator proporcjonalny. Do podawanego na jego wejście przebiegu prędkości obrotowej dodano zakłócenia w postaci szumu o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa i maksymalnej wartości  $1,5 \text{ obr}/_{\text{min}}$ , składową stałą o wartości  $-1,5 \text{ obr}/_{\text{min}}$  i składową sinusoidalnie zmienną o częstotliwości 20 Hz i amplitudzie  $1,5 \text{ obr}/_{\text{min}}$ . Zakłócenia tego typu pojawiają się w rzeczywistym układzie napędowym, w którym zastosowano pomiar prędkości obrotowej przy wykorzystaniu tachoprądnicy. Składowa stała i szum symulują dryft zera i szum przetwornika pomiarowego. Zakłócenie sinusoidalnie zmienne pojawia się w przebiegu mierzonej prędkości obrotowej w przypadku niecentrycznego zamo-

cowania tachoprądnicy. Wszystkie te zakłócenia są widoczne w przebiegu na rysunku 4.2.1c.

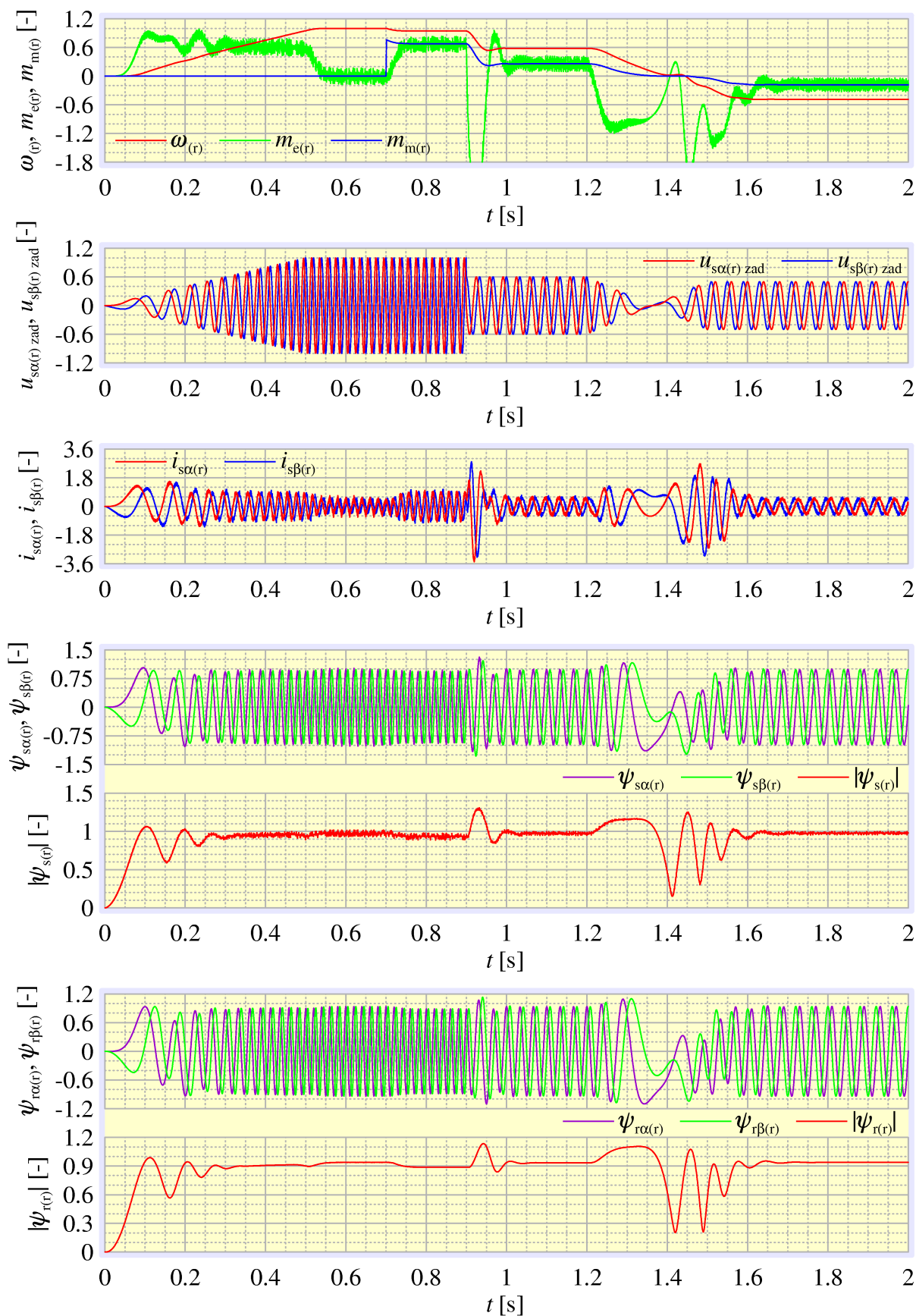
Zakłócenia dodawane do przebiegów sygnałów podawanych na wejścia układów odtwarzania zmiennych stanu odpowiadają przyczynom powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu opisanym w rozdziałach 2.2.3.2, 2.2.3.3, 2.3.3, 2.3.4 i 2.4.1.4. Inną ważną przyczyną powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu są odchyłki wartości parametrów obiektu obserwowanego, co opisano w rozdziale 2.2.3.1. W przypadku silnika indukcyjnego odchyłki te są odchyłkami wartości parametrów schematu zastępczego silnika. Przyczynę tę symulowano zadając w modelu silnika wartość rezystancji uzwojenia wirnika o 10% większą niż wartość wykorzystana w modelach układów odtwarzania zmiennych stanu. W rzeczywistym układzie napędowym, odchyłki parametrów schematu zastępczego silnika są skutkiem niedokładności identyfikacji modelu silnika. Inną przyczyną powstawania tych odchyłek są zachodzące w rzeczywistym silniku zjawiska fizyczne, takie jak temperaturowe zmiany rezystancji uzwojeń.

Badania obejmowały symulację kilku następujących po sobie nieustalonych stanów pracy silnika. Ilustrują to przebiegi wymuszeń, zmiennych stanu i odpowiedzi silnika, przedstawione na rysunku 4.2.2. Pierwszym przebadanym stanem nieustalonym jest rozruch częstotliwościowy silnika od spoczynku do prędkości obrotowej zbliżonej do znamionowej, trwający ok. 0,5 s. Następnie, w chwili czasowej  $t = 0,7$  s skokowo założono na wał silnika obciążenie mechaniczne. Zadane obciążenie mechaniczne ma charakterystykę wentylatorową. Moment obciążenia  $m_{m(t)}$  ma wartość proporcjonalną do kwadratu prędkości obrotowej silnika  $\omega_{(t)}$  i zmienia się od zera dla silnika zatrzymanego do wartości równej znamionowemu momentowi silnika  $M_n$  przy prędkości obrotowej równej prędkości znamionowej. W chwili czasowej  $t = 0,9$  s następuje skokowe zmniejszenie częstotliwości zasilania silnika z 50 Hz na 30 Hz, zmianie częstotliwości towarzyszy stosowna zmiana napięcia zasilania, wynikająca z przyjętego profilu sterowania  $U/f = \text{const}$ . Ostatnim stanem nieustalonym jest nawrót rozpoczynający się w chwili czasowej  $t = 1,2$  s. Nawrót zrealizowano za pomocą liniowej zmiany częstotliwości zasilania silnika od 30 Hz do -25 Hz trwającej 0,3 s (znak „-” oznacza przeciwny kierunek wirowania wektora przestrzennego napięcia stojana silnika  $u_{s(t)}$ ).

Wszystkie symulacje, których wyniki przedstawiono w rozdziale 4.2 zostały przeprowadzone w opisanych powyżej warunkach<sup>14</sup>. Również wszystkie wykorzystane modele symulacyjne miały strukturę analogiczną jak model przykładowy przedstawiony na rysunku 4.2.1a. Dzięki temu możliwe jest wzajemne porównywanie wyników symulacji opisanych w rozdziałach od 4.2.1 do 4.2.3.

---

<sup>14</sup> Od tej zasady są dwa wyjątki. Pierwszym wyjątkiem są badania, których wyniki przedstawiono na rysunkach 4.2.2.1 i 4.2.2.2, gdzie symulowany czas pracy silnika wydłużono do 4,5 s. Drugim wyjątkiem są badania, których wyniki przedstawiono na rysunku 4.2.3.3, gdzie stokrotnie zwiększono wartości zakłóceń dodawanych do przebiegu prędkości obrotowej podawanego na wejścia badanych obserwatorów.



Rys. 4.2.2. Wyniki badań symulacyjnych – przebiegi modelu silnika indukcyjnego

Podczas analizy wyników symulacji należy zdawać sobie sprawę z faktu, że wprowadzane w symulacjach zakłócenia zostały wprowadzone po to aby ocenić właściwości układów odtwarzania zmiennych stanu jako obiektów dynamicznych. Warunki symulacyjne nie oddają więc w pełni warunków w jakich układy odtwarzania zmiennych stanu będą pracować w układzie rzeczywistym. Błędy odtwarzania w wybranym układzie odtwarzania zmiennych stanu w układzie rzeczywistym mogą więc mieć inne wartości niż w symulacjach. O ile więc wyniki symulacji nie mogą być podstawą do określenia błędów odtwarzania w układzie rzeczywistym, to porównanie błędów odtwarzania uzyskanych w symulacjach dwóch różnych układów odtwarzania zmiennych stanu umożliwi określenie, który z nich działa lepiej w warunkach zakłóceń. Interpretację wyników symulacji należy więc oprzeć na założeniu, że ten z układów odtwarzania zmiennych stanu, który lepiej działa w symulowanych warunkach zakłóceń będzie również lepiej niż inne działał w układzie rzeczywistym.

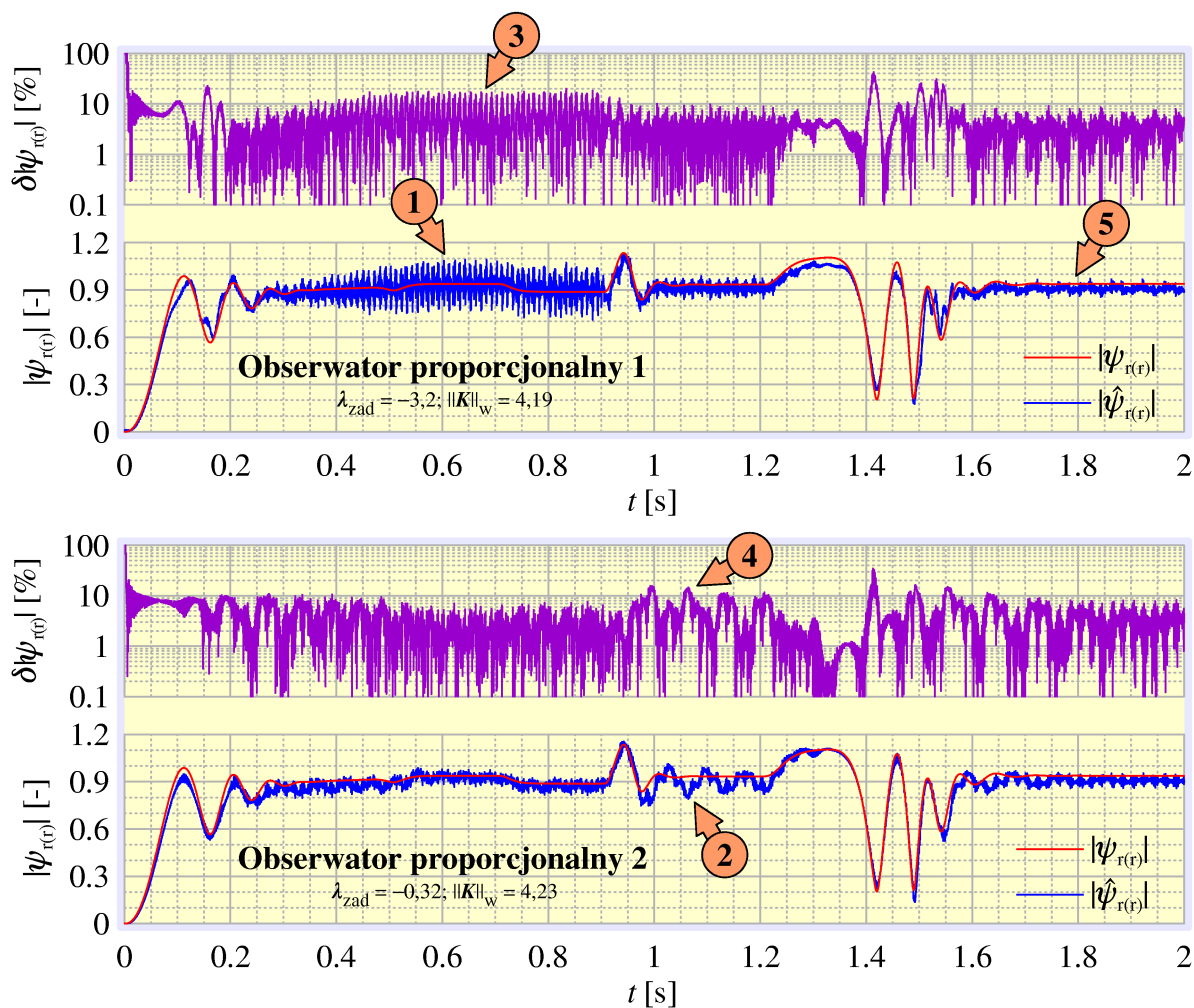
#### **4.2.1. Badania symulacyjne proporcjonalnych obserwatorów strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego**

Na rysunku 4.2.1.1 przedstawiono przebiegi strumieni magnetycznych wirnika odtwarzanych w obserwatorach proporcjonalnych 1 i 2. Obserwatory te mają zbliżone, bardzo duże wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . Różnią się one natomiast wartościami części rzeczywistych wartości własnych. Duże wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  powodują w obydwu obserwatorach silne wzmacnianie zakłóceń, będące przyczyną dużej zawartości zaburzeń w przebiegach odtwarzanych strumieni magnetycznych (znaczniki 1 i 2). Zaburzenia te pojawiają się w różnych stanach pracy silnika, powodując powstawanie dużych, kilkunastoprocentowych błędów odtwarzania strumieni magnetycznych (znaczniki 3 i 4).

Należy zwrócić uwagę, że podobne, duże błędy odtwarzania pojawiają się w obydwu obserwatorach, pomimo dziesięciokrotnej różnicy wartości części rzeczywistych wartości własnych tych obserwatorów. Oznacza to, że przy tak dużych wartościach wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  i związanym z nimi silnym wzmacnianiu zakłóceń, skracanie stałych czasowych tłumienia obserwatora nie przynosi poprawy jakości odtwarzania zmiennych stanu.

Na rysunku 4.2.1.2 przedstawiono wyniki symulacji uzyskane dla obserwatorów proporcjonalnych 3 i 4. Obserwatory te mają dużo mniejsze wartości wskaźników wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  w stosunku do obserwatorów proporcjonalnych 1 i 2. Małe wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  gwarantują poprawną pracę obydwu obserwatorów. Błędy odtwarzania strumieni są małe, na poziomie kilku procent (znaczniki 1 i 2), a wartość 10% przekraczają tylko w gwałtownych stanach nieustalonych takich jak skokowa zmiana zadanej prędkości obrotowej (znacznik 3) czy nawrót (znacznik 4). Wpływ zjawisk związanych ze wzmacnianiem wewnątrz obserwa-

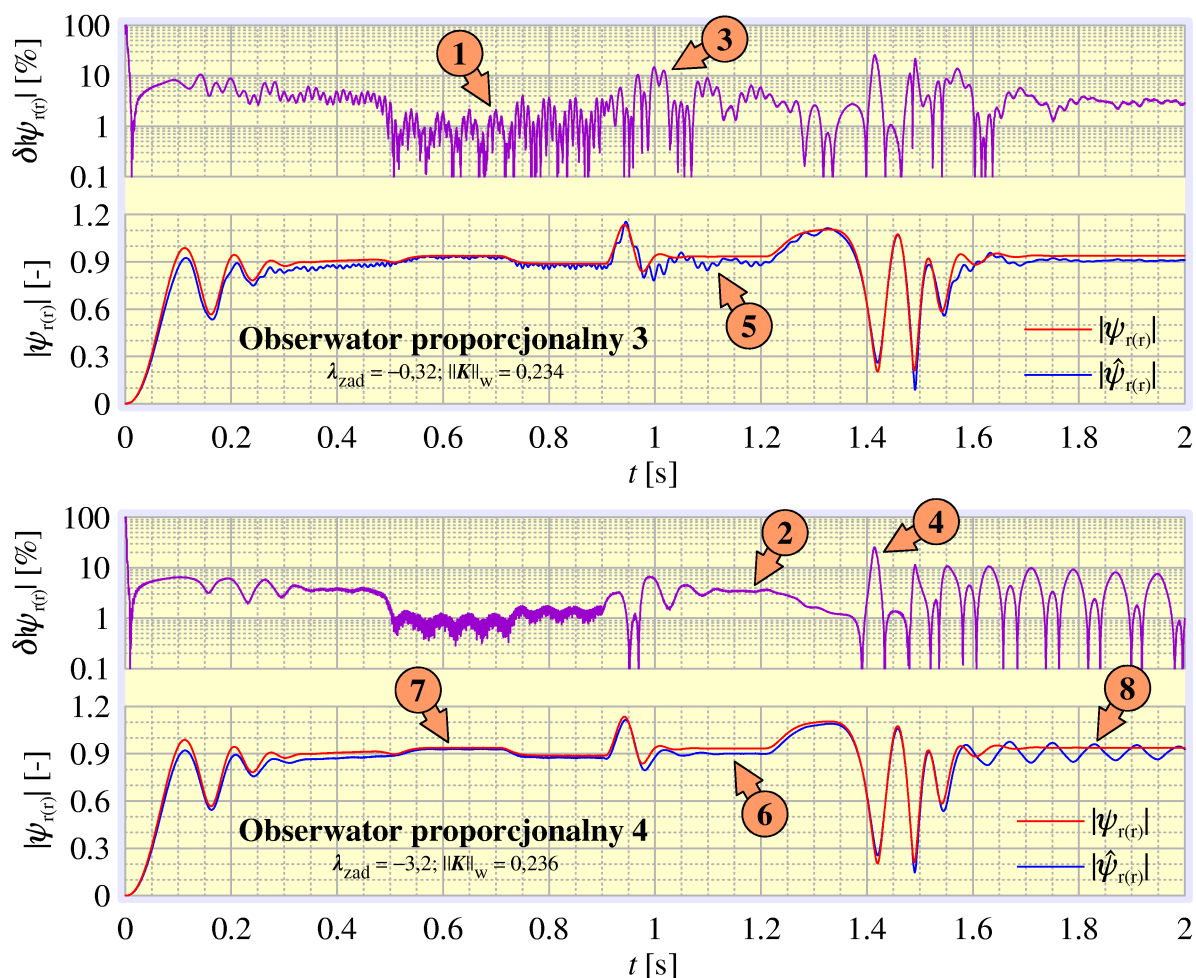




**Rys. 4.2.1.1. Wyniki symulacyjnych badań stacjonarnych obserwatorów proporcjonalnych o dużych wartościach wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$**

tora zakłóceń jest niewielki, co gwarantuje poprawne działanie korekcyjnego sprzężenia zwrotnego obserwatora. Świadczy o tym fakt, że skracanie stałych czasowych tłumienia obserwatora przynosi poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu. Staje się to widoczne po porównaniu przebiegów strumieni odtwarzanych w obserwatorach 3 i 4. Strumień magnetyczny wirnika odtwarzany w obserwatorze 3 zawiera w swoim przebiegu szybkozmiennie zaburzenia (znacznik 5), niewidoczne w przebiegu strumienia odtwarzanego w obserwatorze 4 (znacznik 6), którego tłumienie błędów jest dziesięciokrotnie silniejsze.

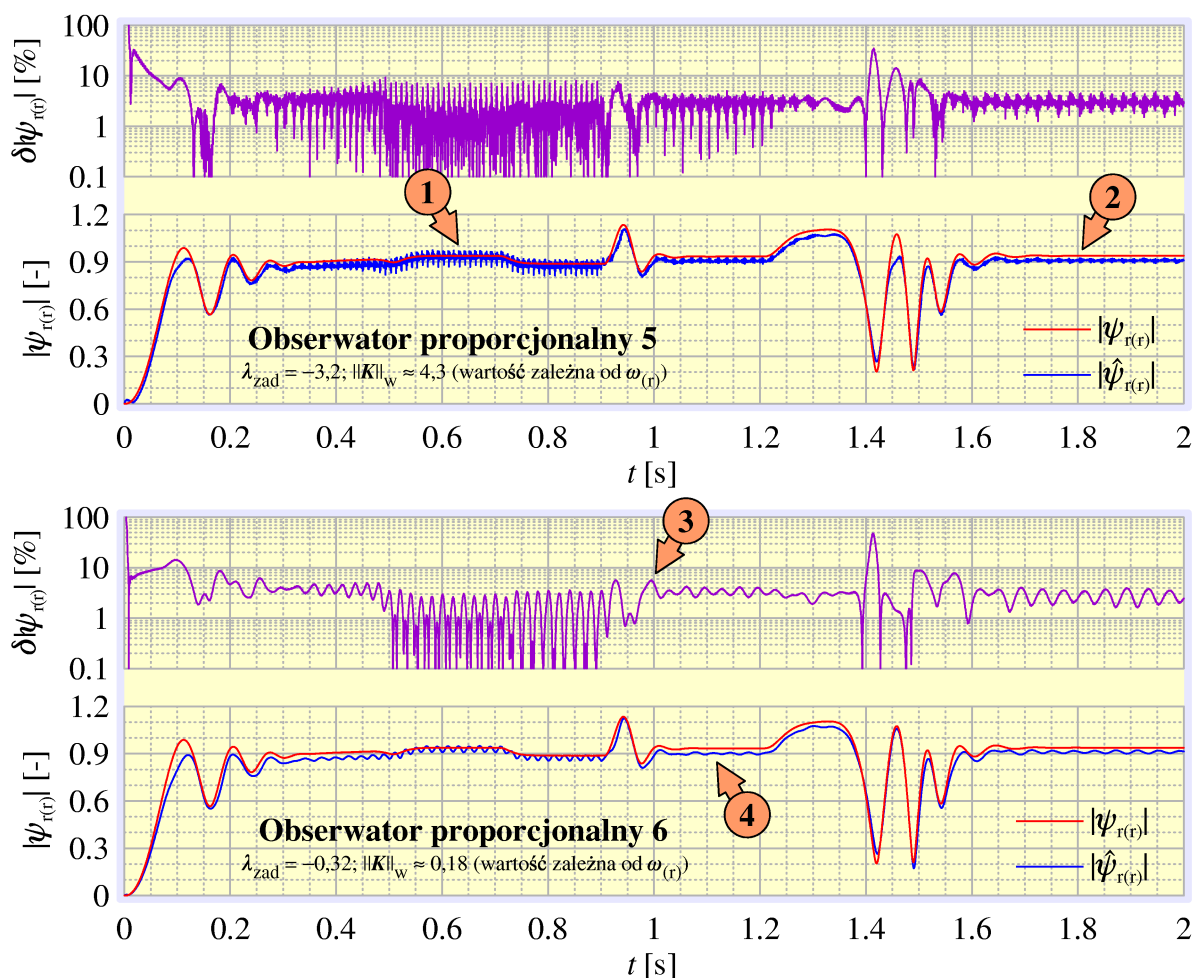
Porównując przebiegi strumieni odtwarzane w obserwatorach o zbliżonych wartościach części rzeczywistych wartości własnych, obserwatorach proporcjonalnych 1 i 4, można ocenić jak silny ma wpływ na pracę obserwatora wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$ . Silne wzmacnianie zakłóceń w obserwatorze proporcjonalnym 1, związane z dużą wartością wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$ , powoduje, że w przebieg odtwarzanego strumienia zawiera silne zaburzenia (znacznik 1 na rys. 4.2.1.1). W tym samym stanie pracy, w strumieniu odtwarzanym w obserwatorze pro-



**Rys. 4.2.1.2. Wyniki symulacyjnych badań stacjonarnych obserwatorów proporcjonalnych o małych wartościach wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$**

porcjonalnym 4, dzięki małej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$ , zaburzenia praktycznie nie występują (znacznik 7 na rys. 4.2.1.2).

Obserwatory proporcjonalne od 1 do 4 są obserwatorami stacjonarnymi, o parametrach dobranych przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego (patrz załącznik B.2). Na rysunku 4.2.1.3 przedstawiono wyniki symulacji uzyskane dla obserwatorów proporcjonalnych 5 i 6, będących obserwatorami niestacjonarnymi, o parametrach dobranych analitycznie. Badane obserwatory niestacjonarne, mają wartości wartości własnych znacznie bardziej zbliżone do wartości zadanych niż badane obserwatory stacjonarne. Ponadto, wartości wartości własnych obserwatorów niestacjonarnych znacznie mniej zmieniają się wraz ze zmianami prędkości obrotowej silnika. Dzięki temu, jakość odtwarzania strumienia magnetycznych jest w obserwatorach niestacjonarnych zbliżona we wszystkich stanach pracy silnika. Jakość odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorze stacjonarnym może być różna przy różnych prędkościach obrotowych. Obserwator proporcjonalny 4, dla dużych prędkości obrotowych charakteryzuje się bardzo dobrą jakością odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika (znacznik 7 na rys. 4.2.1.2). Jednak przy przeciwnym kierunku wirowania wirnika,



Rys. 4.2.1.3. Wyniki symulacyjnych badań niestacjonarnych obserwatorów proporcjonalnych

dla małych prędkości obrotowych w przebiegu odtwarzanego strumienia pojawiają się wolno zanikające oscylacje o dużej amplitudzie (znacznik 8) oraz związane z nimi prawie dziesięcioprocentowe błędy odtwarzania. Podobne, duże różnice w jakości odtwarzania strumienia w dwóch różnych stanach pracy silnika ujawniają się w obserwatorze proporcjonalnym 1 (znaczniki 1 i 5 na rys. 4.2.1.1). W przypadku obserwatorów niestacjonarnych jakość odtwarzania strumieni tylko w niewielkim stopniu zależy od stanu pracy silnika. Widać to na przykładzie obserwatora proporcjonalnego 5 (znaczniki 1 i 2 na rys. 4.2.1.3). Fakt, że w obserwatorze niestacjonarnym nie częściej, ale wszystkie wartości własne mają wartości zbliżone do zadanych również wpływa na poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu. Niestacjonarny obserwator proporcjonalny 5 ma takie same wartości zadane wartości własnych oraz wartość wskaźnika wzmocnienia jak stacjonarny obserwator proporcjonalny 1. Pomimo tego, niestacjonarny obserwator proporcjonalny 5 zapewnia lepszą jakość odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika (znaczniki 1 na rys. 4.2.1.1 i 4.2.1.3, oraz znacznik 2 na rys. 4.2.1.3 i znacznik 5 na rys. 4.2.1.1). Wartości własne, które w obserwatorach niestacjonarnych są bliższe wartościom zadanych, zapewniają lepsze warunki

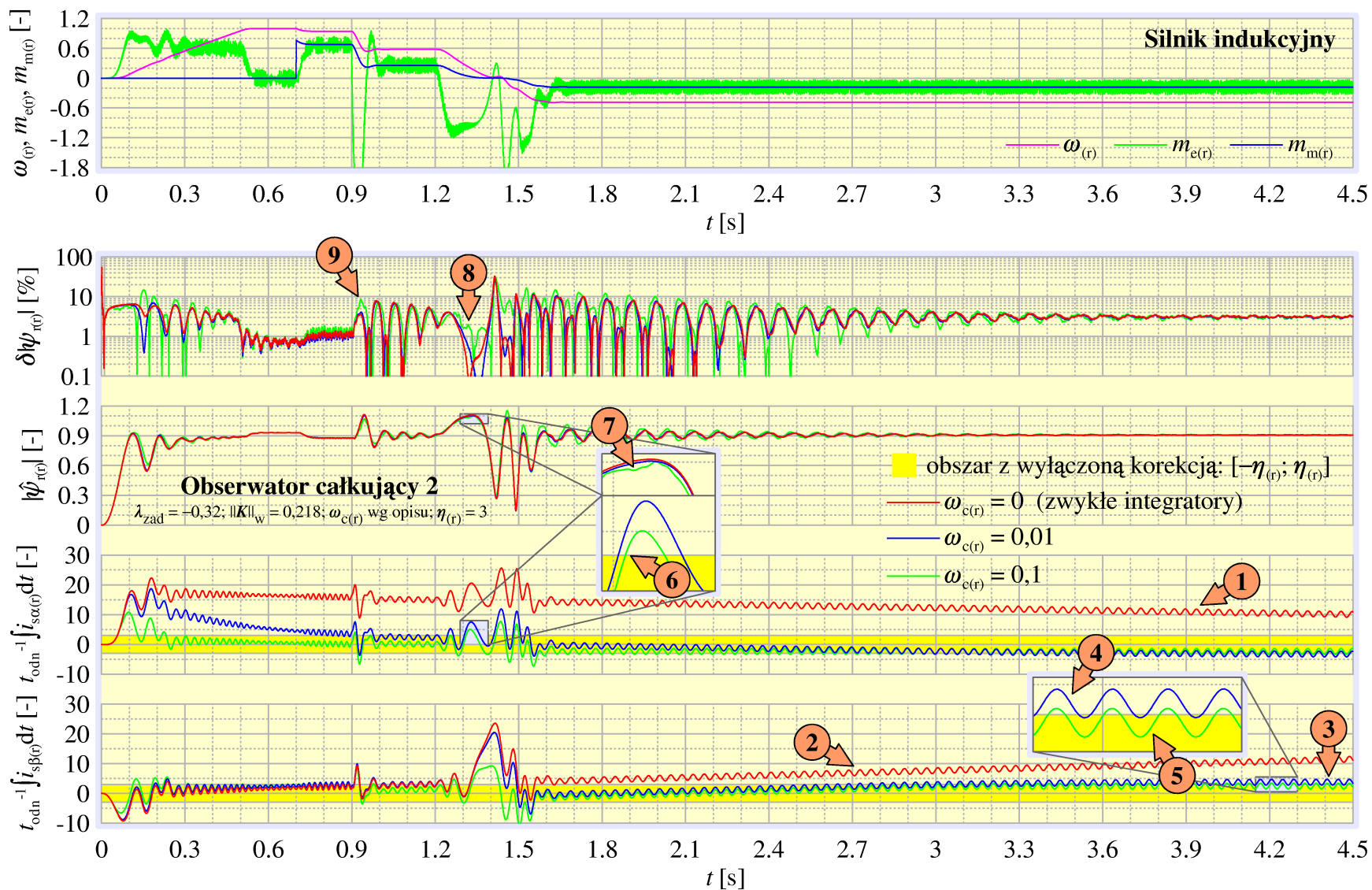
tłumienia błędów niż w obserwatorach stacjonarnych. Dzięki temu nawet słabe tłumienie, takie jak w obserwatorze proporcjonalnym 6, potrafi zapewnić dobrą jakość odtwarzania zmiennych stanu, pomimo że w porównywalnym stacjonarnym obserwatorze proporcjonalnym 3 jest ono niewystarczające (znaczniki 3 na rys. 4.2.1.2 i 4.2.1.3, oraz znacznik 4 na rys. 4.2.1.3 i znacznik 5 na rys. 4.2.1.2).

#### **4.2.2. Badania symulacyjne całkujących obserwatorów strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego**

Jakość odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorze całkującym zależy nie tylko od jego właściwości dynamicznych określanych przez wartości własne i wskaźnik wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . Jakość odtwarzania, ale również poprawność pracy obserwatora, zależą również od nastaw integratorów odpornych na składową stałą znajdujących się w jego strukturze. Badania symulacyjne obserwatorów całkujących przeprowadzono więc dwuetapowo. Najpierw przebadano pracę wybranego obserwatora całkującego przy różnych nastawach integratorów odpornych na składową stałą. Wyniki tych badań opisano w rozdziale 4.2.2.1 i w artykule [13]. Następnie, przeprowadzono porównawcze badania obserwatorów całkujących o różnych właściwościach dynamicznych. Wyniki tych badań opisano w rozdziale 4.2.2.2. Wszystkie obserwatory miały te same nastawy integratorów, takie, które zarówno w badaniach symulacyjnych opisanych w rozdziale 4.2.2.1 jak i w badaniach laboratoryjnych opisanych w rozdziale 5.3 zostały uznane za optymalne.

##### **4.2.2.1. Badania symulacyjne wpływu integratorów odpornych na składową stałą na pracę obserwatora całkującego**

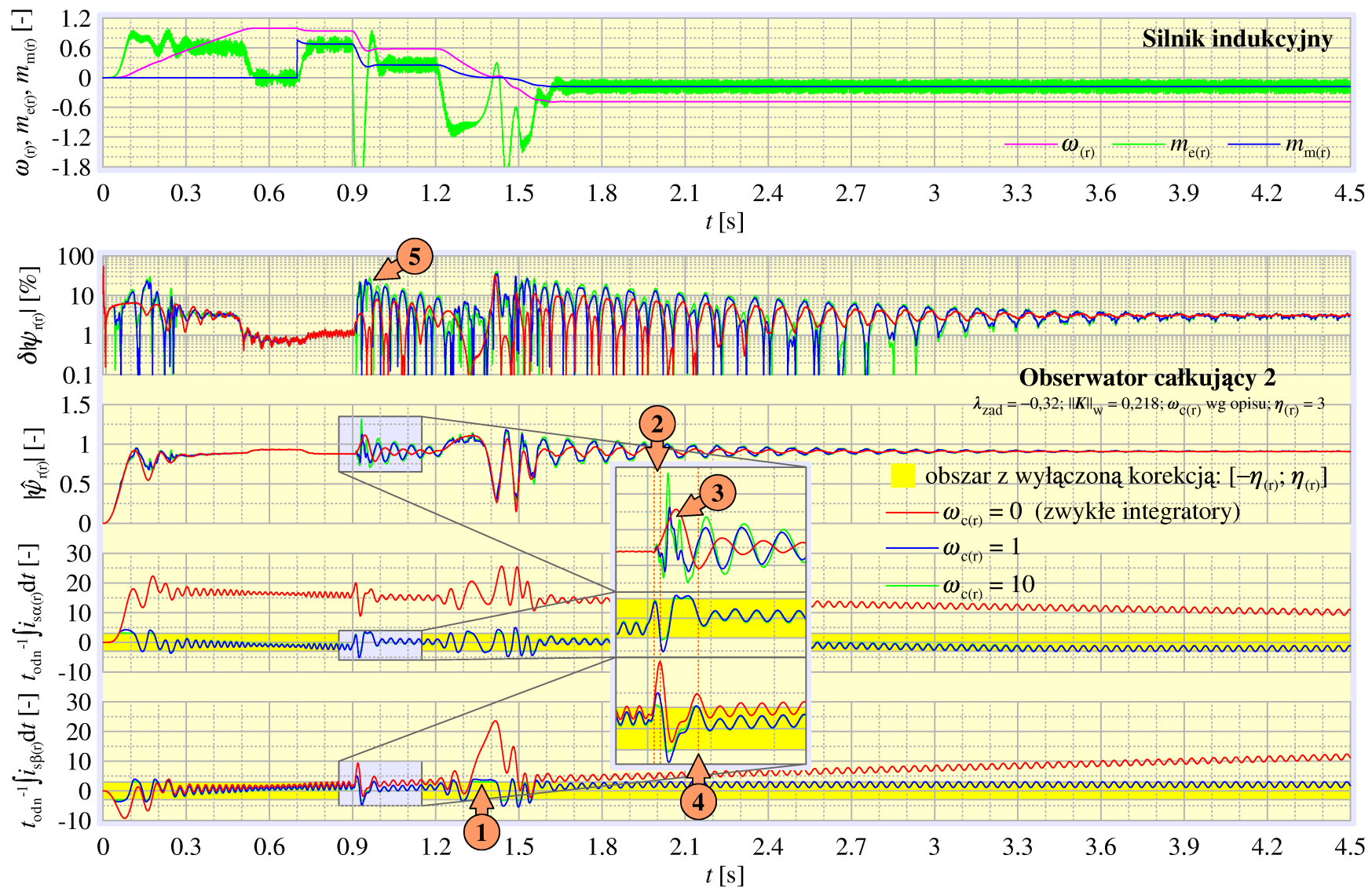
Na rysunkach 4.2.2.1 i 4.2.2.2, na przykładzie obserwatora całkującego 2 (patrz załącznik B.2.2), przedstawiono wyniki badań wpływu na pracę obserwatora całkującego nastaw integratorów odpornych na składową stałą, całkujących przebiegi wyjściowe obiektu obserwowanego. Dla porównania, na obydwu rysunkach zamieszczono wykreślone kolorem czerwonym przebiegi uzyskane dla obserwatora ze zwykłym integratorem. Pozostałe przebiegi uzyskano dla różnych wartości pulsacji integratorów  $\omega_{c(r)}$ . Przebiegi przedstawione na rysunku 4.2.2.1 uzyskano dla stosunkowo słabego tłumienia składowej stałej, odpowiadającego małym wartościom  $\omega_{c(r)}$ . Ze względu na fakt, że efekty kumulacji składowej stałej ujawniają się dopiero po pewnym czasie pracy obserwatora, symulowany czas pracy układu wydłużono do 4,5 s. Zakłócenie o postaci składowej stałej nałożone na przebiegi prądów silnika podawane na wejście obserwatora ze zwykłymi integratorami, powoduje obecność stałego, niczym nie ograniczanego dryftu w obydwu sygnałach wyjściowych integratora całkującego sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego (znaczniki 1 i 2 na rys. 4.2.2.1). W odpowiednio długim czasie, dryft ten spowoduje wzrost wartości sygnałów wyjściowych integratora do wartości tak dużych, że w praktycznej realizacji doprowadzi to do powstania w obserwatorze błędów numerycznych związanych z przyjętym w cyfrowej



Rys.4.2.2.1. Badania wpływu nastaw integratorów odpornych na składową stałą na pracę obserwatora całkującego – część 1

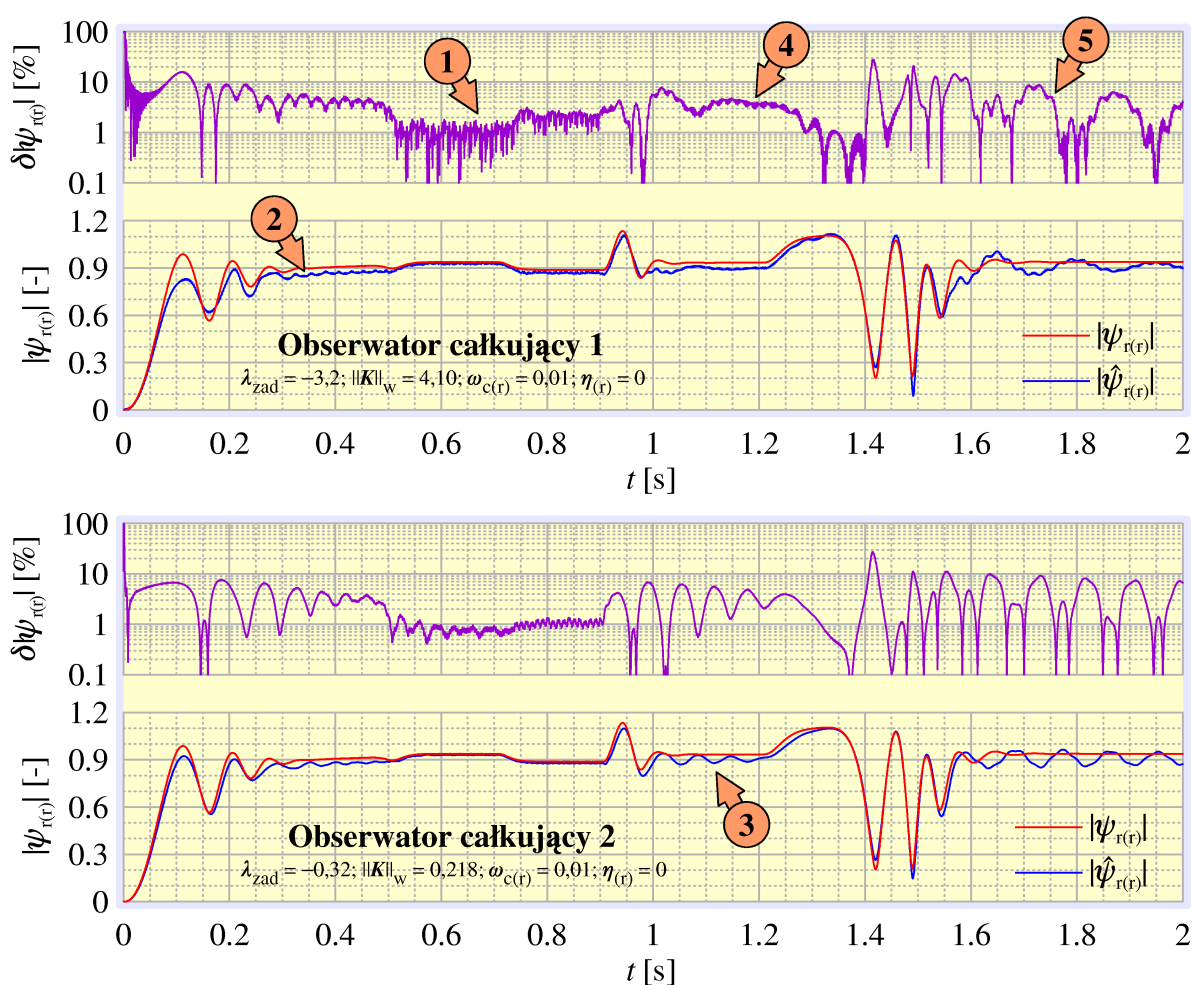
realizacji formacie liczb [13]. W obserwatorze wyposażonym w integrator odporny na składową stałą, po przekroczeniu przez sygnał wyjściowy integratora wartości  $\eta_{(t)}$  następuje załączenie korekcji składowej stałej, tym silniejszej im większa wartość  $\omega_{b(t)}$ . Wynika to z równania stanu integratora odpornego na składową stałą (2.3.4.1). Załączenie korekcji powoduje, że wartość sygnału na wyjściu integratora przestaje narastać (znacznik 3 na rys. 4.2.2.1). Wartość  $\omega_{b(t)}$  należy dobrać tak, aby korekcja była odpowiednia do spodziewanej zawartości składowej stałej w przebiegach prądów podawanych na wejście integratora. W rozpatrywanym przypadku, wartość  $\omega_{b(t)} = 0,01$  okazała się wystarczająca do skompensowania skutków kumulacji zadanej składowej stałej. Widać jednak, że dla sygnału wyjściowego integratora w osi  $\beta$ , aby korekcja była skuteczna, praktycznie cały odpowiadający tej wartości przebieg sinusoidalny musi się znajdować w obszarze załączonej korekcji (znacznik 4). Dla dziesięciokrotnie silniejszego tłumienia (przebiegi zielone –  $\omega_{b(t)} = 0,1$ ), do skompensowania skutków kumulacji składowej stałej wystarczy załączanie korekcji tylko na niewielką część okresu sinusoidy (znacznik 5).

Korekcja składowej stałej ma wpływ na jakość odtwarzania zmiennych stanu obserwatora, tym większy im jest silniejsza. Dla  $\omega_{b(t)} = 0,1$  wejście sygnału wyjściowego integratora w obszar korekcji (znacznik 6) powoduje zniekształcenie przebiegu odtwarzanego strumienia wirnika (znacznik 7). Zniekształcenie to powoduje widoczny wzrost wartości błędów odtwarzania (znacznik 8). Należy zauważyć, że zarówno analogiczne zniekształcenie przebiegów strumienia jak i wzrost błędów odtwarzania zmiennych stanu są znacznie mniejsze dla  $\omega_{b(t)} = 0,01$  (przebiegi niebieskie). Na rysunku 4.2.2.2 przedstawiono przebiegi uzyskane dla obserwatora całkowitego o stosunkowo dużych wartościach pulsacji  $\omega_{b(t)}$ . Duże wartości  $\omega_{b(t)}$  odpowiadają silnemu tłumieniu składowej stałej i powodują znaczne zniekształcenie przebiegów obserwatora. Załączanie korekcji składowej stałej powoduje, że wartości sygnałów wyjściowych integratorów są praktycznie odcinane na poziomie ograniczenia  $\eta_{(t)}$  (znacznik 1 na rys. 4.2.2.2). Tak silne zniekształcenie przebiegów wyjściowych integratora ma duży wpływ na przebieg odtwarzanego strumienia wirnika. Dodatkowo, pojawiają się tutaj dodatkowe zjawiska związane z samym załączaniem korekcji, które przy tak silnej korekcji powoduje znaczną zmianę właściwości dynamicznych obserwatora. Zjawiska te są widoczne na powiększonym fragmencie rysunku 4.2.2.2. Dwie pomarańczowe linie pomocnicze (znacznik 2) wyznaczają chwile czasowe, w których obydwa sygnały wyjściowe integratora kolejno wchodzi w obszar korekcji. Powoduje to pojawienie się w odtwarzanych przebiegach strumieni magnetycznych szybkozmiennych zaburzeń, o wartościach tym większych, im silniejsza korekcja (znacznik 3). Trzecia pomarańczowa linia pomocnicza (znacznik 4) wyznacza chwilę czasową, w której ostatni przebieg wyjściowy integratora opuszcza obszar załączonej korekcji. W chwili tej szybkozmiennie zaburzenia w przebiegu strumienia zanikają. Zjawiska te powodują znaczny wzrost błędów odtwarzania strumienia magnetycznego (znacznik 5), które osiągają wartości 20% a nawet 30%, podczas gdy przy małych wartościach  $\omega_{b(t)}$ , błędy te nie przekraczały 10% (znacznik 9 na rys. 4.2.2.1).



Rys.4.2.2.2. Badania wpływu nastaw integratorów odpornych na składową stałą na pracę obserwatora całkującego – część 2

Dalsze badania obserwatorów całkujących przeprowadzono dla  $\omega_{c(r)} = 0,01$ . Wartość ta okazała się wystarczająco duża by nie dopuścić do kumulacji składowej stałej, zarówno w badaniach symulacyjnych przy założonej wartości składowej stałej dodawanej do przebiegów prądów, jak i w badaniach laboratoryjnych opisanych w rozdziale 5.3. W dalszych badaniach symulacyjnych wartość ograniczenia  $\eta_{(r)}$  ustawiono na 0. Przy małej wartości  $\omega_{c(r)}$  praktycznie nie powoduje zniekształceń przebiegów odtwarzanych strumieni i pomimo załączonej przez cały czas pracy obserwatora korekcji, nie powoduje zauważalnego zwiększenia błędów odtwarzania zmiennych stanu, a pozwala uniknąć występowania opisanych, niekorzystnych efektów związanych z przełączaniem struktury integratora.



**Rys. 4.2.2.3. Wyniki symulacyjnych badań stacjonarnych obserwatorów całkujących**

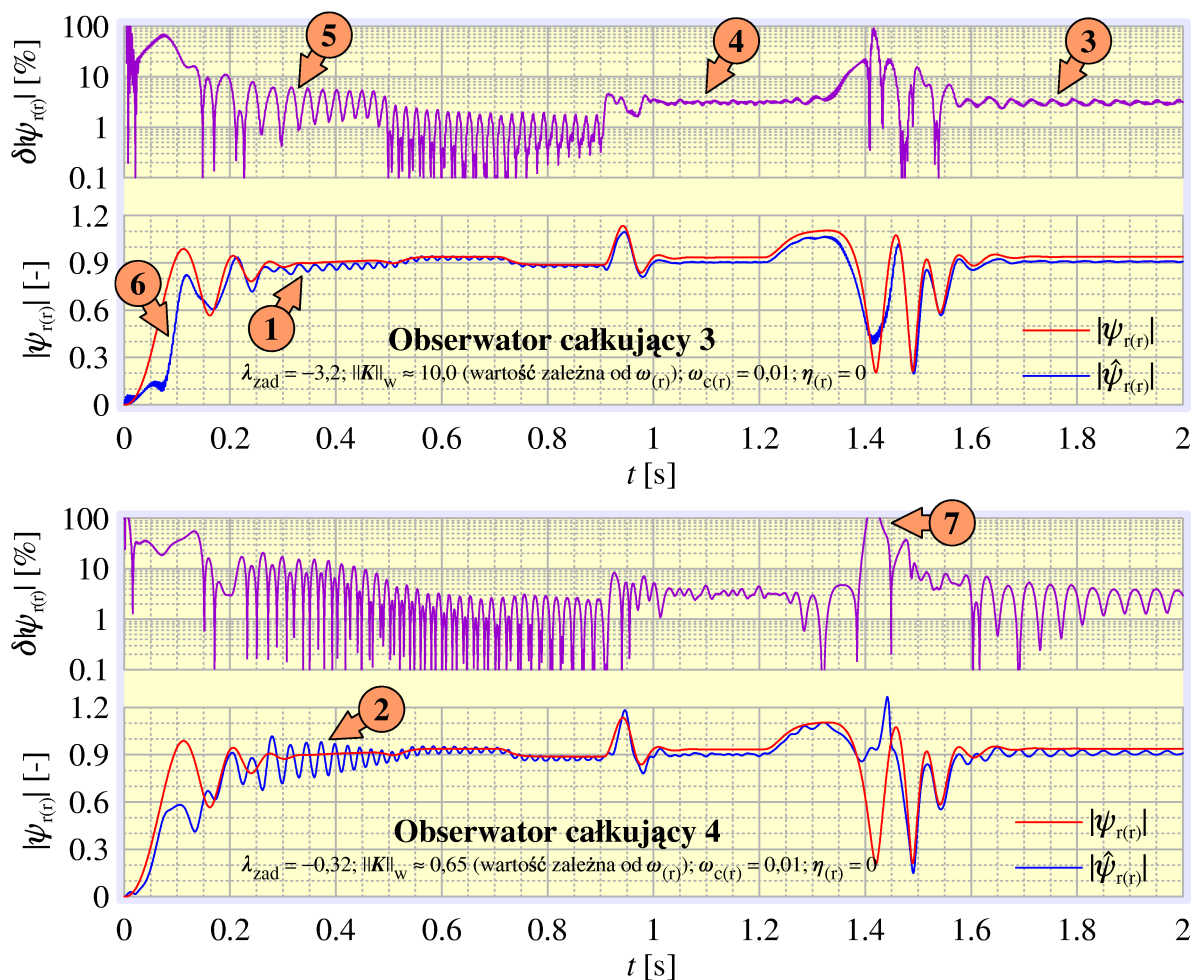
#### 4.2.2.2. Symulacyjne badania porównawcze obserwatorów całkujących

Na rysunku 4.2.2.3 przedstawiono wyniki badań obserwatorów całkujących stacjonarnych (patrz załącznik B.3). Obserwatory całkujące charakteryzują się dużą odpor-



nością na zakłócenia nakładające się na podawane na ich wejścia sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego. W rozpatrywanym przypadku są to przebiegi prądów  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$  silnika. Porównując wartości błędów odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika w obserwatorze całkującym 1 z błędami obserwatora proporcjonalnego 1 (rys. 4.2.1.1) o zbliżonych właściwościach dynamicznych, można zauważyć że obserwator całkujący zapewnia lepszą jakość odtwarzania praktycznie w każdym stanie pracy. W szczególności, w niektórych stanach pracy błędy odtwarzania są w obserwatorze całkującym nawet dziesięciokrotnie mniejsze niż w obserwatorze proporcjonalnym (znacznik 1 na rys. 4.2.2.3 i znacznik 3 na rys. 4.2.1.1). Dzięki strukturze o zwiększonej odporności na zakłócenia, obserwator całkujący 1 zapewnia dobrą jakość odtwarzania zmiennych stanu pomimo dużej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . Związane z tą wartością efekty wzmocnienia zakłóceń mają widoczny, lecz niewielki wpływ na pracę obserwatora i objawiają się w niektórych stanach pracy jako niewielkie szybkozmiennne zaburzenia (znacznik 2 na rys. 4.2.2.3). Obserwator całkujący zapewnia lepszą jakość odtwarzania zmiennych stanu niż obserwator proporcjonalny również przy małych wartościach wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ , co pozwala uzyskać poprawną pracę obserwatora już przy słabym tłumieniu błędów. Przebiegi obserwatora całkującego 2 (rys. 4.2.2.3) o małej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  i słabym tłumieniu błędów związanym z małymi wartościami części rzeczywistych wartości własnych, nie zawierają zaburzeń wyraźnie widocznych w przebiegach obserwatora proporcjonalnego 3 (znacznik 3 na rys. 4.2.2.3 oraz znacznik 5 na rys. 4.2.1.2), który ma zbliżone właściwości dynamiczne.

Wyniki badań całkujących obserwatorów niestacjonarnych przedstawiono na rysunku 4.2.2.4. Należy zwrócić uwagę, że obserwatory całkujące 3 i 4 mają wartości wskaźników wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  znacznie większe niż obserwatory stacjonarne o zbliżonych wartościach własnych, odpowiednio obserwatory całkujące 1 i 2. Przyczyną tego są ograniczone możliwości doboru wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  podczas doboru parametrów obserwatora metodą analityczną, które są znacznie mniejsze niż w stosowanej metodzie optymalizacyjnej. Duże wartości wskaźników wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  powodują powstawanie dodatkowych zaburzeń w przebiegach odtwarzanych strumieni (znaczniki 1 i 2 na rys. 4.2.2.4). Cechą charakterystyczną obserwatorów niestacjonarnych jest niewielki wpływ stanu pracy silnika na jakość odtwarzania strumienia magnetycznego. Jest tak również w przypadku badanych niestacjonarnych obserwatorów całkujących. Przy dużych i średnich prędkościach obrotowych błędy odtwarzania obserwatora całkującego 3 utrzymują się na mniej więcej stałym poziomie kilku procent (znaczniki 3, 4 i 5), podczas gdy w stacjonarnym obserwatorze całkującym 1 o porównywalnych właściwościach występują znaczne różnice jakości odtwarzania strumienia magnetycznego w różnych stanach pracy (znaczniki 4 i 5 na rys. 4.2.2.3). Jednak dla małych prędkości obrotowych, zarówno obserwator całkujący 3 jak i 4 charakteryzują się znacznie gorszą jakością odtwarzania strumienia magnetycznego niż przy prędkościach średnich i dużych. Jest to widoczne w trakcie rozruchu (znacznik 6 na rys. 4.2.2.4) i w trakcie na-



**Rys. 4.2.2.4. Wyniki symulacyjnych badań niestacjonarnych obserwatorów całkujących**

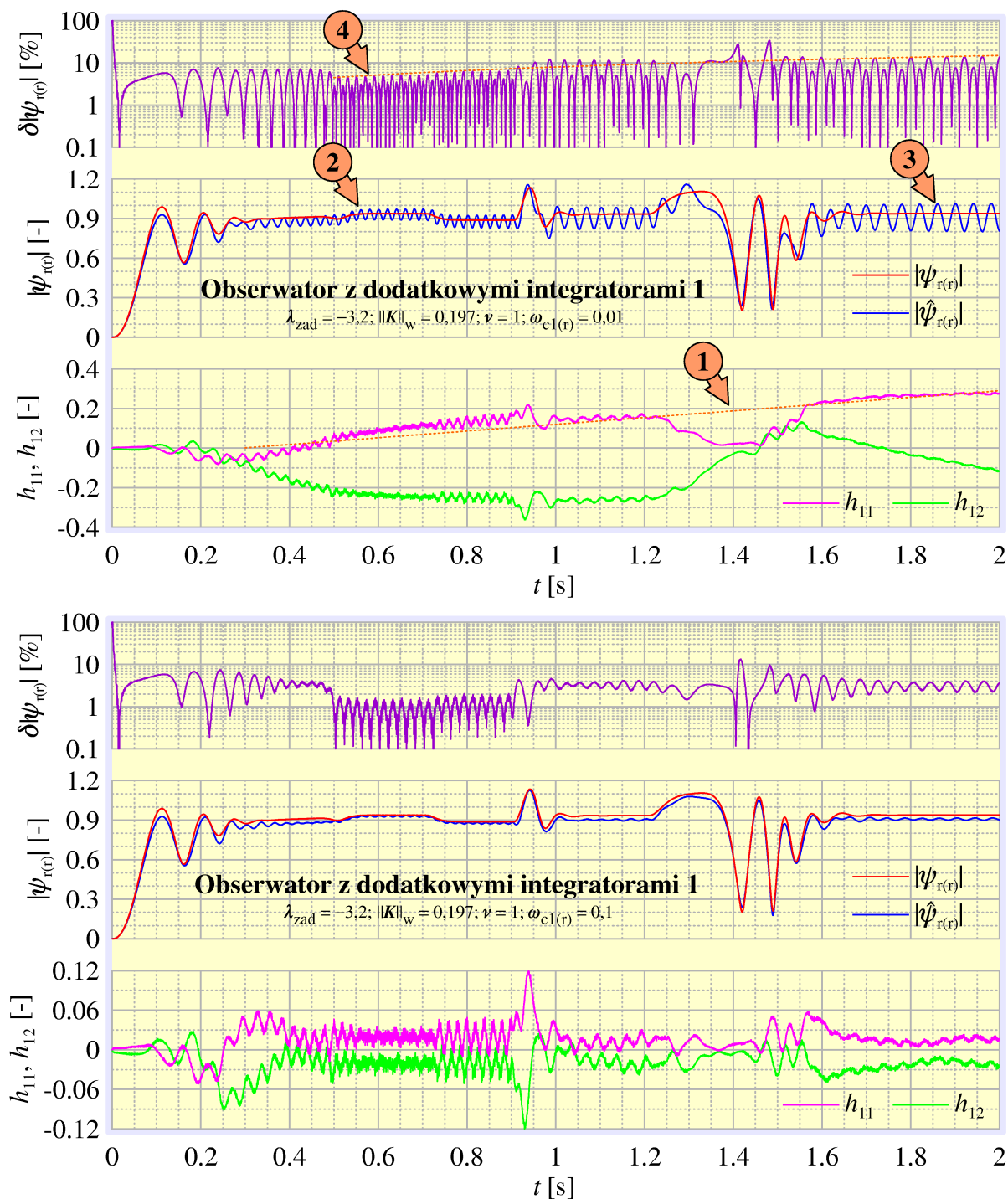
wrotu silnika (znacznik 7). Jest to spowodowane znacznymi zmianami wartości wartości własnych tych obserwatorów przy prędkościach obrotowych bliskich zero (rys. B.3.3 i B.3.4). Dla małych prędkości obrotowych również wskaźniki wzmocnienia macierzy  $K$  tych obserwatorów mają znacznie większe wartości niż w innych stanach pracy, co powoduje silniejsze wzmacnianie zakłóceń. Należy zauważyć, że efekt pogorszenia jakości odtwarzania przy prędkościach obrotowych bliskich zero występuje również w niestacjonarnych obserwatorach proporcjonalnych (rys. 4.2.1.3), lecz jest w ich przypadku znacznie słabszy. Wynika to z faktu, że wartości zarówno wartości własnych jak i wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  w obserwatorach proporcjonalnych 5 i 6 przy małych prędkościach obrotowych zmieniają się w mniejszym stopniu niż w obserwatorach całkujących 3 i 4 (porównaj rys. B.3.3 i B.3.4 odpowiednio z rys. B.2.5 i B.2.6).

### 4.2.3. Badania symulacyjne obserwatorów z dodatkowymi integratorami strumieni magnetycznych oraz bazujących na nich układów odtwarzania prędkości obrotowej silnika indukcyjnego

Badania obserwatorów z dodatkowymi integratorami przeprowadzono tylko dla obserwatorów stacjonarnych, o parametrach dobieranych przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego. W przeprowadzonych badaniach do doboru parametrów obserwatorów z dodatkowymi integratorami w ogóle nie stosowano metody analitycznej opisanej w rozdziale 4.3. Stosowanie metody analitycznej do doboru parametrów tego typu obserwatorów jest niewskazane i błędne z matematycznego punktu widzenia. U podstaw tej metody leży założenie, że wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  zmieniają się znacznie wolniej niż wartości przebiegów wejściowych i zmiennych stanu obserwatora. Wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora niestacjonarnego zależą od wartości prędkości obrotowej podawanej na wejście obserwatora, która w przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami, zawiera szybkozmiennie zakłócenia. W analizie przeprowadzonej w rozdziale 2.4.1 oddzielono rzeczywistą, wolnozmienną prędkość obrotową od zakłóceń, które włączono do dodatkowego wektora nieznanymi wymuszeń. Zabieg ten pozwolił na analizę właściwości obserwatora przy zachowaniu założenia wolnozmienności prędkości obrotowej. O ile jednak na poziomie analizy teoretycznej możliwe jest oddzielenie wolnozmienną, rzeczywistą prędkości obrotowej silnika od zawartych w niej szybkozmiennych zakłóceń, to w praktycznej realizacji, w obserwatorze fizycznie dostępna jest tylko szybkozmienna, zakłócona wartość prędkości obrotowej. Zgodnie z przyjętym założeniem, nie można wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}$  uzależnić od przebiegu szybkozmiennego.

#### 4.2.3.1. Badania symulacyjne obserwatorów proporcjonalnych z dodatkowymi integratorami

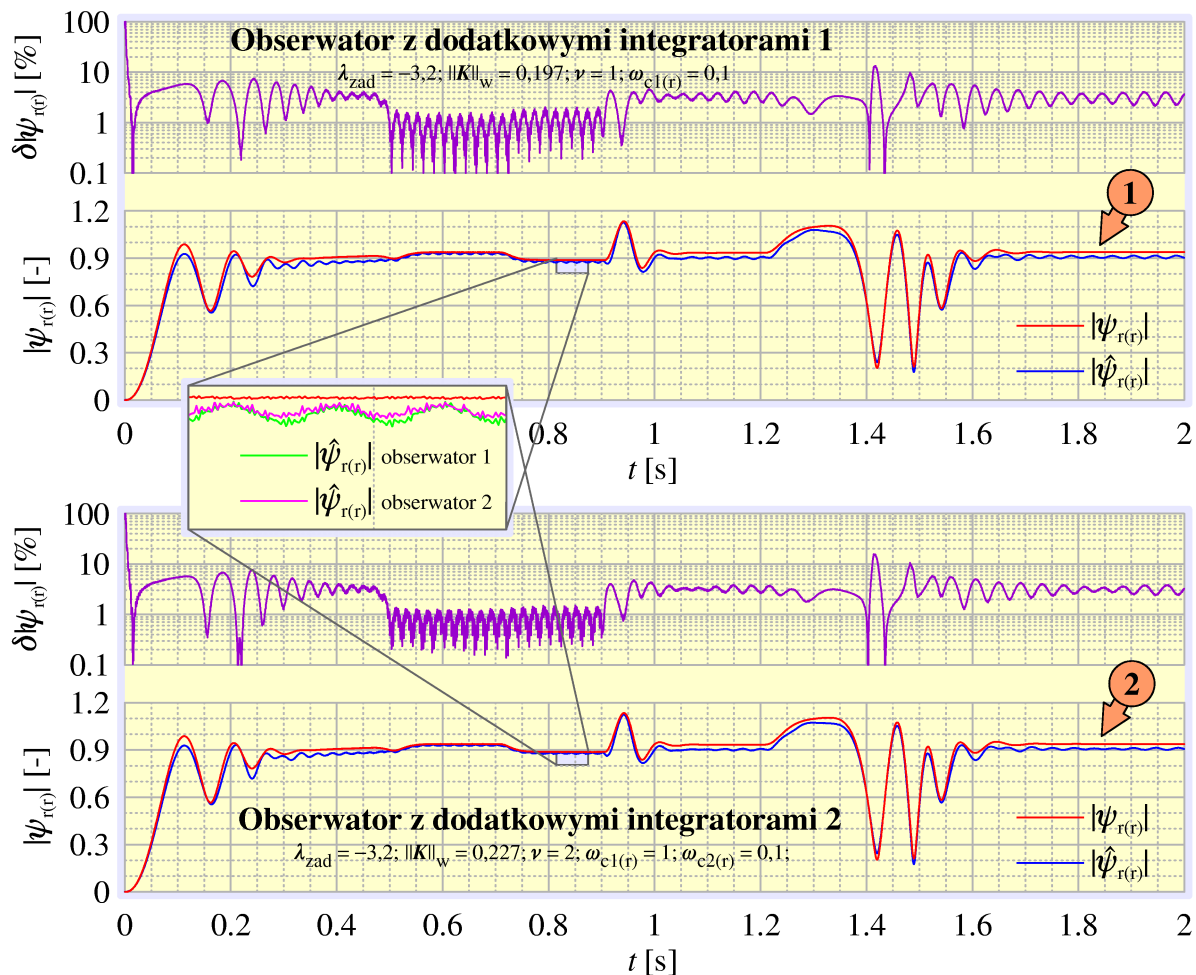
Na rysunku 4.2.3.1 przedstawiono wyniki badań obserwatora z dodatkowymi integratorami 1 dla dwóch różnych nastaw integratora odpornego na składową stałą. Przeprowadzone badania wykazały, że integratory odporne na składową stałą powinny w obserwatorze z dodatkowymi integratorami pracować przy silniejszym tłumieniu (większa wartość  $\omega_{c1(r)}$ ) niż w obserwatorach całkujących. Na pierwszym wykresie przedstawiono wyniki uzyskane dla  $\omega_{c1(r)} = 0,01$ , czyli wartości, która w przypadku obserwatorów całkujących w zadanych warunkach symulacji okazała się wystarczającą do uniknięcia kumulacji składowej stałej (rys. 4.2.2.1). Jednak w przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami wartość sygnału wyjściowego dodatkowego integratora  $h_{11}$  (pierwszy element wektora  $\mathbf{h}_1$  opisanego równaniem 2.4.1.39) stale rośnie w wyniku kumulacji składowej stałej (pomarańczowa linia pomocnicza na rys. 4.2.3.1 wskazywana przez znacznik 1). W przypadku obserwatorów całkujących negatywne skutki kumulacji składowej stałej pojawiają się dopiero gdy sygnał wyjściowy integratora osiągnie wartość na tyle dużą, by w praktycznej realizacji spowodować powstanie błędów numerycznych. W przypadku obserwatorów z dodatkowymi integratorami, niekorzystne efekty pojawiają się od razu i narastają wraz z narasta-



**Rys. 4.2.3.1. Wyniki symulacyjnych badań wpływu nastaw integratorów odpor-  
nych na składową stałą na pracę obserwatora z dodatkowymi integratorami**

niem wartości sygnału wyjściowego integratora. W przebiegu strumienia odtwarzanego w obserwatorze całującym 1 efekty te ujawniają się w postaci oscylacji o wolno lecz stale narastającej amplitudzie (znaczniki 2 i 3 na rys. 4.2.3.1). Związany z tym proces narastania wartości błędów odtwarzania strumienia magnetycznego pokazuje pomarańczowa linia pomocnicza wskazywana przez znacznik 4. Na drugim wykresie zamieszczonym na rysunku 4.2.3.1 przedstawiono wyniki uzyskane dla obserwatora

z dodatkowymi integratorami 1 po dziesięciokrotnym zwiększeniu wartości  $\omega_{c1(r)}$ . Zwiększenie wartości  $\omega_{c1(r)}$  rozwiązało problem kumulacji składowej stałej o czym świadczą przebiegi sygnałów wyjściowych integratora  $h_{11}$  i  $h_{12}$  pozbawione dryftu.

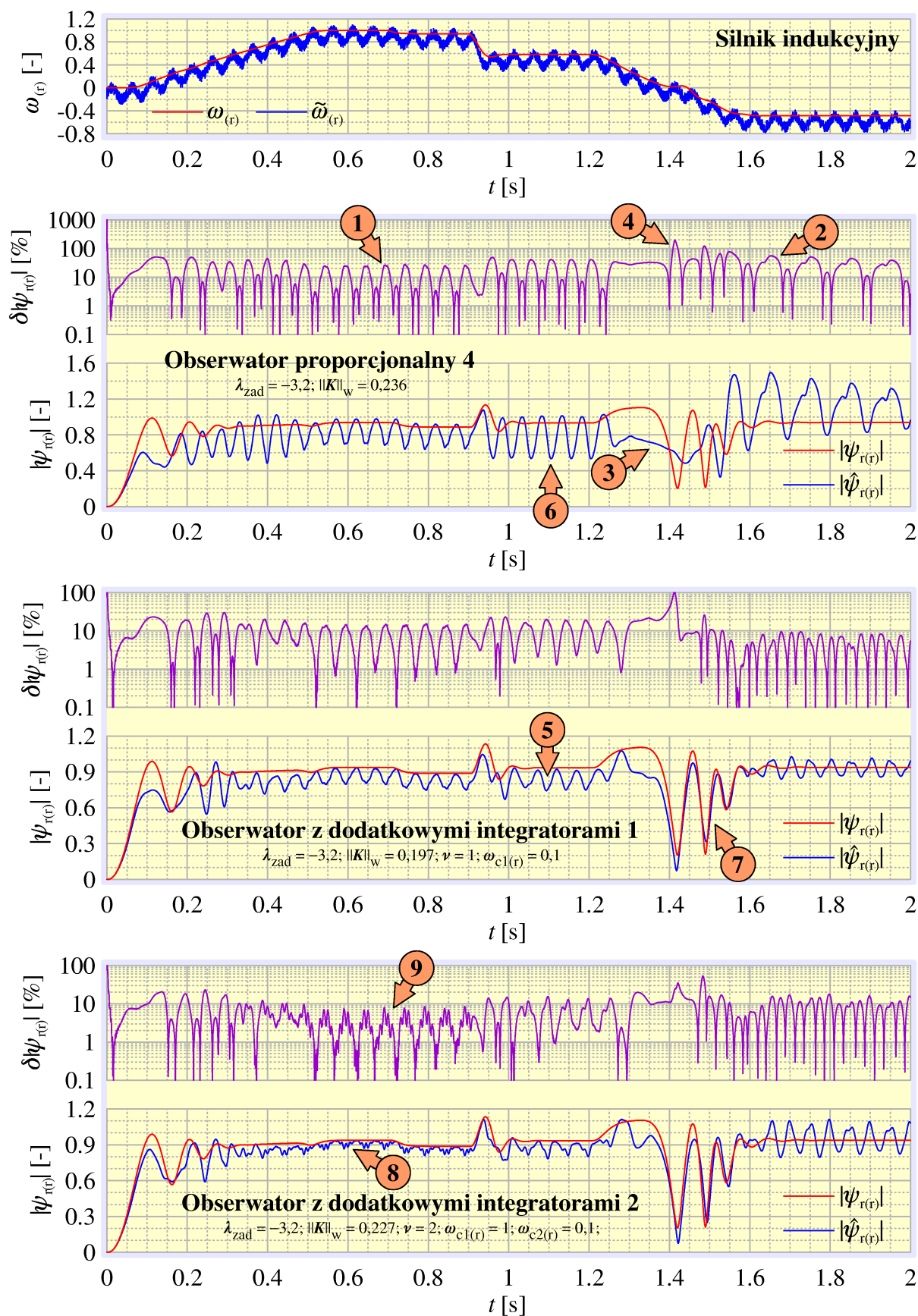


**Rys. 4.2.3.2. Wyniki symulacyjnych badań porównawczych obserwatorów proporcjonalnych z jednym i z dwoma dodatkowymi integratorami**

Na rysunku 4.2.3.2 przedstawiono wyniki badań obserwatorów z dodatkowymi integratorami 1 i 2. Badania przeprowadzono w symulowanych warunkach opisanych na początku rozdziału 4.2, takich samych jak wszystkie dotychczas przeprowadzone symulacje (patrz przypis na str. 118). Przeprowadzone w tych warunkach badania wykazały, że jakość odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika w obserwatorach z dodatkowymi integratorami jest podobna jak w obserwatorze proporcjonalnym 4, o porównywalnych właściwościach dynamicznych. Obydwa obserwatory z dodatkowymi integratorami pracowały poprawnie we wszystkich stanach pracy silnika. Błędy odtwarzania strumienia magnetycznego nie przekraczały kilku procent. W niektórych stanach pracy obserwatory z dodatkowymi integratorami zapewniały nieco lepszą jakość odtwarzania strumienia magnetycznego niż porównywalny obserwator proporcjonalny (znaczniki 1 i 2 na rys. 4.2.3.2 i znacznik 8 na rys. 4.2.1.2). Również różni-

ca jakości odtwarzania pomiędzy obserwatorem z jednym, a z dwoma dodatkowymi integratorami jest w tych warunkach bardzo niewielka. Z powiększonego fragmentu rysunku 4.2.3.2 wynika, że przebieg strumienia magnetycznego odtwarzany w obserwatorem z dwoma dodatkowymi integratorami ( $\nu = 2$ ) wykreślony kolorem fioletowym, leży nieznacznie bliżej przebiegu modelu silnika (kolor czerwony) niż przebieg odtwarzany w obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem (przebieg zielony). Również zaburzenia zawarte w przebiegu odtwarzanym w obserwatorem z dodatkowymi integratorami 2 mają nieco mniejszą amplitudę niż zaburzenia zawarte w przebiegu odtwarzanym w obserwatorem z dodatkowymi integratorami 1.

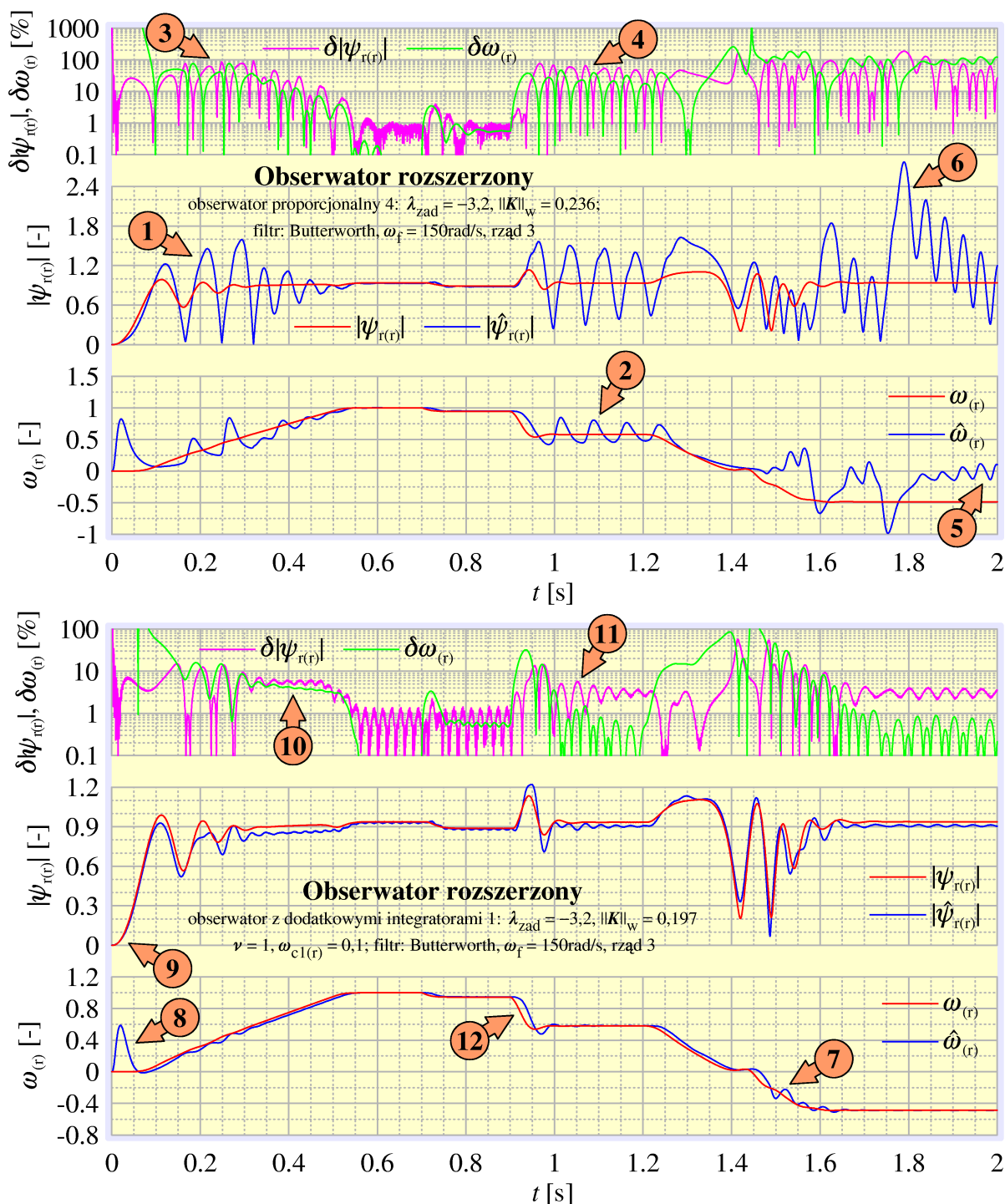
Przedstawione na rysunku 4.2.3.2 wyniki badań nie wykazały aby zastosowanie dodatkowych integratorów w obserwatorem proporcjonalnym przyniosło znaczące korzyści. Należy jednak zwrócić uwagę, że w dotychczas przeprowadzonych symulacjach zakładano stosunkowo niski poziom zakłóceń obecnych w przebiegu prędkości obrotowej podawanej na wejście obserwatorów, podczas gdy zyski z zastosowania dodatkowych integratorów powinny się ujawnić przy dużych zawartościach zakłóceń w tym przebiegu. W związku z tym, podczas badań, których wyniki przedstawiono na rysunku 4.2.3.3, wartości wszystkich zakłóceń dodawanych do przebiegu prędkości obrotowej zwiększono stokrotnie. Na pierwszym wykresie na rysunku 4.2.3.3 porównano traktowany jako rzeczywisty przebieg prędkości obrotowej modelu silnika ( $\omega_{(r)}$ ) oraz zakłócony przebieg prędkości obrotowej podawany na wejścia obserwatorów ( $\tilde{\omega}_{(r)}$ ). Przy tak dużej zawartości zakłóceń w przebiegu prędkości obrotowej obserwator proporcjonalny 4, nie wyposażony w dodatkowe integratory, nie zapewnia poprawnego odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika silnika. Błędy odtwarzania strumienia wynoszą od 30% (znacznik 1 na rys. 4.2.3.3), do 50% (znacznik 2). W stanach nieustalonych takich jak nawrót silnika, strumień magnetyczny wirnika odtwarzany w obserwatorem proporcjonalnym całkowicie źle odwzorowuje przebieg strumienia rzeczywistego (znacznik 3), a błędy odtwarzania w tym stanie pracy chwilami przekraczają 100% (znacznik 4). Wyposażenie obserwatora proporcjonalnego w dodatkowy integrator przyniosło znaczącą poprawę jakości działania. Oscylacje zawarte w przebiegu odtwarzanym w obserwatorem z dodatkowymi integratorami 1 mają wyraźnie mniejszą amplitudę (znacznik 5) niż oscylacje zawarte w przebiegu odtwarzanym w obserwatorem proporcjonalnym 4 (znacznik 6). Dzięki temu błędy odtwarzania strumienia magnetycznego rzadko przekraczają wartość 20%. Ponadto, w trakcie nawrotu strumień odtwarzany w obserwatorem poprawnie odwzorowuje kształt przebiegu strumienia modelu symulacyjnego silnika (znacznik 7). Wyposażenie obserwatora proporcjonalnego w drugi dodatkowy integrator przynosi dalszą poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu. W większości stanów pracy silnika następuje dalsze zmniejszenie amplitudy oscylacji zawartych w przebiegu odtwarzanego strumienia (znacznik 8), co powoduje, że błędy odtwarzania strumienia w niektórych stanach pracy spadają poniżej 10% (znacznik 9).



Rys. 4.2.3.3. Wyniki symulacyjnych badań obserwatorów w warunkach silnych zakłóceń zawartych w przebiegu prędkości obrotowej

### 4.2.3.2. Badania symulacyjne rozszerzonych obserwatorów strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego

Na rysunkach 4.2.3.4 i 4.2.3.5 przedstawiono wyniki badań obserwatorów rozszerzonych opisanych w rozdziale 2.4.2, zbudowanych w oparciu o obserwatory z dodatkowymi integratorami 1 i 2 oraz, dla porównania, w oparciu o obserwator proporcjonalny-

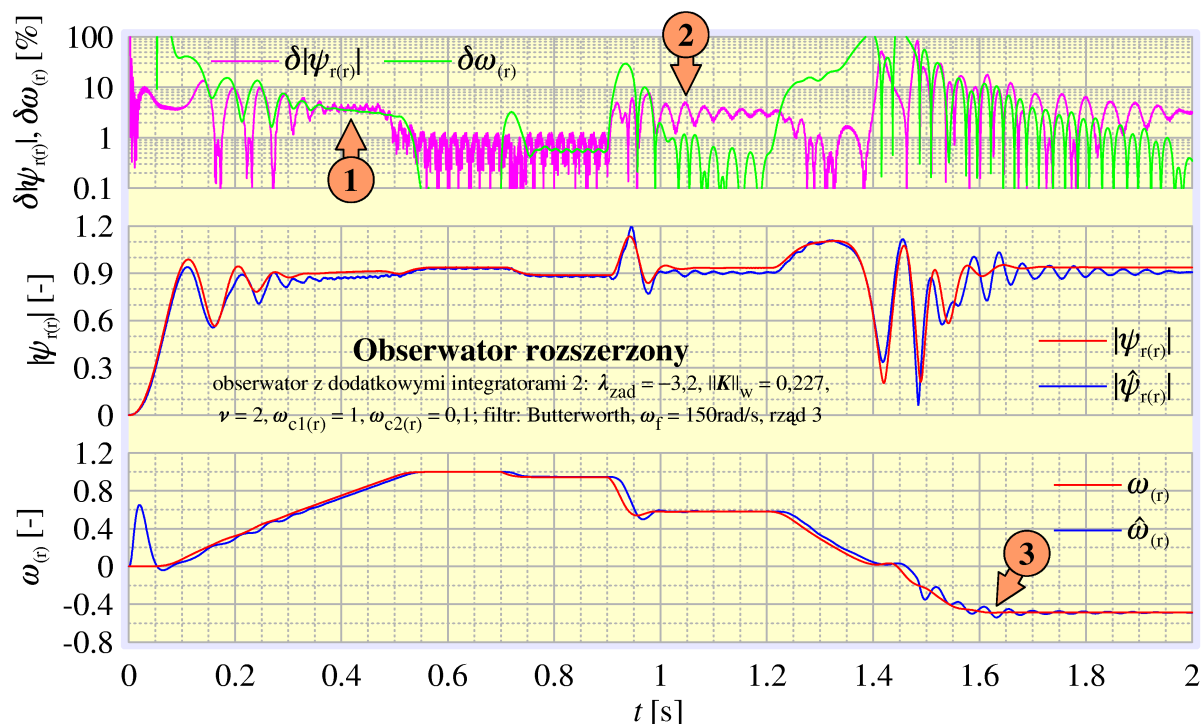


Rys. 4.2.3.4. Wyniki symulacyjnych badań obserwatorów rozszerzonych – część 1



ny 4. Rozważania przeprowadzone w rozdziale 2.4 wykazały, że obserwator proporcjonalny nie powinien być stosowany w złożonych strukturach odtwarzania strumienia magnetycznego i prędkości obrotowej, takich jak obserwator rozszerzony. Obserwator ten charakteryzuje się brakiem odporności na zakłócenia nałożone na przebieg prędkości obrotowej podawany na jego wejście, co powoduje wzmacnianie błędów odtwarzania w zamkniętej pętli odtwarzania prędkości obrotowej. Pomimo tych przeciwwskazań, oprócz obserwatorów rozszerzonych z obserwatorami z dodatkowymi integratorami, przebadano również obserwator rozszerzony z obserwatorem proporcjonalnym. Celem tych badań było określenie stopnia w jakim poprawi się jakość odtwarzania zmiennych stanu obserwatora rozszerzonego po wprowadzeniu do struktury obserwatora proporcjonalnego dodatkowych integratorów. Wyniki uzyskane dla obserwatora rozszerzonego z obserwatorem proporcjonalnym przedstawiono na pierwszym wykresie na rysunku 4.2.3.4. Obserwator ten nie działa poprawnie. Odtwarzane przebiegi zarówno strumienia magnetycznego wirnika, jak i prędkości obrotowej, w większości stanów pracy silnika, zawierają zaburzenia o bardzo dużych wartościach (znaczniki 1 i 2 na rys. 4.2.3.4). Wartości błędów odtwarzania prędkości obrotowej i strumienia magnetycznego osiągają wtedy bardzo duże wartości od kilkudziesięciu do stu procent (znaczniki 3 i 4). Sytuacja jest najgorsza w trakcie i po nawrocie silnika. W tym stanie pracy, wartość odtwarzanej prędkości obrotowej po silnych wahaniami zaczyna oscylować wokół zera (znacznik 5), czyli wartości bardzo odległej od wartości rzeczywistej prędkości obrotowej. Towarzyszą temu stuprocentowe i większe błędy odtwarzania strumienia magnetycznego (znacznik 6). Należy zwrócić uwagę, że nawet po zakończeniu nawrotu silnika, odtwarzane przebiegi ciągle są bardzo odległe od przebiegów modelu silnika, a obserwator nie powraca do prawidłowej pracy.

Wyposażenie wchodzącego w skład obserwatora rozszerzonego obserwatora proporcjonalnego w dodatkowy integrator przynosi znaczną poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu (drugi wykres na rys. 4.2.3.4). Przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej prawidłowo odwzorowuje przebieg prędkości modelu silnika. Większe zaburzenia pojawiają się tylko w stanach nieustalonych takich jak nawrót (znacznik 7). Największe błędy odtwarzania prędkości obrotowej występują w pierwszej chwili rozruchu silnika (znacznik 8), gdy wartość modułu strumienia wirnika silnika narasta od zera i jest jeszcze niewielka (znacznik 9). Błędy te są związane z dzieleniem przez wartość modułu strumienia wirnika występującym w estymatorze prędkości obrotowej opisanym równaniem (2.4.2.3) a wchodzącym w skład obserwatora rozszerzonego (patrz rys. 2.4.1 i 2.4.2.1). Efekt ten występuje w każdym obserwatorze rozszerzonym o rozważanej strukturze, lecz tylko w tym jednym stanie pracy. We wszystkich innych stanach pracy moduł strumienia wirnika silnika ma wartości większe od zera. Strumień magnetyczny odtwarzany w obserwatorze rozszerzonym z obserwatorem z dodatkowymi integratorami 1 również jest odtwarzany poprawnie. Błędy odtwarzania utrzymują się na poziomie kilku procent, rzadko i na krótko przekraczając wartość 10%. Różnica w jakości odtwarzania zmiennych stanu pomiędzy obserwatorami

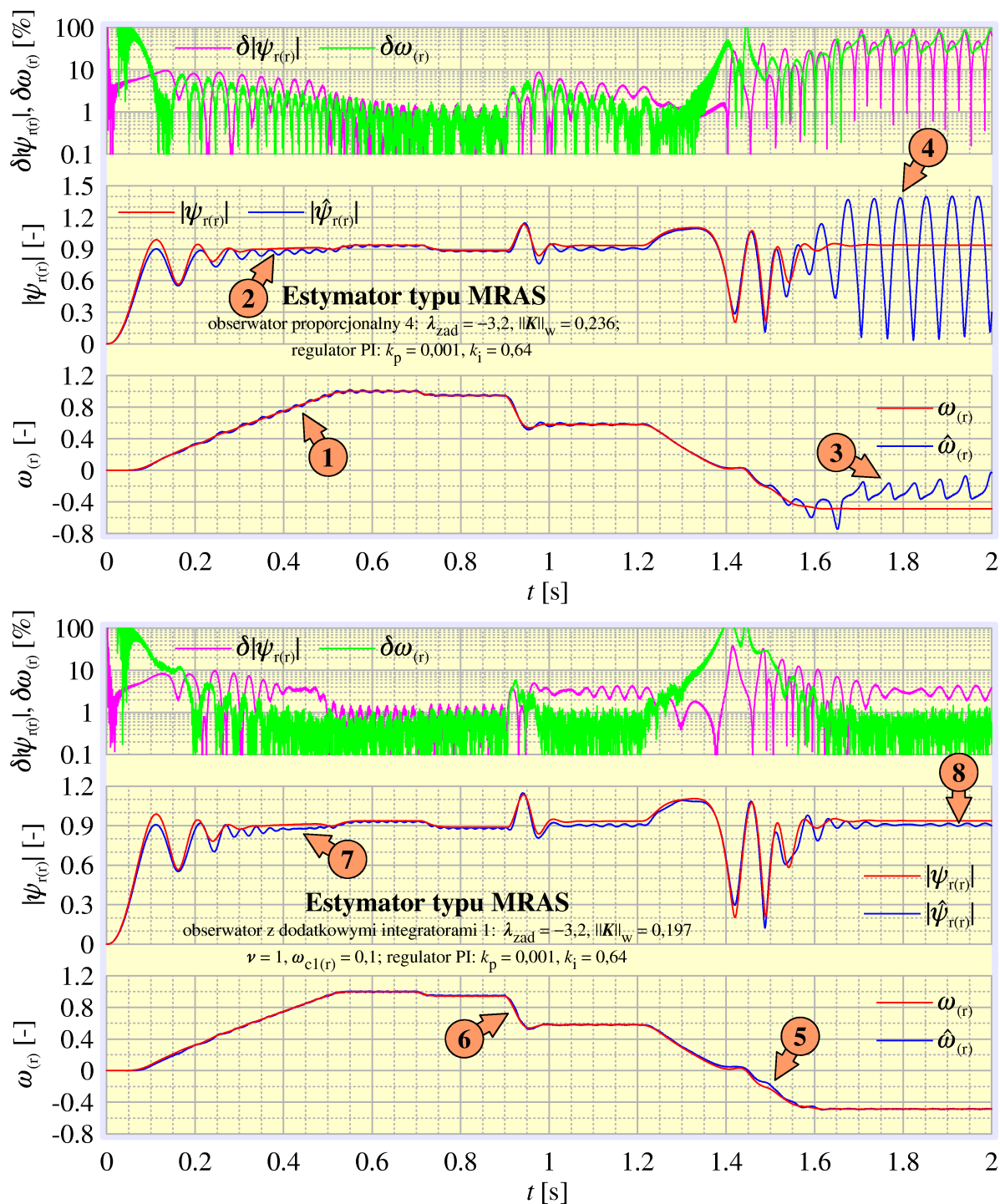


**Rys. 4.2.3.5. Wyniki symulacyjnych badań obserwatorów rozszerzonych – część 2**

rozszerzonymi z obserwatorami z jednym i z dwoma dodatkowymi integratorami jest niewielka. W niektórych stanach pracy błędy odtwarzania strumienia magnetycznego są mniejsze w obserwatorze rozszerzonym z obserwatorem z dodatkowymi integratorami 2 niż w obserwatorze rozszerzonym z obserwatorem z dodatkowymi integratorami 1 (znaczniki 1 i 2 na rys. 4.2.3.5 i odpowiednio znaczniki 10 i 11 na rys. 4.2.3.4). Z kolei w trakcie nawrotu silnika oscylacje pojawiające się w przebiegu odtwarzanej prędkości obrotowej zanikają wolniej w obserwatorze z dwoma dodatkowymi integratorami niż w obserwatorze z jednym (znacznik 7 na rys. 4.2.3.4 i znacznik 3 na rys. 4.2.3.5). Oznacza to, że w rozpatrywanym przypadku mechanizm tłumienia zakłóceń nakładających się na przebieg prędkości obrotowej podawanej na wejście obserwatora z dodatkowymi integratorami, działa wystarczająco dobrze już przy zastosowaniu jednego dodatkowego integratora. Dalsze zwiększanie liczby dodatkowych integratorów nie jest więc w praktyce uzasadnione, gdyż nie przynosi widocznej poprawy jakości odtwarzania zmiennych stanu.

#### 4.2.3.3. Badania symulacyjne estymatorów typu MRAS strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego

W przypadku estymatorów typu MRAS o strukturze opisanej w rozdziale 2.4.3, tak jak w przypadku obserwatorów rozszerzonych, w badaniach wykorzystano tę samą strukturę estymatora wyposażoną kolejno w trzy różne obserwatory. W szczególności, wszystkie przebadane symulacyjnie estymatory typu MRAS miały takie same nastawy regulatorów PI. W badaniach symulacyjnych wykorzystano nastawy regulatora

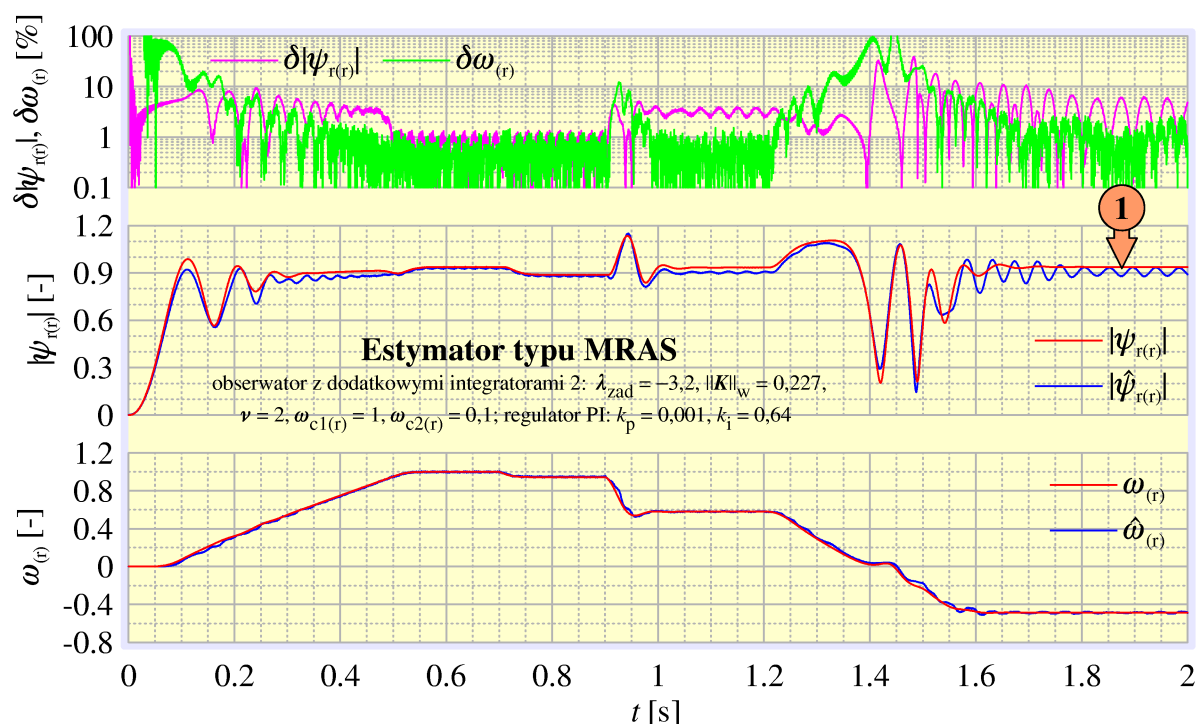


Rys. 4.2.3.6. Wyniki symulacyjnych badań estymatorów typu MRAS – część 1

PI o wartościach dobranych empirycznie podczas badań laboratoryjnych opisanych w rozdziale 5.4. W warunkach badań laboratoryjnych, zastosowanie właśnie tych nastaw spośród wszystkich przetestowanych przyniosło najlepsze rezultaty.

Estymator typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym 4 działał poprawnie w większości stanów pracy silnika. Pomimo widocznych oscylacji w przebiegu od-

tworzanej prędkości obrotowej (znacznik 1 na rys. 4.2.3.6), przenoszących się na przebieg odtwarzanego strumienia magnetycznego (znacznik 2), błędy odtwarzania strumienia magnetycznego i prędkości obrotowej utrzymują się na poziomie nie przekraczającym 10%. Wyjątkiem jest stan nawrotu silnika. W trakcie nawrotu, wartość odtwarzanej prędkości obrotowej przestaje nadążać za wartością prędkości modelu silnika i błędy jej odtwarzania stale rosną, nie malejąc nawet po zakończeniu nawrotu (znacznik 3). Niemalającym błędom odtwarzania prędkości obrotowej towarzyszą osiągające 100% błędy odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika (znacznik 4). Estymator typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym 4 nie przeszedł więc poprawnie nawrotu silnika, podobnie jak obserwator rozszerzony wyposażony w ten sam obserwator (znaczniki 5 i 6 na rys. 4.2.3.4 i odpowiednio znaczniki 3 i 4 na rys. 4.2.3.6).



**Rys. 4.2.3.7. Wyniki symulacyjnych badań estymatorów typu MRAS – część 2**

Po wyposażeniu w obserwator z jednym dodatkowym integratorem, estymator typu MRAS poprawnie przechodzi nawrót silnika. Przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej bardzo dokładnie odwzorowuje przebieg prędkości modelu silnika (znaczniki 5 i 6 na rys 4.2.3.6), również w stanach pracy, w których obserwator rozszerzony z tym samym obserwatorem odtwarzał prędkość z dużymi błędami (znaczniki 7 i 12 na rys. 4.2.3.4). W Estymatorze typu MRAS z obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem błędy odtwarzania prędkości obrotowej w większości stanów pracy silnika utrzymują się na niskim poziomie ok. 1%. Widoczna jest również poprawa jakości odtwarzania strumienia magnetycznego, w stosunku do estymatora typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym, objawiająca się mniejszą zawartością oscylacji

w przebiegu odtwarzanego strumienia wirnika (znaczniki 2 i 7 na rys. 4.2.3.6). Po zastąpieniu w strukturze MRAS obserwatora z jednym integratorem obserwatorem z dwoma integratorami jakość odtwarzania zmiennych stanu nie uległa widocznej poprawie (rys. 4.2.3.7). Estymator ten pracuje równie dobrze w większości stanów pracy silnika, za wyjątkiem stanu ustalonego po nawrocie silnika. W tym stanie pracy w estymatorze z obserwatorem z dwoma integratorami w odtwarzanym przebiegu strumienia magnetycznego wirnika pojawiają się oscylacje (znacznik 1 na rys. 4.2.3.7), które w przypadku estymatora z obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem były znacznie mniejsze (znacznik 8 na rys. 4.2.3.6). Wynika stąd, że w przypadku estymatora typu MRAS, podobnie jak w przypadku obserwatora rozszerzonego, nie jest uzasadnione stosowanie w jego strukturze obserwatora z więcej niż jednym dodatkowym integratorem.



## ***Badania laboratoryjne obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego***

---

W trakcie laboratoryjnych badań układów odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego zawsze pojawia się problem oceny jakości działania badanych układów. Najprostszą metodą oceny jest analiza błędów odtwarzania zmiennych stanu, lecz do obliczenia wartości tych błędów wymagana jest znajomość rzeczywistych wartości odtwarzanych zmiennych stanu. W przypadku strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego pomiar ich rzeczywistych wartości jest zwykle niemożliwy. Można w takich przypadkach przyjąć inny sposób postępowania. Układ odtwarzania zmiennych stanu jest częścią składową układu sterowania działającego w pętli sprzężenia zwrotnego od wartości odtwarzanych zmiennych stanu. Celem nadrzędnym w tym przypadku jest dobra jakość działania całego układu regulacji. W wyniku przeprowadzonych badań, za najlepszy należy uznać ten układ odtwarzania zmiennych stanu, który zapewnia najlepszą jakość działania całego układu regulacji. Tą właśnie metodą przebadano obserwatory zmiennych stanu silnika indukcyjnego opisane w rozdziale 2, wykorzystując układ sterowania multiskalarnego. Dodatkowo, przebiegi zmiennych stanu odtwarzanych w badanym obserwatorze porównywano z przebiegami odtwarzanymi w obserwatorze odniesienia, opisanym w rozdziale 5.1.3. Dokładność działania tego obserwatora potwierdzają wyniki badań przedstawione między innymi w pracach [45, 47]. Badań laboratoryjne przeprowadzono dla obserwatorów wybranych spośród obserwatorów przebadanych w rozdziale 4. Obserwatory te zostały zaprojektowane dla silnika indukcyjnego o parametrach podanych w załączniku B.1.

## 5.1. Badania obserwatorów w multiskalarnym układzie sterowania silnika indukcyjnego

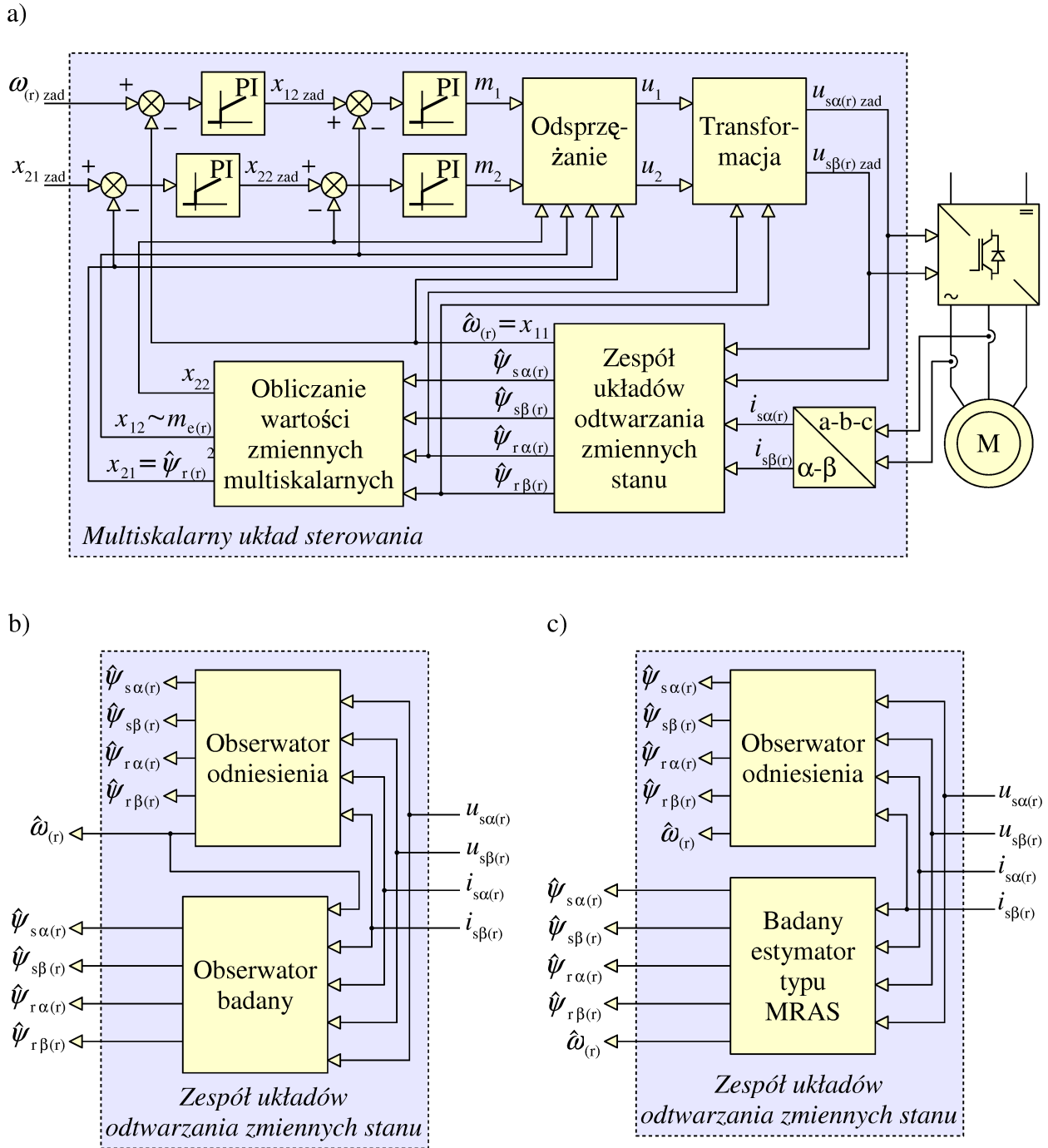
Badania laboratoryjne przeprowadzono przy wykorzystaniu multiskalarnego układu sterowania silnika indukcyjnego, o strukturze przedstawionej na rysunku 5.1.1a i opisanej w rozdziale 5.1.1. Z punktu widzenia badań obserwatorów, najważniejszą częścią układu sterowania jest blok przedstawiony na rysunku 5.1.1a i nazwany „zespołem układów odtwarzania zmiennych stanu”. W skład tego zespołu wchodził obserwator odniesienia oraz badany obserwator lub estymator typu MRAS. Główną rolą obserwatora odniesienia, opisanego w rozdziale 5.1.2, było dostarczanie przebiegów odtwarzanych strumieni magnetycznych, traktowanych jako wzorcowe. Wartości strumieni magnetycznych odtwarzane w obserwatorze odniesienia nie były wykorzystywane w układzie sterowania. W odniesieniu do wartości tych strumieni obliczano błędy odtwarzania strumieni odtwarzanych w obserwatorze lub estymatorze badanym. Podczas badań obserwatorów proporcjonalnych i całkujących, których jednym z sygnałów wejściowych jest prędkość obrotowa silnika, wykorzystano w tym celu prędkość obrotową odtwarzaną w obserwatorze odniesienia<sup>15</sup> (rys. 5.1.1b), wykorzystaną również jako sygnał sprzężenia zwrotnego w układzie sterowania.

W trakcie badań estymatorów typu MRAS, które nie wymagają pomiaru prędkości obrotowej, prędkość odtwarzana w obserwatorze odniesienia była wykorzystywana tylko jako przebieg porównawczy (rys. 5.1.1c). Ze względu na opóźnienie czasowe przebiegu prędkości obrotowej odtwarzanej w obserwatorze odniesienia względem prędkości rzeczywistej, błędy odtwarzania prędkości obrotowej estymatora badanego były obliczane względem prędkości obrotowej mierzonej przy wykorzystaniu enkodera optycznego.

W trakcie badań laboratoryjnych, jakość odtwarzania zmiennych stanu w badanym układzie odtwarzania oceniano na dwa sposoby. Pierwszy sposób polega na analizie przebiegów zmiennych układu sterowania i oceny jego jakości regulacji. Przyjęto tutaj założenie, że im lepsza jest jakość odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorze badanym, tym lepsza będzie jakość regulacji układu sterowania, który wykorzystuje wartości tych zmiennych jako sygnały sprzężenia zwrotnego. Sposób w jaki należy interpretować przebiegi zmiennych układu sterowania podano w rozdziale 5.1.1. Drugim sposobem oceny jakości odtwarzania zmiennych stanu jest porównanie przebiegów zmiennych odtwarzanych w obserwatorze badanym z przebiegami tych samych zmiennych odtwarzanymi w obserwatorze odniesienia. Przyjęto tutaj założenie, że jakość odtwarzania badanego obserwatora jest tym lepsza im mniejsze są różnice wartości zmiennych stanu w nim odtwarzanych a odtwarzanych w obserwatorze od-

---

<sup>15</sup> Wykorzystanie obserwatora odniesienia jako źródła sygnału odtwarzanej prędkości obrotowej dla innego obserwatora, odtwarzającego strumienie magnetyczne, jest uzasadnione tylko w przypadku przeprowadzonych badań porównawczych. Stosowanie takiego połączenia w praktyce jest całkowicie nieracjonalne. W praktycznej realizacji układu sterowania z obserwatorem proporcjonalnym lub całkującym, gdy w układzie sterowania nie ma obserwatora odniesienia, wymagany jest pomiar prędkości obrotowej.



**Rys. 5.1.1. Schematy blokowe: a) układu sterowania wykorzystanego w badaniach laboratoryjnych; b) zespołu układów odtwarzania zmiennych stanu wykorzystanego w badaniach obserwatorów proporcjonalnych i całkujących; c) zespołu układów odtwarzania zmiennych stanu wykorzystanego w badaniach estymatorów typu MRAS**

niesienia. W trakcie badań laboratoryjnych porównywano jakość odtwarzania różnych układów odtwarzania zmiennych stanu w dwóch wybranych stanach nieustalonych. Pierwszym z nich jest nawrót silnika przy małej wartości zadanej początkowej i końcowej prędkości obrotowej wynoszącej 0,1 prędkości znamionowej silnika  $\omega_n$ .



Drugim z analizowanych stanów nieustalonych było przyspieszanie od  $0,1\omega_h$  do  $0,3\omega_h$  lub  $0,4\omega_h$ , z jednoczesnym odzwzbudzaniem – skokowym zmniejszeniem zadanej wartości zmiennej  $x_{21}$  z 1 na 0,7.

Układ sterowania wraz z układami odtwarzania zmiennych stanu został w praktyce zrealizowany przy wykorzystaniu procesora sygnałowego w 32-bitowej arytmetyce zmiennoprzecinkowej. Operacje całkowania wykonywano przy zastosowaniu metody prostokątów. Okres całkowania, będący za razem okresem fali nośnej PWM wynosił  $150 \mu s$ , częstotliwość próbkowania całego systemu wyniosła więc  $6666,7 \text{ Hz}$ . Ze względu na ograniczoną pamięć procesora sygnałowego, aby wydłużyć czas rejestracji przebiegów, podczas zapisu danych konieczne było wprowadzenie dodatkowego dzielnika częstotliwości. Wartość tego dzielnika była zmienna, zależna od długości rejestrowanego przedziału czasowego. Wartość tę podano na rysunkach, dla każdej rejestracji. Wprowadzone ograniczenie częstotliwości w trakcie rejestracji, jest przyczyną pogorszenia jakości niektórych zarejestrowanych przebiegów, zwłaszcza w szybkozmiennych stanach nieustalonych. Aby podczas analizy przebiegów możliwa była ocena wpływu częstotliwości zapisu na ich jakość, na wykresach kolejne zarejestrowane próbki wyraźnie oznaczono punktami. Należy pamiętać, że w przedziale czasowym pomiędzy dwoma zarejestrowanymi punktami, w rzeczywistości mieściło się tyle okresów próbkowania procesora, ile wynosi wartość dzielnika zapisu.

### 5.1.1. Multiskalarny układ sterowania

Schemat blokowy wykorzystanego układu sterowania przedstawiono na rysunku 5.1.1a. Działanie tego układu, szerzej opisanego w pracach [47, 45], analizuje się wykorzystując multiskalarne zmienne stanu silnika indukcyjnego [1], zdefiniowane następującymi zależnościami:

$$x_{11} = \omega_{(r)} , \quad (5.1.1.1)$$

$$x_{12} = \psi_{r\alpha(r)} i_{s\beta(r)} - \psi_{r\beta(r)} i_{s\alpha(r)} , \quad (5.1.1.2)$$

$$x_{21} = \psi_{r\alpha(r)}^2 + \psi_{r\beta(r)}^2 , \quad (5.1.1.3)$$

$$x_{22} = \psi_{r\alpha(r)} i_{s\alpha(r)} + \psi_{r\beta(r)} i_{s\beta(r)} . \quad (5.1.1.4)$$

Zmienna  $x_{11}$  jest równa co do wartości prędkości obrotowej silnika, a jej wartość zadana  $x_{11 \text{ zad}}$  jest pierwszą z dwóch wielkości wejściowych układu sterowania. Zmienna  $x_{12}$  ma wartość proporcjonalną do momentu elektromagnetycznego silnika  $m_{e(r)}$ , co wynika z równań (5.1.1.2) i (2.1.1.11). Na jakość regulacji tej zmiennej największy wpływ ma jakość odtwarzania prędkości obrotowej silnika. Ma to szczególne znaczenie podczas interpretacji wyników badań estymatorów typu MRAS, opisanych w rozdziale 5.4. Im bardziej przebieg zmiennej  $x_{12}$  jest zniekształcony i im więcej zawiera zaburzeń, tym gorsza jest jakość odtwarzania prędkości obrotowej  $\omega_{(r)}$ .

Zmienna  $x_{21}$  jest równa kwadratowi modułu strumienia wirnika silnika  $\psi_{r(t)}$ , a jej wartość jest regulowana tak, aby dążyła do wartości zadanej  $x_{21 \text{ zad}}$ , będącej drugim z dwóch sygnałów wejściowych układu sterowania. W przeprowadzonych badaniach laboratoryjnych wartość zadana zmiennej  $x_{21}$  była stała, lub zmieniała się skokowo. Wszelkie zaburzenia występujące w przebiegu tej zmiennej świadczą o jakości regulacji układu sterowania obniżonej w wyniku występowania w badanym obserwatorze lub estymatorze znacznych błędów odtwarzania strumienia magnetycznego wirnika. Krytyczne pod tym względem jest występujące w układzie regulacji odsprężanie (rys. 5.1.1a). Jego poprawne działanie, mające duży wpływ na jakość stabilizacji wartości zmiennej  $x_{21}$ , jest mocno uzależnione od jakości odtwarzania składowych strumienia magnetycznego wirnika  $\psi_{r\alpha(t)}$  i  $\psi_{r\beta(t)}$ . W poprawnie działającym układzie sterowania, wartość zmiennej  $x_{21}$  powinna być równa stałej wartości zadanej  $x_{21 \text{ zad}}$ .

Multiskalarna zmienna stanu  $x_{22}$  nie ma prostej interpretacji fizycznej. Jej przebiegi są w związku z tym trudne w interpretacji. Ponadto, ze względu na ograniczone możliwości rejestracji przebiegów, wartości tej zmiennej nie były w trakcie badań rejestrowane.

Wykorzystany układ sterowania współpracuje z falownikiem napięcia PWM. Wielkościami wyjściowymi układu sterowania są zadane wartości napięć stojana silnika  $u_{s\alpha(t)}$  i  $u_{s\beta(t)}$ . Wartości te, są również wykorzystywane jako sygnały wejściowe układów odtwarzania zmiennych stanu.

### 5.1.2. Obserwator odniesienia

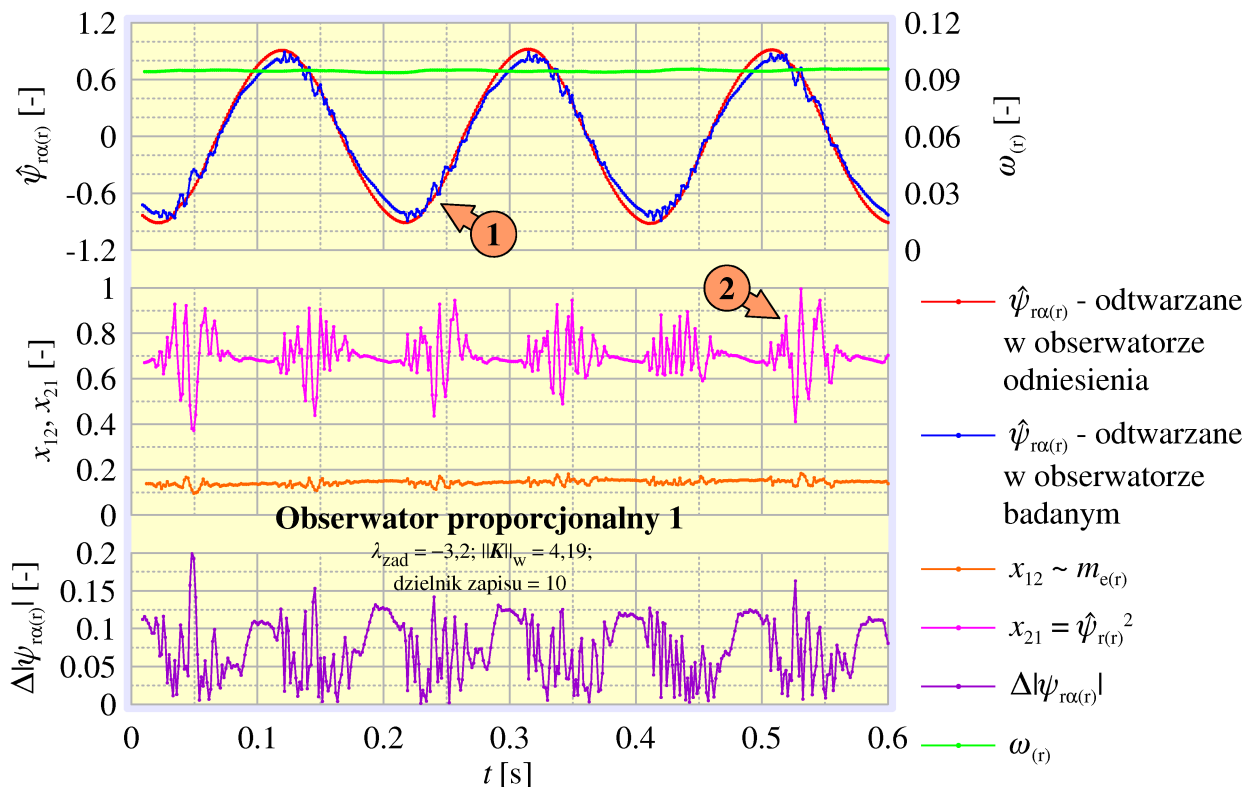
Obserwator prędkości obrotowej zastosowany jako obserwator odniesienia, jest źródłem przebiegów odtworzonych strumieni magnetycznych silnika, które traktowane jako wzorcowe, posłużyły do oceny jakości działania obserwatorów i estymatorów badanych. Dodatkowo, obserwator ten odtwarza prędkość obrotową silnika  $\omega_r$ , która jest podawana na wejście obserwatora badanego, a w przypadku estymatora badanego jest traktowana jako wielkość odniesienia.

Zastosowany obserwator odniesienia, opisany został w pracach [47, 45, 48, 51]. Obserwator ten jest układem złożonym, który można zaliczyć do rozszerzonych obserwatorów Luenbergera. Składa się z proporcjonalnego obserwatora Luenbergera i estymatora prędkości obrotowej pracujących w pętli sprzężenia zwrotnego. Ma on więc strukturę taką jak przedstawiona na rysunku 2.4.1a. Kolejną jego cechą wspólną z obserwatorem rozszerzonym opisanym w rozdziale 2.4.2, jest zastosowana filtracja przebiegu wyjściowego estymatora prędkości obrotowej. Istnieją jednak zasadnicze różnice w strukturze obydwu obserwatorów. Pomimo podobnych struktur zastosowanych w obydwu obserwatorach estymatorów prędkości obrotowej, estymator zastosowany w obserwatorze opisanym w rozdziale 2.4.2 do obliczenia wartości prędkości  $\omega_r$  wykorzystuje wartości pochodnych strumieni wirnika. Opisują to równania od

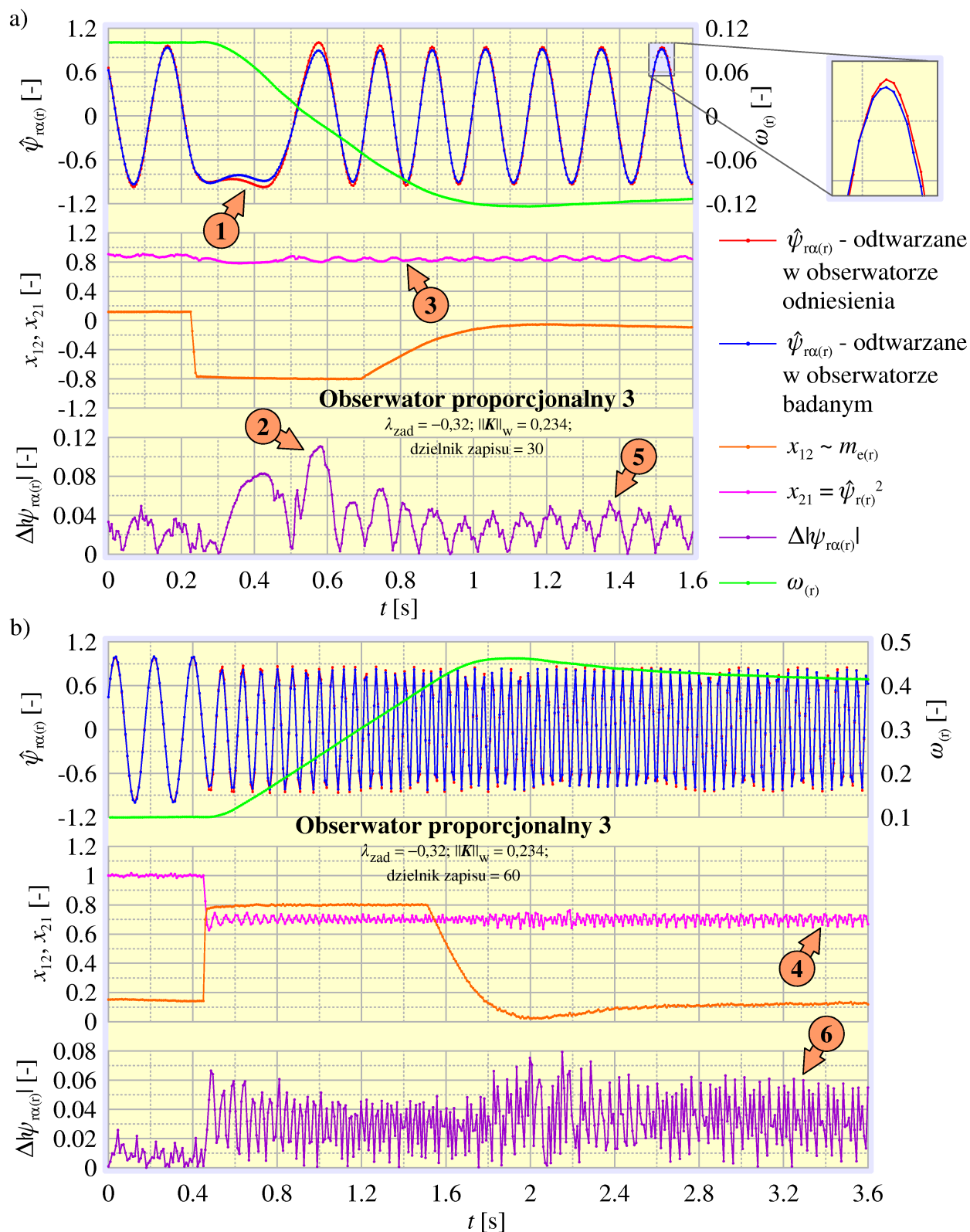
(2.4.2.1) do (2.4.2.3). W estymatorze zastosowanym w obserwatorze odniesienia, zamiast pochodnych strumieni wykorzystano dodatkowe zmienne stanu, o które rozbudowano model matematyczny obserwatora proporcjonalnego. Obserwator proporcjonalny zastosowany w strukturze obserwatora odniesienia ma zatem sześć równań i zmiennych stanu, a nie cztery jak obserwator proporcjonalny wykorzystany w obserwatorze rozszerzonym opisanym w rozdziale 2.4.2. Model matematyczny obserwatora odniesienia powstał zatem w inny sposób i został oparty na innych założeniach. Również w inny sposób przeprowadzono dobór jego parametrów. Wszystkie te różnice sprawiają, że obserwator odniesienia i obserwator rozszerzony opisany w rozdziale 2.4.2, pomimo ogólnie zbliżonej struktury, są zupełnie różnymi układami odtwarzania zmiennych stanu.

## 5.2. Badania laboratoryjne obserwatorów proporcjonalnych

Badania laboratoryjne wykazały lepszą jakość działania obserwatorów proporcjonalnych o małych wartościach wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ , potwierdzając przewidywania teoretyczne i wyniki badań symulacyjnych [12]. Na rysunku 5.2.1 przedstawiono przebiegi zarejestrowane w ustalonym stanie pracy układu sterowania z ob-



Rys. 5.2.1. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora proporcjonalnego 1 – stan ustalony przy małej prędkości obrotowej



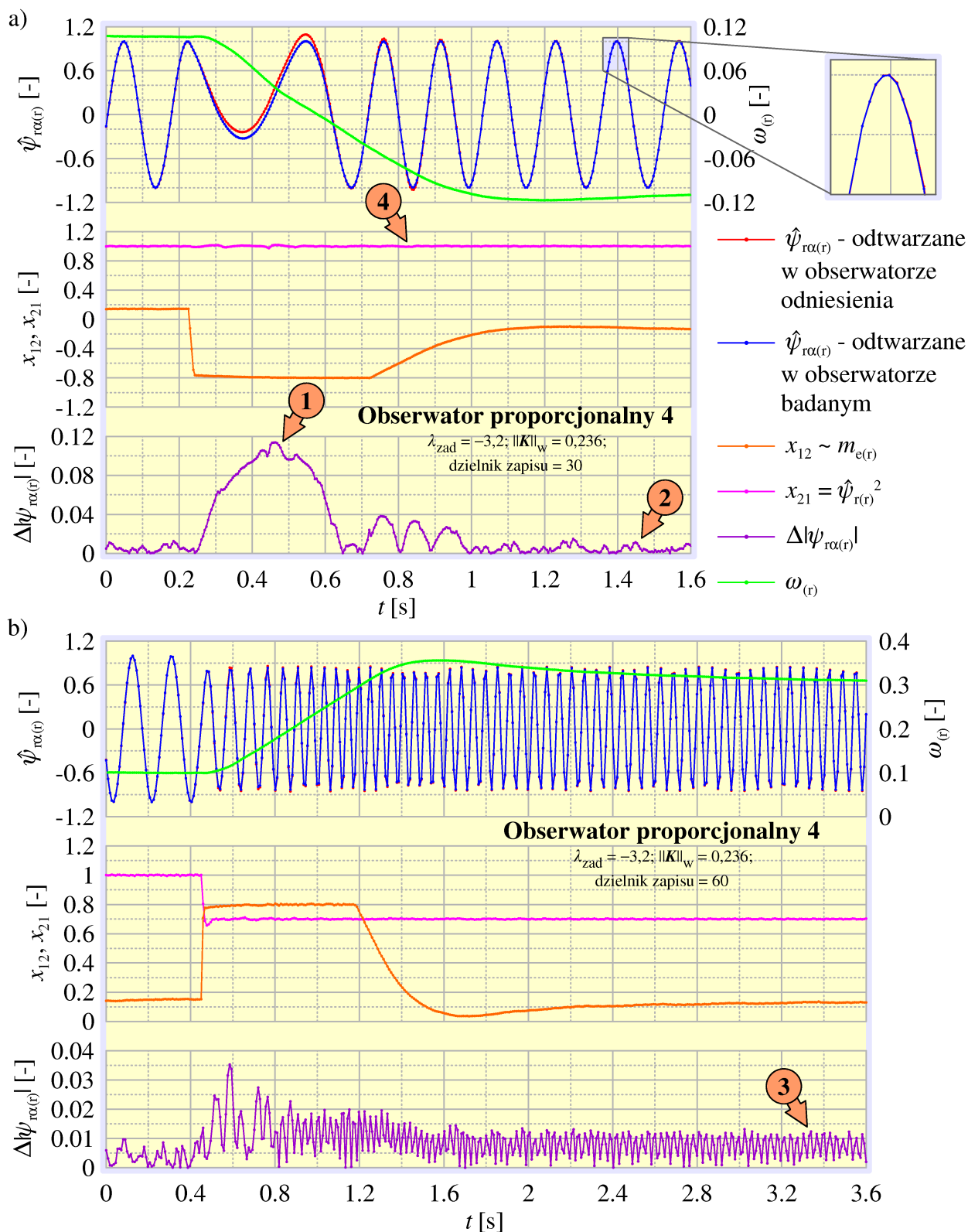
**Rys. 5.2.2. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora proporcjonalnego 3: a) nawrót przy małej prędkości obrotowej; b) przyspieszanie z jednoczesnym odzwzbudzeniem**

serwatorem proporcjonalnym 1, którego wskaźnik wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  ma dużą wartość, wynoszącą 4,19. Układ sterowania wyposażony w ten obserwator nie pracował w sposób poprawny. Przebieg odtwarzanego strumienia wirnika  $\hat{\Psi}_{r\alpha(r)}$  jest zniekształcony i zawiera szybkozmienne zaburzenia (znacznik 1 na rys. 5.2.1), uniemożliwiające prawidłową stabilizację wartości zmiennej stanu  $x_{21}$  (znacznik 2). Uzyskane wyniki pomiarowe uznano za dyskwalifikujące dla obserwatora proporcjonalnego 1, w związku z czym dalszych jego badań zaniechano.

Jeszcze gorsze efekty uzyskano stosując obserwator proporcjonalny 2, o równie dużej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ , wynoszącej 4,23. Układ sterowania wyposażony w ten obserwator działał niestabilnie, co objawiało się pojawiającymi się błędami numerycznymi. Uniemożliwiło to zarejestrowanie jakichkolwiek przebiegów. Należy zwrócić uwagę, że tłumienie błędów odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorze proporcjonalnym 2 ( $\lambda_{zad} = -0,32$ ) jest dziesięciokrotnie słabsze niż w obserwatorze proporcjonalnym 1 ( $\lambda_{zad} = -3,2$ ). Pomimo tego, że w obydwu obserwatorach efekty związane ze wzmacnianiem zakłóceń są równie silne (zbliżone wartości  $\|\mathbf{K}\|_w$ ), to silniejsze tłumienie błędów obserwatora proporcjonalnego 1 pozwoliło zmniejszyć skutki występowania tych efektów na tyle, aby jego uruchomienie w układzie sterowania stało się możliwe.

Obserwator proporcjonalny 3 ma zbliżone wartości wartości własnych jak obserwator proporcjonalny 2, ma on jednak prawie dwudziestokrotnie mniejszą wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$ . Wyniki pomiarów uzyskane dla tego obserwatora przedstawiono na rysunku 5.2.2. Pomimo słabego tłumienia błędów odtwarzania, dzięki zmniejszonemu wzmacnianiu zakłóceń, obserwator ten umożliwił poprawną pracę układu sterowania zarówno w stanach ustalonych, jak i nieustalonych. Przebiegi strumieni magnetycznych odtwarzane w obserwatorze proporcjonalnym 3 nie zawierają szybkozmiennych zaburzeń, a większe różnice w stosunku do przebiegów odtwarzanych w obserwatorze odniesienia i związane z nimi błędy odtwarzania, pojawiają się tylko w stanach nieustalonych takich jak nawrót (znaczniki 1 i 2 na rys 5.2.2). Jedynym niekorzystnym efektem, świadczącym o nie najwyższej jakości odtwarzania strumieni magnetycznych są zaburzenia i tętnienia widoczne w przebiegu multiskalarnej zmiennej stanu  $x_{21}$  (znaczniki 3 i 4), nie zanikające nawet w stanach ustalonych.

Obserwator proporcjonalny 4 ma dziesięciokrotnie silniejsze tłumienie błędów odtwarzania w stosunku do obserwatora proporcjonalnego 3. Wyniki uzyskane dla obserwatora proporcjonalnego 4 przedstawiono na rysunku 5.2.3. Wzmocnienie tłumienia pozwoliło na dalszą poprawę jakości odtwarzania zmiennych stanu. Po porównaniu przebiegów zmiennej  $x_{21}$  z rysunków 5.2.2 i 5.2.3 można zauważyć, że zaburzenia występujące w przebiegach tej zmiennej w układzie sterowania z obserwatorem proporcjonalnym 3, w układzie sterowania z obserwatorem proporcjonalnym 4 zostały wyeliminowane. Pomimo, że bezwzględne błędy odtwarzania strumieni magnetycznych w stanach nieustalonych w obydwu obserwatorach osiągają zbliżone wartości



**Rys. 5.2.3. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora proporcjonalnego 4: a) nawrót przy małej prędkości obrotowej; b) przyspieszanie z jednoczesnym odzwbudzeniem**

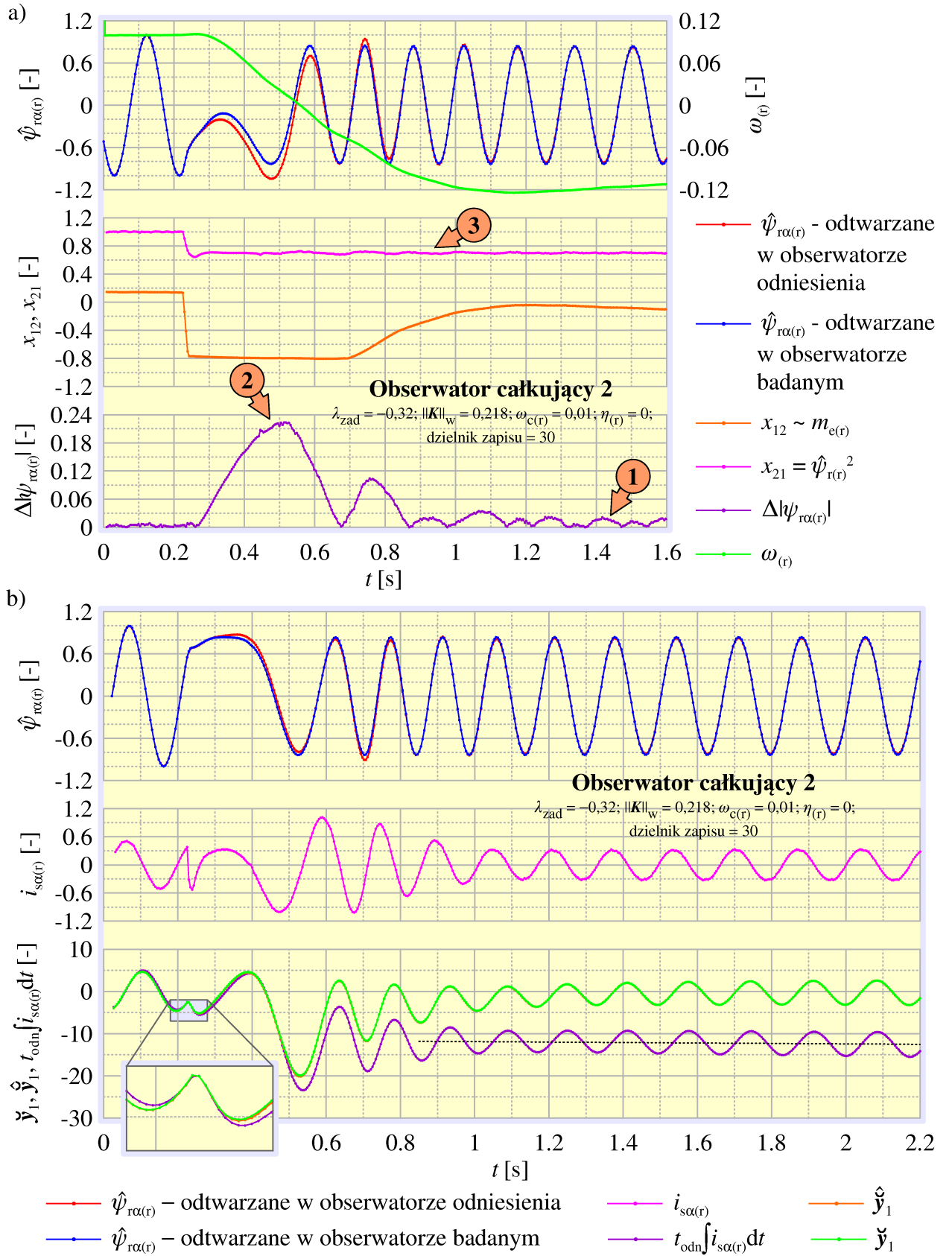
maksymalne (znacznik 1 na rys. 5.2.3 i znacznik 2 na rys. 5.2.2), te same błędy w stanach ustalonych są mniejsze w obserwatorze proporcjonalnym 4. Podczas gdy maksymalne bezwzględne błędy odtwarzania strumieni w stanach ustalonych w obserwatorze 4 utrzymują się na poziomie około 0,015 (znaczniki 2 i 3 na rys. 5.2.3), to dla obserwatora proporcjonalnego 3, te same błędy osiągają wartość około 0,06 (znaczniki 5 i 6 na rys. 5.2.2), czyli czterokrotnie większą. Lepsza zbieżność przebiegów strumieni magnetycznych odtwarzanych w obserwatorze proporcjonalnym 4 niż odtwarzanych w obserwatorze proporcjonalnym 3 z odtwarzanymi w obserwatorze odniesienia jest również widoczna na powiększonych fragmentach rysunków 5.2.2a i 5.2.3a.

### 5.3. Badania laboratoryjne obserwatorów całkujących

Przeprowadzone badania laboratoryjne obserwatorów całkujących miały dwa podstawowe cele. Pierwszym z nich był dobór optymalnych nastaw integratorów odpornych na składową stałą. Drugim celem była ocena jakości odtwarzania strumieni magnetycznych. W rozdziale 4.2.2.1 opisano wyniki symulacyjnych badań wpływu nastaw integratorów odpornych na składową stałą na pracę obserwatora całkującego. Badania te wykazały, że im większa jest zawartość składowej stałej w mierzonych przebiegach prądów stojana silnika, tym większa powinna być wartość pulsacji  $\omega_{c(r)}$  integratorów. Zwiększanie pulsacji  $\omega_{c(r)}$  i wzmacnianie korekcyjnego sprzężenia zwrotnego integratorów wiąże się jednak ze zwiększaniem zniekształceń ich przebiegów wyjściowych, co niekorzystnie wpływa na jakość odtwarzania strumieni magnetycznych. Ponadto, przy dużych wartościach  $\omega_{c(r)}$ , przełączenia struktur integratorów związane z wejściem w obszar załączonej korekcji składowej stałej, wiążą się z powstawaniem w obserwatorze przebiegów przejściowych, w jeszcze większym stopniu obniżających jakość odtwarzania strumieni magnetycznych. Fakt ten potwierdzają również wyniki badań laboratoryjnych opisane w pracy [9]. W związku z tym, w opisanych w tym rozdziale badaniach, zdecydowano korekcję składowej stałej integratorów załączyć na stałe. Odpowiada to wartości parametru  $\eta_{(r)}$  integratorów równej zero. Dla dużych wartości  $\omega_{c(r)}$  unika się wtedy w obserwatorze szoku związanego z przełączeniem struktury integratora. Z kolei dla małych wartości  $\omega_{c(r)}$ , gdy korekcja składowej stałej w bardzo niewielkim stopniu zniekształca przebiegi wyjściowe integratorów, załączenie korekcji na stałe nie spowoduje znaczącego pogorszenia jakości odtwarzania strumieni magnetycznych.

Na rysunku 5.3.1 przedstawiono wyniki pomiarów uzyskane dla obserwatora całkującego 2, dla małej wartości parametru  $\omega_{c(r)} = 0,01$ . Na powiększonym fragmencie rysunku 5.3.1b widoczne są niewielkie różnice pomiędzy przebiegiem całki prądu  $i_{sc}$  będącego przebiegiem wejściowym integratora odpornego na składową stałą (patrz

5.3. Badania laboratoryjne obserwatorów całkujących



Rys. 5.3.1. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora całkującego 2: a) nawrót, rejestrowane przebiegi układu sterowania; b) nawrót, rejestrowane przebiegi układów całkujących odpornych na składową stałą



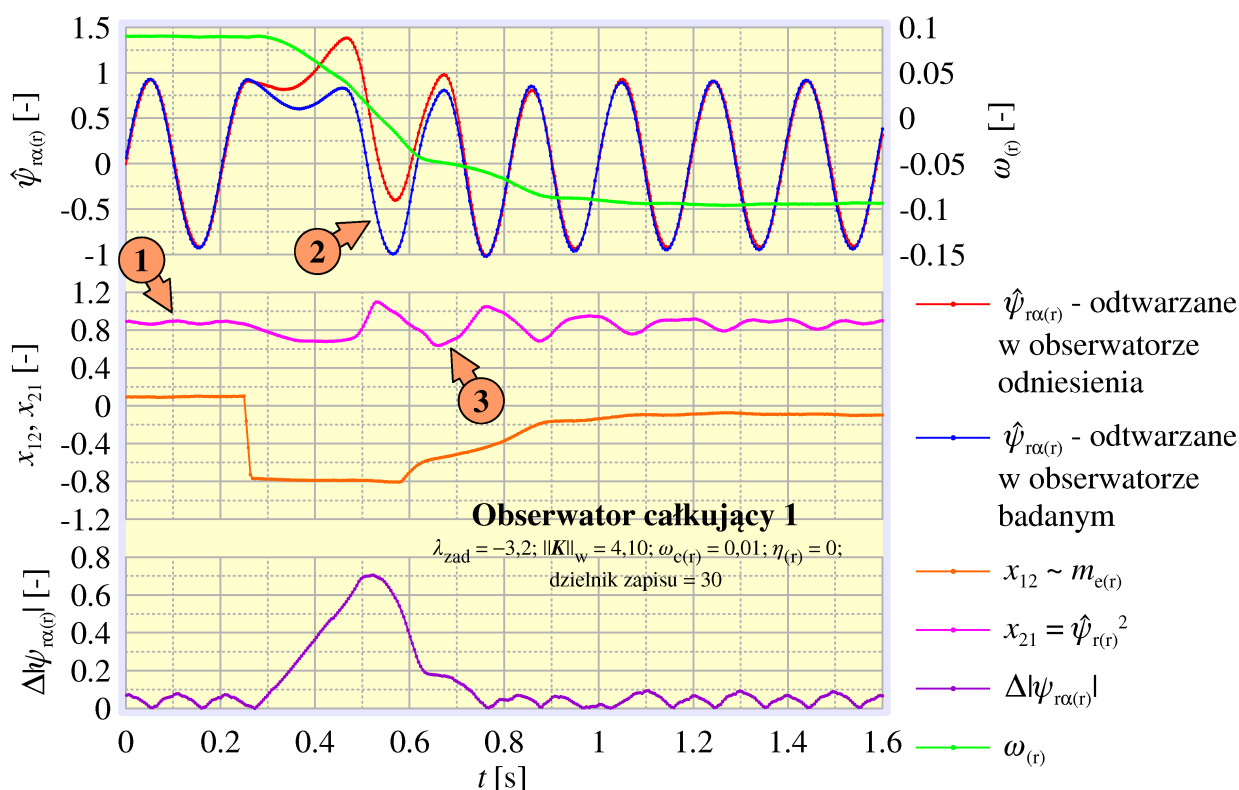
rys. 2.3.1), a nakładającymi się na siebie przebiegiem  $\hat{y}_1$ <sup>16</sup> i przebiegiem wyjściowym integratora  $\check{y}_1$ . Wykreślone na rysunkach od 5.3.1b do 5.3.4b przebiegi całki prądu stojana  $i_{s\alpha}$ , w odróżnieniu od przebiegów innych zmiennych obserwatorów przedstawionych na rysunkach, nie zostały zarejestrowane lecz obliczone już po wykonaniu pomiarów, na podstawie zarejestrowanego przebiegu prądu  $i_{s\alpha}$ . Wartości początkowe przebiegów całki prądu  $i_{s\alpha}$  zostały dobrane w trakcie obliczeń tak, aby ułatwić porównanie kształtów tych przebiegów z kształtem przebiegów zmiennych  $\check{y}_1$  i  $\hat{y}_1$ . Wyliczony przebieg czasowy całki prądu  $i_{s\alpha}$  ma taki kształt, jaki miałby przebieg w przypadku zastosowania zwykłego, idealnego integratora w miejsce integratora odporne- go na składową stałą. Wartość początkowa tego przebiegu zależy od warunków pracy układu sterowania w czasie poprzedzającym przeprowadzoną rejestrację, więc na podstawie zarejestrowanych danych nie jest możliwa do odtworzenia. Podczas anali- zy wykresów należy więc zwracać uwagę jedynie na kształt przebiegu całki prądu  $i_{s\alpha}$ , pamiętając że przebieg ten w stosunku do rzeczywistego jest przesunięty w pionie.

Słabe tłumienie składowej stałej odpowiadające wartości  $\omega_{c(r)} = 0,01$ , powodując nie- znaczne zniekształcenie przebiegów wyjściowych  $\check{y}_1$  integratorów odpornych na składową stałą, okazuje się być wystarczająco silne, aby zapewnić poprawną pracę obserwatora w wykorzystanym, rzeczywistym układzie sterowania. Składowa stała zawarta w podawanym na wejście obserwatora przebiegu  $i_{s\alpha}$  powoduje, że przebieg całki prądu  $i_{s\alpha}$  w stanie ustalonym powoli, lecz stale oddala się od zera, co ukazuje pomocnicza linia przerywana na rysunku 5.3.1b. Składowa ta nie jest jednak kumulo- wana w integratorze, o czym świadczy jego przebieg wyjściowy  $\check{y}_1$ , który dzięki ko- rekcji, z czasem oddala się od przebiegu całki prądu  $i_{s\alpha}$  powracając w okolice zera.

Dzięki zwiększonej odporności na zakłócenia, obserwator całkujący osiąga lepszą ja- kość odtwarzania strumieni magnetycznych niż obserwator proporcjonalny o porów- nywalnych właściwościach. Po zakończeniu nawrotu, maksymalne błędy odtwarzania strumienia magnetycznego  $\hat{\psi}_{r\alpha(r)}$  dla obserwatora całkującego 2 utrzymują się na po- ziomie poniżej 0,03 (znacznik 1 na rys. 5.3.1a), podczas gdy dla obserwatora propor- cjonalnego 3, który ma zbliżone właściwości dynamiczne, błędy te osiągają wartość 0,05 (znacznik 5 na rys. 5.2.2a). Co prawda maksymalna wartość błędu odtwarzania strumienia w trakcie trwania nawrotu jest dwukrotnie większa w obserwatorze całku- jącym 2 niż w obserwatorze proporcjonalnym 3 (porównaj znaczniki 2 na rys. 5.3.1

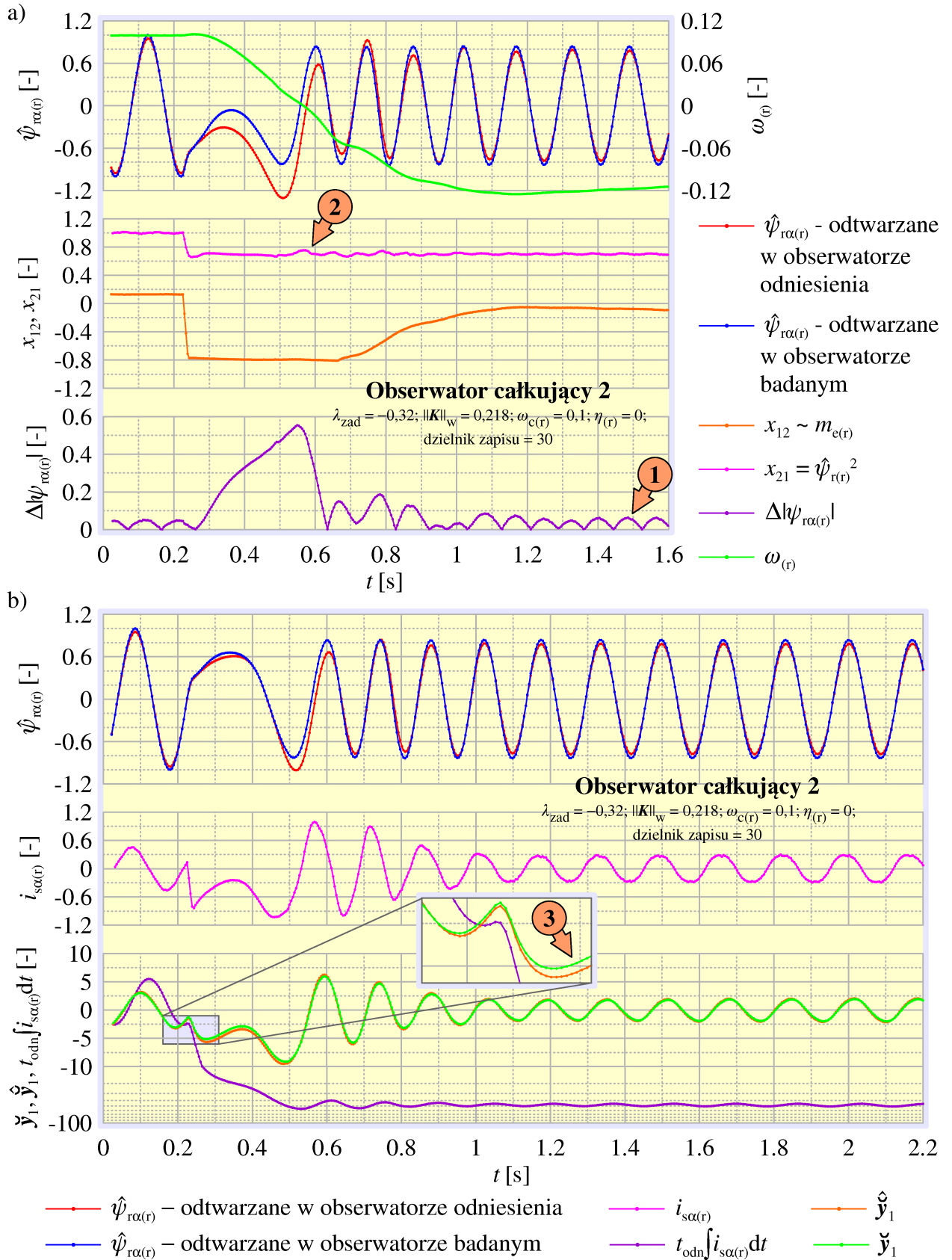
<sup>16</sup> Przez  $\check{y}_1$  i  $\hat{y}_1$  oznaczono pierwsze elementy odpowiednio wektorów  $\check{y}$  i  $\hat{y}$ . Wartości elementów wektora  $\check{y}$ , zdefiniowanego równaniem (2.3.1.1), w przypadku idealnym powinny pokrywać się z wartościami całek prądów stojana  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$ . Wszelkie różnice pomiędzy tymi wartościami są skutkiem zniekształceń wprowadza- nych przez integratory odporne na składową stałą. Jak wynika z rys. 2.3.1, oraz równań (2.3.1.3), (2.3.1.5) i (2.3.1.10) wektor  $\hat{y}$  jest odtwarzanym w obserwatorze całkującym wektorem wyjścia zmodyfikowanego obiektu obserwowanego  $\check{y}$ . W przypadku idealnym, wartości elementów tych wektorów powinny być takie same. Jeżeli wartości te są różne, może to być albo skutkiem występowania w obserwatorze niezerowych błę- dów odtwarzania zmiennych stanu, albo skutkiem deformacji przebiegów wartości elementów wektora  $\check{y}$  w integratorach odpornych na składową stałą. W tym drugim przypadku, zakłócając działanie mechanizmu korekcji błędów obserwatora, różnica tych wartości jest nie skutkiem, lecz przyczyną powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu. Efekt ten opisano w rozdziale 2.3.4.

i 5.2.2), lecz wartość ta zależy od fazy odtwarzanego strumienia w chwili rozpoczęcia nawrotu, nie jest więc miarodajnym kryterium porównawczym. Porównanie kształtu przebiegów multiskalarnej zmiennej stanu  $x_{21}$  wypada na korzyść obserwatora całkującego 2. Przebieg zmiennej  $x_{21}$  w układzie sterowania z tym obserwatorem, zawiera bardzo niewiele zaburzeń (znacznik 3 na rys. 5.3.1), znacznie mniej niż w układzie sterowania z obserwatorem proporcjonalnym 3 (znacznik 3 na rys. 5.2.2). Na podstawie porównania przebiegów zmiennej  $x_{21}$  można stwierdzić, że obserwator całkujący 2 zapewnia porównywalną jakość odtwarzania strumieni magnetycznych jak obserwator proporcjonalny 4, o dziesięciokrotnie silniejszym tłumieniu błędów (porównaj znaczniki 3 i 4 na rysunkach odpowiednio 5.3.1 i 5.2.3).



Rys. 5.3.2. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora całkującego 1 – nawrót przy małej prędkości obrotowej

Przewaga obserwatora całkującego nad proporcjonalnym jest widoczna również przy dużych wartościach wskaźników wzmocnienia macierzy  $K$  obserwatorów. Na rysunku 5.3.2 przedstawiono wyniki uzyskane dla obserwatora całkującego 1 o dużej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  ( $\|K\|_w = 4,1$ ). Układ sterowania z tym obserwatorem pracuje poprawnie w stanach ustalonych, o czym świadczy przebieg zmiennej  $x_{21}$ , zawierający niewielką liczbę zaburzeń (znacznik 1 na rys. 5.3.2). Należy zauważyć, że obserwator proporcjonalny 1 o porównywalnych właściwościach, nie potrafił zagwarantować poprawnej pracy układu sterowania w stanach ustalonych (znacznik 2 na rys. 5.2.1). Należy jednak pamiętać, że o ile w obserwatorze całkują-



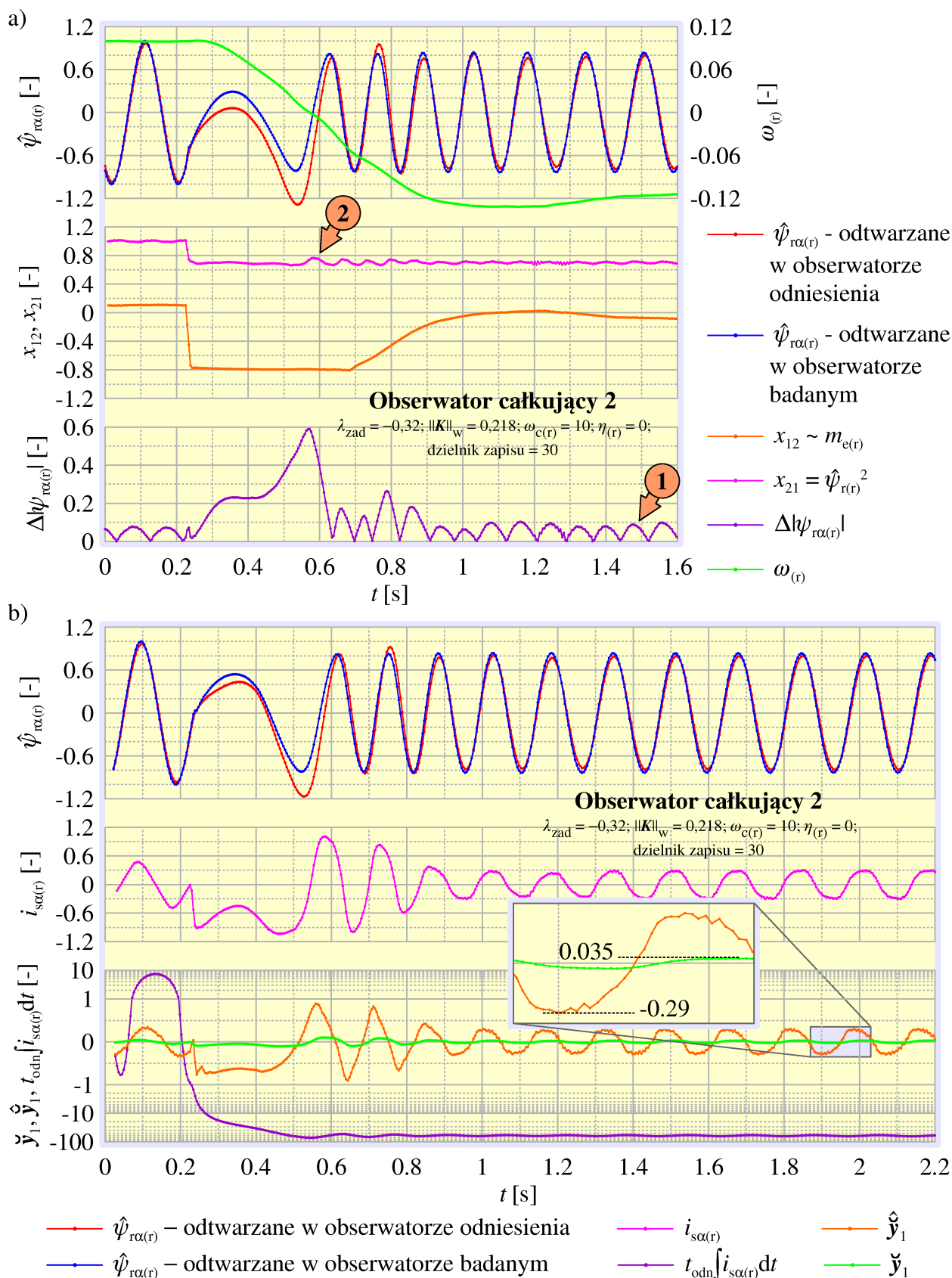
**Rys. 5.3.3. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora całkującego 2 przy wartości  $\omega_{c(r)}$  zwiększonej do 0,1: a) nawrót, rejestrowane przebiegi układu sterowania; b) nawrót, rejestrowane przebiegi układów całkujących**

cym nie zachodzi wzmacnianie zakłóceń nakładających się na mierzone sygnały wyjściowe obiektu obserwowanego (prądy uzwojenia stojana  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$ ), to zakłócenia zawarte w mierzonych wymuszeniach (napięcia uzwojenia stojana  $u_{s\alpha}$  i  $u_{s\beta}$ ) są wzmacniane tak samo, jak w obserwatorze proporcjonalnym - tym silniej im większa wartość  $\|K\|_w$ . Niekorzystne efekty związane z odchyłkami wartości parametrów silnika przybierają na sile również wraz ze wzrostem wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  obserwatora. W obserwatorze całkującym 1 te niekorzystne efekty ujawniły się w stanach nieustalonych, w postaci dużych błędów odtwarzania strumieni magnetycznych (znacznik 2 na rys. 5.3.2) oraz silnych wahań wartości zmiennej  $x_{21}$  (znacznik 3). Wynika stąd, że dobór parametrów obserwatora całkującego, pomimo jego zwiększonej odporności na zakłócenia, również powinien się odbywać z uwzględnieniem minimalizacji wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$ .

Wyniki pomiarów przedstawione na rysunku 5.3.1 wykazały, że w warunkach wykorzystanego układu sterowania mała wartość pulsacji integratorów  $\omega_{c(r)} = 0,01$  jest wystarczająca aby nie dopuścić do kumulacji składowej stałej i zagwarantować poprawną pracę obserwatora. Jednak w przypadku gdyby zawartość składowej stałej w mierzonych przebiegach prądów  $i_{s\alpha}$  i  $i_{s\beta}$  była większa, konieczne byłoby zwiększenie wartości pulsacji  $\omega_{c(r)}$ . W dalszych badaniach sprawdzono więc, jak duży jest wpływ wartości  $\omega_{c(r)}$  na jakość pracy układu sterowania i obserwatora. Na rysunku 5.3.3 przedstawiono przebiegi zarejestrowane w układzie sterowania z obserwatorem całkującym 2 o wartości pulsacji  $\omega_{c(r)}$  integratorów zwiększonej do 0,1. Wzmocnienie korekcyjnego sprzężenia zwrotnego integratorów odpornych na składową stałą spowodowało pogorszenie jakości odtwarzania strumieni magnetycznych. Maksymalne wartości bezwzględnego błędu odtwarzania strumienia  $\hat{\psi}_{r\alpha(r)}$  w stanach ustalonych wzrosły od wartości mniejszych od 0,03 dla  $\omega_{c(r)} = 0,01$  (znacznik 1 na rys. 5.3.1) do wartości około 0,07 dla  $\omega_{c(r)} = 0,1$  (znacznik 1 na rys. 5.3.3), czyli ponad dwukrotnie. O gorszej jakości odtwarzania strumieni magnetycznych świadczy również wzrost zawartości zaburzeń w przebiegu zmiennej  $x_{21}$  (znacznik 2). Pogorszenie jakości odtwarzania strumieni magnetycznych jest skutkiem zniekształcenia przebiegów wyjściowych integratorów odpornych na składową stałą. Wykreślony na rysunku 5.3.3b przebieg całki prądu  $i_{s\alpha}$  znacznie odbiega kształtem od przebiegów zmiennych  $\check{y}_1$  i  $\hat{y}_1$ . Ponadto, dalsze pogorszenie jakości odtwarzania strumieni powoduje widoczna na powiększonym fragmencie rysunku 5.3.3b różnica pomiędzy przebiegami zmiennych  $\check{y}_1$  i  $\hat{y}_1$  (znacznik 3). Ujawnia się tutaj efekt korekcji fałszywych błędów opisany w rozdziale 2.3.4, w sposób poglądowy wyjaśniony na rysunku 2.3.4.2.

Dalsze zwiększanie wartości  $\omega_{c(r)}$  powoduje dalsze pogarszanie jakości odtwarzania strumieni magnetycznych. Na rysunku 5.3.4 wykreślono przebiegi zarejestrowane w układzie sterowania z obserwatorem całkującym 2 o wartości  $\omega_{c(r)}$  zwiększonej stukrotnie w stosunku do wartości dla której uzyskano wyniki przedstawione na rysunku 5.3.3. Wzrost wartości błędów odtwarzania jest jednak stosunkowo niewielki. O ile dziesięciokrotne zwiększenie wartości  $\omega_{c(r)}$  z 0,01 na 0,1 spowodowało ponad dwu-

5.3. Badania laboratoryjne obserwatorów całkujących



Rys. 5.3.4. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych obserwatora całkującego 2 przy wartości  $\omega_{(r)}$  zwiększonej do 10: a) nawrót, rejestrowane przebiegi układu sterowania; b) nawrót, rejestrowane przebiegi układów całkujących

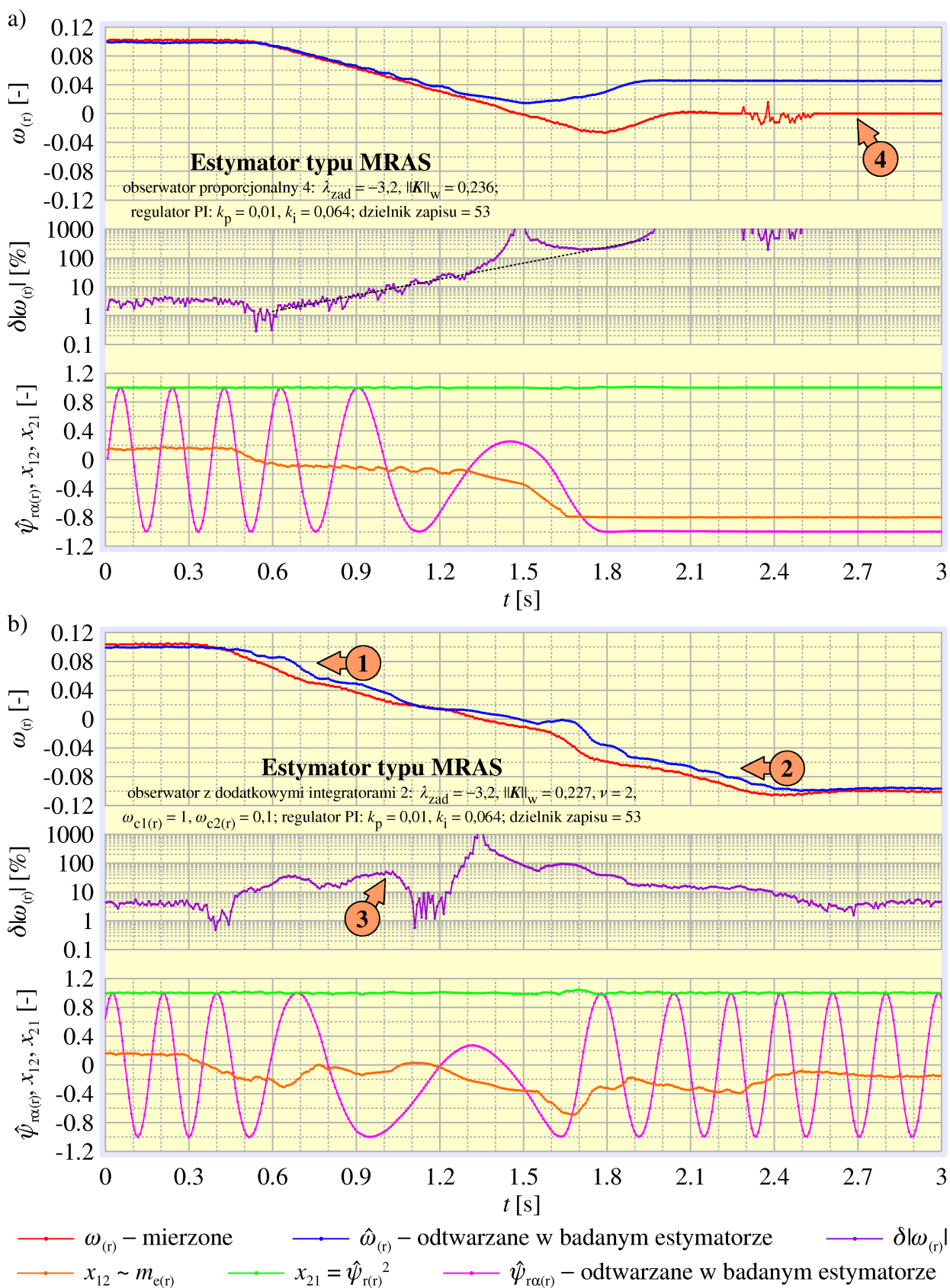
krotny wzrost błędów odtwarzania strumienia  $\hat{\psi}_{r\alpha(t)}$  (znaczniki 1 na rys. 5.3.1 i 5.3.3), to dalszy stukrotny wzrost wartości  $\omega_{c(t)}$  z 0,1 na 10 spowodował wzrost wartości maksymalnych błędów w stanach ustalonych z około 0,07 na około 0,1 (porównaj znaczniki 1 na rys. 5.3.3 i 5.3.4), czyli o wiele mniejszy bo mniej więcej czterdziestoprocentowy.

Pogorszenie jakości regulacji układu sterowania, objawiające się wzrostem amplitudy oscylacji widocznych w przebiegu zmiennej  $x_{21}$ , również jest stosunkowo niewielkie (porównaj znaczniki 2 na rys. 5.3.3 i 5.3.4). Bardzo znaczny jest, natomiast, wpływ zwiększenia wartości  $\omega_{c(t)}$  na stopień zniekształcenia przebiegów zmiennych  $\check{y}_1$  i  $\hat{y}_1$ . O ile dla wartości  $\omega_{c(t)} = 0,1$  przebiegi te miały zbliżony kształt, to dla  $\omega_{c(t)} = 10$  są od siebie zupełnie różne. Ponadto, przebiegi te są silnie stłumione. Dla  $\omega_{c(t)} = 0,1$ , w stanie ustalonym zmienne  $\check{y}_1$  i  $\hat{y}_1$  osiągały maksymalne wartości około 2,5, podczas gdy dla  $\omega_{c(t)} = 10$  wartość  $\hat{y}_1$  nie przekracza 0,3, a wartość  $\check{y}_1$  nie przekracza 0,04. Jest to dobrze widoczne na powiększonym fragmencie rysunku 5.3.4b. W ten sposób ujawnia się właściwość obserwatorów całkujących z integratorami odpornymi na składową stałą, polegająca na znacznie większym wpływie odkształceń pochodzących od integratora na wartości elementów wektora zmiennych stanu obserwatora odpowiadające wektorowi  $x_p$ , niż na odpowiadające wektorowi  $x$ . Wynika to z równań (2.3.1.5), (2.3.1.3) i (2.3.1.1). Jest to właściwość bardzo korzystna, gdyż w warunkach silnego tłumienia składowej stałej, w obserwatorze całkującym silniej są odkształcane przebiegi pomocniczych zmiennych stanu obserwatora, związanych z wektorem  $\check{y}$ , niż odtwarzanych zmiennych stanu obiektu obserwowanego zawartych w wektorze  $\hat{x}$ .

## 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS

W rozdziałach 4.2.3.2 i 4.2.3.3 opisano wyniki badań symulacyjnych obserwatorów rozszerzonych i estymatorów typu MRAS. Porównując wyniki uzyskane dla obydwu typów układów przy zastosowaniu w ich strukturach tego samego obserwatora, można zauważyć, że układy te zapewniają zbliżoną jakość odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Estymatory typu MRAS mają jednak znacznie prostszą strukturę, dużo łatwiejszą w praktycznej realizacji. W odróżnieniu od obserwatorów rozszerzonych, są one możliwe do zrealizowania tylko przy użyciu podstawowych operacji arytmetycznych, czyli dodawania, odejmowania i mnożenia. W rozpatrywanych obserwatorach rozszerzonych, dodatkowo wykorzystywane jest pierwiastkowanie, oraz szczególnie kłopotliwe w praktycznej realizacji dzielenie. Wynika to z równania estymatora prędkości obrotowej (2.4.2.3). Również konieczność filtracji przebiegu wyjściowego estymatora prędkości obrotowej komplikuje strukturę obserwatora rozszerzonego. Z tych powodów zdecydowano się badania laboratoryjne ograniczyć do ba-

#### 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS



**Rys. 5.4.1. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatorów typu MRAS z obserwatorami proporcjonalnym i z dwoma dodatkowymi integratorami, przy nastawach regulatora PI estymatora zmienionych w stosunku do optymalnych**

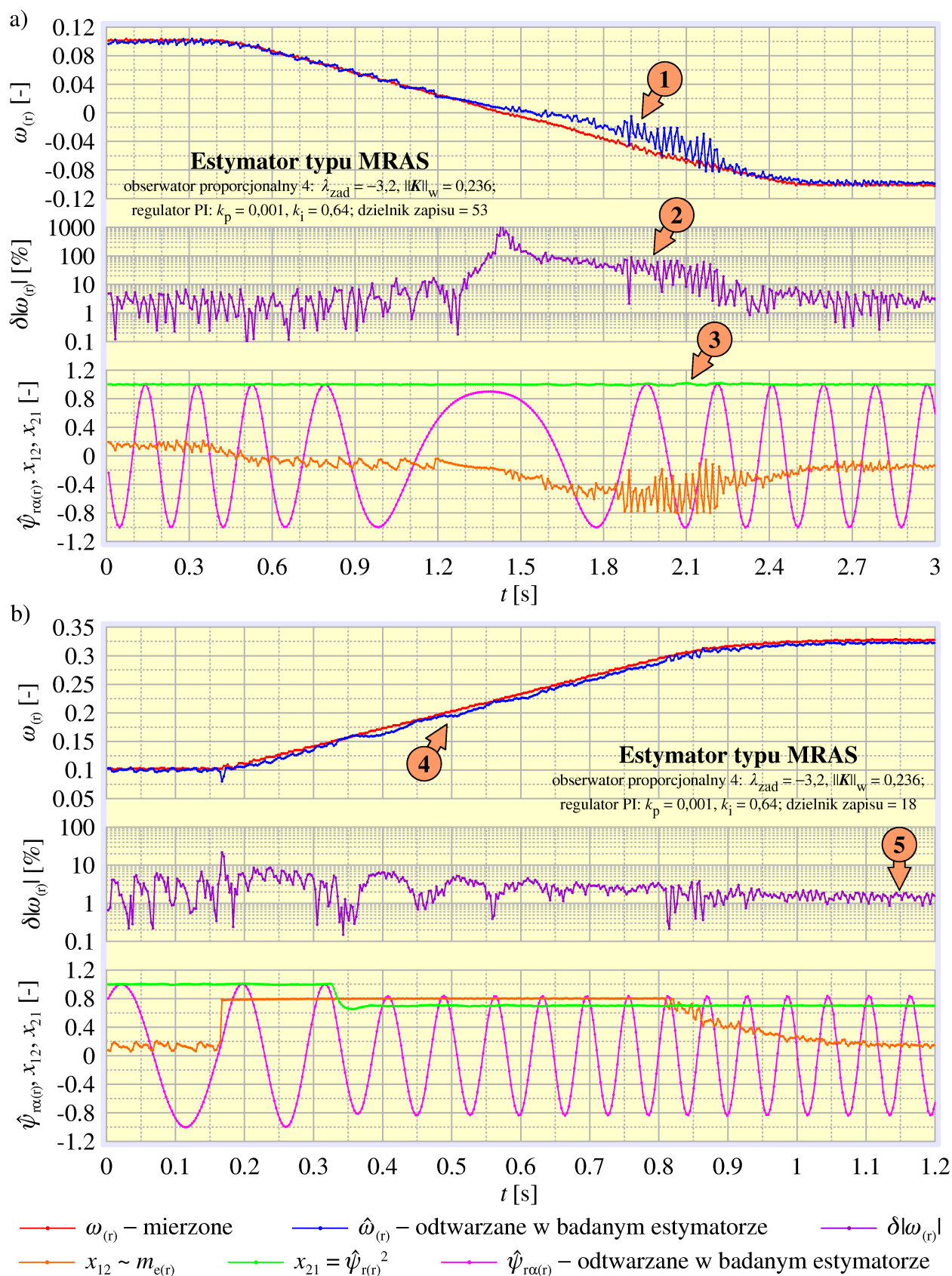
dań estymatorów typu MRAS. Nie zaprezentowano również wyników badań obserwatorów z dodatkowymi integratorami pracujących jako samodzielne układy odtwarzania strumieni magnetycznych (będących odpowiednikiem wyników symulacji opisanych w rozdziale 4.2.3.1), gdyż takie zastosowanie tego typu obserwatorów jest w praktyce nieuzasadnione.

Bardzo duży wpływ na pracę estymatora typu MRAS mają nastawy regulatora PI znajdującego się w jego strukturze. Nastawy uznane za optymalne ( $k_p = 0,001$ ,  $k_i = 0,64$ ), które zostały wykorzystane w badaniach symulacyjnych, dobrano empirycznie w trakcie badań laboratoryjnych. Jak silny jest wpływ nastaw regulatora PI na pracę estymatora typu MRAS pokazują przebiegi wykreślone na rysunku 5.4.1. Przebiegi te uzyskano dla estymatorów typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym 4 i z obserwatorem z dodatkowymi integratorami 2, dla dziesięciokrotnie zwiększonej wartości  $k_p$  i dziesięciokrotnie zmniejszonej wartości  $k_i$  w stosunku do wartości uznanych za optymalne. Zmniejszenie wartości wzmocnienia członu całkującego regulatora  $k_i$  i związane z nim wydłużenie stałej czasowej regulatora, powoduje wzrost opóźnienia przebiegu odtwarzanej prędkości obrotowej za prędkością rzeczywistą (znaczniki 1 i 2 na rys 5.4.1). Opóźnienie to powoduje w stanach nieustalonych powstawanie nawet kilkudziesięcioprocentowych błędów odtwarzania prędkości obrotowej (znacznik 3). Prędkość obrotowa odtwarzana z tak dużymi błędami w poważny sposób zakłóca pracę obserwatora, na którego wejście jest podawana. I tak, w estymatorze z obserwatorem proporcjonalnym (rys. 5.4.1a), zakłócenia te kumulują się w zamkniętej pętli odtwarzania prędkości obrotowej, w wyniku czego błędy odtwarzania prędkości obrotowej rosną wykładniczo. Pokazuje to przerywana linia pomocnicza na rysunku 5.4.1a. Wzrost błędów odtwarzania doprowadza w końcu w układzie sterowania do załamania procesu regulacji. Układ sterowania nie jest w stanie przejść poprawnie nawrotu i prędkość obrotowa silnika utyka w zerze (znacznik 4). Estymator z obserwatorem z dwoma dodatkowymi integratorami jest wyposażony w mechanizm tłumienia zakłóceń nałożonych na przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej, który nie dopuszcza do ich kumulacji. Estymator ten dzięki temu poprawnie przeszedł nawrót silnika (rys. 5.4.1b), pomimo występujących w jego trakcie dużych błędów odtwarzania prędkości obrotowej.

Mała wartość współczynnika  $k_i$  regulatora PI estymatora powoduje duże, niekorzystne opóźnienie odtwarzanej prędkości obrotowej względem rzeczywistej. Duża stała czasowa regulatora powoduje jednak, że działa on jak filtr, wygładzając przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej, który dzięki temu nie zawiera szybkozmiennych zaburzeń. Zaburzenia te są natomiast wyraźnie widoczne w przebiegach uzyskanych dla nastaw regulatora PI uznanych za optymalne (np. rys. 5.4.2). Zaburzenia te w sposób widoczny przenoszą się również na przebieg zmiennej stanu  $x_{12}$ . Pomimo tego, wartości współczynników  $k_p = 0,001$  i  $k_i = 0,64$  uznano za najlepsze, gdyż przy ich zastosowaniu błędy odtwarzania prędkości obrotowej, we wszystkich badanych estymatorach typu MRAS, tylko sporadycznie przekraczały 10%. Ponadto, wyeliminowanie dużego opóźnienia przebiegu odtwarzanej prędkości obrotowej znacznie po-



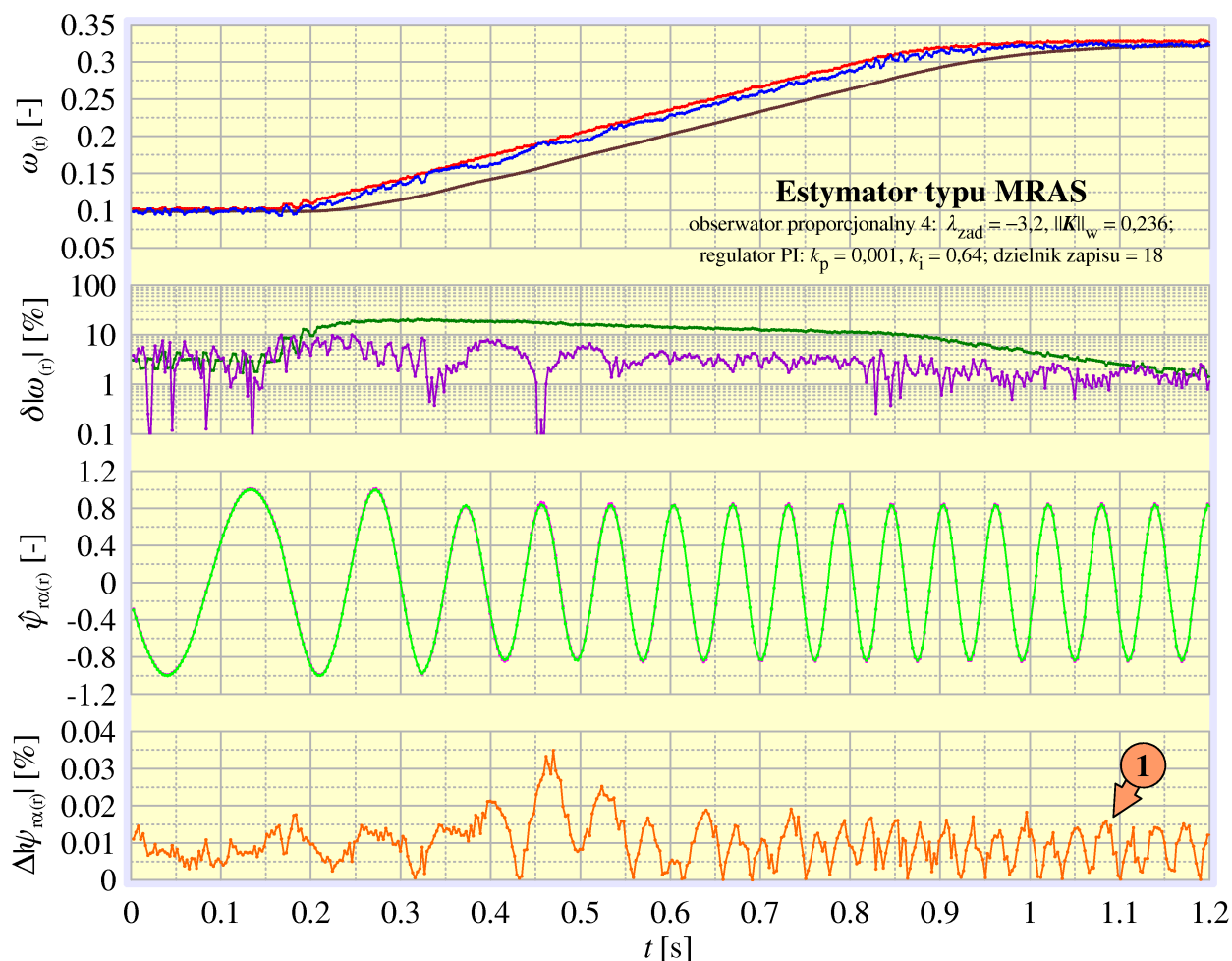
#### 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS



**Rys. 5.4.2. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatora typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym, rejestrowane przebiegi układu sterowania: a) nawrót przy małej prędkości obrotowej; b) przyspieszanie z jednoczesnym odzwubdzaniem**

#### 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS

prawilo warunki pracy obserwatorów wchodzacych w sklad badanych estymatorów. Wszystkie ponizej opisane badania przeprowadzono dla optymalnych nastaw regulatora PI.

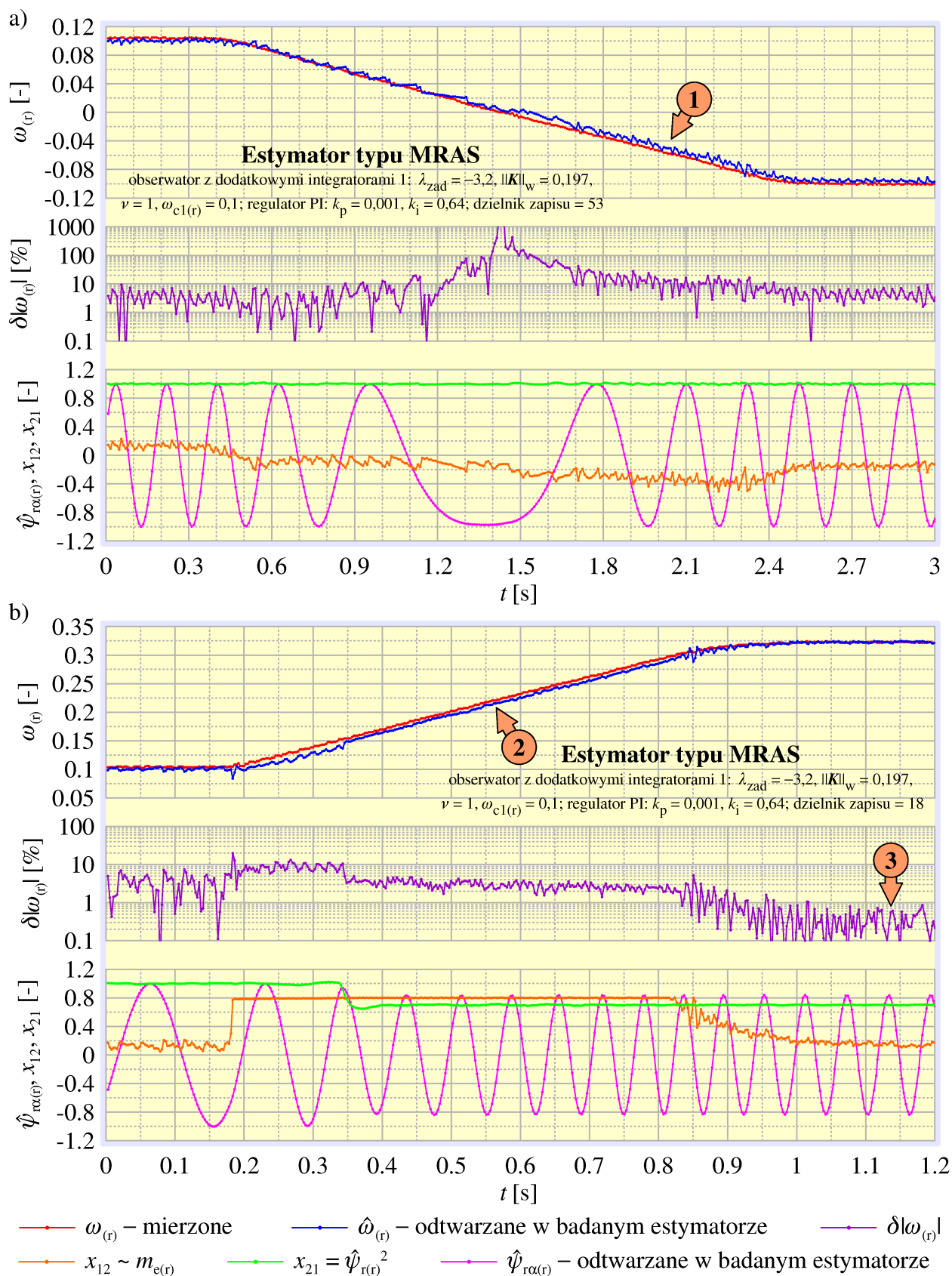


przebiegi badanego estymatora:  $\hat{\omega}_{(t)}$ ,  $|\delta\omega_{(t)}|$ ,  $\hat{\psi}_{\rho\alpha(t)}$ ,  $|\Delta\psi_{\rho\alpha(t)}|$   
 przebiegi obserwatora odniesienia:  $\hat{\omega}_{(t)}$ ,  $|\delta\omega_{(t)}|$ ,  $\hat{\psi}_{\rho\alpha(t)}$   
 mierzona prędkość obrotowa:  $\omega_{(t)}$

**Rys. 5.4.3. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatora typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym, rejestrowane przebiegi obserwatora odniesienia – przyspieszanie z jednoczesnym odzwbudzeniem**

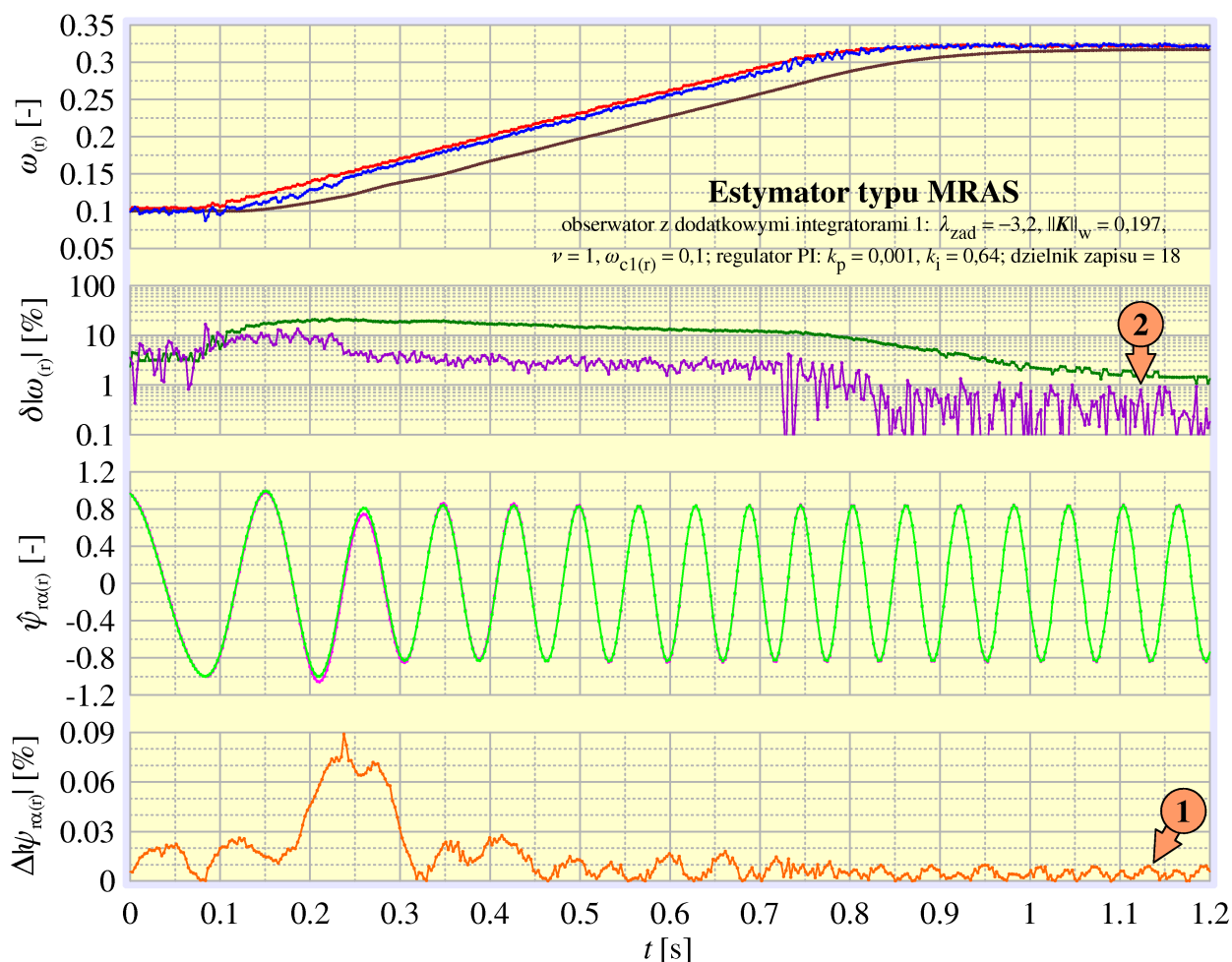
Na rysunku 5.4.2 przedstawiono przebiegi uzyskane dla estymatora typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym, przy optymalnych nastawach regulatora PI. Zmiana nastaw regulatora PI poprawiła jakość odtwarzania prędkości obrotowej tego estymatora, dzięki czemu był on w stanie poprawnie przejść nawrót silnika. Niemniej jednak, w chwili przejścia odtwarzanej prędkości obrotowej przez zero, wzrasta jej opóźnienie i pojawiają się w jej przebiegu szybkozmienne zaburzenia (znacznik 1). Błędy odtwarzania prędkości obrotowej wynoszą w tym stanie pracy kilkadziesiąt

#### 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS



**Rys. 5.4.4. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatora MRAS z obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem: a) nawrót przy małej prędkości obrotowej; b) przyspieszanie z jednoczesnym odzwubdzaniem**

procent (znacznik 2). O związanych z tym zwiększonych błędach odtwarzania strumieni magnetycznych świadczą niewielkie oscylacje przebiegu zmiennej  $x_{21}$  (znacznik 3). W trakcie przyspieszania silnika (rys. 5.4.2b) widoczne jest zniekształcenie przebiegu odtwarzanej prędkości obrotowej, pojawiające się po zmniejszeniu wartości zmiennej  $x_{12}$  (znacznik 4).



przebiegi badanego estymatora:  $\hat{\omega}_{(r)}$ ,  $|\delta\omega_{(r)}|$ ,  $\hat{\psi}_{ra(r)}$ ,  $|\Delta\psi_{ra(r)}|$   
 przebiegi obserwatora odniesienia:  $\hat{\omega}_{(r)}$ ,  $|\delta\omega_{(r)}|$ ,  $\hat{\psi}_{ra(r)}$   
 mierzona prędkość obrotowa:  $\omega_{(r)}$

**Rys. 5.4.5. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatora typu MRAS z obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem, rejestrowane przebiegi obserwatora odniesienia – przyspieszanie z jednoczesnym odzwzudzeniem**

Na rysunku 5.4.3 porównano przebiegi strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej odtwarzane w estymatorze typu MRAS z obserwatorem proporcjonalnym oraz odtwarzane w obserwatorem odniesienia. Widoczne jest opóźnienie przebiegu prędkości obrotowej odtwarzanej w obserwatorem odniesienia względem prędkości mierzo-

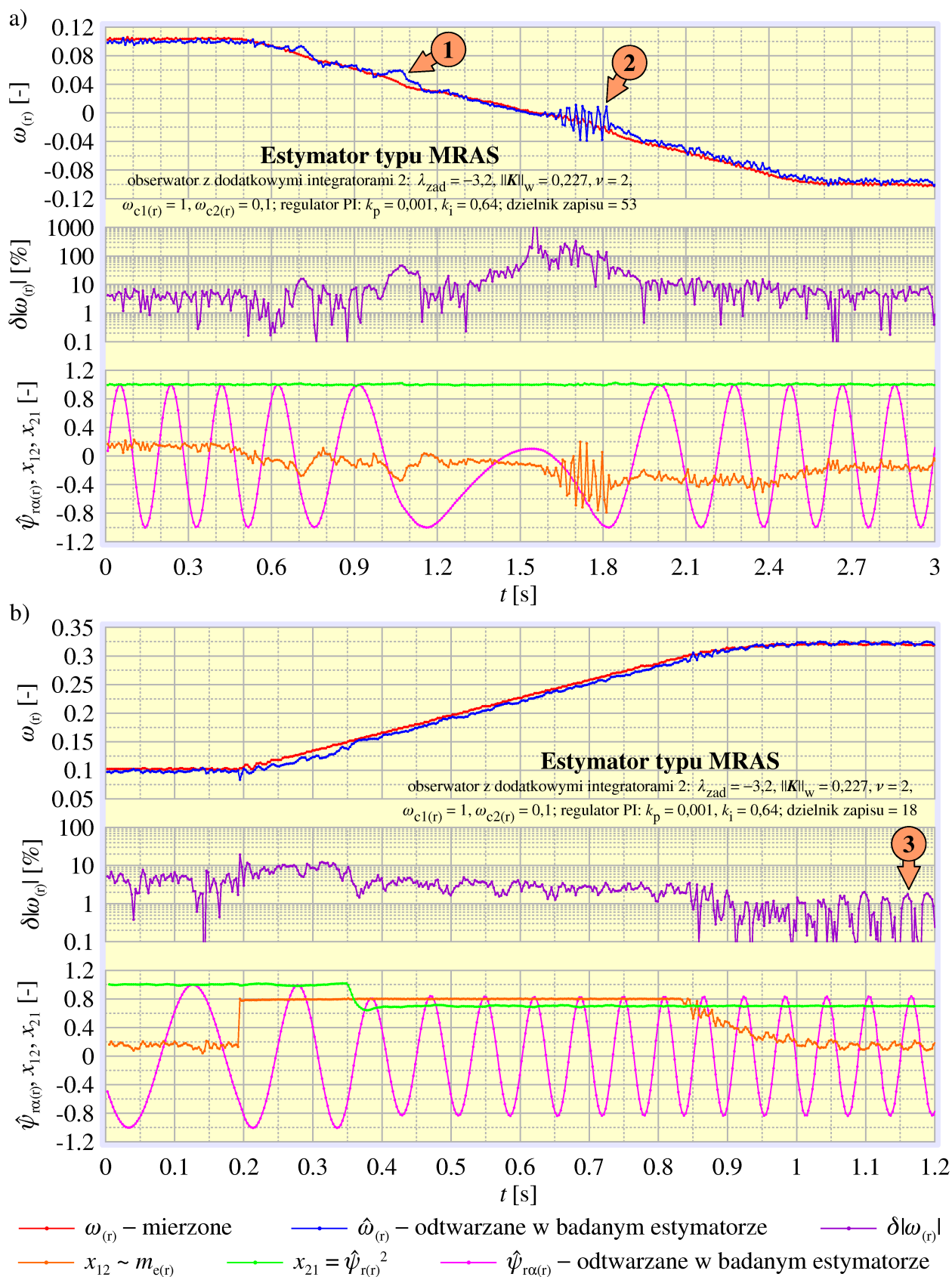
nej i odtwarzanej w estymatorze typu MRAS. Opóźnienie to jest wprowadzane przez zastosowaną w obserwatorze odniesienia filtrację.

Zastosowanie w strukturze estymatora typu MRAS obserwatora z jednym dodatkowym integratorem przyniosło widoczną poprawę jakości odtwarzania prędkości obrotowej. W trakcie nawrotu, po przejściu prędkości obrotowej przez zero, widoczny jest wzrost opóźnienia przebiegu odtwarzanego w estymatorze względem prędkości mierzonej. Opóźnienie to jest jednak znacznie mniejsze niż w estymatorze wyposażonym w obserwator proporcjonalny (porównaj znaczniki 1 na rys. 5.4.2 i 5.4.4). Również znacznie mniejsza jest w tym przebiegu zawartość szybkozmiennych zaburzeń. Jakość odtwarzania prędkości obrotowej wzrosła też w trakcie przyspieszania silnika. Przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej ma stałe, niewielkie opóźnienie. Jest ponadto wolny od zniekształceń, które były wyraźnie widoczne w przebiegu uzyskanym dla estymatora z obserwatorem proporcjonalnym (porównaj znacznik 4 na rys. 5.4.2 i znacznik 2 na rys 5.4.4). W stanie ustalonym po zakończeniu przyspieszania, błędy odtwarzania prędkości obrotowej w estymatorze z obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem spadają do niskiego poziomu, poniżej 1% (znacznik 3 na rys. 5.4.4). W estymatorze z obserwatorem proporcjonalnym, w tym samym stanie pracy, błędy odtwarzania prędkości obrotowej utrzymywały się na poziomie około 2% (znacznik 5 na rys. 5.4.2).

Oprócz poprawy jakości odtwarzania prędkości obrotowej, zastosowanie obserwatora z jednym dodatkowym integratorem spowodowało poprawę jakości odtwarzania strumieni magnetycznych. O ile w estymatorze z obserwatorem proporcjonalnym, w stanie ustalonym po zakończeniu przyspieszania silnika, maksymalne bezwzględne błędy odtwarzania strumienia  $\hat{\Psi}_{r\alpha(r)}$  wynosiły około 0,015 (znacznik 1 na rys. 5.4.3), to w tym samym stanie pracy estymatora z obserwatorem z jednym dodatkowym integratorem, błędy te miały wartości mniejsze od 0,01 (znacznik 1 na rys. 5.4.5).

Wyposażenie wchodzącego w skład struktury estymatora MRAS obserwatora w jeden dodatkowy integrator spowodowało widoczną poprawę jakości odtwarzania strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej. Zwiększenie liczby dodatkowych integratorów do dwóch, takiego efektu już nie przyniosło. Co więcej, w niektórych stanach pracy można dostrzec niewielkie pogorszenie jakości odtwarzania i regulacji. Takie niekorzystne efekty ujawniają się między innymi w trakcie nawrotu (rys. 5.4.6a). Przebieg odtwarzanej prędkości obrotowej jest zniekształcony (znacznik 1), a po przejściu prędkości obrotowej przez zero, pojawiają się w nim szybkozmiennne zaburzenia (znacznik 2). Pogorszenie jakości odtwarzania prędkości obrotowej ma niekorzystny wpływ na jakość regulacji prędkości obrotowej. Przebieg prędkości obrotowej mierzonej w trakcie nawrotu, na rysunku 5.4.6a jest w niewielkim stopniu zniekształcony w stosunku do praktycznie prostoliniowego przebiegu z rysunku 5.4.4a. Innym niekorzystnym efektem jest wzrost błędów odtwarzania prędkości obrotowej w stanie ustalonym po zakończeniu przyspieszania (porównaj znaczniki 3 na rys. 5.4.4 i 5.4.6).

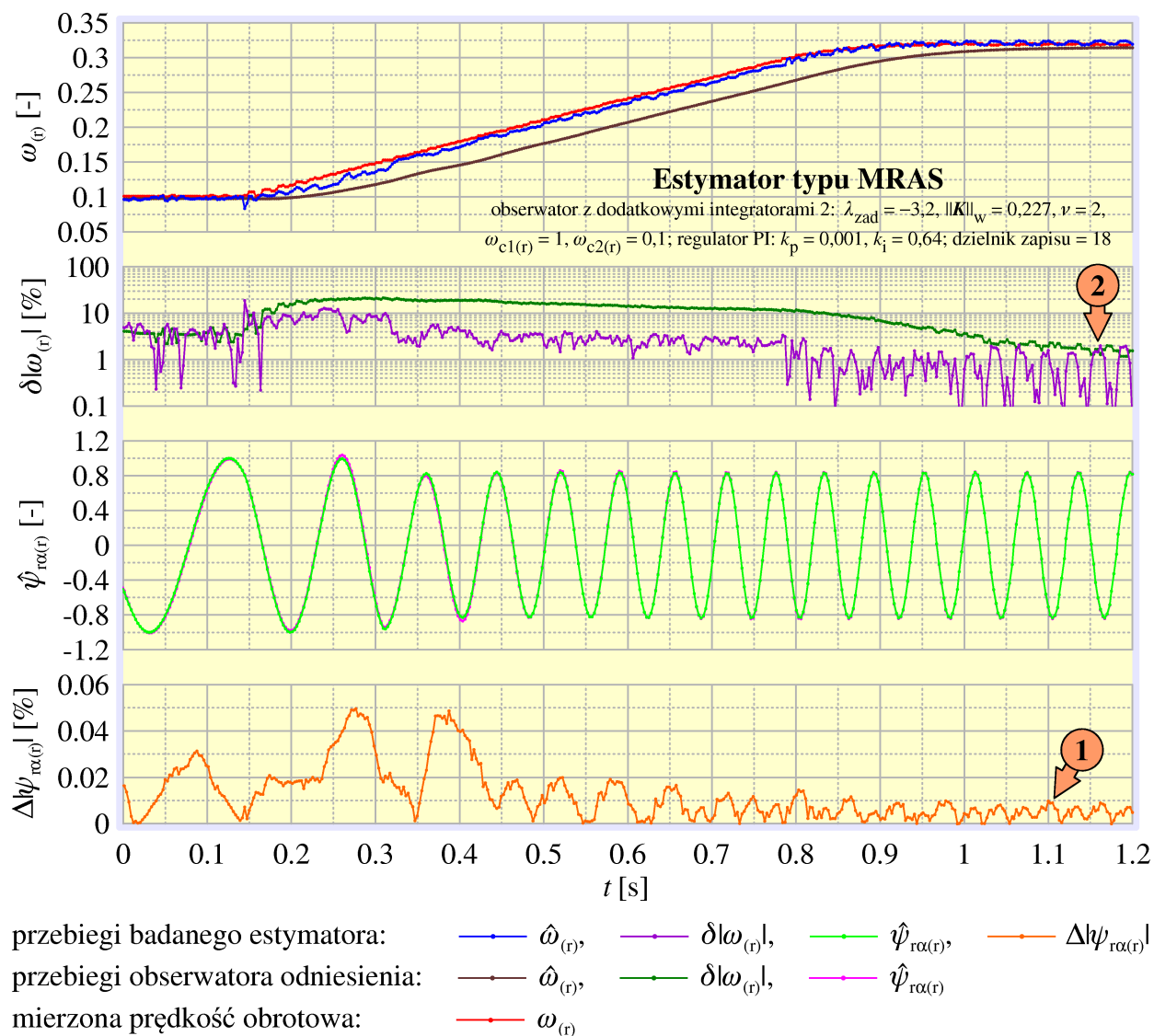
#### 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS



**Rys. 5.4.6. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatora typu MRAS z obserwatorem z dwoma dodatkowymi integratorami: a) nawrót przy małej prędkości obrotowej; b) przyspieszanie z jednoczesnym odzwzbudzaniem**

#### 5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS

Zastosowanie obserwatora z dwoma dodatkowymi integratorami spowodowało niewielkie pogorszenie jakości odtwarzania prędkości obrotowej. Pogorszenie jakości odtwarzania prędkości obrotowej nie spowodowało jednak widocznego pogorszenia jakości odtwarzania strumieni magnetycznych.



**Rys. 5.4.7. Przebiegi zarejestrowane w trakcie badań laboratoryjnych estymatora typu MRAS z obserwatorem z dwoma dodatkowymi integratorami, przyspieszenie z jednoczesnym odzwzbudzeniem**

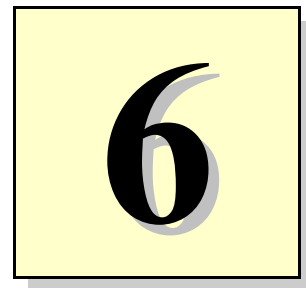
Porównując przebiegi błędów odtwarzania strumienia  $\hat{\psi}_{r\alpha(r)}$  w estymatorach z obserwatorami z jednym i z dwoma integratorami można zauważyć, że maksymalne wartości tych błędów w stanie ustalonym są w przybliżeniu takie same (porównaj znaczniki 1 na rys. 5.4.5 i 5.4.7), podczas gdy wartości błędów odtwarzania prędkości obrotowej w tym samym stanie pracy są wyraźnie większe w przypadku obserwatora

#### *5.4. Badania laboratoryjne estymatorów typu MRAS*

---

z dwoma dodatkowymi integratorami (znaczniki 2 na rys. 5.4.6 i 5.4.7). Fakt ten dowodzi dużej odporności obserwatorów z dodatkowymi integratorami na zakłócenia nakładające się na podawany na ich wejście przebieg prędkości obrotowej.





## ***Podsumowanie i wnioski***

---

W rozdziale tym przedstawiono wnioski wynikające zarówno z rozważań teoretycznych jak i badań symulacyjnych i laboratoryjnych. Zawarto tutaj również uwagi praktyczne, głównie związane z problemami napotkanymi w trakcie praktycznej realizacji badań symulacyjnych i laboratoryjnych.

### **6.1. Obserwator proporcjonalny**

Prosta struktura obserwatora proporcjonalnego ułatwia praktyczną realizację, dodatkowo ułatwioną przez brak konieczności stosowania układów całkujących odpornych na składową stałą. Przeprowadzone badania wykazały, że podczas doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego, oprócz odpowiedniego ułożenia biegunów obserwatora należy optymalizować wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora. Pierwsze z tych dwóch kryteriów, znane z literatury, do tej pory było jedynym kryterium doboru parametrów obserwatora. Wprowadzone przez autora drugie kryterium, związane z optymalizacją wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora, pozwoliło na znaczny wzrost jakości odtwarzania zmiennych stanu.

Rozważany obserwator proporcjonalny, zapewniający dobrą jakość odtwarzania zmiennych stanu i prostotę realizacji praktycznej, dobrze sprawdza się w układach sterowania silnika indukcyjnego wyposażonych w pomiar prędkości obrotowej. Prze-

prorowadzone badania wykazały natomiast, że obserwator proporcjonalny w znacznie mniejszym stopniu nadaje się do zastosowania w strukturach umożliwiających realizację napędu bezczujnikowego, takich jak obserwatory rozszerzone i estymatory typu MRAS.

## 6.2. Obserwator całkujący

Obserwator całkujący o postaci rozważanej w tej pracy, dotychczas nie był stosowany do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Obserwator ten różni się od klasycznego obserwatora całkującego budową korekcyjnego sprzężenia zwrotnego, którego modyfikacja pozwoliła na zwiększenie odporności obserwatora na zakłócenia nakładające się na przebiegi mierzonych prądów stojana silnika.

Jak wykazały badania symulacyjne i laboratoryjne, obserwator całkujący o rozpatrywanej strukturze zapewnia lepszą jakość odtwarzania strumieni magnetycznych silnika niż obserwator proporcjonalny o porównywalnych właściwościach dynamicznych. Wadą obserwatora całkującego jest konieczność zastąpienia integratorów całkujących prądy stojana silnika układami całkującymi odpornymi na składową stałą. Co prawda nie powoduje to znacznej komplikacji modelu matematycznego obserwatora (zwiększenia liczby całkowanych równań), lecz wymaga odpowiedniego dobrania wartości dodatkowych parametrów. Układy całkujące odporne na składową stałą w pewnym stopniu zniekształcają przebiegi zmiennych stanu obserwatora, lecz z tym związane pogorszenie jakości odtwarzania strumieni magnetycznych jest stosunkowo niewielkie. Dzięki temu, nawet przy silnej korekcji składowej stałej obserwator całkujący zapewnia lepszą jakość odtwarzania niż obserwator proporcjonalny o porównywalnych właściwościach dynamicznych.

Obserwator całkujący można zastosować w przypadkach, w których jakość odtwarzania zapewniana przez obserwator proporcjonalny okazuje się niewystarczająca.

## 6.3. Obserwator z dodatkowymi integratorami

Zaproponowany obserwator proporcjonalny z dodatkowymi integratorami dotychczas nie był stosowany do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego. Obserwator ten jest przeznaczony do zastosowania w złożonych układach odtwarzania strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego. Jego zastosowanie w układach sterowania z pomiarem prędkości obrotowej jest racjonalnie nieuzasadnione, gdyż jak wykazały badania symulacyjne, w takich warunkach pracy obserwa-

tor ten zapewnia jakość odtwarzania zbliżoną do obserwatora proporcjonalnego mającego nieporównywalnie prostszą strukturę. Przewaga obserwatora z dodatkowymi integratorami nad innymi typami obserwatorów ujawnia się dopiero po ich zastosowaniu w złożonym układzie odtwarzania zawierającym zamkniętą pętlę odtwarzania prędkości obrotowej, takim jak estymator typu MRAS czy obserwator rozszerzony. W takim przypadku obserwator z dodatkowymi integratorami skutecznie zapobiega wzmocnieniu zakłóceń w zamkniętej pętli odtwarzania prędkości obrotowej. Wadą tego obserwatora jest skomplikowany model matematyczny, dodatkowo komplikowany przez konieczność stosowania układów całkujących odpornych na składową stałą.

Skomplikowana struktura obserwatora z dodatkowymi integratorami utrudnia dobór jego parametrów – liczba dobieranych elementów macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora rośnie o 4 wraz z dodaniem każdego dodatkowego integratora. Skutkiem tego jest zmniejszająca się sprawność doboru parametrów wraz z dodawaniem kolejnych integratorów. O ile dobór parametrów przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego w przypadku obserwatora z jednym dodatkowym integratorem kończył się sukcesem (spełnieniem kryteriów doboru w zadowalającym stopniu) w większości przypadków, to w przypadku obserwatora z dwoma dodatkowymi integratorami, na kilkadziesiąt przeprowadzonych prób tylko kilka zakończyło się powodzeniem. Poprawnie działającego obserwatora z trzema dodatkowymi integratorami nie udało się uzyskać. Dodatkowo, przeprowadzone badania wykazały, że o ile dodanie do struktury obserwatora proporcjonalnego jednego dodatkowego integratora przynosi znaczną poprawę działania, to zwiększenie liczby integratorów do dwóch nie przynosi wyraźnego pozytywnego efektu. W związku z tym, należy stwierdzić, że stosowanie obserwatorów proporcjonalnych z więcej niż jednym dodatkowym integratorem nie jest w praktyce uzasadnione.

Dobierając parametry układów całkujących zastępujących dodatkowe integratory należy zapewnić odpowiednie warunki tłumienia składowej stałej. Przeprowadzone badania wykazały, że każdy kolejny dodatkowy integrator powinien mieć o rząd wielkości krótszą stałą czasową tłumienia. Drugą ważną funkcją układów całkujących odpornych na składową stałą jest zapewnienie stabilności obserwatora. W tym celu ich korekcyjne sprzężenia zwrotne powinny być załączone na stałe.

## 6.4. Metody doboru parametrów obserwatorów

Zaproponowano dwie różne metody doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego. Metodę analityczną i metodę optymalizacyjną. Metody te są również stosowane do innych typów obserwatorów, po sprowadzeniu ich równań błędów do postaci równania błędu obserwatora proporcjonalnego. Obydwie metody zapewniają nadanie ob-

serwatorom odpowiednich właściwości dynamicznych, niezależnie od właściwości dynamicznych obiektu obserwowanego. Metody te są uniwersalne, mogą być więc stosowane dla obserwatorów obiektów dynamicznych innych niż silnik indukcyjny. Obydwie metody oprócz odpowiedniego rozmieszczenia biegunów obserwatora, zapewniają uwzględnienie dodatkowego, wprowadzonego przez autora kryterium doboru, polegającego na minimalizacji wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora. Przeprowadzone badania potwierdziły, że kryterium to pozwala na zwiększenie odporności obserwatora na zakłócenia.

##### 6.4.1. Metoda analityczna

Zaproponowana metoda analityczna, pozwala na zaprojektowanie obserwatora o bardzo dobrej jakości odtwarzania zmiennych stanu, lepszej niż zaproponowana metoda optymalizacyjna. Najważniejszą jej zaletą jest lokowanie biegunów obserwatora z precyzją niedostępną dla metody optymalizacyjnej. Wszystkie wartości własne tak dobranego obserwatora mają części rzeczywiste równe wartościom zadanim, a części urojone równe zeru, co zapobiega niepożądanym oscylacjom. Jest to spełnione dla szerokiego zakresu prędkości obrotowych silnika, za wyjątkiem bardzo małych wartości tych prędkości, bliskich zeru. Metoda ta daje mniejsze możliwości minimalizacji wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego niż metoda optymalizacyjna. Przeprowadzone badania wykazały jednak, że negatywne skutki z tym związane mają mniejszy wpływ na jakość odtwarzania zmiennych stanu niż zysk związany z precyzyjnym doбором wartości własnych obserwatora.

Metoda analityczna jest jednak bardziej skomplikowana, wymaga przeprowadzenia znacznej ilości obliczeń symbolicznych, a rezultatem jej stosowania jest obserwator niestacjonarny, o parametrach zależnych od prędkości obrotowej silnika. Metoda ta, wymaga ponadto od projektanta umiejętności interpretacji licznych wyników pośrednich i w zależności od nich podejmowania odpowiednich dalszych kroków. Wymienione utrudnienia znacznie komplikują praktyczne stosowanie tej metody.

Metoda analityczna nie była stosowana w przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami. Powodem tego jest zależność wartości elementów dobieranej macierzy sprzężenia zwrotnego od prędkości obrotowej silnika. Zależność elementów tej macierzy od prędkości obrotowej jest dopuszczalna tylko wtedy, gdy prędkość ta zmienia się znacznie wolniej niż inne zmienne obserwatora. Założenie to nie jest spełnione w przypadku obserwatora z dodatkowymi integratorami, którego model matematyczny powstał w oparciu o założenie, że podawana na jego wejście odtwarzana prędkość obrotowa może zawierać szybkozmienne zakłócenia.

### 6.4.2. Metoda optymalizacyjna

Zaproponowana metoda optymalizacyjna jest znacznie prostsza w użyciu niż metoda analityczna. Raz opracowany i sparametryzowany algorytm obliczeniowy, nie wymagający obliczeń symbolicznych, wymaga od projektanta tylko podania wartości parametrów schematu zastępczego silnika. Jest to bardzo ważna zaleta, umożliwiająca pełną automatyzację procesu doboru parametrów obserwatora, wraz z oceną jakości otrzymanego wyniku. Taki właśnie, w pełni zautomatyzowany i bezobsługowy algorytm doboru, został zastosowany do generowania serii danych składających się z tysięcy różnych nastaw obserwatora, wykorzystanych podczas badań opisanych w rozdziale 4.1. Rezultatem stosowania zaproponowanej metody optymalizacyjnej jest obserwator stacjonarny, znacznie prostszy w realizacji praktycznej niż obserwator niestacjonarny będący rezultatem stosowania zaproponowanej metody analitycznej. Metoda optymalizacyjna zapewnia większe możliwości minimalizacji wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora, niż zaproponowana metoda analityczna.

Wadą metody optymalizacyjnej jest mała precyzja lokacji biegunów obserwatora. Zwykle tylko jedna lub dwie wartości własne tak dobranego obserwatora mają części rzeczywiste bliskie wartości zadanej. Pozostałe mają wartości leżące pomiędzy wartością zadaną a zerem. Wartości własne obserwatora dobrane metodą optymalizacyjną mają niezerowe części urojone. Ponadto, położenie biegunów tak dobranego obserwatora jest zależne od prędkości obrotowej silnika. Wartości własne obserwatora dobrane metodą optymalizacyjną są dosyć odległe od wartości zadanych, lecz ich zmiany dla małych prędkości obrotowych są znacznie mniejsze niż w przypadku metody analitycznej, co znacznie poprawia jakość pracy obserwatora dla prędkości obrotowych bliskich i równych zeru.

Sprawność metody optymalizacyjnej, czyli liczba doborów zakończonych sukcesem, spada wraz ze wzrostem liczby elementów dobieranej macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora. O ile w przypadku obserwatora proporcjonalnego (8 dobieranych elementów), dla niektórych wartości zadanych wszystkie przeprowadzone doборы dały zadowalający wynik, to w przypadku obserwatorów całkującego i z jednym dodatkowym integratorem (12 elementów) sprawność ta wynosiła ok. 50 – 60%. W przypadku obserwatora z dwoma dodatkowymi integratorami (16 elementów), sprawność ta wynosiła kilka procent, a w przypadku obserwatora z trzema dodatkowymi integratorami (20 elementów) nie uzyskano ani jednego poprawnego wyniku. Porównanie to przeprowadzono dla zbliżonych parametrów pracy algorytmu genetycznego (parametry funkcji celu i operatorów genetycznych, liczba chromosomów i pokoleń).

W przypadku doboru parametrów obserwatora z dodatkowymi integratorami, dobre efekty przynosiło zadawanie osobnych, węższych ograniczeń przestrzeni poszukiwań

dla elementów macierzy sprzężenia zwrotnego związanych z zespołem dodatkowych integratorów.

## 6.5. Oryginalne osiągnięcia

W trakcie realizacji pracy wypracowano i zastosowano w praktyce rozwiązania, które dotychczas nie były stosowane w układach odtwarzania zmiennych stanu silników indukcyjnych. Do rozwiązań tych należy zdefiniowanie pojęcia wskaźnika wzmocnienia macierzy sprzężenia zwrotnego obserwatora i wprowadzenie opartego na tym pojęciu dodatkowego kryterium doboru parametrów obserwatorów. Kryterium to zastosowano w praktyce odpowiednio modyfikując znane z literatury metody doboru parametrów obserwatorów.

Kolejnym oryginalnym osiągnięciem jest zastosowanie do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego obserwatorów o sprzężeniach zwrotnych innych niż proporcjonalne. Takimi obserwatorami, które są najnowszymi osiągnięciami teorii obserwatorów i dotychczas nie były stosowane w układach sterowania silników indukcyjnych, są zmodyfikowany obserwator całkujący (2001r) i obserwator z dodatkowymi integratorami (2000r). Specjalnie na potrzeby syntezy obserwatora z dodatkowymi integratorami opracowano model matematyczny silnika indukcyjnego, który uwzględnia zakłócenia nakładające się na przebieg prędkości obrotowej silnika podawany na wejście obserwatora jako niedostępne pomiarowo wymuszenia. Nowatorskim rozwiązaniem jest również zastosowanie obserwatora z dodatkowymi integratorami w roli modelu przestrajanego estymatora typu MRAS oraz w strukturze rozszerzonego obserwatora Luenbergera.

W trakcie praktycznej realizacji obserwatorów całkującego i proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami natrafiono na problemy, o których nie wspomnieli autorzy prac źródłowych, z których zaczerpnięto struktury tych obserwatorów. Pierwszym problemem była tendencja obydwu obserwatorów do kumulowania zakłóceń o postaci składowej stałej. Problem ten rozwiązano wprowadzając do struktury obserwatorów układy całkujące odporne na składową stałą, zaczerpnięte z opisanych w literaturze estymatorów bazujących na modelu napięciowym silnika. Kolejnym problemem, który wystąpił w obserwatorze z dodatkowymi integratorami, była niestabilność tego obserwatora dla pewnej klasy obiektów obserwowanych, do której to klasy należy również rozpatrywany model matematyczny silnika indukcyjnego. Problem ten rozwiązano wykorzystując wpływ, jaki na właściwości dynamiczne obserwatora mają wprowadzone do jego struktury układy całkujące odporne na składową stałą. Jednocześnie wykazano, że odpowiedni dobór parametrów układów całkujących pozwala rozwiązać problem niestabilności obserwatora z dodatkowymi integratorami dla dowolnego obiektu obserwowanego.

## Załącznik A: Analityczny dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego

W załączniku A przedstawiono przykład doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego silnika indukcyjnego metodą analityczną opisaną w rozdziale 3.4, przy zastosowaniu programu Mathcad 2001 [60, 33].

W arkuszu kalkulacyjnym czerwonym symbolem zegara zaznaczono miejsca, w których wykonywane są długotrwałe obliczenia. Obok podano przybliżony czas trwania tych obliczeń zmierzony dla komputera PC z procesorem Intel Core 2 Duo 6300 1,86 GHz, 2 GB pamięci RAM i zainstalowanym systemem Windows XP SP2. Całkowity czas obliczeń wyniósł około 13 minut. Czas ten można skrócić zmniejszając wartości zmiennych oznaczonych w arkuszu zielonym symbolem zegara. Zmniejszenie wartości tych zmiennych nie wpłynie na wynik doboru parametrów obserwatora, spowoduje jednak pogorszenie jakości znajdujących się w arkuszu wykresów.

Wynikiem obliczeń są dwa pliki \*.dat zawierające tablice wartości elementów macierzy  $K$  obserwatora proporcjonalnego, opisanego w rozdziale 3.1, w funkcji prędkości obrotowej.

Dobór parametrów obserwatora proporcjonalnego silnika indukcyjnego typu AAUZD o danych znamionowych  $P_n := 3000$   $n_n := 1425$   $U_n := 380\Delta$ ,  $I_n := 6.98$   $f_n := 50$

Przyjmuję wartości wielkości odniesienia:

$$U_{odn} := U_n \quad I_{odn} := I_n \cdot 1.73205080756888 \quad \omega_{odn} := 2 \cdot 3.14159265358979 \cdot 50$$

Obliczam wartości wielkości odniesienia, na podstawie wzorów (2.1.1.14), (2.1.1.15), (2.1.1.16) i (2.1.1.19):

$$Z_{odn} := \frac{U_{odn}}{I_{odn}} \quad Z_{odn} = 31.432 \quad L_{odn} := \frac{U_{odn}}{\omega_{odn} \cdot I_{odn}} \quad L_{odn} = 0.10005$$

$$\Psi_{odn} := \frac{U_{odn}}{\omega_{odn}} \quad \Psi_{odn} = 1.20958 \quad t_{odn} := \frac{1}{\omega_{odn}} \quad t_{odn} = 3.183 \times 10^{-3}$$

Parametry schematu zastępczego silnika:

$$R_s := 1.80143 \quad R_r := 1.88520 \quad L_s := 0.22459 \quad L_r := L_s \quad L_m := 0.21561$$

Parametry schematu zastępczego wyrażone w wielkościach względnych (2.1.1.13):

$$R_{sr} := \frac{R_s}{Z_{odn}} \quad R_{sr} = 0.05731 \quad R_{rr} := \frac{R_r}{Z_{odn}} \quad R_{rr} = 0.05998$$

$$L_{sr} := \frac{L_s}{L_{odn}} \quad L_{sr} = 2.2448 \quad L_{rr} := \frac{L_r}{L_{odn}} \quad L_{rr} = 2.2448 \quad L_{mr} := \frac{L_m}{L_{odn}} \quad L_{mr} = 2.155$$

Wartości współczynników, na podstawie wzorów od (2.1.2.8) do (2.1.2.10):

$$a := \frac{L_{mr}}{L_{mr}^2 - L_{sr} \cdot L_{rr}} \quad a = -5.4571 \quad b := \frac{L_{sr}}{L_{mr}^2 - L_{sr} \cdot L_{rr}} \quad b = -5.6844 \quad c := \frac{L_{rr}}{L_{mr}^2 - L_{sr} \cdot L_{rr}} \quad c = -5.6844$$

Macierze modelu matematycznego silnika (2.1.2.13), (2.1.2.14) i (2.1.2.17):

$$A(\omega) := \begin{pmatrix} R_{sr} \cdot c & 0 & -R_{sr} \cdot a & 0 \\ 0 & R_{sr} \cdot c & 0 & -R_{sr} \cdot a \\ -a \cdot R_{rr} & 0 & b \cdot R_{rr} & -\omega \\ 0 & -R_{rr} \cdot a & \omega & b \cdot R_{rr} \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} -c & 0 & a & 0 \\ 0 & -c & 0 & a \end{pmatrix}$$

Szukana macierz  $K$  ma wymiary  $n \cdot q = 4 \cdot 2$  (2.1.5.3), szukana macierz  $G(u, \kappa)$  ma wymiary  $r \cdot s = 2 \cdot 4$  co wynika ze wzoru (3.4.3.1)

Zakładam postać wektora  $g_1(\kappa)$  z równania (3.4.1.4), przyjęto  $i := 1$ , założono również liczbę parametrów  $m := 1$ :

$$g_1(\kappa) := (0.1 \quad 0.1 \quad \kappa \quad \kappa)$$

Wyznaczam postać macierzy  $D'(u, \kappa)$  ze wzoru (3.4.1.5) z uwzględnieniem (3.4.2.4) i (3.4.2.3) oraz wektor  $f'$  ze wzoru (3.4.1.6) po uwzględnieniu (3.4.2.4):

$$D'(\omega, \kappa) := A(\omega)^T + C^T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot g_1(\kappa) \quad f' := -C^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Wyznaczam macierz sterowalności  $\Phi(u, k)$  ze wzoru (3.4.1.9):

$$\Phi(\omega, \kappa) := \text{augment}\left(f, D'(\omega, \kappa) \cdot f, D'(\omega, \kappa)^2 \cdot f, D'(\omega, \kappa)^3 \cdot f\right)$$

Sprawdzam czy macierz  $\Phi(u, \kappa)$  jest macierzą osobliwą. W tym celu obliczam wartości jej wyznacznika w zadanym przedziale prędkości obrotowych i zadanym przedziale zmienności parametru:

rozdzielczość wykresu:    maxwiersz := 499 Ⓢ    maxkolumna := 499 Ⓢ  
                                  minwiersz := 8            minkolumna := 8  
                                  wie := 0 .. maxwiersz    kol := 0 .. maxkolumna  
                                  awie := 0 .. minwiersz    akol := 0 .. minkolumna

przedział zmienności prędkości obrotowej:     $\omega_{\max} := 1.2$      $\omega_{\min} := -1.2$

przedział zmienności parametru:     $\kappa_{\max} := 1$      $\kappa_{\min} := -1$

$$\_ \omega_{\text{wie}} := \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\text{maxwiersz}} \cdot \text{wie} + \omega_{\min} \quad \_ \kappa_{\text{kol}} := \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{\text{maxkolumna}} \cdot \text{kol} + \kappa_{\min} \quad \_ \kappa^{\langle \text{wie} \rangle} := \_ \kappa$$

$$\_ \omega_{\text{awie}} := \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\text{minwiersz}} \cdot \text{awie} + \omega_{\min} \quad \_ \kappa_{\text{akol}} := \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{\text{minkolumna}} \cdot \text{akol} + \kappa_{\min}$$

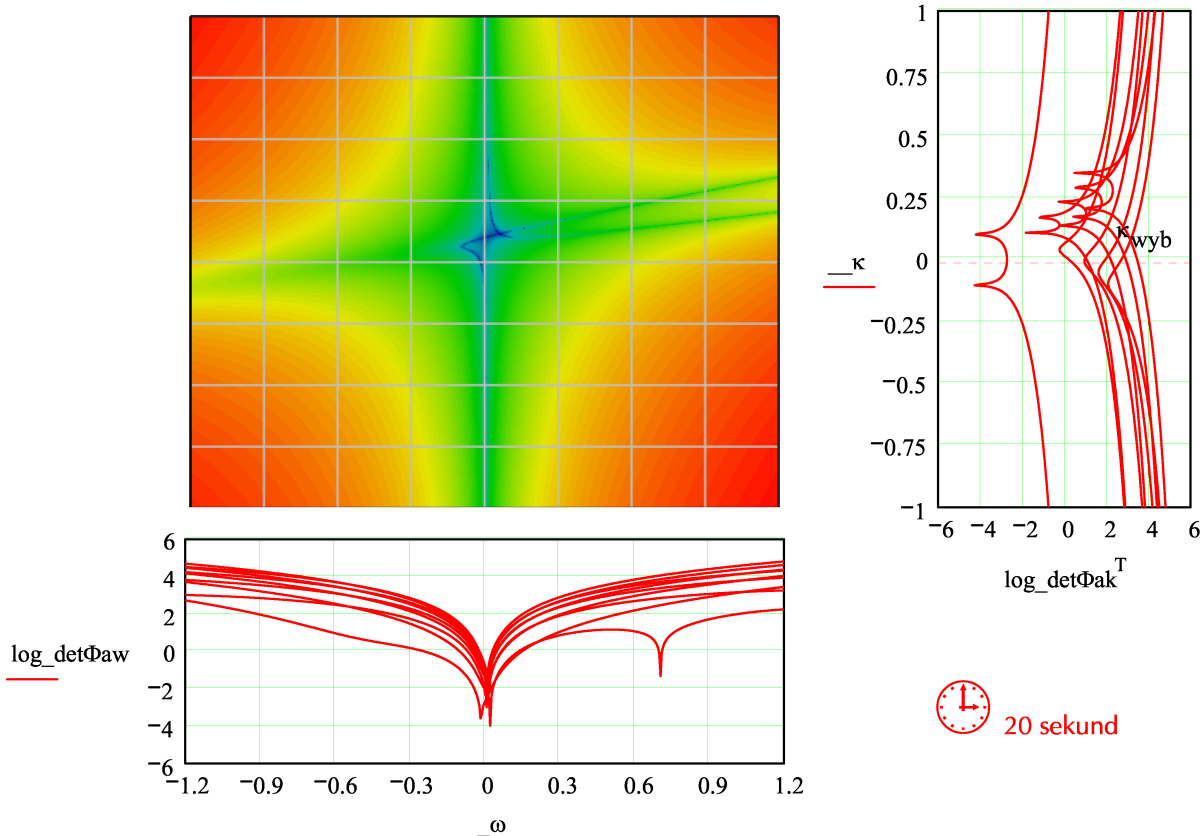
wykres wykreślam w skali pół logarytmicznej:

$$\log\_ \det\Phi_{\text{wie}, \text{kol}} := 0 \text{ on error } \log\left(\left|\Phi(\_ \omega_{\text{wie}}, \_ \kappa_{\text{kol}})\right|\right)$$

$$\log\_ \det\Phi_{\text{awie}, \text{akol}} := 0 \text{ on error } \log\left(\left|\Phi(\_ \omega_{\text{awie}}, \_ \kappa_{\text{akol}})\right|\right)$$

$$\log\_ \det\Phi_{\text{akawie}, \text{kol}} := 0 \text{ on error } \log\left(\left|\Phi(\_ \omega_{\text{awie}}, \_ \kappa_{\text{kol}})\right|\right)$$

(zero w przypadku wystąpienia błędów numerycznych)



Widać, że dla niektórych wartości parametru  $\kappa$ , dla małych prędkości obrotowych macierz  $\Phi(u, \kappa)$  dąży do singularności. Problem ten zostanie rozwiązany później.

Wyznaczam współczynniki wielomianu (3.4.1.11):

$$|s \cdot \text{identity}(4) - D'(u, \kappa)| \text{ coeffs, s} \rightarrow \begin{pmatrix} 5 \cdot 10^{-21} \cdot \kappa + 1 \cdot 10^{-21} \cdot \omega - 5.64348 \\ -3.467051756473384685 \cdot 10^{-3} + 8.313452881794608923 \cdot 10^{-2} \cdot \omega^2 - 1 \\ 3.6383453443825579917 \cdot \kappa + \omega^2 + 6 \\ .7650045460182 \end{pmatrix}$$

wynik powyższych obliczeń symbolicznych należy przekopiować do poniższego podstawienia

$$a(u, \kappa) := \begin{pmatrix} 5 \cdot 10^{-21} \cdot \kappa - 7.9052085939705399226 \cdot 10^{-2} \cdot \omega^2 + 1 \cdot 10^{-21} \cdot \omega - 5 \\ -3.467051756473384685 \cdot 10^{-3} + 8.313452881794608923 \cdot 10^{-2} \cdot \omega^2 + 4.750167242526599743 \cdot 10^{-2} \cdot \kappa \\ 3.6383453443825579917 \cdot \kappa + 6.7749321288463330805 \cdot 10^{-2} - 5.457 \\ .76500454601822060742 + 5.45707846837499 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a_0(u, \kappa) := a(u, \kappa)_0 \quad a_1(u, \kappa) := a(u, \kappa)_1 \quad a_2(u, \kappa) := a(u, \kappa)_2$$

$$a_3(u, \kappa) := a(u, \kappa)_3 \quad a_4(u, \kappa) := a(u, \kappa)_4$$

Tworzę macierz  $X(u, \kappa)$  korzystając ze wzoru (3.4.1.10):

$$X(u, \kappa) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3(u, \kappa) & 1 & 0 & 0 \\ a_2(u, \kappa) & a_3(u, \kappa) & 1 & 0 \\ a_1(u, \kappa) & a_2(u, \kappa) & a_3(u, \kappa) & 1 \end{pmatrix}$$

Zakładam wartości wartości własnych obserwatora - tworzę wektor  $\Lambda$ :

$$\Lambda := (-0.318 \quad -0.318 \quad -0.318 \quad -0.318)^T$$

Tworzę wielomian (3.4.1.13) i obliczam jego współczynniki:

$$\prod_{g=0}^3 (p - \Lambda_g) \text{ coeffs, p} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.0226063376 \cdot 10^{-2} \\ .128629728 \\ .606744 \\ 1.272 \\ 1 \end{pmatrix}$$

wynik powyższych obliczeń symbolicznych należy przekopiować do poniższego podstawienia

$$\alpha(\omega) := \begin{pmatrix} 1.0226063376 \cdot 10^{-2} \\ .128629728 \\ .606744 \\ 1.272 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_0(\omega) := \alpha(\omega)_0 \quad \alpha_1(\omega) := \alpha(\omega)_1 \quad \alpha_2(\omega) := \alpha(\omega)_2 \quad \alpha_3(\omega) := \alpha(\omega)_3 \quad \alpha_4(\omega) := \alpha(\omega)_4$$

Wyznaczam wektor  $\delta(u, \kappa)$  na podstawie wzoru (3.4.1.12)

$$\delta(\omega, \kappa) := \begin{pmatrix} \alpha_3(\omega) - a_3(\omega, \kappa) \\ \alpha_2(\omega) - a_2(\omega, \kappa) \\ \alpha_1(\omega) - a_1(\omega, \kappa) \\ \alpha_0(\omega) - a_0(\omega, \kappa) \end{pmatrix}$$

Wyznaczam szukany wektor  $g_2(u, \kappa)$  na podstawie wzoru (3.4.1.8)

$$g_2(\omega, \kappa) := \left[ \left( (\Phi(\omega, \kappa))^T \right)^{-1} \cdot X(\omega, \kappa)^{-1} \cdot \delta(\omega, \kappa) \right]^T$$

Szukana macierz sprzężenia zwrotnego obserwatora  $K(u, \kappa)$  ma więc postać wynikającą ze wzorów (3.4.2.5) i (3.4.1.3):

$$K(\omega, \kappa) := \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot g_1(\kappa) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot g_2(\omega, \kappa) \right]^T$$

Obliczam wartości własne obserwatora ze wzoru (3.4.2.1) aby sprawdzić poprawność obliczeń:

$$\Gamma(\omega, \kappa) := \text{eigenvals}(A(\omega) + K(\omega, \kappa) \cdot C)$$

Sprawdzenie wykonuję dla pełnych przedziałów zmienności prędkości obrotowej i parametru  $\kappa$ :

zeruję liczniki:  $\_ \omega := 0$   $\_ \kappa := 0$

rozdzielczość wykresu:  $\text{maxwiersz} := 200$   $\text{maxkolumna} := 200$

przedział prędkości obrotowej:  $\omega_{\text{max}} := 1.2$   $\omega_{\text{min}} := -1.2$

przedział parametru:  $\kappa_{\text{max}} := 1$   $\kappa_{\text{min}} := -1$

wie := 0 .. maxwiersz  $\text{kol} := 0 .. \text{maxkolumna}$

$$\_ \omega_{\text{wie}} := \frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{\text{maxwiersz}} \cdot \text{wie} + \omega_{\text{min}}$$

$$\_ \kappa_{\text{kol}} := \frac{\kappa_{\text{max}} - \kappa_{\text{min}}}{\text{maxkolumna}} \cdot \text{kol} + \kappa_{\text{min}}$$

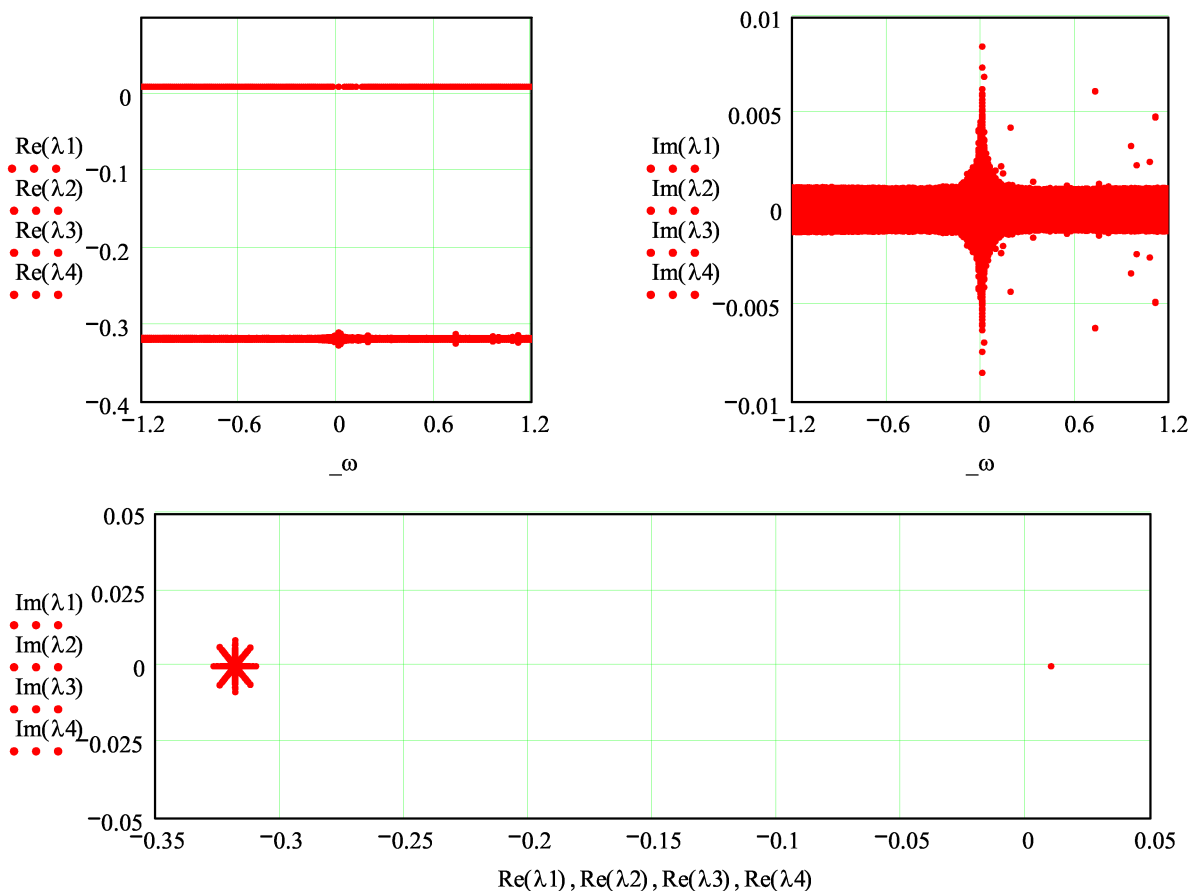
$\Gamma(w, k) := (0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01)^T$  on error  $\Gamma(w, k)$  (0.01 w przypadku wystąpienia błędów numerycznych)

$$\lambda_{1_{\text{wie, kol}}} := (\Gamma(\_ \omega_{\text{wie}}, \_ \kappa_{\text{kol}})_0) \quad \lambda_{2_{\text{wie, kol}}} := (\Gamma(\_ \omega_{\text{wie}}, \_ \kappa_{\text{kol}})_1)$$

$$\lambda_{3_{\text{wie, kol}}} := (\Gamma(\_ \omega_{\text{wie}}, \_ \kappa_{\text{kol}})_2) \quad \lambda_{4_{\text{wie, kol}}} := (\Gamma(\_ \omega_{\text{wie}}, \_ \kappa_{\text{kol}})_3)$$



40 sekund



Odchyłki wartości własnych obserwatora od wartości zadanych, wyraźnie widoczne dla małych prędkości obrotowych, pokrywają się z obszarami, dla których wyznacznik macierzy  $\Phi$  dąży do zera.

Teraz należy dobrać wartość parametru  $\kappa$  tak, aby wskaźnik wzmocnienia macierzy  $K$  miał jak najmniejszą wartość. Wskaźnik wzmocnienia macierzy  $K$  zdefiniowany wzorem (3.1.1.7) ma postać:

$$\text{wskwzm}(\omega, \kappa) := \frac{1}{\text{rows}(K(\omega, \kappa))} \cdot \sum_{w=0}^{\text{rows}(K(\omega, \kappa))-1} \sqrt{\sum_{k=0}^{\text{cols}(K(\omega, \kappa))-1} (K(\omega, \kappa)_{w,k})^2}$$

Wykreślam wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  w funkcji parametru i prędkości obrotowej w skali pół logarytmicznej

zeruję liczniki:  $\_ \omega := 0$   $\_ \kappa := 0$   $\_ \kappa a := 0$   $\_ \omega a := 0$   $\_ \kappa := 0$

rozdzielczość wykresu:  $\text{maxwiersz} = 200$   $\text{maxkolumna} = 200$

$\text{minwiersz} := 8$   $\text{minkolumna} := 8$

przedział prędkości obrotowej:  $\omega_{\text{max}} := 1.2$   $\omega_{\text{min}} := -1.2$

przedział parametru:  $\kappa_{\text{max}} := 1$   $\kappa_{\text{min}} := -1$

wie := 0 .. maxwiersz kol := 0 .. maxkolumna

awie := 0 .. minwiersz akol := 0 .. minkolumna

$\_ \omega_{\text{wie}} := \frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{\text{maxwiersz}} \cdot \text{wie} + \omega_{\text{min}}$   $\_ \kappa_{\text{kol}} := \frac{\kappa_{\text{max}} - \kappa_{\text{min}}}{\text{maxkolumna}} \cdot \text{kol} + \kappa_{\text{min}}$   $\_ \kappa^{\langle \text{wie} \rangle} := \_ \kappa$

$$_{\omega}a_{awie} := \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\text{minwiersz}} \cdot a_{wie} + \omega_{\min} \quad _{\kappa}a_{akol} := \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{\text{minkolumna}} \cdot a_{kol} + \kappa_{\min}$$

$$\text{wsk}_{_{\omega}wie,_{\kappa}kol} := 0 \quad \text{on error log}(\text{wskwzm}(_{\omega}a_{awie}, _{\kappa}a_{akol}))$$

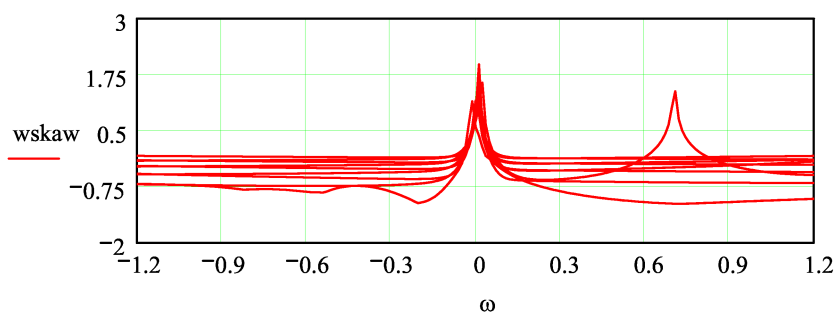
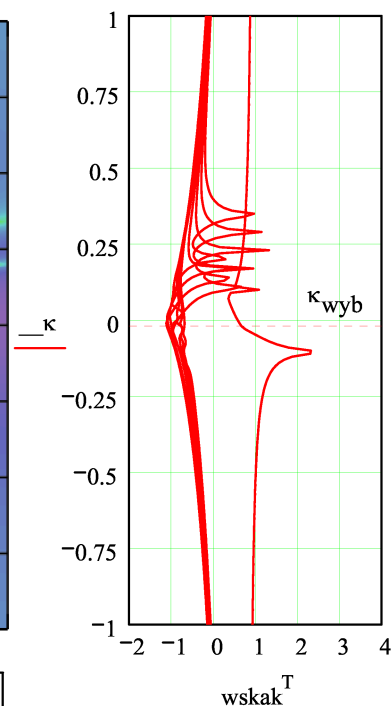
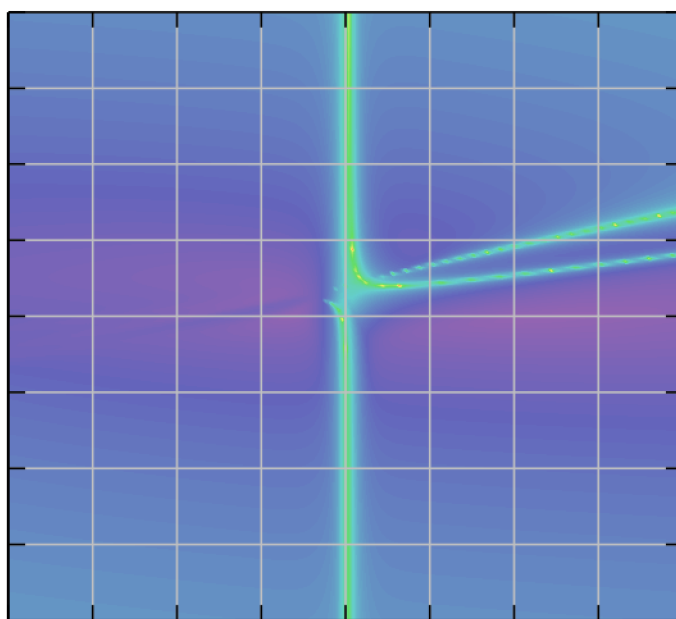
(zero w przypadku błędów numerycznych)

$$\text{wskak}_{_{\omega}awie,_{\kappa}kol} := 0 \quad \text{on error log}(\text{wskwzm}(_{\omega}a_{awie}, _{\kappa}a_{akol}))$$

$$\text{wskaw}_{_{\omega}wie,_{\kappa}akol} := 0 \quad \text{on error log}(\text{wskwzm}(_{\omega}a_{awie}, _{\kappa}a_{akol}))$$



120 sekund



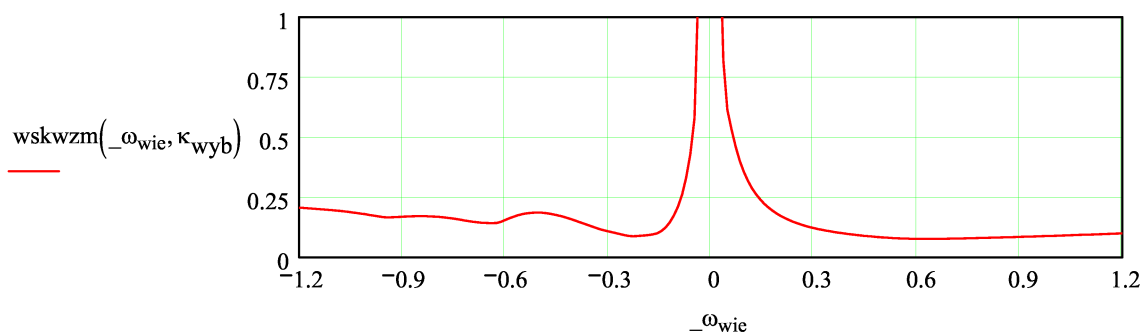
$$\kappa_{wyb} \equiv -0.015$$

wybieram wartość parametru  $\kappa$  tak, aby wartości wskaźnika wzmocnienia były jak najmniejsze

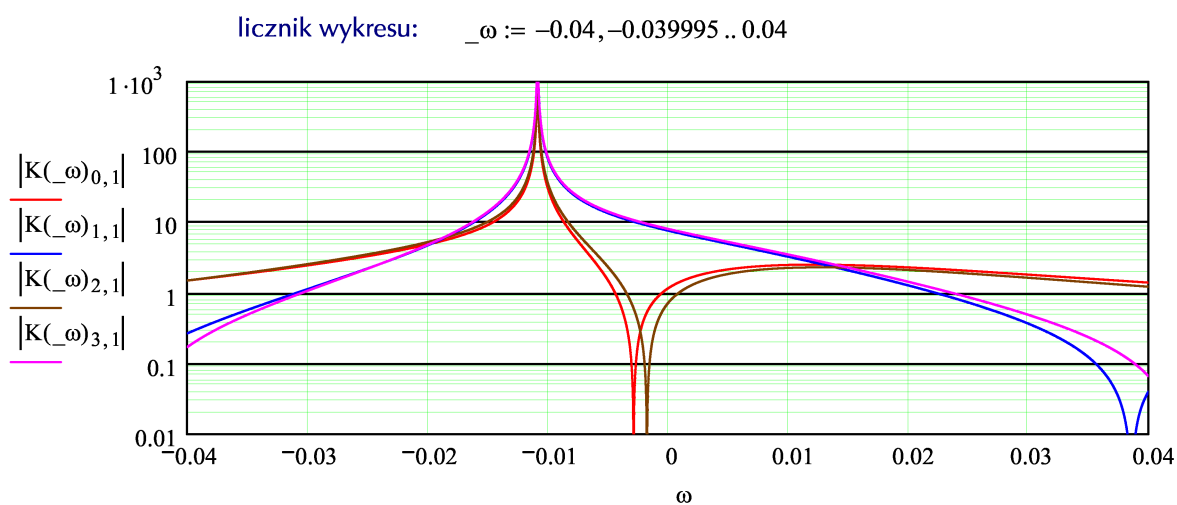
Dobór macierzy  $K$ , a tym samym parametrów obserwatora został zakończony (3.4.3.7):

$$K(\omega) := K(\omega, \kappa_{wyb})$$

Ostatecznie wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $K$  mają następujące wartości:



Do rozwiązania pozostaje jeszcze problem singularności macierzy  $\Phi$  dla małych prędkości obrotowych. Na poniższym wykresie widać, że przebiegi wartości elementów macierzy  $K$  mają w pobliżu zera asymptotę.



Problem ten można rozwiązać na dwa sposoby. Pierwszy sposób polega na wycięciu z przebiegów elementów macierzy  $K$  przedziału wartości bliskich zera i zastąpieniu ich zerami. W przedziale tym obserwator będzie działał bez sprzężenia zwrotnego - stanie się symulatorem zmiennych stanu:

przedział wycięty :  $\omega_{mx} := 0.06 \quad \omega_{mn} := -0.06$

$$K_0(\omega_{mx}, \omega_{mn}, \omega) := \begin{cases} \text{wyn} \leftarrow K(\omega) & \text{if } -(\omega_{mn} < \omega < \omega_{mx}) \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{otherwise} \end{cases}$$

wyn

Drugi sposób polega na wycięciu przedziału wartości i aproksymowaniu całego przebiegu w celu zapewnienia ciągłości przebiegów wartości elementów macierzy  $K$ :

aproksymacja w przedziale prędkości:  $\omega_{max} := 1.2 \quad \omega_{min} := -1.2$

liczba punktów aproksymacji:  $nfit := 200$

otoczenie punktów aproksymacji:  $rank := 0.05$

$$Kfit(\text{wiersz}, \text{kolumna}, \omega_{mx}, \omega_{mn}, nfit) := \begin{cases} \omega_{step} \leftarrow (\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot (nfit - 1)^{-1} \\ n \leftarrow 0 \\ \text{for } t \in 0 \dots (nfit - 1) \\ \quad \left| \begin{array}{l} w \leftarrow K(\omega_{min} + t \cdot \omega_{step})_{\text{wiersz}, \text{kolumna}} \\ \text{if } -[\omega_{mn} < (\omega_{min} + t \cdot \omega_{step}) < \omega_{mx}] \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{wyn}_{n,1} \leftarrow \omega_{min} + t \cdot \omega_{step} \\ \text{wyn}_{n,0} \leftarrow w \\ n \leftarrow n + 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

wyn

przeprowadzam aproksymację:

wiersz := 0 kolumna := 1 gh := Kfit(wiersz, kolumna,  $\omega_{mx}$ ,  $\omega_{mn}$ , nfit)  
 $k_{01}(\omega) := \text{interp}(\text{loess}(gh^{(1)}, gh^{(0)}, \text{rank}), gh^{(1)}, gh^{(0)}, \omega)$

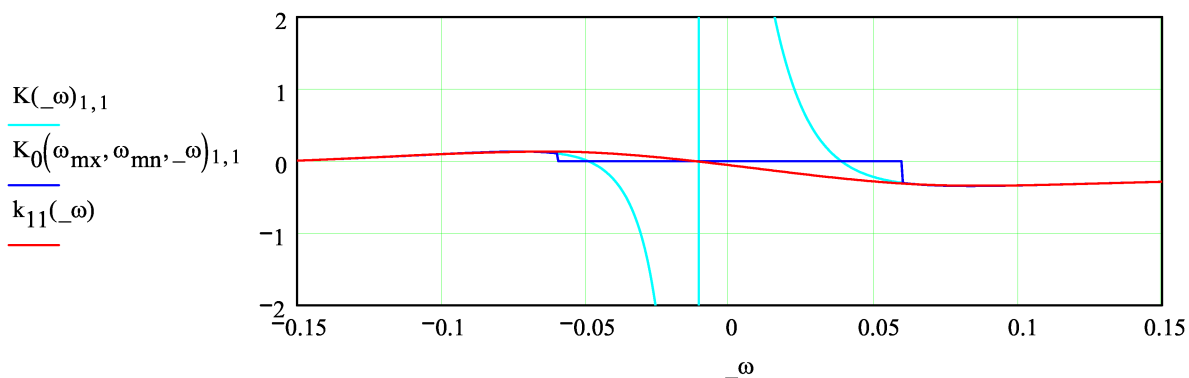
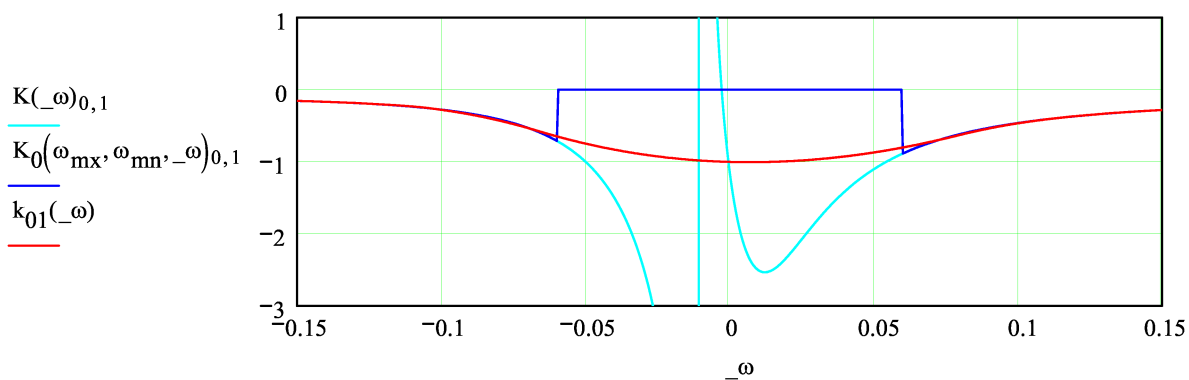
wiersz := 1 kolumna := 1 gh := Kfit(wiersz, kolumna,  $\omega_{mx}$ ,  $\omega_{mn}$ , nfit)  
 $k_{11}(\omega) := \text{interp}(\text{loess}(gh^{(1)}, gh^{(0)}, \text{rank}), gh^{(1)}, gh^{(0)}, \omega)$

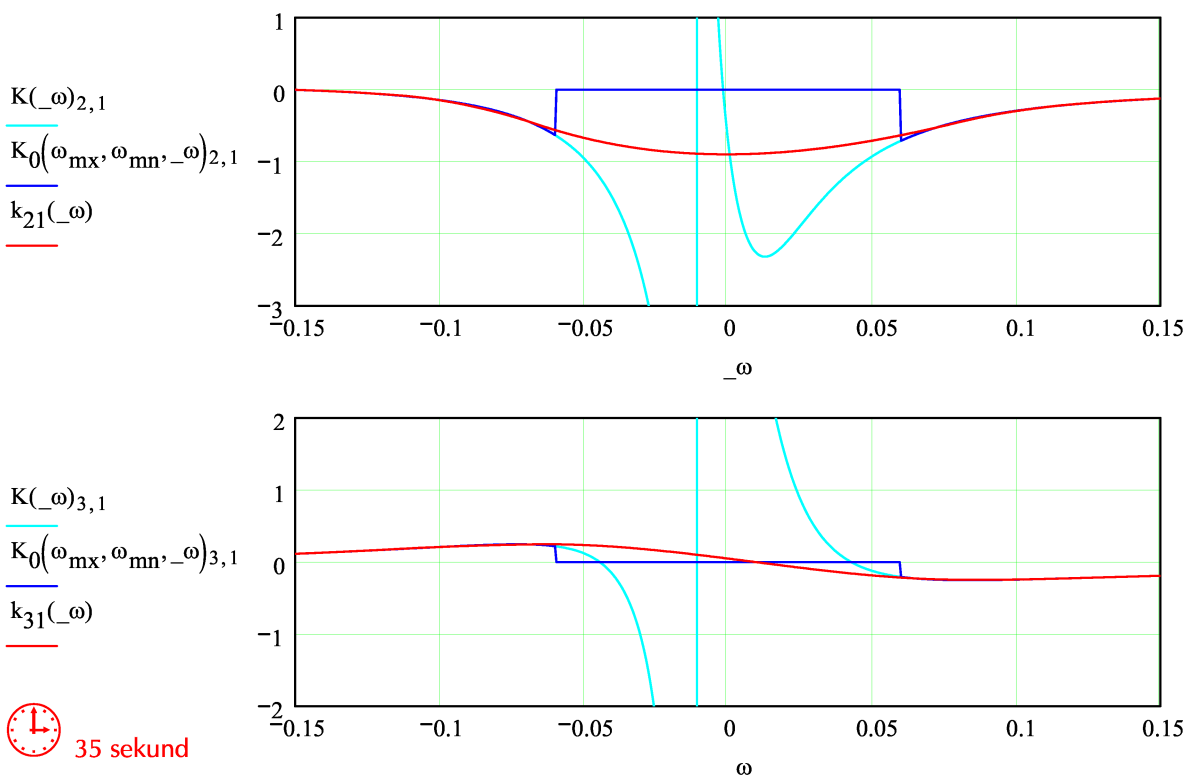
wiersz := 2 kolumna := 1 gh := Kfit(wiersz, kolumna,  $\omega_{mx}$ ,  $\omega_{mn}$ , nfit)  
 $k_{21}(\omega) := \text{interp}(\text{loess}(gh^{(1)}, gh^{(0)}, \text{rank}), gh^{(1)}, gh^{(0)}, \omega)$

wiersz := 3 kolumna := 1 gh := Kfit(wiersz, kolumna,  $\omega_{mx}$ ,  $\omega_{mn}$ , nfit)  
 $k_{31}(\omega) := \text{interp}(\text{loess}(gh^{(1)}, gh^{(0)}, \text{rank}), gh^{(1)}, gh^{(0)}, \omega)$

porównanie przebiegów wartości elementów macierzy K z przebiegami aproksymowanymi i z przebiegami z wyciętym problematycznym przedziałem prędkości:

licznik wykresu:  $\omega := -0.15, -0.1495 .. 0.15$





Ostateczna weryfikacja. Sprawdzam jak wycięcie przedziału i aproksymacja wpłynęły na położenie biegunów obserwatora:

macierz  $K$  i wartości własne obserwatora aproksymowanego:

$$K_{fit}(\omega) := \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot g_1(\kappa_{wyb}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (k_{01}(\omega) \quad k_{11}(\omega) \quad k_{21}(\omega) \quad k_{31}(\omega)) \right]^T$$

$$\Gamma_{fit}(\omega) := \text{eigenvals}(A(\omega) + K_{fit}(\omega) \cdot C)$$

macierz  $K$  i wartości własne obserwatora z wyciętym przedziałem:

$$K_0(\omega) := K_0(\omega_{mx}, \omega_{mn}, \omega)$$

$$\Gamma_0(\omega) := \text{eigenvals}(A(\omega) + K_0(\omega) \cdot C)$$

zerowanie liczników:  $\omega := 0$   $wie := 0$

rozdzielczość wykresu:  $\text{maxwiersz} := 2000$   $wie := 0 \dots \text{maxwiersz}$

przedział prędkości obrotowych:  $\omega_{max} := 1.2$   $\omega_{min} := -1.2$   $\omega_{wie} := \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\text{maxwiersz}} \cdot wie + \omega_{mi}$

bieguny obserwatora aproksymowanego:

bieguny obserwatora z wyciętym przedziałem:

$$\lambda_{1fit_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_{fit}(\omega_{wie})_0$$

$$\lambda_{10_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_0(\omega_{wie})_0$$

$$\lambda_{2fit_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_{fit}(\omega_{wie})_1$$

$$\lambda_{20_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_0(\omega_{wie})_1$$

$$\lambda_{3fit_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_{fit}(\omega_{wie})_2$$

$$\lambda_{30_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_0(\omega_{wie})_2$$

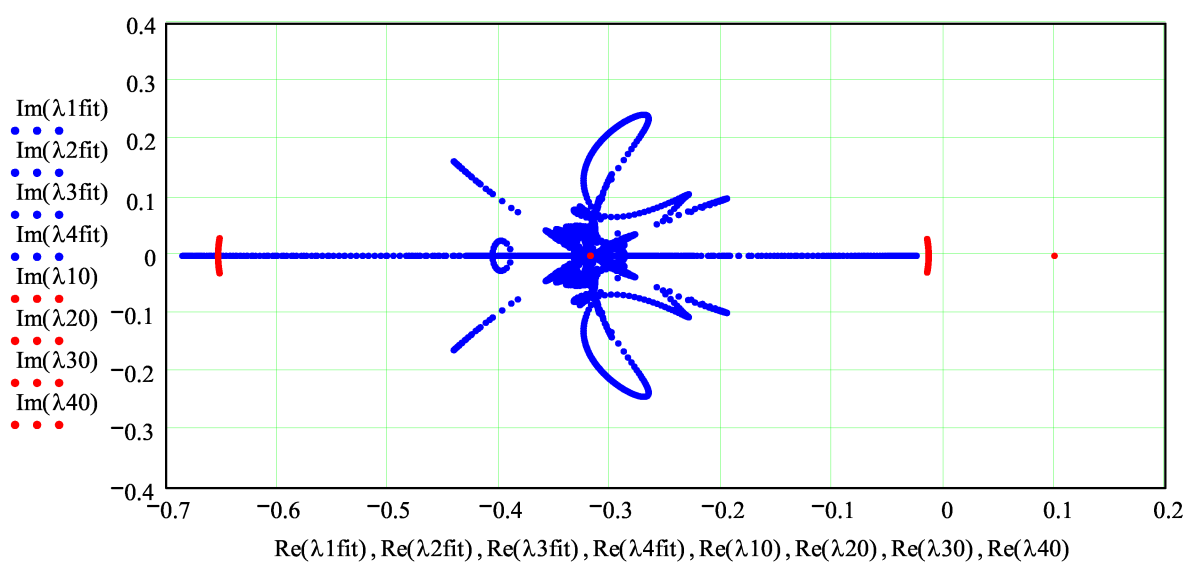
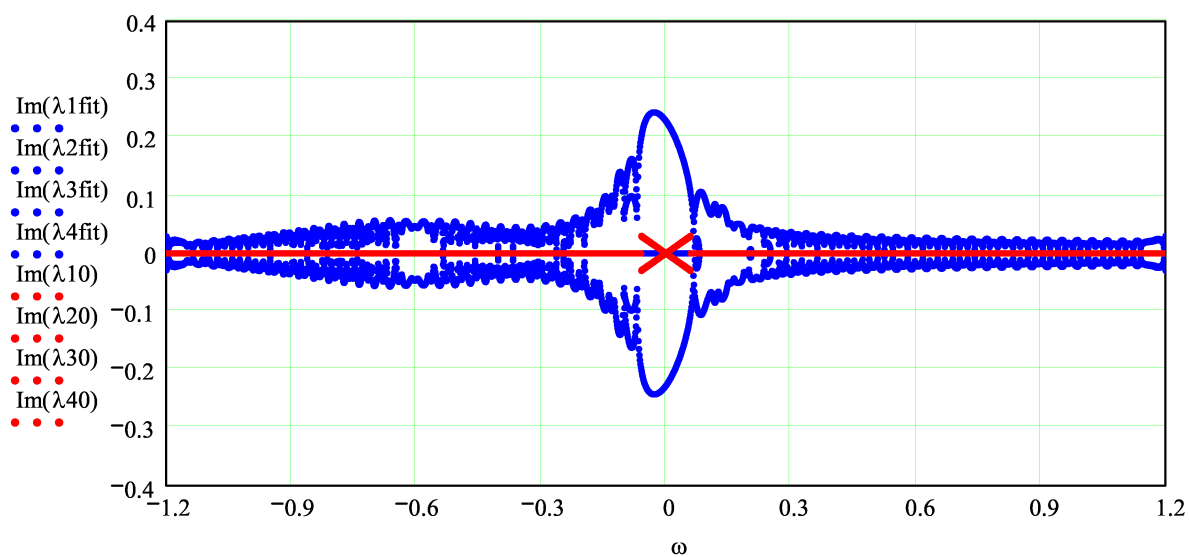
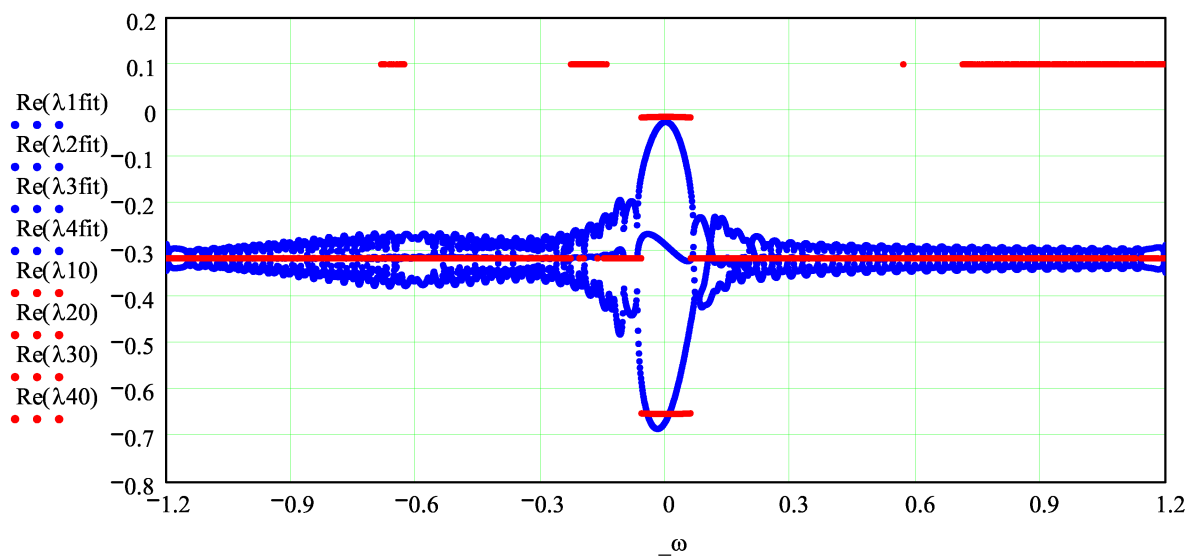
$$\lambda_{4fit_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_{fit}(\omega_{wie})_3$$

$$\lambda_{40_{wie}} := 0.1 \quad \text{on error } \Gamma_0(\omega_{wie})_3$$

🕒 7 minut

(0.1 w przypadku błędów numerycznych)







## Załącznik B: Parametry badanych obserwatorów

W załączniku B podano parametry i opisano właściwości obserwatorów wybranych do badań symulacyjnych i laboratoryjnych.

Wszystkie zamieszczone w tej pracy wyniki badań i obliczeń uzyskano dla tego samego silnika, o parametrach podanych w rozdziale B.1.

### B.1. Parametry obiektu obserwowanego – silnika indukcyjnego typu AAUZD 3 kW

Badania symulacyjne i laboratoryjne przeprowadzono dla silnika indukcyjnego typu AAUZD 3 kW o danych znamionowych:  $P_n = 3$  kW,  $U_n = 380$  V  $\Delta$ ,  $I_n = 6,98$  A,  $f_n = 50$  Hz,  $n_n = 1425$  obr/min,  $M_n = 20,104$  N·m.

Parametry schematu zastępczego silnika, w wartościach rzeczywistych, dla równoważnego połączenia w gwiazdę przyjmują wartości:  $R_s = 1,80143$   $\Omega$ ,  $R_r = 1,88520$   $\Omega$ ,  $L_s = L_r = 0,22459$  H,  $L_m = 0,21561$  H.

Przyjęto następujące wartości odniesienia:  $\omega_{odn} = 2\pi f_n = 314,16$  rad/s,  $U_{odn} = U_n$ ,  $I_{odn} = \sqrt{3} I_n$ .

Na podstawie wzorów od (2.1.1.14) do (2.1.1.19) obliczono kolejne wartości odniesienia:  $Z_{odn} = 31,432$   $\Omega$ ,  $\Psi_{odn} = 1,2096$  Wb,  $M_{odn} = 29,247$  N·m,  $L_{odn} = 0,10005$  H,  $t_{odn} = 3,1831$  ms.

Na podstawie wzoru (2.1.1.13) obliczono wartości parametrów schematu zastępczego silnika w wartościach względnych:  $R_{s(r)} = 0,057313$ ,  $R_{r(r)} = 0,059978$ ,  $L_{s(r)} = L_{r(r)} = 2,2448$ ,  $L_{m(r)} = 2,1550$ .

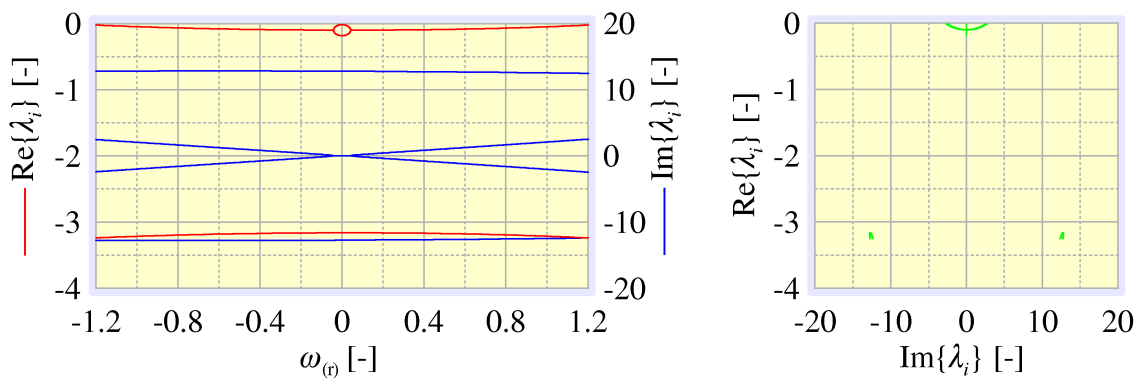
Na podstawie wzorów od (2.1.2.8) do (2.8.2.10) obliczono wartości współczynników  $a$ ,  $b$  i  $c$  występujących w równaniach przyjętego modelu matematycznego silnika indukcyjnego:  $a = -5,4571$ ,  $b = c = -5,6844$ .

## B.2. Parametry obserwatorów proporcjonalnych

### B.2.1. Obserwator proporcjonalny 1

Obserwatorem proporcjonalnym 1 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.2.1.3) o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0,82662 & 4,4554 & 3,4493 & -0,001221 \\ -4,768 & -0,55311 & -0,62393 & -3,9377 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.2.1.1})$$



**Rys. B.2.1. Zależność wartości własnych obserwatora proporcjonalnego 1 od prędkości obrotowej silnika**

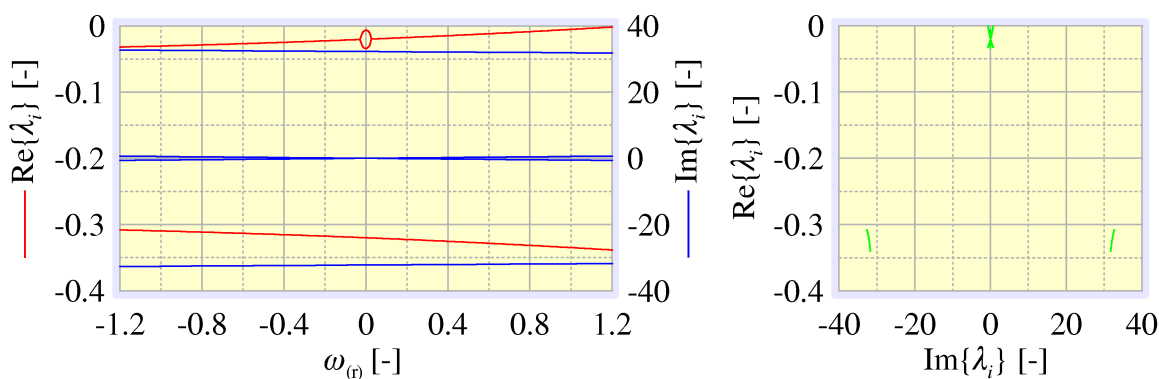
Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 1, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 4,19$ . Macierz (B.2.1.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{zad} = -3,2$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.2.1.

### B.2.2. Obserwator proporcjonalny 2

Obserwatorem proporcjonalnym 2 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.2.1.3) o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2,4701 & -4,3773 & 3,823 & 2,5018 \\ 3,1392 & -16569 & -1,8816 & -3,0952 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.2.2.1})$$

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 2, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 4,23$ . Macierz (B.2.2.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{zad} = -0,32$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.2.2.

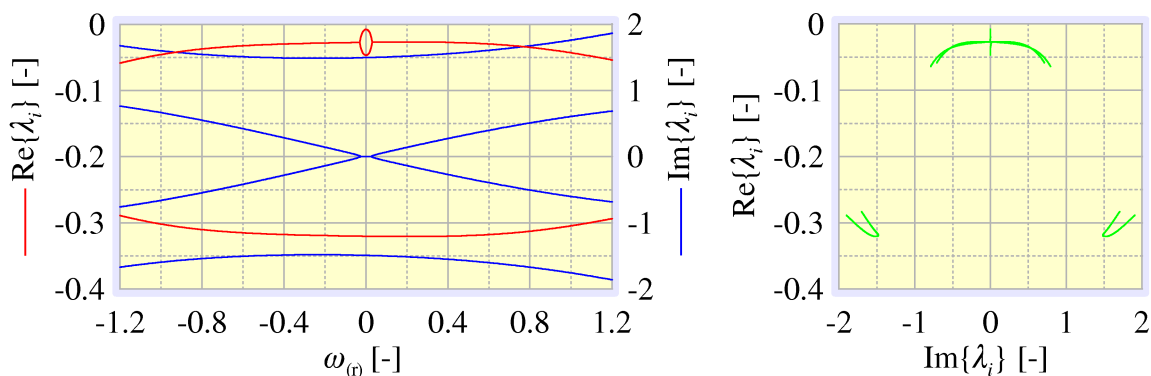


**Rys. B.2.2. Zależność wartości własnych obserwatora proporcjonalnego 2 od prędkości obrotowej silnika**

### B.2.3. Obserwator proporcjonalny 3

Obserwatorem proporcjonalnym 3 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.2.1.3) o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0,026862 & 0,093675 & -0,12845 & -0,20308 \\ -0,39805 & 0,075507 & -0,16068 & 0,062418 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.2.3.1})$$



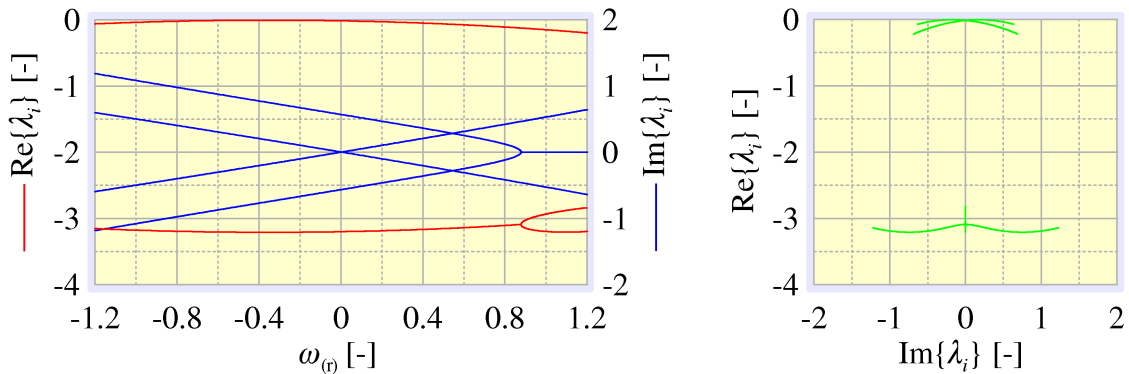
**Rys. B.2.3. Zależność wartości własnych obserwatora proporcjonalnego 3 od prędkości obrotowej silnika**

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 3, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 0,234$ . Macierz (B.2.3.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{zad} = -0,32$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.2.3.

### B.2.4. Obserwator proporcjonalny 4

Obserwatorem proporcjonalnym 4 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.2.1.3) o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0,24388 & -0,078755 & 0,18762 & 0,041245 \\ 0,086374 & -0,20872 & -0,0024176 & 0,23614 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.2.4.1})$$



**Rys. B.2.4. Zależność wartości własnych obserwatora proporcjonalnego 4 od prędkości obrotowej silnika**

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 4, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 0,236$ . Macierz (B.2.4.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{zad} = -3,2$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.2.4.

### B.2.5. Obserwator proporcjonalny 5

Obserwatorem proporcjonalnym 5 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.2.1.3) o wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$  zależnych od prędkości obrotowej silnika, dobranych metodą opisaną w rozdziale 3.4, przy użyciu arkusza kalkulacyjnego zamieszczonego w załączniku A. W trakcie doboru założono wartości elementów wektora  $g(\boldsymbol{\kappa})_i$  o postaci wynikającej z równania (3.4.1.4), dla  $m = 1$  i  $i = 1$ :

$$g(\boldsymbol{\kappa})_1 = [1 \quad -1 \quad \kappa \quad \kappa]. \quad (\text{B.2.5.1})$$

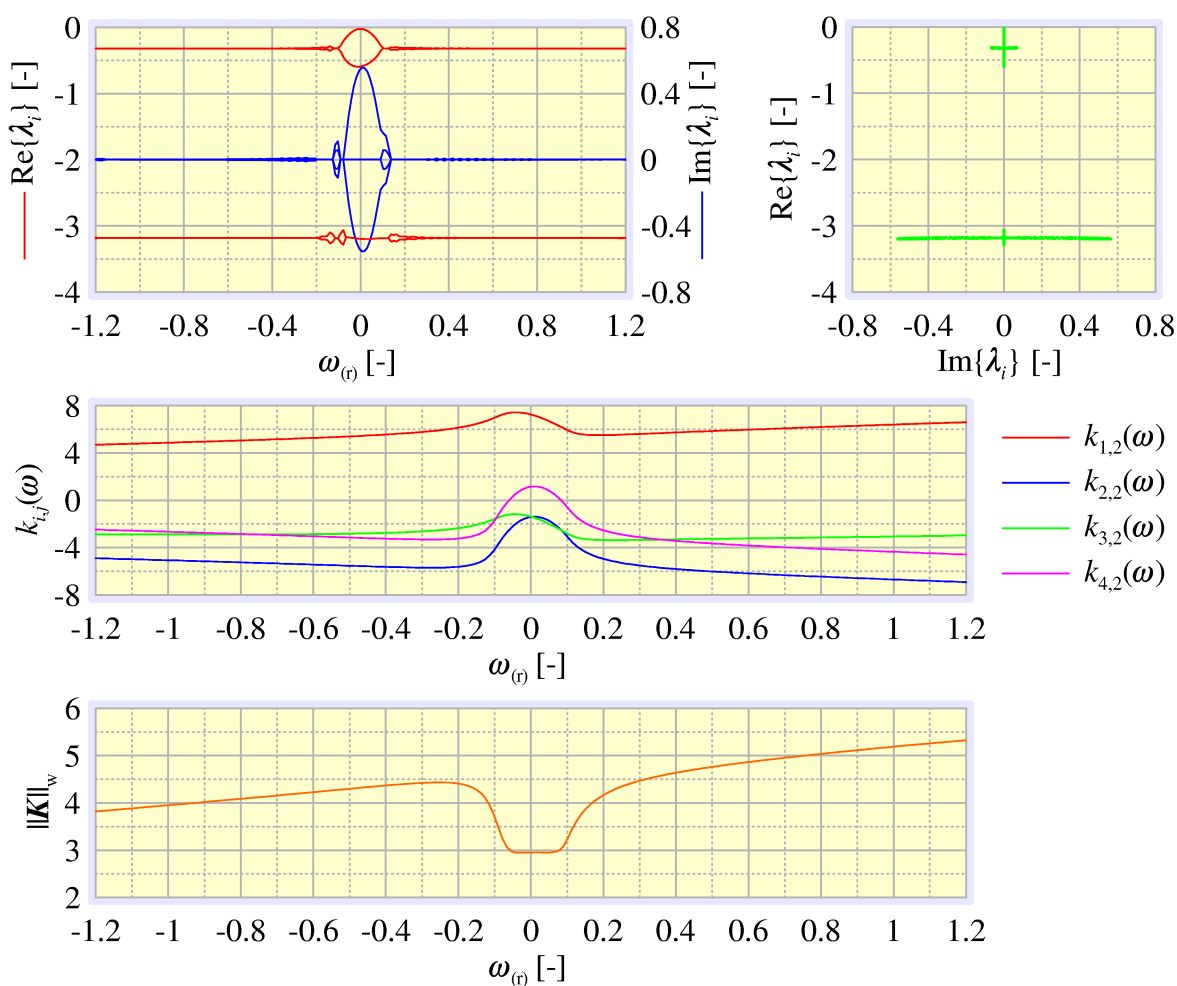
Przyjęto następującą postać wektora zakładanych wartości własnych obserwatora, opisanego równaniem (3.4.2.2):

$$\mathbf{A} = [-3,18 \quad -3,18 \quad -0,318 \quad -0,318]^T. \quad (\text{B.2.5.2})$$

Na dalszym etapie doboru parametrów założono wartość parametru  $\kappa = -0,54$ . Aproxymację wyniku obliczeń symbolicznych (patrz arkusz kalkulacyjny w załączniku A),

przeprowadzono dla następujących parametrów:  $\omega_{\min} = -1,2$ ,  $\omega_{\max} = 1,2$ ,  $\omega_{\text{nn}} = -0,09$ ,  $\omega_{\text{mx}} = 0,09$ ,  $n_{\text{fit}} = 200$ ,  $\text{rank} = 0,05$ ,  $n_p = 200$ . W wyniku doboru uzyskano macierz  $\mathbf{K}$  obserwatora o wartościach elementów zależnych od prędkości obrotowej silnika:

$$\mathbf{K}(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -0,54 & -0,54 \\ k_{1,2}(\omega) & k_{2,2}(\omega) & k_{3,2}(\omega) & k_{4,2}(\omega) \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.2.5.3})$$



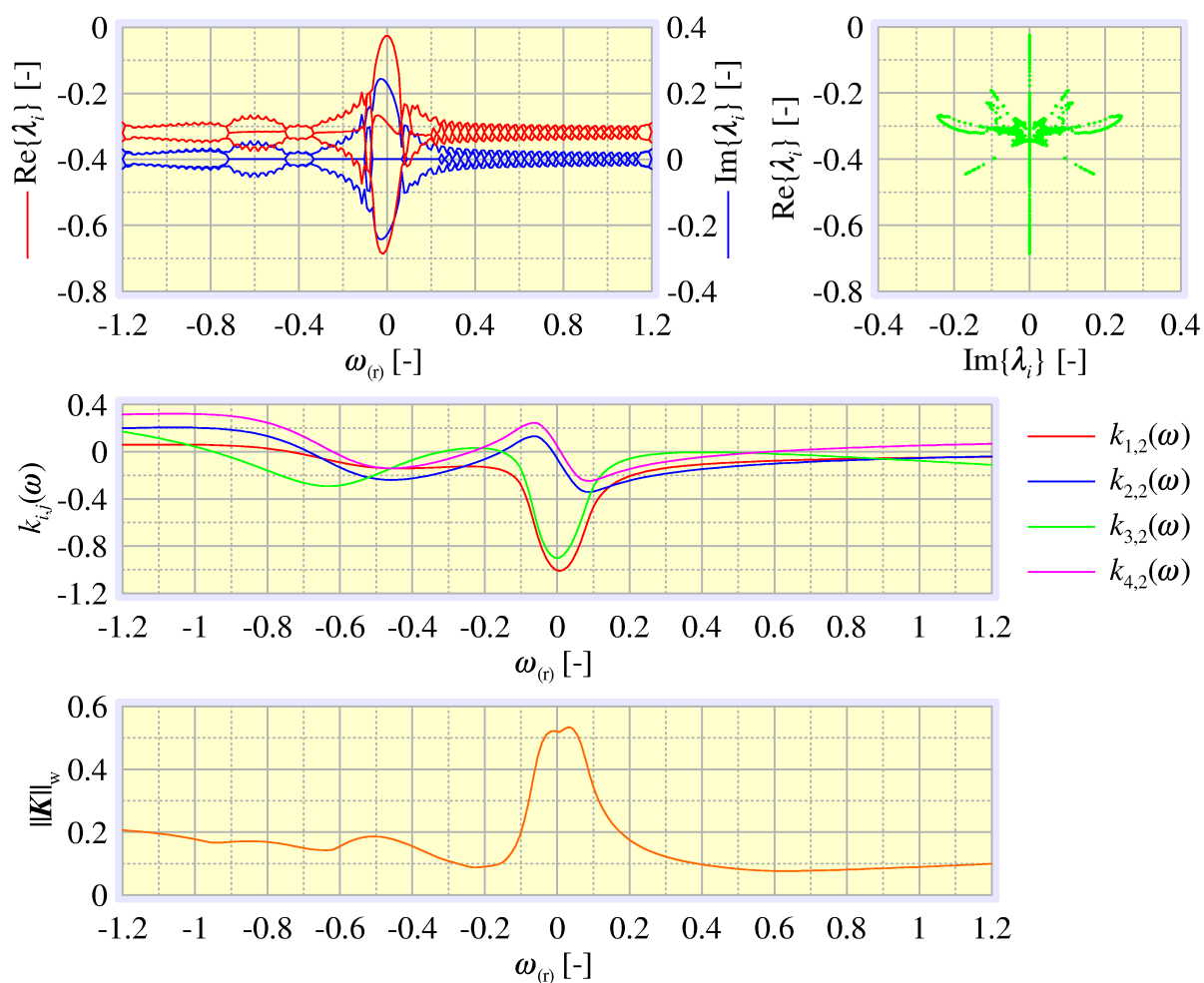
**Rys. B.2.5. Zależność wartości własnych, elementów macierzy  $\mathbf{K}$  oraz wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 5 od prędkości obrotowej silnika**

Wartości kolejnych elementów  $k_{i,j}(\omega)$  występujących we wzorze (B.2.5.3), wartości wartości własnych obserwatora oraz wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  w funkcji prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.2.5.

### B.2.6. Obserwator proporcjonalny 6

Obserwatorem proporcjonalnym 6 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.2.1.3) o wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$  zależnych od prędkości obrotowej silnika, dobranych metodą opisaną w rozdziale 3.4, przy użyciu arkusza kalkulacyjnego zamieszczonego w załączniku A. W trakcie doboru założono wartości elementów wektora  $g(\boldsymbol{\kappa})_i$  o postaci wynikającej z równania (3.4.1.4), dla  $m = 1$  i  $i = 1$ :

$$g(\boldsymbol{\kappa})_1 = [0.1 \quad 0.1 \quad \kappa \quad \kappa]. \quad (\text{B.2.6.1})$$



**Rys. B.2.6. Zależność wartości własnych, elementów macierzy  $\mathbf{K}$  oraz wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 6 od prędkości obrotowej silnika**

Przyjęto następującą postać wektora zakładanych wartości własnych obserwatora, opisanego równaniem (3.4.2.2):

$$\mathbf{A} = [-0,318 \quad -0,318 \quad -0,318 \quad -0,318]^T. \quad (\text{B.2.6.2})$$



Na dalszym etapie doboru parametrów założono wartość parametru  $\kappa = -0,015$ . Aproksymację wyniku obliczeń symbolicznych (patrz arkusz kalkulacyjny w załączniku A), przeprowadzono dla następujących parametrów:  $\omega_{\min} = -1,2$ ,  $\omega_{\max} = 1,2$ ,  $\omega_{\min} = -0,06$ ,  $\omega_{\max} = 0,06$ ,  $n_{fit} = 200$ ,  $rank = 0,05$ ,  $np = 200$ . W wyniku doboru uzyskano macierz  $\mathbf{K}$  obserwatora o wartościach elementów zależnych od prędkości obrotowej silnika:

$$\mathbf{K}(\omega) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & -0,015 & -0,015 \\ k_{1,2}(\omega) & k_{2,2}(\omega) & k_{3,2}(\omega) & k_{4,2}(\omega) \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.2.6.3})$$

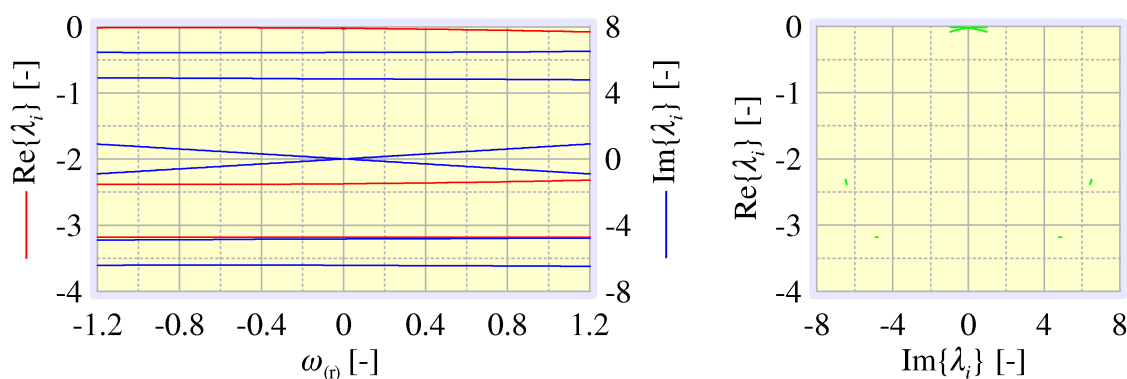
Wartości kolejnych elementów  $k_{i,j}(\omega)$  występujących we wzorze (B.2.6.3), wartości wartości własnych obserwatora oraz wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  w funkcji prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.2.6.

### B.3. Parametry obserwatorów całkujących

#### B.3.1. Obserwator całkujący 1

Obserwatorem całkującym 1 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.3.1.13) i równaniem wyjścia (2.3.1.14) o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -6 & -0,03663 & -0,79267 & -0,69011 & -5,7128 & 0,21254 \\ -0,1685 & -4,1304 & -0,095238 & 3,7875 & -0,092308 & -4,1099 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.3.1.1})$$



Rys. B.3.1. Zależność wartości własnych obserwatora całkującego 1 od prędkości obrotowej silnika

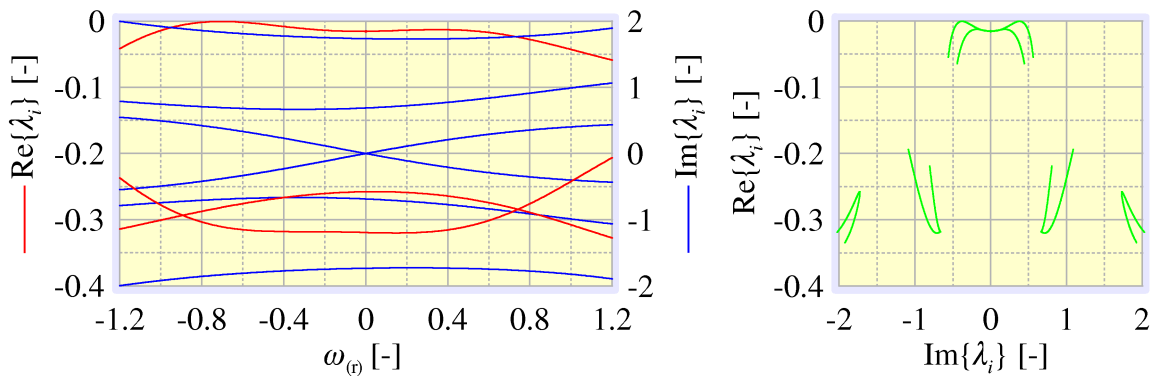
Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora całkującego 1, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 4,10$ . Macierz (B.3.1.1) otrzymano przy

zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{\text{zad}} = -3,2$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.3.1.

### B.3.2. Obserwator całkujący 2

*Obserwatorem całkującym 2* będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.3.1.13) i równaniem wyjścia (2.3.1.14) o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0,27758 & 0,11524 & 0,20505 & -0,065568 & 0,27421 & -0,096777 \\ 0,10835 & -0,11201 & -0,066447 & 0,075238 & 0,25707 & -0,12623 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.3.2.1})$$



**Rys. B.3.2. Zależność wartości własnych obserwatora całkującego 2 od prędkości obrotowej silnika**

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora całkującego 1, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 0,218$ . Macierz (B.3.2.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{\text{zad}} = -0,32$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.3.2.

### B.3.3. Obserwator całkujący 3

*Obserwatorem całkującym 3* będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.3.1.13) i równaniem wyjścia (2.3.1.14) o wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$  zależnych od prędkości obrotowej silnika, dobranych metodą opisaną w rozdziale 3.4, przy użyciu arkusza kalkulacyjnego takiego jak zamieszczony w załączniku A, z uwzględnieniem zmian wynikających z modelu matematycznego obserwatora całkującego. W trakcie doboru założono wartości elementów wektora  $g(\boldsymbol{\kappa})_i$  o postaci wynikającej z równania (3.4.1.4), dla  $m = 1$  i  $i = 1$ :

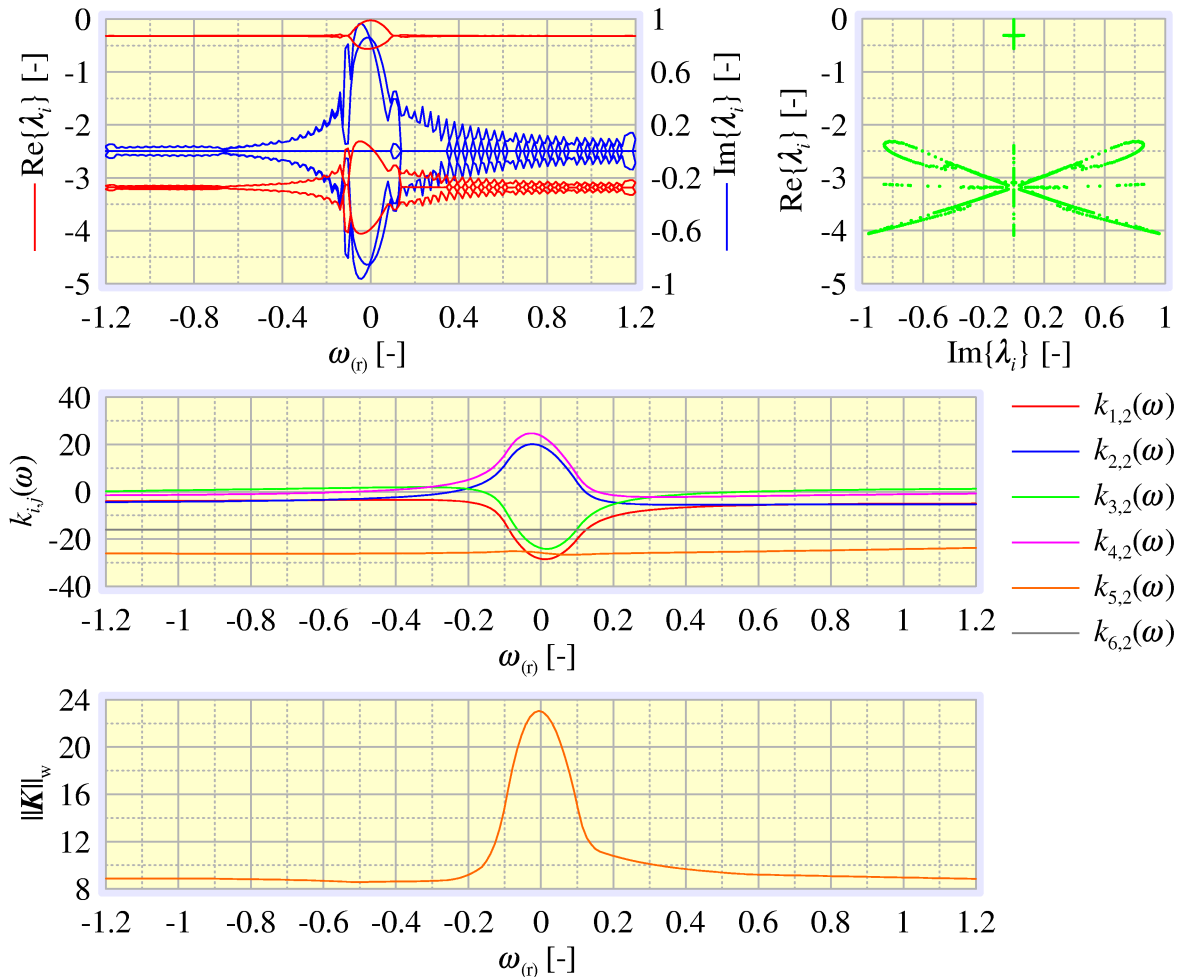
$$g(\boldsymbol{\kappa})_1 = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \kappa \quad \kappa]. \quad (\text{B.3.3.1})$$

Przyjęto następującą postać wektora zakładanych wartości własnych obserwatora, opisanego równaniem (3.4.2.2):

$$\boldsymbol{\Lambda} = [-3,18 \quad -3,18 \quad -3,18 \quad -3,18 \quad -0,318 \quad -0,318]^T. \quad (\text{B.3.3.2})$$

Na dalszym etapie doboru parametrów założono wartość parametru  $\kappa = 4$ . Aproksymację wyniku obliczeń symbolicznych (patrz arkusz kalkulacyjny w załączniku A), przeprowadzono dla następujących parametrów:  $\omega_{\min} = -1,2$ ,  $\omega_{\max} = 1,2$ ,  $\omega_{\text{mn}} = -0,08$ ,  $\omega_{\text{mx}} = 0,08$ ,  $n_{\text{fit}} = 200$ ,  $\text{rank} = 0,05$ ,  $np = 200$ . W wyniku doboru uzyskano macierz  $\mathbf{K}$  obserwatora o wartościach elementów zależnych od prędkości obrotowej silnika:

$$\mathbf{K}(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ k_{1,2}(\omega) & k_{2,2}(\omega) & k_{3,2}(\omega) & k_{4,2}(\omega) & k_{5,2}(\omega) & k_{6,2}(\omega) \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.3.3.3})$$

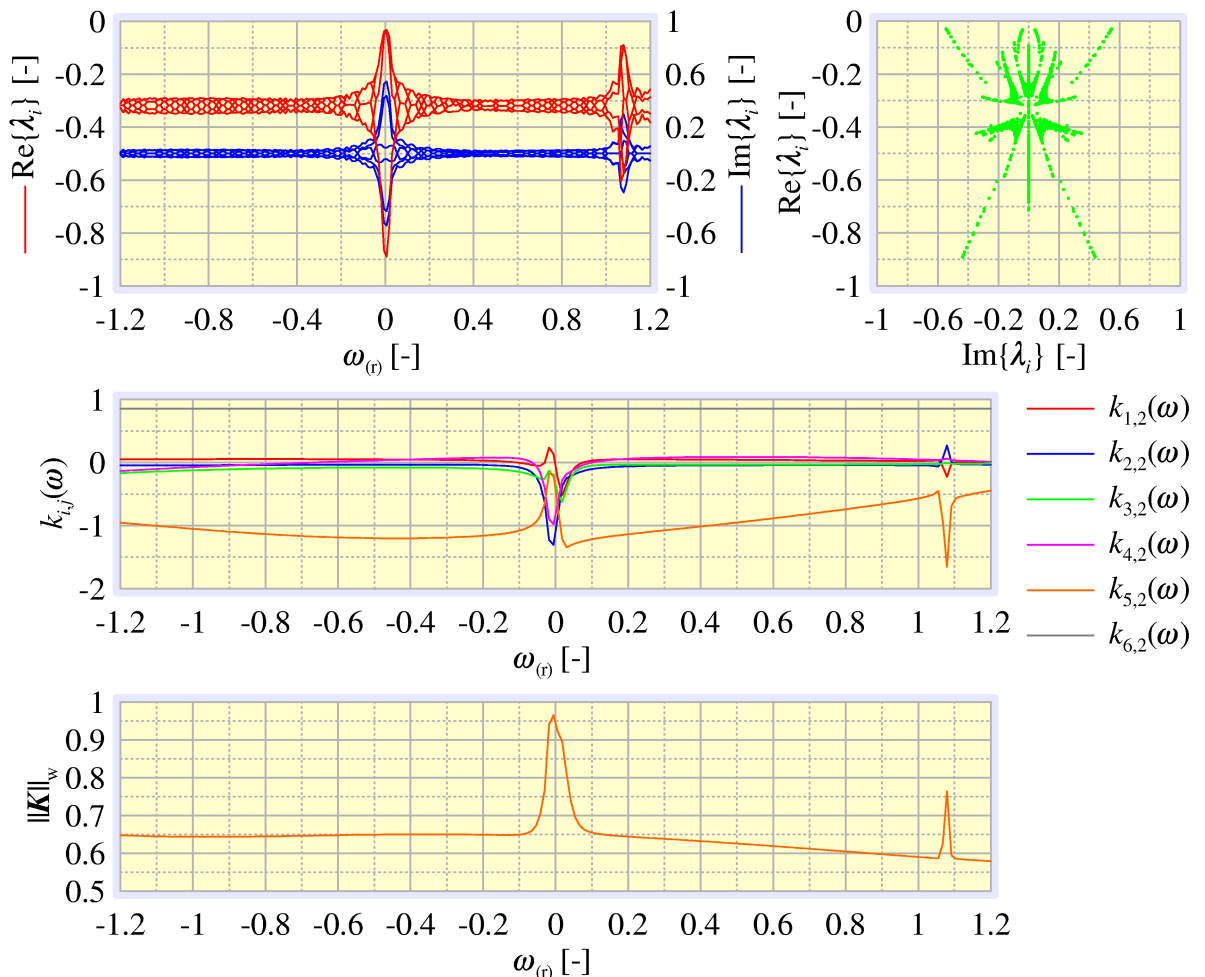


**Rys. B.3.3. Zależność wartości własnych, elementów macierzy  $\mathbf{K}$  oraz wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 3 od prędkości obrotowej silnika**

Wartości kolejnych elementów  $k_{ij}(\omega)$  występujących we wzorze (B.3.3.3), wartości wartości własnych obserwatora oraz wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  w funkcji prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.3.3.

### B.3.4. Obserwator całkujący 4

Obserwatorem całkującym 4 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.3.1.13) i równaniem wyjścia (2.3.1.14) o wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$  zależnych od prędkości obrotowej silnika, dobranych metodą opisaną w rozdziale 3.4, przy użyciu arkusza kalkulacyjnego takiego jak zamieszczony w załączniku A, z uwzględnieniem zmian wynikających z modelu matematycznego obserwatora całkującego. W trakcie doboru założono wartości elementów wektora  $\mathbf{g}(\kappa)_i$  o postaci wynikającej z równania (3.4.1.4), dla  $m = 1$  i  $i = 1$ :



**Rys. B.3.4. Zależność wartości własnych, elementów macierzy  $\mathbf{K}$  oraz wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora proporcjonalnego 4 od prędkości obrotowej silnika**

$$g(\boldsymbol{\kappa})_1 = [0.05 \quad -0.05 \quad -0.1 \quad 0.1 \quad \kappa \quad -\kappa]. \quad (\text{B.3.4.1})$$

Przyjęto następującą postać wektora zakładanych wartości własnych obserwatora, opisanego równaniem (3.4.2.2):

$$\mathbf{A} = [-0,318 \quad -0,318 \quad -0,318 \quad -0,318 \quad -0,318 \quad -0,318]^T. \quad (\text{B.3.4.2})$$

Na dalszym etapie doboru parametrów założono wartość parametru  $\kappa = -1,43$ . Aproxymację wyniku obliczeń symbolicznych (patrz arkusz kalkulacyjny w załączniku A), przeprowadzono dla następujących parametrów:  $\omega_{\min} = -1,2$ ,  $\omega_{\max} = 1,2$ ,  $\omega_{\text{nn}} = -0,02$ ,  $\omega_{\text{mx}} = 0,02$ ,  $n_{\text{fit}} = 500$ ,  $rank = 0,01$ ,  $np = 200$ . W wyniku doboru uzyskano macierz  $\mathbf{K}$  obserwatora o wartościach elementów zależnych od prędkości obrotowej silnika:

$$\mathbf{K}(\omega) = \begin{bmatrix} 0.05 & -0.05 & -0,1 & 0,1 & -1.43 & 1.43 \\ k_{1,2}(\omega) & k_{2,2}(\omega) & k_{3,2}(\omega) & k_{4,2}(\omega) & k_{5,2}(\omega) & k_{6,2}(\omega) \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.3.4.3})$$

Wartości kolejnych elementów  $k_{i,j}(\omega)$  występujących we wzorze (B.3.4.3), wartości wartości własnych obserwatora oraz wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  w funkcji prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.3.4.

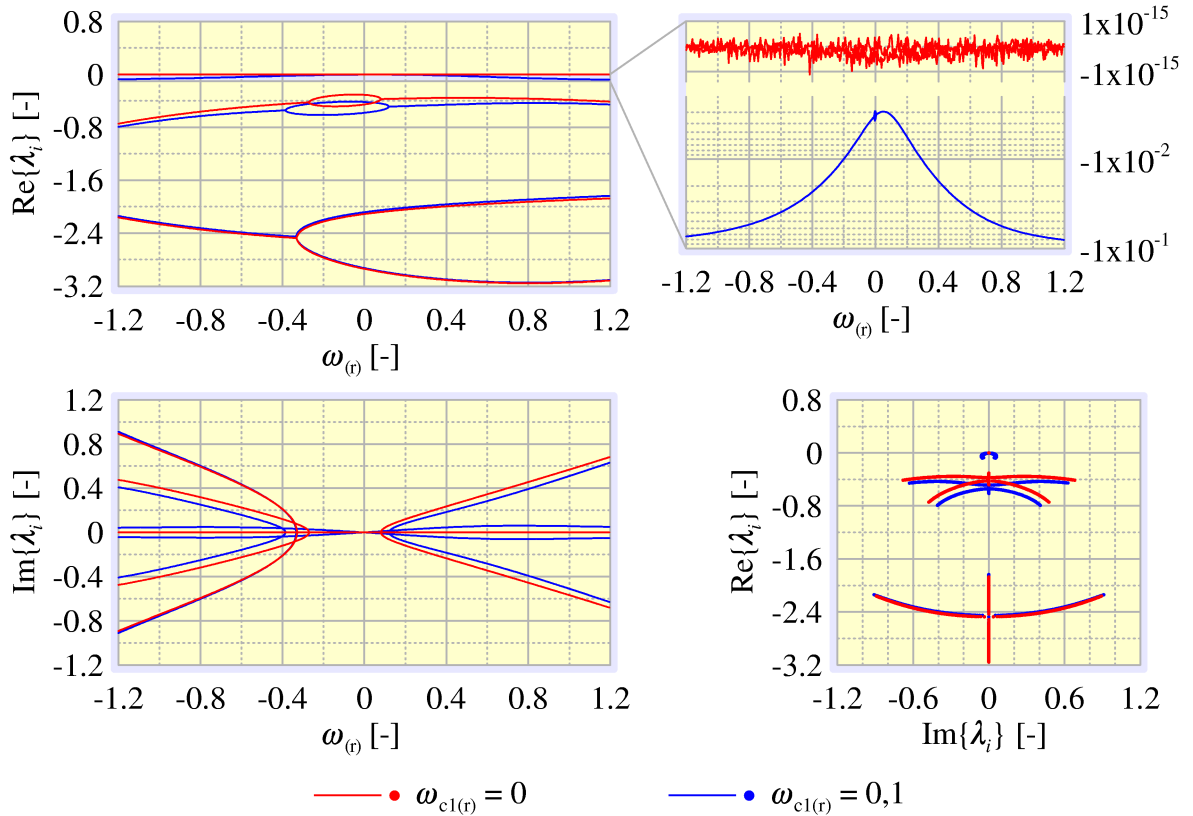
## B.4. Parametry obserwatorów z dodatkowymi integratorami

### B.4.1. Obserwator z dodatkowymi integratorami 1

*Obserwatorem z dodatkowymi integratorami 1* będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.4.7.1), z jednym dodatkowym integratorem ( $\nu = 1$ ), o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0.22198 & -0.028224 & 0.15721 & 0.11346 & 0.00065859 & -0.18056 \\ -0.070072 & -0.19035 & -0.047172 & 0.23448 & 0.14909 & -0.0041499 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{B.4.1.1})$$

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora całkującego 1, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 0,197$ . Macierz (B.4.1.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{\text{zad}} = -3,2$ . Zależność wartości wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.4.1. W trakcie badań laboratoryjnych i symulacyjnych, oprócz przypadków w których podano inaczej, stosowano następujące nastawy dodatkowego integratora odpornego na składową stałą, opisanego równaniem (2.3.4.1), z uwzględnieniem równania (2.4.1.41):  $\eta_{(t)} = 0$ ,  $\omega_{k1(t)} = 0,1$ .



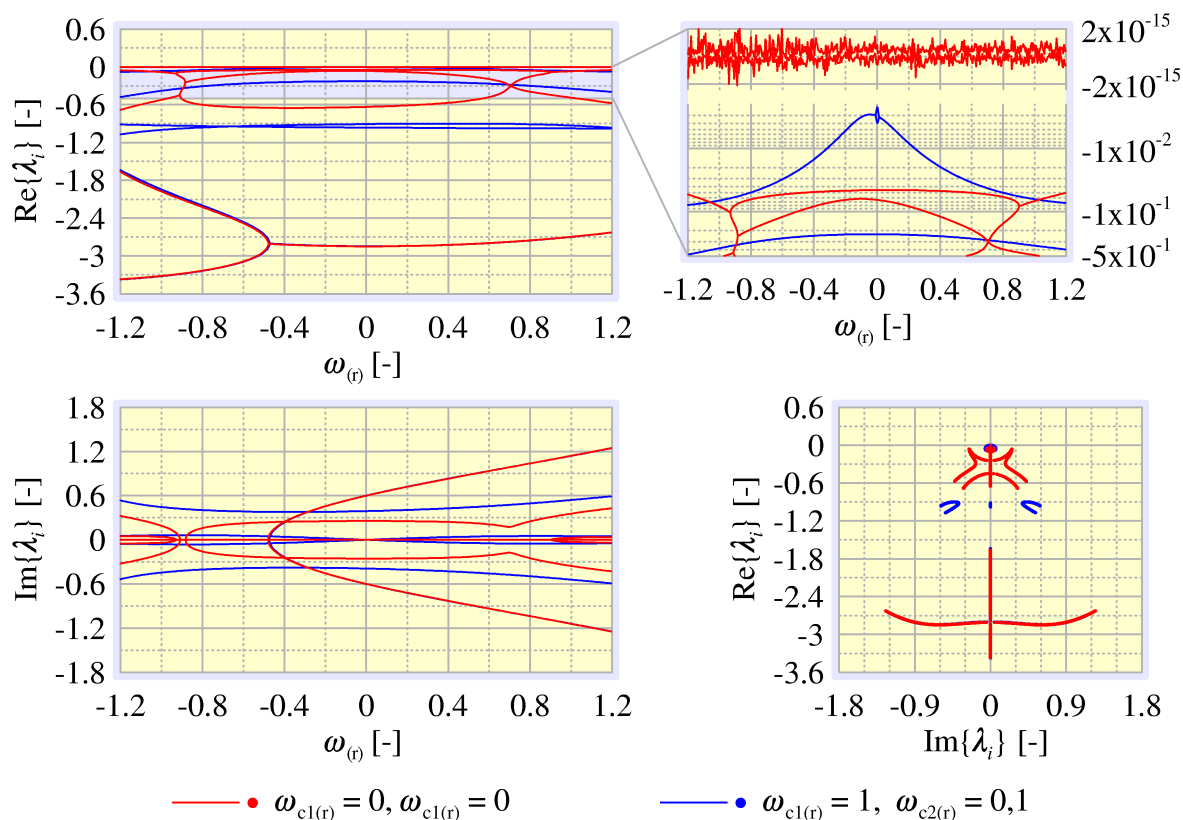
**Rys. B.4.1.** Zależność wartości własnych obserwatora z dodatkowymi integratorami 1 od prędkości obrotowej silnika i nastaw integratorów odpornych na składową stałą

## B.4.2. Obserwator z dodatkowymi integratorami 2

Obserwatorem z dodatkowymi integratorami 2 będzie nazywany obserwator opisany równaniem stanu (2.4.7.1), z dwoma dodatkowymi integratorami ( $\nu = 2$ ), o następujących, stałych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0.24759 & -0.20285 \\ -0.12576 & -0.24942 \\ 0.24271 & 0.006699 \\ -0.14135 & 0.1875 \\ 0.17712 & 0.24683 \\ -0.22024 & -0.24619 \\ -0.0095373 & 0.0013581 \\ -0.081777 & -0.048236 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4.2.1})$$

Wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy  $\mathbf{K}$  obserwatora całkującego 1, obliczona na podstawie wzoru (3.1.1.7) wynosi  $\|\mathbf{K}\|_w = 0,227$ . Macierz (B.4.2.1) otrzymano przy zastosowaniu algorytmu genetycznego opisanego w rozdziale 3.3, dla wartości zadanej  $\lambda_{zad} = -3,2$ . Zależność wartości własnych obserwatora od prędkości obrotowej silnika przedstawiono na rys. B.4.2. W trakcie badań laboratoryjnych i symula-



**Rys. B.4.2. Zależność wartości własnych obserwatora z dodatkowymi integratorami 2 od prędkości obrotowej silnika i nastaw integratorów odpornych na składową stałą**

cyjnych, oprócz przypadków w których podano inaczej, stosowano następujące nastawy dodatkowych integratorów odpornych na składową stałą, opisanych równaniem (2.3.4.1), z uwzględnieniem równania (2.4.1.41):  $\eta_{(r)} = 0, \omega_{c1(r)} = 1, \omega_{c2(r)} = 0,1$ .

## Bibliografia

- [1] Abu-Rub H., Guziński J., Krzemiński Z., Toliyat H.A.: *Speed observer system for advanced sensorless control of induction motor*, IEEE Trans. on Energy Conversion, 2 (18), 2003, 219-224.
- [2] Arabas J.: *Wykłady z algorytmów ewolucyjnych*, WNT, Warszawa, 2001.
- [3] Bellini A., Figalli G.: *A bilinear observer of the state of the induction machine*, Ricerche di Automatica, 1 (9), 1978, 70-85.
- [4] Ben-Brahim L.: *A Fully Digitized Field-Oriented Controlled Induction Motor Drive Using Only Current Sensors*, IEEE Trans. on Ind. Electronics, 3 (39), 1992, 241-249.
- [5] Białoń T.: *Analiza wpływu zakłóceń na pracę obserwatora proporcjonalnego na przykładzie obserwatora zmiennych stanu maszyny indukcyjnej*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "ELEKTRYKA", (188), 2004, 55-66.
- [6] Białoń T.: *Metody doboru parametrów obserwatorów liniowych na przykładzie obserwatora zmiennych stanu maszyny indukcyjnej*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "ELEKTRYKA", (188), 2004, 41-54.
- [7] Białoń T., Lewicki A., Niestrój R., Pasko M.: *Badania porównawcze obserwatorów z dodatkowymi integratorami w estymatorze typu MRAS strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego*, Przegląd Elektrotechniczny, 2 (86), 2010, 101-106.
- [8] Białoń T., Lewicki A., Niestrój R., Pasko M.: *Zastosowanie obserwatora proporcjonalnego z dodatkowymi integratorami do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, XLV SME, Rzeszów - Krasieczyn, 2009, 59-64.
- [9] Białoń T., Lewicki A., Pasko M.: *Zastosowanie układów całkujących odpornych na składową stałą w całkującym obserwatorze zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, Wiadomości Elektrotechniczne, 11 (LXXVI), 2008, 12-16.
- [10] Białoń T., Lewicki A., Pasko M.: *Badania obserwatorów proporcjonalnych w multiskalarnym układzie sterowania silnika indukcyjnego*, Przegląd Elektrotechniczny, 9 (LXXXIV), 2008, 105-108.
- [11] Białoń T., Lewicki A., Pasko M.: *Zastosowanie całkującego obserwatora Luenbergera w multiskalarnym układzie sterowania silnika indukcyjnego*, Przegląd Elektrotechniczny, 3 (85), 2009, 52-55.
- [12] Białoń T., Lewicki A., Pasko M.: *Badania porównawcze proporcjonalnego i całkującego obserwatora strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego*, Kwartalnik "ELEKTRYKA", 4 (208), 2008, 91-106.
- [13] Białoń T., Pasko M.: *Badania całkujących obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego z integratorami odpornymi na składową stałą*, Wiadomości Elektrotechniczne, 1 (LXXIV), 2006, 26-29.
- [14] Białoń T., Pasko M.: *Analityczny dobór parametrów całkującego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, Przegląd Elektrotechniczny, 12 (LXXXII), 2006, 31-36.
- [15] Białoń T., Pasko M.: *Analityczny, wielokryterialny dobór parametrów całkującego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, Kwartalnik "ELEKTRYKA", 2 (202), 2007, 137-153.
- [16] Białoń T., Pasko M.: *Badania przyczyn powstawania błędów odtwarzania zmiennych stanu w obserwatorach proporcjonalnych na przykładzie obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, Kwartalnik "ELEKTRYKA", 2 (206), 2008, 143-157.
- [17] Białoń T., Pasko M.: *Zastosowanie obserwatora rozszerzonego do odtwarzania elektromagnetycznych strumieni sprzężonych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego*, Przegląd Elektrotechniczny, 1 (LXXXI), 2005, 13-17.
- [18] Białoń T., Pasko M.: *Zastosowanie obserwatorów całkujących do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, XLI SME, Opole - Jarnołtówek, 2005, 423-427.
- [19] Bird I. G., Zelaya De La Parra H.: *Practical evaluation of two stator flux estimation techniques for high performance direct torque control*, IEE Conf. on Power Electronics and Variable Speed Drives, Nottingham, 1996, 465-470.
- [20] Bose B. K.: *Modern power electronics and AC drives*, Prentice Hall PTR, New Jersey, 2002.
- [21] Busawon K. K., Kabore P.: *Disturbance attenuation using proportional integral observers*, International Journal of Control, 6 (74), 2001, 618-627.



- [22] Busawon K. K., Saif M.: *An Observer for a Class of Disturbance Driven Nonlinear Systems*, Appl. Math. Lett., 6 (11), 1998, 109-113.
- [23] Campbell J. A., Sumner M., Curtis M.: *An improved sensorless vector controlled induction motor drive employing artificial neural networks for stator resistance estimation*, IEE Conf. on Power Electronics and Variable Speed Drives, London, 2000, 274-279.
- [24] Chao K. H., Liaw C. M.: *Speed sensorless control performance improvement of induction motor drive using uncertainty cancellation*, IEE Proc. on Electr. Power Appl., 4 (147), 2000, 251-262.
- [25] Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: *Metrologia elektryczna*, WNT, Warszawa, 1998.
- [26] Conroy B. P., Sumner M., Alexander T.: *Application of encoderless vector control techniques in a medium performance induction motor drive*, IEE Colloquium on Advances in Control Systems for Electric Drives, London, 1995, 2/1-2/4.
- [27] Damiano A., Gatto G., Marongiu I., Scano M.: *An adaptive rotor flux observer with time varying gain for direct field oriented induction motor drives*, IEE Conf. on Power Electronics and Variable Speed Drives, London, 2000, 163-169.
- [28] Dote Y.: *Existence of limit cycle and stabilization of induction motor via new nonlinear state observer*, IEEE Trans. on Aut. Control, 6 (AC-24), 1979, 421-428.
- [29] Du T., Vas P., Stronach F.: *Design and application of extended observers for joint state and parameter estimation in high-performance AC drives*, IEE Proc. Electr. Power Appl., 2 (142), 2000, 71-78.
- [30] Duan G. R., Liu G. P., Thompson S.: *Eigenstructure assignment design for proportional-integral observers: continuous-time case*, IEE Proc. on Control Theory Appl., 3 (148), 2001, 263-267.
- [31] Dybkowski M., Orłowska-Kowalska T.: *Low-speed performance of the stator current-based MRAS estimator with FL controller in the sensorless induction motor drive*, IEEE 11th Int. Conf. on Optimization of Electrical and Electronic Equipment OPTIM, , 2008, 75-80.
- [32] Ellis G.: *Observers in control systems*, Academic Press, San Diego, 2002.
- [33] Fausett L.: *Numerical methods using Mathcad*, Prentice Hall, New Jersey, 2002.
- [34] Guo-Ping J., Suo-Ping W., Wen-Zhong S.: *Design of observer with integrators for linear systems with unknown input disturbances*, Electronics Letters, 13 (36), 2000, 1168-1169.
- [35] Hinkkanen M., *Flux estimators for speed-sensorless induction motor drives*, DSc thesis, Helsinki University of Technology, 2004.
- [36] Hinkkanen M., Luomi J.: *Modified integrator for voltage model flux estimation of induction motors*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 4 (50), 2003, 818-820.
- [37] Hinkkanen M., Luomi J.: *Parameter Sensitivity of Full-Order Flux Observers for Induction Motors*, IEEE Trans. on Ind. Appl., 4 (39), 2003, 1127-1135.
- [38] Hu J., Wu B.: *New Integration Algorithms for Estimating Motor Flux over a Wide Speed Range*, IEEE Trans. on Power Electronics, 5 (13), 1998, 969-977.
- [39] Jeon S. H., Oh K. K., Choi J. Y.: *Flux observer with online tuning of stator and rotor resistances for induction motors*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 3 (49), 2002, 653-664.
- [40] Kaczorek T.: *Teoria układów regulacji automatycznej*, WNT, Warszawa, 1974.
- [41] Kaczorek T.: *Wektory i macierze w automatyce i elektrotechnice*, WNT, Warszawa, 1998.
- [42] Kaczorek T.: *Proportional-integral observers for multivariable time-varying systems*, Regelungstechnik, (27), 1979, 359-362.
- [43] Kaczorek T.: *Teoria sterowania i systemów*, PWN, Warszawa, 1999.
- [44] Kojabadi H. M., Chang L.: *Comparative study of pole placement methods in adaptive flux observers*, Control Engineering Practice, 6 (13), 2005, 749-757.
- [45] Krzemiński Z.: *Observer of induction motor speed based on exact disturbance model*, 13th Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC, Poznań, 2008, 2294-2299.
- [46] Krzemiński Z.: *Nonlinear control of induction motor*, Proceedings of the 10th IFAC World Congress, Munich, 1987, 349-354.
- [47] Krzemiński Z.: *Cyfrowe sterowanie maszynami asynchronicznymi*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2001.
- [48] Krzemiński Z.: *Odtwarzanie prędkości obrotowej silnika asynchronicznego*, Przegląd Elektrotechniczny, 2 (LXXVI), 2000, 35-37.

- [49] Krzemiński Z.: *Struktury układów nieliniowego sterowania silnikiem asynchronicznym*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, 1991.
- [50] Krzemiński Z., Gackowski M.: *Optymalizacja wzmocnień obserwatora prędkości maszyny indukcyjnej*, IX SENE, Łódź, 2009, CD.
- [51] Krzemiński Z., Lewicki A., Włas M.: *Properties of control systems based on nonlinear models of the induction motor*, EPNC, Poznań, 2004, 24-26.
- [52] Kubota H., Matsuse K.: *Speed sensorless field oriented control of induction machines using flux observer*, XX Int. Conf. on Ind. Electronics, Control and Instrumentation IECON, Bologna, 1994, 1611-1615.
- [53] Kubota H., Matsuse K., Nakano T.: *New adaptive flux observer of induction motor for wide speed range motor drives*, 16th Conf. of IEEE Industrial Electronics Society IECON, Pacific Grove, 1990, 921-926.
- [54] Kubota H., Matsuse K., Nakano T.: *Field oriented induction motor drives without speed sensor based on adaptive flux observer and disturbance torque compensation*, Int. Conf. on Ind. Electronics, Control and Instrumentation IECON, Kobe, 1991, 1855-1860.
- [55] Kubota H., Matsuse K., Nakano T.: *DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor*, IEEE Trans. on Ind. Appl., 2 (29), 1993, 344-348.
- [56] Kurtz J. M., Henson M. A.: *State and disturbance estimation for nonlinear systems affine in the unmeasured variables*, Computers Chem. Eng., 10 (22), 1998, 1441-1459.
- [57] Luenberger D. G.: *Observers for multivariable systems*, IEEE Trans. on Aut. Control, 2 (AC-11), 1966, 190-197.
- [58] Luenberger D. G.: *An introduction to observers*, IEEE Trans. on Aut. Control, 6 (AC-16), 1971, 596-602.
- [59] Messaoudi M., Sbita L., Ben Hamed M., Kraiem H.: *MRAS and Luenberger observer based sensorless indirect vector control of induction motors*, Asian Jour. of Inform. Technol., 7 (5), 2008, 232-239.
- [60] Miksiewicz R.: *Zastosowanie programu Mathcad do rozwiązywania statycznych zagadnień obliczeniowych maszyn elektrycznych i transformatorów*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2007.
- [61] Munro N.: *Symbolic methods in control system analysis and design*, Institution of Electrical Engineers, London, 1999.
- [62] Niederliński A., Mościński J., Ogonowski Z.: *Regulacja adaptacyjna*, PWN, Warszawa, 1995.
- [63] Niestrój R., Białoń T.: *Estymator typu MRAS z proporcjonalnym obserwatorem Luenbergera do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego*, XLIV SME, Wrocław, 2008, 372-377.
- [64] Niestrój R., Lewicki A., Białoń T., Pasko M.: *Odtwarzanie strumieni magnetycznych i prędkości obrotowej silnika indukcyjnego przy użyciu estymatora typu MRAS z obserwatorem Luenbergera w roli modelu adaptacyjnego*, XLV SME, Rzeszów - Kraszczyn, 2009, 23-26.
- [65] Ohyama K., Asher G.M., Sumner M.: *Comparative experimental assessment for high-performance sensorless induction motor drives*, IEEE Int. Symp. on Industrial Electronics ISIE, Bled, 1999, 386-391.
- [66] Orłowska-Kowalska T.: *Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2003.
- [67] Orłowska-Kowalska T.: *Odtwarzanie sygnałów sprzężeń zwrotnych w napędach bezczujnikowych z silnikami indukcyjnymi*, Przegląd Elektrotechniczny, 10 (LXXIV), 1998, 258-263.
- [68] Orłowska-Kowalska T.: *Obserwatory zmiennych stanu i parametrów w układach sterowania silników indukcyjnych klatkowych*, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1990.
- [69] Orłowska-Kowalska T., Dybkowski M.: *Właściwości bezczujnikowego napędu indukcyjnego z nowym estymatorem MRAS prędkości i strumienia wirnika*, SME, Kraków, 2006, 127-130.
- [70] Orłowska-Kowalska T., Dybkowski M.: *Improved MRAS-type speed estimator for the sensorless induction motor drive*, XIX EPNC, Maribor, 2006, 105-106.
- [71] Orłowska-Kowalska T., Wojsznis P., Kowalski C., Bos A.: *Analiza właściwości dynamicznych estymatorów strumienia i prędkości w układzie wektorowego sterowania silnika indukcyjnego*, V SENE, Łódź, 2001, 395-405.
- [72] Paladugu A., Chowdhury B. H.: *Sensorless control of inverter-fed induction motor drives*, Electric power systems research, 5-6 (77), 2007, 619-629.
- [73] Parmee I. C.: *Evolutionary and Adaptive Computing in Engineering Design*, Springer-Verlag, London, 2001.
- [74] Paszek W.: *Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego*, Helion, Gliwice, 1998.
- [75] Pichardo-Almarza C., Rahmani A., Dauphin-Tanguay G., Delgado M.: *Proportional-integral observer for systems modelled by bond graphs*, Simulation modeling practice and theory, 3 (13), 2005, 179-211.

- [76] Raison B., Arza J., Rostaing G., Rognon J. P.: *Comparison of two extended observers for the resistance estimation of an induction machine*, IEEE Ind. Appl. Conf., Rome, 2000, 1330-1335.
- [77] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*, PWN, Warszawa, 1997.
- [78] Santina M. S., Stubberud A. R., Hostetter G. H.: *Digital control system design*, Saunders College Publishing, Orlando, 1994.
- [79] Shafai B., Carroll R. L.: *Design of proportional integral observer for linear multivariable time-varying systems*, 24th IEEE Conference on Decision and Control, Lauderdale, 1985, 597-599.
- [80] Sobczuk D. L., Grabowski P. Z.: *DSP implementation of neural network speed estimator for inverter fed induction motor*, IEEE Ind. Electronics Conf., Aachen, 1998, 981-985.
- [81] Soylemez M. T., Munro N.: *Robust pole assignment in uncertain systems*, IEE Proceedings, 3 (144), 1997, 217-224.
- [82] Szklarski L., Jaracz K., Vitecek A.: *Optymalizacja układów napędowych*, PWN, Warszawa, 1989.
- [83] Trzynadłowski A. M.: *Control of Induction Motors*, Academic Press, New York, 2001.
- [84] Vaclavek P., Blaha P.: *Lyapunov-function-based flux and speed observer for AC induction motor sensorless control and parameters estimation*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 1 (53), 2006, 138-145.
- [85] Vas P.: *Artificial-Intelligence-Based Electrical Machines and Drives: Application of Fuzzy, Neural, Fuzzy-Neural, and Genetic-Algorithm-Based Techniques*, Oxford University Press, New York, 1999.
- [86] Vas P.: *Sensorless Vector and Direct Torque Control*, Oxford University Press, New York, 1998.
- [87] Wierzbicki A.: *Modele i wrażliwość układów sterowania*, WNT, Warszawa, 1977.
- [88] Yang H., Saif M.: *State observation, failure detection and isolation (FDI) in bilinear systems*, International Journal of Control, 6 (67), 1997, 901-920.
- [89] Yusivar F., Uchida K., Haratsu H., Wakao S., Onuki T.: *Speed adaptive observer for sensorless IM drive using combined reference frames*, 15th IEEE Conf. on Applied Power Electronics APEC, New Orleans, 2000, 127-132.
- [90] Żywiec A., Białoń T.: *Synteza obserwatora sprzężeń elektromagnetycznych silnika indukcyjnego przy wykorzystaniu algorytmów genetycznych*, XXIX SME, Gdańsk - Jurata, 2003, CD.

---

Praca powstała przy wykorzystaniu programów Open Source:

