

**ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ**

P. 335 1/02

**Marek KWAŚNIEWSKI**

**ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ  
IZO- I ANIZOTROPOWYCH  
W WARUNKACH TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA**

**GÓRNICtwo**  
z. 247



**GLIWICE 2002**

**POLITECHNIKA ŚLĄSKA**  
**ZESZYTY NAUKOWE**  
Nr 1510



9.3351/02

**Marek KWAŚNIEWSKI**

**ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ  
IZO- I ANIZOTROPOWYCH  
W WARUNKACH TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA**

GLIWICE

2002

**OPINIODAWCY**  
Prof. dr hab. inż. Jerzy Gustkiewicz  
Prof. dr hab. inż. Jan Walaszczyk

**KOLEGIUM REDAKCYJNE**

REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. Zygmunt Kleszczewski  
REDAKTOR DZIAŁU — Dr hab. inż. Franciszek Plewa  
Profesor Politechniki Śląskiej  
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Leško

**REDAKCJA**  
Mgr Aleksandra Kłobuszowska

**REDAKCJA TECHNICZNA**  
Alicja Nowacka

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0372 – 9508

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej  
ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice  
tel./fax (0 prefiks 32) 237-13-81  
Dział Sprzedaży i Reklamy (0 prefiks 32) 237-18-48

[www.polsl.gliwice.pl/alma.mater/wps.html](http://www.polsl.gliwice.pl/alma.mater/wps.html)  
[wydawnictwo@polsl.gliwice.pl](mailto:wydawnictwo@polsl.gliwice.pl)

Nakł. 100+50 Ark. wyd. 27,5 Ark. druk. 25,5 Papier offset. 70x100, 80 g  
Oddano do druku 10. 10. 2002 r. Podpisano do druku 10. 10. 2002 r. Druk ukończono w październiku 2002 r.  
Zam. 299/02

Fotokopie, druk i oprawę  
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, ul. Kujawska 1

**SPIS TREŚCI**

1. WPROWADZENIE .....	11
2. WŁAŚCIWOŚCI POWIERZCHNI WYTRZYMAŁOŚCI GRANICZNEJ SKAŁ ..	18
2.1. Ogólne zasady formułowania teorii wytrzymałościowych dla materiałów izotropowych .....	18
2.2. Ogólny warunek Burzyńskiego-Jagna; klasyczne powierzchnie stanu granicznego .....	26
2.3. Ogólny warunek Łukszy .....	35
2.4. Powierzchnie Doszczynskiego i Wołkowa .....	38
2.5. Warunek Mroza .....	42
2.6. "Pocisk" Kima i Lade'a .....	42
2.7. Warunek MSDP <sub>u</sub> .....	46
3. WYTRZYMAŁOŚĆ GRANICZNA SKAŁ W WARUNKACH KONWENCJONALNEGO TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA .....	49
3.1. Warunki wytrzymałościowe dla granitów wyrażone w konwencji naprężeń głównych .....	49
3.1.1. Pochodzenie i właściwości granitów wybranych do analizy .....	49
3.1.2. Zestawienie warunków wytrzymałościowych $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3)$ i $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3^+)$ .....	58
3.1.3. Procedura aproksymacji danych empirycznych .....	70
3.1.4. Omówienie wyników obliczeń .....	71
3.2. Warunki wytrzymałościowe dla węgla kamiennych wyrażone w naprężeniach oktaedrycznych .....	81
3.2.1. Wprowadzenie .....	81
3.2.2. Pochodzenie i właściwości wybranych węgla .....	83
3.2.3. Zasady i sposób doboru odpowiedniego warunku wytrzymałościowego $F_{\tau_{oct}} = f(\sigma_{oct})$ dla analizowanych węgla .....	90
3.2.4. Omówienie wyników obliczeń .....	113
4. TEORIA ZNISZCZENIA MATERIAŁÓW KRUCHYCH PODDANYCH TRÓJOSIOWEMU ŚCISKANIU I NOWY LINIOWY WARUNEK WYTRZYMAŁOŚCIOWY .....	122



5. O CHARAKTERZE ZALEŻNOŚCI WYTRZYMAŁOŚCI GRANICZNEJ SKAŁ OD CIŚNIENIA OKÓLNEGO I OGRANICZONEJ PRZYDATNOŚCI WARUNKU LINIOWEGO .....	132
6. ZASTOSOWANIE LINIOWEGO WARUNKU WYTRZYMAŁOŚCIOWEGO DO OCENY TRÓJOSIOWEJ WYTRZYMAŁOŚCI GRANICZNEJ PIASKOWCÓW .....	137
6.1. Wprowadzenie .....	137
6.2. Pochodzenie i właściwości piaskowców wybranych do analizy .....	138
6.3. Ocena zgodności nowego liniowego warunku kruchego zniszczenia z wynikami badań piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ...	140
7. UOGÓLNIONY WARUNEK KRUCHEGO ZNISZCZENIA SKAŁ .....	165
7.1. Analiza ilościowa nieliniowego charakteru zależności pomiędzy wytrzymałością graniczną a ciśnieniem okólnym .....	165
7.2. Zależność parametru $\nu'$ od ciśnienia okólnego w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania .....	172
7.3. Nowy ogólny warunek wytrzymałościowy .....	178
8. WYTRZYMAŁOŚĆ SKAŁ IZO- i QUASI-IZOTROPOWYCH W WARUNKACH OGÓLNEGO TRÓJOSIOWEGO STANU NAPRĘŻEŃ ŚCISKAJĄCYCH - APARATURA, METODYKA BADAŃ, WYNIKI .....	185
8.1. Wprowadzenie .....	185
8.2. Przegląd badań nad własnościami wytrzymałościowymi skał w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania .....	186
8.3. Wybrane równania stanu granicznego dla skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia .....	207
8.4. Nowy warunek wytrzymałościowy uwzględniający wpływ pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skał .....	213
8.5. Wnioski końcowe .....	240
9. UOGÓLNIENIE OBECNEGO STANU WIEDZY O ZACHOWANIU SIĘ SKAŁ ANIZOTROPOWYCH W WARUNKACH TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA ...	242
9.1. Odształceniowe i wytrzymałościowe własności skał anizotropowych .....	242
9.2. Przegląd teorii i warunków kruchego zniszczenia skał anizotropowych .....	248
9.2.1. Teoria szczelin pierwszo- i drugorzędnych i warunek Walsh'a i Brace'a .....	248
9.2.2. Warunek pojedynczej płaszczyzny osłabienia (zmniejszonej spójności) Jaegera .....	250

9.2.3. Zmodyfikowana teoria pojedynczej płaszczyzny osłabienia .....	252
9.2.4. Warunek zmiennej wytrzymałości na ścinanie (kohezji) Jaegera .....	253
9.2.5. Warunek zmiennej kohezji i zmiennego tarcia wewnętrznego McLamore'a i Graya .....	255
9.2.6. Teoria wytrzymałości skał ortotropowych i warunek Novy i Sacchigo ..	258
9.2.7. Warunek empiryczny Pomeroya, Hobbsa i Mahmouda .....	264
9.2.8. Warunek empiryczny Hoeka i Browna .....	266
9.2.9. Tensor mikrostruktury i warunek wytrzymałościowy ze skalarnymi parametrami anizotropii .....	269
9.3. Uwagi końcowe .....	272
10. WPŁYW POŚREDNIEGO NAPRĘŻENIA GŁÓWNEGO NA ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ ANIZOTROPOWYCH W POLU NAPRĘŻEŃ ŚCISKAJĄCYCH ..	273
10.1. Wprowadzenie .....	273
10.2. Omówienie dotychczasowego stanu wiedzy o zachowaniu się skał w warunkach trójosiowego ściskania .....	274
10.2.1. Skały izotropowe badane na prawdziwe trójosiowe ściskanie .....	274
10.2.2. Skały anizotropowe badane na konwencjonalne trójosiowe ściskanie .....	278
10.2.3. Skały anizotropowe badane na prawdziwe trójosiowe ściskanie ..	279
10.3. Opis badanej skały .....	287
10.3.1. Własności petrograficzne .....	287
10.3.2. Sposób obróbki i wymiary próbek foremnych .....	288
10.4. Program badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie .....	288
10.5. Technika badań .....	289
10.6. Metodyka badań .....	292
10.7. Omówienie wyników badań .....	293
10.7.1. Wytrzymałość graniczna i charakter zniszczenia skały anizotropowej w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężenia .....	293
10.7.2. Wytrzymałość graniczna i charakter zniszczenia skały anizotropowej w warunkach ogólnego (asymetrycznego) trójosiowego stanu naprężenia .....	299
10.8. Podsumowanie i wnioski końcowe .....	314
11. EFEKT PRZEJŚCIA B-D W SKAŁACH - PODSTAWY DOŚWIADCZALNE I FENOMENOLOGICZNE .....	319



11.1. Miary ciągliwości i kryteria przejścia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy	319
11.2. Tarcie odpowiadające przejściu B-T i T-D	326
12. WARUNKI PRZEJŚCIA PIASKOWCÓW ZE STANU KRUCHEGO W STAN POŚREDNI I CIĄGLIWI	341
12.1. Naprężeniowe warunki przejścia B-T i T-D	341
12.2. Ciśnienie przejścia B-T i T-D	359
12.3. Uwagi końcowe	362
13. PODSUMOWANIE	366
DODATEK 1. Współczynnik zgodności $\varphi^2$ jako miara dobroci dopasowania warunków wytrzymałościowych do danych empirycznych	371
DODATEK 2. Zależność pomiędzy porowatością a wytrzymałością na ściskanie średniookruchowych skał osadowych	373
LITERATURA	379
STRESZCZENIE	402

## CONTENTS

1. INTRODUCTION	11
2. CHARACTERISTICS OF FAILURE SURFACE OF ROCKS	18
2.1. General principles of formulating strength theories for isotropic materials	18
2.2. General Burzyński-Yagn criterion; classical surfaces of the limiting state	26
2.3. General Luksha criterion	35
2.4. Doshchinski and Volkov surfaces	38
2.5. Mróz criterion	42
2.6. Kim and Lade's "bullet"	42
2.7. MSDP <sub>q</sub> criterion	46
3. ULTIMATE STRENGTH OF ROCKS UNDER CONVENTIONAL TRIAXIAL COMPRESSION	49
3.1. Strength criteria for granites expressed in terms of principal stresses	49
3.1.1. Origin and properties of the granites selected for analysis	49
3.1.2. Listing of strength criteria $F\sigma_1=f(\sigma_3)$ and $F\sigma_1=f(\sigma_3^+)$	58
3.1.3. Procedure of the approximation of empirical data	70
3.1.4. Discussion of results	71
3.2. Strength criteria for hard coals expressed in terms of octahedral stresses	81
3.2.1. Introduction	81
3.2.2. Origin and properties of the selected hard coals	83
3.2.3. Principles and method of selecting a suitable strength criterion $F\tau_{oct}=f(\sigma_{oct})$ for the analyzed hard coals	90
3.2.4. Discussion of results	113
4. THEORY OF FAILURE OF BRITTLE MATERIALS SUBJECTED TO TRIAXIAL COMPRESSION AND A NEW LINEAR STRENGTH CRITERION	122
5. ON THE CHARACTER OF DEPENDENCE OF THE ULTIMATE STRENGTH ON CONFINING PRESSURE AND THE LIMITED APPLICABILITY OF THE LINEAR STRENGTH CRITERION	132
6. APPLICATION OF THE LINEAR STRENGTH CRITERION TO THE ASSESSMENT OF THE TRIAXIAL STRENGTH OF SANDSTONES	137

6.1. Introduction	137
6.2. Origin and properties of sandstones selected for the analysis	138
6.3. Evaluation of the conformity of the new linear criterion of brittle failure to results of conventional triaxial compression tests of sandstones	140
<b>7. GENERALIZED CRITERION OF BRITTLE FAILURE OF ROCKS</b>	<b>165</b>
7.1. Quantitative analysis of the nonlinear character of the relationship between ultimate strength and confining pressure	165
7.2. Relationship between parameter $\nu'$ and confining pressure in the conditions of conventional triaxial compression	172
7.3. A new general strength criterion	178
<b>8. STRENGTH OF ISO- AND QUASI-ISOTROPIC ROCKS IN THE CONDITIONS OF TRUE TRIAXIAL STATE OF COMPRESSIVE STRESSES - APPARATUS, TESTING PROCEDURE, RESULTS</b>	<b>185</b>
8.1. Introduction	185
8.2. Review of studies on the strength properties of rocks under true triaxial compression conditions	186
8.3. Selected failure criteria for rocks in the conditions of true triaxial state of stress	207
8.4. A new strength criterion taking into account the effect of intermediate principal stress on strength of rocks	213
8.5. Final conclusions	240
<b>9. SUMMARY OF THE PRESENT STATE OF KNOWLEDGE OF THE BEHAVIOR OF ANISOTROPIC ROCKS UNDER CONDITIONS OF TRIAXIAL COMPRESSION</b>	<b>242</b>
9.1. Deformational and strength properties of anisotropic rocks	242
9.2. Review of theories and criteria of brittle failure of anisotropic rocks	248
9.2.1. Theory of primary and secondary cracks and Walsh and Brace criterion	248
9.2.2. Jaeger's criterion of the single plane of weakness	250
9.2.3. Modified single plane of weakness theory	252
9.2.4. Jaeger's criterion of variable shear strength (cohesion)	253
9.2.5. McLamore and Gray's criterion of variable cohesion and variable internal friction	255
9.2.6. Theory of failure of orthotropic rocks and Nova and Sacchi criterion	258

9.2.7. Empirical criterion of Pomeroy, Hobbs and Mahmoud	264
9.2.8. Empirical criterion of Hoek and Brown	266
9.2.9. Microstructure tensor and failure criterion with scalar anisotropy parameters	269
9.3. Final remarks	272
<b>10. EFFECT OF INTERMEDIATE PRINCIPAL STRESS ON THE BEHAVIOR OF ANISOTROPIC ROCKS UNDER COMPRESSION</b>	<b>273</b>
10.1. Introduction	273
10.2. Behavior of rocks under triaxial compression conditions - A review	274
10.2.1. Isotropic rocks tested under true triaxial compression conditions	274
10.2.2. Anisotropic rocks tested under conventional triaxial compression conditions	278
10.2.3. Anisotropic rocks tested under true triaxial compression conditions	279
10.3. Description of the tested rock	287
10.3.1. Petrographic features	287
10.3.2. Method of preparation and dimensions of the shaped specimens	288
10.4. Program of true triaxial compression tests	288
10.5. Testing technique	289
10.6. Testing procedure	292
10.7. Discussion of test results	293
10.7.1. Ultimate strength and mode of failure of anisotropic rock under conditions of axisymmetric state of stress	293
10.7.2. Ultimate strength and mode of failure of anisotropic rock under conditions of true (asymmetric) triaxial state of stress	299
10.8. Summary and final conclusions	314
<b>11. EFFECT OF B-D TRANSITION IN ROCKS - PHENOMENOLOGY AND EXPERIMENTAL BASIS</b>	<b>319</b>
11.1. Measures of ductility and criteria of brittle to ductile transition in rocks	319
11.2. Friction corresponding to B-T and T-D transition	326
<b>12. CRITERIA OF BRITTLE TO SEMI-BRITTLE AND DUCTILE TRANSITION IN SANDSTONES</b>	<b>341</b>
12.1. Stress conditions of B-T and T-D transition	341
12.2. Pressure at B-T and T-D transition	359



12.3. Final remarks . . . . .	362
13. SUMMARY . . . . .	366
APPENDIX 1. Coefficient of accordance $\varphi^2$ as a measure of goodness of fit of strength criteria to the empirical data . . . . .	371
APPENDIX 2. Relationship between porosity and compressive strength of medium-grained clastic rocks . . . . .	373
REFERENCES . . . . .	379
ABSTRACT . . . . .	404

## 1. WPROWADZENIE

Krucze zniszczenie skał, którego podstawowymi atrybutami są: niewielkie odkształcenia podłużne, efekt dylatacji, gwałtowny i duży spadek naprężenia po osiągnięciu granicy wytrzymałości, wyzwolenie się nagromadzonej energii sprężystej, rozpad materiału na kawałki (części) i wystąpienie efektu akustycznego, jest zjawiskiem towarzyszącym powszechnie górniczej i budowlanej działalności człowieka w przypowierzchniowych partiach skorupy ziemskiej. Działalność ta zakłóca pierwotny stan równowagi w górotworze i wywołując redystrybucję i koncentrację naprężeń prowadzi często do przekroczenia granicy wytrzymałości skał i do zniszczenia.

Krucze zniszczenie skał towarzyszy więc wierceniu głębokich otworów i wydobywaniu ropy naftowej i gazu, wykonywaniu szybów i poziomych wyrobisk udostępniających złoża kopalin stałych, wykonywaniu wyrobisk eksploatacyjnych i wybieraniu tych złóż, wykonywaniu i użytkowaniu wielkich kawern-zbiorników do magazynowania ropy naftowej, gazu ziemnego i paliw ciekłych, podziemnych składowisk odpadów radioaktywnych, tuneli komunikacyjnych, wielkich wyrobisk siłowni podziemnych i komór przeznaczonych na cele użyteczności publicznej.

Krucze zniszczenie jest także skutkiem lub towarzyszy procesom tektonicznym zachodzącym we wnętrzu Ziemi, m.in. kolizji wielkich płyt kontynentalnych i zagłębianiu się płyt oceanicznych pod płyty kontynentalne w strefach subdukcji. Zniszczenie takie może występować także w głębszych partiach skorupy ziemskiej, a nawet w górnym płaszczu ziemskim, w wyniku nagłego wzrostu ciśnienia porowego płynów pochodzenia wulkanicznego lub uwolnionych (w warunkach wysokich temperatur) w procesach dehydratacji materiału skalnego.

Krucze zniszczenie stanowi bezpośrednią przyczynę lokalnych obwałów skał w wyrobiskach górniczych i - obejmujących często duże połacie górotworu - zawałów. Jest ono przyczyną wstrząsów górotworu wywoływanych działalnością górniczą i daje nierzadko początek katastrofalnym tąpnięciom w kopalniach oraz - w szerszej skali i na większych głębokościach w skorupie i górnym płaszczu ziemskim - trzęsieniom ziemi. Znajomość warunków, które stanowią o wystąpieniu kruchego zniszczenia ma więc fundamentalne znaczenie dla przewidywania tych zjawisk i, w razie potrzeby, przeciwdziałania im lub - jeśli nie jest to możliwe - unikania ich.



Niekiedy jednak kruche zniszczenie jest celowo wywoływane w górotworze przez człowieka. W górnictwie naftowym powszechnie stosowane jest hydroszczelinowanie górotworu w celu zwiększenia wypływu ropy naftowej ze skał zbiornikowych. Tak zwane hydroszczelinowanie pomiarowe służy określaniu naprężeń działających w górotworze. Szczelinuje się również górotwór w sąsiedztwie wyrobisk górniczych w kopalniach węgla i rud w celu dezintegracji skał i - w efekcie - obniżenia naprężeń i zmniejszenia zagrożenia dynamicznymi przejawami ciśnienia górotworu.

Kruche zniszczenie nie jest jednak jedynym przejawem poddawania się skał działaniu obciążeń i innych czynników zewnętrznych. Jak wskazują wyniki bardzo licznych już badań eksperymentalnych, w pewnych warunkach termodynamicznych (określonych przez m.in. stan naprężenia, temperaturę i prędkość odkształceń) skały, podobnie jak i wiele innych materiałów<sup>1</sup>, tracąc cechę kruchości i nabierając zdolności do przenoszenia dużych odkształceń trwałych bez zniszczenia (utruty spójności) i bez spadku naprężenia po przekroczeniu granicy wytrzymałości (punktu plastyczności) stają się ciągliwe. Ścisłe sprecyzowanie warunków przejścia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy, a więc określenie, z jednej strony, kresu możliwości występowania w przyrodzie zjawisk natury sejsmicznej, z drugiej zaś - punktu wyjścia do dużych deformacji ciągłych, powstawania fałdów i innych struktur tektonicznych związanych z płynięciem mas skalnych od dawna już pozostaje w centrum zainteresowania zarówno eksperymentalnej, jak i teoretycznej mechaniki skał. Począwszy od pionierskich badań T. von Kármána (1911) na próbkach marmuru *Carrara* i piaskowca *Mutenberg* (i jeszcze wcześniejszych eksperymentów C.W. von Gümbela, F. Kicka i F.D. Adamsa - zob. opisy u Kwaśniewskiego, 1983f), badania m.in. P.W. Bridgmana, D.T. Griggsa, E.C. Robertsona, J.W. Handina, H.C. Hearda, M.S. Patersona, W.F. Brace'a, K. Mogiego, J.D. Byerlee'ego i innych wykazały, że wzrost ciągliwości skał wywołany jest w ogólności wzrostem ciśnienia okólnego ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ) w próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania, wzrostem naprężenia najmniejszego  $\sigma_3$  i/lub spadkiem naprężenia pośredniego  $\sigma_2$  w próbie prawdziwie trójosiowego ściskania, spadkiem ciśnienia porowego, wzrostem temperatury i spadkiem prędkości odkształceń.

<sup>1</sup> M. Reiner, twórca reologii, pisał w 1929 roku ([345], str. 11): "One may safely state that every material flows under certain conditions. It has been proved that this holds good for every solid, even for extremely brittle materials, which under ordinary conditions crumble to pieces as soon as the stress applied exceeds the cohesion. The condition under which such a material has to be placed to make it flow is a sufficiently high pressure acting on all sides. The brittleness then disappears and the material, instead of being friable, flows, like any plastic substance."

W pracy tej zajmę się między innymi właśnie tymi dwoma zagadnieniami tak podstawowymi dla mechaniki skał - kruchym zniszczeniem i przejściem ze stanu kruchego w stan ciągliwy w zależności od, wyłącznie, ciśnienia. Będę zmierzał do podania warunku wytrzymałościowego dla skał izo- i quasi-izotropowych właściwego osiowo-symetrycznemu ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) stanowi naprężenia oraz warunku przejścia piaskowców ze stanu kruchego w stan ciągliwy.

Podstawę analizy właściwości wytrzymałościowych skał w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających stanowią będą zebrane przez autora, i pochodzące także z badań własnych wykonanych w Laboratorium Mechaniki Skał Katedry Geomechaniki, Budownictwa Podziemnego i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej wyniki doświadczeń na próbkach wielu dziesiątków różnych piaskowców, granitów i węgla (zob. rys. 1.1 - 1.3).

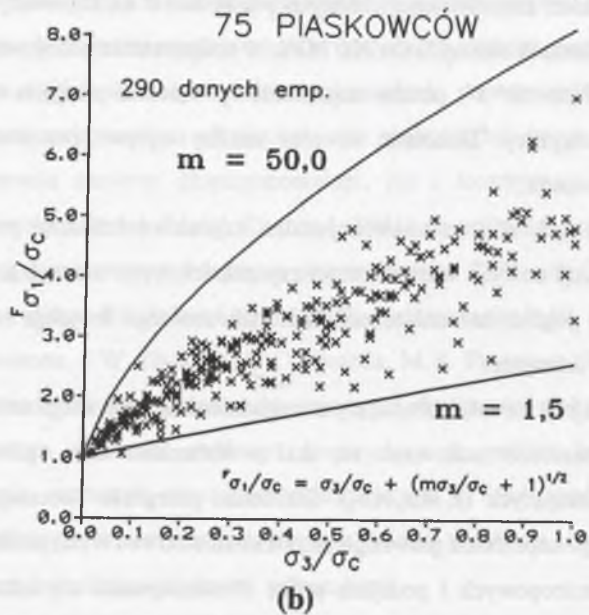
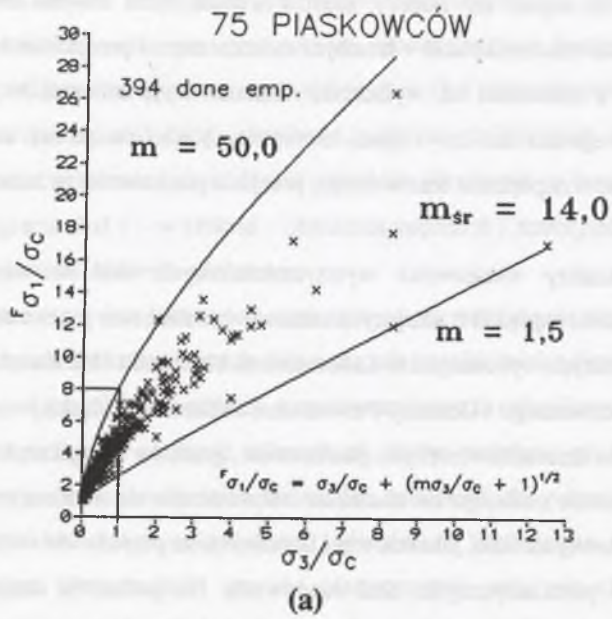
Wpływ ciśnienia okólnego na charakter odkształcania się i zniszczenia skał poddany zostanie szczegółowej analizie, jakościowej i ilościowej, na przykładzie średniookruchowych, terygenicznych i piroklastycznych, skał osadowych. Na podstawie danych empirycznych pochodzących z badań kilkudziesięciu różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 300 MPa, w temperaturze pokojowej, z prędkościami odkształceń od  $10^{-5}$  do  $10^{-4}$  s<sup>-1</sup>, podam naprężeniowy warunek przejścia tych skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy. Dokonam również analizy wpływu porowatości na ciśnienie przejścia w piaskowcach.

Wyniki badań tych skał na konwencjonalne trójosiowe ściskanie posłużą również do ilościowej weryfikacji nowych warunków wytrzymałościowych wywodzących się z teorii, u podstaw której leży pogląd, że o zniszczeniu materiału skalnego decydują zarówno naprężenia rozciągające, jak i ścinające.

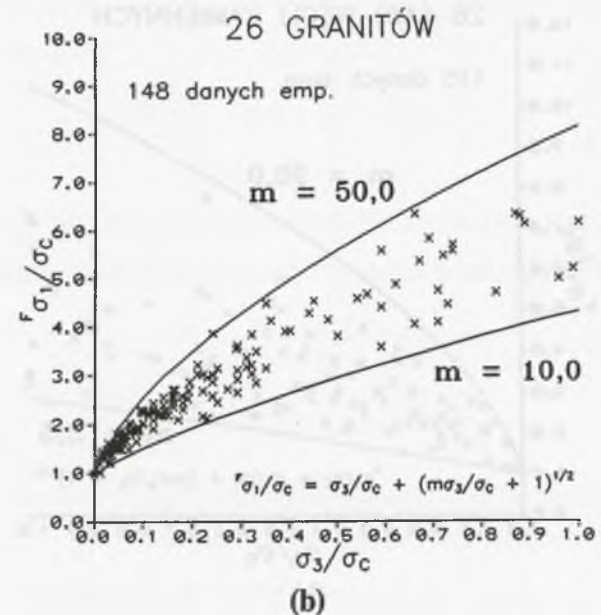
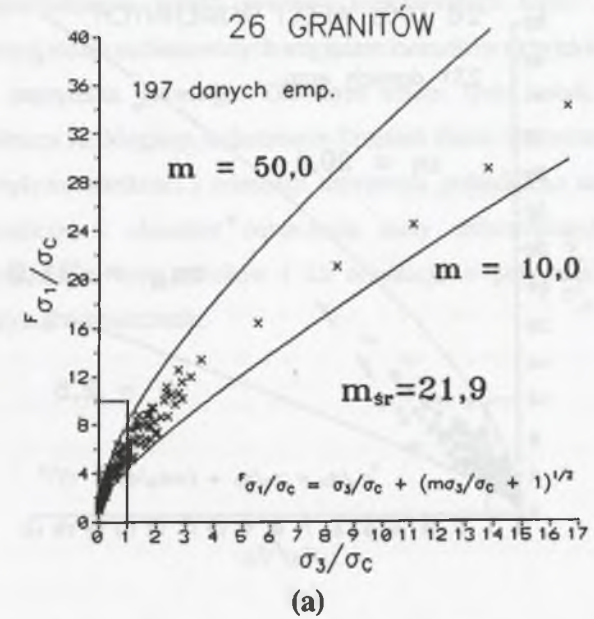
W pracy tej zajmę się także frapującym zagadnieniem wpływu pośredniego naprężenia głównego na mechaniczne zachowanie się skał w warunkach tzw. ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ). Dokonam przeglądu obecnego stanu wiedzy o wpływie pośredniego naprężenia głównego na odkształceniowe i wytrzymałościowe własności skał izo- i quasi-izotropowych i podejmę próbę sformułowania warunku wytrzymałościowego, który dobrze wyrażałby wpływ tego naprężenia na wytrzymałość graniczną takich skał.

Jedną z najważniejszych części pracy jest ta poświęcona mechanicznemu zachowaniu się skał anizotropowych w prawdziwie trójosiowym polu naprężeń ściskających. W rozdziale 10 przedstawię wyniki badań eksperymentalnych na prawdziwie trójosiowe ściskanie, którym

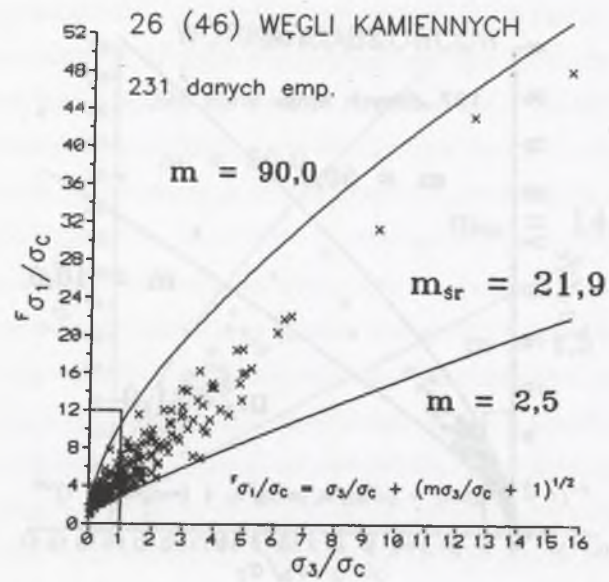




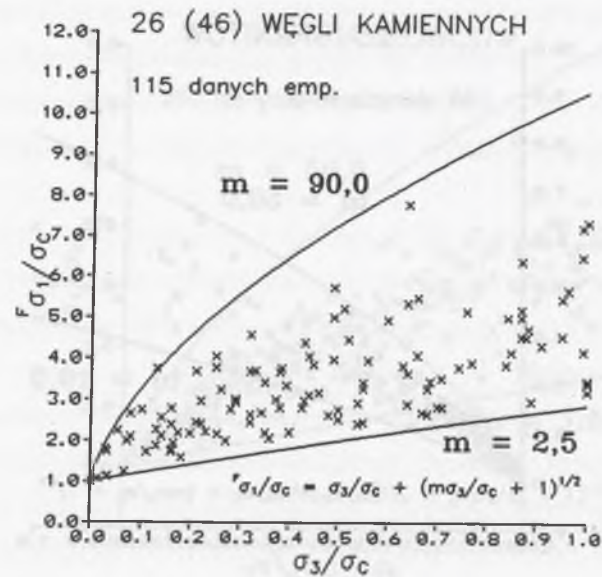
Rys. 1.1. Znormalizowane względem wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie wyniki badań eksperymentalnych nad zależnością granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego, pochodzące z badań siedemdziesięciu pięciu różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$ ); zależność empiryczna  $[\sigma_1 = f(\sigma_3)]_F$  opisana jest warunkiem wytrzymałościowym Hoeka i Browna Fig. 1.1. Conventional triaxial compression test results for seventy-five various sandstones, normalized against the ultimate uniaxial compressive strength; the empirical relationship  $[\sigma_1 = f(\sigma_3)]_F$  is described using Hoek and Brown's strength criterion



Rys. 1.2. Znormalizowane względem wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie wyniki badań eksperymentalnych nad zależnością granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego pochodzące z badań dwudziestu sześciu różnych granitów na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$ ); zależność empiryczna  $[\sigma_1 = f(\sigma_3)]_F$  opisana jest warunkiem wytrzymałościowym Hoeka i Browna Fig. 1.2. Conventional triaxial compression test results for twenty-six various granites, normalized against the ultimate uniaxial compressive strength; the empirical relationship  $[\sigma_1 = f(\sigma_3)]_F$  is described using Hoek and Brown's strength criterion



(a)



(b)

Rys. 1.3. Znormalizowane względem wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie wyniki badań eksperymentalnych nad zależnością granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego pochodzące z badań dwudziestu sześciu różnych węgla kamiennych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$ ); zależność empiryczna  $[\sigma_1 = f(\sigma_3)]_F$  opisana jest warunkiem wytrzymałościowym Hoeka i Browna Fig. 1.3. Conventional triaxial compression test results for twenty-six various hard coals, normalized against the ultimate uniaxial compressive strength; the empirical relationship  $[\sigma_1 = f(\sigma_3)]_F$  is described using Hoek and Brown's strength criterion

poddałem prostopadłościennie próbki pewnego blaszkowatego łupku krystalicznego o płaszczyznach foliacji różnie zorientowanych względem kierunków największego, pośredniego i najmniejszego naprężenia głównego. Głównym celem tych badań, wykonanych w laboratorium Profesora K. Mogiego w Instytucie Trzęsień Ziemi Uniwersytetu Tokijskiego, było określenie wpływu wielkości i orientacji naprężenia pośredniego na odkształcalność, wytrzymałość graniczną i charakter zniszczenia skały anizotropowej, w tym m.in. mechanizmy uskokowania, typy uskoków i ich orientację w polu naprężeń oraz spadki naprężenia towarzyszące zniszczeniu.



## 2. WŁAŚCIWOŚCI POWIERZCHNI WYTRZYMAŁOŚCI GRANICZNEJ SKAŁ

### 2.1. Ogólne zasady formułowania teorii wytrzymałościowych dla materiałów izotropowych

W ciągu wielu dziesiątków już lat rozwoju mechaniki skał i geomechaniki powstała trudna do zliczenia liczba warunków wytrzymałościowych różnego rodzaju. Wiele z nich wywodzi się z różnych naprężeniowych, odkształceniowych, energetycznych i statystycznych teorii wyteżeniowych i z teorii szczelin. Wiele jest zwykłymi warunkami empirycznymi, sformułowanymi tak, by jak najlepiej wyrazić chociaż jedną z zależności:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)_F = 0 \quad (2.1a)$$

$$f(I_1, I_2, I_3)_F = 0 \quad (2.1b)$$

$$f(I_1, J_2)_F = 0 \quad \text{lub} \quad (\sigma_{\text{oct}}, \tau_{\text{oct}})_F = 0 \quad \text{lub} \quad (\xi, \rho)_F = 0 \quad (2.1c)$$

$$f(\sigma_m, \tau_{\text{max}})_F = 0 \quad (2.1d)$$

$$f(\sigma_n, \tau)_F = 0 \quad (2.1e)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_3')_F = 0 \quad (2.1f)$$

W wyrażeniach tych  $\sigma_1, \sigma_2$  i  $\sigma_3$  jest, odpowiednio, największym, pośrednim i najmniejszym naprężeniem głównym,  $I_1, I_2$  i  $I_3$  jest pierwszym, drugim i trzecim niezmiennikiem tensora naprężenia:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.2a)$$

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad (2.2b)$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (2.2c)$$

$J_2$  jest drugim niezmiennikiem dewiatora tensora naprężenia:

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.3)$$

$\sigma_{\text{oct}}$  i  $\tau_{\text{oct}}$  jest, odpowiednio, normalnym i stycznym naprężeniem oktaedrycznym:

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1 \quad (2.4a)$$

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{I_1^2 - 3I_2} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} \quad (2.4b)$$

$\xi$  i  $\rho$  są, odpowiednio, hydrostatyczną i dewiatorową składową stanu naprężenia określonego na rysunku 2.1a wektorem  $OP = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ :

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 = \sqrt{3}\sigma_{\text{oct}} \quad (2.5a)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} = \sqrt{3}\tau_{\text{oct}} \quad (2.5b)$$

(wielkość  $\rho$  wspólnie z tzw. kątem podobieństwa  $\theta$ , gdzie

$$\theta = \arccos \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{2\sqrt{3}\sqrt{J_2}}, \quad \text{przy czym } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \quad (2.6)$$

określa położenie punktu P (rys. 2.1a) w płaszczyźnie dewiatorowej (rys. 2.1b) odległej od początku układu współrzędnych o  $\xi$  (rys. 2.1a i c)).

Wielkości  $\sigma_m$  i  $\tau_{\text{max}}$  są, odpowiednio, średnim naprężeniem głównym i największym naprężeniem ścinającym:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \text{lub} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.7a)$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (2.7b)$$

$\sigma_n$  i  $\tau$  jest naprężeniem normalnym i naprężeniem stycznym w płaszczyźnie ścinania (Mohra):

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta \quad (2.8a)$$

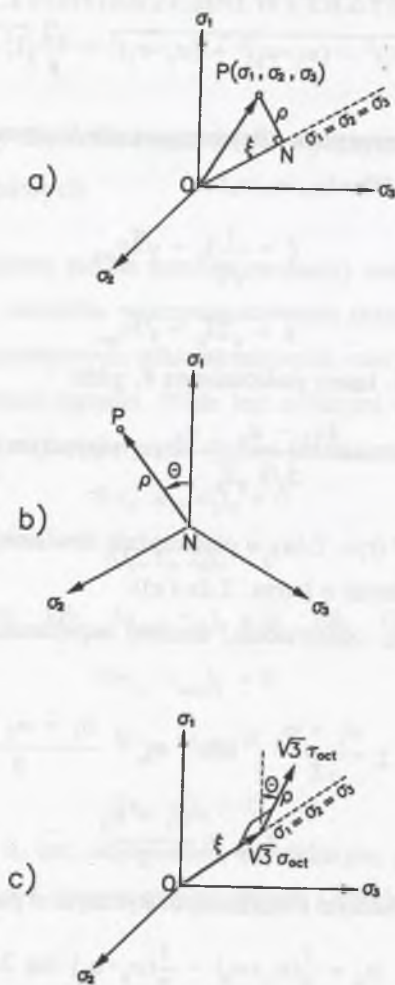
$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\theta \quad (2.8b)$$

gdzie  $\theta$  jest kątem (ostrym) pomiędzy kierunkiem największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) i płaszczyzną ścinania.

Występująca w wyrażeniu (2.1f) wielkość

$$\sigma_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\tau_{\text{oct}} \quad (2.9)$$

jest tzw. intensywnością naprężeń. Najmniejszemu normalnemu naprężeniu efektywnemu ( $\sigma_3'$ ) szczególną uwagę poświęć w rozdziale 4.



Rys. 2.1. Geometryczna interpretacja trójosiowego stanu naprężenia: (a) Współrzędne punktu w przestrzeni naprężeń głównych; (b) Przedstawienie stanu naprężenia na płaszczyźnie dewiatorowej; (c) Stan naprężenia opisany wielkościami  $\xi$ ,  $\rho$  i  $\theta$  (por. Chen i Saleeb, 1982)

Fig. 2.1. Geometric interpretation of the triaxial state of stress: (a) Coordinates of a point in the principal stress space; (b) Representation of the stress state in the deviatoric plane; (c) Stress state expressed in terms of  $\xi$ ,  $\rho$  and  $\theta$  (cf. Chen and Saleeb, 1982)

Należy tu wspomnieć, że istnieją hipotezy odkształceniowe kruche zniszczenia materiałów (ich prekursorem był Mariotte (patrz Timoshenko, 1953)), które w przeciwieństwie do hipotezy Ponceleta i Saint-Venanta (op. cit.), hipotezy Sandela (1925), hipotezy Doszczynskiego (1957) czy hipotezy Wołkowa (1971) niekoniecznie prowadzą do naprężeniowych, takich jak te zapisane wyrażeniami (2.1), warunków stanu granicznego.

Zgodnie z tymi hipotezami, do których należy m.in. hipoteza krytycznego wydłużenia sformułowana przez Fujiiego, Kiyamę i Ishijimę (1993, 1994a,b), samo odkształcenie może być traktowane jako kryterium zniszczenia. Chociaż hipotezami tego typu nie będziemy w zasadzie zajmowali się w tej pracy, chciałbym podkreślić, że moje doświadczenie wyniesione z wieloletnich badań eksperymentalnych nad właściwościami mechanicznymi skał wydaje się wskazywać, że to do nich może należeć przyszłość.

Konkretna postać warunku stanu granicznego dla danego materiału (i stanu naprężenia) wiąże się zwykle z określoną teorią wytrzymałościową. Warunki, jakie taka teoria powinna spełniać, są w ogólności następujące:

1. Teoria powinna odpowiadać wynikom doświadczenia, tzn. po oznaczeniu w najprostszych eksperymentach (próbach) wartości stałych występujących w odpowiadającym jej warunku stanu granicznego, warunek ten powinien dawać wyniki zgodne z rezultatami każdego innego eksperymentu; odchyłki powinny zawierać się w granicach określonych wyłącznie niejednorodnością badanego materiału i niedoskonałością techniczną eksperymentu.

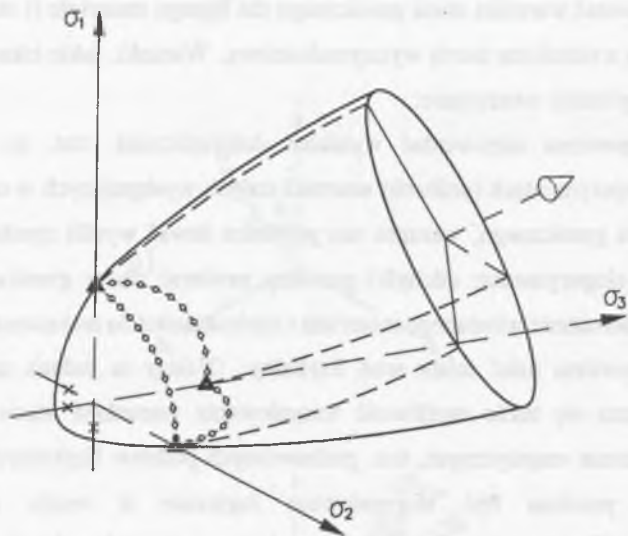
2. Teoria powinna mieć ścisły sens fizyczny. (Należy tu jednak zaznaczyć, że w praktyce dopuszcza się także możliwość formułowania warunków stanu granicznego o charakterze wyłącznie empirycznym, tzn. pozbawionych podstaw fizycznych.)

3. Teoria powinna być sformułowana logicznie w sensie matematycznym (geometrycznym). Do oceny teorii pod tym względem bardzo dogodna jest podana przez Haigha (1920) geometryczna interpretacja teorii wytrzymałości w przestrzeni naprężeń głównych, tzn. w układzie współrzędnych  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ . Wobec tego, że - jak wynika z rezultatów doświadczeń - wytrzymałość materiałów zmienia się monotonicznie ze zmianą wartości naprężeń głównych  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ , powierzchnia wytrzymałości określona równaniem teorii powinna być generalnie powierzchnią krzywoliniową ciągłą, gładką, wypukłą. Żeby spełnić warunek absolutnej (nieskończonej) wytrzymałości materiału (jednorodnego, izotropowego) przy wszechstronnym równomiernym ściskaniu, powierzchnia wytrzymałości granicznej odpowiadająca danej teorii (równaniu wytrzymałościowemu) powinna być otwarta ze strony dodatniego (ściskanie) oktantu układu współrzędnych i - na odwrót, wobec skończonej wytrzymałości na wszechstronne równomierne rozciąganie - zamknięta w oktancie ujemnym, jak na rysunku 2.2 (zob. również Chen i Saleeb (1982), Chapter 5.3.3).

4. Teoria wytrzymałościowa powinna być na tyle prosta, by można z niej efektywnie korzystać w praktyce. Oznacza to przede wszystkim, że stałe występujące w jej równaniu (w



warunku stanu granicznego) powinny być łatwo oznaczalne w najprostszych (standardowych) testach wytrzymałościowych, a samo równanie powinno się charakteryzować prostotą zapisu i nie nastroczać trudności w formułowaniu na jego podstawie wzorów obliczeniowych. Kilka przykładów takich prostych, najczęściej empirycznych, warunków wytrzymałościowych przedstawiłem w tabeli 2.1.



Rys. 2.2. Hipotetyczna, uogólniona powierzchnia wytrzymałości granicznej skał z symbolicznym zaznaczeniem wyników najprostszych prób, na podstawie których powierzchnię tę można eksperymentalnie oznaczyć: jednoosiowe rozciąganie - krzyżyki, jednoosiowe ściskanie - trójkąty, dwuosiowe ściskanie - kółka, trójosiowe ściskanie - kreski (wg Franklina, 1971)

Fig. 2.2. Hypothetical, generalized failure surface of rocks; symbols correspond to the simplest tests leading to the determination of the surface: crosses - uniaxial tension, triangles - uniaxial compression, circles - biaxial compression, dashes - triaxial compression (after Franklin, 1971)

Nie należy jednak sądzić, że każda teoria wytrzymałościowa musi określać postać powierzchni wytrzymałości granicznej w przestrzeni naprężeń. Tym bardziej, że pomimo znaczącego postępu w technice badania próbek skalnych w złożonych stanach naprężenia i znacznie większej niż przed trzydziestu, dwudziestu laty dostępności tzw. aparatury trójosiowej, ciągle jeszcze eksperymenty ograniczają się najczęściej do badań na jednoosiowe rozciąganie, jednoosiowe ściskanie, konwencjonalne trójosiowe ściskanie (osiowo-symetrycznemu stanowi naprężenia odpowiadającemu tej próbie odpowiada w płaszczyźnie dewiatorowej - por. rys. 2.1b - kąt  $\theta=0$ ) i - najlepszym przypadku - zredukowane trójosiowe wydłużanie ( $\theta=\pi/3$ ). Sprawie tej poświęcę wiele miejsca w rozdziale 8.

Tabela 2.1

Przykłady prostych, popularnych, stosunkowo dobrze zweryfikowanych ilościowo i często stosowanych warunków wytrzymałościowych

Postać warunku	Wartości stałych materiałowych występujących w warunku		
	Rodzaj skał	$\alpha$	$n$
$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_c + \alpha 100^{1-n} \sigma_3^n$ , MPa (Mogi, 1966b)	Skaly krzemianowe o umiarkowanej porowatości (1-10%) - trachity, tuf, andezyty, piaskowce	1,9±0,4	0,4±0,1
	Skaly krzemianowe o małej porowatości (<1%) - kwarcyt <i>Cheshire</i>	9,7	0,73
	Skaly krzemianowe o małej porowatości (<1%) - granity	5,6±0,9	0,56±0,08
	Skaly krzemianowe o małej porowatości (<1%) - perydotyt, dioryty, serpentynity	4,2±0,2	0,64±0,04
	Skaly węglanowe - marmury Skaly węglanowe - wapienie Skaly węglanowe - dolomity	1,2±0,5 1,9±0,5 3,5±0,9	0,39±0,11 0,38±0,08 0,48±0,12
$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} = 1 + K \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^n$ (Ohnaka, 1973) Jest to znormalizowana względem $\sigma_c$ postać warunku Mogiego.	Rodzaj skał	K	n
	Kwarcyty	8,63	1
	Granity	4,57	0,52
	Dioryty, diabazy, perydotyty	3,35	0,68
	Serpentynity Skaly węglanowe (dolomity, wapienie, marmury)	2,21 3,1	0,82 1

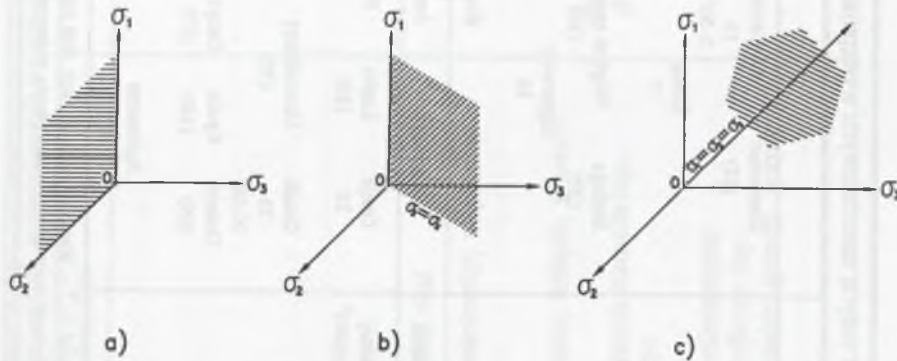


Postać warunku	Wartości stałych materiałowych występujących w warunku		
	Rodzaj skał	<i>B</i>	$\alpha$
$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + B \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^a$ <p>(Bieniawski, 1974) Ta pierwotna postać warunku została zmodyfikowana przez Hossainiego (1999), który zwrócił uwagę, że wartości stałej <math>\alpha</math> są różne dla różnych rodzajów skał (od 0,6 dla węgla do 0,79 dla iłolupków) i, ponadto, parametr <math>B</math> jest pewną funkcją <math>\sigma_c</math>; zob. również Vutukuri i Hossaini (1992).</p>	Noryt	5,0	według Bieniawskiego dla wszystkich skał $\alpha = 0,75$ ; według Yudhira i in. (1983) $\alpha = 0,65$
	Kwarcyt	4,5	
Piaskowiec	4,0		
Pyłowiec	3,0		
Mułowiec	3,0		
$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \left( \frac{M \sigma_3}{B \sigma_c} + 1 \right)^B$ <p>przy czym pomiędzy stałymi <math>B</math> i <math>M</math> a wytrzymałością graniczną skał na jednoosiowe ściskanie (<math>\sigma_c</math>, MPa) zachodzą następujące zależności (Johnston, 1995): <math>B = 1 - \beta(3 + \log \sigma_c)^2</math> <math>M = 2,065 + \alpha(3 + \log \sigma_c)^2</math></p>	Skały węglanowe (np. dolomity, wapienie, marmury)		0,170
	Skały ilaste (np. mułowce, iłolupki, iłowce)		0,231
	Skały arenitowe o mocnych ziarnach (np. piaskowce, kwarcyty)	dla ogółu skał $\beta = 0,0172$	0,270
	Skały gruboziarniste polimineralne magmowe i metamorficzne (np. amfibolity, gabra, gnejsy, granity, noryty i granodioryty)		0,659

c.d. tabeli 2.1

Postać warunku	Wartości stałych materiałowych występujących w warunku						
	Rodzaj skał	<i>m</i>					
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m \sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2}$ <p>(Hoek i Brown, 1980, 1982) Pewne aspekty praktycznego stosowania tego warunku zostały uaktualnione przez Hoeka i Browna w 1988 roku (Hoek i Brown, 1988). W roku 1992 opublikowana została zmodyfikowana wersja warunku (Hoek i in., 1992). Najbardziej ogólna postać warunku Hoeka i Browna, obejmująca wersję zarówno pierwotną, jak i zmodyfikowaną, dana jest równaniem (Hoek, 1994; Hoek i in., 1995): <math>\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left( 1 + m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^a</math>, gdzie <math>a</math> jest pewną stałą. Pierwotna, oryginalna postać warunku Hoeka i Browna została też zmodyfikowana przez Duncana (zob. Carter i in., 1991) tak, żeby lepiej opisać wytrzymałość graniczną skał nie tylko na ściskanie, ale i na rozciąganie.</p>	Skały osadowe okruczowe	Zlepieniec (22)	Piaskowiec 19 1,5-50 <sup>1</sup>	Pyłowiec 9	Iłowiec 4		
	Skały osadowe organiczne		Kreda 7	Węgiel (8-21) 2,5-90 <sup>1</sup>			
	Skały osadowe węglanowe	Brekcja (20)	Wapień sparytowy (10)	Wapień mikrytowy 8			
	Skały osadowe chemiczne		Gipsowiec 16	Anhydryt 13			
	Skały metamorficzne masywne	Marmur 9	Rogowiec (19)	Kwarcyt 24			
	Skały metamorficzne o teksturze niewyraźnej kierunkowej	Migmatyt (30)	Amfibolit 31	Mylonity (6)			
	Skały metamorficzne o wyraźnej lineacji, foliacji lub łupkowatości <sup>2</sup>	Gnejs 33	Łupki (10)	Fyllity (10)	Łupek dachówkowy 9		
	Skały magmowe głębinowe	Granit 33 10-50 <sup>1</sup>	Granodioryt (30)	Dioryt (28)	Gabro 27	Noryt 22	
	Skały magmowe wylewne	Doleryt (19)	Ryolit (16)	Dacyt (17)	Andezyt 19	Bazalt (17)	Obsydian (19)
	Skały piroklastyczne		Aglomerat (20)	Brekcja (18)		Tuf (15)	
	<p>Objaśnienia: 1 - zob. rozdział 1; 2 - Wartości stałej <math>m</math> tych skał odpowiadają prostopadłej względem płaszczyzn łupkowatości orientacji największego naprężenia głównego (<math>\sigma_1</math>).</p>						

Bardzo często wymagania stawiane warunkom wytrzymałościowym ogranicza się więc do tego, co można zweryfikować eksperymentalnie. Powszechne zastosowanie znajdują dzisiaj równania wytrzymałościowe, które wyrażają zależność pomiędzy naprężeniami głównymi na granicy wytrzymałości w płaszczyźnie tzw. dwuosiowej (rys. 2.3a), płaszczyźnie trójosiowej (tej przecinającej hipotetyczną powierzchnię wytrzymałości granicznej wzdłuż tzw. południka zerowego; rys. 2.3b) czy też płaszczyźnie dewiatorowej lub inaczej, oktaedrycznej (rys. 2.3c). Takimi właśnie równaniami zajmę się szczegółowo w rozdziale 3.



Rys. 2.3. Płaszczyzna dwuosiowa (a), płaszczyzna trójosiowa (b) i płaszczyzna dewiatorowa (c) w przestrzeni naprężeń głównych  
Fig. 2.3. Biaxial plane (a), triaxial plane (b) and deviatoric plane (c) in the principal stress space

## 2.2. Ogólny warunek Burzyńskiego-Jagna; klasyczne powierzchnie stanu granicznego

W odróżnieniu od Beltramego (1885), Hubera (1903/1904) i Haigha (1920), którzy założyli, że o zniszczeniu materiału stanowi wielkość (stała) całkowitej energii odkształcenia, Burzyński (1929) przyjął za kryterium wytrzymałości wielkość częściowej jedynie energii odkształcenia. Wielkość ta jest złożona z energii odkształcenia postaciowego oraz pewnej części energii odkształcenia objętościowego i jest funkcją (liniową) średniego naprężenia normalnego:

$$\sigma_o = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.10)$$

Wprowadzony przez Burzyńskiego na podstawie tych założeń warunek wytrzymałościowy (tzw. warunek zmiennej krańcowej energii odkształcenia objętościowo-postaciowego) ma

postać:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T \quad (2.11)$$

gdzie  $k$  jest tzw. współczynnikiem plastyczności, określającym wielkość decydującej o zniszczeniu części energii odkształcenia objętościowego materiału:

$$k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_S^2} - 1, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (2.12)$$

Występujące w wyrażeniu (2.12) wielkości  $\sigma_C$ ,  $\sigma_T$  i  $\sigma_S$  oznaczają granice wytrzymałości materiału na - odpowiednio - jednoosiowe ściskanie, rozciąganie i czyste ścinanie.

Warunek wytrzymałościowy identyczny z warunkiem (2.11) Burzyńskiego podał również Jagn (1931), który wychodząc z geometrycznej interpretacji teorii wytrzymałości w przestrzeni naprężeń głównych, zaproponował opisanie powierzchni wytrzymałości granicznej ogólnym symetrycznym równaniem powierzchni drugiego stopnia:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - n(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = l \quad (2.13)$$

gdzie

$$m = \frac{2(\sigma_C\sigma_T - 3\sigma_S^2)}{\sigma_C\sigma_T} \quad (2.14a)$$

$$n = \frac{6\sigma_S^2(\sigma_C - \sigma_T)}{\sigma_C\sigma_T} \quad (2.14b)$$

$$l = 6\sigma_S^2 \quad (2.14c)$$

(Podstawiając (2.14) do (2.13) otrzymuje się równanie tożsame z (2.11); określone formułami (2.14) parametry  $m$ ,  $n$  i  $l$  wyrażone za pomocą współczynnika  $k$  przyjmują postać:

$$m = \frac{2k - 1}{k + 1} \quad (2.15a)$$

$$n = \frac{3(\sigma_C - \sigma_T)}{k + 1} \quad (2.15b)$$

$$l = \frac{3\sigma_C\sigma_T}{k + 1} \quad (2.15c)$$

Analiza warunku wytrzymałościowego (2.11) (nazywanego dalej warunkiem Burzyńskiego-Jagna) wskazuje, że w zależności od relacji pomiędzy wytrzymałościowymi



stałymi materiałowymi  $\sigma_c$ ,  $\sigma_T$  i  $\sigma_s$  warunek ten może przyjmować postać odpowiadającą dowolnej z powierzchni obrotowych drugiego stopnia:

1. Dla  $\sigma_s = \sqrt{\frac{\sigma_c \sigma_T}{2}}$  (czemu odpowiada współczynnik plastyczności  $k=0$ ) powierzchnia

wytrzymałości granicznej (2.11) ma postać kuli, której środek przesunięty jest względem początku układu współrzędnych (wzdłuż osi hydrostatycznej  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) na odległość

$t = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_c - \sigma_T)$  w kierunku dodatniego (naprężenia ściskające) oktantu przestrzeni naprężeń

głównych.

2. Dla  $\sigma_s > \sqrt{\frac{\sigma_c \sigma_T}{3}}$  ( $k < 0,5$ ) powierzchnia wytrzymałości granicznej ma kształt

elipsoidy obrotowej, której środek jest przesunięty względem początku układu współrzędnych

o  $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_s^2(\sigma_c - \sigma_T)}{2(3\sigma_s^2 - \sigma_c\sigma_T)}$  w kierunku dodatniego oktantu przestrzeni naprężeń głównych.

3. Dla  $\sigma_s = \sqrt{\frac{\sigma_c \sigma_T}{3}}$  ( $k=0,5$ ) powierzchnia wytrzymałości granicznej (2.11) ma postać

paraboloidy obrotowej, której wierzchołek jest przesunięty względem początku układu

współrzędnych na odległość  $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_c\sigma_T}{3(\sigma_c - \sigma_T)}$  w kierunku ujemnego (naprężenia rozciągające)

oktantu przestrzeni naprężeń głównych.

4. Dla  $\frac{2\sigma_c\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_c + \sigma_T)} < \sigma_s < \sqrt{\frac{\sigma_c\sigma_T}{3}}$  ( $k > 0,5$ ) powierzchnia wytrzymałości granicznej

ma kształt dwupowłokowej hiperboloidy obrotowej, której środek jest przesunięty względem początku układu współrzędnych (wzdłuż osi hydrostatycznej  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) o

$t = \frac{\sqrt{3}\sigma_s^2(\sigma_c - \sigma_T)}{2(\sigma_c\sigma_T - 3\sigma_s^2)}$  w kierunku ujemnego (naprężenia rozciągające) oktantu przestrzeni

naprężeń głównych.

5. Dla  $\sigma_s = \frac{2\sigma_c\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_c + \sigma_T)}$  (przy czym  $k=0,5 + \frac{3(\sigma_c - \sigma_T)^2}{8\sigma_c\sigma_T}$ ) powierzchnia wytrzymałości

granicznej przyjmuje kształt stożka obrotowego, którego wierzchołek przesunięty jest

względem początku układu współrzędnych na odległość  $t = \frac{2\sigma_c\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_c + \sigma_T)}$  w kierunku

ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń głównych.

6. Dla  $\sigma_s < \frac{2\sigma_c\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_c + \sigma_T)}$  ( $k > 0,5$ ) powierzchnia wytrzymałości granicznej ma postać

jednopowłokowej hiperboloidy obrotowej, której środek jest przesunięty względem początku

układu współrzędnych o  $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_s^2(\sigma_c - \sigma_T)}{2(\sigma_c\sigma_T - 3\sigma_s^2)}$  w stronę ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń

głównych.

7. Dla  $\sigma_s = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_c\sigma_T}$  ( $k=1,0$ ) powierzchnia wytrzymałości granicznej jest

dwupowłokową hiperboloidą obrotową o środku przesuniętym względem początku układu

współrzędnych na odległość  $t = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_c - \sigma_T)$  w stronę ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń

głównych.

Będąc najbardziej ogólnym równaniem powierzchni obrotowych drugiego stopnia, warunek wytrzymałościowy Burzyńskiego-Jagna zawiera w sobie jako przypadki szczególne także wszystkie znane wcześniej warunki, które za miarę wyężenia przyjmują energię potencjalną obciążanego i odkształcającego się materiału. Są to (por. tab. 2.2):

8. Warunek Beltramiiego (1885) - Hubera (1903) - Haigha (1920) (elipsoida obrotowa o środku w początku układu współrzędnych) dla  $k = \nu$  i  $\sigma_c = \sigma_T$ , gdzie  $\nu$  jest współczynnikiem Poissona materiału;



Ogólny warunek wytrzymałościowy  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)_F=0$  Burzyńskiego (1928, 1929) - Jagna (1931) i jego różne (w zależności od relacji pomiędzy wartościami wytrzymałości granicznej materiału na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_C$ ) i rozciąganie ( $\sigma_T$ ) oraz czyste ścinanie ( $\sigma_S$ ), i od współczynnika plastyczności Burzyńskiego ( $k$ )) przypadki szczególne

OGÓLNA POSTAĆ WARUNKU:					
$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T ; \left( k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_S^2} - 1 \right)$					
Lp.	$\sigma_C, \sigma_T$	$\sigma_S$	$k$	Warunek szczegółowy	Powierzchnia wytrzymałości granicznej
1	2	3	4	5	6
1	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S = \sqrt{\frac{\sigma_C\sigma_T}{2}}$	$k = 0$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$	Kula o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych (wzdłuż osi hydrostatycznej $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) na odległość $t = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_C - \sigma_T)$  w stronę dodatniego (naprężenia ściskające) oktantu przestrzeni naprężeń głównych
2	$\sigma_C = \sigma_T = \sigma_{CT}$		$k = \nu^*$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) = \sigma_{CT}^2$ warunek Beltramiego (1885)	Elipsoida obrotowa o środku w początku układu współrzędnych

c.d. tabeli 2.2

OGÓLNA POSTAĆ WARUNKU:					
$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T ; \left( k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_S^2} - 1 \right)$					
Lp.	$\sigma_C, \sigma_T$	$\sigma_S$	$k$	Warunek szczegółowy	Powierzchnia wytrzymałości granicznej
1	2	3	4	5	6
3a	$\sigma_C \neq \sigma_T$		$k = \nu$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$ warunek Schleichera (1925) (uogólniony warunek Beltramiego)	Elipsoida obrotowa o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{\sqrt{3}(\sigma_C - \sigma_T)}{2(1 - 2\nu)}$  w stronę dodatniego oktantu przestrzeni naprężeń głównych
3b	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S > \sqrt{\frac{\sigma_C\sigma_T}{3}}$	$k < 0,5$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$	Elipsoida obrotowa o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_S^2(\sigma_C - \sigma_T)}{2(3\sigma_S^2 - \sigma_C\sigma_T)}$  w stronę dodatniego oktantu przestrzeni naprężeń głównych

OGÓLNA POSTAĆ WARUNKU:					
$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T; \left( k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_S^2} - 1 \right)$					
Lp.	$\sigma_C, \sigma_T$	$\sigma_S$	$k$	Warunek szczegółowy	Powierzchnia wytrzymałości granicznej
1	2	3	4	5	6
4	$\sigma_C = \sigma_T = \sigma_{CT}$	$\sigma_S = \frac{\sigma_{CT}}{\sqrt{3}}$	$k = 0,5$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) = \sigma_{CT}^2$ warunek Hubera (1904) - Misesa (1913) - Hencky'ego (1924)	Walec obrotowy
5	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S = \frac{2\sigma_C\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_C + \sigma_T)}$	$k > 0,5^{**}$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$ warunek Mirolubowa (1953)	Stożek obrotowy o wierzchołku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{2\sigma_C\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_C + \sigma_T)}$  w stronę ujemnego (naprężenia rozciągające) oktantu przestrzeni naprężeń głównych

OGÓLNA POSTAĆ WARUNKU:					
$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T; \left( k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_S^2} - 1 \right)$					
Lp.	$\sigma_C, \sigma_T$	$\sigma_S$	$k$	Warunek szczegółowy	Powierzchnia wytrzymałości granicznej
1	2	3	4	5	6
6a	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\frac{2\sigma_C\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_C + \sigma_T)} < \sigma_S < \sqrt{\frac{\sigma_C\sigma_T}{3}}$	$k > 0,5$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$	Dwupowłokowa hiperboloida obrotowa o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_S^2(\sigma_C - \sigma_T)}{2(\sigma_C\sigma_T - 3\sigma_S^2)}$  w stronę ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń głównych
6b	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_C\sigma_T}$	$k = 1$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$ warunek Łukszy (1962)	Dwupowłokowa hiperboloida obrotowa o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_C - \sigma_T)$  w stronę ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń głównych



**OGÓLNA POSTAĆ WARUNKU:**  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$ ;  $k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_s^2} - 1$

Lp.	$\sigma_C, \sigma_T$	$\sigma_s$	$k$	Warunek szczegółowy	Powierzchnia wytrzymałości granicznej
1	2	3	4		6
7	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_s < \frac{2\sigma_C\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_C + \sigma_T)}$	$k > 0,5$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2k(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$	Jednowłokowa hiperboloida obrotowa o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_s^2(\sigma_C - \sigma_T)}{2(\sigma_C\sigma_T - 3\sigma_s^2)}$ w stronę ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń głównych
8	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sigma_C\sigma_T}{3}}$	$k = 0,5$	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T$ warunek Bałandina (1937) (uogólniony warunek H-M-H)	Paraboloida obrotowa o wierzchołku przesuniętym względem początku układu współrzędnych na odległość $t = \frac{\sqrt{3}\sigma_C\sigma_T}{3(\sigma_C - \sigma_T)}$ w stronę ujemnego oktantu przestrzeni naprężeń głównych

**Objaśnienia:** \* - współczynnik Poissona, \*\* - w tym przypadku  $k = 0,5 + 3(\sigma_C - \sigma_T)^2 / 8\sigma_C\sigma_T$

9. Warunek Schleichera (1925, 1926) (elipsoida obrotowa o środku przesuniętym względem początku układu współrzędnych o  $t = \frac{\sqrt{3}(\sigma_C - \sigma_T)}{2(1 - 2k)}$  w kierunku dodatniego

oktantu przestrzeni naprężeń głównych) dla  $k = \nu$  i  $\sigma_C \neq \sigma_T$ ;

10. Warunek Hubera (1904) - Misesa (1913) - Hencky'ego (1924a,b) (walec obrotowy) dla  $k = 0,5$  i  $\sigma_C = \sigma_T$  ( $\sigma_s = \sigma_{CT}/\sqrt{3}$ ).

Wyprowadzony przez Burzyńskiego (1929) i Jagna (1931) niezależnie (i - przypomnijmy - na podstawie różnych, zupełnie odmiennych założeń) ogólny warunek wytrzymałościowy (2.11) został poddany wnikliwej analizie, dyskusji i krytyce przez Bałandina (1937). Doceniając i podkreślając uniwersalność postaci warunku Burzyńskiego-Jagna, Bałandin zwrócił jednak uwagę, że interpretacja fizyczna tego warunku (Burzyński) nie jest całkowicie jasna. Co jeszcze istotniejsze, z równania (2.11) otrzymuje się w niektórych przypadkach kształty powierzchni wytrzymałości granicznej niezgodne z doświadczeniem. Przykładowo, stożek i hiperboloida dwupowłokowa mają w odpowiadającym naprężeniu rozciągającym ujemnym oktancie przestrzeni naprężeń głównych drugie (symetryczne) obszary, które jako pozbawione realnego (w odniesieniu do wytrzymałości materiałów) sensu, należy odrzucić. Eliminując także kulę i elipsoidę jako powierzchnie zamknięte i - tym samym - stanowiące (wbrew doświadczeniu) o skończoności wytrzymałości materiałów na wszechstronne równomierne ściskanie, oraz poddając w wątpliwość wiarygodność hiperboloidy jednowłokowej, jako powierzchni w własnościach zbliżonych w pewnym sensie do własności walca H-M-H, Bałandin doszedł do wniosku, że jedynie paraboloida obrotowa jest powierzchnią, która spełnia wszystkie warunki stawiane (por. rozdział 2.1) powierzchni teoretycznej mającej opisywać wytrzymałość graniczną materiałów kruchych w złożonych stanach naprężenia (por. rozdział 3).

### 2.3. Ogólny warunek Łukszy

Warunek wytrzymałościowy identyczny z warunkiem (2.11) Burzyńskiego-Jagna podał również Łuksza (1963). Starając się uogólnić znane już warunki wytrzymałościowe i ewentualnie, wskazać możliwość opracowania nowych (szczególnie takich, które odpowiadałyby materiałom kruchym), Łuksza przyjął za podstawę ogólny warunek Nádai'a (1950), zgodnie z którym stanowiące o zniszczeniu materiału graniczne ścinające naprężenie oktaedryczne jest pewną funkcją oktaedrycznego naprężenia normalnego:



$$\tau_{\text{oct}} = f(\sigma_{\text{oct}}) \quad (2.16)$$

gdzie, przypomnijmy,

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.17)$$

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.18)$$

Zależność funkcyjną (2.16) Łuksza wyraził w postaci wielomianu potęgowego drugiego stopnia

$$\tau_{\text{oct}}^2 = A\sigma_{\text{oct}}^2 + B\sigma_{\text{oct}} + C \quad (2.19)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są stałymi empirycznymi, które można oznaczyć na podstawie prób jednoosiowego ściskania, jednoosiowego rozciągania i czystego ścinania.

Zgodnie z formułami (2.17) – (2.19), dla jednoosiowego ściskania -

$$\frac{2}{9}\sigma_c^2 = \frac{A}{9}\sigma_c^2 + \frac{B}{3}\sigma_c + C \quad (2.20)$$

dla jednoosiowego rozciągania -

$$\frac{2}{9}\sigma_T^2 = \frac{A}{9}\sigma_T^2 - \frac{B}{3}\sigma_T + C \quad (2.21)$$

dla czystego ścinania -

$$\frac{2}{3}\sigma_s^2 = C \quad (2.22)$$

Wyznaczając wartości stałych  $A$ ,  $B$  i  $C$  z układu równań (2.20) – (2.22) i wprowadzając je do (2.19) Łuksza podał ostatecznie ogólny warunek wytrzymałościowy w postaci:

$$\tau_{\text{oct}}^2 = \frac{2(\sigma_c\sigma_T - 3\sigma_s^2)}{\sigma_c\sigma_T}\sigma_{\text{oct}}^2 + \frac{2\sigma_s^2(\sigma_c - \sigma_T)}{\sigma_c\sigma_T}\sigma_{\text{oct}} + \frac{2}{3}\sigma_s^2 \quad (2.23)$$

W równaniu tym występują trzy stałe, pomiędzy którymi dla różnych materiałów istnieją różne zależności.

W sensie geometrycznym równanie (2.23) wyraża mnogość krzywych, spośród których można wydzielić te najlepiej, najdokładniej odpowiadające wynikom badań eksperymentalnych nad wytrzymałością danego(-ych) materiału(-ów) w złożonych stanach naprężenia. Istnienie tej mnogości krzywych zdefiniowanych równaniem (2.23) wynika z nieokreśloności funkcji  $\sigma_s = \varphi(\sigma_c, \sigma_T)$ . Tak więc, aby wyodrębnić z (2.23) jedną, jedyną dla danego materiału krzywą

wytrzymałości granicznej  $\tau_{\text{oct}} = f(\sigma_{\text{oct}})$ , należy oznaczyć eksperymentalnie dla tego materiału relację pomiędzy stałymi  $\sigma_c$ ,  $\sigma_T$  i  $\sigma_s$ .

W przypadku materiału idealnie plastycznego, to znaczy takiego, dla którego  $\sigma_c = \sigma_T = \sigma_{CT}$  i  $\sigma_s = \frac{\sigma_{CT}}{\sqrt{3}}$ , równanie (2.23) przybiera postać warunku plastyczności Hubera-Misesa-

$$\text{Hencky'ego:} \quad \tau_{\text{oct}}^2 = \frac{2}{3}\sigma_s^2 = \frac{2}{9}\sigma_{CT}^2 \quad (2.24)$$

W sensie geometrycznym warunek ten wyraża okrąg (odpowiadający w przestrzeni naprężeń głównych, przypomnijmy, walcowi obrotowemu).

Dla materiału o  $\sigma_c \neq \sigma_T$  i  $\sigma_s = \sqrt{\frac{\sigma_c\sigma_T}{3}}$  równanie (2.23) przechodzi w

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{6(\sigma_c - \sigma_T)\sigma_{\text{oct}} + 2\sigma_c\sigma_T} \quad (2.25)$$

które jest równaniem teorii wytrzymałościowej Bałandina. Równanie to jest równaniem paraboli (odpowiadającej w przestrzeni naprężeń głównych paraboloidzie obrotowej).

Dla materiału o  $\sigma_c \neq \sigma_T$  i  $\sigma_s = \frac{2\sigma_c\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_c + \sigma_T)}$  ogólny warunek wytrzymałościowy Łukszy

przyjmuje postać

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{2\sqrt{2}\sigma_c\sigma_T}{3(\sigma_c + \sigma_T)} + \frac{\sqrt{2}(\sigma_c - \sigma_T)}{\sigma_c + \sigma_T}\sigma_{\text{oct}} \quad (2.26)$$

Równanie to jest równaniem teorii wytrzymałościowej Mirolubowa (1953) sformułowanym przy założeniu liniowej zależności pomiędzy ścinającymi i normalnymi naprężeniami oktaedrycznymi (por. (2.16)). Prostej  $\tau_{\text{oct}} = a + b\sigma_{\text{oct}}$  odpowiada w przestrzeni naprężeń głównych stożek obrotowy.

Dla materiałów o wytrzymałości na czyste ścinanie równej - zgodnie z liniowym warunkiem typu Coulomba -  $\sigma_s = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_c\sigma_T}$ , równanie uogólnionego warunku wytrzymałościowego (2.23) przechodzi w



$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{1}{2}\sigma_{oct}^2 + \frac{\sigma_C - \sigma_T}{2}\sigma_{oct} + \frac{\sigma_C\sigma_T}{6}} \quad (2.27)$$

Równanie to zostało wyprowadzone przez Łukszę (1962) jako warunek wytrzymałościowy dla materiałów o wskaźniku kruchości  $z = \sigma_C/\sigma_T \approx 10$  (beton, skały). W sensie geometrycznym wyraża ono hiperbolę (odpowiadającą w przestrzeni naprężeń głównych dwupowłokowej hiperboloidzie obrotowej).

Wszystkie wymienione wyżej warunki - od (2.24) do (2.27) - stanowią, przypomnijmy, przypadki szczególnie ogólnego warunku wytrzymałościowego (2.23) podanego przez Łukszę (1963) (por. tab. 2.3). Oznaczając (eksperymentalnie) postać funkcji  $\sigma_S = \varphi(\sigma_C, \sigma_T)$  można w ogólności podać na podstawie (2.23) równanie wytrzymałościowe dla każdego materiału.

Warto tu zwrócić uwagę, że wyrażając równanie (2.23) w konwencji naprężeń głównych otrzymuje się:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \left(\frac{\sigma_C\sigma_T}{\sigma_S^2} - 2\right)(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T \quad (2.28)$$

Jest to, jak okazuje się, równanie tożsame z ogólnym warunkiem wytrzymałościowym Burzyńskiego-Jagna (2.11).

Tak więc wyrażony w konwencji naprężeń oktaedrycznych warunek (2.23)

$$\begin{aligned} \tau_{oct} &= \sqrt{\frac{2(\sigma_C\sigma_T - 3\sigma_S^2)}{\sigma_C\sigma_T}\sigma_{oct}^2 + \frac{2\sigma_S^2(\sigma_C - \sigma_T)}{\sigma_C\sigma_T}\sigma_{oct} + \frac{2}{3}\sigma_S^2} = \\ &= \sqrt{m\sigma_{oct}^2 + \frac{1}{3}n\sigma_{oct} + \frac{1}{9}l} = \\ &= \sqrt{\frac{2k-1}{k+1}\sigma_{oct}^2 + \frac{\sigma_C - \sigma_T}{k+1}\sigma_{oct} + \frac{\sigma_C\sigma_T}{3(k+1)}} \quad (2.29) \end{aligned}$$

można by nazwać warunkiem wytrzymałościowym Burzyńskiego-Jagna-Łukszy (por. tab. 2.2).

## 2.4. Powierzchnie Doszczynskiego i Wołkowa

Doszczynski, 1957 (por. również Pisarienko i Lebiediew, 1976; cz. I, § 4) wysunął

Tabela 2.3

Ogólny warunek wytrzymałościowy Łukszy (1963) i jego różne (w zależności od relacji pomiędzy wartościami wytrzymałości materiału na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_C$ ) i rozciąganie ( $\sigma_T$ ) oraz czyste ścinanie ( $\sigma_S$ )) przypadki szczególne

Lp.	$\sigma_C, \sigma_T$	$\sigma_S$	Warunek szczegółowy	Krzywa wytrzymałości granicznej
1	$\sigma_C = \sigma_T \equiv \sigma_{CT}$	$\sigma_S = \frac{\sigma_{CT}}{\sqrt{3}}$	$\tau_{oct}^2 = \frac{2(\sigma_C\sigma_T - 3\sigma_S^2)}{\sigma_C\sigma_T}\sigma_{oct}^2 + \frac{2\sigma_S^2(\sigma_C - \sigma_T)}{\sigma_C\sigma_T}\sigma_{oct} + \frac{2}{3}\sigma_S^2$ warunek Hubera-Misesa-Hencky'ego	Okrag o srodku w poczatkku ukladu wspolrzędnych
2	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S = \sqrt{\frac{\sigma_C\sigma_T}{3}}$	$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{6(\sigma_C - \sigma_T)\sigma_{oct} + 2\sigma_C\sigma_T}$ warunek Balandina (1937)	Parabola
3	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S = \frac{2\sigma_C\sigma_T}{\sqrt{3}(\sigma_C + \sigma_T)}$	$\tau_{oct} = \frac{2\sqrt{2}\sigma_C\sigma_T}{3(\sigma_C + \sigma_T)} + \frac{\sqrt{2}(\sigma_C - \sigma_T)}{\sigma_C + \sigma_T}\sigma_{oct}$ warunek Mirolubowa (1953)	Prosta
4	$\sigma_C \neq \sigma_T$	$\sigma_S = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_C\sigma_T}$	$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{1}{2}\sigma_{oct}^2 + \frac{\sigma_C - \sigma_T}{2}\sigma_{oct} + \frac{\sigma_C\sigma_T}{6}}$ warunek Łukszy (1962)	Hiperbola

hipotezę, zgodnie z którą wystąpienie stanu granicznego wytrzymałości określa się bezwzględnymi wartościami składowych stanu odkształcenia. Miarą wyężenia materiału według tej hipotezy jest średnie odkształcenie kwadratowe

$$\varepsilon_m^q = \sqrt{\frac{1}{3}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)} \quad (2.30)$$

gdzie  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  i  $\varepsilon_3$  jest, odpowiednio, największym, pośrednim i najmniejszym odkształceniem głównym.

Równanie (2.30) wyrażone za pomocą naprężeń głównych przyjmuje dla materiału o cechach odkształceniowych ośrodka Hooke'a postać następującego warunku wytrzymałościowego:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2\nu(2-\nu)}{1+2\nu^2}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) = \sigma_T^2 \quad (2.31)$$

gdzie  $\nu$  jest współczynnikiem Poissona materiału.

W przestrzeni naprężeń równanie (2.31) przedstawia elipsoidę obrotową o wielkiej osi pokrywającej się z osią hydrostatyczną ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ). Dla materiałów o współczynniku Poissona elipsoida ta przekształca się w walec Hubera-Misesa-Hencky'ego (por. rozdział 2.2).

W przypadku materiałów kruchych graniczna wartość odkształcenia średniego nie jest stała, lecz - jak wynika z doświadczeń - wzrasta w miarę przechodzenia od rozciągania do ściskania. Doszczynski uwzględnił ten efekt wyrażając graniczne odkształcenie średnio-kwadratowe jako liniową funkcję jednostkowego odkształcenia objętościowego:

$$\varepsilon_m^q = A\varepsilon_V + B \quad (2.32)$$

Oznaczając wartości stałych  $A$  i  $B$  na podstawie wyników badań materiału na jednoosiowe ściskanie i rozciąganie i przechodząc z odkształceń do naprężeń otrzymuje się na podstawie równania (2.32) warunek wytrzymałościowy w postaci

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2\nu(2-\nu)}{1+2\nu^2}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} - \frac{\sigma_C - \sigma_T}{\sigma_C + \sigma_T}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{2\sigma_C\sigma_T}{\sigma_C + \sigma_T} \quad (2.33)$$

W zależności od relacji pomiędzy stałymi materiałowymi, powierzchniami wytrzymałości granicznej według równania (2.33) są: stożek (dla  $\nu=0,5$ ), elipsoida, paraboloida lub hiperboloida (dla  $\nu \neq 0,5$ ).

Za miarę wyężenia materiału analogiczną do tej wprowadzonej przez Doszczynskiego przyjął Wołkow, 1971 (por. również Pisarienko i Lebediew, 1976; cz. I, § 4) pewne

wypadkowe odkształcenie postaciowe  $\varepsilon_V$  dane równaniem:

$$\varepsilon_V = \sqrt{3}\varepsilon_m^q = \sqrt{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)} \quad (2.34)$$

Przyjmując, że zależność pomiędzy kwadratem odkształcenia postaciowego a jednostkowym odkształceniem objętościowym dana jest liniową funkcją rosnącą

$$\varepsilon_V^2 = A\varepsilon_V + B \quad (2.35)$$

Wołkow uzyskał ostatecznie, dla materiału o cechach odkształceniowych ciała Hooke'a, warunek wytrzymałościowy w postaci:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2\nu(2-\nu)}{1+2\nu^2}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_C - \sigma_T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_C\sigma_T \quad (2.36)$$

Równanie Wołkova jest analogiczne do ogólnego równania wytrzymałościowego Burzyńskiego-Jagna (por. rozdział 2.2). Równania te różnią się tylko współczynnikiem przy składowej ( $\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1$ ). U Wołkova jest to

$$\frac{2\nu(2-\nu)}{1+2\nu^2} = 2t, \quad \text{przy czym } 0 \leq 2t \leq 1$$

zaś u Burzyńskiego i Jagna

$$\frac{\sigma_C\sigma_T}{\sigma_S^2} - 2 = 2k, \quad \text{przy czym } 0 \leq 2k \leq 2$$

Równanie wytrzymałościowe Wołkova wyraża w przestrzeni naprężeń głównych kulę (dla  $\nu=0$ ), elipsoidę (dla  $0 < \nu < 0,5$ ), paraboloidę Bałandina (dla  $\nu=0,5$ ) lub walec obrotowy Hubera-Misesa-Hencky'ego (dla  $\nu=0,5$  i  $\sigma_C = \sigma_T$ ).

Równanie Wołkova można także zapisać w konwencji naprężeń oktaedrycznych. Przyjmuje ono wtedy postać

$$\tau_{oct}^2 = \frac{1}{a+1} \left[ (2a-1)\sigma_{oct}^2 + (\sigma_C - \sigma_T)\sigma_{oct} + \frac{1}{3}\sigma_C\sigma_T \right] \quad (2.37)$$

a więc taką samą, jak warunek Łukszy (por. rozdział 2.3), przy czym u Łukszy

$$a = k = \frac{\sigma_C\sigma_T}{2\sigma_S^2} - 1$$

zaś u Wołkova

$$a = t = \frac{\nu(2-\nu)}{1+2\nu^2}$$



## 2.5. Warunek Mroza

Warunek stanu granicznego formalnie analogiczny do warunku wytrzymałościowego Burzyńskiego-Jagna (rozdział 2.2) i warunku Wołkowa (rozdział 2.4) podał Mróz (1972). W odróżnieniu jednak od stałych występujących w równaniach (2.11) i (2.36), w warunku Mroza

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - a(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - b(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - c = 0 \quad (2.38)$$

współczynniki  $a$ ,  $b$  i  $c$  są funkcjami skalarnymi zależnymi od pewnego parametru pękania  $\beta$  i od parametru wzmocnienia  $\lambda$ :  $a = a(\beta)$ ,  $b = b(\beta)$  i  $c = c(\lambda, \beta)$ .

Opisujące w przestrzeni naprężeń głównych powierzchnię stanów granicznych o kształcie elipsoidy obrotowej równanie (2.38) można zapisać także w konwencji naprężeń oktaedrycznych. Przybiera ono wtedy postać

$$\tau_{oct}^2 = \alpha \sigma_{oct}^2 + \beta \sigma_{oct} + \gamma \quad (2.39)$$

Jest ona analogiczna do równania wytrzymałościowego typu Łukszy (2.19) (por. rozdział 2.3), przy czym w tym ostatnim

$$\alpha = A, \quad \beta = B, \quad \gamma = C,$$

zaś u Mroza

$$\alpha = \frac{2a-2}{a+2}, \quad \beta = \frac{2b}{a+2}, \quad \gamma = \frac{2c}{3(a+2)}.$$

## 2.6. "Pocisk" Kima i Lade'a

Dla gruntów sypkich nie wykazujących właściwości spójności Lade (1977) podał warunek stanu granicznego w postaci

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \left(\frac{I_1}{p_a}\right)^m = \eta_1 \quad (2.40)$$

gdzie  $I_1$  jest pierwszym niezmiennikiem tensora naprężenia -

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.41)$$

$I_3$  jest trzecim niezmiennikiem tensora naprężenia -

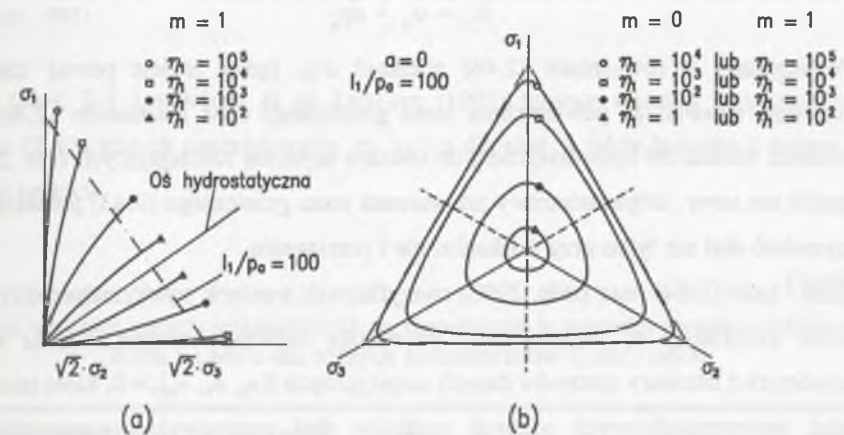
$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (2.42)$$

i  $p_a$  oznacza ciśnienie atmosferyczne wyrażone w tych samych jednostkach co naprężenia  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ . Tak zwanemu hydrostatycznemu stanowi naprężenia ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) odpowiada wartość

ilorazu  $I_1^3/I_3$  równa 27. Wartości stałych empirycznych  $m$  i  $\eta_1$  występujących w równaniu (2.40) można wyznaczyć dopasowując równanie linii prostej do oznaczonej na podstawie badań trójosiowych zależności  $f[\log(I_1^3/I_3 - 27) = f(p_a/I_1)]$ ; stała  $m$  jest współczynnikiem kierunkowym tej prostej, a  $\eta_1$  jest rzędną punktu przecięcia się tej prostej z  $(p_a/I_1) = 1$ .

W przestrzeni naprężeń głównych powierzchnia ta ma kształt osiowo-symetrycznego pocisku<sup>1</sup> o spiczastym wierzchołku osadzonym w początku układu współrzędnych. Jak pokazano na rysunku 2.4, właściwości tej powierzchni są następujące:

1. Kąt wierzchołkowy powierzchni rośnie ze wzrostem wartości stałej  $\eta_1$  (rys. 2.4a).
2. Ze wzrostem wartości parametru  $\eta_1$  kształt przekroju poprzecznego powierzchni zmienia się od kołowego do trójkątnego z zaokrąglonymi wierzchołkami (rys. 2.4b).
3. Parametr  $m$  decyduje o krzywiznie powierzchni wytrzymałości granicznej; większym wartościom tego parametru odpowiadają większe krzywizny (dla  $m = 0$  powierzchnie są prostoliniowe).
4. Gdy  $m = 0$ , kształt przekrojów poprzecznych powierzchni nie zmienia się ze wzrostem wartości  $I_1$ . Gdy  $m > 0$ , kształt przekroju poprzecznego powierzchni z trójkątnego przechodzi w coraz bardziej kołowy ze wzrostem wartości niezmiennika  $I_1$ .



Rys. 2.4. Odpowiadające różnym wartościom parametru  $\eta_1$  i  $m$  ślady danej przez Lade'a (1977) równaniem (2.40) powierzchni wytrzymałości granicznej gruntów sypkich w płaszczyźnie trójosiowej (a) i w płaszczyźnie oktaedrycznej (b) (Kim i Lade, 1984; Lade, 1993)

Fig. 2.4. Representation of the failure surface of cohesionless soils, given by Lade's (1977) equation (2.40), in (a) triaxial plane, and in (b) octahedral plane; individual traces correspond to different values of the parameter  $\eta_1$  and  $m$  (Kim and Lade, 1984; Lade, 1993)

<sup>1</sup> Ang. bullet (Kim i Lade, 1984; str. 2)

5. Dowolna kombinacja wartości  $m$ ,  $\eta_1$  i  $(I_1/p_a)$ , dla których  $\eta_1/(I_1/p_a)^m = \text{const.}$ , daje ten sam kształt przekroju poprzecznego powierzchni wytrzymałości granicznej na płaszczyźnie oktaedrycznej.

Modyfikując oryginalny warunek wytrzymałościowy Lade'a (2.40) tak, żeby uwzględnić właściwą skałom związłym własność spójności i zdolność do przenoszenia naprężeń rozciągających, Kim i Lade (1984) podali równanie stanu granicznego w postaci:

$$\left(\frac{\bar{I}_1^3}{\bar{I}_3} - 27\right) \left(\frac{\bar{I}_1}{p_a}\right)^m = \eta_1 \quad (2.43)$$

gdzie

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 \quad (2.44)$$

i

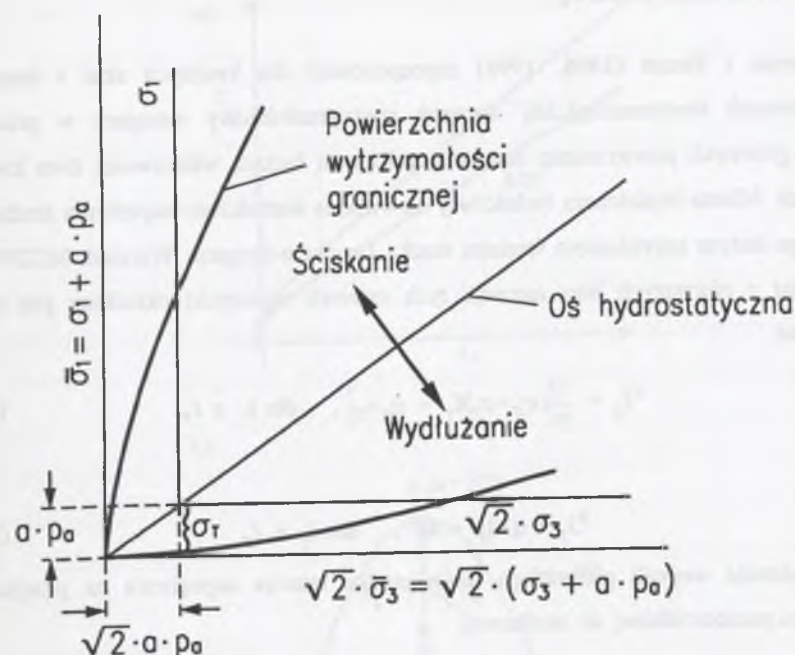
$$\bar{I}_3 = \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2 \bar{\sigma}_3 \quad (2.45)$$

przy czym

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_1 &= \sigma_1 + a p_a \\ \bar{\sigma}_2 &= \sigma_2 + a p_a \\ \bar{\sigma}_3 &= \sigma_3 + a p_a \end{aligned} \quad (2.46)$$

Występująca w równaniach (2.46) wielkość  $a \cdot p_a$  (gdzie  $a$  jest pewną stałą bezwymiarową), sprawia, że powierzchnia stanu granicznego dana równaniem (2.40) ulega przesunięciu wzdłuż osi hydrostatycznej do obszaru naprężeń rozciągających (rys. 2.5). W ten sposób ten nowy, trójparametrowy już warunek stanu granicznego (2.43) pozwala opisać wytrzymałość skał nie tylko przy ściskaniu, ale i rozciąganiu.

Kim i Lade (1984) oraz Lade (1993) zweryfikowali warunek wytrzymałościowy (2.43) ilościowo korzystając z, odpowiednio, trzydziestu sześciu i osiemdziesięciu siedmiu zaczerpniętych z literatury zestawów danych empirycznych  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)_F=0$ , które pochodziły z badań wytrzymałościowych różnych rodzajów skał magmowych, metamorficznych, osadowych i węgla w prostych i złożonych stanach naprężeń ściskających i rozciągających. Oceniając każdorazowo dobroć dopasowania funkcji (2.43) do danych empirycznych za pomocą współczynnika determinacji ( $r^2$ ), orzekli generalnie, że funkcja ta całkiem dobrze (ang. "quite good") opisuje wytrzymałość graniczną skał w warunkach złożonego stanu naprężenia.



Rys. 2.5. Odpowiadające warunkowi wytrzymałościowemu (2.43) krzywe wytrzymałości granicznej skał wykreślone na płaszczyźnie trójosiowej (Kim i Lade, 1984; Lade, 1993)  
Fig. 2.5. Traces of the failure surface of rocks given by equation (2.43) in the triaxial plane (Kim and Lade, 1984; Lade, 1993)

W tabeli 2.4 zestawione są za Lade'em (1993) typowe wartości występujących w warunku (2.43) stałych materiałowych:  $m$ ,  $\eta_1$  i  $a$  dla skał, a także betonów i zapraw oraz gruntów sypkich.

Tabela 2.4

Typowe wartości stałych materiałowych występujących w warunku wytrzymałościowym Kima i Lade'a dla różnych geomateriałów (Lade, 1993)

Rodzaj materiału	$m$	$\eta_1$	$a$
Skały	0,7 - 1,9	$10^4 - 10^8$	20 - 300*
Beton i zaprawa	0,9 - 1,2	$10^4 - 10^6$	20 - 35
Grunty	0,0 - 0,5	20 - 280	0,0

\* - dla węgla  $a = 3,6 - 32$



## 2.7. Warunek MSDP<sub>u</sub>

Aubertin i Simon (1996, 1998) zaproponowali dla kruchych skał i materiałów skałopodobnych fenomenologiczny warunek wytrzymałościowy opisujący w przestrzeni naprężeń głównych powierzchnię stanów granicznych łączącą właściwości dwu kwadryk: paraboloidy Misesa-Schleichera (właściwej niewielkim wartościom naprężenia średniego) i właściwego dużym naprężeniom średnim stożka Druckera-Pragera. Warunek MSDP (skrót ten powstał z pierwszych liter nazwisk tych czterech uczonych) określony jest dwoma równaniami:

$$F_{J_2} = \frac{1}{3}[(\sigma_c - \sigma_T)I_1 + \sigma_c \sigma_T], \quad \text{dla } I_1 \leq I_T \quad (2.47a)$$

$$F_{J_2} = (\alpha I_1 + k)^2, \quad \text{dla } I_1 \geq I_T \quad (2.47b)$$

gdzie  $I_T$  określa wartość pierwszego niezmiennika tensora naprężenia na przejściu od powierzchni paraboloidalnej do stożkowej:

$$I_T = \frac{\sigma_c - \sigma_T}{12\alpha^2} - \frac{\sigma_c \sigma_T}{\sigma_c - \sigma_T} \quad (2.48)$$

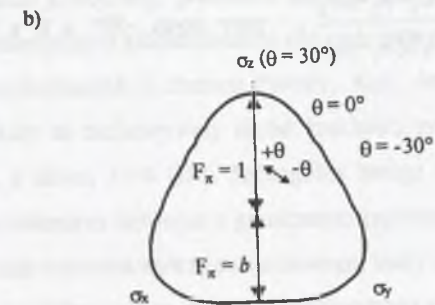
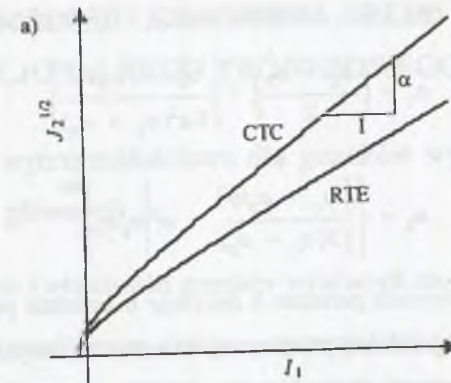
a  $\alpha$  i  $k$  są pewnymi parametrami zależnymi od kąta tarcia wewnętrznego ( $\varphi$ ) i spójności ( $c$ ) materiału:

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (2.49)$$

$$k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (2.50)$$

przy czym Aubertin i Simon zalecają przyjmować w tych wyrażeniach wartości kąta  $\varphi$  równe wartościom tzw. podstawowego kąta tarcia pomiędzy gładkimi powierzchniami  $\phi_b$  (por. Barton i Choubey, 1977). Dla większości skał wynoszą one od 25° do 35°.

Chociaż warunek MSDP został z powodzeniem zastosowany przez Aubertina i Simona do aproksymacji wyników na konwencjonalne trójosiowe ściskanie marmuru *Georgia* (badanego przez Schwartza, 1964) oraz dunitu *Spruce Pine* i wapienia (badanych przez Byerlee'ego, 1968), to jednak jego poważnym niedostatkim jest to, że w płaszczyźnie oktaedrycznej opisuje on koło, a nie znacznie lepiej odpowiadający wynikom doświadczeń na trójosiowe ściskanie obły (zaokrąglony u wierzchołków) trójkąt.



Rys. 2.6. Interpretacja graficzna warunku wytrzymałościowego MSDP<sub>u</sub>: a)  $F_0$  w płaszczyźnie  $J_2^{1/2}-I_1$ ; CTC - konwencjonalne trójosiowe ściskanie ( $\theta=30^\circ$ ), RTE - redukcowane trójosiowe wydłużanie ( $\theta=-30^\circ$ ); b)  $F_\pi$  w płaszczyźnie oktaedrycznej ( $I_1$  i in., 2000)

Fig. 2.6. Graphical interpretation of the MSDP<sub>u</sub> criterion: a)  $F_0$  in the  $J_2^{1/2}-I_1$  plane; CTC - conventional triaxial compression ( $\theta=30^\circ$ ), RTE - reduced triaxial extension ( $\theta=-30^\circ$ ); b)  $F_\pi$  in octahedral plane (Li et al., 2000)

Niedostatek ten wyeliminowali Aubertin i in., 1999 (por. również Li i in., 2000) wprowadzając warunek MSDP<sub>u</sub>, czyli tzw. zunifikowany warunek MSDP. Warunek ten dany jest równaniem

$$F(\sqrt{J_2}) - F_0 F_\pi = 0 \quad (2.51a)$$

lub - w rozwiniętej postaci -

$$F(\sqrt{J_2}) - b \left\{ \frac{\alpha^2(I_1^2 - 2a_1 I_1) + a_2^2}{b^2 + (1-b^2) \sin^2(45^\circ - 1,5\theta)} \right\}^{1/2} = 0 \quad (2.51b)$$

gdzie  $F_0$  i  $F_\pi$  są funkcjami określającymi kształt powierzchni wytrzymałości granicznej w, odpowiednio, płaszczyźnie  $J_2^{1/2}-I_1$  i płaszczyźnie oktaedrycznej. Stała  $\alpha$  została objaśniona już

powyżej (por. dodatkowo rys. 2.6a), natomiast stałe  $a_1$  i  $a_2$  określone są następująco:

$$a_1 = \left( \frac{\sigma_c - \sigma_T}{2} \right) - \left[ \frac{\sigma_c^2 - (\sigma_T/b)^2}{6\alpha^2(\sigma_c + \sigma_T)} \right] \quad (2.52)$$

$$a_2 = \left\{ \left[ \frac{\sigma_c + \sigma_T/b^2}{3(\sigma_c + \sigma_T)} - \alpha^2 \right] \sigma_c \sigma_T \right\}^{1/2} \quad (2.53)$$

Występujący w tych wyrażeniach parametr  $b$  decyduje o kształcie przekroju poprzecznego powierzchni wytrzymałości granicznej płaszczyzną oktaedryczną; zwykle  $b \cong 0,75$ . Wielkość  $\theta$  jest tzw. kątem Lodego w płaszczyźnie oktaedrycznej (por. rys. 2.6b):

$$\theta = \arctg \frac{\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2}{\sqrt{3}(\sigma_1 - \sigma_3)}, \quad \text{przy czym } -30^\circ \leq \theta \leq 30^\circ \quad (2.54)$$



### 3. WYTRZYMAŁOŚĆ GRANICZNA SKAŁ W WARUNKACH KONWENCJONALNEGO TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA

#### 3.1. Warunki wytrzymałościowe dla granitów wyrażone w konwencji naprężeń głównych

##### 3.1.1. Pochodzenie i właściwości granitów wybranych do analizy

Podjmując próbę uogólnienia wiedzy o wytrzymałości granicznej oraz charakterze odkształcania się i zniszczenia granitów w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania w temperaturze pokojowej, poddałem analizie dostępne w literaturze przedmiotu wyniki badań eksperymentalnych kilkudziesięciu różnych tych głębinowych, krzemianowych skał krystalicznych pochodzących z obszaru Europy, Azji, Ameryki Północnej, północnej Afryki i Australii. Skały te zachowywały cechę kruchości przy ciśnieniach okólnych tak wysokich jak 2 GPa, a nawet 3+4 GPa. Szczególną uwagę zwróciłem więc na ustalenie zależności pomiędzy ciśnieniem okólnym a granicznym największym naprężeniem głównym ( $^F\sigma_1 = \sigma_{1max}$ ) i znalezienie warunku wytrzymałościowego, który najlepiej wyraża tę zależność.

Dla siedemnastu granitów (w tym dwóch granodiorytów) zebrałem 26 zestawów danych liczbowych  $^F\sigma_1 = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$  dla ciśnień okólnych ( $p$ ) sięgających 800 MPa. Pośród tych skał są następujące:

- 3 granity z terytorium Stanów Zjednoczonych AP (badane przez Robertsona (1955), Brace'a (1964), Brace'a i in. (1966), Mogiego (1966a, 1967), Scholza (1968) oraz Singha i Hucka (1973)),
- 3 granity z Wysp Japońskich (badane przez Matsushimę (1959, 1960), Mogiego (1964, 1965) i Shimadę (1981)),
- 2 granity i jeden granodioryt z terytorium Kanady (badane przez Annora i Jacksona (1987), Gorskiego (1988) oraz Gorskiego i Little'a (1988)),
- 2 granity z obszaru Polski (badane przez Długosza i in. (1981) oraz Kwaśniewskiego i in. (1981, 1982, 2000)),
- jeden granit z Anglii (Franklin i Hoek, 1970),
- jeden mikrogranodioryt z Walii (Edmond i Murrell, 1973),
- jeden granit z Francji (Parate, 1969),
- jeden granit z Saksonii (Thoma i in., 1969; Freytag i in., 1969),



Zestawienie symboli, nazw i podstawowych własności wytrzymałościowych granitów, których dane empiryczne  $F_{\sigma_1}=f(p)$  z badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie posłużyły do weryfikacji ilościowej różnych warunków wytrzymałościowych

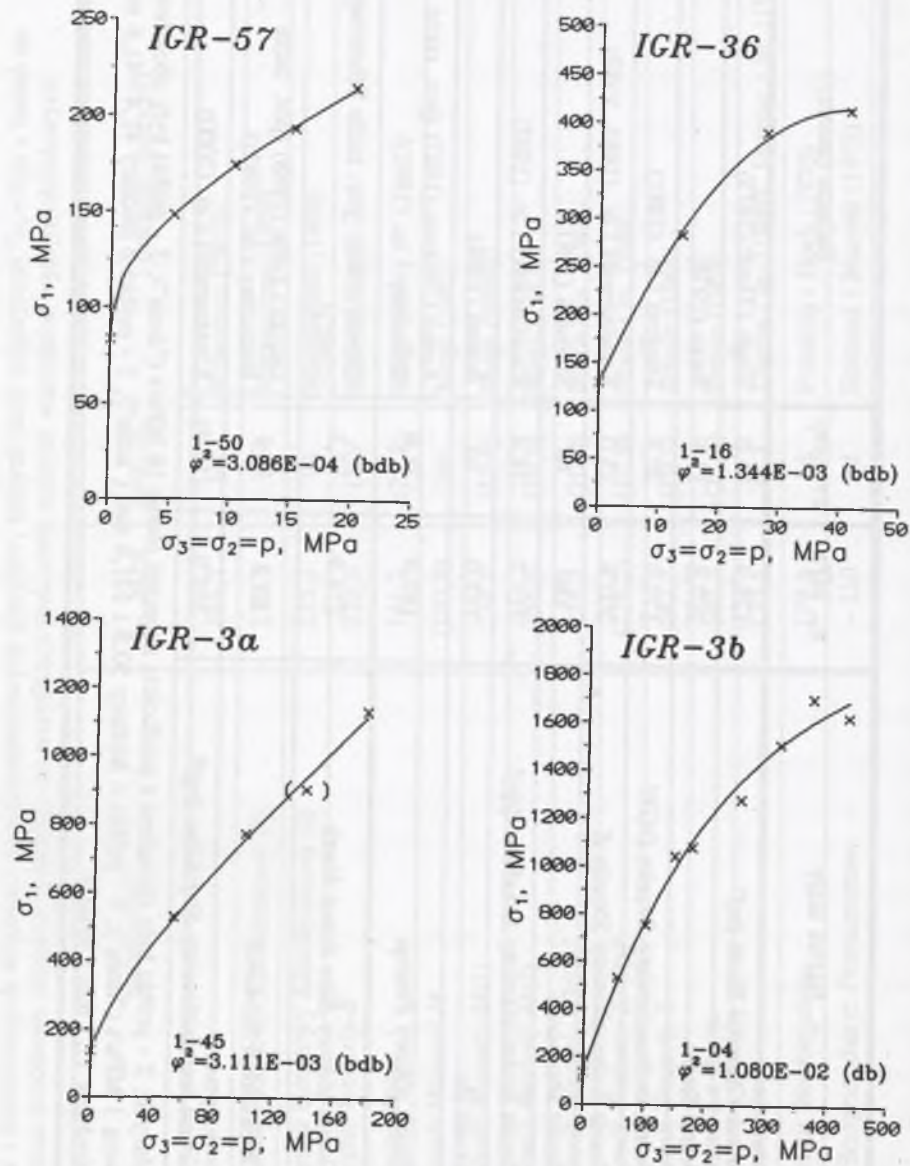
Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	$z=\sigma_c/\sigma_T$	Badacze (autorzy)
1	IGR-1	Granit <i>Barre</i>	166,7	bd <sup>1</sup>	Robertson (1955)
2	IGR-3a	Granit biotytowy <i>Kitashirakawa (1)</i>	135,3	bd	Matsushima (1959)
3	IGR-3b	Granit biotytowy <i>Kitashirakawa (2)</i>	135,3	bd	Matsushima (1960)
4	IGR-5a	Granit <i>Westerly-B</i>	229,0	10,9	Brace (1964)
5	IGR-7	Granit <i>Inada</i>	141,2	(22,8)	Mogi (1964)
6	IGR-9a	Granit <i>Mannari-M</i>	(180,0)	bd	Mogi (1965)
7	IGR-5b	Granit <i>Westerly-M(1)</i>	239,0	(10,9)	Mogi (1966a)
8	IGR-5c	Granit <i>Westerly-M(2)</i>	256,0	(10,9)	Mogi (1967)
9	IGR-5d	Granit <i>Westerly-BPS(f)</i> <sup>2</sup>	225,2	(10,9)	Brace i in. (1966)
10	IGR-5e	Granit <i>Westerly-BPS(s)</i> <sup>3</sup>	(225,2)	(10,9)	Brace i in. (1966)
11	IGR-5f	Granit <i>Westerly-S</i>	282,3	(10,9)	Scholz (1968)
12	IGR-18	Granit <i>La Bresse</i>	160,0	(22,9)	Parate (1969)
13	IGR-19	Granit <i>Aue</i>	170,5	34,1	Thoma i in. (1969), Freytag i in. (1969)
14	IGR-29	Granit <i>Blackingstone</i>	179,6	bd	Franklin i Hoek (1970)
15	IGR-32	Mikrogranodioryt <i>Penmaenmawr</i>	~210	bd	Edmond i Murrell (1973)

c.d. tabeli 3.1

Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	$z=\sigma_c/\sigma_T$	Badacze (autorzy)
16	IGR-36	Granit <i>Charcoal Black (sc)</i> <sup>4</sup>	128,9	14,0	Singh i Huck (1973)
17	IGR-43	Granit <i>Stripa</i>	207,6	13,9	Swan (1978)
18	IGR-47a	Granit drobnoziarnisty <i>Strzelin-DGW</i>	170,0	20,5	Długosz i in. (1981)
19	IGR-47b	Granit drobnoziarnisty <i>Strzelin-K</i>	202,6	15,0	Kwaśniewski i in. (1981, 1982)
20	IGR-9b	Granit <i>Mannari-S</i>	180	bd	Shimada (1981)
21	IGR-49a	Granit średnioziarnisty <i>Strzeblów (dp)</i> <sup>5</sup>	215,7	18,4	Kwaśniewski i in. (1982)
22	IGR-52	Granit <i>Bo</i>	167,0	bd	Bowen (1984)
23	IGR-55	Granit różowy <i>Pinawa</i>	197,0	21,0	Annor i Jackson (1987) (por. także Bétournay i in. (1991))
24	IGR-56	Granit różowy <i>Blue Beach North</i>	223,9	17,3	Gorski (1988) (por. także Bétournay i in. (1991))
25	IGR-57	Granodioryt <i>Belmoral</i>	83,3	6,9	Gorski i Little (1988) (por. także Bétournay i in. (1991))
26	IGR-49b	Granit średnioziarnisty <i>Strzeblów (mp)</i> <sup>6</sup>	203,9	(18,4)	Kwaśniewski i in. (2000)

Objaśnienia: 1 - brak danych; 2 - próbki były obciążane z prędkością naprężeń równą 10 MPa/s ("duża"); 3 - próbki były obciążane z prędkością naprężeń równą 1 MPa/s ("mała"); 4 - próbki o średnicy 50,8 i 101,6 mm ("małe"); 5 - próbki o średnicy 41,4–41,6 mm ("duże"); 6 - próbki o średnicy 12,7 mm ("małe").

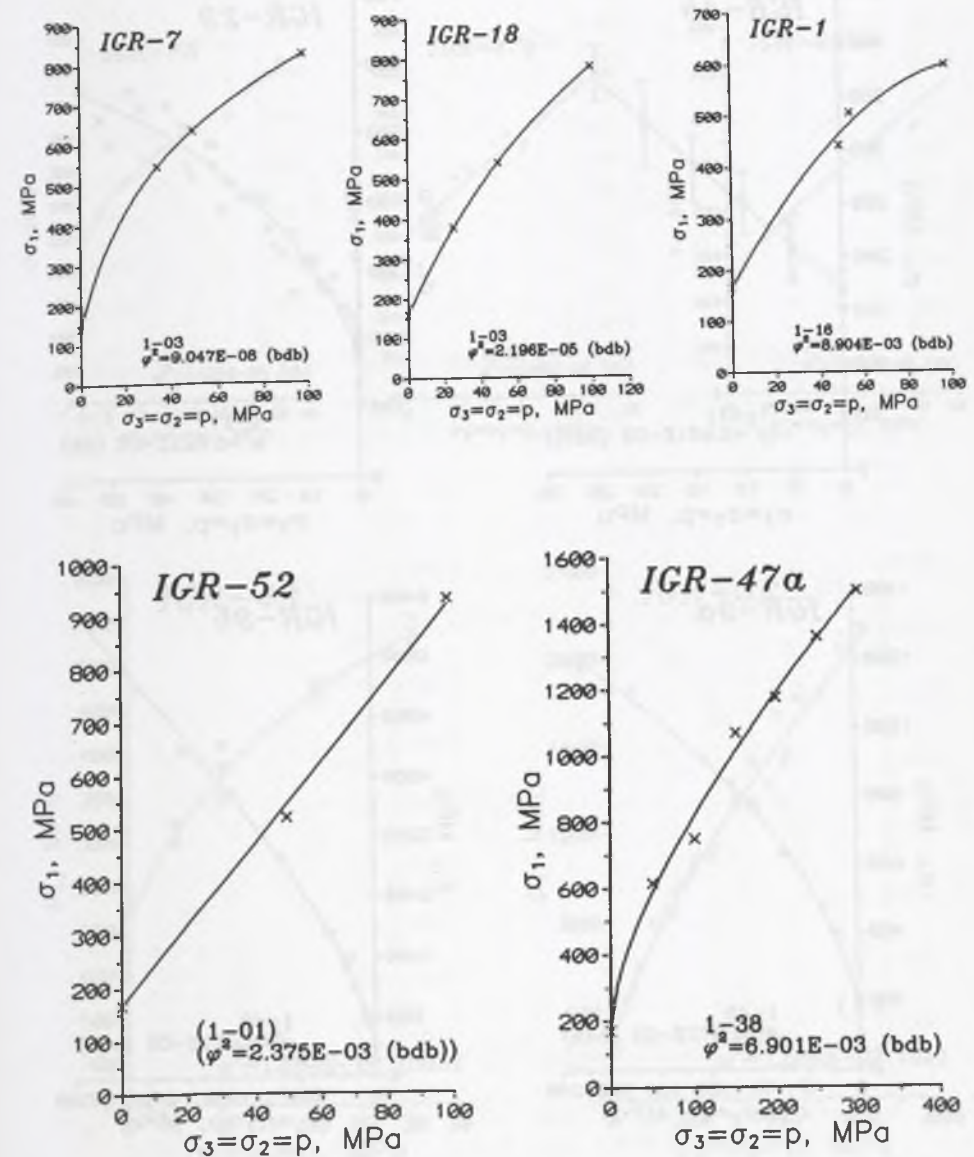
80 MPa <  $\sigma_c \leq 140$  MPa



Rys. 3.1. Zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech granitów opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.4) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.1. Relationship between limiting major principal stress and confining pressure for four different granites, described by strength functions (see Table 3.4) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

140 MPa <  $\sigma_c \leq 170$  MPa



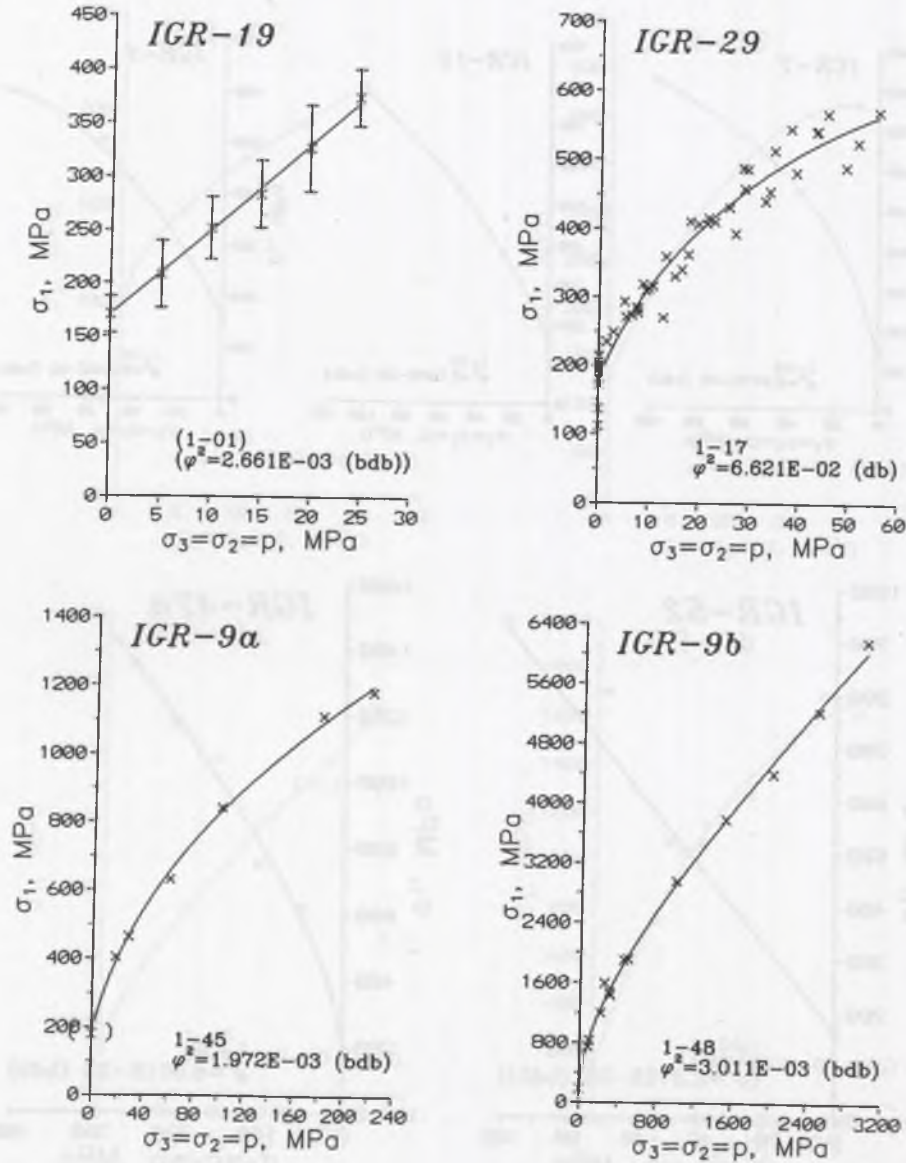
Rys. 3.2. Zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek pięciu granitów opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.4) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.2. Relationship between limiting major principal stress and confining pressure for five different granites, described by strength functions (see Table 3.4) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



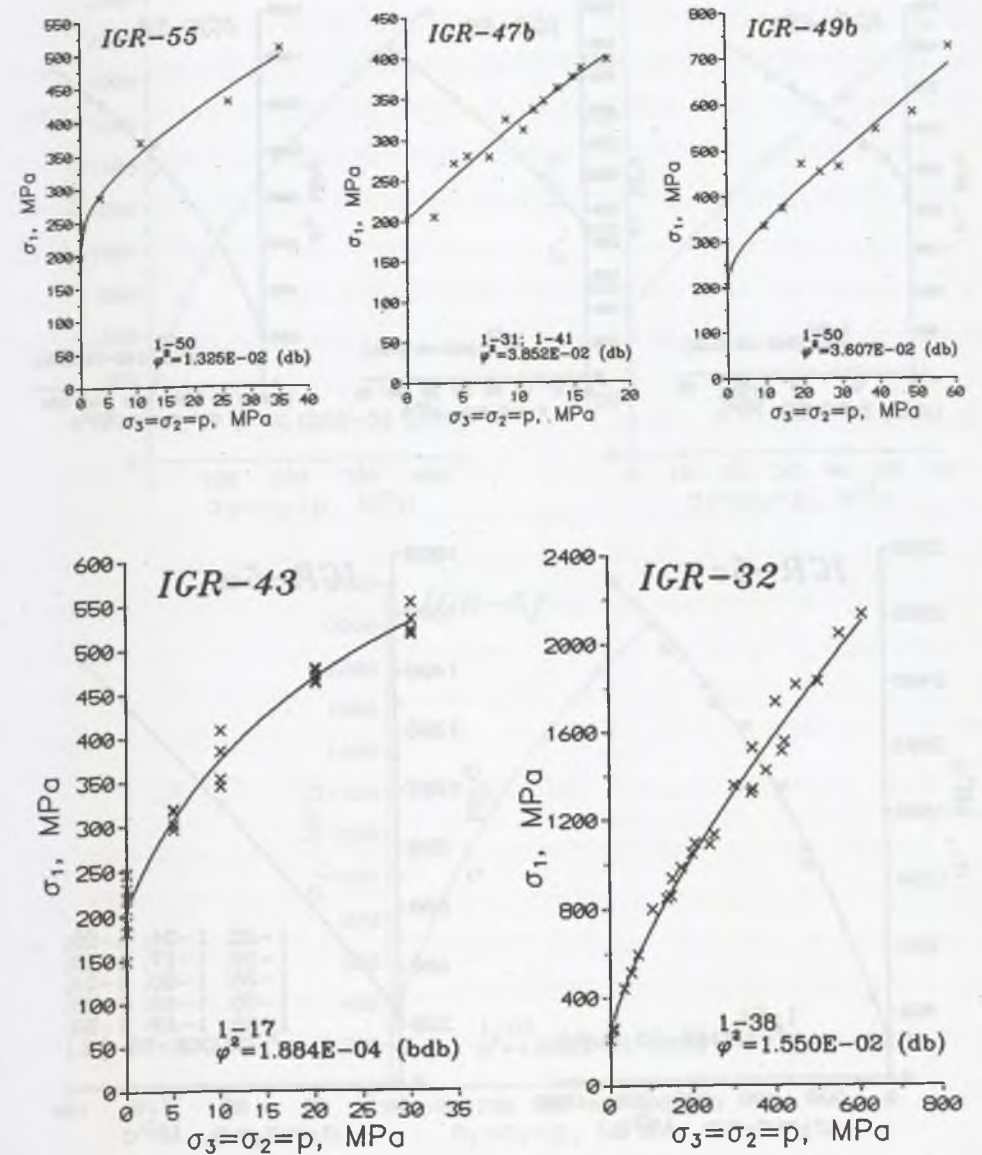
170 MPa <  $\sigma_C \leq 180$  MPa

190 MPa <  $\sigma_C \leq 210$  MPa



Rys. 3.3. Zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech granitów opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.4) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

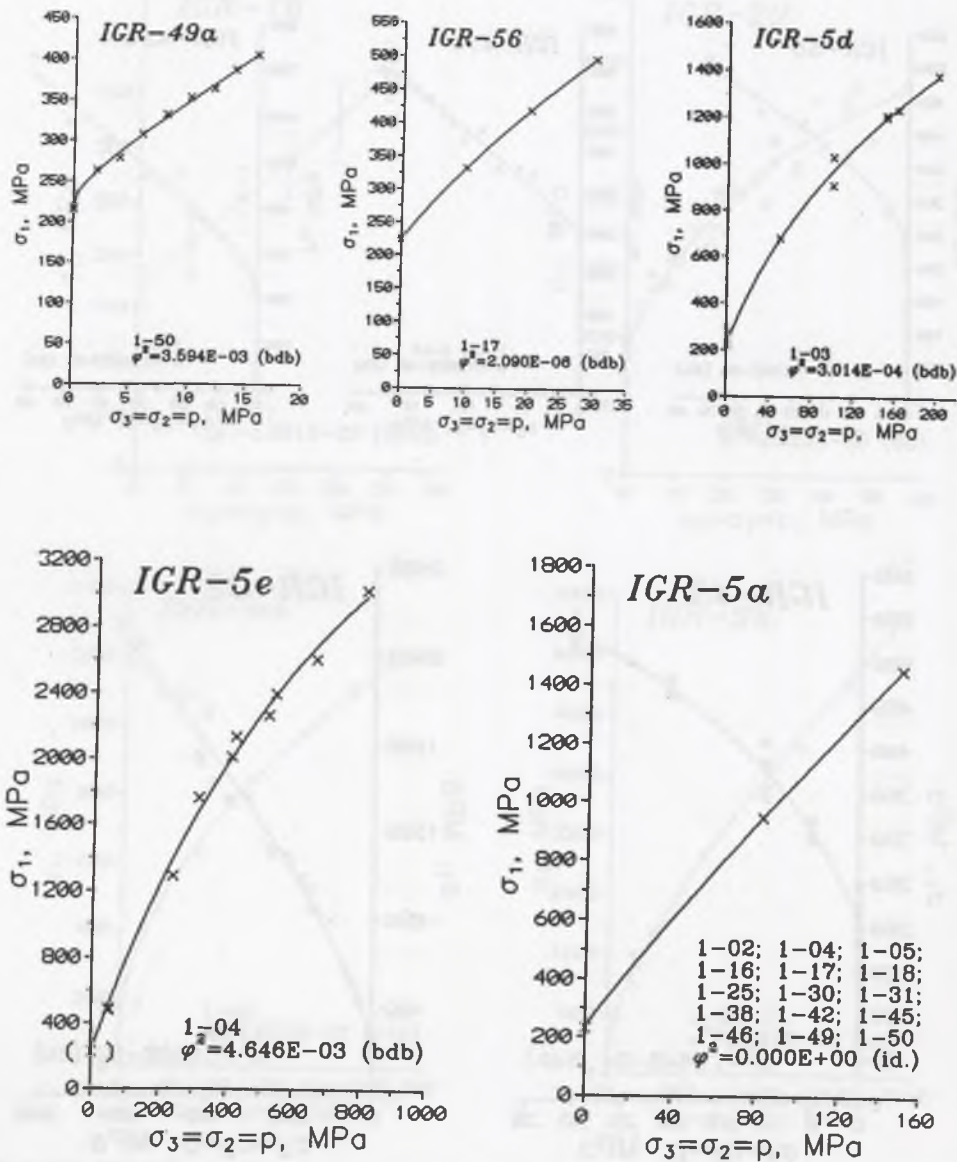
Fig. 3.3. Relationship between limiting major principal stress and confining pressure for four different granites, described by strength functions (see Table 3.4) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



Rys. 3.4. Zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek pięciu granitów opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.4) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

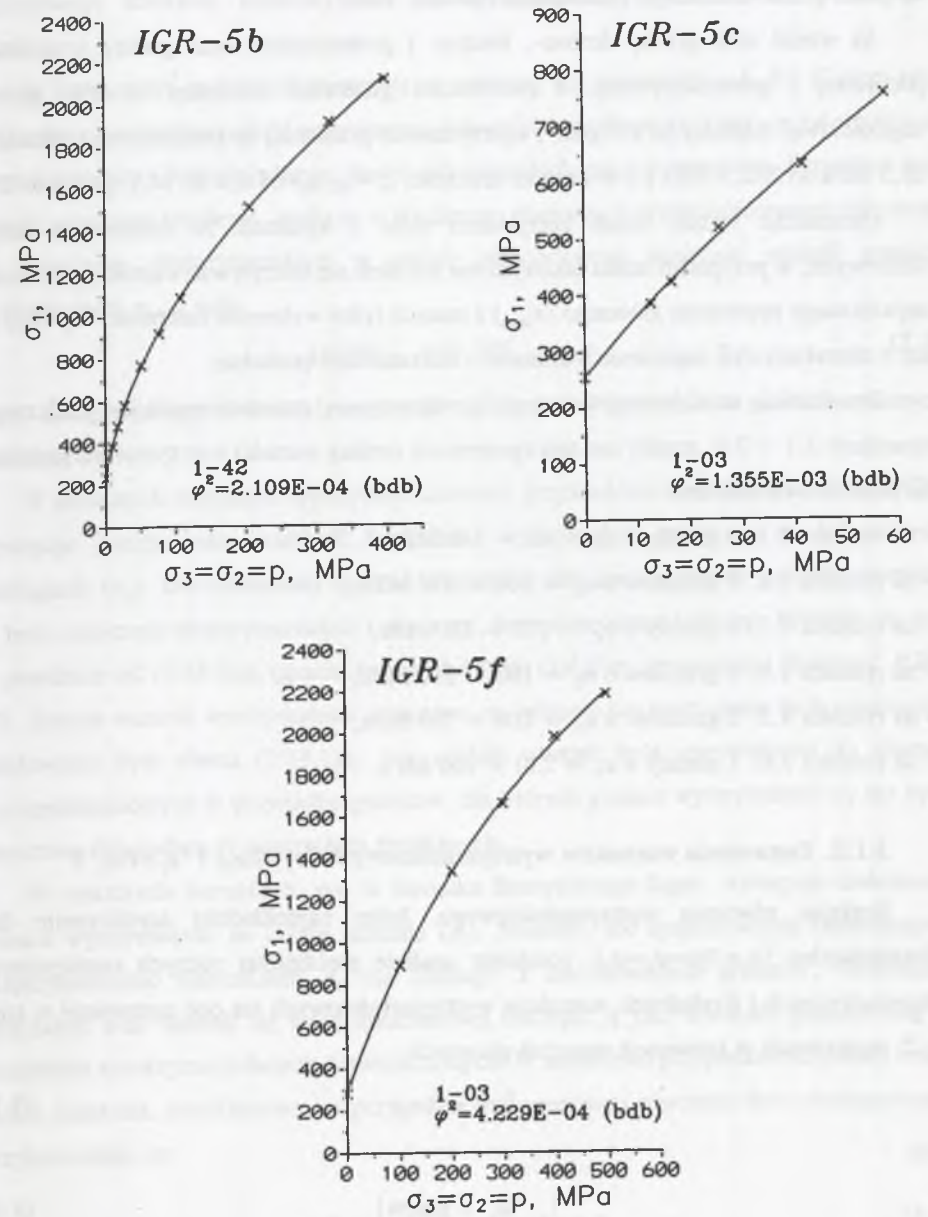
Fig. 3.4. Relationship between limiting major principal stress and confining pressure for five different granites, described by strength functions (see Table 3.4) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

210 MPa <  $\sigma_c \leq 230$  MPa



Rys. 3.5. Zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek pięciu granitów opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.4) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne Fig. 3.5. Relationship between limiting major principal stress and confining pressure for five different granites, described by strength functions (see Table 3.4) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

230 MPa <  $\sigma_c \leq 290$  MPa



Rys. 3.6. Zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek trzech granitów opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.4) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne Fig. 3.6. Relationship between limiting major principal stress and confining pressure for three different granites, described by strength functions (see Table 3.4) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



- jeden granit ze Szwecji (Swan, 1978),
- jeden granit nieznanego pochodzenia (Bowen, 1984).

Są wśród nich granity drobno-, średnio- i gruboziarniste oraz granity o strukturze porfirowej i granoblastycznej, o porowatości generalnie mniejszej od 1%, gęstości objętościowej większej od 2,6 gcm<sup>-3</sup>, wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 83,3 MPa do 282,3 MPa i o wskaźniku kruchości ( $z = \sigma_c / \sigma_T$ ) od 6,9 do 34,1 (por. tab. 3.1).

Gromadząc wyniki badań korzystałem tylko i wyłącznie ze źródłowych danych liczbowych; w przypadku braku takowych nie starałem się odczytywać wartości granicznego największego naprężenia głównego ( $\sigma_{1max}$ ) z samych tylko wykresów zależności  $^F\sigma_1 = f(p)$  czy też z charakterystyk naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne.

Dwadzieścia sześć zestawów danych  $^F\sigma_1 = f(p = \sigma_2 = \sigma_3)$  przedstawionych jest graficznie na rysunkach 3.1 – 3.6; zostały one tam zgrupowane według wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie:

- na rysunku 3.1: 4 granity o  $\sigma_c = 80 \div 140$  MPa,
- na rysunku 3.2: 5 granitów o  $\sigma_c = 140 \div 170$  MPa,
- na rysunku 3.3: 4 granity o  $\sigma_c = 170 \div 180$  MPa,
- na rysunku 3.4: 5 granitów o  $\sigma_c = 190 \div 210$  MPa,
- na rysunku 3.5: 5 granitów o  $\sigma_c = 210 \div 230$  MPa,
- na rysunku 3.6: 3 granity o  $\sigma_c = 230 \div 290$  MPa.

### 3.1.2. Zestawienie warunków wytrzymałościowych $^F\sigma_1 = f(\sigma_3)$ i $^F\sigma_1 = f(\sigma_3^+)$

Szukając równania wytrzymałościowego, które najdokładniej aproksymuje dane doświadczalne  $^F\sigma_1 = f(p = \sigma_2 = \sigma_3)$ , poddałem analizie pięćdziesiąt różnych empirycznych, matematycznych i fizykalnych warunków wytrzymałościowych (są one zestawione w tabeli 3.2) wyrażonych w konwencji naprężeń głównych

$$^F\sigma_1 = f(\sigma_3) \quad (3.1a)$$

lub

$$^F\sigma_1 = f(\sigma_3^+) \quad (3.1b)$$

gdzie indeks "+" występujący przy wielkości  $\sigma_3$  w równaniu (3.1b) będzie oznaczał, że dany warunek wywodzi się z hipotezy wyężeniowej i/lub ogólniejszego, trójwymiarowego warunku wytrzymałościowego, która(-y) uwzględnia wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na

wytrzymałość materiału (przypomnijmy tu jeszcze raz, że próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania właściwy jest osiowo-symetryczny stan naprężeń ściskających  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ).

Są to warunki, w których występują co najwyżej trzy parametry -  $A$ ,  $B$  i  $C$  (por. tab. 3.2), przy czym wytrzymałość graniczna na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ ) jest - w zależności od postaci warunku - funkcją jednego, dwóch lub wszystkich trzech parametrów. Przyjąłem tym samym generalne założenie, że dla  $\sigma_3 = 0$  z danego równania wytrzymałościowego otrzymuje się oznaczoną eksperymentalnie w próbie jednoosiowego ściskania wartość granicy wytrzymałości  $\sigma_c$ , a więc

$$[\sigma_1(0)]_{obl} = [\sigma_1(0)]_{pom} = \sigma_c \quad (3.2)$$

czyli, że wykres tego równania przecina oś rzędnych ( $\sigma_1$ ) dokładnie w punkcie opisanym wartością  $\sigma_c$ .

W niektórych warunkach wytrzymałościowych, przykładowo w warunku Łukszy (1962), występuje jeszcze jedna wielkość fizykalna - wytrzymałość graniczna na jednoosiowe rozciąganie ( $\sigma_T$ ). Dla osiemnastu spośród wszystkich (26) analizowanych granitów wartości  $\sigma_T$  były oznaczone eksperymentalnie i znane mi, bo podane przez badaczy. Mieściły się one w przedziale od  $(1/34,1)\sigma_c$  (granit *Aue*, IGR-19) do  $(1/6,9)\sigma_c$  (granodioryt *Belmoral*, IGR-57). Średnia wartość wytrzymałości granicznej na jednoosiowe rozciąganie tych osiemnastu piaskowców była równa  $(1/18,1)\sigma_c$  i ta właśnie wartość była wprowadzana do równań wytrzymałościowych w przypadku granitów, dla których granica wytrzymałości  $\sigma_T$  nie była oznaczona lub podana w materiałach źródłowych.

W niektórych warunkach, np. w warunku Burzyńskiego-Jagna, występuje dodatkowo granica wytrzymałości na czyste ścinanie ( $\sigma_s$ ). Niestety, nie dysponowałem oznaczonymi eksperymentalnie wartościami  $\sigma_s$  dla żadnego z analizowanych granitów. Generalnie obliczałem więc wartość tej stałej materiałowej traktując ją jako wielkość poszukiwaną w procedurze aproksymacji danych doświadczalnych. W niektórych przypadkach czyniłem o niej pewne założenia, przykładowo, w przypadku wspomnianego równania Burzyńskiego-Jagna przyjmowałem, że

$$0 \leq \left( \frac{\sigma_c \sigma_T}{2 \sigma_s^2} - 1 \equiv k \right) \leq 1 \quad (3.3)$$

gdzie  $k$  jest tzw. współczynnikiem plastyczności Burzyńskiego, który określa wielkość decydującej o zniszczeniu części energii odkształcenia objętościowego materiału.

Zestawienie warunków wytrzymałościowych, które zostały użyte do aproksymacji danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(p)$ , pochodzących z badań granitów (por. tab. 3.1) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Tabela 3.2

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-01	$F_{\sigma_1} = A + B\sigma_3$ lub $F_{\sigma_1} = A + B\sigma_3^*$	liniowy warunek wytrzymałościowy wywodzący się z wielu różnych hipotez wytrzymałościowych i teorii szczelin; pod stałą $B$ kryją się różne wielkości fizyczne i empiryczne (por. Kwaśniewski, 2000a)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ - szukane
1-02	$F_{\sigma_1} = A + B\sigma_3^C$	warunek nazywany często (zob. Bieniawski, 1984; Vutukuri i Hossaini, 1992; Sheorey, 1997), notabene niesłusznie (zob. Kwaśniewski, 2000b), warunkiem Murrella (1965)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ i $C$ - szukane
1-03	$F_{\sigma_1} = A \ln\left(B + C\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right)$	standaryzowana wersja warunku logarytmicznego rozważanego przez Franklina (1971)	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $A \ln B = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$
1-04	$F_{\sigma_1} = A + BC\frac{\sigma_3}{\sigma_c}$	standaryzowana wersja warunku wykładniczego rozważanego przez Franklina (1971)	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $A + B = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$

c.d. tabeli 3.2

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-05	$F_{\sigma_1} = A(1 + B\sigma_3)^C$	uogólniony warunek 1-09, 1-24, 1-44 i 1-47	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ i $C$ - szukane
1-06	$F_{\sigma_1} = A + \sqrt{B\sigma_3}$	warunek typu Byerlee'ego (1969) (por. także Mogi (1966b))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ - szukane
1-07	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + 4A + 4\sqrt{A^2 + A\sigma_3}$	równanie wywodzące się z oryginalnego warunku Griffitha (1924)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/8 = \sigma_c/8$
1-08	$F_{\sigma_1} = \sigma_3^* + 6A + 6\sqrt{A^2 + A\sigma_3^*}$	równanie wywodzące się z warunku Griffitha rozszerzonego przez Murrella (1962/1963)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/12 = \sigma_c/12$
1-09	$F_{\sigma_1} = A\sqrt{1 + B\sigma_3^*}$	Matsushima (1960) (por. również Janach (1977))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ - szukane
1-10	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}\sqrt{8A\sigma_3 + A^2 + 4B}$	równanie wywodzące się z warunku obwiedni parabolicznej Leona (1933, 1934) (por. również Fairhurst (1964))	$A = 2(z + 2 - 2\sqrt{z + 1})[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/z$ $B = [4\sqrt{z + 1} - (z + 4)][\sigma_1(0)]_{\text{pom}}^2/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane



Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-11	$F\sigma_1 = \sigma_3 + 4A(1+B) + 4\sqrt{A^2(1+6B+B^2) + A(1+B)\sigma_3}$	równanie wywodzące się z tzw. formalnie zmodyfikowanego (parametrycznego) warunku Griffitha (Niwa i Kobayashi (1967a,b))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/z = \sigma_c/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane $B$ - szukane, przy czym $4A(1+B + \sqrt{1+6B+B^2}) =$ $= [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$
1-12	$F\sigma_1 = \sigma_3 + AB + 2\sqrt{AB\sigma_3 + A^2C}$	równanie wywodzące się z warunku uogólnionej obwiedni parabolicznej Mohra (Niwa i Kobayashi, 1967a,b; Kobayashi, 1970a,b)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/z = \sigma_c/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane $B$ i $C$ - szukane, przy czym $A(B+2\sqrt{C}) = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$
1-13	$F\sigma_1 = \frac{1}{2}A\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\sigma_3}{B}}\right)$	warunek Żakynbikowa (1967)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B = A/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane
1-14	$F\sigma_1 = 2\sigma_3^* + \frac{1}{2}(A-B) + \sqrt{4(\sigma_3^*)^2 + 4(A-B)\sigma_3^* + \frac{1}{4}(A+B)^2}$	równanie wywodzące się z trójwymiarowego warunku Łukszy (1962)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B = A/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane
1-15	$F\sigma_1 = \sigma_3^* + \frac{1}{2}(A-B) + \frac{1}{2}\sqrt{12(A-B)\sigma_3^* + (A+B)^2}$	równanie wywodzące się z trójwymiarowego warunku Bałandina (1937)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B = A/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-16	$F\sigma_1 = A + B\sigma_3 + C\sigma_3^2$		$A = \sigma_1(0)_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ i $C$ - szukane
1-17	$F\sigma_1 = \sqrt{A + B\sigma_3 + C\sigma_3^2}$		$\sqrt{A} = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B$ i $C$ - szukane
1-18	$F\sigma_1 = \sigma_3^* + \frac{3}{4}A + \frac{3}{4}\sqrt{A^2 + 8C + 8(A+B)\sigma_3^*}$	równanie wywodzące się z warunku Sakuraja (1967, 1968)	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\frac{3}{4}(A + \sqrt{A^2 + 8C}) = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$
1-19	$F\sigma_1 = 2C\sigma_3^* + \frac{1}{2}(A-B) + \sqrt{2(2C^2+C-1)(\sigma_3^*)^2 + 2(A-B)(1+C)\sigma_3^* + \frac{1}{4}(A+B)^2}$	równanie wywodzące się z ogólnego trójwymiarowego warunku Burzyńskiego (1928, 1929)-Jagna (1931)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B = A/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane $C$ - szukane, przy czym $0,5 < C < 1$
1-20	$F\sigma_1 = A + \frac{A}{B}\sigma_3$	tzw. podstawowy warunek liniowy (por. rozdział 4)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ $B = A/z$ $z = \sigma_c/\sigma_T$ - dane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-21	$F_{\sigma_1} = A + \frac{1}{16} \left(\frac{A}{B}\right)^2 \sigma_3$	zmodyfikowany warunek Griffitha (McClintock i Walsh (1962); Murrell (1964b)) przy założeniu, że $\sigma_{cc}=0$	$A=[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}=\sigma_C$ $B=A/z$ $z=\sigma_C/\sigma_T$ - dane
1-22	$F_{\sigma_1} = A + \frac{3A - B}{2B} \sigma_3$	równanie wywodzące się z odkształceniowej teorii wyężeniowej Sandela (1925), uogólnionego (i rozszerzonego) przez Botkina (1940) warunku Coulomba i teorii wytrzymałościowej Mirolubowa (1953) (tzw. warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa)	$A=[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}=\sigma_C$ $B=A/z$ $z=\sigma_C/\sigma_T$ - dane
1-23	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + A + \sqrt{B + 4A\sigma_3}$	warunek typu Fairhursta (1964) (por. 1-10)	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $A+\sqrt{B}=[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}=\sigma_C$
1-24	$F_{\sigma_1} = A \left(1 + \frac{C\sigma_3}{B}\right)^{1/C}$	Georgi i in. (1975), Böhnell i in. (1981), Hüls i Schreiner (1981) (tzw. warunek IfB-2)	$A=[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}=\sigma_C$ $B=A/z$ $z=\sigma_C/\sigma_T$ - dane $C$ - szukane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-25	$F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \frac{B}{2} + \sqrt{(A^2+A-2)(\sigma_3)^2 + (A+2)B\sigma_3 + \frac{B^2}{4} + C}$	równanie wywodzące się z trójwymiarowego warunku Mroza (1972); jeśli nie nadawać występującym w nim stałym sensu fizycznego, odpowiada ono również warunkowi Łukszy (1963)	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\frac{B}{2} + \sqrt{\frac{B^2}{4} + C} = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ oraz $C > 0$
1-26	$F_{\sigma_1} = 4\sigma_3 + A + \sqrt{18(\sigma_3)^2 + 12A\sigma_3 + A^2 + 6B^2}$	uogólniony warunek 1-29	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $A+\sqrt{A^2+6B^2}=[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}=\sigma_C$
1-27	$F_{\sigma_1} = \frac{(A + 2B^2)\sigma_3 + BC}{1 - B^2} + \frac{\sqrt{[A^2 + 3B^2(A+2) + A - 2](\sigma_3)^2 + 2BC(A+2)\sigma_3 + C^2}}{1 - B^2}$	równanie wywodzące się z warunku Doszczynskiego (1957)	$B=(z-1)/(z+1)$ $C=2[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/(z+1)$ $z=\sigma_C/\sigma_T$ - dane $A$ - szukane, przy czym $0 < A < 1$
1-28	$F_{\sigma_1} = \sqrt{A(\sigma_3 + B)}$	Herget i Unrug (1974, 1976)	$A=z[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}$ $B=[\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/z$ $z=\sigma_C/\sigma_T$ - dane



Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-29	$F_{\sigma_1} = 4\sigma_3^* + \frac{1}{2}(A-B) + \sqrt{18(\sigma_3^*)^2 + 6(A-B)\sigma_3^* + \frac{1}{4}(A-B)^2 + AB}$	równanie wywodzące się z trójwymiarowego warunku Chena (1973)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane
1-30	$F_{\sigma_1} = A + \sigma_3 + \sqrt{B^2 + C\sigma_3}$	uogólniony warunek 1-07, 1-08, 1-10, 1-11, 1-12, 1-15, 1-18, 1-23, 1-33, 1-43	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $A+B = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$
1-31	$F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \sqrt{B^2 + C\sigma_3^2}$		$B = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $A$ i $C$ - szukane
1-32	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{A^2 + B\sigma_3^2}$		$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ - szukane
1-33	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + 2A\sqrt{1 + \frac{\sigma_3}{B}} + \frac{A^2}{B}$	Dreyer (1966/1967, 1972)	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $2A + \frac{A^2}{B} = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ i $B > [\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane
1-34	$F_{\sigma_1} = A(1 + \sqrt{1 + B\sigma_3})$	uogólniony warunek 1-13	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}}/2 = \sigma_C/2$ $B$ - szukane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-35	$F_{\sigma_1} = 2C\sigma_3^* + \frac{1}{2}(A-B) + \sqrt{2(2C^2+C-1)(\sigma_3^*)^2 + 2(A-B)(1+C)\sigma_3^* + \frac{1}{4}(A+B)^2}$	uogólniony warunek Burzyńskiego-Jagna (1-19) i Wołkowa (1971)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane $C$ - szukane
1-36	$F_{\sigma_1} = A + \sigma_3 + \sqrt{B\sigma_3}$	uproszczony warunek 1-23 (por. również Byerlee (1975))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ - szukane
1-37	$F_{\sigma_1} = \frac{1}{2} \left[ A + \sigma_3 + \sqrt{A^2 + 2A(1+2B)\sigma_3 + \sigma_3^2} \right]$	Barton (1976)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ - szukane, przy czym $B \geq 0$
1-38	$F_{\sigma_1} = A + \sigma_3 + B\sigma_3^C$	uogólniony warunek 1-36 (por. także Mogi (1966b))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane
1-39	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{AB\sigma_3 + B^2}$	ogólna postać warunku Hoeka i Browna (1980)	$B = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $A$ - szukane
1-40	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{AB\sigma_3 + B^2}$	warunek Hoeka i Browna w wersji uwzględniającej explicite wytrzymałość materiału skalnego na jednoosiowe rozciąganie	$A = z-1/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane $B = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-41	$F_{\sigma_1} = \frac{1}{2}A\sigma_3 + \sqrt{\frac{1}{4}(A^2 - 4B)\sigma_3^2 + C^2}$	równanie wywodzące się z fenomenologicznego kryterium kruchego zniszczenia Dragona (1976)	$C = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $A$ i $B$ - szukane
1-42	$F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \sqrt{BC\sigma_3 + C^2}$	trójparametrowa wersja warunku 1-39	$C = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $A$ i $B$ - szukane
1-43	$F_{\sigma_1} = \sigma_3^* + \frac{1}{2}A + \sqrt{BC\sigma_3^* + \left(C - \frac{1}{2}A\right)^2}$	uogólniony warunek nieliniowy wywodzący się teorii naprężeń wzbudzonych (por. rozdział 4) przy założeniu, że funkcja (4.2) dana jest równaniem $\sigma_1^2 + q_1\sigma_3' = q_2$	$C = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $A = \frac{(z^2-1)D}{(Dz-1)z}$ $D = \frac{Bz - (z^2-1)}{Bz^2 - 2(z^2-1)}$ $B$ - szukane, przy czym $B \geq (z^2-1)/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane
1-44	$F_{\sigma_1} = A \left(1 + \frac{\sigma_3}{B}\right)^C$	Johnston i Chiu (1984), Johnston (1985), Sheorey i in. (1989), Carter i in. (1991); por. również Balmer (1952)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane $C$ - szukane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
1-45	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{\frac{AB\sigma_3 + A^2}{1 + C\frac{\sigma_3}{A}}}$	warunek Hoeka i Browna zmodyfikowany przez Duncana (Carter i in. (1991))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane
1-46	$F_{\sigma_1} = A \left[1 + B \left(\frac{\sigma_3}{A}\right)^C\right]$	warunek Bieniawskiego (1974)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane
1-47	$F_{\sigma_1} = A \left(1 + \frac{B}{C} \frac{\sigma_3}{A}\right)^C$	ogólny warunek Johnstona i Chiu (1984); por. również Johnston (1985)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane
1-48	$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + A \left(\frac{B\sigma_3}{A} + 1\right)^C$	uogólniony warunek Hoeka i Browna (Hoek i in. (1995))	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane
1-49	$F_{\sigma_1} = A + B\sigma_3 \left(\frac{A}{\sigma_3 + A}\right)^C$	zmodyfikowany warunek Ramamurthy'ego (1985/1986) i Ramamurthy'ego i in. (1985)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane
1-50	$F_{\sigma_1} = A + B\sigma_3 + C(A^2\sigma_3)^{1/3}$	warunek fenomenologiczny Şenyura (1996)	$A = [\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_C$ $B$ i $C$ - szukane



### 3.1.3. Procedura aproksymacji danych empirycznych

Dla trzynastu funkcji wytrzymałościowych (np. funkcji trójmianu kwadratowego), które są liniowe względem szukanych parametrów, procedurę aproksymacyjną zmierzającą do minimalizacji sumy kwadratów odchyłek można było oprzeć na metodzie wyznaczania prostej regresji.

Dla dwudziestu pięciu warunków (przykładowo, dla warunku Sakuraja (1967, 1968)) konieczne było zastosowanie iteracyjnej metody minimalizacji funkcji wielu zmiennych bez obliczania pochodnych (Brent, 1973).

W dwunastu przypadkach nie dokonywałem aproksymacji sensu stricto, a tylko dla zadanej z góry postaci warunku wytrzymałościowego  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3)$  obliczałem wartości  $(F_{\sigma_1})_{obl}$  dla poszczególnych, kolejnych wartości  $(\sigma_3)_{pom}$ . Były to warunki - jak przykładowo warunek Leona (1933, 1934) - w których występują wyłącznie parametry fizyczne takie, jak  $\sigma_c$  i  $\sigma_T$ , o wartościach znanych, oznaczonych w prostych próbach wytrzymałościowych.

Aproksymacji danych doświadczalnych dokonałem za pomocą minikomputera klasy PC korzystając ze specjalnie w tym celu opracowanego programu komputerowego, opartego na algorytmie poszukiwania minimum lokalnego funkcji

$$S = \sum_{i=1}^m [(F_{\sigma_{1i}})_{pom} - f(\sigma_{3i}, p_1, \dots, p_n)]^2 \quad (3.4)$$

gdzie  $(F_{\sigma_{1i}})_{pom}$  jest granicznym największym naprężeniem głównym oznaczonym eksperymentalnie ("pomierzonym") dla danego naprężenia najmniejszego  $\sigma_{3i}$ ,  $f$  jest funkcją granicznego największego naprężenia głównego  $F_{\sigma_{1i}}$  od naprężenia najmniejszego  $\sigma_{3i}$  daną równaniem wytrzymałościowym przyjętym do analizy (aproksymacji),  $m$  jest liczbą wyników, tj. pomiarów  $(\sigma_{3i}, \sigma_{1i})$  i  $n$  jest liczbą parametrów  $p$  występujących w równaniu funkcji  $f$ .

Każdy z dwudziestu sześciu zestawów danych eksperymentalnych aproksymowałem wszystkimi pięćdziesięcioma funkcjami wytrzymałościowymi wykonując - w przypadku wspomnianych już dwudziestu pięciu funkcji, których parametry wyznaczone są metodą iteracji - po co najmniej 3 obliczenia (3 różne warunki początkowe) w celu sprawdzenia powtarzalności uzyskiwanych wyników: sumy kwadratów odchyłek i wartości określanych parametrów.

Oprócz sumy kwadratów odchyłek i błędu średniokwadratowego - wielkości

mianowanych związanych bezpośrednio z procedurą minimalizacji funkcji (3.4) - za miarę dobroci dopasowania poszczególnych równań wytrzymałościowych do danych empirycznych przyjąłem dodatkowo współczynnik zgodności  $\varphi^2$ . Jest on zdefiniowany wzorem (por. Bielecki i in., 1975):

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (F_{\sigma_{1i,pom}} - F_{\sigma_{1i,obl}})^2}{\sum_{i=1}^m (F_{\sigma_{1i,pom}} - F_{\bar{\sigma}_{1,pom}})^2} \quad (3.5a)$$

gdzie

$$F_{\bar{\sigma}_{1,pom}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_{\sigma_{1i,pom}} \quad (3.5b)$$

Jego właściwości opisane są szczegółowo w Dodatku 1.

### 3.1.4. Omówienie wyników obliczeń

Posługując się klasyfikacją, która - przyjmując za podstawę wartość współczynnika  $\varphi^2$  - wyróżnia sześć klas dobroci dopasowania funkcji aproksymujących do danych empirycznych dokonałem oceny wszystkich 50 warunków wytrzymałościowych zestawionych w tabeli 3.2 pod kątem ich przydatności do opisanego 26 zestawów danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(p)$  pochodzących z badań próbek różnych granitów (por. tab. 3.1) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie. Okazało się, że średnio  $(\varphi_{sr}^2 = \frac{1}{26} \sum_{j=1}^{26} \varphi_j^2)$  dopasowanie dobre ( $0,01 < \varphi_{sr}^2 \leq 0,10$ )

dało aż 30 równań wytrzymałościowych (wśród nich było osiem, dla których średnia wartość  $\varphi^2$  nie przekroczyła 0,0105), dopasowanie dobre - 22 równania, dopasowanie zadowalające ( $0,1 < \varphi_{sr}^2 \leq 0,25$ ) - jedno równanie, dopasowanie dostateczne ( $0,25 < \varphi_{sr}^2 \leq 0,50$ ) - 2 równania i dopasowanie niedostateczne ( $\varphi_{sr}^2 > 0,50$ ) - 17 równań (por. tab. 3.3).

Do grupy ośmiu równań najlepiej aproksymujących dane doświadczalne należały kolejno:

1.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01005$  - empiryczne równanie potęgowe 1-05 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c (1 + B \sigma_3)^C \quad (3.6)$$

Równanie to powstało w wyniku uogólnienia warunku zniszczenia



$$F_{\sigma_1} = \sigma_c \sqrt{kp + 1} \quad (3.7)$$

(gdzie  $k$  jest pewną stałą empiryczną i  $p$  oznacza ciśnienie okólne) wyprowadzonego przez Matsushimę (1960) w oparciu o teorię szczelin (warunek 1-09 w tabeli 3.2). Stanowi ono również uogólnienie dwóch warunków zaproponowanych przez badaczy z Instytutu Bezpieczeństwa Górniczego w Lipsku: tzw. warunku IfB-1 (Menzel i Schreiner, 1975) -

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c \left( 1 + \frac{b\sigma_3}{\sigma_T} \right)^{1/a} \quad (3.8)$$

i warunku IfB-2 (Georgi i in., 1975) -

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c \left( 1 + \frac{c\sigma_3}{\sigma_T} \right)^{1/c} \quad (3.9)$$

W warunkach tych (z których IfB-2 występuje w tabeli 3.2 opatrzone symbolem 1-24) wielkości  $a$ ,  $b$  i  $c$  są pewnymi stałymi empirycznymi i  $\sigma_T$  jest wytrzymałością graniczną materiału skalnego na jednoosiowe rozciąganie.

Pod ogólnym warunkiem 1-05 kryje się również warunek 1-44

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c \left( 1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_T} \right)^c \quad (3.10)$$

który w postaci

$$\frac{F_{\sigma_1}}{\sigma_c} = \left( 1 + z \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^c \quad (3.11)$$

był rozważany przez Chiu i Johnstona (1984) i Johnstona (1985) oraz - dany właśnie równaniem (3.10) - polecany jest dla skał przez Sheoreya i in. (1989) (por. również Sheorey, 1997) i - jako tzw. warunek Rocker - przez Cartera i in. (1991).

Warunek 1-05 jest także bardziej ogólny od warunku 1-47

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c \left( 1 + \frac{B}{C} \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^c \quad (3.12)$$

który - wprowadzony i użyty pierwotnie przez Chiu i Johnstona (1984) do opracowania wyników badań nad wytrzymałością trójosiową zwietrzałego mułowca *Melbourne* - został szczegółowo zweryfikowany pod względem ilościowym dla wielu różnych skał przez Johnstona (1985).

Zestawienie wyników analizy dobroci dopasowania 50 różnych warunków wytrzymałościowych (por. tab. 3.2) do 26 zestawów danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$  pochodzących z badań granitów (por. tab. 3.1) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Warunek	$\varphi_{sr}^2$	Ocena dobroci dopasowania	Warunek	$\varphi_{sr}^2$	Ocena dobroci dopasowania
1-01	0,07399	db <sup>1</sup>	1-26	0,94096	nd
1-02	0,02146	db	1-27	14,69822	nd
1-03	0,01091	db	1-28	0,69969	nd
1-04	0,01294	db	1-29	1,97928	nd
1-05	0,01005	db	1-30	0,01046	db
1-06	0,04526	db	1-31	0,04039	db
1-07	1,60016	nd <sup>2</sup>	1-32	0,19143	zad. <sup>4</sup>
1-08	1,32223	nd	1-33	1,36787	nd
1-09	0,02445	db	1-34	0,02768	db
1-10	1,36704	nd	1-35	0,06398	db
1-11	1,74659	nd	1-36	0,03054	db
1-12	0,53250	nd	1-37	0,02118	db
1-13	0,44495	dost. <sup>3</sup>	1-38	0,01017	db
1-14	0,61382	nd	1-39	0,02214	db
1-15	1,40266	nd	1-40	0,36224	dost.
1-16	0,01568	db	1-41	0,04221	db
1-17	0,01134	db	1-42	0,01044	db
1-18	0,01047	db	1-43	0,06213	db
1-19	0,52994	nd	1-44	0,04001	db
1-20	18,60470	nd	1-45	0,01016	db
1-21	32,43815	nd	1-46	0,02146	db
1-22	49,49248	nd	1-47	0,01009	db
1-23	0,53162	nd	1-48	0,01006	db
1-24	0,03094	db	1-49	0,02421	db
1-25	0,05951	db	1-50	0,01135	db

**Objaśnienia:** 1 - dopasowanie dobre, 2 - dopasowanie niedostateczne, 3 - dopasowanie dostateczne, 4 - dopasowanie zadowalające

Warto tu zauważyć, że ogólne równanie potęgowe (3.6) jest tożsame z równaniem wytrzymałościowym typu Balmera (1952):

$$F_{\sigma_1} = a_1(b_1 + \sigma_3)^{c_1} \quad (3.13)$$

dla  $a_1 = AB^c$  (gdzie  $A = \sigma_c$ ),  $b_1 = 1/B$  i  $c_1 = C$  (gdzie w oryginalnym warunku Balmera  $b_1 = \sigma_T$ ).



Równanie (3.6) jest także tożsame z równaniem

$$F_{\sigma_1} = a_2 \left( 1 + \frac{c_2 \sigma_3}{b_2} \right)^{1/c_2} \quad (3.14)$$

(dla  $a_2=A$ ,  $b_2=1/(BC)$ ,  $c_2=1/C$ ) będącym uogólnioną wersją warunku wytrzymałościowego (3.9) oraz z równaniem

$$F_{\sigma_1} = (a_3 + b_3 \sigma_3)^{c_3} \quad (3.15)$$

dla  $a_3=A^{1/C}$ ,  $b_3=BA^{1/C}$  i  $c_3=C$ .

2.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01006$  - warunek empiryczny 1-48 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sigma_C \left( \frac{B\sigma_3}{\sigma_C} + 1 \right)^C \quad (3.16)$$

będący uogólnioną wersją (Hoek i in., 1995) popularnego warunku empirycznego Hoeka i Browna (równanie 1-39 w tabeli 3.2).

3.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01009$  - warunek empiryczny 1-47 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = \sigma_C \left( 1 + \frac{B}{C} \frac{\sigma_3}{\sigma_C} \right)^C \quad (3.17)$$

wprowadzony przez Chiu i Johnstona (1984). Jak pokazał Johnston (1985) na podstawie analizy stu zestawów danych  $F_{\sigma_1}=f(p)$  pochodzących z badań wykonanych przez siebie samego i innych badaczy na próbkach kilkudziesięciu różnych skał, równanie (3.17) bardzo dobrze aproksymuje wyniki badań eksperymentalnych. Tylko dla 8% zestawów danych współczynnik determinacji ( $r^2$ ) przyjął wartości mniejsze od 0,95. Występujące w równaniu (3.17) parametry  $B$  i  $C$  są pewnymi stałymi empirycznymi, przy czym wartości tej drugiej ( $C$ ) związane są pewną funkcją logarymiczną z wytrzymałością graniczną skały na jednoosiowe ściskanie, natomiast pierwsza ( $B$ ) (decydująca o początkowym nachyleniu krzywej  $F_{\sigma_1}=f(\sigma_3)$ ) przybiera różne wartości w zależności nie tylko od  $\sigma_C$ , ale i od typu skały (por. tab. 2.1).

4.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01016$  - warunek empiryczny 1-45 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{\frac{B\sigma_C\sigma_3 + \sigma_C^2}{1 + C\frac{\sigma_3}{\sigma_C}}} \quad (3.18)$$

który powstał w wyniku wprowadzenia przez Duncana (Carter i in., 1991) dodatkowego współczynnika  $C$  do warunku Hoeka i Browna (dla  $C=0$  warunek 1-45 przechodzi w 1-39). Dzięki tej modyfikacji uzyskuje się większą krzywiznę początkowej części wykresu funkcji  $F_{\sigma_1}=f(\sigma_3)$  i lepsze dopasowanie funkcji do danych empirycznych pochodzących z badań tych skał, które charakteryzują się niewysoką wytrzymałością graniczną na jednoosiowe rozciąganie.

5.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01017$  - warunek empiryczny 1-38 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = \sigma_C + \sigma_3 + B\sigma_3^C \quad (3.19)$$

w którym  $B$  i  $C$  są pewnymi stałymi empirycznymi.

6.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01044$  - warunek empiryczny 1-42 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \sqrt{B\sigma_C\sigma_3 + \sigma_C^2} \quad (3.20)$$

Jest to zmodyfikowana, przez wprowadzenie dodatkowego współczynnika, wersja warunku Hoeka i Browna.

7.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01046$  - warunek empiryczny 1-30 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = A + \sigma_3 + \sqrt{B^2 + C\sigma_3}, \quad \text{gdzie } A+B=\sigma_C \quad (3.21)$$

Warunek ten powstał w wyniku uogólnienia warunków: 1-07, 1-08, 1-10, 1-11, 1-12, 1-15, 1-18, 1-23, 1-33 i 1-43 (tab. 3.2). Występujące w nim parametry są pewnymi stałymi empirycznymi.

8.  $\varphi_{sr}^2 = 0,01047$  - warunek 1-18 (por. tab. 3.2)

$$F_{\sigma_1} = \sigma_3^* + \frac{3}{4}A + \frac{3}{4}\sqrt{A^2+8C + 8(A+B)\sigma_3^*}, \quad \text{gdzie } \frac{3}{4}(A+\sqrt{A^2+8C})=\sigma_C \quad (3.22)$$

który wywodzi się z teorii kruchej zniszczenia Sakuraira (1967, 1968) (stanowi ona, że graniczne oktaedryczne naprężenie ścinające jest pewną funkcją zarówno naprężenia średniego jak i najmniejszego naprężenia głównego) przy założeniu, że  $F_{\tau_{oc}} = \sqrt{A\sigma_m + (B\sigma_3 + C)}$ .

Należy tu wspomnieć, że dwa ostatnie równania wytrzymałościowe - (3.21) i (3.22) - aproksymowały jednakowo (z takimi samymi wartościami współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) te wszystkie zestawy danych (24), które w płaszczyźnie trójosiowej tworzą zbiór punktów układających się wzdłuż krzywych zwróconych wypukłością w stronę osi  $\sigma_1$ . Wyniki badań bardzo wielu próbek granitu *Aue* (IGR-19 na rysunku 3.3) i bardzo niewielu próbek granitu *Bo* (IGR-52 na rysunku 3.2), układające się (anomalnie) wzdłuż krzywych zwróconych

nieznacznie wypukłością w kierunku osi  $\sigma_3$ , były aproksymowane równaniem (3.21) i (3.22) z różnymi wartościami współczynnika zgodności.

Ze wszystkich pięćdziesięciu równań wytrzymałościowych zestawionych w tabeli 3.2 dwanaście przynajmniej w jednym przypadku najlepiej ze wszystkich pozostałych aproksymowało dane empiryczne. Były to równania:

●  $F_{\sigma_1} = A \ln\left(B + C \frac{\sigma_3}{\sigma_C}\right)$ , gdzie  $A \ln B = \sigma_C$  - warunek 1-03

●  $F_{\sigma_1} = A + BC \frac{\sigma_3}{\sigma_C}$ , gdzie  $A + B = \sigma_C$  - warunek 1-04

●  $F_{\sigma_1} = \sigma_C + B\sigma_3 + C\sigma_3^2$  - warunek 1-16

●  $F_{\sigma_1} = \sqrt{\sigma_C^2 + B\sigma_3 + C\sigma_3^2}$  - warunek 1-17

●  $F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \frac{B}{2} + \sqrt{(A^2+A-2)(\sigma_3)^2 + (A+2)B\sigma_3 + \frac{B^2}{4} + C}$ , gdzie  $\frac{B}{2} + \sqrt{\frac{B^2}{4} + C} = \sigma_C$  - warunek 1-25

●  $F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \sqrt{\sigma_C^2 + C\sigma_3^2}$  - warunek 1-31

●  $F_{\sigma_1} = \sigma_C + \sigma_3 + B\sigma_3^C$  - warunek 1-38

●  $F_{\sigma_1} = \frac{1}{2}A\sigma_3 + \sqrt{\frac{1}{4}(A^2-4B)\sigma_3^2 + \sigma_C^2}$  - warunek 1-41

●  $F_{\sigma_1} = A\sigma_3 + \sqrt{BC\sigma_3 + \sigma_C^2}$  - warunek 1-42

●  $F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{\frac{B\sigma_C\sigma_3 + \sigma_C^2}{1 + C \frac{\sigma_3}{\sigma_C}}}$  - warunek 1-45

●  $F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sigma_C \left(\frac{B\sigma_3}{\sigma_C} + 1\right)^C$  - warunek 1-48

●  $F_{\sigma_1} = \sigma_C + B\sigma_3 + C(\sigma_C^2\sigma_3)^{1/3}$  - warunek 1-50

Tabela 3.4

Zestawienie warunków i wartości występujących w nim stałych dających najlepsze dopasowanie do danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(p)$  pochodzących z badań granitów na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\sigma_3^*$	Ocena dobroti dopasowania	Stałe materiałowe		
					A	B	C
1	IGR-1	1-16	8,904E-03	bdb <sup>a</sup>	166,7 MPa ( $\sigma_C$ )	7,665	-0,03317 (MPa) <sup>-1</sup>
2	IGR-3a	1-45	3,111E-03	bdb	135,3 MPa ( $\sigma_C$ )	25,449	-0,21242
3	IGR-3b	1-04	1,080E-02	db <sup>b</sup>	1996,5 MPa	-1861,2 MPa	0,56973
4	IGR-5a	1-02	0,000E+00	id. <sup>c</sup>	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	13,226	0,90329
		1-04			5472,0 MPa	-5243,0 MPa	0,66689
		1-05			229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	0,05157 (MPa) <sup>-1</sup>	0,85183
		1-16			229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	9,221	-0,00716 (MPa) <sup>-1</sup>
		1-17			(229,0 MPa) <sup>2</sup> ( $\sigma_C^2$ )	5718,8 MPa	53,118
		1-18			-3631,6 MPa	14712,8 MPa	288866,2 (MPa) <sup>2</sup>
		1-30			-2723,7 MPa	2952,7 MPa	49865,2 MPa
		1-31			8,987	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	-1,860
		1-38			229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	12,390	0,89019
		1-42			5,573	9,488	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )
1-45	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	27,402	-0,63038				
1-46	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	7,820	0,90329				
1-49	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	9,448	0,29420				
1-50	229,0 MPa ( $\sigma_C$ )	7,155	0,74823				
5	IGR-7	1-03	9,047E-08	bdb	331,3 MPa	1,532	15,101
6	IGR-9a	1-45	1,972E-03	bdb	180,0 MPa ( $\sigma_C$ )	33,779	0,36014



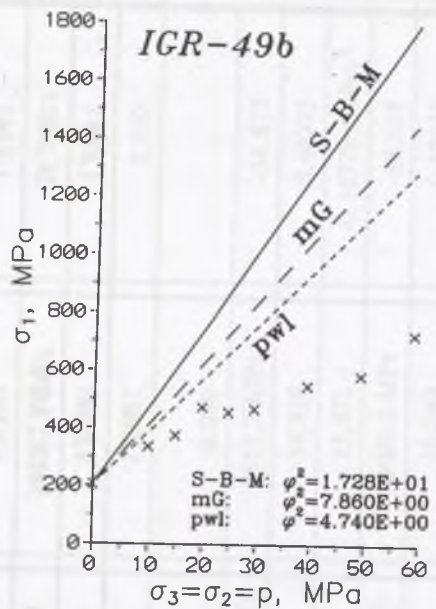
Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\varphi^2$	Ocena dobroci dopasowania	Stałe materiałowe		
					A	B	C
7	IGR-5b	1-42	2,109E-04	bdb	0,34055	40,987	239,0 MPa ( $\sigma_c$ )
8	IGR-5c	1-03	1,355E-03	bdb	1103,6 MPa	1,261	3,191
9	IGR-5d	1-03	3,014E-04	bdb	899,6 MPa	1,284	3,749
10	IGR-5e	1-04	4,646E-03	bdb	4213,0 MPa	-3987,8 MPa	0,71833
11	IGR-5f	1-03	4,229E-04	bdb	1556,8 MPa	1,199	1,632
12	IGR-18	1-03	2,196E-05	bdb	644,8 MPa	1,282	3,309
13	IGR-19	1-45	1,236E-03	bdb	170,5 MPa ( $\sigma_c$ )	8,086	-
		1-01 <sup>d</sup>	2,661E-03	bdb			
14	IGR-29	1-17	6,621E-02	db	(179,6 MPa) <sup>2</sup> ( $\sigma_c^2$ )	7017,2 MPa	-34,872
15	IGR-32	1-38	1,550E-02	db	210,0 MPa ( $\sigma_c$ )	19,818	0,64975
16	IGR-36	1-16	1,344E-03	bdb	128,9 MPa ( $\sigma_c$ )	13,871	-0,16778 (MPa) <sup>-1</sup>
17	IGR-43	1-17	1,884E-04	bdb	(207,6 MPa) <sup>2</sup> ( $\sigma_c^2$ )	10609,2 MPa	-88,814
18	IGR-47a	1-38	6,901E-03	bdb	170,0 MPa ( $\sigma_c$ )	38,249	0,57841
19	IGR-47b	1-31	3,852E-02	db	12,883	202,6 MPa ( $\sigma_c$ )	-37,800
		1-41			25,766	203,8	202,6 MPa ( $\sigma_c$ )
20	IGR-9b	1-48	3,011E-03	bdb	180,0 MPa ( $\sigma_c$ )	59,270	0,40745
21	IGR-49a	1-50	3,594E-03	bdb	215,7 MPa ( $\sigma_c$ )	8,478	0,63050

c.d. tabeli 3.4

Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\varphi^2$	Ocena dobroci dopasowania	Stałe materiałowe		
					A	B	C
22	IGR-52	1-02	0,000E+00	id.			
		1-05					
		1-16					
		1-17					
		1-25					
		1-31					
		1-38					
		1-41					
		1-45					
		1-46					
23	IGR-55	1-50	1,325E-02	db	197,0 MPa ( $\sigma_c$ )	3,520	1,605
		1-50					
24	IGR-56	1-17	2,090E-06	bdb	(223,9 MPa) <sup>2</sup> ( $\sigma_c^2$ )	5817,2 MPa	24,348
25	IGR-57	1-50	3,086E-04	bdb	83,3 MPa ( $\sigma_c$ )	2,349	1,619
26	IGR-49b	1-50	3,607E-02	db	203,9 MPa ( $\sigma_c$ )	5,718	1,104

**Objaśnienia:** a - dopasowanie bardzo dobre; b - dopasowanie dobre; c - dopasowanie doskonałe (idealne); d - Składający się na ten zestaw danych empirycznych zbiór punktów o współrzędnych ( $\sigma_3, F\sigma_{1i}$ ) uклада się, anomalnie, wzdłuż krzywej zwróconej wypukłością w kierunku osi odciętych ( $\sigma_3$ ), i tak też dopasowała(-y) się do nich krzywa(-e) dana(-e) równaniem(-ami) wymienionym(-i) powyżej. Odrzucając to(-e) równanie(-a) podaje tutaj wartości stałych materiałowych odpowiadających ogólnemu liniowemu warunkowi wytrzymałościowemu.





Rys. 3.7. Wyniki badań nad wytrzymałością na konwencjonalne trójosiowe ściskanie średnioziarnistego granitu ze Strzeblowa (x) (Kwaśniewski i in., 2000) w zestawieniu z wykresami wyrażającymi tzw. podstawowy warunek liniowy [pwl], zmodyfikowany warunek Griffitha ( $\sigma_{cc}=0$ ) [mG] i warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa [S-B-M]

Fig. 3.7. Conventional triaxial compression tests results for a medium-grained Strzeblów granite (x) (Kwaśniewski et al., 2000) confronted with plots that depict the so-called basic linear strength criterion [pwl], modified Griffith criterion ( $\sigma_{cc}=0$ ) [mG] and Sandel-Botkin-Mirolubov criterion [S-B-M]

Najczęściej, bo aż sześć razy dane empiryczne opisane były najlepiej właśnie tym ostatnim z wymienionych, empirycznym warunkiem wytrzymałościowym 1-50 (por. tab. 3.4). Po pięć zestawów danych empirycznych aproksymowały najlepiej warunki: 1-03, 1-17 i 1-45. Tylko w jednym przypadku najlepsze dopasowanie dał uogólniony warunek Hoeka i Browna 1-48. Nie wymieniam tu kilku innych warunków, które wspólnie z powyższymi dwunastoma aproksymowały idealnie, ze współczynnikiem zgodności równym zero ( $\varphi^2=0,000E+0000$ ) trzypunktowe tylko zestawy danych (nr 4 i nr 22; por. tab. 3.1); numery tych warunków podaje jednak w tabeli 3.4.

Jak już wspomniałem powyżej, spośród pięćdziesięciu warunków wytrzymałościowych zestawionych w tabeli 3.2 aż siedemnaście nie nadaje się w zupełności do oceny wytrzymałości granicznej naszych dwudziestu sześciu granitów, dając generalnie niedostateczne ( $\varphi^2_{sr} > 0,50$ ) dopasowanie do danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(p)$ . Należą do nich m.in. oryginalny warunek Griffitha (1-07), rozszerzony warunek Griffitha (1-08), warunek

Łukszy (1-14), warunek Bałandina (1-15), warunek Doszczynskiego (1-27), warunek Chena (1-29) i warunek Dreyera (1-33). Trzema "najgorszymi" pod tym względem są: tzw. podstawowy warunek liniowy (1-20), dla którego średnia wartość współczynnika zgodności wyniosła aż 18,6, zmodyfikowany warunek Griffitha ( $\sigma_{cc}=0$ ) (1-21) -  $\varphi^2_{sr} = 32,4$  i warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa (1-22) -  $\varphi^2_{sr} = 49,5$  (por. tab. 3.3). Warunki te generalnie znacznie zawyżają wytrzymałość trójosiową analizowanych granitów. Efekt ten na przykładzie granitu ze Strzeblowa (IGR-49b) o wskaźniku kruchości  $z=18,4$  zobrazowany jest odpowiednimi wykresami na rysunku 3.7.

## 3.2. Warunki wytrzymałościowe dla węgla kamiennych wyrażone w naprężeniach oktaedrycznych

### 3.2.1. Wprowadzenie

Zgodnie z teorią wytrzymałościową Mohra (1900) zniszczenie materiału w warunkach złożonego stanu naprężenia następuje przez ścięcie w płaszczyźnie, w której doszło do przekroczenia wytrzymałości granicznej materiału na ścinanie, przy czym ta wytrzymałość jest pewną funkcją naprężenia normalnego:

$$F_{\tau} = f(\sigma_n) \quad (3.23)$$

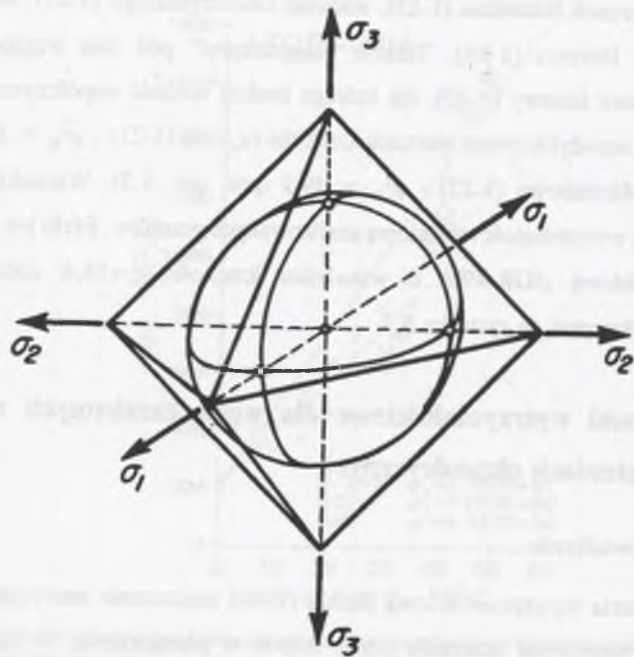
gdzie

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (3.24)$$

(przy czym  $\theta$  jest kątem ostrym, jaki kierunek największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) tworzy z płaszczyzną ścinania). Teoria Mohra pomija więc wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość materiału.

Od niedostatku tego wolna jest teoria stanu granicznego Nádaia (1950) (por. również Botkin (1940)), zgodnie z którą analogiczny do teorii Mohra warunek musi być spełniony na płaszczyźnie oktaedrycznej (rys. 3.8), tj. danej równaniem  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{const.}$  płaszczyźnie prostopadłej do osi hydrostatycznej ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) w przestrzeni naprężeń głównych (rys. 2.3c), nachylonej do wszystkich trzech osi naprężeń pod takim samym kątem (cosinusy kierunkowe normalnej do tej płaszczyzny są równe  $l=m=n=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ).





Rys. 3.8. Oktaedryczne płaszczyzny naprężenia (za Nádaiem, 1950)  
Fig. 3.8. Octahedral stress planes (after Nádai, 1950)

Zgodnie z teorią Nádai warunek zniszczenia określony jest funkcją

$$F_{\tau_{\text{oct}}} = f(\sigma_{\text{oct}}) \quad (3.25)$$

gdzie, przypomnijmy,

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (3.26)$$

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Poszukując równania, które najlepiej wyraża wytrzymałość graniczną węgla kamiennych w trójosiowym, osiowo-symetrycznym stanie naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), będe zmierzał do określenia postaci funkcji (3.25). Do zależności pomiędzy ścinającym i normalnym naprężeniem oktaedrycznym prowadzą między innymi wszystkie klasyczne energetyczne hipotezy wyteżeniowe. Kryje się pod nią także warunek Botkina (1940), warunek Mirolubowa (1953), rozszerzony przez Murrella (1962) warunek Griffitha, warunek Sakuraia (1966), warunek Estrina (1974) i wiele innych (por. Kwaśniewski, 1985b, 1986c).

### 3.2.2. Pochodzenie i właściwości wybranych węgla

Wyniki badań eksperymentalnych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie, wyrażające wytrzymałość graniczną w zależności od ciśnienia okólnego w stanie kruchym<sup>1</sup>, zgromadziłem dla dwudziestu sześciu węgla kamiennych różnych typów, pochodzących z różnych krajów i różnych zagłębi. W związku z tym, że niektóre węgle były badane przy różnej orientacji największego (przyłożonego) naprężenia głównego względem płaszczyzn uławicenia oraz głównego i drugorzędno kłiważu, zebrałem do analizy 46 zestawów danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$  (por. tab. 3.5).

Pośród wspomnianych dwudziestu sześciu węgla są następujące:

- \* dziewięć węgla z kopalń brytyjskich,
- \* osiem węgla z kopalń indyjskich,
- \* cztery węgle z Zagłębia Donieckiego,
- \* dwa węgle z Południowej Afryki,
- \* jeden węgiel z Górnośląskiego Zagłębia Węglowego,
- \* jeden węgiel z Zagłębia Kuźnieckiego i
- \* jeden sztucznie spreparowany agregat węglowy, tzw. Iasonit.

Są wśród nich węgle błyszczące (np. *Barnsley Brights* z kopalni Rossington w Wielkiej Brytanii - HC-7) i matowe (np. *Barnsley Hards* z tej samej kopalni - HC-2), węgle od antracytów (np. antracyt z pokładu Pumpquart w kopalni Pentremawr w Wielkiej Brytanii, o zawartości części lotnych równej 5% - HC-5) do węgla płomiennych (np. węgiel z pokładu High Main w kopalni Linby w Wielkiej Brytanii, o zawartości części lotnych równej 39% - HC-10), węgle o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 2,2 MPa (bardzo kruchy węgiel koksujący z pokładu Meadow w kopalni Oakdale w Wielkiej Brytanii; próbki o osi podłużnej równoległej do uławicenia i głównego kłiważu - HC-4a;d) do 51,4 MPa (wspomniany już powyżej mocny, zwięzły węgiel bitumiczny *Barnsley Hards*; próbki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kłiważu - HC-2e).

<sup>1</sup> W literaturze brak jest na ogół danych o przechodzeniu węgla kamiennych ze stanu kruchego w stan ciągliwy w warunkach wysokich ciśnień. Tylko White (1980) podaje, że węgiel półbitumiczny *Rosebud*, odkształcany z prędkościami rzędu  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , przy ciśnieniach okólnych około 10 MPa ztracał cechę kruchości, a począwszy od ciśnienia równego 68,0 MPa odkształcał się ciągliwie. Gustkiewicz (1984) informował zaś o przechodzeniu odkształcanego z prędkościami rzędu  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  aglomeratu węglowego *Iasonit (3)* ze stanu kruchego w stan pośredni przy ciśnieniu równym 15 MPa i w stan ciągliwy przy ciśnieniu równym 75 MPa.



Zestawienie symboli, nazw i podstawowych własności wytrzymałościowych węgla kamiennych, których dane empiryczne  $F_{\sigma_1}=f(p)$  z badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie posłużyły do weryfikacji ilościowej różnych warunków wytrzymałościowych

Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	Badacze (autorzy)
1	HC-1	Węgiel kamienny <i>Schuckmann i Heinitz</i>	19,6	Müller (1930)
2	HC-2a	Węgiel bitumiczny <i>Barnsley Hards (1)</i> (I. Próbki o osi podłużnej zorientowanej równolegle do uławicenia oraz głównego kłiważu oraz prostopadle do kłiważu drugorzędowego)	24,4±2,6	Murrell (1958)
3	HC-2b	Węgiel bitumiczny <i>Barnsley Hards (3)</i> (III. Próbki o osi podłużnej zorientowanej prostopadle do uławicenia oraz drugorzędowego kłiważu i równolegle do kłiważu głównego)	42,8±4,4	Murrell (1958)
4	HC-2c	Węgiel bitumiczny <i>Barnsley Hards (2)</i> (II. Próbki o osi podłużnej zorientowanej równolegle do uławicenia oraz drugorzędowego kłiważu i prostopadle do kłiważu głównego)	32,1±1,0	Murrell (1958)
5	HC-3a	Węgiel koksujący kruchy <i>Cwmillery (1)</i> (I. Próbki o osi podłużnej zorientowanej równolegle do uławicenia oraz głównego kłiważu oraz prostopadle do kłiważu drugorzędowego)	5,8±0,6	Murrell (1958)
6	HC-3b	Węgiel koksujący kruchy <i>Cwmillery (3)</i> (III. Próbki o osi podłużnej zorientowanej prostopadle do uławicenia oraz drugorzędowego kłiważu i równolegle do kłiważu głównego)	10,7±0,3	Murrell (1958)
7	HC-3c	Węgiel koksujący kruchy <i>Cwmillery (2)</i> (II. Próbki o osi podłużnej zorientowanej równolegle do uławicenia oraz drugorzędowego kłiważu i prostopadle do kłiważu głównego)	7,9±0,5	Murrell (1958)

c.d. tabeli 3.5

Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	Badacze (autorzy)
8	HC-4a	Bardzo kruchy węgiel koksujący <i>Oakdale (1)</i> (I. Próbki o osi podłużnej zorientowanej równolegle do uławicenia oraz głównego kłiważu)	2,2±0,3	Hobbs (1960, 1964)
9	HC-4b	Bardzo kruchy węgiel koksujący <i>Oakdale (2)</i> (II. Próbki o osi podłużnej zorientowanej równolegle do uławicenia i prostopadle do głównego kłiważu)	5,7±1,1	Hobbs (1960)
10	HC-4c	Bardzo kruchy węgiel koksujący <i>Oakdale (3)</i> (III. Próbki o osi podłużnej zorientowanej prostopadle do uławicenia i równolegle do głównego kłiważu)	5,3±1,0	Hobbs (1960)
11	HC-5a	Antracyt <i>Pentremawr (1)</i> (1. Próbki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kłiważu)	18±3,4	Hobbs (1964)
12	HC-5b	Antracyt <i>Pentremawr (3)</i> (3. Próbki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kłiważu)	31,6±4,5	Hobbs (1964)
13	HC-6a	Węgiel <i>Deep Duffryn (1)</i> (1. Próbki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kłiważu)	7,0±1,2	Hobbs (1964)
14	HC-6b	Węgiel <i>Deep Duffryn (3)</i> (3. Próbki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kłiważu)	6,9±0,5	Hobbs (1964)



Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	Badacze (autorzy)
15	HC-3d	Węgiel <i>Cwmillery</i> (11) (1. Próbkki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kliważu)	$7,0 \pm 1,1$	Hobbs (1964)
16	HC-3e	Węgiel <i>Deep Cwmillery</i> (33) (3. Próbkki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kliważu)	$13,2 \pm 2,9$	Hobbs (1964)
17	HC-2d	Węgiel <i>Barnsley Hards</i> (11) (1. Próbkki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kliważu)	$30,3 \pm 1,9$	Hobbs (1964)
18	HC-2e	Węgiel <i>Barnsley Hards</i> (33) (3. Próbkki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kliważu)	$51,4 \pm 2,3$	Hobbs (1964)
19	HC-7a	Węgiel <i>Barnsley Brights</i> (1) (1. Próbkki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kliważu)	$23,6 \pm 1,6$	Hobbs (1964)
20	HC-7b	Węgiel <i>Barnsley Brights</i> (3) (3. Próbkki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kliważu)	$23,9 \pm 3,8$	Hobbs (1964)
21	HC-8a	Węgiel <i>Teversal</i> (1) (1. Próbkki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kliważu)	$13,5 \pm 0,6$	Hobbs (1964)

Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	Badacze (autorzy)
22	HC-8b	Węgiel <i>Teversal</i> (3) (3. Próbkki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kliważu)	$15,7 \pm 3,0$	Hobbs (1964)
23	HC-9a	Węgiel <i>Markham</i> (1) (1. Próbkki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kliważu)	$15,9 \pm 2,4$	Hobbs (1964)
24	HC-9b	Węgiel <i>Markham</i> (3) (3. Próbkki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kliważu)	$21,8 \pm 0,7$	Hobbs (1964)
25	HC-10a	Węgiel <i>Linby</i> (1) (1. Próbkki o osi podłużnej równoległej do uławicenia oraz głównego kliważu)	$10,4 \pm 2,0$	Hobbs (1964)
26	HC-10b	Węgiel <i>Linby</i> (3) (3. Próbkki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i równoległej do głównego kliważu)	$21,7 \pm 6,3$	Hobbs (1964)
27	HC-12	Węgiel <i>Nowopawłowskaja</i>	17,7	Ilnickaja i in. (1969) (za Czirkowem, 1965)
28	HC-13a	Węgiel <i>Moldawskaja</i> (1)	25,5	Protodiakonow i Ilnickaja (1966/1967); Ilnickaja i in. (1969)

Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	Badacze (autorzy)
29	HC-13b	Węgiel <i>Moldawska</i> (2a)	19,6	Protodiakonow i Ilnickaja (1966/1967); Ilnickaja i in. (1969)
30	HC-13c	Węgiel <i>Moldawska</i> (2b)	(19,6)	Protodiakonow i Ilnickaja (1966/1967); Ilnickaja i in. (1969)
31	HC-13d	Węgiel <i>Moldawska</i> (3a)	17,7	Protodiakonow i Ilnickaja (1966/1967); Ilnickaja i in. (1969)
32	HC-13e	Węgiel <i>Moldawska</i> (3b)	(17,7)	Protodiakonow i Ilnickaja (1966/1967); Ilnickaja i in. (1969)
33	HC-14	Węgiel <i>Krasnogorski</i>	27,5	Ilnickaja i in. (1969)
34	HC-15	Antracyt <i>Donbass</i> (1)	11,4	Czirkow (1973)
35	HC-29	Węgiel <i>Artemugol</i>	15,0	Norel (1983)
36	HC-30	Aglomerat węglowy <i>Lasonit</i> (3)	15,0	Gustkiewicz (1984)
37	HC-34	Węgiel <i>łupkowy BD</i>	18,0	Bieniawski i Denkhaus (1966/1967)

Numer zestawu danych	Symbol skały	Nazwa skały	$\sigma_c$ , MPa	Badacze (autorzy)
38	HC-35	Węgiel <i>BD</i>	25,8	Bieniawski i Denkhaus (1966/1967)
39	HC-36	Węgiel <i>Uchitdih</i>	24,76-54,48 śr. 35,3	Das i Sheorey (1986)
40	HC-37	Węgiel <i>Jambad (t)</i>	36,06-46,72 śr. 40,3	Das i Sheorey (1986)
41	HC-38	Węgiel <i>Singhpur (m)</i>	32,78-59,01 śr. 42,8	Das i Sheorey (1986)
42	HC-39	Węgiel <i>Kenda</i>	33,02-61,09 śr. 43,7	Das i Sheorey (1986)
43	HC-40	Węgiel <i>XII</i>	9,83-18,03 śr. 14,3	Das i Sheorey (1986)
44	HC-41	Węgiel <i>XVII (t)</i>	10,33-21,64 śr. 15,6	Das i Sheorey (1986)
45	HC-42	Węgiel <i>XV (t)</i>	11,56-19,81 śr. 17,8	Das i Sheorey (1986)
46	HC-43	Węgiel <i>Kargali</i>	19,67-39,56 śr. 27,8	Das i Sheorey (1986)



Węgle te badane były przy ciśnieniach okólnych nie przekraczających 16 MPa (badania Czirkowa, 1973), 28 MPa (badania Murrella, 1958), 35 MPa (badania Hobbsa, 1960, 1964), 40 MPa (badania Czirkowa, 1965 oraz Protodiakonowa i Ilnickiej, 1966/1976), 44 MPa (badania Norela, 1983), 70 MPa (badania Dasa i Sheoreya, 1986) i 74 MPa (badania Müllera, 1930). Tylko węgiel z kopalni odkrywkowej Krasnogorskaja w Zagłębiu Kuźnickim (HC-14) badany był przez Ilnicką i in. (1969) przy ciśnieniach okólnych sięgających stu megapaskali, a Gustkiewicz (1984) badał lasonit (3) przy ciśnieniach jeszcze wyższych - 150, 200, 250 i 300 MPa (jak już wspomniałem na początku tego rozdziału, lasonit przechodził w stan ciągliwy już przy ciśnieniu równym 75 MPa, a więc do analizy mającej na celu przyporządkowanie temu aglomeratowi węglowemu odpowiedniego warunku kruchego zniszczenia przyjąłem tylko wyniki odpowiadające próbom przy niższych ciśnieniach okólnych).

Podobnie jak w przypadku granitów (por. rozdział 3.1.1), gromadząc wyniki badań korzystałem tylko i wyłącznie ze źródłowych danych liczbowych. Wszystkie zebrane dane empiryczne  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_2 = \sigma_3)$  przedstawione są na rysunku 1.3 punktami na płaszczyźnie wyznaczonej przez osie prostokątnego układu współrzędnych  $\sigma_3/\sigma_C$ ,  $\sigma_1/\sigma_C$ .

Dane empiryczne wyrażone w konwencji naprężeń oktaedrycznych -  $[\tau_{oct} = f(\sigma_{oct})]_F$  - przedstawione zostały graficznie na rysunkach 3.9 - 3.19, zgrupowane według wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie:

- na rysunku 3.9 i 3.10: 8 węgli o  $\sigma_C \leq 10$  MPa,
- na rysunkach 3.11 - 3.15: 20 węgli o  $10 < \sigma_C \leq 20$  MPa,
- na rysunku 3.16 i 3.17: 9 węgli o  $20 < \sigma_C \leq 30$  MPa,
- na rysunku 3.18: 4 węgle o  $30 < \sigma_C \leq 40$  MPa,
- na rysunku 3.19: 5 węgli o  $\sigma_C > 50$  MPa.

### 3.2.3. Zasady i sposób doboru odpowiedniego warunku wytrzymałościowego

$$F_{\tau_{oct}} = f(\sigma_{oct}) \text{ dla analizowanych węgli}$$

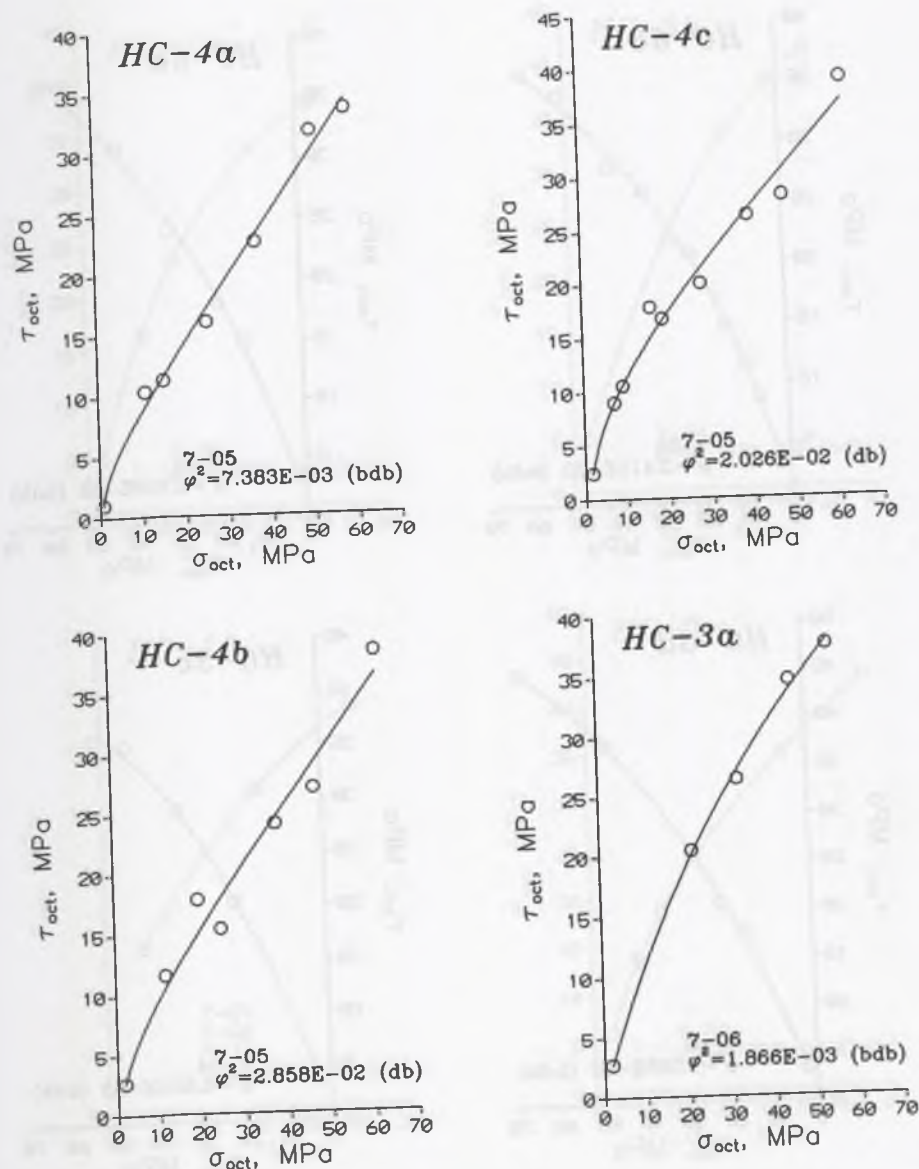
Poszukując warunku wytrzymałościowego, który najlepiej wyraża dane doświadczalne  $F_{\tau_{oct}} = f(\sigma_{oct})$  poddałem analizie dwadzieścia pięć tzw. funkcji wytrzymałościowych (tab. 3.6), w tym:

- jedną o równaniu

$$F_{\tau_{oct}} = f(\sigma_{oct}, A) \quad (3.27)$$

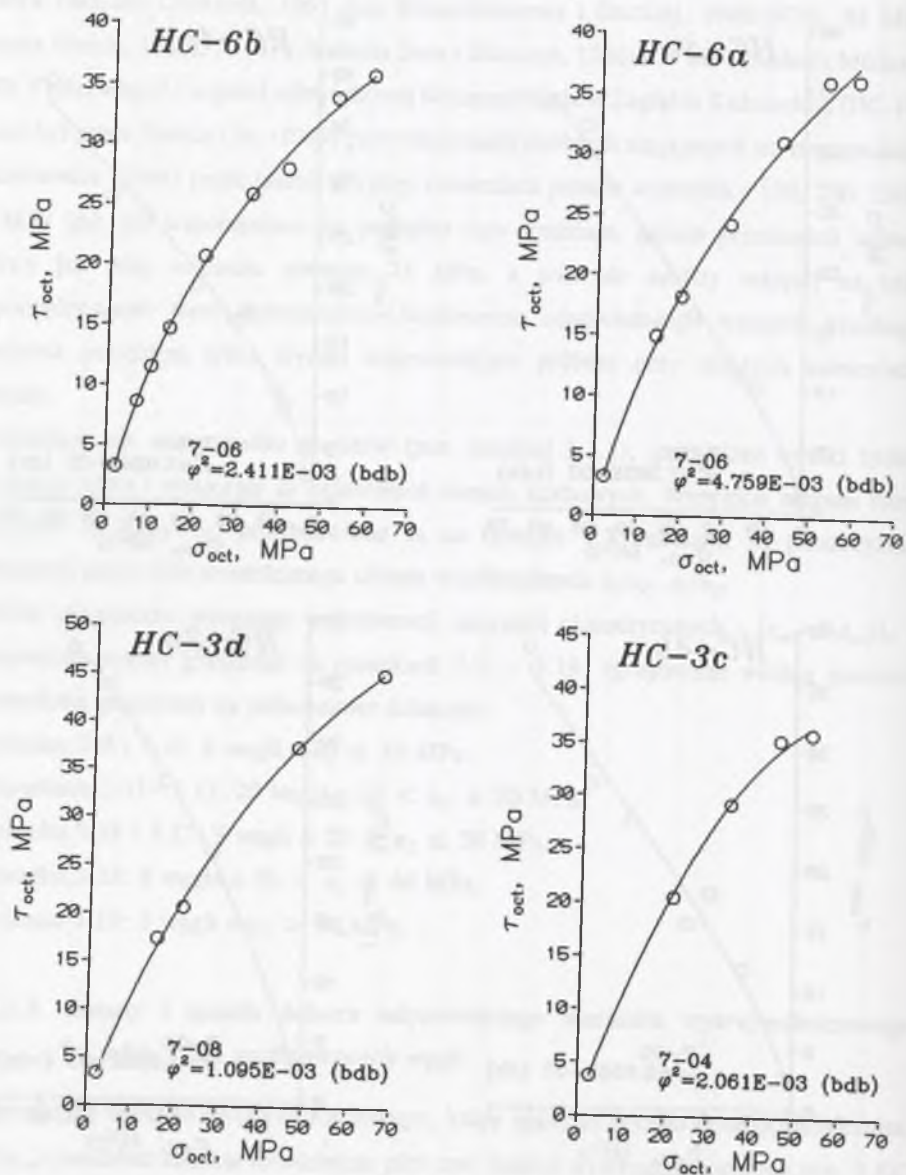
- czternaście o równaniu

$$\sigma_C \leq 10 \text{ MPa (1)}$$



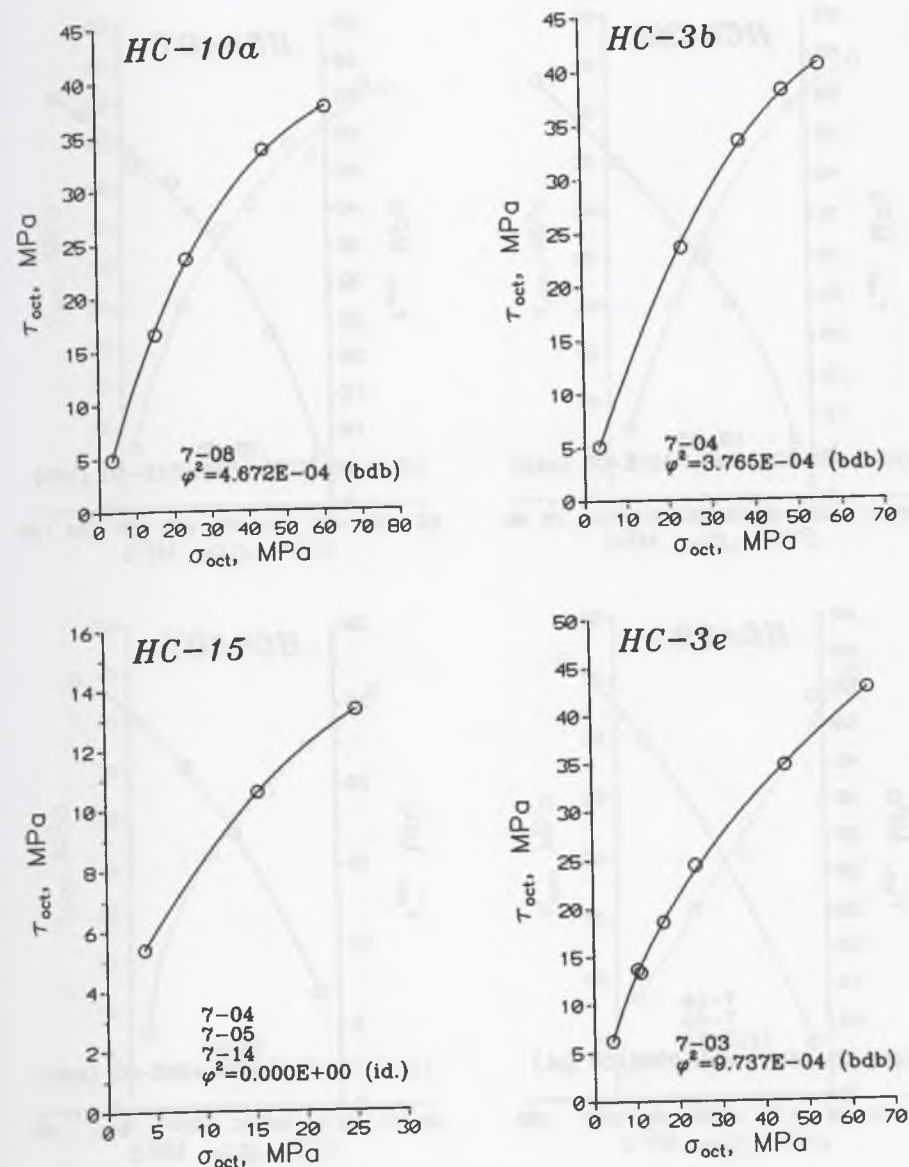
Rys. 3.9. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgli oktaedrycznego opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne  
Fig. 3.9. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

$\sigma_c \leq 10 \text{ MPa}$  (2)



Rys. 3.10. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne  
 Fig. 3.10. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

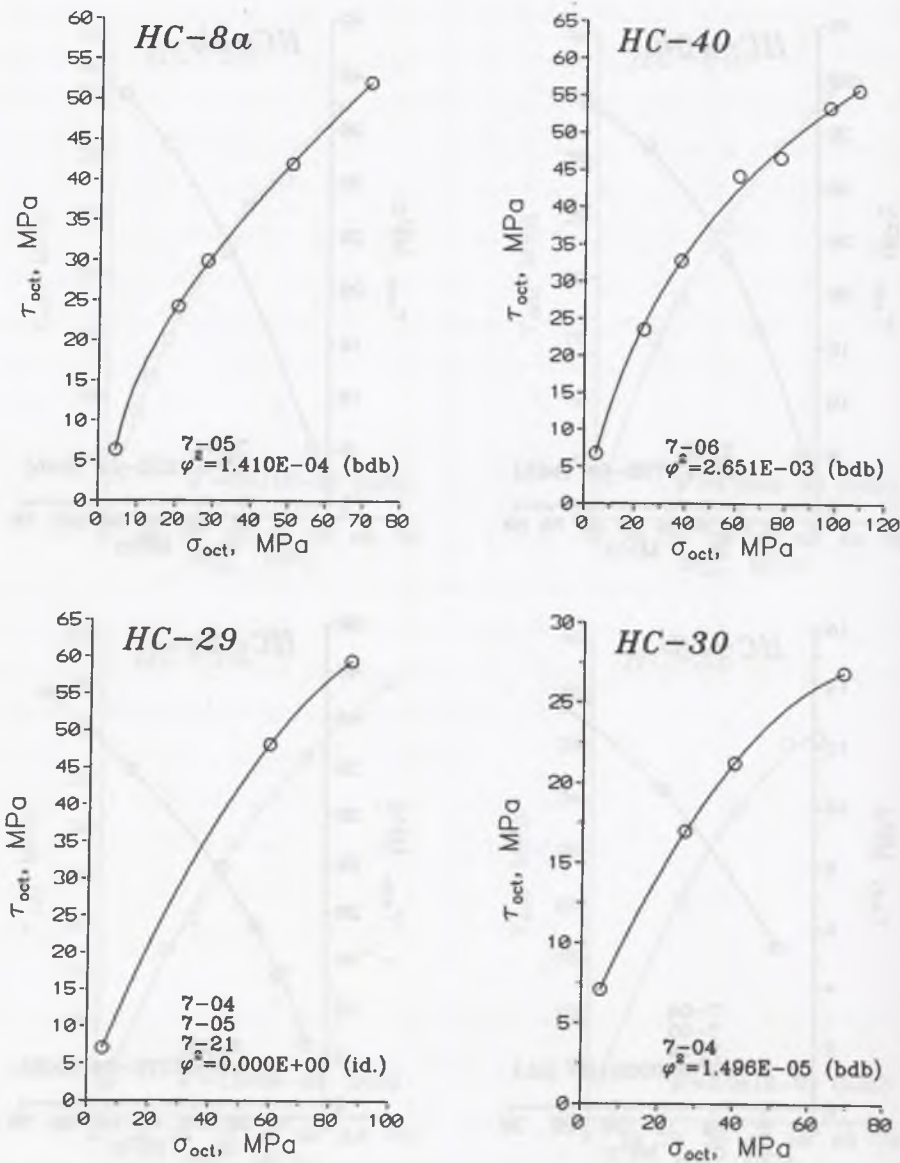
$10 \text{ MPa} < \sigma_c \leq 20 \text{ MPa}$  (1)



Rys. 3.11. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne  
 Fig. 3.11. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



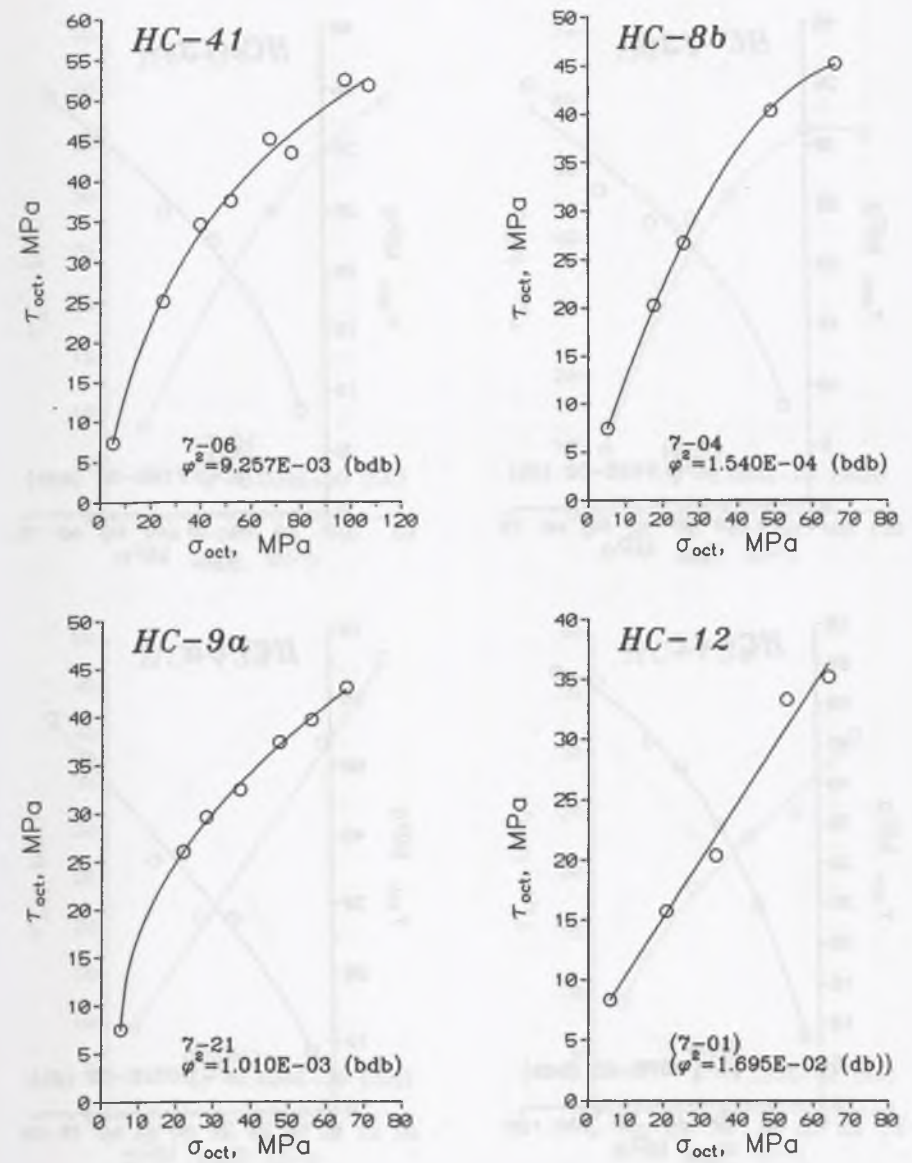
10 MPa <  $\sigma_c \leq 20$  MPa (2)



Rys. 3.12. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.12. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

10 MPa <  $\sigma_c \leq 20$  MPa (3)

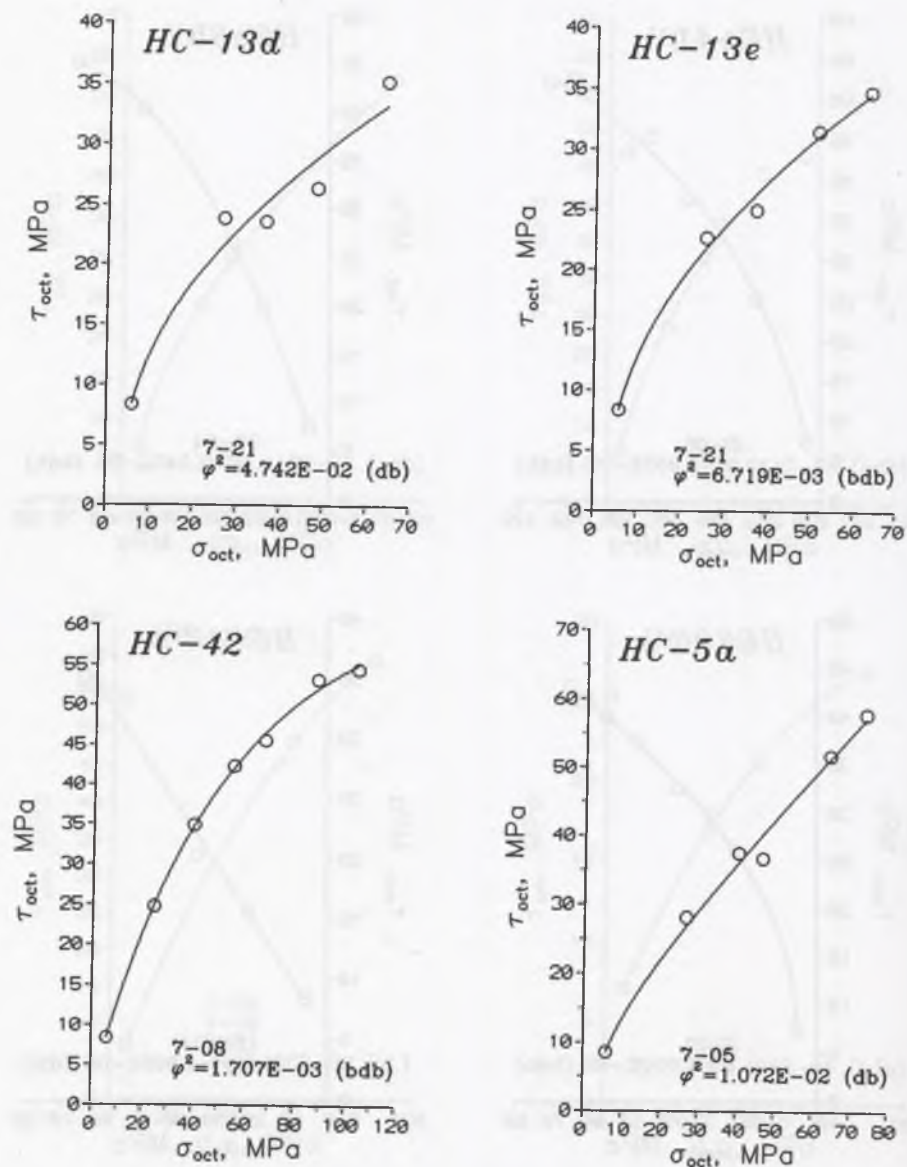


Rys. 3.13. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.13. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

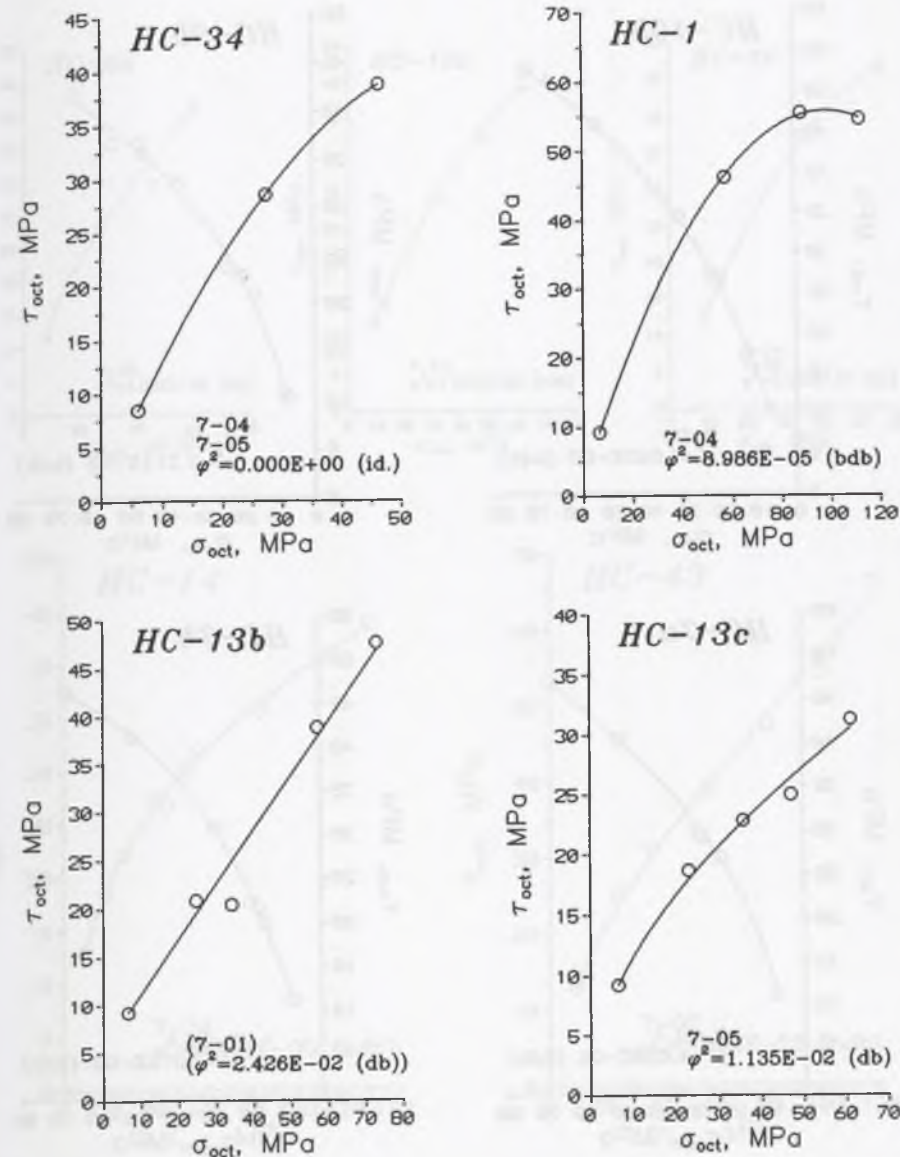
10 MPa <  $\sigma_c \leq 20$  MPa (4)

10 MPa <  $\sigma_c \leq 20$  MPa (5)



Rys. 3.14. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\phi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.14. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\phi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



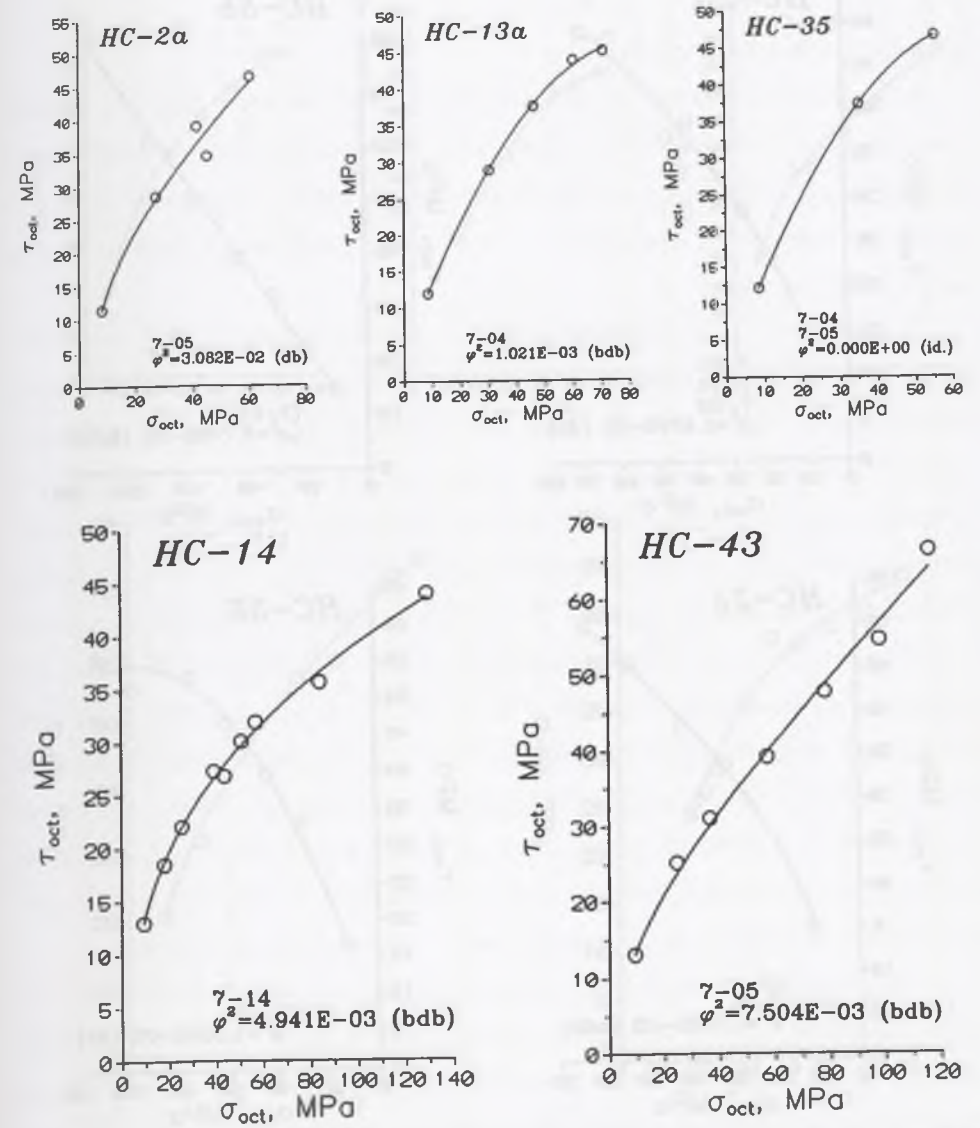
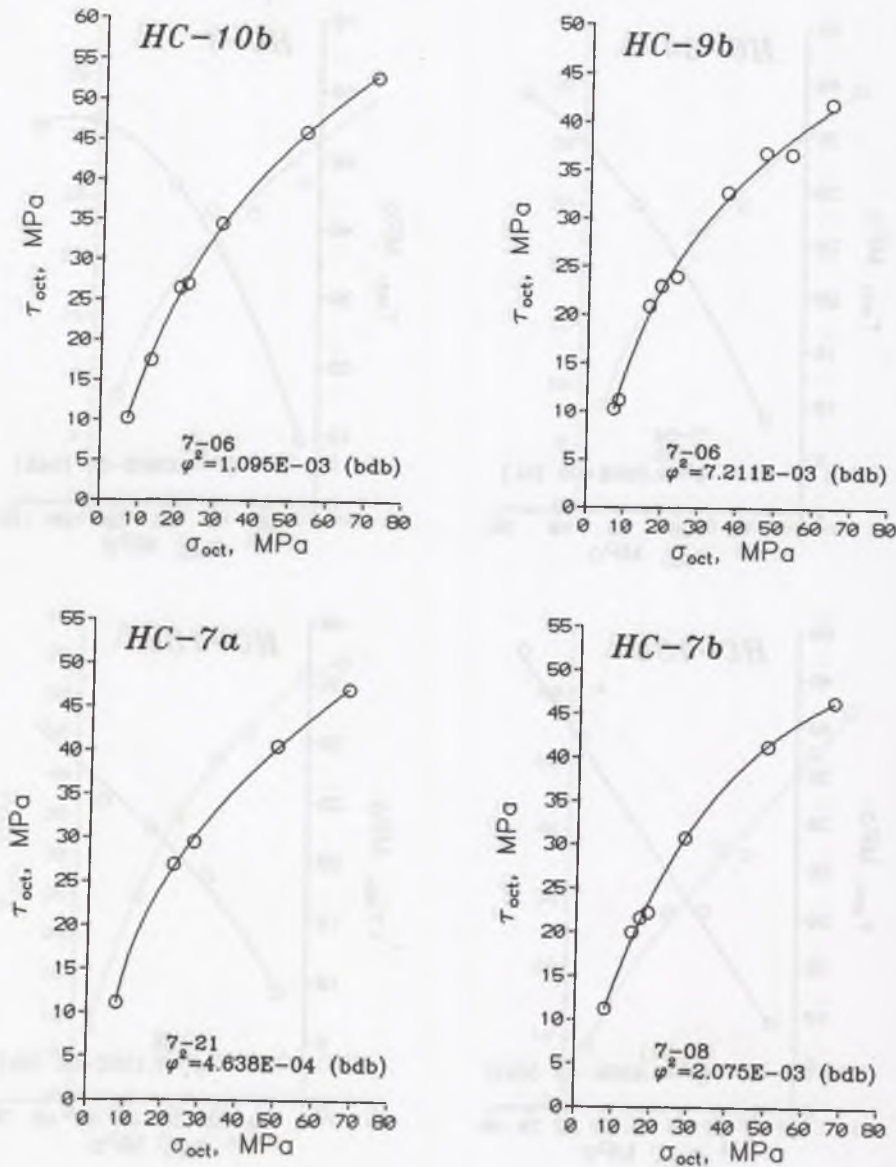
Rys. 3.15. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\phi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.15. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\phi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



20 MPa <  $\sigma_c \leq 30$  MPa (1)

20 MPa <  $\sigma_c \leq 30$  MPa (2)



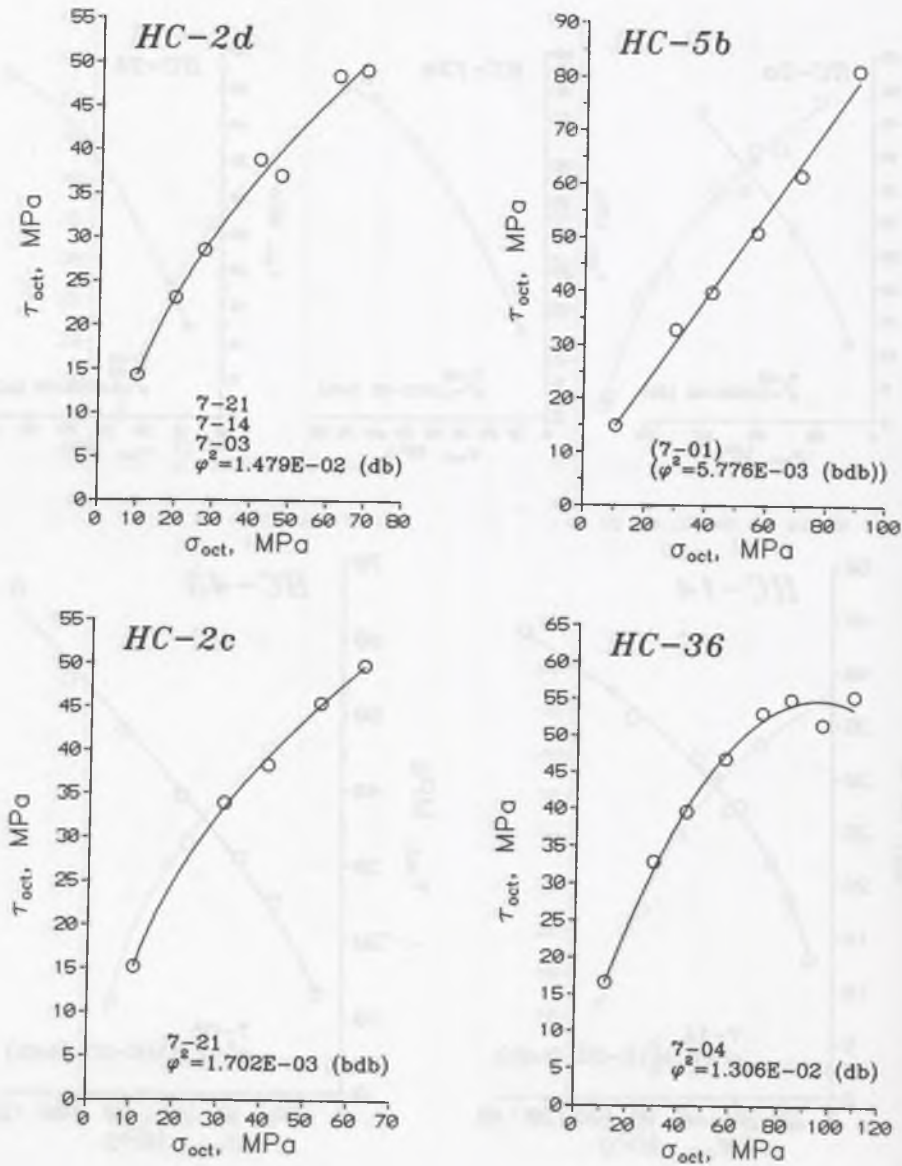
Rys. 3.16. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

Fig. 3.16. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

Rys. 3.17. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek pięciu węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne

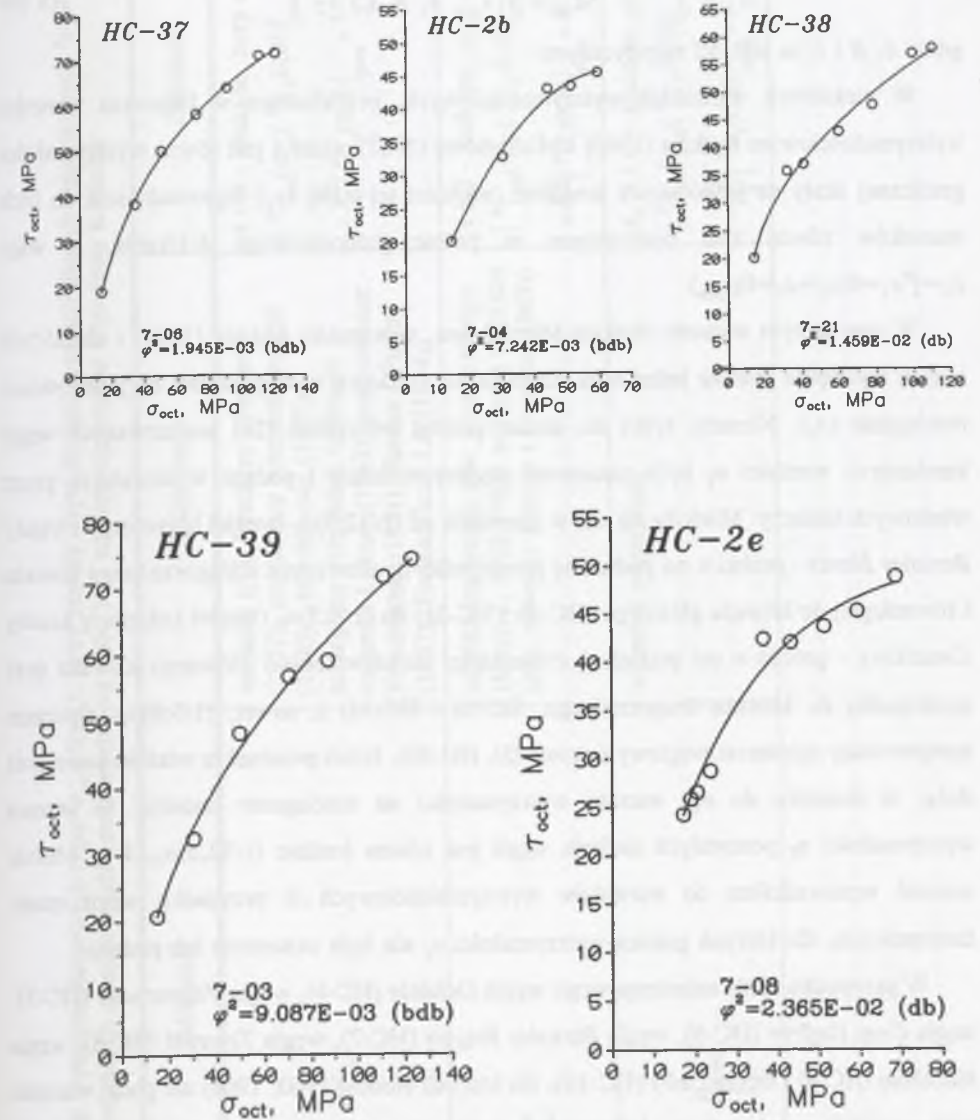
Fig. 3.17. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for five different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

$30 \text{ MPa} < \sigma_c \leq 40 \text{ MPa}$



Rys. 3.18. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek czterech węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne  
 Fig. 3.18. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for four different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results

$\sigma_c > 40 \text{ MPa}$



Rys. 3.19. Zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od normalnego naprężenia oktaedrycznego oznaczona na podstawie prób konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek pięciu węgla i opisana równaniami wytrzymałościowymi (zob. tab. 3.6) najlepiej (z najmniejszą wartością współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) aproksymującymi dane empiryczne  
 Fig. 3.19. Relationship between limiting shear octahedral stress and normal octahedral stress for five different hard coals, described by strength functions (see Table 3.6) which give the best fit (the lowest value of the coefficient of accordance  $\varphi^2$ ) to the conventional triaxial compression test results



$$F_{\tau_{\text{oct}}} = f(\sigma_{\text{oct}}, A, B) \quad (3.28)$$

i dziesięć o równaniu

$$F_{\tau_{\text{oct}}} = f(\sigma_{\text{oct}}, A, B, C) \quad (3.29)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są stałymi empirycznymi.

W niektórych warunkach wytrzymałościowych, przykładowo w liniowym warunku wytrzymałościowym Botkina (1940) i Mirolubowa (1953), stała  $A$  jest równa wytrzymałości granicznej skały na jednoosiowe ściskanie (wartości tej stałej ( $\sigma_c$ ) wprowadzałem do tych warunków równe tym oznaczonym w próbie jednoosiowego ściskania, a więc  $\sigma_c = [F_{\sigma_1} = f(\sigma_2 = \sigma_3 = 0)]_{\text{pom}}$ ).

W tym samym warunku Botkina-Mirolubowa, w warunku Łukszy (1962) i niektórych innych występuje jeszcze jedna stała materiałowa - granica wytrzymałości na jednoosiowe rozciąganie ( $\sigma_T$ ). Niestety, tylko dla ośmiu spośród wszystkich (26) analizowanych węgli kamiennych wartości  $\sigma_T$  były oznaczone eksperymentalnie i podane w literaturze przez właściwych badaczy. Mieściły się one w granicach od  $(1/32,3)\sigma_c$  (węgiel bitumiczny zwięzły *Barnsley Hards* - próbki o osi podłużnej prostopadłej do uławicenia i drugorzędno kliniważu i równoległej do kliniważu głównego, HC-2b i HC-2e) do  $(1/6,5)\sigma_c$  (węgiel koksujący kruchy *Cwmillery* - próbki o osi podłużnej równoległej do uławicenia i głównego kliniważu oraz prostopadłej do kliniważu drugorzędno, HC-3a i HC-3d) i, nawet,  $(1/3,0)\sigma_c$  (sztucznie spreparowany aglomerat węglowy *Lasonit* (3), HC-30). Jeżeli pominąć tę właśnie anomalnie dużą, w stosunku do  $\sigma_c$ , wartość wytrzymałości na rozciąganie lasonitu, to granica wytrzymałości  $\sigma_T$  pozostałych siedmiu węgli jest równa średnio  $(1/12,3)\sigma_c$ . I tę właśnie wartość wprowadziłem do warunków wytrzymałościowych w przypadku węgla quasi-izotropowych, dla których granica wytrzymałości  $\sigma_T$  nie była oznaczona lub podana.

W przypadku silnie anizotropowego węgla *Oakdale* (HC-4), węgla *Pentremawr* (HC-5), węgla *Deep Duffryn* (HC-6), węgla *Barnsley Brights* (HC-7), węgla *Teversal* (HC-8), węgla *Markham* (HC-9) i węgla *Linby* (HC-10), dla których Hobbs (1960, 1964) nie podał wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie, przyjąłem na podstawie wyników oznaczeń przeprowadzonych przez Murrella (1958) dla równie anizotropowych węgli *Barnsley Hards* (HC-2) i *Cwmillery* (HC-3) wartości  $\sigma_T/\sigma_c$  równe średnio  $1/7,2$ ,  $1/11,0$  i  $1/28,2$  dla próbek o osi podłużnej zorientowanej, odpowiednio, równoległe do uławicenia i głównego kliniważu oraz prostopadłe do kliniważu drugorzędno, równoległe do uławicenia

Tabela 3.6

Zestawienie warunków wytrzymałościowych typu  $F_{\tau_{\text{oct}}} = f(\sigma_{\text{oct}})$ , które zostały użyte do aproksymacji danych empirycznych  $F_{\sigma_1} = f(p)$  pochodzących z badań węgli kamiennych (por. tab. 3.5) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-01	$F_{\tau_{\text{oct}}} = A + B\sigma_{\text{oct}}$	warunek typu Druckera i Pragera (1952); uogólniony warunek Botkina (1940) i Mirolubowa (1953); szczególnie przypadek ogólnego warunku Łukszy (1963) (por. również Freudenthal (1951), Bresler i Pister (1957), Frelkiewicz i Lis (1974))	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{\text{oct}}}(\sigma_{\text{oct}}(F_{\sigma_1}, 0, 0))]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1}(0, 0)]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$
7-02	$F_{\tau_{\text{oct}}} = A^B \sigma_{\text{oct}}$	uogólniona wersja tzw. rozszerzonego (Murrell, 1962/1963) warunku Griffitha (por. również Vouille i Laurent (1969))	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{\text{oct}}}(\sigma_{\text{oct}}(F_{\sigma_1}, 0, 0))]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1}(0, 0)]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$
7-03	$F_{\tau_{\text{oct}}} = A + B\sigma_{\text{oct}}^C$	warunek empiryczny	$A$ , $B$ i $C$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{\text{oct}}}(\sigma_{\text{oct}}(F_{\sigma_1}, 0, 0))]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1}(0, 0)]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-04	$F_{\tau_{oct}} = A + B\sigma_{oct} + C\sigma_{oct}^2$	równanie empiryczne stosowane przez m.in. Breslera i Pistera (1958) dla betonu oraz Matsuurę (1960) dla gruntów spoistych	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$
7-05	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{A + B\sigma_{oct} + C\sigma_{oct}^2}$	uogólniona wersja warunku Burzyńskiego-Jagna-Łukszy (7-13) oraz warunku Łukszy (7-11), warunku Wołkowa (7-16) i warunku Mroza (1972)	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$
7-06	$F_{\tau_{oct}} = A \log(B + C\sigma_{oct})$	warunek empiryczny	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-07	$F_{\tau_{oct}} = A \left( 1 - e^{-k \frac{\sigma_{oct} - B}{A}} \right)$ <p>gdzie</p> $k = \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/3)} \quad \text{dla } 0 \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{3}$ $k = -\frac{1}{\sqrt{2} \cos \varphi} \quad \text{dla } \frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{4\pi}{3}$ $k = \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\varphi + \pi/3)} \quad \text{dla } \frac{4\pi}{3} \leq \varphi \leq 2\pi$ <p>przy czym <math>\varphi = \arctg \sqrt{3} \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}</math></p>	warunek Estrina (1974)	$k = \sqrt{2}$ (bo $\varphi = 0$ ) $A$ i $B$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$
7-08	$F_{\tau_{oct}} = A \left[ 1 - e^{-B(\sigma_{oct} - C)} \right]$	uogólniony warunek Estrina	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c$
7-09	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{8A\sigma_{oct}}$	rozszerzony przez Murrella (1962/1963) warunek Griffitha	$A = \frac{1}{12} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{1}{12} \sigma_c$



Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-10	$F_{\tau_{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{6(A - B)\sigma_{oct} + 2AB}$	warunek Bałandina (1937)	$A = [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane
7-11	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{\frac{1}{2}\sigma_{oct}^2 + \frac{A - B}{2}\sigma_{oct} + \frac{AB}{6}}$	warunek Łukszy (1962)	$A = [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane
7-12	$F_{\tau_{oct}} = \frac{2\sqrt{2} AB}{3(A + B)} + \frac{\sqrt{2} (A - B)}{A + B} \sigma_{oct}$	warunek Botkina (1940)-Mirolubowa (1953)	$A = [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane
7-13	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{\frac{2(AB-3C)}{AB}\sigma_{oct}^2 + \frac{2C(A-B)}{AB}\sigma_{oct} + \frac{2}{3}C}$	ogólny warunek Burzyńskiego (1928, 1929)-Jagna (1931)-Łukszy (1963)	$A = [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane $C$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{oct}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0}))}]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$ i $\frac{A^2}{4z} < C < \frac{A^2}{3z}$

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-14	$F_{\tau_{oct}} = (A + B\sigma_{oct})^C$	warunek empiryczny	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{oct}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0}))}]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$
7-15	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{\sigma_{oct}^2 + \frac{2}{3}A\sigma_{oct} + \frac{2}{3}B^2}$	warunek typu Chena (1973)	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{oct}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0}))}]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$
7-16	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{\frac{2C-1}{C+1}\sigma_{oct}^2 + \frac{A-B}{C+1}\sigma_{oct} + \frac{AB}{3(C+1)}}$	warunek Wołkowa (1971)	$A = [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane $C$ - szukane, przy czym $[F_{\tau_{oct}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0}))}]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$ i $0 < C < 0,5$
7-17	$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{\sigma_{oct}^2 + \frac{A - B}{3}\sigma_{oct} + \frac{AB}{9}}$	warunek Chena (1973)	$A = [F_{\sigma_1(0,0)}]_{pom} = \sigma_C$ $B = A/z$ $z = \sigma_C/\sigma_T$ - dane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-18	$F_{\tau_{oct}} = \frac{1}{1 - \kappa B} (A + B\sigma_{oct})$ <p>gdzie</p> $\kappa = \frac{3 - \mu}{\sqrt{2} \sqrt{3 + \mu^2}} \quad \text{i} \quad \mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$	transponowany (Kwaśniewski, 1985b) pierwszy warunek Pisarienki i Lebediewa (1969)	$\kappa = \sqrt{2}$ (bo $\mu = -1$ ) $A = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$ $B = \frac{\sqrt{2} z - 1}{3 z}$ $z = \sigma_C / \sigma_T$ - dane
7-19	$F_{\tau_{oct}} = \frac{1}{2} \kappa B + \frac{1}{2} \sqrt{\kappa^2 B^2 + 4(A + B\sigma_{oct})}$ <p>gdzie</p> $\kappa = \frac{3 - \mu}{\sqrt{2} \sqrt{3 + \mu^2}} \quad \text{i} \quad \mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$	transponowany (Kwaśniewski, 1985b) drugi warunek Pisarienki i Lebediewa (1969)	$\kappa = \sqrt{2}$ (bo $\mu = -1$ ) $A = \frac{2}{9} \left\{ \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} \right\}^2 = \frac{2}{9} \frac{\sigma_C^2}{z^2}$ $B = \frac{2}{9} \frac{z^2 - 1}{z^2} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom}$ $z = \sigma_C / \sigma_T$ - dane
7-20	$F_{\tau_{oct}} = \frac{\kappa B \sigma_{oct} + \sqrt{A - \kappa^2 A B + B \sigma_{oct}^2}}{1 - \kappa^2 B}$ <p>gdzie</p> $\kappa = \frac{3 - \mu}{\sqrt{2} \sqrt{3 + \mu^2}} \quad \text{i} \quad \mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$	transponowany (Kwaśniewski, 1985b) trzeci warunek Pisarienki i Lebediewa (1969)	$\kappa = \sqrt{2}$ (bo $\mu = -1$ ) $A = \frac{2}{9} \left\{ \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} \right\}^2 = \frac{2}{9} \frac{\sigma_C^2}{z^2}$ $B = \frac{2}{9} \frac{z^2 - 1}{z^2}$ $z = \sigma_C / \sigma_T$ - dane

Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-21	$F_{\tau_{oct}} = A + \sqrt{B + C\sigma_{oct}}$	warunek empiryczny typu 7-19	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1}, 0, 0)) \right]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$
7-22	$F_{\tau_{oct}} = A\sigma_{oct} + \sqrt{B + C\sigma_{oct}^2}$	warunek empiryczny typu 7-20	$A, B$ i $C$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1}, 0, 0)) \right]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$
7-23	$F_{\tau_{oct}} = A + B \log \frac{\sigma_{oct}}{\sigma_C}$	warunek empiryczny	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{oct}}(\sigma_{oct}(F_{\sigma_1}, 0, 0)) \right]_{pom} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0,0) \right]_{pom} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$



Symbol warunku	Równanie	Komentarz	Założenia
7-24	$F_{\tau_{\text{ocet}}} = A \left( 1 - e^{-k \frac{\sigma_{\text{ocet}} - B}{A}} \right)$ <p>gdzie</p> $k = \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/3)} \quad \text{dla } 0 \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{3}$ $k = -\frac{1}{\sqrt{2} \cos \varphi} \quad \text{dla } \frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{4\pi}{3}$ $k = \frac{1}{\sqrt{2} \cos(\varphi + \pi/3)} \quad \text{dla } \frac{4\pi}{3} \leq \varphi \leq 2\pi$ <p>przy czym <math>\varphi = \arctg \sqrt{3} \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}</math></p>	warunek Estrina (por. 7-07) z zastrzeżeniem Dreyera (1966/1967), że $\sigma_{T3} > \sigma_T$	$k = \sqrt{2}$ (bo $\varphi = 0$ ) $A$ i $B$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{\text{ocet}}}(\sigma_{\text{ocet}}(F_{\sigma_1}, 0, 0)) \right]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0, 0) \right]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$ oraz $ B  > z$ $z = \sigma_C / \sigma_T$ - dane
7-25	$F_{\tau_{\text{ocet}}} = \sqrt{A \sigma_{\text{ocet}} + B}$	uogólniona wersja warunku 7-10	$A$ i $B$ - szukane, przy czym $\left[ F_{\tau_{\text{ocet}}}(\sigma_{\text{ocet}}(F_{\sigma_1}, 0, 0)) \right]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ F_{\sigma_1}(0, 0) \right]_{\text{pom}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C$

drugorzędneho kliważu oraz prostopadle do kliważu głównego i, na koniec, prostopadle do i uławicenia i drugorzędneho kliważu oraz równolegle do kliważu głównego.

W niektórych warunkach wytrzymałościowych, np. w warunku Burzyńskiego-Jagna, występuje jeszcze jedna stała materiałowa: granica wytrzymałości na czyste ścinanie ( $\sigma_s$ ). Nie znając oznaczonych eksperymentalnie wartości tej stałej dla żadnego z analizowanych węgla generalnie obliczałem je więc, traktując  $\sigma_s$  jako wielkość poszukiwaną w procedurze aproksymacji danych empirycznych. W niektórych przypadkach czyniłem o niej pewne założenia; wspominałem już o tym w rozdziale 3.1.2.

W czterech równaniach występowały dodatkowo pewne parametry  $\kappa$  i  $\varphi$  będące funkcjami charakteryzującego złożony stan naprężenia parametru Lodego-Nádaia

$$\mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (3.30)$$

Dla czterech funkcji wytrzymałościowych (np. empirycznej funkcji trójmianu kwadratowego), które są liniowe względem szukanych parametrów, procedurę aproksymacyjną zmierzającą do minimalizacji sumy kwadratów odchyłek można było oprzeć na metodzie wyznaczania prostej regresji.

Dla trzynastu warunków (przykładowo, dla warunku typu Estrina) konieczne było zastosowanie iteracyjnej metody minimalizacji funkcji wielu zmiennych bez obliczania pochodnych (Brent, 1973).

W ośmiu przypadkach nie dokonywałem aproksymacji w ścisłym tego słowa znaczeniu, a tylko dla zadanej z góry postaci warunku wytrzymałościowego  $F_{\tau_{\text{ocet}}} = f(\sigma_{\text{ocet}})$  obliczałem wartości  $[F_{\tau_{\text{ocet}}}]_{\text{obi}}$  dla poszczególnych, kolejnych wartości  $[\sigma_{\text{ocet}}]_{\text{pom}}$ . Były to warunki - jak przykładowo warunek Bałandina - w których występują wyłącznie parametry fizyczne, takie jak  $\sigma_C$  i  $\sigma_T$ , o wartościach znanych, oznaczonych w prostych próbach wytrzymałościowych.

Aproksymacji danych doświadczalnych  $[\tau_{\text{ocet}} = f(\sigma_{\text{ocet}})]_F$  dokonałem za pomocą minikomputera klasy PC korzystając z programu opartego na algorytmie szukania minimum lokalnego funkcji

$$S = \sum_{i=1}^m \left[ F_{\tau_{\text{ocet}_i}} - f(\sigma_{\text{ocet}_i}, A, B, C) \right]^2 \quad (3.31)$$

gdzie  $F_{\tau_{\text{ocet}_i}}$  jest oznaczonym eksperymentalnie (pomierzonym) granicznym ścinającym

naprężeniem oktaedrycznym odpowiadającym oktaedrycznemu naprężeniu normalnemu  $[\sigma_{oct}]_F$ ,  $f$  jest funkcją granicznego naprężenia stycznego  $F_{\tau_{oct}}$  od naprężenia normalnego  $\sigma_{oct}$  odpowiadającą warunkowi wytrzymałościowemu przyjętemu do analizy (aprosymacji) i  $m$  oznacza liczbę wyników - pomiarów  $[\sigma_{oct}, \tau_{oct}]_F$ . Dopasowując poszczególne funkcje wytrzymałościowe do danych empirycznych stosowałem dodatkowo generalne założenie, że

$$F_{\tau_{oct_{obl}}}[\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})] = F_{\tau_{oct_{pom}}}[\sigma_{oct}(F_{\sigma_1,0,0})] = \frac{\sqrt{2}}{3} F_{\sigma_{1_{pom}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_C \quad (3.32)$$

Założenie to odpowiada żądaniu, by wykres każdej funkcji wytrzymałościowej przyjętej do aproksymacji danych doświadczalnych przechodził przez punkt o oznaczonych eksperymentalnie w próbie jednoosiowego ściskania współrzędnych  $(\frac{1}{3}\sigma_C, \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_C)$ .

Każdy z czterdziestu sześciu zestawów danych empirycznych został aproksymowany wszystkimi zestawionymi w tabeli 3.6 dwudziestoma pięcioma równaniami wytrzymałościowymi. W przypadku wyznaczania wartości parametrów funkcji metodą iteracji (jak wspomniałem już powyżej, było trzynaście takich funkcji) wykonywałem po co najmniej trzy obliczenia (trzy różne warunki początkowe) w celu sprawdzenia powtarzalności uzyskiwanych wyników: sumy kwadratów odchyłek i wartości określanych parametrów.

Oprócz sumy kwadratów odchyłek i błędu średniokwadratowego - wielkości mianowanych związanych bezpośrednio z procedurą minimalizacji funkcji (3.31) - za miarę dobroci dopasowania poszczególnych równań wytrzymałościowych do danych empirycznych przyjąłem dodatkowo współczynnik zgodności  $\varphi^2$

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (F_{\tau_{oct_{pom}}} - F_{\tau_{oct_{obl}}})^2}{\sum_{i=1}^m (F_{\tau_{oct_{pom}}} - \bar{F}_{\tau_{oct_{pom}}})^2} \quad (3.33a)$$

gdzie

$$\bar{F}_{\tau_{oct_{pom}}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_{\tau_{oct_{pom}}} \quad (3.33b)$$

Właściwości tego współczynnika opisane są szczegółowo w Dodatku 1.

### 3.2.4. Omówienie wyników obliczeń

W wyniku dopasowania każdej z dwudziestu pięciu funkcji wytrzymałościowych wywodzących się z poszczególnych warunków stanu granicznego do każdego z czterdziestu sześciu zestawów danych empirycznych  $[\tau_{oct}=f(\sigma_{oct})_F$  okazało się, że średnio  $(\varphi^2_{sr} = \frac{1}{46} \sum_{j=1}^{46} \varphi^2_j)$

dopasowanie bardzo dobre ( $0 < \varphi^2_{sr} \leq 0,01$ ) dała jedna funkcja wytrzymałościowa, dopasowanie dobre ( $0,01 < \varphi^2_{sr} \leq 0,1$ ) - trzynaście funkcji i dopasowanie niedostateczne ( $\varphi^2_{sr} > 0,50$ ) - jedenaście funkcji (tab. 3.7).

Tym najlepiej opisującym dane doświadczalne ( $\varphi^2_{sr} = 0,00886$ ) było

1) empiryczne równanie pierwiastnikowe

$$F_{\tau_{oct}} = \sqrt{A + B\sigma_{oct} + C\sigma_{oct}^2} \quad (3.34)$$

Równanie to (warunek 7-05 w tabeli 3.6) jest uogólnioną wersją warunku stanu granicznego Burzyńskiego-Jagna-Łukszy (por. rozdział 2.2 i 2.3) oraz tzw. pierwszego warunku Łukszy (por. tab. 2.3, poz. 4), warunku Wołkowa (rozdział 2.4) i warunku Mroza (rozdział 2.5). Oznacza to, że występujące w nim wielkości  $A$ ,  $B$  i  $C$  są traktowane jako stałe empiryczne, których wartości uzyskuje się w wyniku aproksymacji danych empirycznych, podczas gdy pierwotnie, w oryginalnych warunkach, przydaje się im pewien sens fizyczny lub ściśle określoną wartość. Przykładowo, w warunku Łukszy (1962):  $A = \frac{\sigma_C \sigma_T}{6}$ ,  $B = \frac{\sigma_C - \sigma_T}{2}$  i  $C = \frac{1}{2}$ .

Tylko nieznacznie gorsze dopasowania do danych empirycznych dały następujące cztery równania:

2)  $\varphi^2_{sr} = 0,01005$  - empiryczne równanie potęgowe

$$F_{\tau_{oct}} = (A + B\sigma_{oct})^C \quad (3.35)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są stałymi empirycznymi.

Równanie to (warunek 7-14 w tabeli 3.6) jest podwójnie uogólnionym warunkiem stanu granicznego Bałandina (1937), który w swej oryginalnej postaci (warunek 7-10) aproksymował dane empiryczne  $F_{\tau_{oct}}=f(\sigma_{oct})$  analizowanych węgli niedostatecznie ( $\varphi^2_{sr}=0,87084$ ), w ogromnej większości przypadków (43 na 46) znacznie zaniżając wytrzymałość graniczną tych skał.



Warto zwrócić uwagę, że równanie (3.35) jest tożsame z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a_1(1 + b_1\sigma_{\text{oct}})^{c_1} \quad (3.36)$$

gdzie  $a_1=A^C$ ,  $b_1=\frac{B}{A}$  i  $c_1=C$ ,

z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a_2(b_2 + \sigma_{\text{oct}})^{c_2} \quad (3.37)$$

gdzie  $a_2 = B^C$ ,  $b_2=\frac{A}{B}$  i  $c_2=C$ ,

i z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a_3 \left( 1 + \frac{c_3\sigma_{\text{oct}}}{b_3} \right)^{1/c_3} \quad (3.38)$$

gdzie  $a_3=A^C$ ,  $b_3=\frac{A}{BC}$  i  $c_3=\frac{1}{C}$ .

3)  $\varphi_{\text{sr}}^2 = 0,01017$  - empiryczne równanie logarytmiczne

$$F_{\tau_{\text{oct}}} = A \log(B + C\sigma_{\text{oct}}) \quad (3.39)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są stałymi empirycznymi.

Równanie to (warunek 7-06 w tabeli 3.6) jest, notabene, tożsame z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a + b \log(c + \sigma_{\text{oct}}) \quad (3.40)$$

gdzie  $a=A \log C$ ,  $b=A$  i  $c=\frac{B}{C}$ .

4)  $\varphi_{\text{sr}}^2 = 0,01035$  - empiryczne równanie eksponencjalne (warunek 7-08 w tabeli 3.6)

$$F_{\tau_{\text{oct}}} = A \left[ 1 - e^{-B(\sigma_{\text{oct}}-C)} \right] \quad (3.41)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są stałymi empirycznymi.

Równanie (3.41) jest uogólnioną wersją warunku stanu granicznego Estrina (warunek 7-07 w tabeli 3.6). Jest ono tożsame z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a_1 + b_1(1 - e^{-c_1\sigma_{\text{oct}}}) \quad (3.42)$$

gdzie  $a_1=A(1-e^{BC})$ ,  $b_1=Ae^{BC}$  i  $c_1=B$ ,

Tabela 3.7

Zestawienie wyników analizy dobroci dopasowania 25 różnych warunków wytrzymałościowych (por. tab. 3.6) do 46 zestawów danych empirycznych  $[\tau_{\text{oct}}=f(\sigma_{\text{oct}})]_F$  pochodzących z badań węgla kamiennych (por. tab. 3.5) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Warunek	$\varphi_{\text{sr}}^2$	Ocena dobroci dopasowania	Warunek	$\varphi_{\text{sr}}^2$	Ocena dobroci dopasowania
7-01	0,07877	db <sup>1</sup>	7-14	0,01005	db
7-02	0,03617	db	7-15	0,82298	nd
7-03	0,01098	db	7-16	0,88465	nd
7-04	0,01218	db	7-17	2,72387	nd
7-05	0,00886	bdb <sup>2</sup>	7-18	3,66229	nd
7-06	0,01017	db	7-19	1,76841	nd
7-07	0,03269	db	7-20	8,40650	nd
7-08	0,01035	db	7-21	0,01128	db
7-09	0,76646	nd <sup>3</sup>	7-22	0,05429	db
7-10	0,87084	nd	7-23	0,05482	db
7-11	0,67315	nd	7-24	1,28731	nd
7-12	4,78197	nd	7-25	0,02401	db
7-13	0,09117	db			

**Objaśnienia:** 1 - dopasowanie dobre, 2 - dopasowanie bardzo dobre, 3 - dopasowanie niedostateczne

z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a_2 + b_2e^{c_2\sigma_{\text{oct}}} \quad (3.43)$$

gdzie  $a_2=A$ ,  $b_2=-Ae^{BC}$  i  $c_2=-B$ ,

oraz z równaniem

$$\tau_{\text{oct}} = a_3 + b_3c_3^{\sigma_{\text{oct}}} \quad (3.44)$$

gdzie  $a_3=A$ ,  $b_3=-Ae^{BC}$  i  $c_3=e^{-B}$ .

Zwróćmy uwagę, że warunek (3.43) jest równaniem typu warunku stanu granicznego Sakuraia (1966).

5)  $\varphi_{\text{sr}}^2 = 0,01098$  - empiryczne równanie potęgowe (warunek 7-03 w tabeli 3.6)

$$F_{\tau_{\text{oct}}} = A + B\sigma_{\text{oct}}^C \quad (3.45)$$

gdzie  $A$ ,  $B$  i  $C$  są stałymi empirycznymi.



Ze wszystkich dwudziestu pięciu równań wytrzymałościowych zestawionych w tabeli 3.6 siedem co najmniej raz aproksymowało dane empiryczne najlepiej ze wszystkich pozostałych. W czternastu przypadkach było to równanie

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = A + B\sigma_{oct} + C\sigma_{oct}^2 \quad - \text{warunek 7-04}$$

Trzydzieście zestawów danych aproksymowanych było najlepiej równaniem

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = \sqrt{A + B\sigma_{oct} + C\sigma_{oct}^2} \quad - \text{warunek 7-05}$$

Po osiem zestawów danych aproksymowały najlepiej równania:

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = A \log(B + C\sigma_{oct}) \quad - \text{warunek 7-06}$$

i

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = A + \sqrt{B + C\sigma_{oct}} \quad - \text{warunek 7-21}$$

Pięć, cztery i trzy razy "najlepszymi" okazały się równania, odpowiednio:

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = A [1 - e^{-B(\sigma_{oct}-C)}] \quad - \text{warunek 7-08}$$

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = (A + B\sigma_{oct})^C \quad - \text{warunek 7-14}$$

$$\bullet F_{\tau_{oct}} = A + B\sigma_{oct}^C \quad - \text{warunek 7-03}$$

W tabeli 3.8 zestawione są odpowiadające tym najlepszym dopasowaniom (najmniejszym wartościom współczynnika zgodności  $\varphi^2$ ) wartości parametrów występujących w tych siedmiu równaniach.

Jak już wspomniałem, spośród dwudziestu pięciu warunków wytrzymałościowych zestawionych w tabeli 3.6 aż jedenaście okazało się nieprzydatnymi do opisu wytrzymałości granicznej na konwencjonalne trójosiowe ściskanie wybranych do analizy węgla kamiennych dając niedostateczne ( $\varphi_{sr}^2 > 0,5$ ) dopasowanie do czterdziestu sześciu zestawów danych empirycznych  $[\tau_{oct} = f(\sigma_{oct})]_F$ . Należą do nich m.in.: rozszerzony warunek Griffitha, warunek Bałandina, hiperboliczny warunek Łukszy, warunek Wołkowa, warunek Chena i warunek Estrina z zastrzeżeniem Dreyera. Trzema warunkami dającymi najgorsze dopasowania do danych empirycznych są: warunek 7-18 - transponowany pierwszy warunek Pisarienki i Lebediewa ( $\varphi_{sr}^2 = 3,66229$ ), warunek 7-12 - warunek Botkina-Mirolubowa ( $\varphi_{sr}^2 = 4,78197$ ) i warunek 7-20 - transponowany trzeci warunek Pisarienki i Lebediewa ( $\varphi_{sr}^2 = 8,40650$ ). Warunki te generalnie znacznie zawyżają wartości oktaedrycznego naprężenia ścinającego na granicy wytrzymałości ( $F_{\tau_{oct}}$ ). Efekt ten na przykładzie badanego przy ciśnieniach okólnych do 39,2 MPa węgla *Motławska* (1) (HC-13a) o granicy wytrzymałości na jednoosiowe

Tabela 3.8

Zestawienie warunków wytrzymałościowych i wartości występujących w nim stałych dających najlepsze dopasowanie do danych empirycznych  $[\tau_{oct} = f(\sigma_{oct})]_F$  pochodzących z badań węgla kamiennych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\varphi^2$	Ocena dobroti dopasowania	Stale materiałowe		
					A	B	C
1	HC-1	7-04	8,986E-05	bdb <sup>a</sup>	2,377 MPa	1,086	-0,00553 (MPa) <sup>-1</sup>
2	HC-2a	7-05	3,082E-02	db <sup>b</sup>	-132,270 (MPa) <sup>2</sup>	31,850 MPa	0,08346
3	HC-2b	7-04	7,242E-03	bdb	3,467 MPa	1,317	-0,01025 (MPa) <sup>-1</sup>
4	HC-2c	7-21	1,702E-03	bdb	1,133 MPa	-249,683 (MPa) <sup>2</sup>	41,649 MPa
5	HC-3a	7-06	1,866E-03	bdb	81,593 MPa	1,012	0,03526 (MPa) <sup>-1</sup>
6	HC-3b	7-04	3,765E-04	bdb	0,977 MPa	1,170	-0,00821 (MPa) <sup>-1</sup>
7	HC-3c	7-04	2,061E-03	bdb	0,850 MPa	1,113	-0,00830 (MPa) <sup>-1</sup>
8	HC-4a	7-05	7,383E-03	bdb	-3,012 (MPa) <sup>2</sup>	5,387 MPa	0,25565
9	HC-4b	7-05	2,858E-02	db	-8,070 (MPa) <sup>2</sup>	7,611 MPa	0,23006
10	HC-4c	7-05	2,026E-02	db	-16,735 (MPa) <sup>2</sup>	12,734 MPa	0,15406
11	HC-5a	7-05	1,072E-02	db	-59,623 (MPa) <sup>2</sup>	19,875 MPa	0,34382
12	HC-5b	7-04	5,126E-03	bdb	6,407 MPa	0,80592	-
13	HC-6a	7-06	4,759E-03	bdb	62,769 MPa	1,016	0,04835 (MPa) <sup>-1</sup>



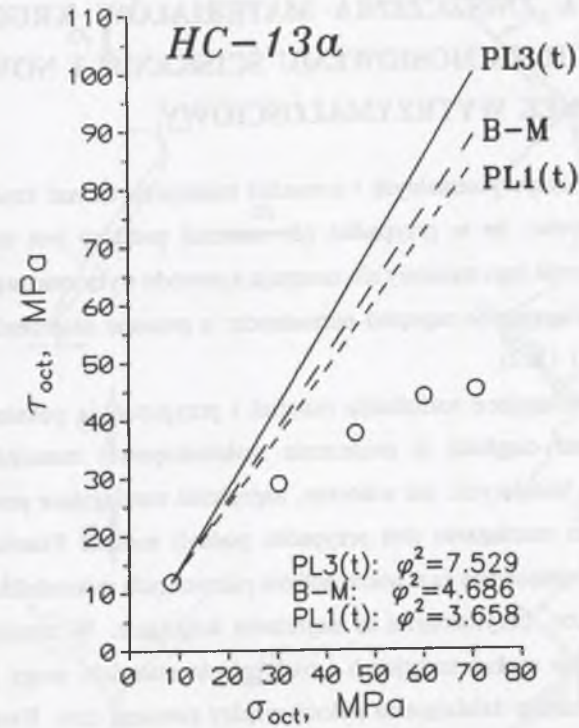
Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\varphi^2$	Ocena dobroci dopasowania	Stale materiałowe		
					A	B	C
14	HC-6b	7-06	2,411E-03	bdb	48,989 MPa	0,997	0,07330 (MPa) <sup>-1</sup>
15	HC-3d	7-08	1,095E-03	bdb	62,907 MPa	0,01882 (MPa) <sup>-1</sup>	-0,529 MPa
16	HC-3e	7-03	9,737E-04	bdb	-8,205 MPa	7,197	0,46942
17	HC-2d	7-21 7-14 7-03	1,479E-02	db	-6,150 MPa -62,886 MPa -9,215 MPa	-47,822 (MPa) <sup>2</sup> 18,759 7,758	46,074 MPa 0,54930 0,47920
18	HC-2e	7-08	2,365E-02	db	51,445 MPa	0,04085	1,545 MPa
19	HC-7a	7-21	4,638E-04	bdb	5,513 MPa	-191,759 (MPa) <sup>2</sup>	28,379 MPa
20	HC-7b	7-08	2,075E-03	bdb	53,551 MPa	0,02978	0,036 MPa
21	HC-8a	7-05	1,410E-04	bdb	-106,119 (MPa) <sup>2</sup>	32,123 MPa	0,10212
22	HC-8b	7-04	1,540E-04	bdb	1,396 MPa	1,189	-0,00800 (MPa) <sup>-1</sup>
23	HC-9a	7-21	1,010E-03	bdb	7,372 MPa	-111,396 (MPa) <sup>2</sup>	21,021 MPa
24	HC-9b	7-06	7,211E-03	bdb	43,406 MPa	0,800	0,12726 (MPa) <sup>-1</sup>
25	HC-10a	7-08	4,672E-04	bdb	44,046 MPa	0,03169	-0,258 MPa
26	HC-10b	7-06	1,095E-03	bdb	63,681 MPa	0,850	0,08261 (MPa) <sup>-1</sup>

Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\varphi^2$	Ocena dobroci dopasowania	Stale materiałowe		
					A	B	C
27	HC-12	7-05 7-01 <sup>c</sup>	1,681E-02 1,695E-02	db db	5,504 MPa	0,48126	-
28	HC-13a	7-04	1,021E-03	bdb	3,774 MPa	1,022	-0,00612 (MPa) <sup>-1</sup>
29	HC-13b	7-04 7-14 7-01 <sup>c</sup>	1,936E-02 1,936E-02 2,426E-02	db db db	5,530 MPa	0,56780	-
30	HC-13c	7-05	1,135E-02	db	-3,441 (MPa) <sup>2</sup>	13,390 MPa	0,03120
31	HC-13d	7-21	4,742E-02	db	3,292 MPa	-62,519 (MPa) <sup>2</sup>	14,921 MPa
32	HC-13e	7-21	6,719E-03	bdb	2,296 MPa	-65,519 (MPa) <sup>2</sup>	17,304 MPa
33	HC-14	7-14	4,941E-03	bdb	-444,902 MPa	125,825	0,39038
34	HC-15	7-04 7-05 7-14	0,000E+00	id. <sup>d</sup>	3,181 MPa -0,062 (MPa) <sup>2</sup> -6,164 MPa	0,608 7,718 MPa 12,542	-0,00818 (MPa) <sup>-1</sup> -0,02691 0,45136
35	HC-29	7-04 7-05 7-21	0,000E+00	id.	2,034 MPa -147,979 (MPa) <sup>2</sup> -4,623 MPa	1,028 39,401 MPa -107,798 (MPa) <sup>2</sup>	-0,00420 (MPa) <sup>-1</sup> 0,03887 48,912 MPa
36	HC-30	7-04	1,496E-05	bdb	4,384 MPa	0,554	-0,00331 (MPa) <sup>-1</sup>



Numer zestawu danych	Symbol skały	Warunek	$\varphi^2$	Ocena dobroti dopasowania	Stale materiałowe		
					A	B	C
37	HC-34	7-04 7-05	0,000E+00	id.	1,074 MPa -137,587 (MPa) <sup>2</sup>	1,298 34,842 MPa	-0,01042 (MPa) <sup>-1</sup> 0,01493
38	HC-35	7-04 7-05	0,000E+00	id.	0,955 MPa -305,751 (MPa) <sup>2</sup>	1,391 54,254 MPa	-0,01025 (MPa) <sup>-1</sup> -0,17459
39	HC-36	7-04	1,306E-02	db	5,062 MPa	1,049	-0,00554 (MPa) <sup>-1</sup>
40	HC-37	7-06	1,945E-03	bdb	68,363 MPa	0,695	0,08944 (MPa) <sup>-1</sup>
41	HC-38	7-21	1,459E-02	db	14,221 MPa	-236,877 (MPa) <sup>2</sup>	19,090 MPa
42	HC-39	7-03	9,087E-03	bdb	-21,974 MPa	15,269	0,38280
43	HC-40	7-06	2,651E-03	bdb	63,972 MPa	0,993	0,05910 (MPa) <sup>-1</sup>
44	HC-41	7-06	9,257E-03	bdb	51,920 MPa	0,926	0,08830 (MPa) <sup>-1</sup>
45	HC-42	7-08	1,707E-03	bdb	63,460 MPa	0,01922	-1,446 MPa
46	HC-43	7-05	7,504E-03	bdb	-30,697 (MPa) <sup>2</sup>	20,680 MPa	0,12581

**Objaśnienia:** a - dopasowanie bardzo dobre; b - dopasowanie dobre; c - Składający się na ten zestaw danych empirycznych zbiór punktów o współrzędnych ( $F_{\sigma_{oct}}, F_{\tau_{oct}}$ ) układa się, anomalnie, wzdłuż krzywej zwróconej wypukłością w kierunku osi odciętych ( $\sigma_{oct}$ ), i tak też dopasowała(-y) się do nich krzywa(-e) dana(-e) równaniem(-ami) wymienionym(-i) powyżej. Odrzucając to(-e) równanie(-a) podaje tutaj wartości stałych materiałowych odpowiadających ogólnemu liniowemu warunkowi wytrzymałościowemu; d - dopasowanie doskonałe (idealne).



Rys. 3.20. Zaznaczone kółkami wyniki  $[\tau_{oct}=f(\sigma_{oct})]_F$  badań nad wytrzymałością graniczną na konwencjonalne trójosiowe ściskanie węgla *Moldavskaja (I)* (Protodiakonov i Ilnickaja, 1966/1967; Ilnickaja i in., 1969) w zestawieniu z odpowiednimi wykresami odpowiadającymi transponowanemu pierwszemu warunkowi wytrzymałościowemu Pisarienki i Lebediewa [PL1(t)], warunkowi Botkina-Mirolubowa [B-M] i transponowanemu trzeciemu warunkowi Pisarienki i Lebediewa [PL3(t)]

Fig. 3.20. Empirical data  $[\tau_{oct}=f(\sigma_{oct})]_F$  from conventional triaxial compression tests of *Moldavskaja (I)* coal samples (circles) (Protodyakonov and Ilnitskaya, 1966/1967; Ilnitskaya et al., 1969) confronted with plots that depict the transposed first Pisarenko and Lebedev strength criterion [PL1(t)], Botkin-Mirolubov criterion [B-M] and transposed third Pisarenko and Lebedev criterion [PL3(t)]

ściskanie  $\sigma_c=25,5$  MPa i wskaźniku kruchości  $z=14,4$  zobrazowany jest odpowiednimi wykresami na rysunku 3.20.



#### 4. TEORIA ZNISZCZENIA MATERIAŁÓW KRUCHYCH PODDANYCH TRÓJOSIOWEMU ŚCISKANIU I NOWY LINIOWY WARUNEK WYTRZYMAŁOŚCIOWY

Wyniki badań eksperymentalnych i rozważań teoretycznych nad kruchym niszczeniem wydają się wskazywać, że w przypadku gdy materiał poddany jest złożonemu stanowi naprężenia, zniszczenie jego struktury nie następuje z powodu wyłącznie naprężeń ścinających lub wyłącznie rozciągających naprężeń normalnych; o procesie niszczenia stanowią oba te naprężenia (rys. 4.1 i 4.2).

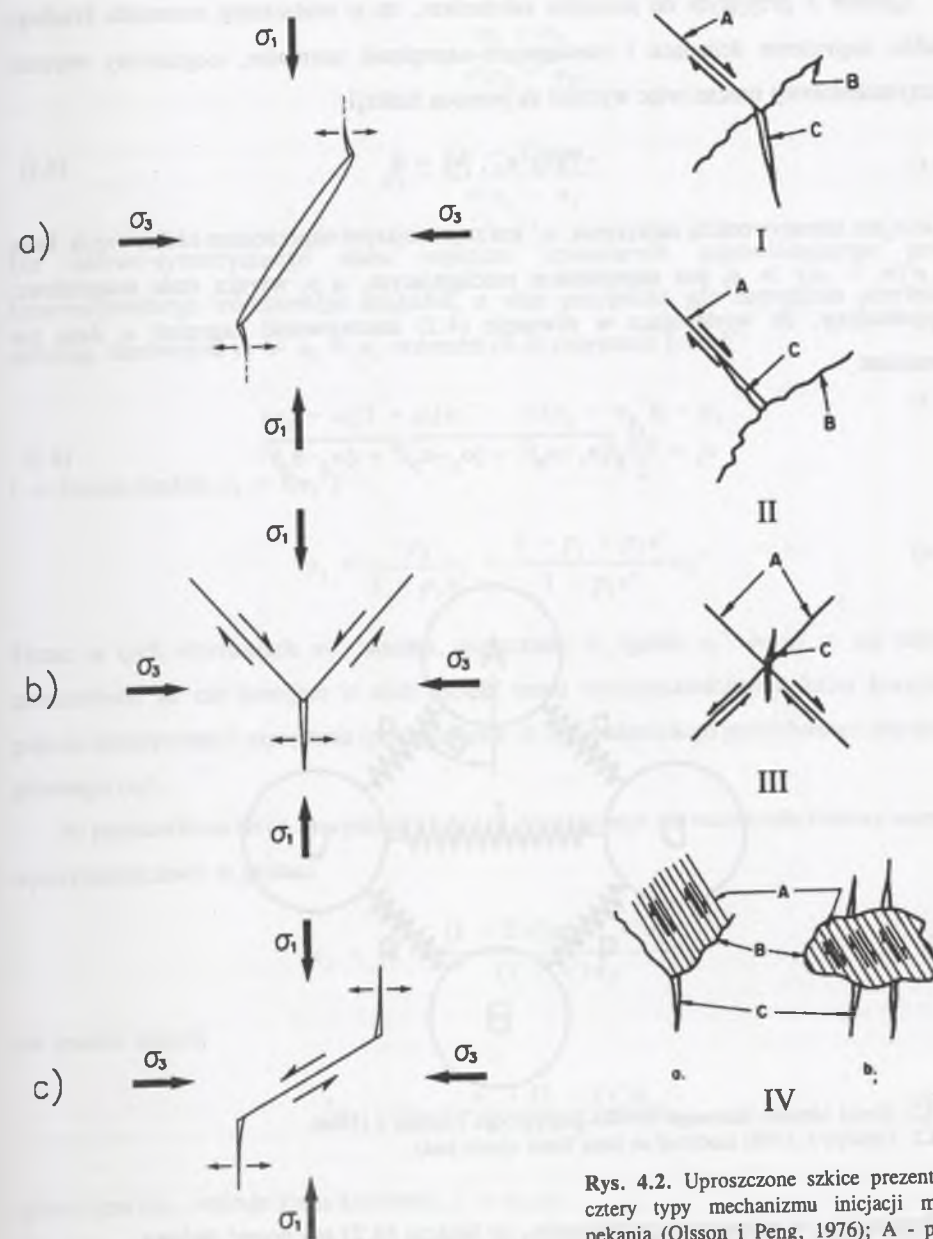
Naprężenia rozciągające rozluźniają materiał i przygotowują pęknięcie (rozerwanie), natomiast naruszenie ciągłości (i zniszczenie makroskopowe) materiału następuje pod wpływem naprężeń ścinających. Jak wiadomo, naprężenia rozciągające powstają nie tylko w materiale poddanym rozciąganiu (ten przypadek poddali analizie Pisarienko i Lebediew (1969, 1976)), ale indukowane są u wierzchołków pierwotnych mikrodefektów także wtedy, gdy naprężeniami tzw. przyłożonymi są naprężenia ściskające. W ziarnistych materiałach skalnych powstawanie spękań tensyjnych i rozluźnianie materiału mogą być wspomagane przez naprężenia ścinające działające na stykach między ziarnami (zob. Kwaśniewski, 1992).

Na podstawie analizy mechanizmu odkształcania się pewnego modelu klastycznego (rys. 4.3) zbudowanego z krążków (atomy, ziarna) o zadanej średnicy i łączących je sprężyn (siły oddziaływania międzyatomowego, wiązania) o zadanej sztywności Trollope (1966, 1968) (zob. także Brown i Trollope (1967)) pokazał, że jeżeli  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$  są naprężeniami przyłożonymi w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach, to odpowiadające im naprężenia efektywne określone są formułami:

$$\begin{aligned} \sigma_1' &= \sigma_1 - \nu'(\sigma_2 + \sigma_3) \\ \sigma_2' &= \sigma_2 - \nu'(\sigma_1 + \sigma_3) \\ \sigma_3' &= \sigma_3 - \nu'(\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (4.1)$$

gdzie  $\nu'$  jest pewną stałą zależną od budowy materiału (dla materiałów idealnie liniowych stała ta może być równa współczynnikowi Poissona; w takim przypadku naprężenia efektywne  $\sigma_{ij}'$  można wyrazić także za pomocą odpowiadających im odkształceń i równania (4.1) przyjmują postać równań opisujących zachowanie się ośrodków liniowosprężystych).

Z równań (4.1) wynika, że naprężenia  $\sigma_1'$ ,  $\sigma_2'$  i  $\sigma_3'$  mogą przyjmować wartości ujemne (być więc naprężeniami rozciągającymi) nawet wtedy, gdy naprężenia "przyłożone"  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$  są dodatnie, czyli ściskające.



Rys. 4.1. Objaśnienie mechanizmu pęknięcia wewnątrz- (a) i międzyziarnowego (b, c) (wg Brace'a i Byerlee'ego (1966/1967) oraz Brace'a i in. (1966))  
Fig. 4.1. Explanation of the mechanism of (a) intra-, and (b, c) intergranular fracturing according to Brace and Byerlee (1966/1967) and Brace et al. (1966)

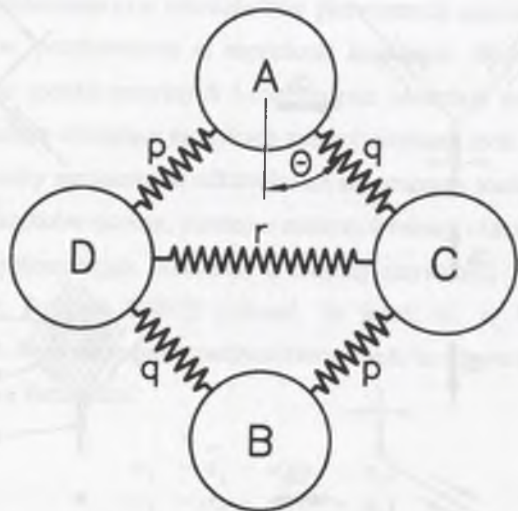
Rys. 4.2. Uproszczone szkice prezentujące cztery typy mechanizmu inicjacji mikro-pęknięcia (Olsson i Peng, 1976); A - pasmo poślizgu, B - granica ziarna, C - szczelinka (Największe naprężenie ściskające działa w kierunku pionowym.)  
Fig. 4.2. Schematic diagram representing four different microcrack nucleation mechanisms (Olsson and Peng, 1976); A - glide lamella, B - grain boundary, C - crack (Maximum compression is vertical.)

Zgodnie z przyjętym na początku założeniem, że o zniszczeniu materiału kruchego stanowi naprężenie ścinające i rozciągające naprężenie normalne, uogólniony warunek wytrzymałościowy można więc wyrazić za pomocą funkcji

$$F(\sigma_1, \sigma_3', p_1) = 0 \quad (4.2)$$

gdzie  $\sigma_1$  jest intensywnością naprężenia,  $\sigma_3'$  jest najmniejszym naprężeniem efektywnym, które dla  $\nu'(\sigma_1 + \sigma_2) > \sigma_3$  jest naprężeniem rozciągającym, a  $p_1$  wyraża stałe materiałowe. Przypomnijmy, że występująca w równaniu (4.2) intensywność naprężeń  $\sigma_1$  dana jest równaniem

$$\sigma_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4.3)$$



Rys. 4.3. Model idealnie liniowego ośrodka klastycznego Trollope'a (1968)  
Fig. 4.3. Trollope's (1968) model of an ideal linear elastic body

Przyjmijmy w pierwszym przybliżeniu, że funkcja (4.2) ma postać liniową

$$\sigma_1 + p_1 \sigma_3' = p_2 \quad (4.4)$$

Z warunku, że dla  $\sigma_3 = \sigma_2 = 0$  (jednoosiowe ściskanie),  ${}^F\sigma_1 = \sigma_C$ , zaś dla  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$  (jednoosiowe rozciąganie),  ${}^F\sigma_3 = -\sigma_T$ , otrzymujemy z (4.4), że

$$p_1 = \frac{\sigma_C - \sigma_T}{\nu' \sigma_C - \sigma_T} \quad (4.5)$$

$$p_2 = \frac{(\nu' - 1)\sigma_C \sigma_T}{\nu' \sigma_C - \sigma_T} \quad (4.6)$$

Dla osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających odpowiadającego próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania, a więc przypadku gdy naprężenia przyłożone spełniają nierówność  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ , warunek (4.4) przyjmuje postać

$$(\sigma_1 - \sigma_3') + p_1[\sigma_3' - \nu'(\sigma_1 + \sigma_3')] = p_2 \quad (4.7)$$

i, w formie funkcji  $\sigma_1 = f(\sigma_3^+)$  -

$${}^F\sigma_1 = \frac{p_2}{1 - p_1 \nu'} + \frac{1 - p_1 + p_1 \nu'}{1 - p_1 \nu'} \sigma_3^+ \quad (4.8)$$

Pisząc w tych równaniach  $\sigma_3^+$  zamiast, po prostu,  $\sigma_3$  (gdzie  $\sigma_3^+ \equiv \sigma_2 = \sigma_3$ ) daję do zrozumienia, że nie pomijam w nich (dzięki teorii wytrzymałościowej, która korzysta z pojęcia intensywności naprężenia (por. warunek (4.2)), pośredniego przyłożonego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ).

Po podstawieniu do (4.8) wyrażeń (4.5) i (4.6) otrzymuje się ostatecznie liniowy warunek wytrzymałościowy w postaci

$${}^F\sigma_1 = \sigma_C + \frac{(1 - 2\nu')\sigma_C + \nu' \sigma_T}{(1 - \nu')\sigma_T} \sigma_3^+ \quad (4.9)$$

lub jeszcze inaczej

$${}^F\sigma_1 = \sigma_C + \frac{\nu' + (1 - 2\nu')z}{1 - \nu'} \sigma_3^+ \quad (4.10)$$

gdzie  $z$  jest tzw. wskaźnikiem kruchości,  $z = \sigma_C / \sigma_T$ .

Warunek (4.10) obowiązuje dla  $0 \leq \nu' \leq 0,5$ . Dla  $\nu' = 0$  przyjmuje on postać tzw. podstawowego warunku liniowego (nazywanego przez niektórych także warunkiem Andersona):

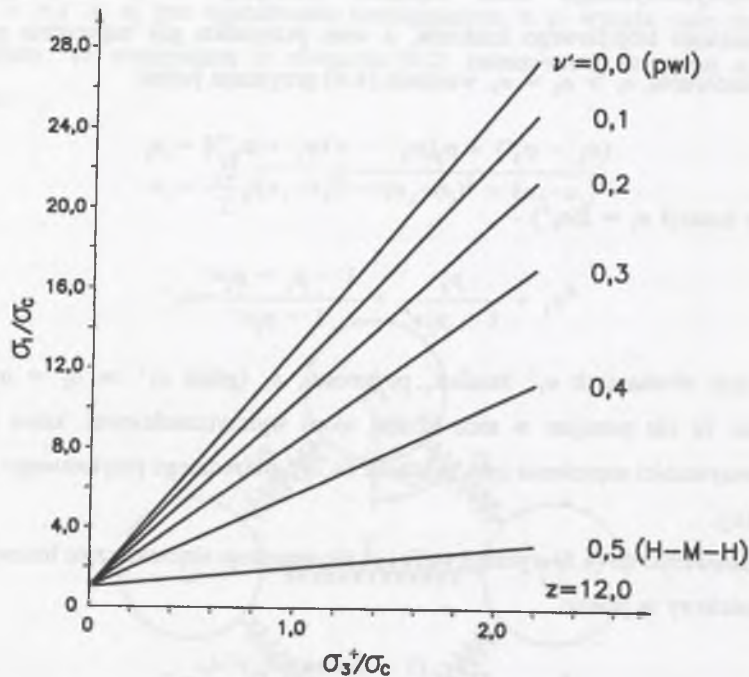
$${}^F\sigma_1 = \sigma_C + z \sigma_3 \quad (4.11)$$

zaś dla  $\nu' = 0,5$  przyjmuje postać warunku plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego -



$$F_{\sigma_1} = \sigma_c + \sigma_3^* \quad (4.12)$$

Na rysunku 4.4 przedstawione są wykresy  $F_{\sigma_1}/\sigma_c = f(\sigma_3^*/\sigma_c)$  wyrażające ogólny warunek (4.10) dla wskaźnika kruchości  $z$  równego 12,0 i wartości stałej  $\nu'$  zmieniających się w przedziale od 0,0 do 0,5.



Rys. 4.4. Interpretacja graficzna nowego, ogólnego liniowego warunku wytrzymałościowego  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3^*)$  dla różnych wartości stałej strukturalnej  $\nu'$  przy wskaźniku kruchości  $z = \sigma_c/\sigma_T$  równym 12,0  
Fig. 4.4. Graphical interpretation of the new, general linear strength criterion  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3^*)$  for different values of the structural constant  $\nu'$  and the brittleness index  $z = \sigma_c/\sigma_T$  equal to 12.0

Warto zwrócić uwagę, że zaproponowany tu nowy, ogólny warunek wytrzymałościowy (4.10) należy do grupy warunków liniowych typu

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c + g(z) \sigma_3 \quad (4.13)$$

tak, jak podstawowy warunek liniowy (4.11), warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c + \frac{3z-1}{2} \sigma_3^* \quad (4.14)$$

i zmodyfikowany warunek Griffitha

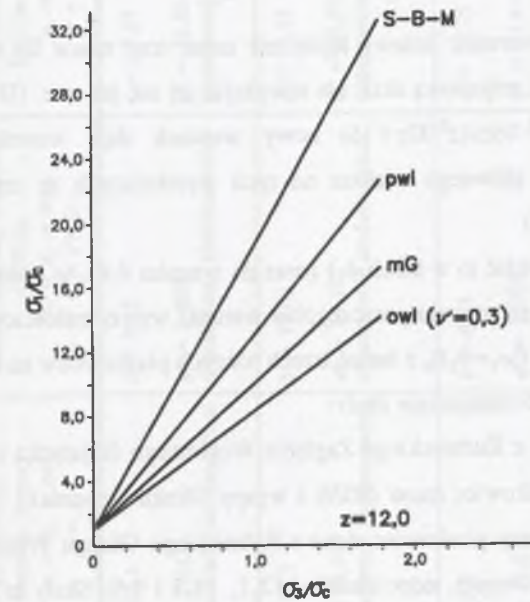
$$F_{\sigma_1} = \sigma_c + \frac{1}{16} z^2 \sigma_3 \quad (\text{dla } \sigma_{cc}=0) \quad (4.15)$$

(por. Kwaśniewski (1986c, 1987b, 2000a)).

Na rysunku 4.5 wszystkie te trzy warunki oraz nowy warunek

$$\frac{F_{\sigma_1}}{\sigma_c} = 1 + \frac{\nu' + (1-2\nu')z}{1-\nu'} \frac{\sigma_3^*}{\sigma_c} \quad (4.16)$$

zilustrowane są wykresami  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3)$  dla  $z = 12$  ( $\nu' = 0,3$ ):



Rys. 4.5. Porównanie wartości granicznego naprężenia największego ( $F_{\sigma_1}$ ) określonych nowym, ogólnym liniowym warunkiem kruchogo zniszczenia (owl), zmodyfikowanym warunkiem Griffitha (mG), podstawowym warunkiem liniowym (pwl) i warunkiem Sandela-Botkina-Mirolubowa (S-B-M)

Fig. 4.5. Comparison of the values of the limiting maximum principal stress ( $F_{\sigma_1}$ ) determined by the new, general linear strength criterion (owl), modified Griffith criterion (mG), basic linear criterion (pwl) and Sandela-Botkin-Mirolubov criterion (S-B-M)

warunek S-B-M -

$$\frac{F_{\sigma_1}}{\sigma_c} = 1 + 17,5 \frac{\sigma_3^*}{\sigma_c} \quad (4.17)$$



podstawowy warunek liniowy -

$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + 12,0 \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \quad (4.18)$$

zmodyfikowany warunek Griffitha -

$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + 9,0 \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \quad (4.19)$$

i warunek proponowany przez autora tej pracy -

$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + 7,3 \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \quad (4.20)$$

Nowy, uogólniony warunek liniowy lepiej niż tamte trzy znane do tej pory określa rzeczywistą wytrzymałość trójosiową skał, nie zawyżając jej tak jak one. (UWAGA: Jednak dla wartości  $\nu' < (z^2 - 16z)/(z^2 - 32z + 16)$  nowy warunek daje wartości granicznego największego naprężenia głównego większe od tych wynikających ze zmodyfikowanego warunku Griffitha (4.15).)

Szczególnie dobrze widać to w tabeli 4.1 (oraz na rysunku 4.6), w której zestawione są wyniki porównania, w jakim stopniu poszczególne warunki wytrzymałościowe odpowiadają danym empirycznym  $[\sigma_1 = f(\sigma_3 = \sigma_2)]_F$  z badań trzech różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie. Są to następujące skały:

- piaskowiec *Kuzbass* z Kuźnieckiego Zagłębia Węglowego (azjatycka część Rosji),
- średnioziarnisty piaskowiec *Izumi (BSH)* z wyspy Sikoku (Japonia) i
- drobno-średnioziarnisty piaskowiec *Anna* z Rybnickiego Okręgu Węglowego,

o wskaźniku kruchości z równym, odpowiednio, 12,1, 16,5 i 9,9. Skały te były badane na ściskanie przy ciśnieniach okólnych sięgających 54 MPa (piaskowiec *Anna*), 94 MPa (piaskowiec *Kuzbass*) i 150 MPa (piaskowiec *Izumi (BSH)*). Ulegały przy tych ciśnieniach zniszczeniu kruchemu i tylko piaskowiec *Izumi (BSH)* przy ciśnieniach 100 MPa i 150 MPa wykazywał cechy przejściowe (T) pomiędzy stanem kruchym (B) i ciągliwym (D).

Jak okazuje się, w przypadku wszystkich trzech piaskowców warunek wytrzymałościowy Sandela-Botkina-Mirolubowa, podstawowy warunek liniowy i zmodyfikowany warunek Griffitha znacznie zawyżają wytrzymałość trójosiową, dając dopasowanie do danych empirycznych zdecydowanie złe, niedostateczne, ze współczynnikiem zgodności  $\varphi^2$  (patrz

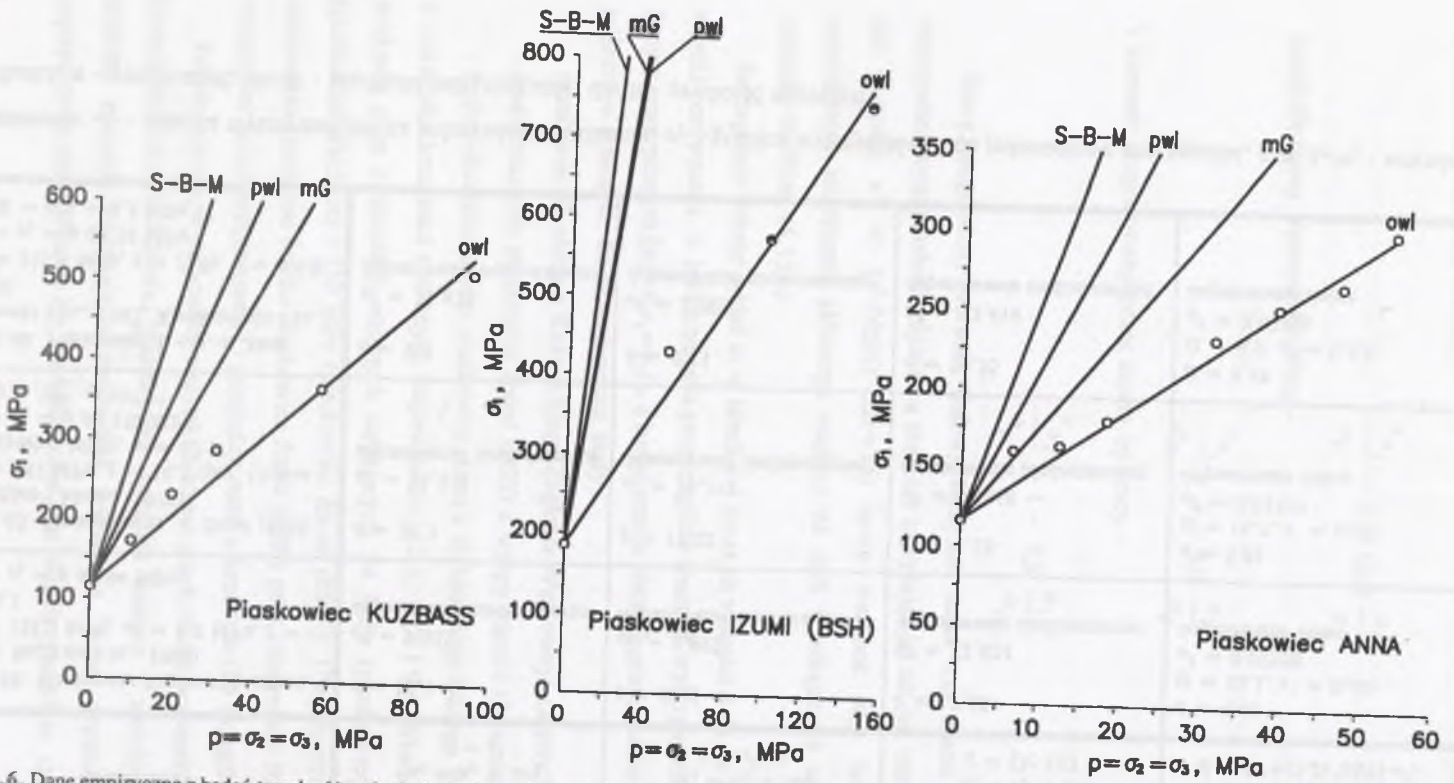
Tabela 4.1

Wyniki oceny zgodności czterech liniowych funkcji wytrzymałościowych  $F\sigma_1 = f(\sigma_3)$  z danymi empirycznymi z badań trzech różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Rodzaj skały	Podstawowy warunek liniowy $F\sigma_1 = \sigma_c + a\sigma_3$ $a = z$	Zmodyfikowany warunek Griffitha $F\sigma_1 = \sigma_c + b\sigma_3$ $b = z^2/16$	Warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa $F\sigma_1 = \sigma_c + c\sigma_3$ $c = (3z-1)/2$	Nowy warunek kruchości zniszczenia $F\sigma_1 = \sigma_c + d\sigma_3$ $d = [\nu' + (1-2\nu')z]/(1-\nu')$
CSR-28. Piaskowiec <i>Kuzbass</i> (Kumrysz, 1964; Ilnickaja i in., 1969) $\sigma_c = 115,2$ MPa, $\sigma_T = 9,5$ MPa, $z = 12,1$ $\sigma_3 = \sigma_2 = p$ do 94 MPa	$a = 12,1$ $\varphi^2 = 7,618$ dopasowanie niedostateczne	$b = 9,15$ $\varphi^2 = 2,893$ dopasowanie niedostateczne	$c = 17,65$ $\varphi^2 = 22,624$ dopasowanie niedostateczne	$d = 4,45$ ( $z = 12,1, \nu' = 0,41$ ) $\varphi^2 = 0,02558$ dopasowanie dobre
CSR-83. Piaskowiec śr.-z. <i>Izumi (BSH)</i> (Hoshino i Mitsui, 1975) $\sigma_c = 187$ MPa, $z = 16,5$ (por. Otsuka i Kobayashi, 1982), $n = 4,1\%$ $\sigma_3 = \sigma_2 = p$ do 150 MPa $de/dt = 10^{-4} \div 10^{-5}$ s <sup>-1</sup>	$a = 16,5$ $\varphi^2 = 33,413$ dopasowanie niedostateczne	$b = 17,02$ $\varphi^2 = 36,191$ dopasowanie niedostateczne	$c = 24,25$ $\varphi^2 = 86,868$ dopasowanie niedostateczne	$d = 3,85$ ( $z = 16,5, \nu' = 0,45$ ) $\varphi^2 = 0,01757$ dopasowanie dobre
CSR-96. Piaskowiec d.-śr.-z. <i>Anna</i> (Borecki i in., 1982; Kwaśniewski i in., 1983) $\sigma_c = 115,4$ MPa, $z = (9,9), n = 4,6\%$ $\sigma_3 = \sigma_2 = p$ do 54 MPa $de/dt = 0,4 \div 0,5$ MPa s <sup>-1</sup>	$a = 9,9$ $\varphi^2 = 11,675$ dopasowanie niedostateczne	$b = 6,13$ $\varphi^2 = 2,005$ dopasowanie niedostateczne	$c = 14,35$ $\varphi^2 = 33,414$ dopasowanie niedostateczne	$d = 3,48$ ( $z = 9,9, \nu' = 0,42$ ) $\varphi^2 = 0,02421$ dopasowanie dobre

Objaśnienia:  $\sigma_c$  - granica wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie,  $\sigma_T$  - granica wytrzymałości na jednoosiowe rozciąganie,  $z = \sigma_c/\sigma_T$  - wskaźnik kruchości,  $n$  - porowatość,  $de/dt$  - predkość odkształcania,  $d\sigma/dt$  - predkość naprężeń





Rys. 4.6. Dane empiryczne z badań trzech różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie (kółka) z wykresami  $f\sigma_1 = f(\sigma_3)$  odpowiadającymi warunkowi Sandel-Botkina-Mirolubowa (S-B-M), podstawowemu warunkowi liniowemu (pwl), zmodyfikowanemu warunkowi Griffitha (mG) i nowemu, ogólnemu warunkowi podanemu przez autora (owl) (zob. dodatkowo tab. 4.1)

Fig. 4.6. Empirical data from conventional triaxial compression tests of three various sandstones (circles) with plots  $f\sigma_1 = f(\sigma_3)$  corresponding to Sandel-Botkin-Mirolubov criterion (S-B-M), basic linear criterion (pwl), modified Griffith criterion (mG) and the new, general criterion given by the author (owl) (see additionally Table 4.1)

Dodatek 1 na końcu tej pracy) przewyższającym 0,5, równym w najlepszym przypadku 2,005 (wyniki z badań nad wytrzymałością trójosiową piaskowca *Anna* aproksymowane zmodyfikowanym warunkiem Griffitha).

Natomiast zaproponowany w tej pracy nowy, uogólniony warunek liniowy we wszystkich trzech przypadkach analizowanych piaskowców aproksymował dane empiryczne  $f\sigma_1 = f(\sigma_2 = \sigma_3)$  dobrze, ze współczynnikiem zgodności ( $\phi^2$ ) nie przekraczającym 0,026.



## 5. O CHARAKTERZE ZALEŻNOŚCI WYTRZYMAŁOŚCI GRANICZNEJ SKAŁ OD CIŚNIENIA OKÓLNEGO I OGRANICZONEJ PRZYDATNOŚCI WARUNKU LINIOWEGO

W pracy poświęconej wpływowi ciśnienia na wytrzymałość skał i fizycznej interpretacji warunku zniszczenia Coulomba Mogi (1974b) pokazano - por. rys. 5.1 - że dla większości skał warunek ten dobrze opisuje zależność wytrzymałości granicznej od ciśnienia okólnego, ale tylko dla pewnego określonego przedziału ciśnień. W przedziale tym zależność  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(\sigma_3)$  wyrażona jest prostą o nachyleniu odpowiadającym współczynnikowi tarcia wewnętrznego  $\mu_i = 0,6$  w przypadku skał krzemianowych i  $\mu_i = 0,4 \div 0,5$  w przypadku łałupków.

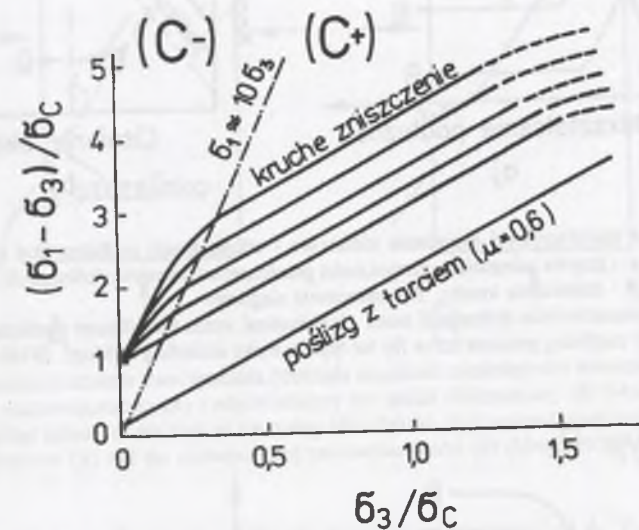
Niewielkim ciśnieniom okólnym w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania właściwy jest efekt wysokiej czułości ciśnieniowej wytrzymałości wywołany spękaniami skał. Efekt ten wyraża się wypukłością krzywej  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(\sigma_3)$  w kierunku osi wytrzymałości granicznej (por. rys. 5.1). Wpływ ciśnienia okólnego na wytrzymałość skały jest więc największy wtedy, gdy zamyka ono pierwotne mikroszczelinki.

Krzywa wyrażająca zależność wytrzymałości granicznej od ciśnienia okólnego ztraca cechę liniowości także przy wysokich ciśnieniach, gdy skały przechodzą ze stanu kruchego w stan ciągliwy. Można przy tym wyróżnić dwa typy zachowań skał.

W przypadku skał typu A (należą do nich głównie skały węglanowe) zniszczenie, z towarzyszącym mu charakterystycznym spadkiem naprężenia, następuje dopiero po wystąpieniu pewnych odkształceń trwałych, które są tym większe, im większe jest ciśnienie okólne (rys. 5.2a). Odkształcenia te powstają w procesie jednorodnej deformacji plastycznej, płynięcia poślizgowego. Przejście skał typu A ze stanu kruchego w stan ciągliwy następuje, gdy granica plastyczności staje się niższa od silniej rosnącej w miarę zwiększania ciśnienia okólnego granicy wytrzymałości.

W przypadku skał typu B (należą do nich głównie skały krzemianowe) towarzyszący zniszczeniu spadek naprężenia następuje bezpośrednio po osiągnięciu granicy wytrzymałości (rys. 5.3a). Przejście skał typu B ze stanu kruchego w stan ciągliwy następuje, gdy w warunkach dostatecznie wysokiego ciśnienia opór tarcia na płaszczyźnie zniszczenia (ścianania) staje się większy od wytrzymałości na ścinanie. Skały te odkształcają się plastycznie w procesie płynięcia kataklastycznego (poślizgu z tarciami).

Tym różnym typom zachowań odpowiadają także różne charaktery zależności wytrzymałości granicznej od ciśnienia. W przypadku skał typu A (rys. 5.2) nachylenie krzywej wytrzymałość graniczna - ciśnienie okólne (stałe w przedziale zachowań kruchych B) zaczyna maleć w pobliżu granicy (ciśnienia) przejścia ze stanu kruchego B w stan ciągliwy D, by przy ciśnieniach jeszcze większych osiągnąć w końcu wartość równą 0 (por. rys. 5.2b), a więc odpowiadającą materiałowi plastycznemu w sensie Hubera-Misesa-Hencky'ego.

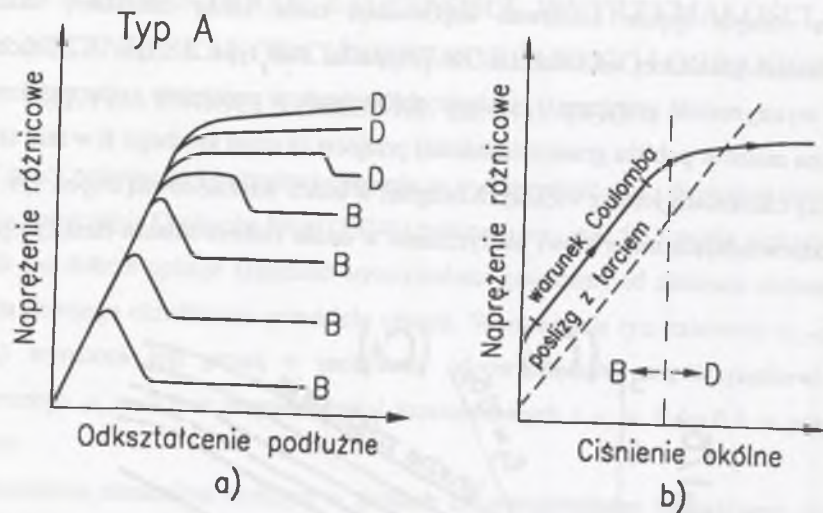


Rys. 5.1. Typowe krzywe wyrażające zależność wytrzymałości granicznej skał od ciśnienia okólnego ( $\sigma_3 = p$ ) i prosta  $\sigma_1 \approx 10\sigma_3$  rozdzielająca obszary (-C) i (+C), w których warunek Coulomba, odpowiednio, nie obowiązuje i obowiązuje (wg Mogiego, 1974b)  
Fig. 5.1. Typical plots of a relationship between ultimate strength and confining pressure ( $\sigma_3 = p$ ), and the straight line  $\sigma_1 \approx 10\sigma_3$  that divides regions (+C) and (-C) where Coulomb criterion holds and does not hold, respectively (after Mogi, 1974b)

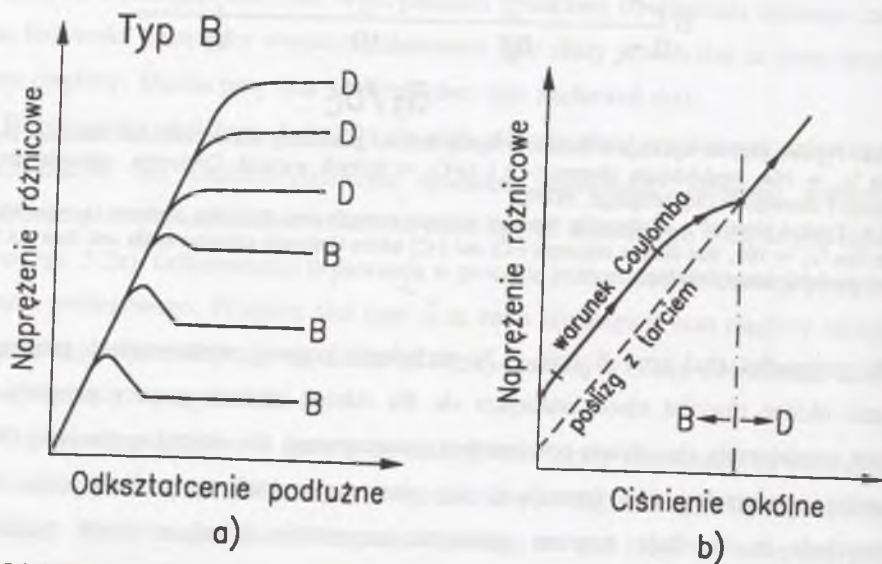
W przypadku skał typu B (rys. 5.3) nachylenie krzywej wytrzymałość graniczna - ciśnienie okólne również nieco zmniejsza się dla ciśnień bliskich granicy przejścia B-T wskutek zmniejszania się udziału powierzchni nienaruszonej, nie objętej spękaniami ( $A_1$ ) w całkowitej powierzchni ( $A$ ) formującej się płaszczyzny makrozniszczenia (rys. 5.4). Powierzchnie te określają bowiem graniczne naprężenie ścinające skały zgodnie z wyprowadzoną przez Mogiego, 1974b (zob. również Savage i in., 1996) formułą

$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{T_1}{A} + \frac{T_2}{A} + \frac{T_3}{A} = \tau_1 \frac{A_1}{A} + \mu_e \sigma_n \frac{A_2}{A_1 + A_2} \quad (5.1)$$

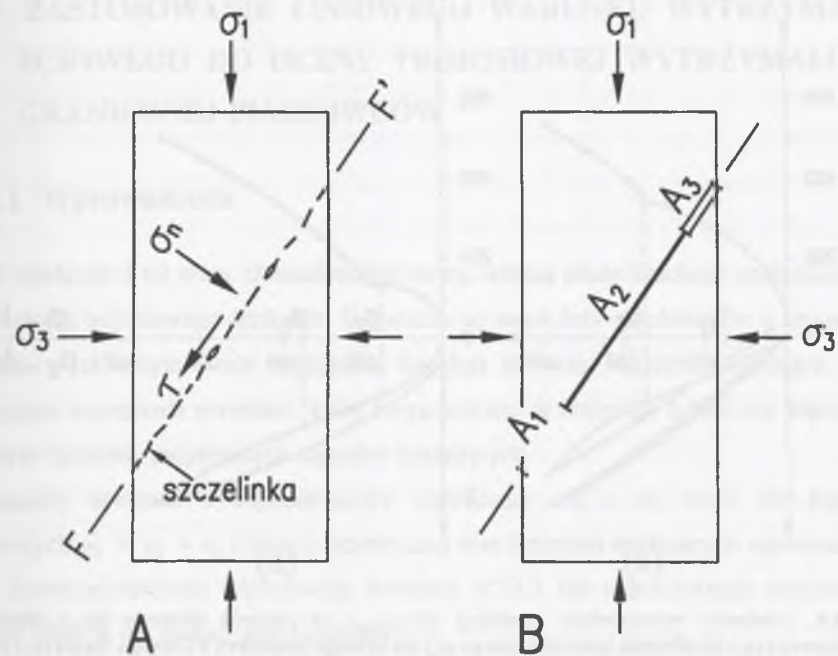




Rys. 5.2. Typowe charakterystyki naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne skał typu A dla różnych ciśnień okólnych (a) i krzywa zależności wytrzymałości granicznej od ciśnienia okólnego dla skał typu A (b) wg Mogiego, 1974b (B - zniszczenie kruche, D - zniszczenie ciągliwe)  
 Fig. 5.2. Typical characteristics differential stress - longitudinal strain for different confining pressures (a) and ultimate strength vs confining pressure curve (b) for type-A rocks according to Mogi, 1974b (B - brittle failure, D - ductile failure)



Rys. 5.3. Typowe charakterystyki naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne skał typu B dla różnych ciśnień okólnych (a) i krzywa zależności wytrzymałości granicznej od ciśnienia okólnego dla skał typu B (b) wg Mogiego, 1974b (B - zniszczenie kruche, D - zniszczenie ciągliwe)  
 Fig. 5.3. Typical characteristics differential stress - longitudinal strain for different confining pressures (a) and ultimate strength vs confining pressure curve (b) for type-B rocks according to Mogi, 1974b (B - brittle failure, D - ductile failure)



Rys. 5.4. Uproszczony schemat stanu spekania (rozkładu szczeliniek zamkniętych i otwartych) wzdłuż formującej się płaszczyzny makrozniszczenia (A) i odpowiadający mu model obliczeniowy (B) (Mogi, 1974b)  
 Fig. 5.4. Simplified scheme of the state of fracturing (distribution of closed and open cracks) along the forming plane of macrofracture (A) and the corresponding calculation model (B) (Mogi, 1974b)

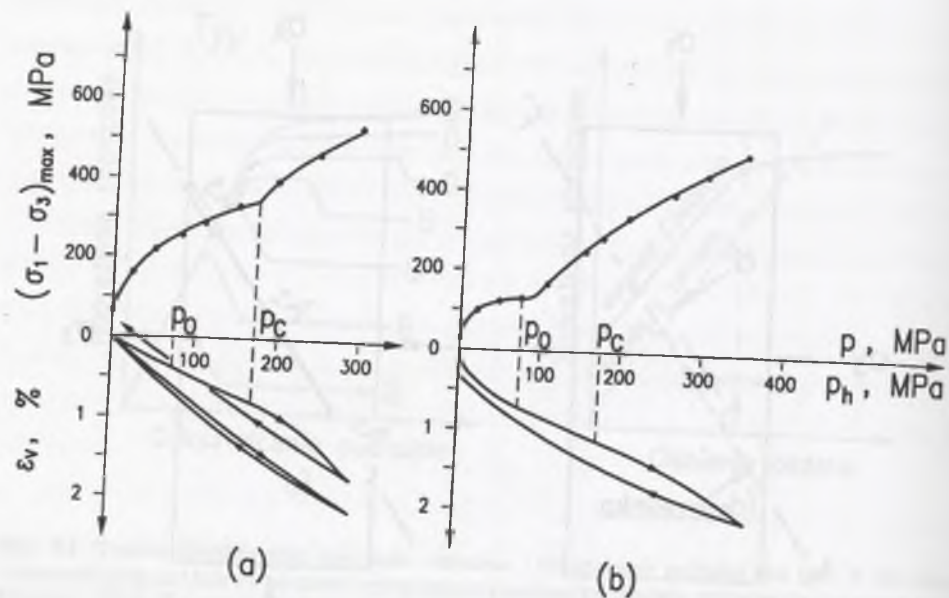
gdzie:  $T = T_1 + T_2 + T_3$  - całkowity opór ścinania na powierzchni A,  $T_1$  - opór ścinania na powierzchni  $A_1$  (skała nienaruszona),  $T_2$  - opór tarcia na powierzchni  $A_2$  (zamknięte szczelinki),  $T_3 = 0$  - opór tarcia na powierzchni  $A_3$  (otwarte szczelinki),  $\tau_1$  - naturalna (przyrodzona) wytrzymałość materiału na ścinanie,  $\mu_e$  - współczynnik tarcia zewnętrznego, rozumiany jako współczynnik tarcia mikroślizgowego na ściankach mikroszczeliniek,  $\mu_e \equiv \mu_{mis}$ .

Ostatecznie jednak, przy ciśnieniach jeszcze większych (gdy  $A_1 = 0$ ), krzywa opisująca wytrzymałość graniczną w zależności od ciśnienia okólnego pokrywa się z krzywą właściwą ślizgowi z tarciem, zgodnie z którą wytrzymałość rośnie liniowo ze wzrostem ciśnienia (por. rys. 5.3b).

O warunkach (ciśnieniach) przejścia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy traktują szczegółowo rozdziały 11 i 12 tej pracy.

Na pokazany na rysunku 5.3b specyficzny charakter zależności wytrzymałości granicznej od ciśnienia okólnego zwrócił uwagę także Gustkiewicz (1989). Na podstawie badań próbek





Rys. 5.5. Zależności wytrzymałości granicznej  $((\sigma_1 - \sigma_3)_{max})$  od ciśnienia okólnego ( $p$ ) i odkształcenia objętościowego ( $\epsilon_v$ ) od ciśnienia hydrostatycznego ( $p_h$ ) dla pewnego piaskowca z Górnego Śląska (a) i pewnego piaskowca z Wogezów (b) (Gustkiewicz, 1989);  $p_0$  jest ciśnieniem, przy którym pierwotne mikroszczelinki ulegają całkowitemu zamknięciu,  $p_c$  oznacza ciśnienie konsolidacji

Fig. 5.5. Ultimate strength  $((\sigma_1 - \sigma_3)_{max})$  vs confining pressure ( $p$ ) and volumetric strain ( $\epsilon_v$ ) vs hydrostatic pressure ( $p_h$ ) for a sandstone from Upper Silesia (a) and for a sandstone from the Vosges Mountains (b) (Gustkiewicz, 1989);  $p_0$  is the pressure under which microcracks become completely closed, and  $p_c$  is the consolidation pressure

pewnego prekambryjskiego marmuru z Sudetów, wapienia jurajskiego z Morawicy, kredowej gęzy z miejscowości Louny koło Pragi, różnych piaskowców karbońskich z Dolnego i Górnego Śląska oraz permskiego piaskowca z Wogezów na hydrostatyczne ściskanie i na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach sięgających 350 MPa stwierdził, że generalnie malejące tempo wzrostu wytrzymałości granicznej ze wzrostem ciśnienia okólnego ulega wzrostowi (zob. rys. 5.5), jeżeli tylko ciśnienie okólne (hydrostatyczne) przyłożone do próbki w pierwszym stadium próby CTC jest większe od ciśnienia kompaktacji ( $p_0$  na rysunku 5.5) i/lub od ciśnienia konsolidacji ( $p_c$  na rysunku 5.5).

## 6. ZASTOSOWANIE LINIOWEGO WARUNKU WYTRZYMAŁOŚCIOWEGO DO OCENY TRÓJOSIOWEJ WYTRZYMAŁOŚCI GRANICZNEJ PIASKOWCÓW

### 6.1. Wprowadzenie

W rozdziale 4 tej pracy sformułowałem nową, własną teorię kruchego zniszczenia skał w warunkach trójosiowego ściskania. U podstaw tej teorii leży założenie, że o zniszczeniu materiału w złożonym stanie naprężenia decydują zarówno naprężenia ścinające, jak i rozciągające naprężenia normalne, które mogą powstać w materiale o budowie klastycznej poddanym działaniu przyłożonych naprężeń ściskających.

Liniowy warunek wytrzymałościowy wywodzący się z tej teorii dla naprężeń przyłożonych  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  (osiowo-symetryczny stan naprężeń ściskających odpowiadający próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania (CTC) lub zredukowanego trójosiowego ściskania (RTC)) ma postać, przypomnijmy:

$$F\sigma_1 = \sigma_c + b\sigma_3^+ \quad (6.1a)$$

W warunku tym  $\sigma_c$  oznacza wytrzymałość graniczną skały na jednoosiowe ściskanie, a naprężenie  $\sigma_3^+$  równe jest ciśnieniu okólnemu  $p$  w próbie CTC lub RTC. Indeks "+" wprowadziłem tutaj, żeby zaznaczyć, że wspomniana powyżej teoria kruchego zniszczenia skał uwzględnia wpływ zarówno najmniejszego ( $\sigma_3$ ), jak i pośredniego ( $\sigma_2$ ) naprężenia głównego na wytrzymałość materiału, a w obecnie rozważanym przypadku  $\sigma_3 = \sigma_2$ .

Współczynnik  $b$  w warunku (6.1a) jest pewną funkcją tzw. wskaźnika kruchości skały  $z = \sigma_c/\sigma_T$  (gdzie  $\sigma_T$  jest granicą wytrzymałości skały na jednoosiowe rozciąganie) i pewnej zależnej od budowy materiału skalnego i stanowiącej o wartości tzw. naprężeń efektywnych stałej  $\nu'$ :

$$b = \frac{\nu' + (1 - 2\nu')z}{1 - \nu'} \quad (6.1b)$$

Nowy warunek wytrzymałościowy (6.1) należy do grupy warunków liniowych typu

$$F\sigma_1 = \sigma_c + g(z)\sigma_3 \quad (6.2)$$

tak, jak podstawowy warunek liniowy (4.11), warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa (4.14) i zmodyfikowany warunek Griffitha (4.15) (przy założeniu, że w przypadku długich, wąskich mikroszczelinek Griffithowskich naprężenie  $\sigma_c$  potrzebne do ich zamknięcia równe jest 0).



Na przykładzie pewnego piaskowca *Kuzbass* z Kuźnieckiego Zagłębia Węglowego, średnioziarnistego piaskowca *Izumi (BSH)* z wyspy Sikoku, Japonia, oraz drobno-średnioziarnistego piaskowca *Anna* z Rybnickiego Okręgu Węglowego pokazałem, że nowy warunek dobrze opisuje wytrzymałość graniczną tych skal w warunkach konwencjonalnego ściskania, nie zawyżając jej tak, jak czyni to podstawowy warunek liniowy, warunek Sandela-Botkina-Mirolubowa i zmodyfikowany warunek Griffitha.

W wyniku aproksymacji danych doświadczalnych  $[\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)]_F$  funkcją wytrzymałościową (6.1) ustaliłem, że wartości parametru  $\nu'$  dla trzech wspomnianych powyżej piaskowców (o oznaczonym eksperymentalnie wskaźniku kruchości  $z = 9,9 \div 16,5$  i porowatości niższej od 5%) wynoszą od 0,41 do 0,45.

W tym rozdziale analiza ilościowa nowego warunku liniowego zostanie znacznie bardziej pogłębiona. Podstawę tej analizy stanowić będą dane empiryczne z badań wielu dziesiątków różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie.

## 6.2. Pochodzenie i właściwości piaskowców wybranych do analizy

W celu zebrania danych liczbowych na temat wytrzymałości granicznej piaskowców w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania dokonałem przeglądu i analizy wyników badań eksperymentalnych nad wytrzymałościowymi i odkształceniowymi właściwościami stu czterdziestu dwóch różnych stratygraficznych, mineralogicznych, diagenetycznych, strukturalnych i teksturalnych typów, rodzajów i odmian zlepieńców i piaskowców kwarcowych, arkozowych, szarogłazowych i polimiktycznych, a także piaskowców piroklastycznych (wulkanicznych, tufowych i pumeksowych) z obszaru Azji, Europy, Ameryki Północnej, Afryki i Australii, w tym:

- 51 z Wysp Japońskich (Honsiu, Hokkaido, Kiusiu, Sikoku i Amakusa),
- 24 z terytorium Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej,
- 21 z terytorium Polski,
- 11 z europejskiej części byłego Związku Radzieckiego,
- 1 z azjatyckiej części byłego Związku Radzieckiego,
- 5 z terytorium byłego Związku Radzieckiego (dokładna lokalizacja nie jest znana),
- 9 z Wysp Brytyjskich,
- 6 z obszaru Niemiec,
- 4 z terytorium byłej Czechosłowacji,

- po 2 z Południowej Afryki i z Indii,
- po 1 z Australii, Francji, Szwajcarii i Węgier,
- i 2 nieznanego pochodzenia.

Znakomita większość tych skał opisana jest w tablicy 1.1 w pracy Kwaśniewskiego (1988b). Podane są tam nazwy poszczególnych skał, miejsce ich występowania (rejon geograficzny i głębokość zalegania), wiek geologiczny i przynależność stratygraficzna, wielkość ziaren, porowatość, gęstość objętościowa, opis makro- i mikroskopowy oraz skład mineralny i/lub chemiczny.

Wśród tych skał, co do których dysponowałem informacjami o wieku geologicznym oraz podstawowych właściwościach strukturalno-fizycznych i mechanicznych, reprezentowane są piaskowce od bardzo drobnoziarnistych do bardzo gruboziarnistych i zlepieńców, pochodzące z epok geologicznych od kambru (wiek ok. 540 mln lat) do dolnego pliocenu (ok. 10 mln lat), występujące na głębokościach od powierzchni terenu do 5000 m, o porowatości od 0,2% do 55,9%, o gęstości objętościowej od 1,39 gcm<sup>-3</sup> do 2,68 gcm<sup>-3</sup> i o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 4,6 MPa do ok. 291 MPa.

Skąły te były badane przez różnych badaczy na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$ ) przy ciśnieniach okólnych ( $p$ ) do max. 300 MPa, z prędkościami odkształceń od 10<sup>-5</sup> do 10<sup>-4</sup> s<sup>-1</sup>, w temperaturze pokojowej.

Wyniki badań eksperymentalnych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie wyrażające graniczne największe naprężenie główne ( $\sigma_{1max} \equiv \sigma_1$ ) w zależności od ciśnienia okólnego w stanie kruchym i co najwyżej, przejściowym pomiędzy kruchym a ciągliwym zgromadziłem dla siedemdziesięciu pięciu różnych piaskowców:

- 25 piaskowców z Wysp Japońskich (badanych przez Hoshino i in., 1972 oraz przez Hoshino i Mitsuego, 1975),
- 19 piaskowców z terytorium Polski (Borecki i in., 1980, 1982a,b; Długosz i in., 1981; Kwaśniewski, 1983a,d; Kwaśniewski i in., 1981-1983; Gustkiewicz, 1984, 1985a; Kwaśniewski i Szutkowski, 1988),
- 13 piaskowców z Wysp Brytyjskich (Murrell, 1965; Ramez, 1967; Franklin i Hoek, 1970; Misra, 1972),
- 8 piaskowców z europejskiej i azjatyckiej części terytorium byłego Związku Radzieckiego (Kuntysz, 1965; Ilnickaja i in., 1969; Czirkow, 1973; Głuszko i Kirniczanskij, 1974),
- 4 piaskowce z terytorium Stanów Zjednoczonych AP (Bredthauer, 1957; Handin i Hager, 1957; Handin i in., 1963),



- 3 piaskowce z obszaru Niemiec (von Kármán, 1911; Everling, 1960; Gowd i Rummel, 1980),
- jeden piaskowiec z Południowej Afryki (Bieniawski i Denkhaus, 1966/1967),
- 2 piaskowce nieznanego pochodzenia (Bowen, 1984).

Były wśród nich piaskowce o porowatości od 0,2% - piaskowiec drobnoziarnisty *Pennant* z Południowej Walii do 33,1% - wulkaniczny piaskowiec bardzo gruboziarnisty *Zushi* z półwyspu Miura na wyspie Honsiu, Japonia, o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 5,9 MPa - piaskowiec *ITVK* o dużej porowatości z terytorium byłego Związku Radzieckiego do 260,0 MPa - piaskowiec średnioziarnisty *Naharigawa (BSC)* z półwyspu Muroto na wyspie Sikoku, Japonia, i o wskaźniku kruchości ( $z = \sigma_c / \sigma_T$ ) od 7,0 - drobnoziarnisty piaskowiec *Victoria* z Dolnego Śląska do 39,3 - piaskowiec cechsztyński o lepisczu ilastym *DKK* z terytorium Polski.

Gromadząc wyniki badań korzystałem tylko i wyłącznie ze źródłowych danych liczbowych; w przypadku braku takowych nie starałem się odczytywać wartości granicznego największego naprężenia głównego ( $^F\sigma_1$ ) z charakterystyk naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne czy też z wykresów zależności wytrzymałości granicznej  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}$  od ciśnienia okólnego.

Wartościami wskaźnika kruchości ( $z$ ) dysponowałem tylko dla 29 piaskowców. Na podstawie tych dostępnych danych obliczyłem wartość średnią wskaźnika -  $z_{sr} = 15,3$  - i tę wartość przyporząkowałem wszystkim pozostałym skałom tak, żeby można było obliczyć z formuły (6.1b) wartości parametru  $\nu'$ .

### 6.3. Ocena zgodności nowego liniowego warunku kruchego zniszczenia z wynikami badań piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Siedemdziesiąt pięć zestawów danych empirycznych  $^F\sigma_1 = f(p)$  aproksymowałem nowym liniowym warunkiem wytrzymałościowym (6.1), szukając odpowiedzi na pytanie, w jakim stopniu ten warunek nadaje się do oceny granicy wytrzymałości na trójosiowe ściskanie, i jakie wartości występującego w nim parametru  $\nu'$  właściwe są tej tak licznej populacji piaskowców (tab. 6.1).

Aproksymacji dokonałem przy założeniu, że  $[^F\sigma_1(0)]_{\text{obl}} = [^F\sigma_1(0)]_{\text{pom}} = \sigma_c$ . Było to

równoznaczne z żądaniem, by prosta regresji przechodziła przez punkt o oznaczonych eksperymentalnie w próbie jednoosiowego ściskania współrzędnych  $(0, \sigma_c)$ . Za miarę dobroci dopasowania przyjąłem współczynnik zgodności  $\varphi^2$  i posłużyłem się przedstawioną w Dodatku 1 do tej pracy klasyfikacją, żeby ocenić, jak dalece liniowy warunek wytrzymałościowy (6.1)

Tabela 6.1

Zestawienie symboli i nazw piaskowców, których dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  z badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie posłużyły do weryfikacji ilościowej nowego warunku wytrzymałościowego

Lp.	Symbol skały	Nazwa skały
1	CSR-1	Piaskowiec <i>Mutenberg</i>
2	CSR-5	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Rush Springs</i>
3	CSR-6a	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Barns (N)</i>
4	CSR-8	Piaskowiec bardzo drobnoziarnisty <i>Oil Creek</i>
5	CSR-10	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Girondelle</i>
6	CSR-12	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Berea</i>
7	CSR-2a	Piaskowiec <i>Darley Dale-M</i>
8	CSR-2b	Piaskowiec <i>Darley Dale-R</i>
9	CSR-24	Piaskowiec <i>DKK</i>
10	CSR-25	Piaskowiec <i>ITVK</i>
11	CSR-26a	Piaskowiec <i>Gorskaja (1) (N)</i>
12	CSR-26b	Piaskowiec <i>Gorskaja (2) (N)</i>
13	CSR-27	Piaskowiec <i>KMA</i>
14	CSR-28	Piaskowiec <i>Kuzbass</i>
15	CSR-29	Piaskowiec <i>Workuta</i>
16	CSR-30	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Derbyshire</i>
17	CSR-2c	Piaskowiec <i>Darley Dale-FH</i>
18	CSR-31	Piaskowiec <i>Pennant</i>
19	CSR-33	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Ohmagari</i>
20	CSR-34	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Shakubetsu</i>
21	CSR-40	Piaskowiec tufowy drobnoziarnisty <i>Nanatani</i>
22	CSR-44	Piaskowiec tufowy <i>Hamatsuda (2)</i>
23	CSR-46	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Shiuya (2)</i>
24	CSR-47	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Shiuya (3)</i>
25	CSR-49	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Shiuya (4)</i>
26	CSR-51	Piaskowiec wulkaniczny bardzo gruboziarnisty <i>Zushi</i>
27	CSR-52	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (5)</i>
28	CSR-53a	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (3)a</i>
29	CSR-53b	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (3)b</i>
30	CSR-54	Piaskowiec tufowy gruboziarnisty <i>Maze (1)</i>



Lp.	Symbol skały	Nazwa skały
31	CSR-55	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (2)</i>
32	CSR-56	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (4)</i>
33	CSR-57	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Ainoura</i>
34	CSR-58	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Yunoki</i>
35	CSR-60	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Fukui</i>
36	CSR-61	Piaskowiec bardzo drobnoziarnisty <i>Furukawa</i>
37	CSR-62	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Kuroishi</i>
38	CSR-63	Piaskowiec <i>Ch</i>
39	CSR-66	Piaskowiec <i>Zapadnyj Donbass 6835-38</i>
40	CSR-67	Piaskowiec <i>Zapadnyj Donbass 6882-87</i>
41	CSR-78	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Naharigawa (BSB)</i>
42	CSR-79	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Naharigawa (BSC)</i>
43	CSR-80	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Muroto (BSD)</i>
44	CSR-81	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Oyamamizaki (BSE)</i>
45	CSR-82	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Kuma (BSF)</i>
46	CSR-83	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Izumi (BSH)</i>
47	CSR-85	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Buntsandstein</i>
48	CSR-87	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Jastrzębie</i>
49	CSR-90	Piaskowiec bardzo drobnoziarnisty <i>Lublin</i>
50	CSR-92	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Pniówek</i>
51	CSR-93	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Pniówek</i>
52	CSR-94	Piaskowiec grubo - bardzo gruboziarnisty <i>Jastrzębie</i>
53	CSR-95	Piaskowiec drobno/średnioziarnisty <i>Pniówek</i>
54	CSR-96	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Anna</i>
55	CSR-97	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (1)</i>
56	CSR-98	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (2)</i>
57	CSR-99	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (3)</i>
58	CSR-100	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (4)</i>
59	CSR-102	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Rudna (1)</i>
60	CSR-104	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Rudna (3)</i>
61	CSR-105	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Victoria</i>
62	CSR-106	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Victoria</i>
63	CSR-107	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Nowa Ruda</i>
64	CSR-108	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Nowa Ruda</i>
65	CSR-109	Piaskowiec <i>Bo (1)</i>
66	CSR-110	Piaskowiec <i>Bo (2)</i>
67	CSR-121	Piaskowiec <i>BD</i>
68	CSR-144a	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Bogdanka (1)</i>
70	CSR-2d	Piaskowiec <i>Darley Dale-Mi</i>

Lp.	Symbol skały	Nazwa skały
71	CSR-145	Piaskowiec <i>St. Bee's</i>
72	CSR-146	Piaskowiec <i>Horsforth</i>
73	CSR-147a	Piaskowiec <i>Elland Edge</i>
74	CSR-148	Piaskowiec <i>Blue (Bretton) (N)</i>
75	CSR-149	Piaskowiec <i>Ramsbottom Wild</i>
76	CSR-150	Piaskowiec <i>Buckton</i>
77	CSR-147b	Piaskowiec <i>Elland Edge-H</i>

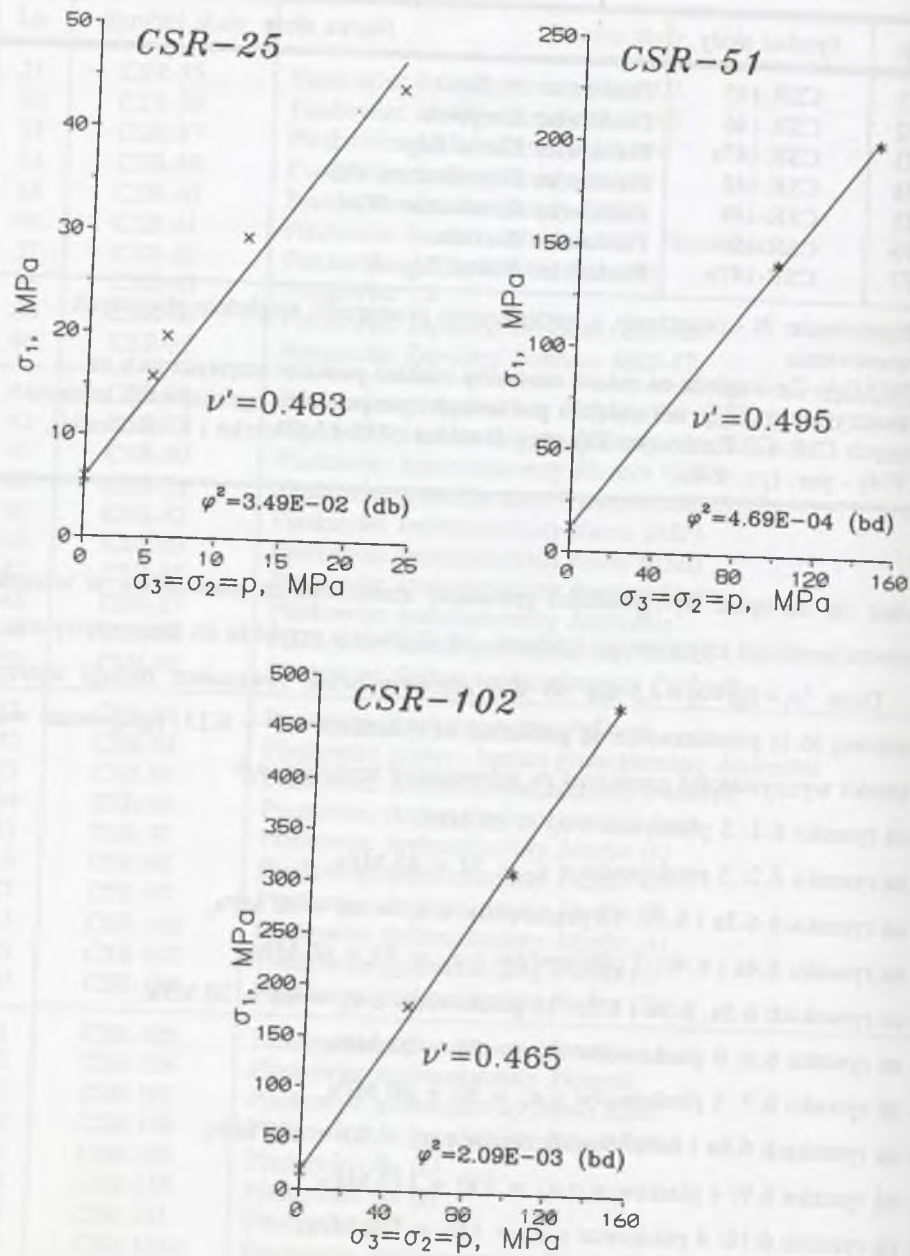
**Objaśnienia:** N - naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane prostopadle względem płaszczyzn uwarstwienia  
**UWAGA:** Ze względu na rażąco anomalny rozkład punktów empirycznych na płaszczyźnie  $(p, \sigma_1)_F$ , nie wziąłem pod uwagę i nie poddałem aproksymacji zestawu danych CSR-67. Piaskowiec *Zapadnyj Donbass 6882-87* (Głuszko i Kirniczanskij, 1974) - por. rys. 6.4a.

nadaje się do opisu wytrzymałości granicznej analizowanych piaskowców w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania, jak dokładnie przybliży on dane empiryczne.

Dane  $^F\sigma_1=f(p=\sigma_2=\sigma_3)$  dla 66 skał aproksymowane równaniem funkcji wytrzymałościowej (6.1) przedstawione są graficznie na rysunkach 6.1 ÷ 6.13, zgrupowane według wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ ):

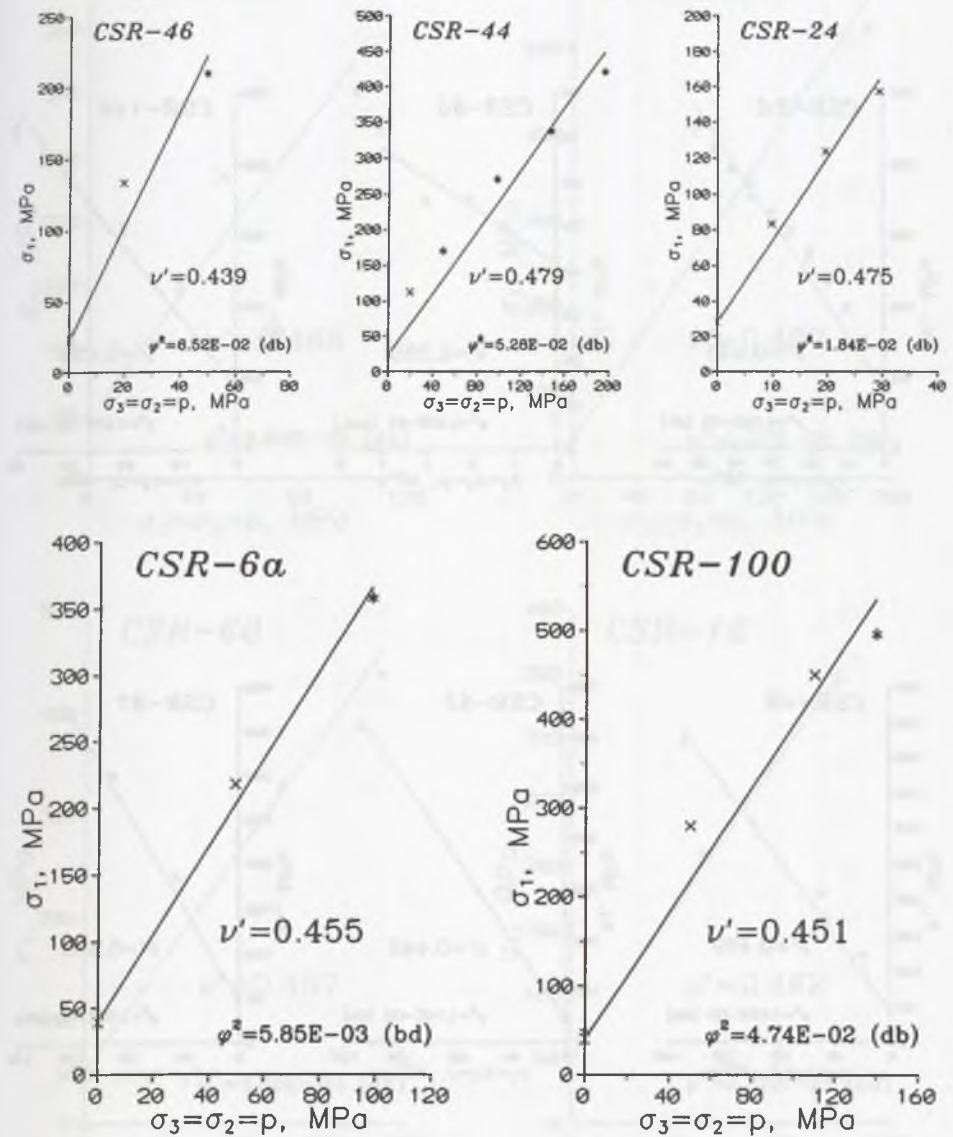
- na rysunku 6.1: 3 piaskowce o  $\sigma_c < 20$  MPa,
- na rysunku 6.2: 5 piaskowców o  $\sigma_c = 20 \div 40$  MPa,
- na rysunkach 6.3a i 6.3b: 10 piaskowców o  $\sigma_c = 40 \div 50$  MPa,
- na rysunku 6.4a i 6.4b: 7 piaskowców o  $\sigma_c = 50 \div 60$  MPa,
- na rysunkach 6.5a, 6.5b i 6.5c: 10 piaskowców o  $\sigma_c = 60 \div 70$  MPa,
- na rysunku 6.6: 6 piaskowców o  $\sigma_c = 70 \div 80$  MPa,
- na rysunku 6.7: 6 piaskowców o  $\sigma_c = 80 \div 90$  MPa,
- na rysunkach 6.8a i 6.8b: 8 piaskowców o  $\sigma_c = 90 \div 100$  MPa,
- na rysunku 6.9: 4 piaskowce o  $\sigma_c = 100 \div 110$  MPa,
- na rysunku 6.10: 4 piaskowce o  $\sigma_c = 110 \div 120$  MPa,
- na rysunku 6.11: 5 piaskowców o  $\sigma_c = 120 \div 150$  MPa,
- na rysunku 6.12: 4 piaskowce o  $\sigma_c = 170 \div 190$  MPa,
- na rysunku 6.13: 4 piaskowce o  $\sigma_c > 190$  MPa.

$\sigma_c < 20 \text{ MPa}$



Rys. 6.1. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla trzech różnych piaskowców o  $\sigma_c < 20 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.1. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for three different sandstones with  $\sigma_c < 20 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

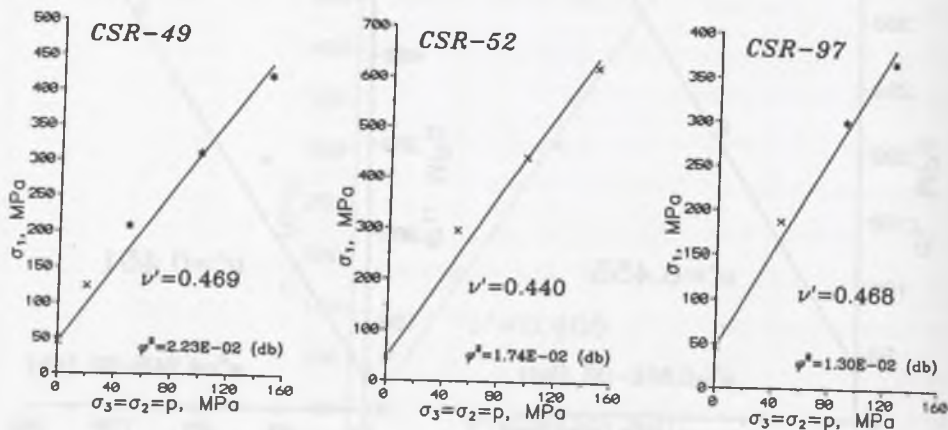
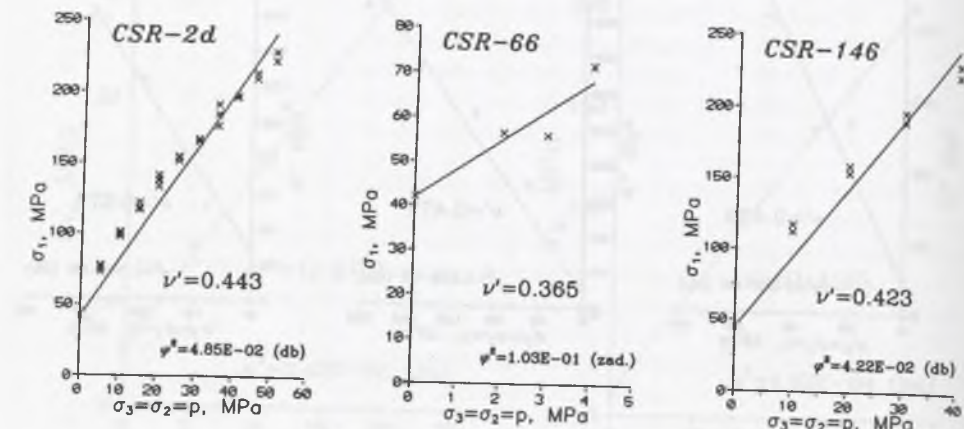
$\sigma_c = 20 - 40 \text{ MPa}$



Rys. 6.2. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla pięciu różnych piaskowców o  $\sigma_c = 20 \div 40 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.2. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for five different sandstones with  $\sigma_c = 20 \div 40 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

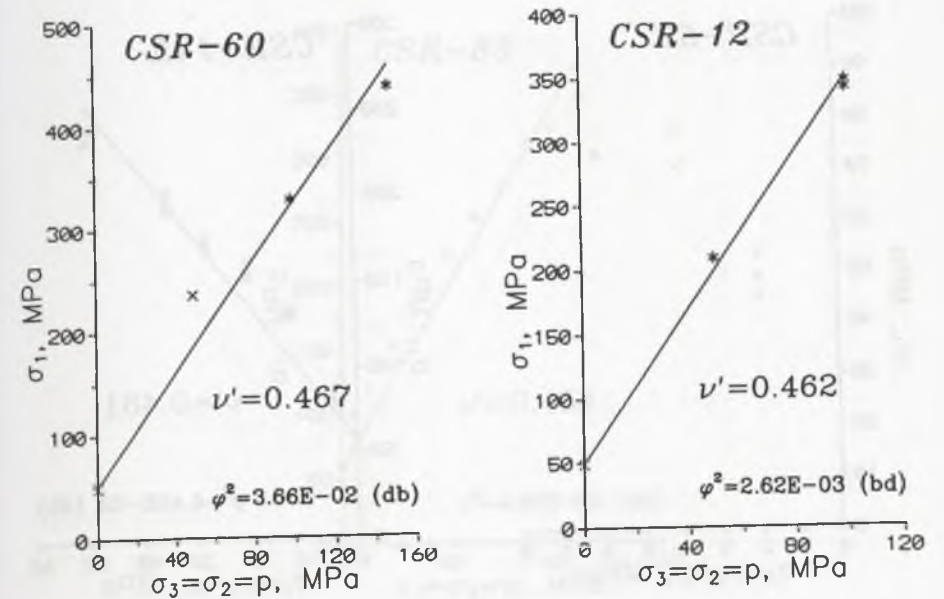
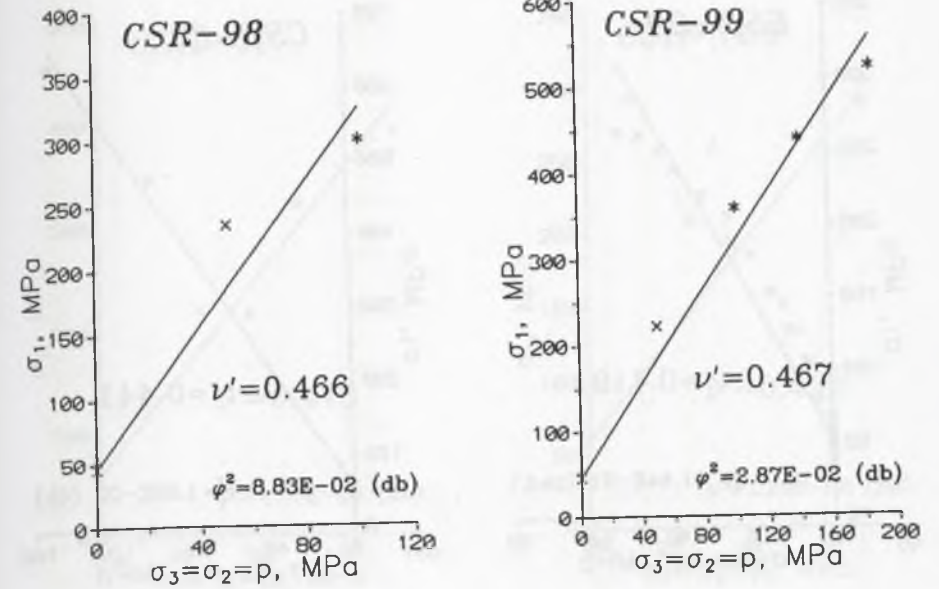


$$\sigma_c = 40 - 50 \text{ MPa (1)}$$



Rys. 6.3a. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla sześciu różnych piaskowców o  $\sigma_c = 40 \div 50$  MPa aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.3a. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for six different sandstones with  $\sigma_c = 40 \div 50$  MPa fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

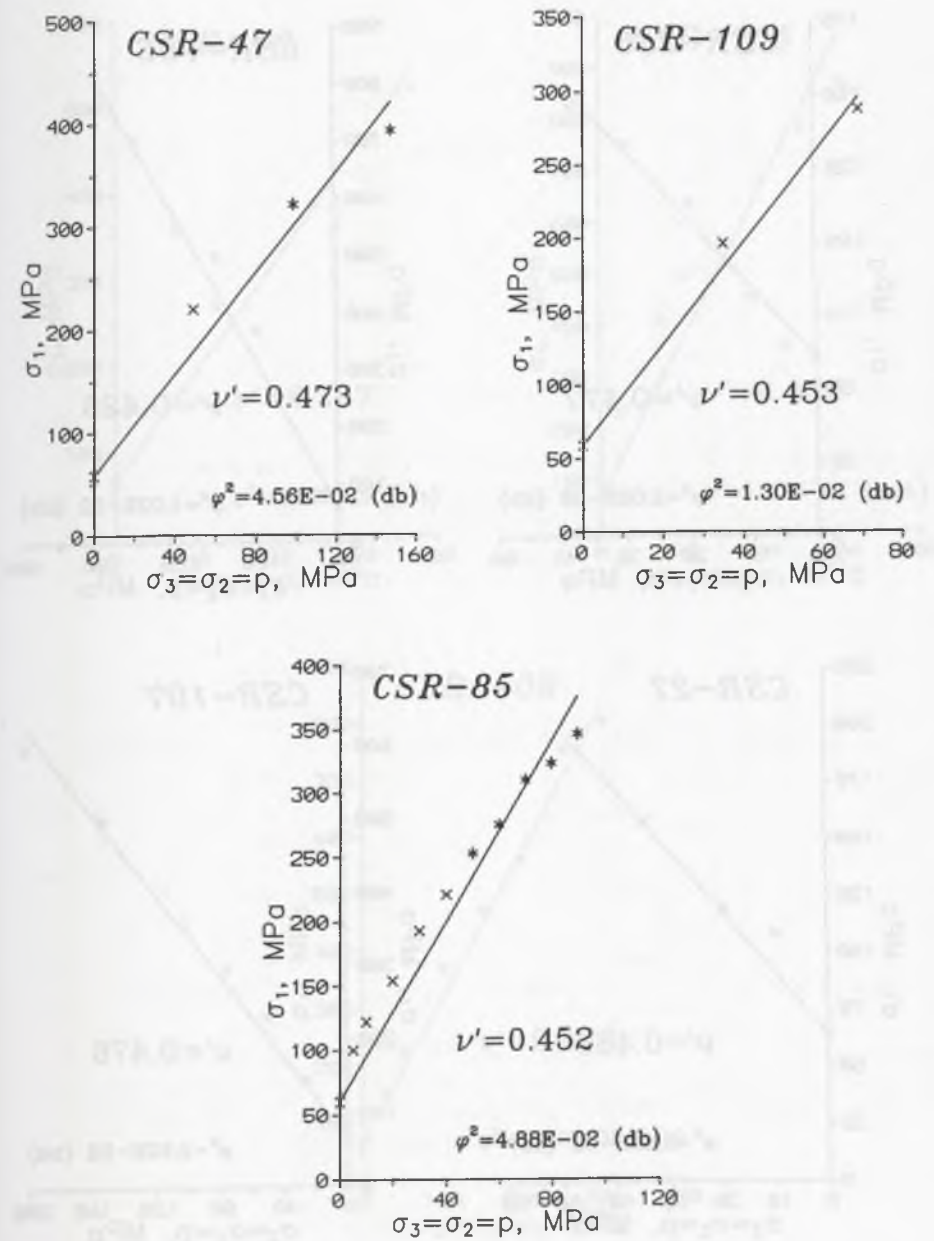
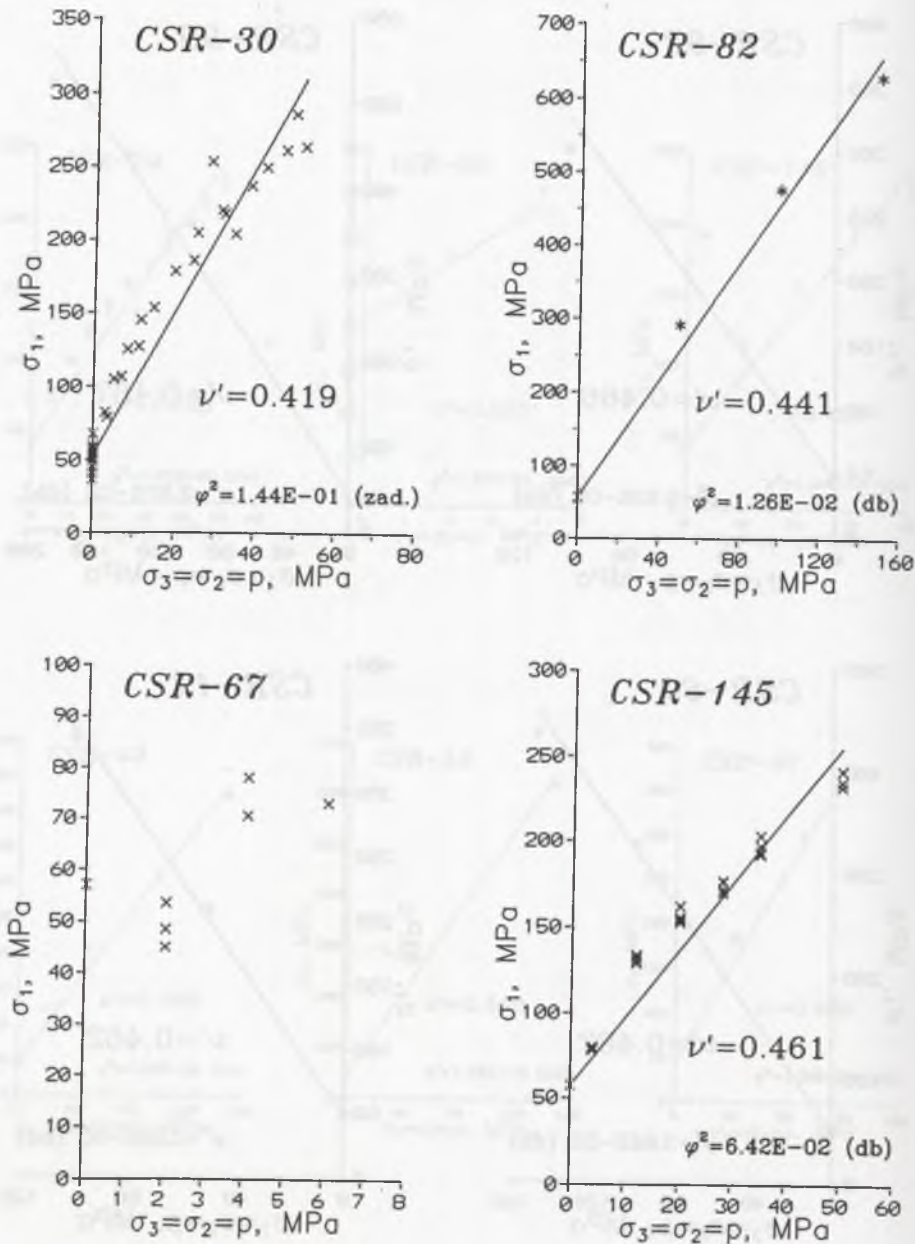
$$\sigma_c = 40 - 50 \text{ MPa (2)}$$



Rys. 6.3b. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 40 \div 50$  MPa aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.3b. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 40 \div 50$  MPa fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c = 50 - 60 \text{ MPa}$  (1)

$\sigma_c = 50 - 60 \text{ MPa}$  (2)



Rys. 6.4a. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 50 \div 60 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)

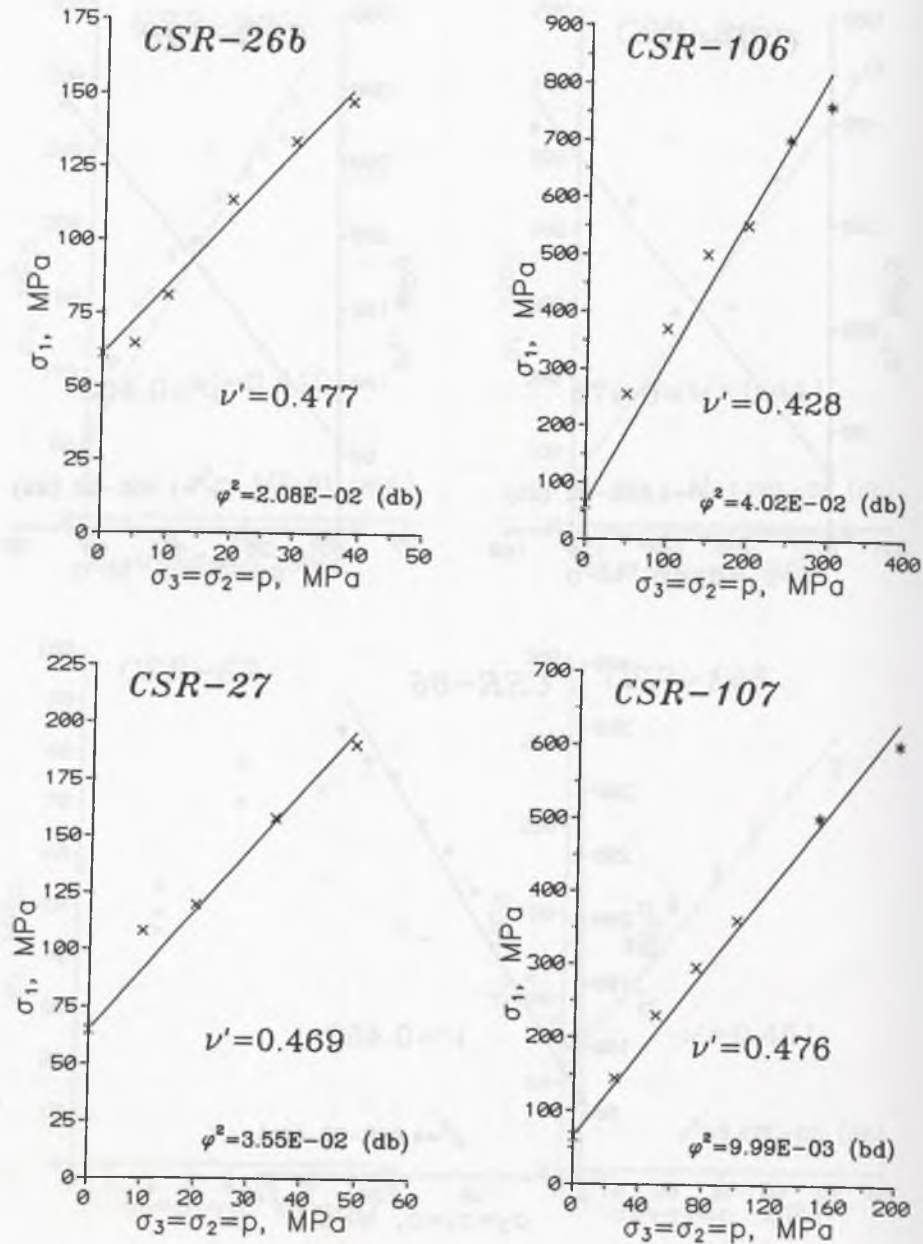
Fig. 6.4a. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 50 \div 60 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

Rys. 6.4b. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla trzech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 50 \div 60 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)

Fig. 6.4b. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for three different sandstones with  $\sigma_c = 50 \div 60 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

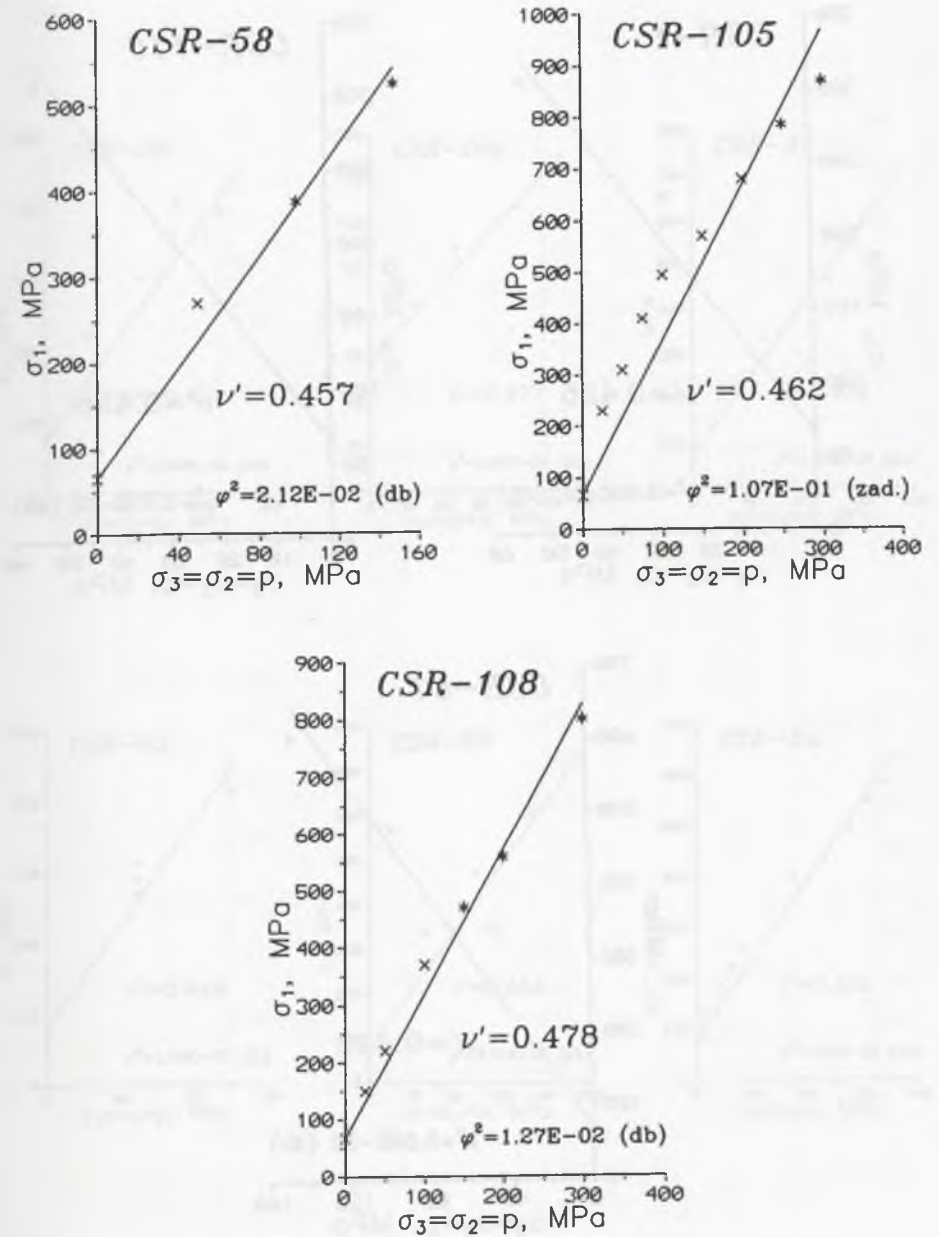


$\sigma_c = 60 - 70 \text{ MPa (1)}$



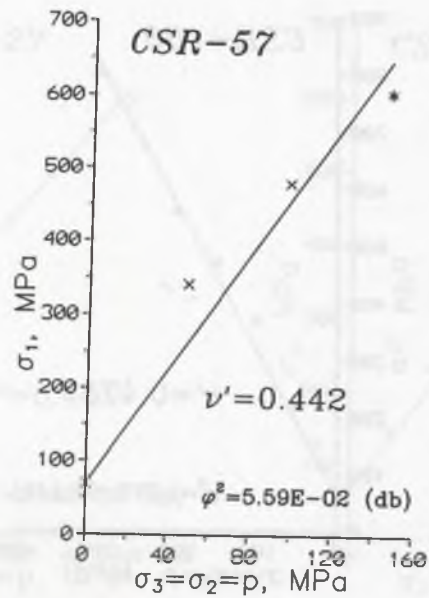
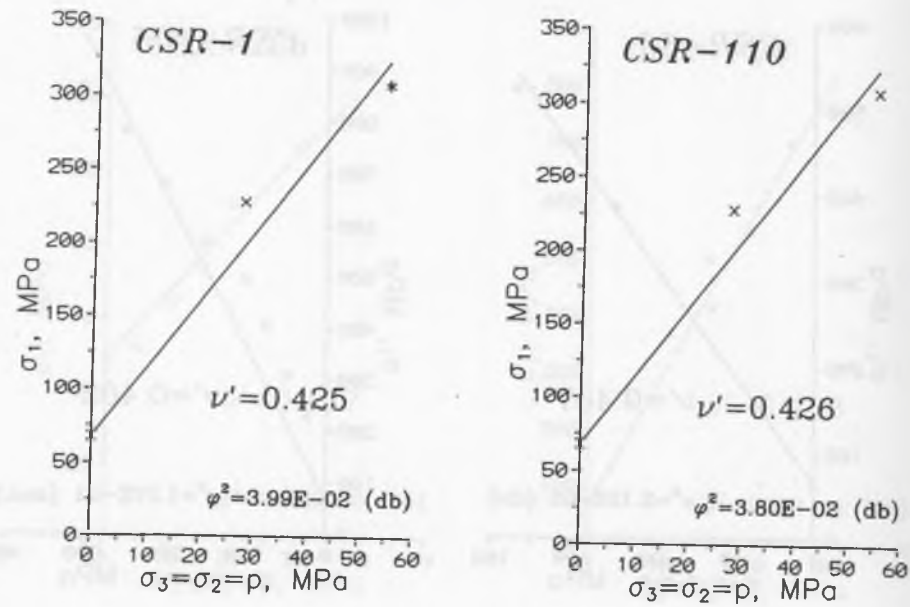
Rys. 6.5a. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 60 \div 70 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.5a. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 60 \div 70 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c = 60 - 70 \text{ MPa (2)}$



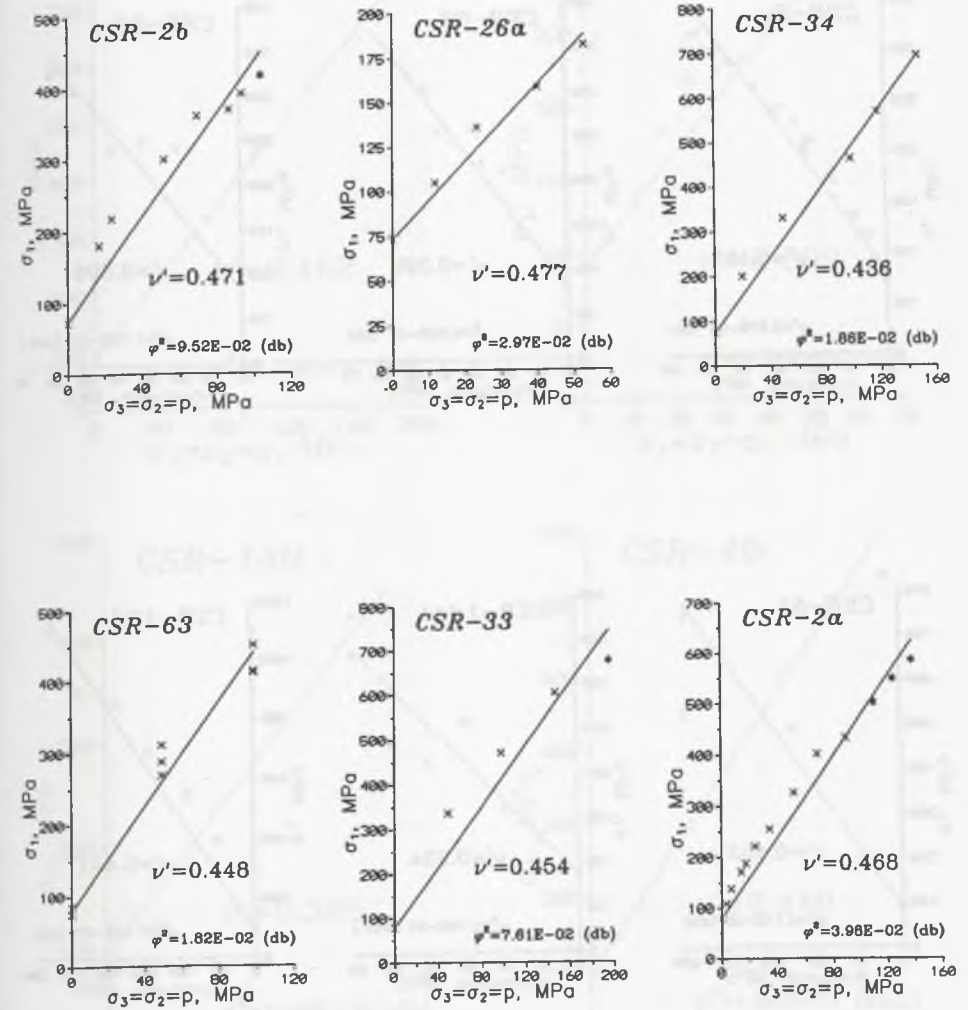
Rys. 6.5b. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla trzech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 60 \div 70 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.5b. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for three different sandstones with  $\sigma_c = 60 \div 70 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c = 60 - 70 \text{ MPa (3)}$



Rys. 6.5c. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla trzech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 60 \div 70 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.5c. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for three different sandstones with  $\sigma_c = 60 \div 70 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

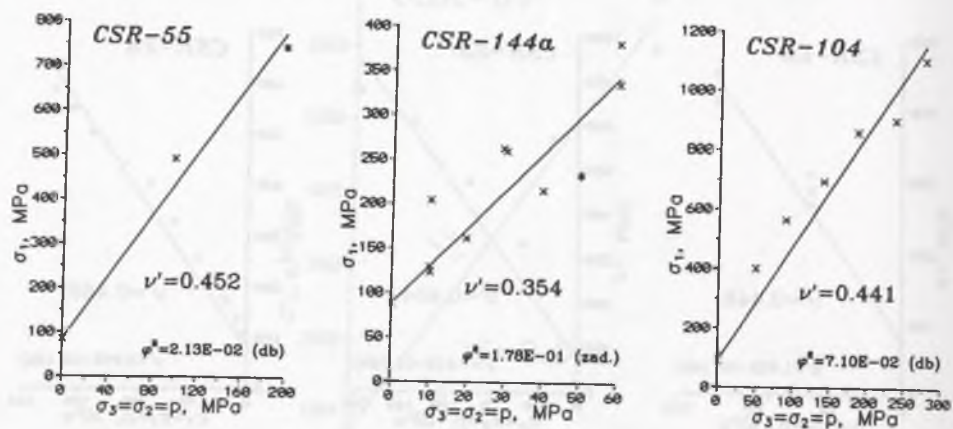
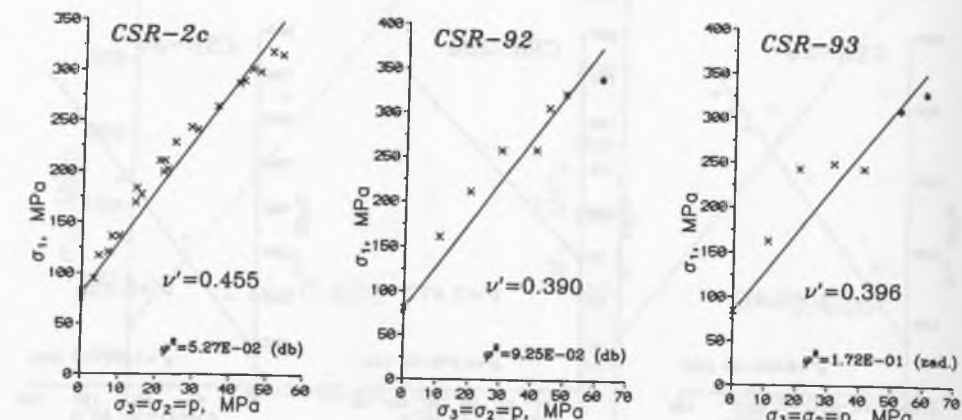
$\sigma_c = 70 - 80 \text{ MPa}$



Rys. 6.6. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla sześciu różnych piaskowców o  $\sigma_c = 70 \div 80 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.6. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for six different sandstones with  $\sigma_c = 70 \div 80 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)



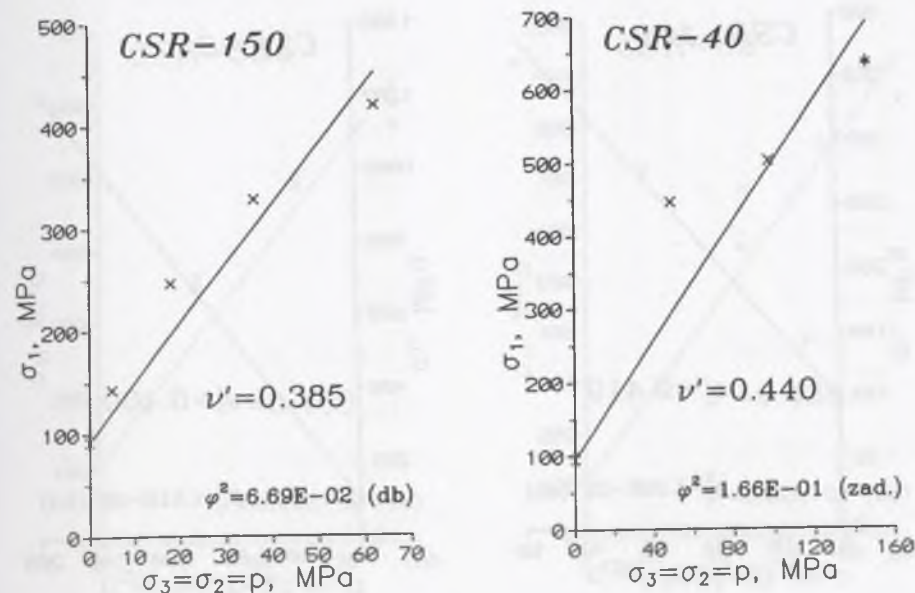
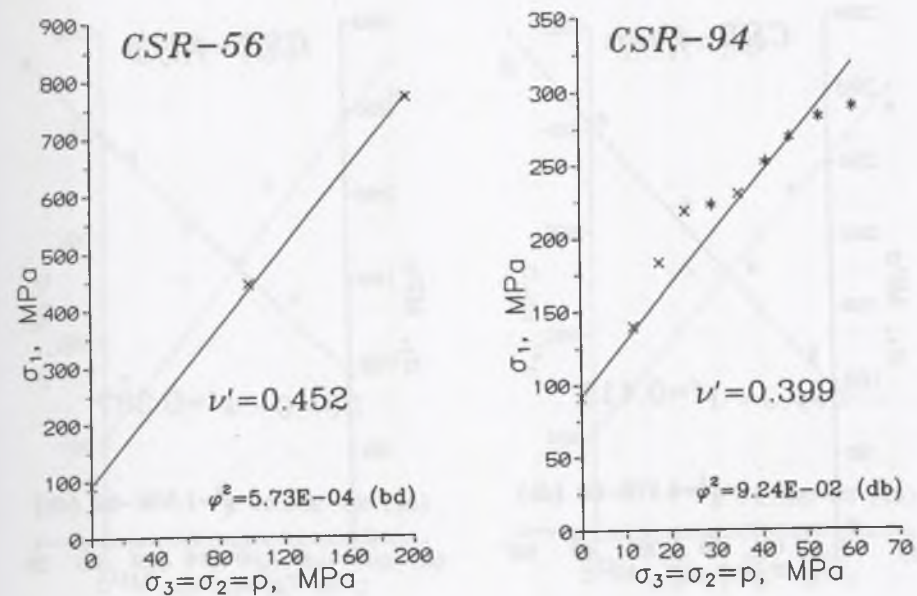
$\sigma_c = 80 - 90 \text{ MPa}$



Rys. 6.7. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla sześciu różnych piaskowców o  $\sigma_c = 80 \div 90 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)

Fig. 6.7. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for six different sandstones with  $\sigma_c = 80 \div 90 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

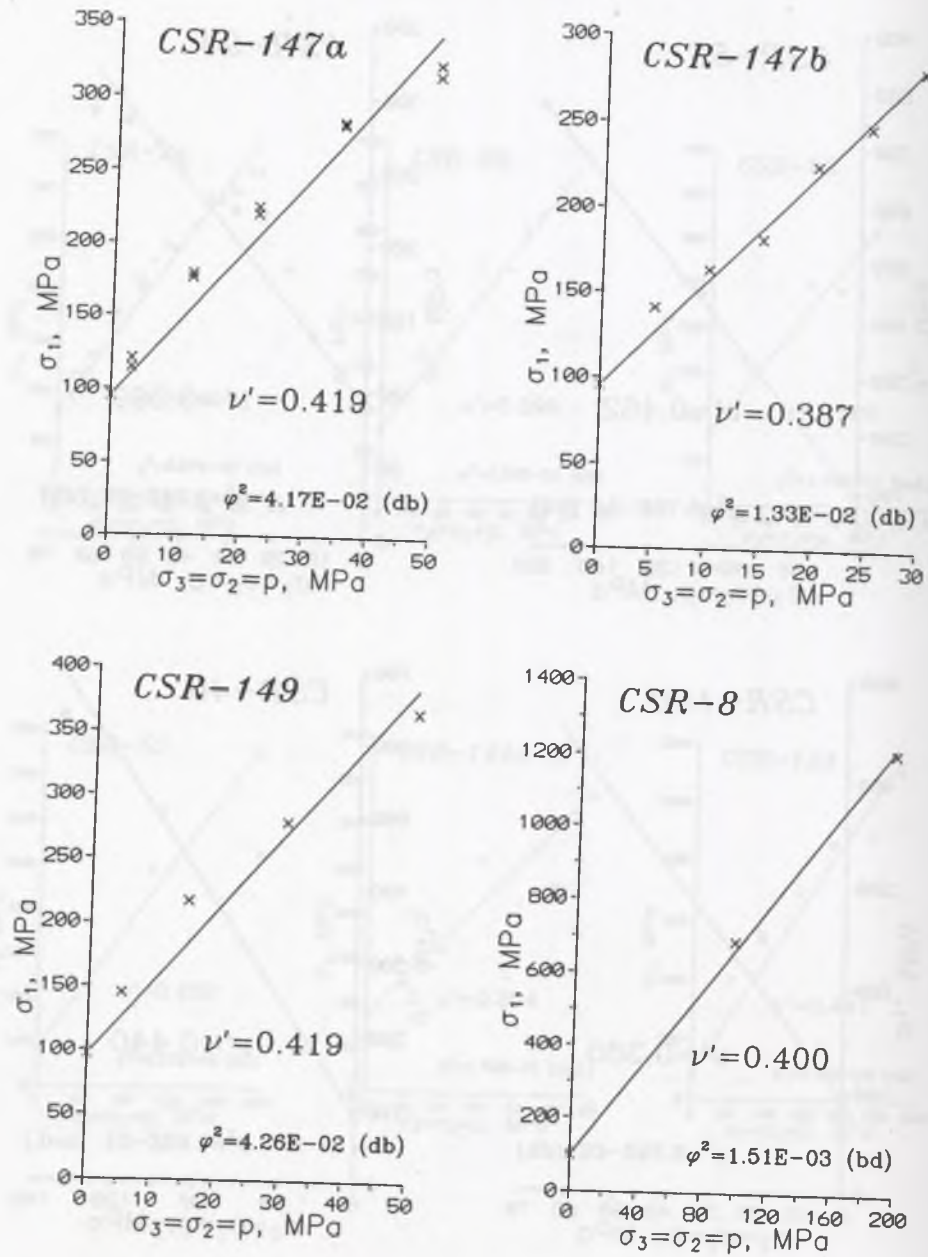
$\sigma_c = 90 - 100 \text{ MPa}$  (1)



Rys. 6.8a. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 90 \div 100 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)

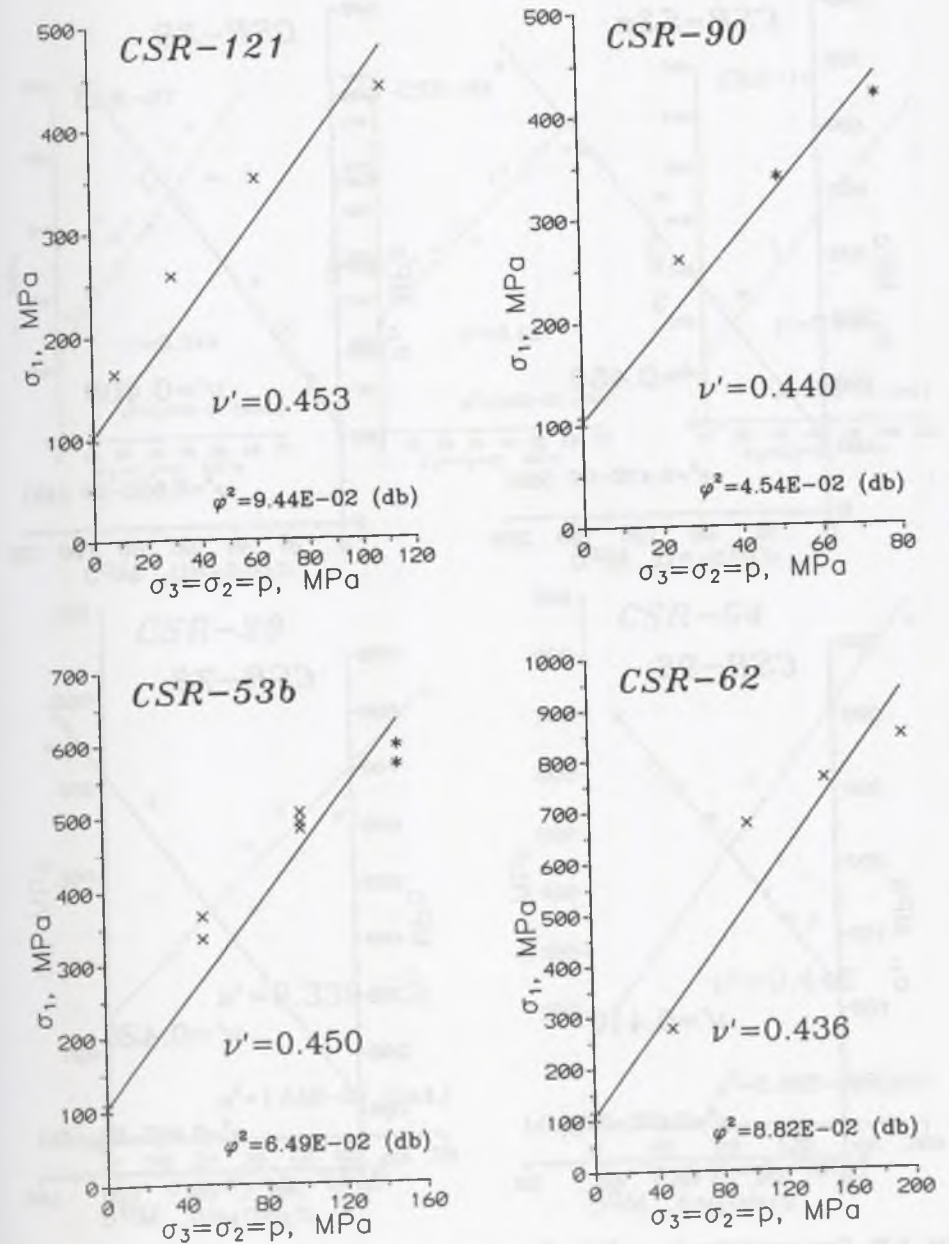
Fig. 6.8a. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 90 \div 100 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c = 90 - 100 \text{ MPa (2)}$



Rys. 6.8b. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 90 \div 100 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.8b. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 90 \div 100 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

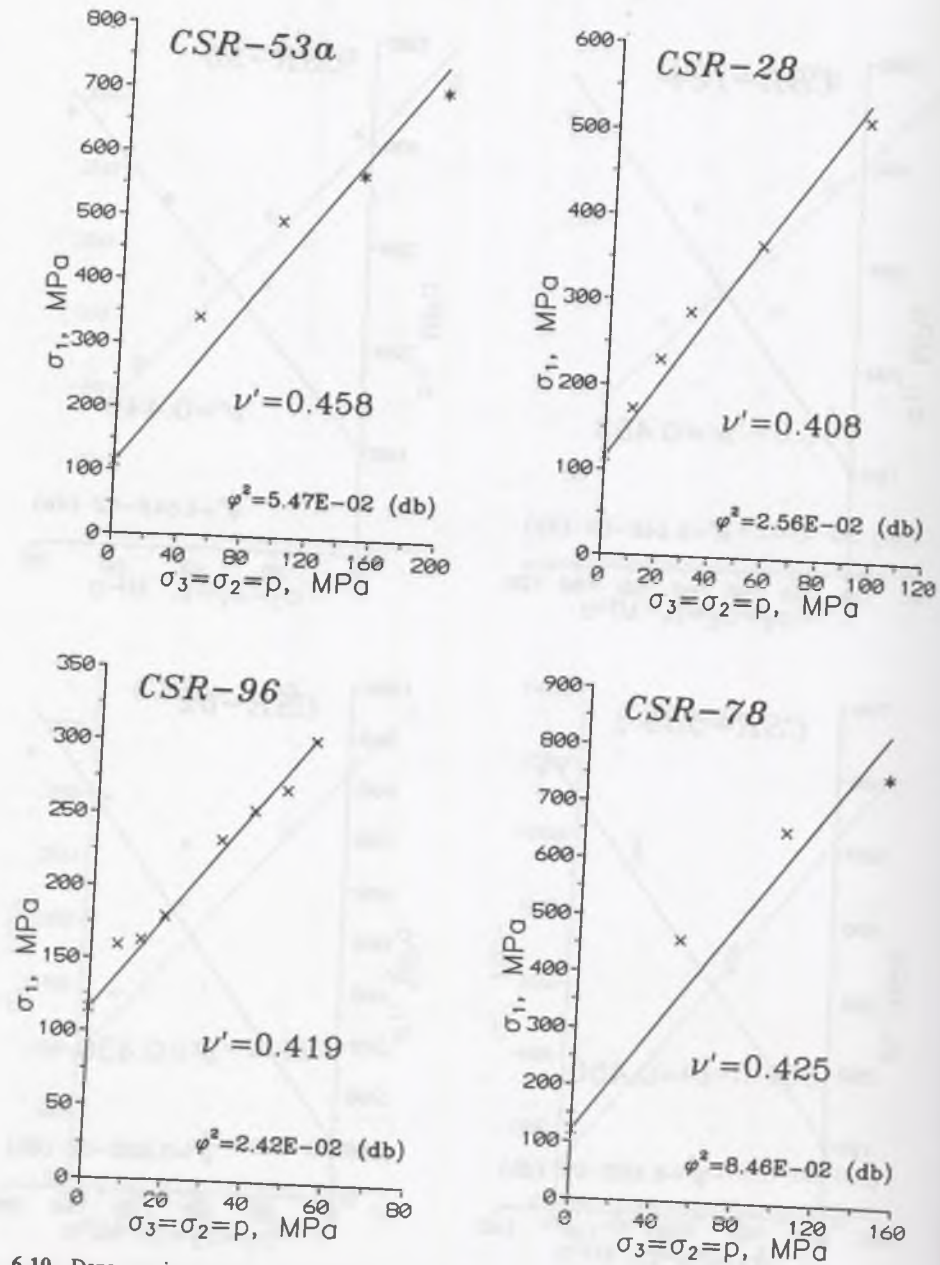
$\sigma_c = 100 - 110 \text{ MPa}$



Rys. 6.9. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 100 \div 110 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.9. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 100 \div 110 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

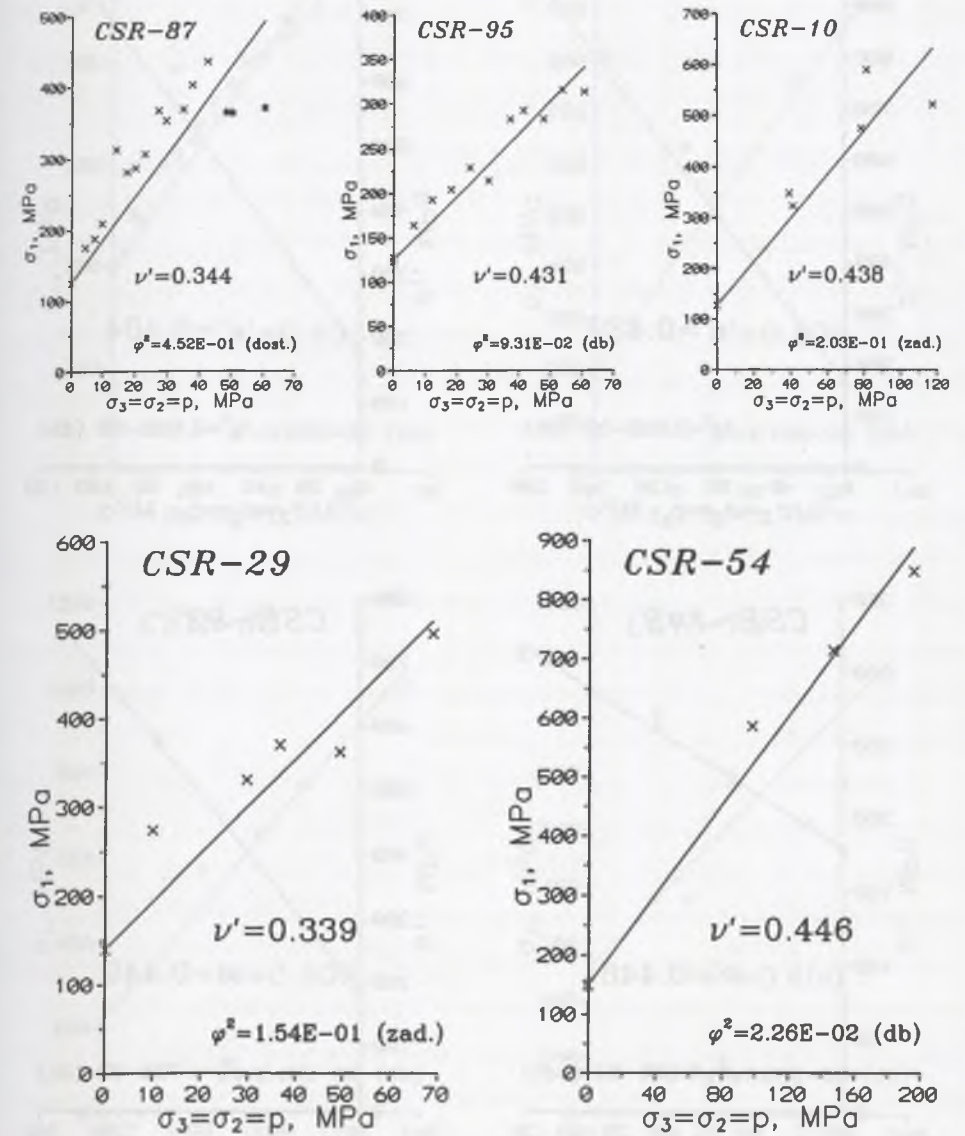


$\sigma_c = 110 - 120 \text{ MPa}$



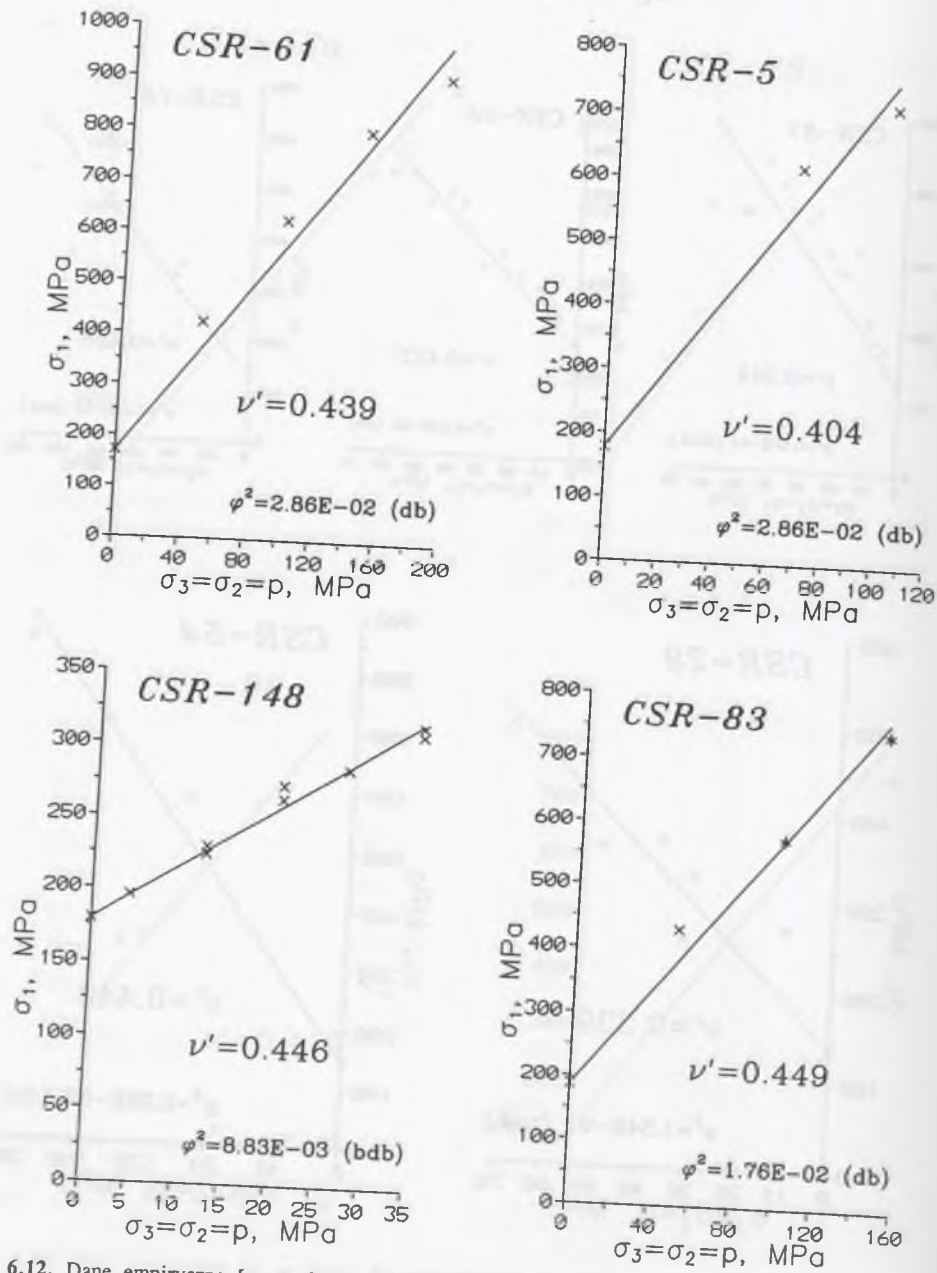
Rys. 6.10. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 110 \div 120 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.10. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 110 \div 120 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c = 120 - 150 \text{ MPa}$



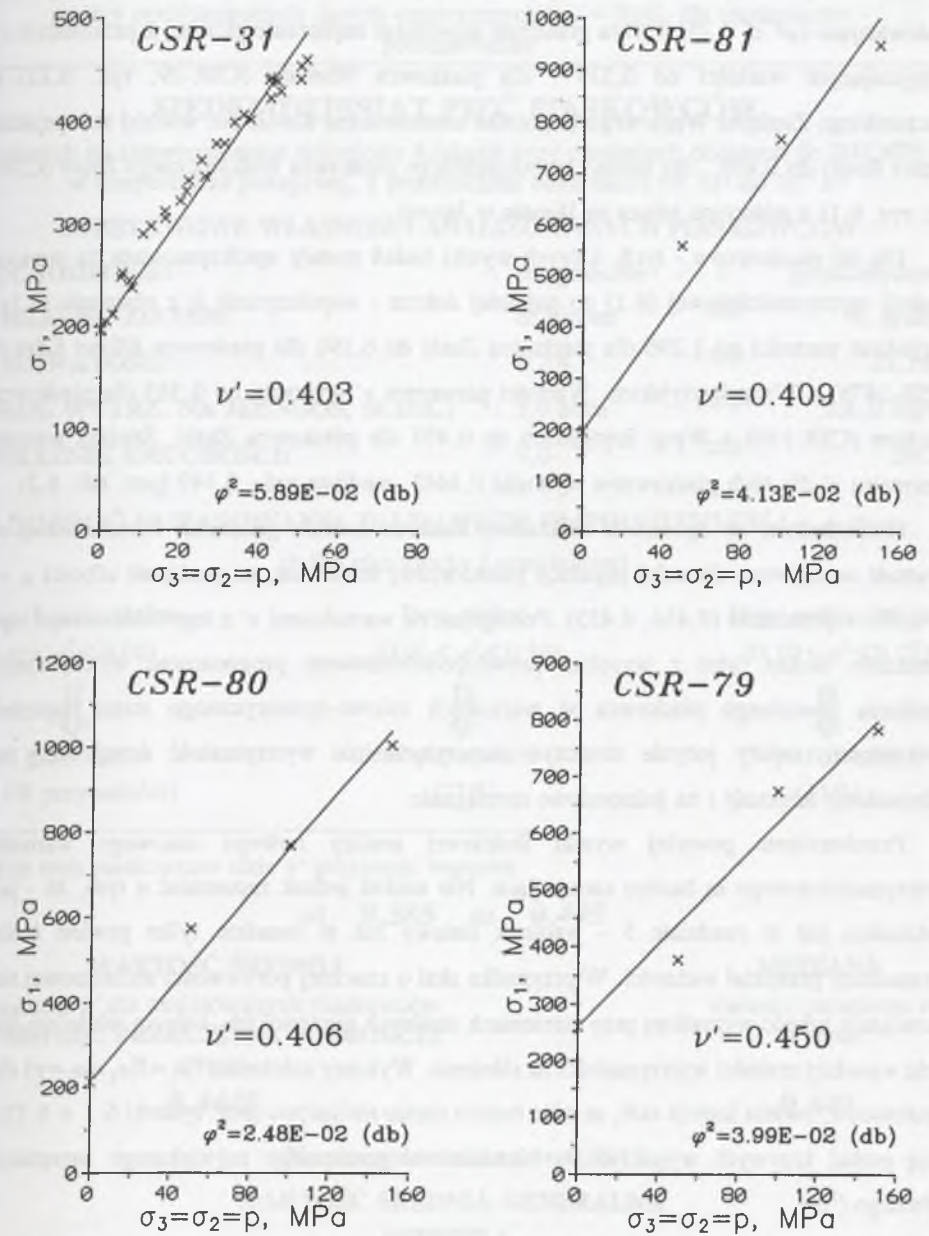
Rys. 6.11. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla pięciu różnych piaskowców o  $\sigma_c = 120 \div 150 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.11. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for five different sandstones with  $\sigma_c = 120 \div 150 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c = 170 - 190 \text{ MPa}$



Rys. 6.12. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c = 170 \div 190 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.12. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c = 170 \div 190 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)

$\sigma_c > 190 \text{ MPa}$



Rys. 6.13. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech różnych piaskowców o  $\sigma_c > 190 \text{ MPa}$  aproksymowane liniową funkcją wytrzymałościową z parametrem  $\nu'$  (6.1)  
 Fig. 6.13. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four different sandstones with  $\sigma_c > 190 \text{ MPa}$  fitted by a linear strength function with parameter  $\nu'$  (6.1)



W wyniku przeprowadzonej aproksymacji stwierdziłem, że niemal we wszystkich przypadkach (74/75) nowy liniowy warunek wytrzymałościowy (6.1) co najmniej zadowalająco ( $\varphi^2 \leq 0,25$ ) wyraża graniczne największe naprężenie główne, z parametrem  $\nu'$  przyjmującym wartości od 0,339 - dla piaskowca *Workuta* (CSR-29; rys. 6.11) z Peczerskiego Zagłębia Węglowego (republika autonomiczna Komi, pn. wschód europejskiej części Rosji) do 0,495 - dla bardzo gruboziarnistego piaskowca wulkanicznego *Zushi* (CSR-51; rys. 6.1) z półwyspu Miura na Honsiu w Japonii.

Dla 66 piaskowców - tych, których wyniki badań zostały aproksymowane za pomocą funkcji wytrzymałościowej (6.1) co najmniej dobrze - współczynnik  $b$  z równania (6.1a) przybierał wartości od 1,296 dla piaskowca *Zushi* do 6,191 dla piaskowca *Elland Edge-H* (CSR-147b) z Wysp Brytyjskich. Wartości parametru  $\nu'$  wynosiły od 0,385 dla piaskowca *Buckton* (CSR-150) z Wysp Brytyjskich do 0,495 dla piaskowca *Zushi*. Średnia wartość parametru  $\nu'$  dla tych piaskowców wynosiła 0,4445, mediana zaś - 0,449 (por. tab. 6.2).

Stwierdziłem, że zgodnie z rozkładem Studenta średnia generalna wartość stałej  $\nu'$  (wartość oczekiwana dla całej populacji piaskowców) mieści się, na poziomie ufności  $\alpha = 0,99$ , w przedziale (0,436, 0,453). Postępując się wartościami  $\nu'$  z tego bardzo wąskiego przedziału można więc z wysokim prawdopodobieństwem prognozować wytrzymałość graniczną dowolnego piaskowca w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających; należy jedynie oznaczyć eksperymentalnie wytrzymałość danej skały na jednoosiowe ściskanie i na jednoosiowe rozciąganie.

Przedstawione powyżej wyniki ilościowej analizy nowego liniowego warunku wytrzymałościowego są bardzo zachęcające. Nie można jednak zapomnieć o tym, że - jak wskazałem już w rozdziale 5 - warunek liniowy ma w zasadzie tylko pewien ściśle ograniczony przedział ważności. W przypadku skał o znacznej porowatości szczelinowej nie obowiązuje przede wszystkim przy ciśnieniach okólnych niewysokich, którym właściwy jest efekt wysokiej czułości wytrzymałości na ciśnienie. Wykresy zależności  $F\sigma_1 = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$  dla piaskowców, i wielu innych skał, są więc bardzo często nieliniowe (por. rysunki 6.1 ÷ 6.13), mają postać krzywych wypukłych w kierunku osi granicznego największego naprężenia głównego ( $F\sigma_1$ ).

Biorąc to pod uwagę i starając się, by nowa teoria kruchego zniszczenia jak najpełniej, tak jakościowo, jak i ilościowo, wyrażała rzeczywiste własności wytrzymałościowe skał, postawiłem dodatkowo tezę, że stała  $\nu'$ , który zależy od budowy materiału i charakteryzuje

Weryfikacja ilościowa nowego liniowego warunku wytrzymałościowego na podstawie analizy opublikowanych danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla piaskowców - podsumowanie

### SIEDEMDZIESIĄT PIĘĆ PIASKOWCÓW

badanych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 300 MPa, w temperaturze pokojowej, z prędkościami odkształceń od  $10^{-5}$  do  $10^{-4} s^{-1}$

#### PODSTAWOWE WŁASNOŚCI ANALIZOWANYCH PIASKOWCÓW

<b>POCHODZENIE:</b>	terygeniczne	i	piroklastyczne
<b>WIELKOŚĆ ZIAREN:</b>	b. drobne	⇒	b. grube
<b>POROWATOŚĆ:</b>	0,2%	⇒	33,1%
<b>GRAN. WYTRZ. NA JEDNOOS. ŚCISK.:</b>	5,9 MPa	⇒	260,0 MPa
<b>WSKAŹNIK KRUCHOŚCI:</b>	7,0	⇒	39,3

#### DOBROĆ DOPASOWANIA DO DANYCH EMPIRYCZNYCH $[\sigma_1 = f(p)]_F$

(tylko stan kruchy i przejściowy)

Dop. bardzo dobre  
( $0 < \varphi^2 \leq 0,01$ )



8 piaskowców  
(11% przypadków)

Dop. dobre  
( $0,01 < \varphi^2 \leq 0,10$ )



58 piaskowców  
(77%)

Dop. zadowalające  
( $0,10 < \varphi^2 \leq 0,25$ )



8 piaskowców  
(11%)

Dla tych piaskowców stała  $\nu'$  przyjmuje wartości od **0,385** do **0,495**

#### WARTOŚĆ ŚREDNIA

parametru  $\nu'$  dla analizowanych piaskowców  
(WARTOŚĆ PRZECIĘTNA W PRÓBCE)  
wynosi  
**0,4445**

#### MEDIANA

wartości parametru  $\nu'$   
wynosi  
**0,449**

Na poziomie ufności  $\alpha = 0,99$

#### WARTOŚĆ ŚREDNIA GENERALNA parametru $\nu'$

(WARTOŚĆ PRZECIĘTNA W POPULACJI GENERALNEJ)  
mieści się w przedziale  
**(0,436, 0,453)**

jego cechy odkształceniowe i wytrzymałościowe, jest zarazem pewną funkcją stanu naprężenia:  $\nu' = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$ . W rozdziale następnym zajmę się określeniem postaci tej funkcji.

## 7. UOGÓLNIONY WARUNEK KRUCHEGO ZNISZCZENIA SKAŁ

### 7.1. Analiza ilościowa nieliniowego charakteru zależności pomiędzy wytrzymałością graniczną a ciśnieniem okólnym

W rozdziale 4 i 6 omówione zostały szczegółowo właściwości nowego liniowego warunku wytrzymałościowego typu  $F\sigma_1 = \sigma_c + b\sigma_3^+$ . Warunek ten stanowi, że dla osiowo-symetrycznego stanu przyłożonych naprężeń ściskających  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \equiv \sigma_3^+ = p$  graniczne największe naprężenie główne  $F\sigma_1 = \sigma_{1\max}$  (i wytrzymałość graniczna  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}$ ) jest liniową funkcją ciśnienia okólnego ( $p$ ).

W rzeczywistości jednak taka liniowa zależność nie ma uniwersalnego charakteru, nie obowiązuje nieograniczenie dla dowolnie dużych zakresów (przedziałów) ciśnienia okólnego. Można się o tym przekonać chociażby na przykładzie przedstawionych w poprzednim rozdziale danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla siedemdziesięciu pięciu piaskowców. Istotnie, tylko w ośmiu przypadkach zaobserwowana została liniowa zależność granicznego największego naprężenia głównego od ciśnienia okólnego w całym, objętym badaniem, zakresie ciśnień. Były to zestawy danych dla:

- wywierconych prostopadle do warstwowania próbek drobnoziarnistego piaskowca *Barns* z Teksasu (CSR-6a), badanych przez Handina i Hagera (1957) przy ciśnieniach okólnych do 98,1 MPa (por. rys. 6.2),
- bardzo drobnoziarnistego piaskowca *Oil Creek* z Teksasu (CSR-8), badanego przez Handina i Hagera (1957) przy ciśnieniach okólnych do 196,1 MPa (por. rys. 6.8b),
- średnioziarnistego piaskowca *Berea* z Ohio (CSR-12) badanego przez Handina i in. (1963) przy ciśnieniach okólnych do 200 MPa, ale tylko dla ciśnień  $p \leq 100$  MPa ulegającego zniszczeniu kruchemu lub przejściowemu pomiędzy kruchym a ciągliwym (por. rys. 6.3b),
- bardzo gruboziarnistego piaskowca wulkanicznego *Zushi* z półwyspu Miura na Honsiu w Japonii (CSR-51), badanego przez Hoshino i in. (1972) przy ciśnieniach okólnych do 147,1 MPa (por. rys. 6.1),
- średnioziarnistego piaskowca *Maze (4)* z prowincji Nishisonogi na Kiusiu w Japonii (CSR-56), badanego przez Hoshino i in. (1972) przy ciśnieniach okólnych do 196,1 MPa (por. rys. 6.8a),
- drobnoziarnistego piaskowca *Rudna (I)* z Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego (CSR-102), badanego przez Gustkiewicza (1984) przy ciśnieniach okólnych do 165 MPa,



lecz tylko dla  $p \leq 150$  MPa ulegającego zniszczeniu kruchemu lub przejściowemu pomiędzy kruchym a ciągliwym (por. rys. 6.1),

- gruboziarnistego piaskowca *Nowa Ruda* z Dolnośląskiego Zagłębia Węglowego (CSR-107), badanego przez Gustkiewicza (1985a) przy ciśnieniach okólnych do 300 MPa, lecz tylko dla  $p \leq 100$  MPa - kruchego, zaś dla  $100 \text{ MPa} < p \leq 200 \text{ MPa}$  - wykazującego cechy przejściowe pomiędzy stanem kruchym a ciągliwym (por. rys. 6.5a),

- wywierconych prostopadle do warstwowania próbek piaskowca *Blue (Bretton)* z terytorium Wielkiej Brytanii (CSR-148), badanych przez Misrę (1972) przy ciśnieniach okólnych do 35 MPa (rys. 6.12).

Jak pokazują wyniki badań eksperymentalnych, wykres wyrażający zależność wytrzymałości granicznej od ciśnienia okólnego zatracą cechę liniowości dla wysokich ciśnień, gdy skała przechodzi ze stanu kruchego w stan ciągliwy (efekt ten, przejawiający się szczególnie wyraźnie w przypadku skał typu A, został omówiony szczegółowo za Mogim (1974b) w rozdziale 5). Ale nieliniowość zależności  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$  przejawia się także przy niewielkich ciśnieniach okólnych (por. rysunki 6.1 - 6.13). Takim ciśnieniom właściwy jest efekt wysokiej czułości ciśnieniowej wytrzymałości. Efekt ten - wywołany obecnością defektów w materiale skalnym, w szczególności zaś wydłużonych mikropustek - wyraża się wypukłością krzywej  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(p)$  w kierunku osi wytrzymałości granicznej, co można wytłumaczyć w sposób następujący: wpływ ciśnienia okólnego jest największy wtedy, gdy zamyka ono pierwotne mikroszczelinki.

Starając się więc uwzględnić ten efekt nieliniowości w nowej teorii kruchego zniszczenia skał poddanych trójosiowemu ścisnaniu, postawiłem tezę, że stanowiący o najmniejszym naprężeniu efektywnym  $\sigma_3'$  (por. rozdział 4) i występujący w warunku wytrzymałościowym

$${}^F\sigma_1 = \sigma_c + \frac{\nu' + (1 - 2\nu')z}{1 - \nu'} \sigma_3' \quad (7.1)$$

parametr  $\nu'$  jest pewną funkcją stanu naprężenia:  $\nu' = f(\sigma_2 = \sigma_3 = p)$ . Funkcja ta ma następujące właściwości:

- jest monotonicznie rosnąca w przedziale ciśnień  $p \in (0, +\infty)$ ,
- dla  $p = 0$  przyjmuje wartość równą  $\nu'_0$ ,
- dla  $p = p_V$  (przy czym  $0 < p_V \ll +\infty$ ) przyjmuje wartość równą 0,5; dla tej wartości funkcji  $\nu'$  warunek wytrzymałościowy (7.1) przechodzi w warunek plastyczności H-M-H.

W celu zweryfikowania postawionej tezy przyjąłem założenie, że funkcja  $\nu'$  może przyjąć następującą postać:

$$\nu' = B + C \left( \frac{p}{\sigma_c} \right)^D \quad (7.2)$$

przy czym  $0 < B < 0,5$  i  $0 < D < 1$ ,

$$\nu' = 0,5e^{B\left(\frac{p}{\sigma_c} - c\right)} \quad (7.3)$$

lub

$$\nu' = 0,5 + \left[ 1 - e^{-B\left(\frac{p}{\sigma_c} - c\right)} \right] \quad (7.4)$$

gdzie  $B$ ,  $C$  i  $D$  są pewnymi stałymi empirycznymi, i zbadałem, która z tych funkcji najlepiej przybliży dane doświadczalne

$$\left[ \frac{p_i}{\sigma_c}, \nu'_i \right]_{i=2}^n$$

gdzie

$$\nu'_i = \frac{k_i - z}{1 + k_i - 2z} \quad (7.5)$$

i

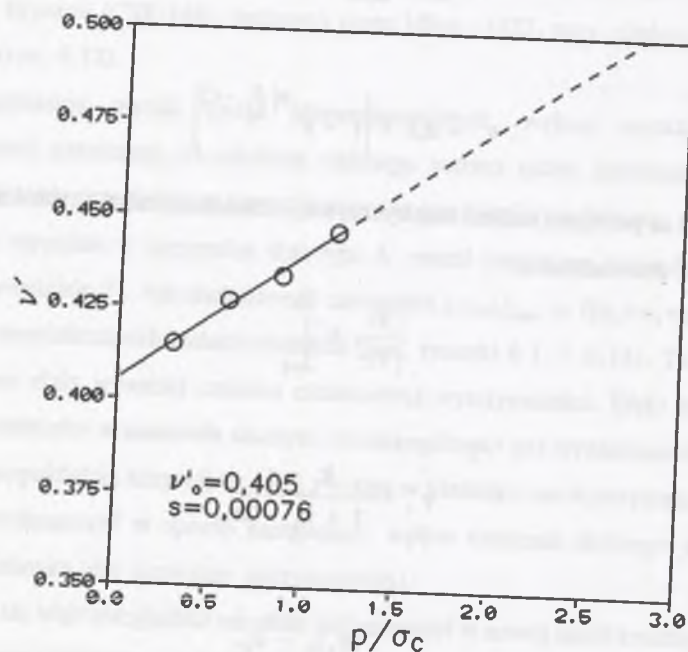
$$k_i = \frac{(\sigma_1)_F - \sigma_c}{p_i} \quad (7.6)$$

przy czym  $n$  jest liczbą obserwacji - pomiarów  $(p, {}^F\sigma_1)$  - w pojedynczym zestawie danych.

Analizie poddałem te same, co w rozdziale poprzednim, zestawy danych dla piaskowców. Zdecydowałem jednak pominąć, tym razem, te osiem zestawów (wspomniałem już o nich powyżej), które wyrażały niemal idealnie liniową zależność pomiędzy granicznym największym naprężeniem głównym a ciśnieniem okólnym (a więc i liniową zależność pomiędzy  $\nu'$  i  $\sigma_3'$ ) oraz zestawy CSR-26b, CSR-29, CSR-62, CSR-66, CSR-79 i CSR-87, dla których rozkłady punktów empirycznych na płaszczyźnie  $(p, \sigma_1)_F$  były nazbyt nieregularne, żeby można było na ich podstawie sądzić o charakterze zależności  $\nu' = f(p)$  i oceniać ją ilościowo.



Przyjmując wartość błędu średniokwadratowego za miarę dobroci dopasowania stwierdziłem, że zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego opisuje najlepiej funkcja (7.4). W charakterze przykładu na rysunku 7.1 przedstawiona jest taka zależność dla bardzo drobnoziarnistego piaskowca *Furukawa* z zagłębia węglowego Hokusho na Kiusiu w Japonii (CSR-61), badanego przez Hoshino i in. (1972) przy ciśnieniach okólnych do 196,1 MPa (por. rys. 6.12).



Rys. 7.1. Zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego dla bardzo drobnoziarnistego piaskowca *Furukawa* (CSR-61), oznaczona na podstawie wyników badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie wykonanych przez Hoshino i in. (1972), opisana równaniem (7.4) ( $B = 0,0328$ ,  $C = 2,762$ )  
 Fig. 7.1. Dependence of parameter  $\nu'$  on confining pressure for very fine-grained *Furukawa* sandstone (CSR-61), determined on the basis of results of conventional triaxial compression tests carried out by Hoshino et al. (1972), described by equation (7.4) ( $B = 0.0328$ ,  $C = 2.762$ )

Warto tu zwrócić uwagę, że występująca w równaniu (7.4) stała  $C$  wyraża znormalizowane względem  $\sigma_c$  ciśnienie okólne ( $p_V/\sigma_c$ ), przy którym parametr  $\nu'$  przyjmuje wartość równą 0,5, a warunek kruchej zniszczenia (7.1) przechodzi w warunek plastyczności H-M-H:  $\sigma_{1V} = \sigma_c + \sigma_3^+$ . Dla ciśnienia okólnego  $p = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$  (próba jednoosiowego ściskania), parametr  $\nu'$  przyjmuje wartość  $\nu'_0 = 1,5 - \exp(BC)$ .

Dla poddanych analizie pięćdziesięciu dwóch zestawów danych stwierdziłem, że stała  $C$  przyjmuje wartości z przedziału od 0,514 - dla drobnoziarnistego piaskowca *Pennant* z Południowej Walii (CSR-31) do 10,178 - dla piaskowca tufowego *Hamatsuda* (2) z Niigaty na Honsiu w Japonii (CSR-44), zaś wartości stałej  $\nu'_0 = \nu'(p=0)$  mieszczą się w przedziale od 0,219 - dla średnioziarnistego piaskowca *Pniówek* z Rybnickiego Okręgu Węglowego (CSR-93) do 0,468 - dla piaskowca o dużej porowatości *ITVK* z terytorium byłego Związku Radzieckiego (CSR-25).

Kolejnym krokiem było wprowadzenie funkcji (7.4) do warunku wytrzymałościowego (7.1) i zbadanie czy, i jak dobrze, warunek ten w nowej nieliniowej postaci:

$$F\sigma_1 = \sigma_c + \frac{\nu'(\sigma_3^+) + [1 - 2\nu'(\sigma_3^+)]z}{1 - \nu'(\sigma_3^+)}\sigma_3^+ \quad (7.7a)$$

gdzie

$$\nu'(\sigma_3^+) = 0,5 + \left[ 1 - e^{-B\left(\frac{\sigma_3^+}{\sigma_c} - C\right)} \right] \quad (7.7b)$$

wyraża graniczne największe naprężenie główne ( $F\sigma_1$ ) w funkcji  $\sigma_3^+$ .

I w tym przypadku uzyskałem bardzo dobry rezultat. Jak można było oczekiwać, był on lepszy od tego otrzymanego w drodze aproksymacji danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  liniową funkcją wytrzymałościową (6.1). Przyjmując współczynnik zgodności  $\varphi^2$  za miarę dobroci dopasowania (por. Dodatek 1) stwierdziłem, że we wszystkich analizowanych przypadkach (52/52) nowy nieliniowy warunek wytrzymałościowy co najmniej zadowalająco ( $\varphi^2 \leq 0,25$ ) wyraża wytrzymałość graniczną piaskowców w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania, przy czym aż dla dwudziestu ośmiu piaskowców - co stanowi 54% ogółu analizowanych przypadków - dopasowanie było bardzo dobre ( $0 < \varphi^2 \leq 0,01$ ).

Dla pięćdziesięciu piaskowców - tych, których wyniki badań zostały aproksymowane za pomocą funkcji wytrzymałościowej (7.7) co najmniej dobrze, ze współczynnikiem zgodności  $\varphi^2 \leq 0,10$ , stała  $\nu'_0$  przyjmuje wartości od 0,255 - dla drobno-średnioziarnistego piaskowca *Pniówek* z Rybnickiego Okręgu Węglowego (CSR-92) do 0,468 - dla, jak już podałem wyżej, piaskowca *ITVK* (CSR-25).

Średnia wartość stałej  $\nu'_0$  dla pięćdziesięciu analizowanych piaskowców (wartość średnia próby) wynosi 0,394, mediana zaś - 0,404. Jeżeli przyjąć, że średnia generalna wartość stałej  $\nu'_0$  jest charakterystyczna dla wszystkich piaskowców, to zgodnie z rozkładem Studenta



Weryfikacja ilościowa nowego nieliniowego warunku wytrzymałościowego na podstawie analizy opublikowanych danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla piaskowców - podsumowanie

## PIĘCDZIESIĄT DWA PIASKOWCE

badane na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 300 MPa, w temperaturze pokojowej, z prędkościami odkształceń od  $10^{-5}$  do  $10^{-4}$  s $^{-1}$

### PODSTAWOWE WŁASNOŚCI ANALIZOWANYCH PIASKOWCÓW

POCHODZENIE:	teryogeniczne	i	piroklastyczne
WIELKOŚĆ ZIAREN:	b. drobne	⇒	b. grube
POROWATOŚĆ:	0,2%	⇒	21,0%
GRAN. WYTRZ. NA JEDNOOS. ŚCISK.:	5,9 MPa	⇒	260,0 MPa
WSKAŹNIK KRUCHOŚCI:	7,0	⇒	39,3

### DOBROĆ DOPASOWANIA DO DANYCH EMPIRYCZNYCH $[\sigma_1 = f(p)]_F$

(tylko stan kruchy i przejściowy)

Dop. bardzo dobre ( $0 < \varphi^2 \leq 0,01$ )	Dop. dobre ( $0,01 < \varphi^2 \leq 0,10$ )	Dop. zadowalające ( $0,10 < \varphi^2 \leq 0,25$ )
⇓	⇓	⇓
28 piaskowców (54% przypadków)	22 piaskowce (42%)	2 piaskowce (4%)

Dla tych piaskowców stała  $\nu'_0$  przyjmuje wartości

od **0,255** do **0,468**

#### WARTOŚĆ ŚREDNIA

stałą  $\nu'_0$  dla analizowanych piaskowców  
(WARTOŚĆ PRZECIĘTNA W PRÓBCE)  
wynosi

**0,394**

#### MEDIANA

wartości stałą  $\nu'_0$   
wynosi

**0,404**

Na poziomie ufności  $\alpha = 0,95$

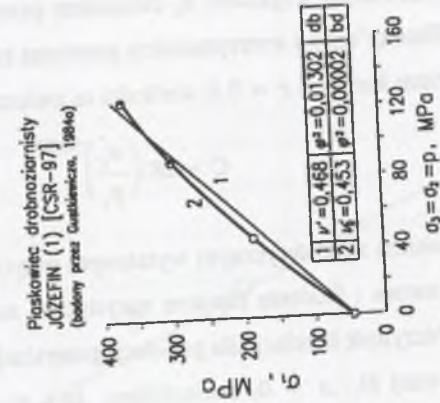
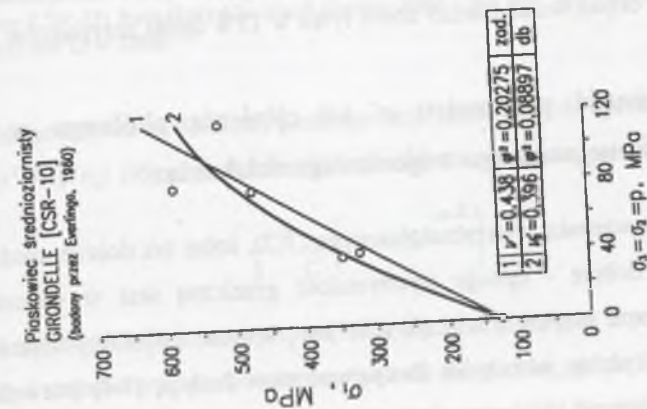
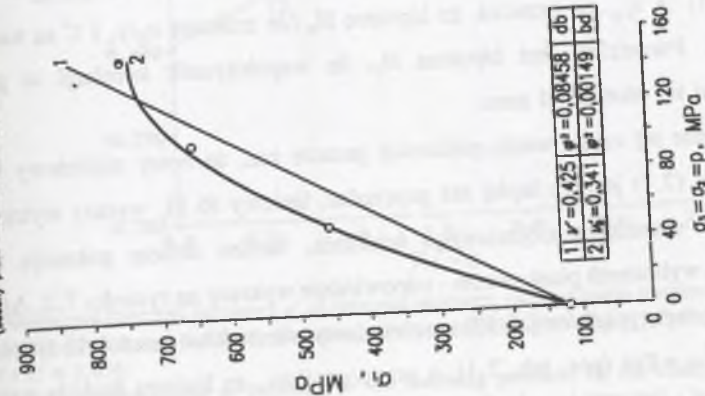
#### WARTOŚĆ ŚREDNIA GENERALNA

stałą  $\nu'_0$   
(WARTOŚĆ PRZECIĘTNA W POPULACJI GENERALNEJ)

mieści się w przedziale

**(0,380, 0,408)**

Piaskowiec gruboziarnisty  
NAHARGAMA (BSB) [CSR-78]  
(badany przez Hoshino i Mitsunaga, 1975)



Rys. 7.2. Graficzna prezentacja wyników oceny zgodności liniowego (1) i nieliniowego (2) warunku wytrzymałościowego z parametrem  $\nu'$  z danymi empirycznymi  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  z badań trzech różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie  
Fig. 7.2. Graphical representation of the goodness of fit of linear (1) and nonlinear (2) strength criterion with parameter  $\nu'$  to the empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  from conventional triaxial compression tests of three different sandstones



wartość ta (wartość średnia populacji) mieści się, na poziomie ufności  $\alpha = 0,99$ , w przedziale (0,380, 0,408).

Dla tych samych pięćdziesięciu piaskowców oznaczyłem również zależność pomiędzy stałą  $C$  (znormalizowanym względem  $\sigma_c$  ciśnieniem przejścia w stan plastyczny w sensie Hubera-Misesa-Hencky'ego) a wytrzymałością graniczną tych skał na jednoosiowe ściskanie. Ze współczynnikiem korelacji  $r = 0,6$  wielkości te związane są ze sobą funkcją potęgową

$$C = 281 \left( \frac{\sigma_c}{p_a} \right)^{-0,697} \quad (7.8)$$

gdzie  $p_a$  jest ciśnieniem atmosferycznym wyrażonym w tych samych jednostkach co  $\sigma_c$ .

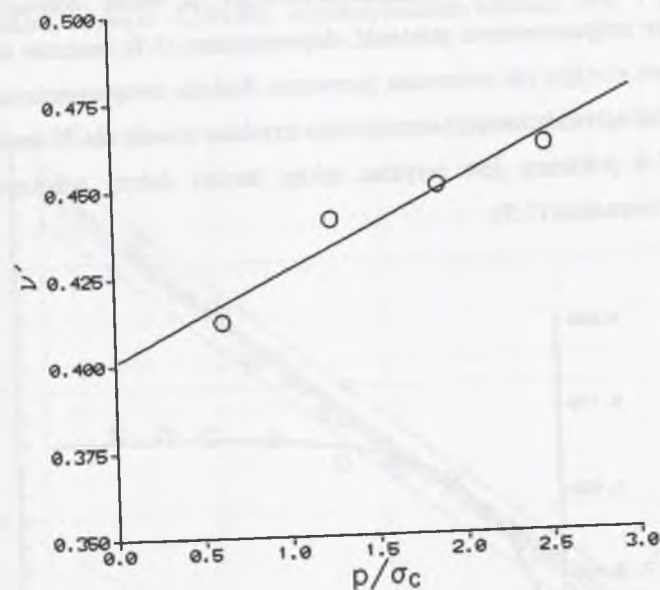
Weryfikując testem t Studenta hipotezę statystyczną zerową, że na poziomie istotności  $1 - \alpha = 0,05$  współczynnik korelacji dla populacji generalnej równa się 0 -  $H_0: \rho = 0$ , wobec hipotezy alternatywnej  $H_1: \rho \neq 0$ , stwierdziłem, że  $t = -5,1884$ , zaś  $t_{0,05, 48} = 2,0106$ . Zachodzi więc  $|t| > t_{1-\alpha}$ , co oznacza, że hipotezę  $H_0$  (że zmienne  $\sigma_c/p_a$  i  $C$  są niezależne) należy odrzucić. Prawdziwa jest hipoteza  $H_1$ , że współczynnik korelacji w populacji generalnej  $\rho$  różni się istotnie od zera.

Na zakończenie tej części warto podkreślić jeszcze raz, że nowy nieliniowy warunek wytrzymałościowy (7.7) jeszcze lepiej niż poprzedni, liniowy (6.1), wyraża wytrzymałość graniczną skał w warunkach trójosiowego ściskania; bardzo dobrze pokazują to - na przykładzie trzech wybranych piaskowców - odpowiednie wykresy na rysunku 7.2. Aż w 54% ogółu analizowanych przypadków (28/52) ten nieliniowy warunek bardzo dobrze aproksymuje dane empiryczne  $\sigma_1 = f(p)$  (por. tab. 7.1), a przypomnijmy, że liniowa funkcja wytrzymałościowa dawała dopasowania bardzo dobre tylko w 11% ogółu przypadków (8/75).

## 7.2. Zależność parametru $\nu'$ od ciśnienia okólnego w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania

Opracowanie warunku wytrzymałościowego (7.7), który tak dobrze, można powiedzieć nawet - bardzo dobrze - opisuje wytrzymałość graniczną skał w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających, jest zapewne satysfakcjonujące. Nie można jednak nie zauważyć, że jakkolwiek dwuparametrowa funkcja (7.4) pozwala stosunkowo dobrze wyrazić zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego, to jednak jest nadto "sztywna", zbyt mało "elastyczna", by opisać obserwowany często efekt szybkiego tempa wzrostu

wartości parametru  $\nu'$  przy niskich ciśnieniach okólnych i bardzo słabego wpływu tego ciśnienia na parametr  $\nu'$  przy ciśnieniach wysokich (por. chociażby przedstawioną na rysunku 7.3 zależność  $\nu'(p)$  dla drobnoziarnistego piaskowca *Ohmagari* z Shiranukamachi na wyspie Hokkaido, Japonia).



Rys. 7.3. Nieliniowa zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego, na przykładzie piaskowca drobnoziarnistego *Ohmagari* (CSR-33) z wyspy Hokkaido (Japonia), aproksymowana - nie najlepiej - funkcją (7.4) ze stałą  $B = 0,0239$  i  $C = 3,956$

Fig. 7.3. Nonlinear dependence of parameter  $\nu'$  on confining pressure, by the example of a fine-grained *Ohmagari* sandstone (CSR-33) from Hokkaido island (Japan), fitted - not very well - by function (7.4) with constant  $B = 0,0239$  and  $C = 3,956$

Aby wyeliminować ten niedostatek, postanowiłem zastosować do aproksymacji danych empirycznych  $\nu' = f(p/\sigma_c)$  trójparametrową funkcję eksponencjalną o postaci

$$\nu' = \frac{B}{1-C} \left( 1 - Ce^{-\frac{D \cdot p}{\sigma_c}} \right) \quad (7.9)$$

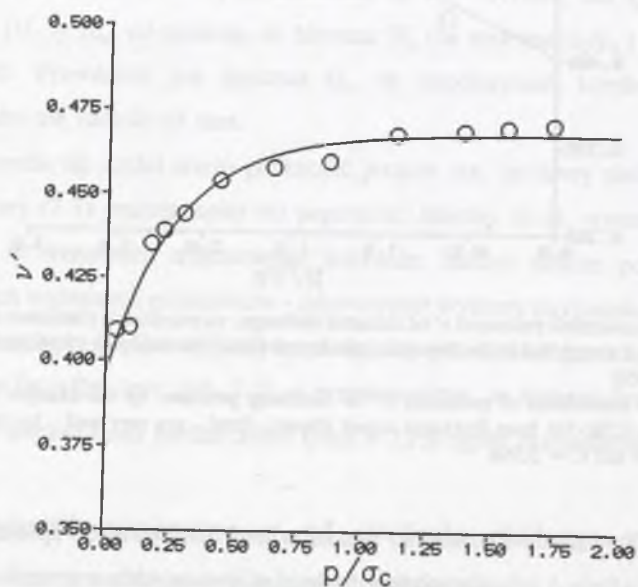
Funkcja ta jest monotonicznie rosnąca w przedziale  $(0, +\infty)$ ; dla  $p = 0$  przyjmuje wartość równą  $B \equiv \nu'_0$ , i zmierza asymptotycznie do  $\nu'_0/(1-C)$  dla  $p \rightarrow \infty$ , gdzie  $C \in (0, 1)$ .

Analizie poddałem siedemdziesiąt pięć tych samych co opisane w rozdziale 6 zestawów danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla piaskowców. Przypomnijmy, że były to piaskowce



teryogeniczne i piroklastyczne, o ziarnach od bardzo drobnych do bardzo grubych, o porowatości od 0,2% do 33,1%, o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 5,9 MPa do 260,0 MPa i o wskaźniku kruchości od 7,0 do 39,3. Były one badane przez różnych badaczy na konwencjonalne trójosiowe ściskanie, w stanie powietrzno-suchym, w temperaturze pokojowej, z prędkościami odkształceń od  $10^{-5}$  do  $10^{-4}$  s $^{-1}$ .

Przyjmując wartość błędu średniokwadratowego za miarę dobroci dopasowania stwierdziłem, że trójparametrowa zależność eksponencjalna (7.9) znacznie lepiej przybliża dane empiryczne  $\nu' = f(p)$  niż stosowana pierwotnie funkcja dwuparametrowa o równaniu (7.4). Szczególnie satysfakcjonujące dopasowania uzyskane zostały dla 39 zestawów danych. Na rysunku 7.4 pokazany jest przykład takiej bardzo dobrej aproksymacji danych empirycznych równaniem (7.9).



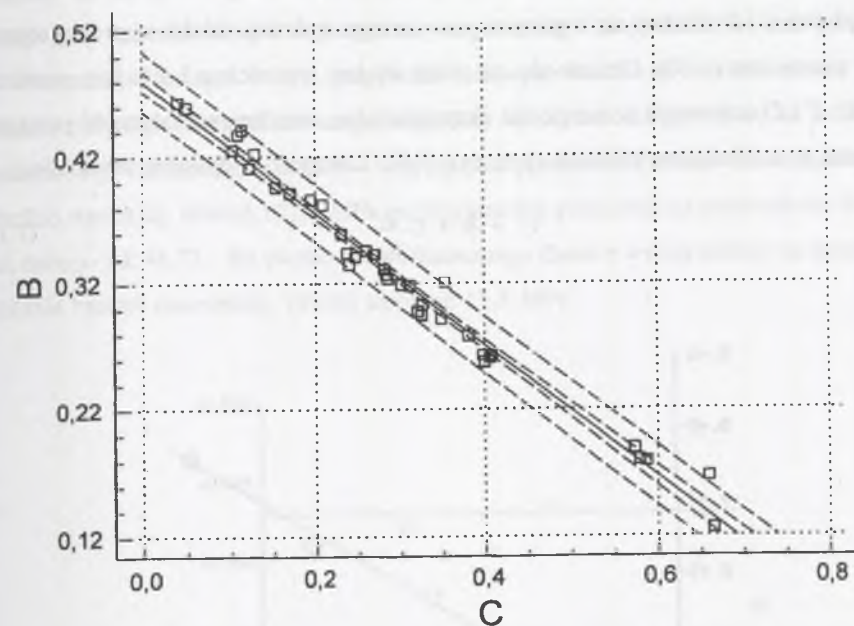
Rys. 7.4. Nieliniowa, opisana równaniem (7.9), zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego ( $\nu'_0 = 0,396$ ,  $C = 0,154$ ,  $D = 3,70611$ ) na przykładzie piaskowca średnioziarnistego *Darley Dale* (CSR-2a) z kamieniołomu w Derbyshire (Anglia), badanego na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przez Murrella (1965)  
Fig. 7.4. Nonlinear, described by equation (7.9), dependence of parameter  $\nu'$  on confining pressure ( $\nu'_0 = 0,396$ ,  $C = 0,154$ ,  $D = 3,70611$ ) by the example of a medium-grained *Darley Dale* sandstone (CSR-2a) from a quarry in Derbyshire (England), tested under conventional triaxial compression conditions by Murrell (1965)

Okazało się, że wartości stałej  $B$  ( $\nu'_0$ ) mieszczą się w przedziale od 0,126 - dla piaskowca drobnoziarnistego *Bogdanka* (1) z Lubelskiego Zagłębia Węglowego (CSR-144a) do 0,463 -

dla piaskowca drobnoziarnistego *Nowa Ruda* (CSR-108) z Dolnośląskiego Zagłębia Węglowego. Tej najmniejszej i największej wartości parametru  $B$  właściwe są, odpowiednio, największa (0,664) i najmniejsza (0,0407) wartość stałej  $C$ . Dla ogółu 39 piaskowców obowiązuje liniowa zależność pomiędzy stałymi  $B$  i  $C$ , opisana równaniem regresji

$$B = 0,48 - 0,52C \quad (7.10)$$

z bardzo wysokim, równym -0,991488, współczynnikiem korelacji (rys. 7.5).



Rys. 7.5. Prosta regresji (7.10) z 95% przedziałem ufności i 95% przedziałem predykcji  
Fig. 7.5. Regression line (7.10) with a 95% confidence interval and 95% prediction interval

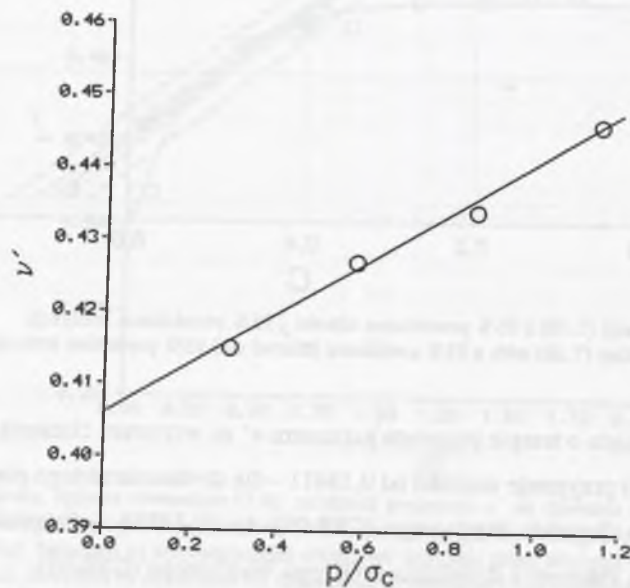
Współdecydująca o tempie przyrostu parametru  $\nu'$  ze wzrostem ciśnienia okólnego stała  $D$  z równania (7.9) przyjmuje wartości od 0,18411 - dla drobnoziarnistego piaskowca *Józefin* (3) z Lubelskiego Zagłębia Węglowego (CSR-99) do 10,13883 - dla piaskowca drobno/średnioziarnistego *Pniówek* z Rybnickiego Okręgu Węglowego (CSR-95).

Parametr  $\nu'$  rośnie asymptotycznie od  $\nu'_0$  do wartości końcowej (dla  $p/\sigma_c \rightarrow \infty$ ) wynoszącej od 0,375 - dla wspomnianego już powyżej piaskowca *Bogdanka* (1) do 0,498 - dla również wymienionego już piaskowca *Józefin* (3). W ani jednym przypadku nie stwierdziłem, by krzywa  $\nu'(p)$  przecinała prostą o równaniu  $\nu' = 0,5$ .



Badając właściwości równania (7.9) i analizując wartości oznaczonych dlań stałych  $B$ ,  $C$  i  $D$  zwróciłem uwagę, że w wielu przypadkach wartości stałej  $C$  są bliskie 1,0, a  $D$  przyjmuje wartości bardzo małe, rzędu kilku setnych, kilku tysięcznych, a nawet kilku dziesięciotysięcznych. Przykładowo, w przypadku piaskowca *Mutenberg* z obszaru Niemiec (CSR-1) było to, odpowiednio, 0,948 i 0,013002, 0,937 i 0,00678 w przypadku piaskowca *Darley Dale* (CSR-2c), i 0,936 i 0,000998 w przypadku piaskowca drobnoziarnistego *Józefin* (1) z Lubelskiego Zagłębia Węglowego (CSR-97). Było przy tym charakterystyczne, że odpowiadające takim przypadkom punkty na płaszczyźnie wyznaczonej przez osie współrzędnych  $C$  i  $B$  układały się w górnym prawym rogu wykresu, daleko od prostej regresji opisanej równaniem (7.10). Okazało się, że takim właśnie wartościom i relacjom pomiędzy stałymi  $B$ ,  $C$  i  $D$  odpowiada w istocie nie eksponencjalna, lecz liniowa zależność pomiędzy parametrem  $\nu'$  a ciśnieniem okólnym (por. rys. 7.6). Zależność tę opisałem równaniem

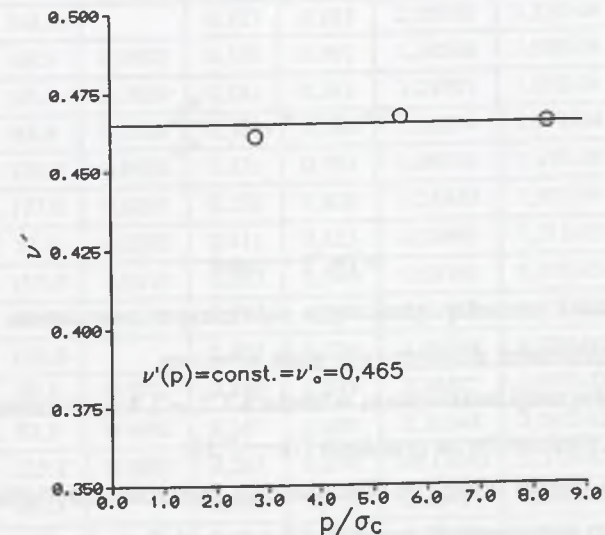
$$\nu' = B + C \frac{p}{\sigma_c} \quad (7.11)$$



Rys. 7.6. Liniowa zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego (równanie (7.11);  $\nu'_0 = 0,406$  i  $C = 0,03473$ ), na przykładzie bardzo drobnoziarnistego piaskowca *Furukawa* (CSR-61) z zagłębia węglowego Hokusho na wyspie Kiusiu (Japonia), badanego na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przez Hoshino i in. (1972)  
Fig. 7.6. Linear dependence of parameter  $\nu'$  on confining pressure (equation (7.11);  $\nu'_0 = 0,406$  and  $C = 0,03473$ ) by the example of a very fine-grained *Furukawa* sandstone (CSR-61) from Hokusho coal basin on Kyushu island (Japan), tested under conventional triaxial compression conditions by Hoshino et al. (1972)

W wyniku aproksymacji danych empirycznych dla 29 piaskowców stwierdziłem, że występująca w równaniu (7.11) stała empiryczna  $B \equiv \nu'_0$  przyjmuje wartości od 0,067 dla piaskowca średnioziarnistego *Jastrzębie* z Rybnickiego Okręgu Węglowego (CSR-87) do 0,493 - dla wspomnianego już wcześniej w tej pracy bardzo gruboziarnistego piaskowca wulkanicznego *Zushi* z miejscowości Yokosuka na półwyspie Miura na wyspie Honsiu, Japonia (CSR-51). Tej największej wartości stałej  $B$  odpowiadała najmniejsza, równa 0,000156, wartość stałej  $C$  (najniższe tempo wzrostu wartości parametru  $\nu'$  przy zwiększaniu ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania); na odwrót, najmniejszej wartości stałej  $B$  odpowiadała wartość stałej  $C$  największa, równa 0,76685.

Parametr  $\nu'$  osiągał w tym przypadku liniowych zachowań wartość równą 0,5 dla ciśnienia okólnego (znormalizowanego względem wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ )) tak niskiego jak 0,49 - w przypadku piaskowca *Pennant* z Południowej Walii o bardzo wysokiej, równej 197,0 MPa, wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie, i tak dużego jak 44,72 - dla piaskowca wulkanicznego *Zushi* o wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie bardzo niewielkiej, równej zaledwie 11,8 MPa.



Rys. 7.7. Wykres ilustrujący brak zależności pomiędzy parametrem  $\nu'$  a ciśnieniem okólnym, na przykładzie piaskowca drobnoziarnistego *Rudna* (1) (CSR-102) z Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego, badanego na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przez Gustkiewicz (1984)

Fig. 7.7. Plot illustrating a lack of dependence between parameter  $\nu'$  and confining pressure by the example of a fine-grained *Rudna* (1) sandstone (CSR-102) from Legnica-Głogów Copper Region, tested under conventional triaxial compression conditions by Gustkiewicz (1984)



Dla ośmiu piaskowców nie zaobserwowałem istotnej zależności pomiędzy parametrem  $\nu'$  a ciśnieniem okólnym (por. rys. 7.7) i przyjąłem, że w tych kilku przypadkach  $\nu'(p) = \text{const}$ . Były to wartości od 0,339 - dla piaskowca *Workuta* z Peczerskiego Zagłębia Węglowego (CSR-29) do 0,477 - dla piaskowca *Gorskaja* (2) z jednej z kopalń byłego Związku Radzieckiego (CSR-26b).

### 7.3. Nowy ogólny warunek wytrzymałościowy

Drugim podstawowym zadaniem obecnej analizy było wprowadzenie do warunku stanu granicznego (7.1) funkcji wyrażających zależność parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego i zbadanie przydatności warunku tego w nowej postaci

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c + \frac{\nu'(\sigma_3^*) + [1 - 2\nu'(\sigma_3^*)]z}{1 - \nu'(\sigma_3^*)} \sigma_3^* \quad (7.12a)$$

gdzie

$$\nu'(\sigma_3^*) = \frac{\nu'_o}{1 - C} \left( 1 - C e^{-D \frac{\sigma_3^*}{\sigma_c}} \right) \quad (7.12b)$$

lub

$$\nu'(\sigma_3^*) = \nu'_o + C \frac{\sigma_3^*}{\sigma_c} \quad (7.12c)$$

lub

$$\nu'(\sigma_3^*) = \text{const.} \quad (7.12d)$$

do opisu zależności pomiędzy granicznym największym naprężeniem głównym ( $F_{\sigma_1}$ ) i najmniejszym naprężeniem głównym ( $\sigma_3$ ), gdzie  $\sigma_3 = \sigma_2 = p$ .

Wyniki aproksymacji zestawione są w tabelach 7.2 – 7.4 i przedstawione graficznie dla kilku wybranych piaskowców na rysunkach 7.8 – 7.10.

Wyniki te są bardzo dobre. Po wprowadzeniu zależności eksponencjalnej (7.12b) do ogólnego warunku wytrzymałościowego (7.12a) stwierdziłem, że aż w 82% przypadków (31/38) warunek ten bardzo dobrze (ze współczynnikiem zgodności  $\varphi^2 \leq 0,01$ ) wyraża graniczne największe naprężenie główne ( $F_{\sigma_1}$ ) w funkcji ciśnienia okólnego ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ). W sześciu przypadkach (16%) było to dopasowanie dobre ( $0,01 < \varphi^2 \leq 0,10$ ) i tylko w jednym

Wyniki aproksymacji danych empirycznych z badań 38 różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie równaniem wytrzymałościowym (7.12a) z parametrem  $\nu'$  rosnącym eksponencjalnie (wzór (7.12b)) ze wzrostem ciśnienia okólnego

Zestaw danych	$\sigma_c$ MPa	$n$	$B$	$C$	$D$	$\varphi^2$	Ocena dop.	$E$
7.CSR-2a	79,3	0,2100	0,396	0,154	3,70611	1,04E-02	db	0,468
8.CSR-2b	72,5	0,2100	0,422	0,129	1,36806	4,15E-03	bd	0,485
9.CSR-24	28,1		0,459	0,0495	1,29035	6,79E-05	bd	0,483
14.CSR-28	115,2		0,341	0,247	1,43759	4,96E-03	bd	0,453
16.CSR-30	52,7	0,1610	0,263	0,408	2,85845	3,50E-02	db	0,444
19.CSR-33	78,5	0,0534	0,359	0,231	1,10635	2,59E-03	bd	0,467
20.CSR-34	74,5	0,0640	0,335	0,240	2,16965	5,51E-03	bd	0,441
22.CSR-44	23,7	0,1830	0,386	0,195	0,77070	7,90E-03	bd	0,480
24.CSR-47	58,3	0,1440	0,437	0,109	0,52951	5,14E-05	bd	0,490
25.CSR-49	45,1		0,425	0,103	0,94097	3,23E-04	bd	0,474
27.CSR-52	45,8	0,0289	0,189	0,573	2,08169	4,20E-04	bd	0,443
28.CSR-53a	112,8	0,0620	0,391	0,171	1,29283	3,82E-03	bd	0,472
29.CSR-53b	105,0	0,0620	0,382	0,209	0,97986	4,04E-06	bd	0,483
30.CSR-54	148,8		0,327	0,283	2,55976	3,25E-04	bd	0,456
33.CSR-57	68,6	0,0652	0,319	0,301	1,38588	3,98E-06	bd	0,456
34.CSR-58	65,1	0,1020	0,331	0,281	2,29701	1,00E-04	bd	0,460
35.CSR-60	48,8	0,1320	0,343	0,270	1,62354	3,67E-04	bd	0,470
41.CSR-78	120,0	0,0430	0,321	0,353	0,86126	3,15E-06	bd	0,496
44.CSR-81	197,0	0,0260	0,258	0,400	3,56488	1,53E-06	bd	0,430
45.CSR-82	57,0	0,0570	0,411	0,123	0,33868	7,51E-05	bd	0,469
46.CSR-83	187,0	0,0410	0,292	0,349	6,68168	5,57E-05	bd	0,449
47.CSR-85	60,0	0,1500	0,279	0,381	5,45615	2,23E-02	db	0,451
49.CSR-90	104,0		0,303	0,326	4,86749	1,03E-05	bd	0,450
50.CSR-92	80,8	0,0772	0,180	0,579	3,34815	1,88E-02	db	0,428
51.CSR-93	83,9	0,0662	0,167	0,659	2,20148	7,04E-02	db	0,490
53.CSR-95	125,4	0,0680	0,263	0,398	10,13883	5,31E-02	db	0,437
57.CSR-99	46,0		0,441	0,114	0,18411	2,36E-04	bd	0,498
60.CSR-104	88,0		0,324	0,285	1,02160	8,77E-03	bd	0,453
61.CSR-105	67,0		0,346	0,260	1,04026	5,18E-03	bd	0,468
62.CSR-106	63,0		0,261	0,406	0,82749	5,96E-03	bd	0,439
64.CSR-108	67,0	0,0770	0,463	0,0407	0,43064	2,14E-03	bd	0,483
67.CSR-121	101,7		0,318	0,312	3,45294	3,62E-03	bd	0,462



Zestaw danych	$\sigma_c$ MPa	$n$	$B$	$C$	$D$	$\varphi^2$	Ocena dop.	$E$
68.CSR-144a	87,7		0,126	0,664	4,64976	1,65E-01	zad.	0,375
70.CSR-2d	41,5		0,344	0,237	3,07171	9,13E-04	bd	0,451
72.CSR-146	44,3		0,295	0,325	3,30651	1,83E-04	bd	0,437
73.CSR-147a	95,5		0,343	0,269	2,19045	1,12E-03	bd	0,469
75.CSR-149	97,0		0,298	0,321	5,02662	1,41E-03	bd	0,439
76.CSR-150	92,0		0,179	0,587	3,10617	6,19E-04	bd	0,433

Objaśnienia:  $\sigma_c$  - granica wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie,  $n$  - porowatość,  $B$ ,  $C$  i  $D$  - stałe występujące w równaniu (7.12b),  $\varphi^2$  - współczynnik zgodności,  $E = B/(1-C)$

Tabela 7.3

Wyniki aproksymacji danych empirycznych z badań 29 różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie równaniem wytrzymałościowym (7.12a) z parametrem  $\nu'$  rosnącym liniowo (formuła (7.12c)) ze wzrostem ciśnienia okólnego

Zestaw danych	$\sigma_c$ MPa	$n$	$B$	$C$	$\varphi^2$	Ocena dop.
1.CSR-1	67,0		0,365	0,08435	3,40E-05	bd
2.CSR-5	177,5		0,324	0,15522	3,72E-05	bd
3.CSR-6a	39,2		0,441	0,00658	9,96E-06	bd
4.CSR-8	98,1		0,385	0,00879	1,38E-05	bd
5.CSR-10	127,5		0,396	0,05527	8,78E-02	db
6.CSR-12	49,0		0,453	0,00478	1,46E-04	bd
10.CSR-25	5,9		0,468	0,00420	2,55E-03	bd
11.CSR-26a	73,1		0,460	0,02783	5,47E-03	bd
17.CSR-2c	80,1	0,1260	0,433	0,04374	7,46E-03	bd
18.CSR-31	197,0	0,0020	0,336	0,33130	1,35E-02	db
21.CSR-40	95,1	0,0860	0,331	0,08324	9,46E-02	db
23.CSR-46	21,6	0,1770	0,373	0,03196	5,86E-05	bd
26.CSR-51	11,8		0,493	0,000156	3,42E-06	bd
31.CSR-55	85,0	0,1230	0,422	0,01448	1,72E-05	bd
32.CSR-56	91,5		0,447	0,00258	3,38E-05	bd
36.CSR-61	170,6	0,0385	0,406	0,03473	2,49E-04	bd

Zestaw danych	$\sigma_c$ MPa	$n$	$B$	$C$	$\varphi^2$	Ocena dop.
37.CSR-62	107,9		0,430	0,00258	7,72E-02	db
38.CSR-63	78,0		0,418	0,02629	7,45E-06	bd
43.CSR-80	213,0	0,0220	0,343	0,10735	1,19E-02	db
48.CSR-87	125,1		0,067	0,76685	7,67E-02	db
52.CSR-94	91,8	0,0541	0,328	0,13628	1,80E-02	db
55.CSR-97	46,0		0,453	0,00649	1,26E-04	bd
56.CSR-98	46,0		0,421	0,02335	4,24E-05	bd
58.CSR-100	40,0		0,405	0,01520	3,55E-04	bd
63.CSR-107	65,0		0,469	0,00293	6,71E-04	bd
65.CSR-109	59,0		0,430	0,02189	4,16E-05	bd
66.CSR-110	68,0		0,368	0,08070	1,77E-06	bd
71.CSR-145	57,2		0,430	0,04571	1,75E-02	db
74.CSR-148	179,19		0,440	0,03198	5,91E-03	bd

Objaśnienia:  $\sigma_c$  - granica wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie,  $n$  - porowatość,  $B$  i  $C$  - stałe występujące w równaniu (7.12c),  $\varphi^2$  - współczynnik zgodności

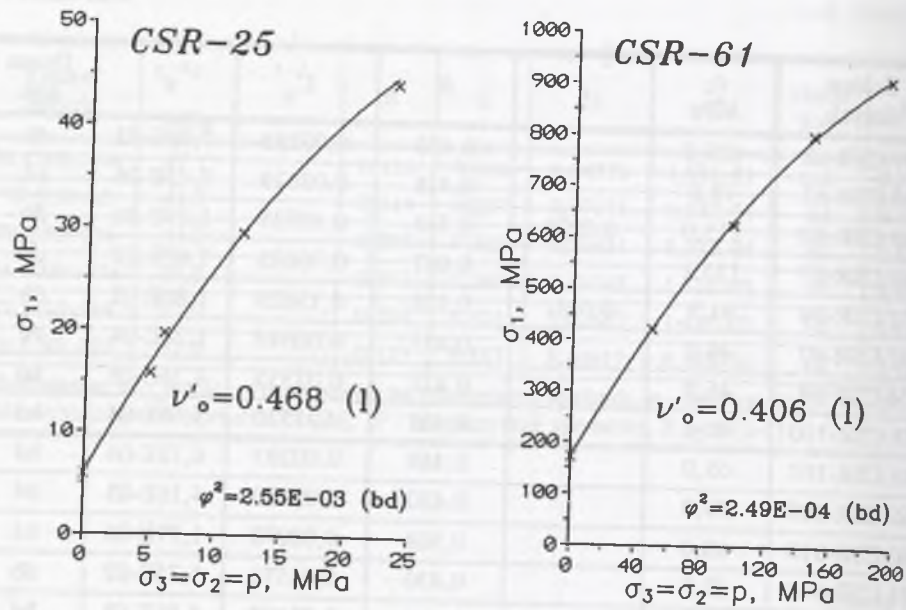
Tabela 7.4

Wyniki aproksymacji danych empirycznych z badań 8 różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie równaniem wytrzymałościowym (7.12a) z parametrem  $\nu'$  niezależnym od ciśnienia okólnego ( $\nu'(p) = \text{const.}$ )

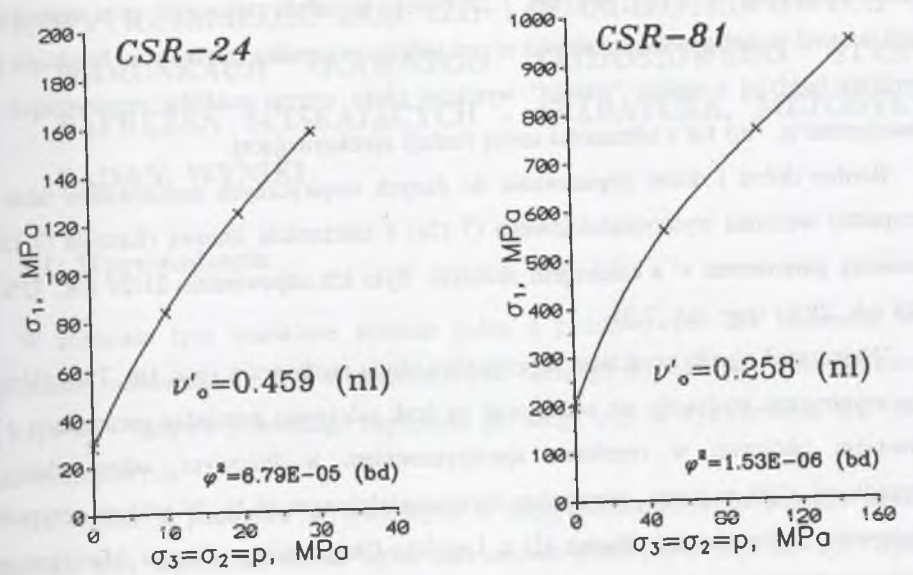
Zestaw danych	$\sigma_c$ MPa	$n$	$b$	$\nu'$	$\varphi^2$	Ocena dop.
12.CSR-26b	61,3		2,343	0,477	2,08E-02	db
13.CSR-27	64,7		2,673	0,469	3,55E-02	db
15.CSR-29	140,2		5,375	0,339	1,54E-01	zad.
39.CSR-66	42,0		6,517	0,365	1,03E-01	zad.
42.CSR-79	260,0		3,587	0,450	3,99E-02	db
54.CSR-96	115,4	0,0460	3,477	0,419	2,42E-02	db
59.CSR-102	18,0		3,024	0,465	2,09E-03	bd
77.CSR-147b	95,5		6,191	0,387	1,33E-02	db

Objaśnienia:  $\sigma_c$  - granica wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie,  $n$  - porowatość,  $b$  - stała występująca w równaniu (6.1a),  $\varphi^2$  - współczynnik zgodności

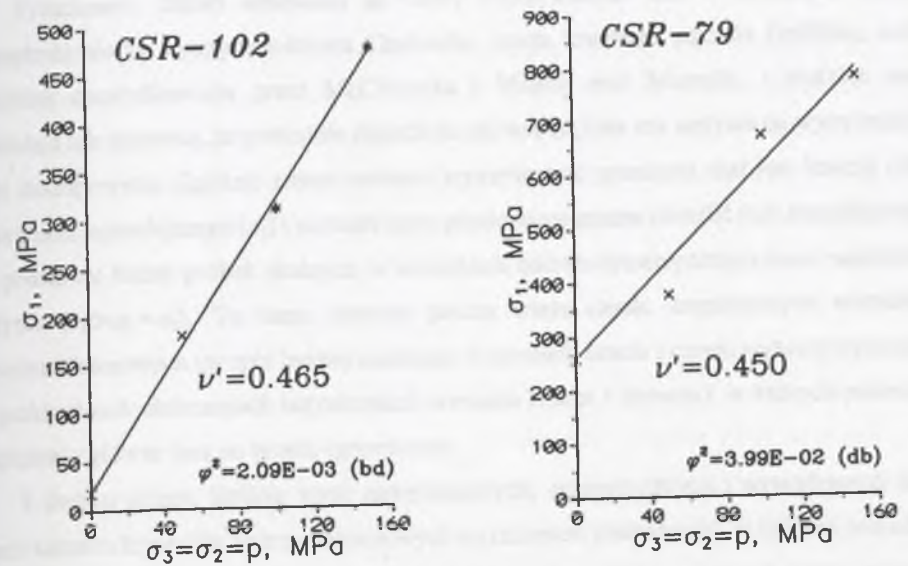




Rys. 7.8. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla czterech wybranych piaskowców aproksymowane funkcją wytrzymałościową (7.12a) z parametrem  $\nu'$  rosnącym liniowo (l) ze wzrostem ciśnienia okólnego  
 Fig. 7.8. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for four selected sandstones fitted by a strength function (7.12a) with parameter  $\nu'$  that increases linearly (l) with increasing confining pressure



Rys. 7.9. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla dwóch wybranych piaskowców aproksymowane funkcją wytrzymałościową (7.12a) z parametrem  $\nu'$  rosnącym nieliniowo (nl) ze wzrostem ciśnienia okólnego  
 Fig. 7.9. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for two selected sandstones fitted by a strength function (7.12a) with parameter  $\nu'$  that increases nonlinearly (nl) with increasing confining pressure



Rys. 7.10. Dane empiryczne  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  dla dwóch wybranych piaskowców aproksymowane funkcją wytrzymałościową (7.12a) z parametrem  $\nu'$  niezależnym od ciśnienia okólnego  
 Fig. 7.10. Empirical data  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  for two selected sandstones fitted by a strength function (7.12a) with parameter  $\nu'$  that is independent of the confining pressure



- zadowalające ( $\varphi^2 = 0,165$ ; por. tab. 7.2). Należy tu jednak zaznaczyć, że ta stosunkowo duża wartość współczynnika zgodności w tym jednym przypadku (piaskowiec *Bogdanka (1)*) wynikała bardziej z niskiej "jakości" wyników (duży rozrzut punktów empirycznych na płaszczyźnie  $p, F\sigma_1$ ) niż z ułomności samej funkcji aproksymującej.

Bardzo dobre i dobre dopasowania do danych empirycznych zanotowałem także w przypadku warunku wytrzymałościowego (7.12a) z zależnością liniową (formuła (7.12c)) pomiędzy parametrem  $\nu'$  a ciśnieniem okólnym. Było ich odpowiednio 21/29 (ok. 72%) i 8/29 (ok. 28%) (por. tab. 7.3).

"Najgorsze" wyniki uzyskałem w przypadku ośmiu piaskowców (por. tab. 7.4), których dane empiryczne wydawały się wskazywać na brak zależności pomiędzy parametrem  $\nu'$  a ciśnieniem okólnym; w rezultacie aproksymowałem je liniowym, odpowiadającym przypadkowi  $\nu'(p) = \text{const.}$ , równaniem wytrzymałościowym (6.1). W jednym przypadku (piaskowiec drobnoziarnisty *Rudna (1)* z Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego) uzyskałem dopasowanie bardzo dobre, w pięciu przypadkach (62,5%) - dopasowanie dobre, i w dwóch (25%) - dopasowanie zadowalające.

## 8. WYTRZYMAŁOŚĆ SKAŁ IZO- i QUASI-IZOTROPOWYCH W WARUNKACH OGÓLNEGO TRÓJOSIOWEGO STANU NAPRĘŻEŃ ŚCISKAJĄCYCH - APARATURA, METODYKA BADAŃ, WYNIKI

### 8.1. Wprowadzenie

W rozdziale tym omówione zostanie jedno z podstawowych dla mechaniki skał zagadnienie zachowania się skał w warunkach tzw. ogólnego trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) i wpływu pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość skał izo- i quasi-izotropowych.

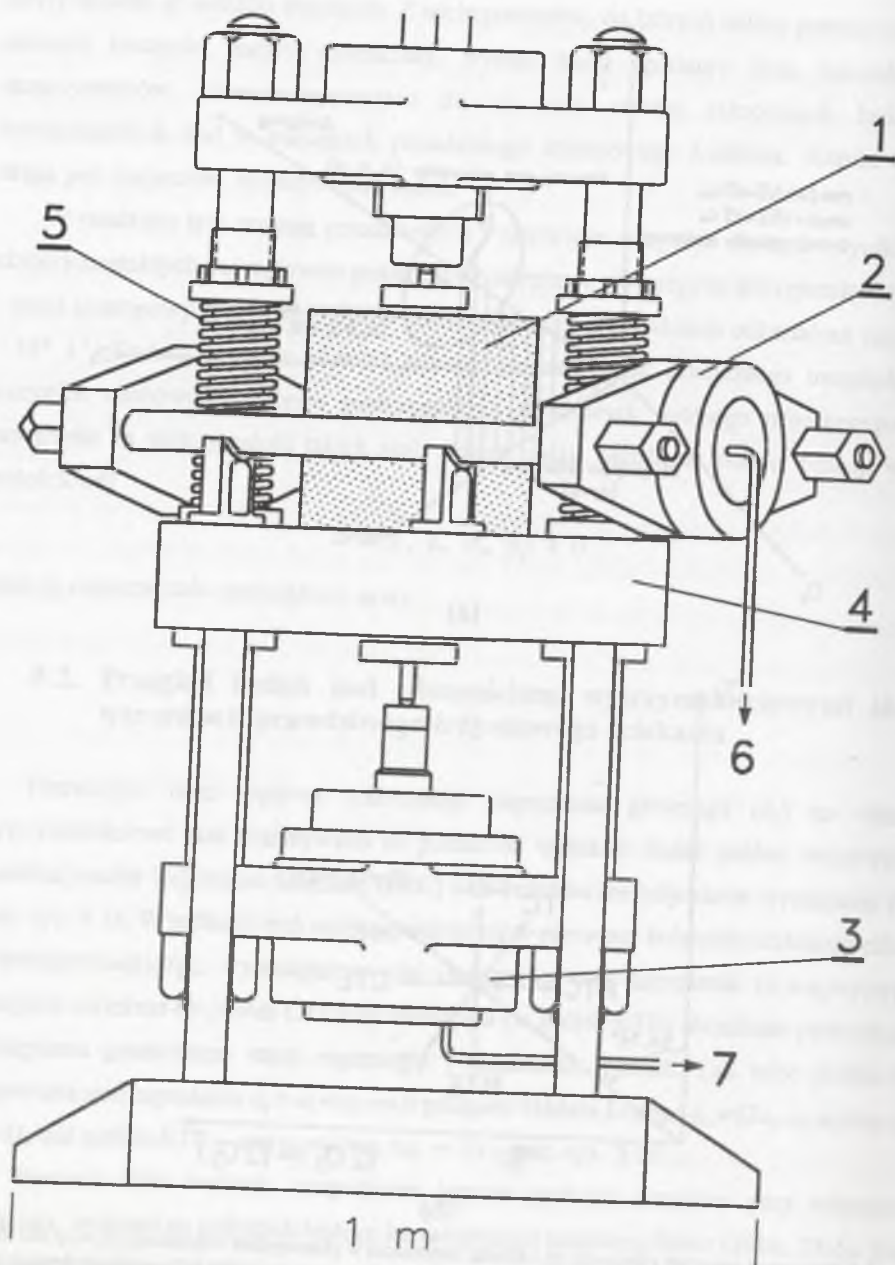
Jak wynika z pomiarów prowadzonych w przypowierzchniowych partiach skorupy ziemskiej, stan naprężenia rzadko bywa tam osiowo-symetryczny ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ). Wprost przeciwnie, nawet w rejonach nie naruszonych robotami górniczymi czy też budowlanymi, pośrednie naprężenie główne ( $\sigma_2$ ) bywa nawet kilka razy większe od naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ) (por. Rummel, 1986; Stephansson, 1993).

Tymczasem, często stosowana do oceny wytrzymałości skał w złożonych stanach naprężenia teoria wytrzymałościowa Coulomba, teoria kruchego pęknięcia Griffitha, teoria Griffitha zmodyfikowana przez McClintocka i Walsh'a oraz Murrella, i niektóre inne, zakładają lub stanowią, że pośrednie naprężenie główne ( $\sigma_2$ ) nie ma wpływu na wytrzymałość skał izotropowych. Zgodnie z tymi teoriami wytrzymałość graniczna skał jest funkcją tylko naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ) i warunki stanu granicznego można określić (lub zweryfikować) na podstawie badań próbek skalnych w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężenia jedynie ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ). To samo dotyczy bardzo wielu czysto empirycznych warunków wytrzymałościowych (w tym bardzo modnego w ostatnich latach i często wykorzystywanego w praktycznych obliczeniach inżynierskich warunku Hoeka i Browna), w których pośrednie naprężenie główne jest po prostu ignorowane.

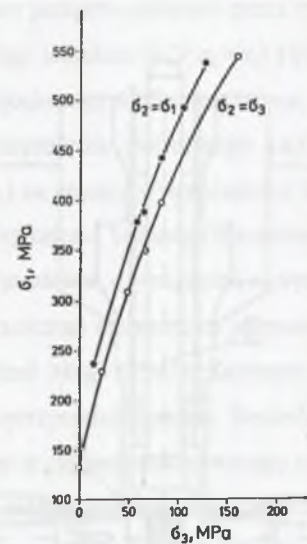
Z drugiej strony, istnieje wiele naprężeniowych, energetycznych i wywodzących się z teorii szczelin kryteriów wytrzymałościowych wyrażonych równaniami, w których pośrednie naprężenie główne występuje; jest to m. in. warunek Burzyńskiego-Jagna-Łukszy, warunek Bałandina, warunek Estrina, warunki Sakurajia, rozszerzony warunek wytrzymałościowy Griffitha. Niestety, wobec braku odpowiednich danych empirycznych bardzo trudno jest



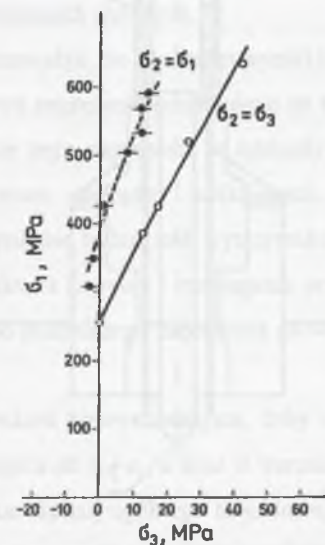




Rys. 8.2. Ogólny widok aparatu (Instytut Trzęsień Ziemi Uniwersytetu Tokijskiego) do badań prostopadłościennych próbek skalnych w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - komora wysokociśnieniowa, 2 - siłownik obciążający próbkę w kierunku 2 ( $\sigma_2$ ), 3 - siłownik obciążający próbkę w kierunku 1 ( $\sigma_1$ ), 4 - podtrzymująca komorę (1) płyta nośna aparatu, 5 - sprężyna, 6 - do pompy podającej olej do siłownika (2), 7 - do pompy podającej olej do siłownika (1) (wg Mogiego, 1971b)  
 Fig. 8.2. General view of an apparatus built at the Earthquake Research Institute of the University of Tokyo for testing cuboidal rock samples under true triaxial compressive stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (after Mogi, 1971b)

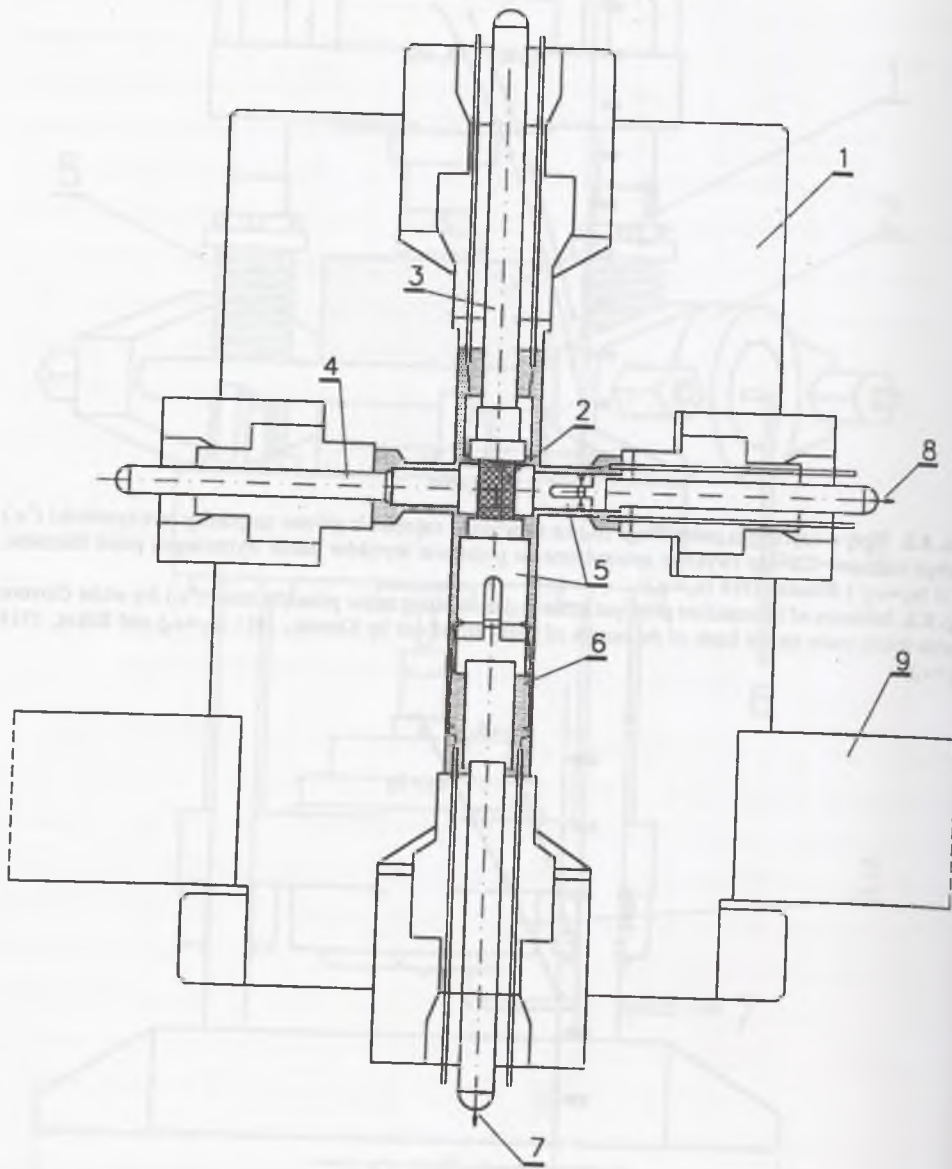


Rys. 8.3. Wpływ naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) na największe naprężenie główne na granicy wytrzymałości ( $F\sigma_1$ ) białego marmuru Carrara (wykresy sporządzone na podstawie wyników badań wykonanych przez Kármána, 1911 ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) i Böckera, 1914 ( $\sigma_2 = \sigma_1$ ))  
 Fig. 8.3. Influence of intermediate principal stress ( $\sigma_2$ ) on limiting major principal stress ( $F\sigma_1$ ) for white Carrara marble (plots made on the basis of the results of tests carried out by Kármán, 1911 ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) and Böker, 1914 ( $\sigma_2 = \sigma_1$ ))



Rys. 8.4. Zależność największego naprężenia głównego na granicy wytrzymałości ( $F\sigma_1$ ) od naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ) oznaczona przez Mogiego (1967) w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) i redukowanego trójosiowego wydłużania ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) próbek walcowych granitu Westerly  
 Fig. 8.4. Dependence of limiting major principal stress ( $F\sigma_1$ ) on minimum principal stress ( $\sigma_3$ ) determined by Mogi (1967) in conventional triaxial compression tests ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) and reduced triaxial extension tests ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) of cylindrical samples of Westerly granite





Rys. 8.5. Schemat komory trójosiowej aparatu Mogiego do badania prostopadłościennych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - korpus komory, 2 - próbka o wymiarach 15 mm  $\times$  15 mm  $\times$  30 mm ( $h/a = 2,0$ ), 3 - pionowy tłok oporowy ( $\sigma_1$ ), 4 - poziomy tłok oporowy ( $\sigma_2$ ), 5 - siłomierze elektrooporowe, 6 - olej silikonowy, 7 - do siłownika hydraulicznego ( $\sigma_1$ ), 8 - do siłownika hydraulicznego ( $\sigma_2$ ), 9 - podtrzymująca komorę płyta nośna aparatu (wg Mogiego, 1971a)  
 Fig. 8.5. Schematic diagram of a triaxial vessel of Mogi's apparatus for testing rock samples under true triaxial stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (after Mogi, 1971a)

na próbkach marmuru *Carrara* przeprowadzonych przez von Kármána (1911) w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) i przez wspomnianego już Böкера w warunkach zredukowanego trójosiowego wydłużania ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ). Okazało się (zob. rys. 8.3), że większym wartościom naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) odpowiadają większe wartości naprężenia maksymalnego ( $\sigma_1$ ) na granicy wytrzymałości, wzrostowi naprężenia pośredniego odpowiada więc wzrost wytrzymałości badanego marmuru. Różnica  $\Delta^F \sigma_1$  dla tych samych - a odpowiadających różnym wartościom  $\sigma_2$  - naprężeń  $\sigma_3$  wynosiła około 45 MPa, co stanowiło około 30% wytrzymałości granicznej marmuru na jednoosiowe ściskanie.

Na taki sam efekt wskazał Mogi (1967). Zaobserwował on bardzo wyraźny wpływ naprężenia pośredniego na wytrzymałość granitu *Westerly* i dolomitu *Dunham*. Graniczne największe naprężenie główne w próbach zredukowanego trójosiowego wydłużania było aż o 30 do 50% większe od tego zaobserwowanego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania (por. rys. 8.4). Należy tu jednak podkreślić, że zupełnie inny obraz uzyskał Mogi dla wapienia *Solnhofen* (patrz [278], str. 5125, Fig. 5). W przypadku tej skały wpływ  $\sigma_2$  był ledwo zauważalny; krzywe  $^F \sigma_1 = f(\sigma_3)$  odpowiadające próbie ściskania ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) i wydłużania ( $\sigma_2 = \sigma_1$ ) niemal się pokrywały. Efekt taki przypisywany jest ciągliwemu zachowaniu się wapienia przy wyższych ciśnieniach okólnych.

Nie można jednak nie zauważyć, że nierzadko wyniki badań na skałach bardzo kruchych także nie wykazywały wpływu naprężenia pośredniego na wytrzymałość i niektórzy badacze poddawali w wątpliwość rolę tego naprężenia w oddziaływaniu na zachowanie się skał w warunkach trójosiowego stanu naprężeń ściskających. Na przykład, Brace (1964) zaobserwował zbieżność wyników badań nad wytrzymałością granitu *Westerly* i dolomitu *Webatuck* w warunkach ściskania ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) i rozciągania przy ściskaniu ( $\sigma_2 = \sigma_1$ ) i stwierdził na tej podstawie, że wielkość pośredniego naprężenia głównego ma mały, nieistotny wpływ na wytrzymałość tych skał.

Próby CTC i RTE są jednak niewystarczające, żeby ocenić zachowanie się skały przy naprężeniach pośrednich różnych od  $\sigma_3$  i  $\sigma_1$ , a więc w warunkach gdy  $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$  ( $-1 < \mu_\sigma < 1$ ). Celem wytworzenia w próbce skalnej ogólnego trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) stosowane były więc różne inne sposoby obciążania próbek walcowych i cylindrycznych:

- osiowe ściskanie próbek cylindrycznych poddanych działaniu zewnętrznego ciśnienia okólnego (Hobbs, 1962; Pomeroy i Hobbs, 1962; Jaeger i Hoskins, 1966; Mazanti i Sowers, 1966; Hoskins, 1969);



● osiowe ściskanie próbek cylindrycznych poddanych działaniu ciśnienia okólnego zewnętrznego i wewnętrznego (Mazanti i Sowers, 1966; Hoskins, 1969; Dinis da Gama i Menezes, 1974);

● wszechstronne ściskanie próbek cylindrycznych zewnętrznym ciśnieniem hydrostatycznym (Robertson, 1955);

● czyste skręcanie próbek walcowych (Handin i in., 1967);

● skręcanie próbek walcowych połączone z jednoosiowym ścisaniem (Handin i in., 1967);

● skręcanie próbek walcowych w warunkach działania ciśnienia okólnego (Handin i in., 1967);

● skręcanie próbek walcowych w warunkach działania ciśnienia okólnego oraz obciążenia pionowego (Böker, 1914, 1915; Handin i in., 1960; Handin i in., 1967);

● czyste skręcanie próbek cylindrycznych (Handin i in., 1967);

● skręcanie próbek cylindrycznych w warunkach działania zewnętrznego i wewnętrznego ciśnienia okólnego (Handin i in., 1967);

● skręcanie próbek cylindrycznych w warunkach działania zewnętrznego i wewnętrznego ciśnienia okólnego oraz obciążenia pionowego (Handin i in., 1967).

Zaletą stosowania próbek cylindrycznych jest to, że odpowiednio sterując wielkościami obciążenia pionowego, ciśnienia otaczającego zewnętrznego i wewnętrznego i/lub momentu skręcającego można wytworzyć w próbce dowolny prawdziwie trójosiowy stan naprężeń ścisających, a nawet można doprowadzić do stanu, w którym najmniejsze naprężenie główne ( $\sigma_3$ ) przyjmuje wartości ujemne, a więc jest naprężeniem rozciągającym.

Mazanti i Sowers (1966) badając cylindryczne próbki granitu *Stone Mountain* (o ścianie grubości 5,0 mm) w warunkach działania obciążeń osiowych oraz różnych kombinacji ciśnienia zewnętrznego i wewnętrznego pokazali, że wytrzymałość graniczna ( $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}$ ) skały rośnie ze wzrostem naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) (patrz [263], str. 216, Fig. 5 i 6). Nie jest to jednak wzrost nieograniczony; wydaje się zanikać dla  $\sigma_2/\sigma_1 > 0,5$ .

Handin i in. (1967) na podstawie badań walcowych i cienkościennych (0,7 mm) cylindrycznych próbek wapienia *Solnhofen* na konwencjonalne trójosiowe ściskanie, zredukowane trójosiowe wydłużanie, czyste skręcanie, skręcanie w warunkach działania ciśnienia okólnego i skręcanie połączone z jedno- lub trójosiowym ścisaniem zaobserwowali,

że wytrzymałość materiału wyraźnie zależy od wielkości naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ). Pokazali (patrz [150], str. 634, Fig. 15), że krzywa wyrażająca zależność granicznego oktaedrycznego naprężenia ścinającego od ciśnienia średniego ( $\tau_{\text{occi}} = f(p_m)$ ) odpowiadająca próbom skręcania próbek cylindrycznych ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) leży nieco powyżej krzywej odpowiadającej wydłużaniu próbek walcowych ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) i zdecydowanie poniżej krzywej ściskania próbek walcowych ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ). Taki sam efekt zaobserwowali w badaniach próbek dolomitu *Blair* i szkła *Pyrex*.

Naprężenie pośrednie miało także istotny wpływ na przejście wapienia *Solnhofen* ze stanu kruchego w stan ciągliwy. W temperaturze pokojowej ciśnienie średnie  $p_m$  na przejściu B-D wynosiło 270, 400 i 540 MPa przy, odpowiednio, ścisaniu ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), skręcaniu ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) i wydłużaniu ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ). Tak więc większym naprężeniom pośrednim odpowiadają wyższe ciśnienia przejścia B-D.

Także Hoskins (1969) badając grubościennie (12,5 mm) cylindryczne próbki m.in. "trachitu" *Bowral*, piaskowca *Gosford* i marmuru *Carrara* w warunkach działania obciążenia pionowego oraz zewnętrznego i wewnętrznego ciśnienia okólnego (przy czym  $p_z \neq p_w$ ) wykrył znaczący wpływ naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość tych skał.

Wyraźnie zauważalny wpływ naprężenia pośredniego na wytrzymałość skały wykryli także Dinis da Gama i Menezes (1974) poddając próbki cylindryczne (o grubości ścianki nie mniejszej od 1 cm) działaniu obciążenia pionowego oraz ciśnienia zewnętrznego (ok. 2 – 25 MPa) i wewnętrznego (ok. 4 – 6 MPa). Badacze ci stwierdzili, że wzrost wytrzymałości (maksymalnego naprężenia ścinającego przy zniszczeniu) pewnego pospolitego wapienia postępuje w miarę zwiększania naprężenia pośredniego zgodnie z zależnością liniową

$$\tau_{\max} = 58,4 + 0,91 \sigma_2, \quad \text{MPa} \quad (8.2)$$

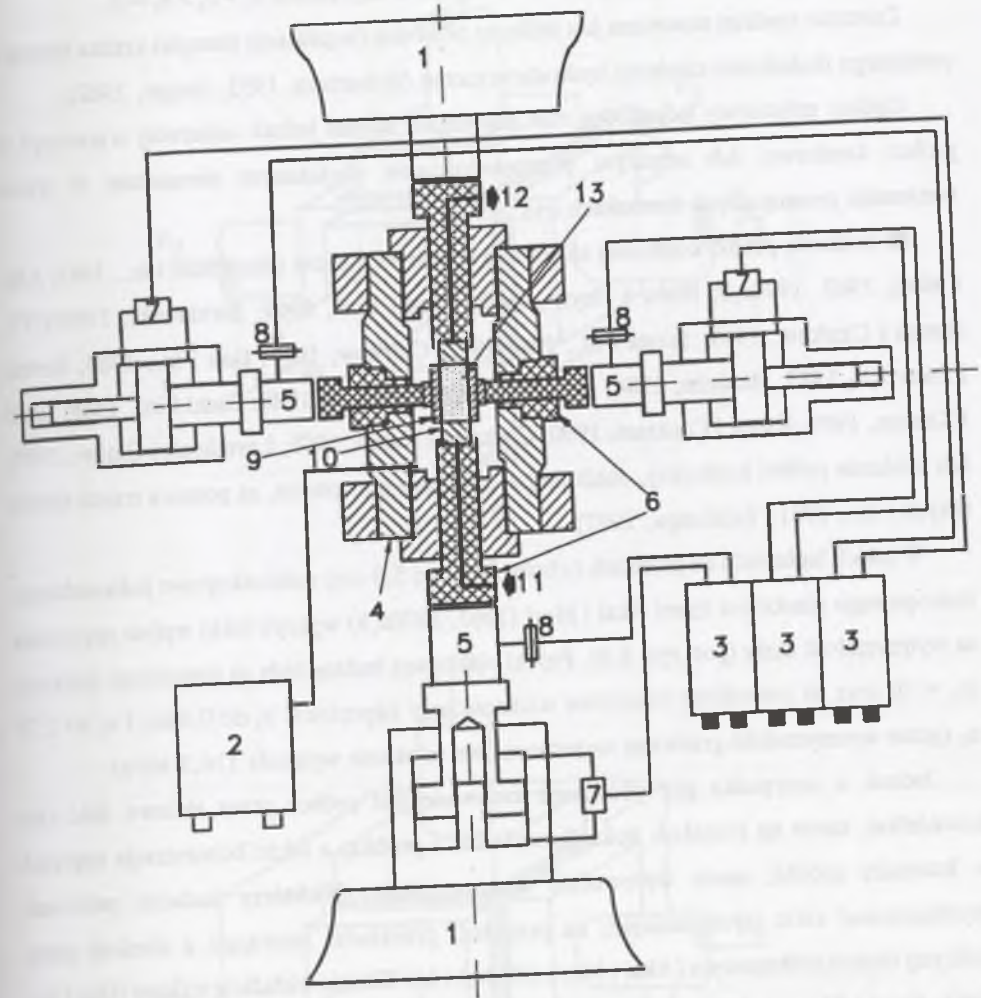
Wiarygodność wyników badań na próbkach cylindrycznych jest jednak często poddawana w wątpliwość. Wielu badaczy wydaje się przychylić do opinii, że efekt naprężenia pośredniego wynika raczej z niedoskonałości warunków eksperymentowania niż jest przyrodzoną właściwością materiału skalnego. Kwestionowana jest przede wszystkim zasadność stosowania wzorów obowiązujących dla grubościennych cylindrów sprężystych (rozwiązanie Lamégo) do obliczania dwóch (obwodowego i radialnego) spośród trzech naprężeń głównych przy zniszczeniu. Zwraca się również uwagę na to, że rozkład naprężeń w ścianie cylindra jest wysoce niejednorodny. Dla zadanej grubości ścianki i przy różnych ciśnieniach zewnętrznym i wewnętrznym wartości naprężenia obwodowego i radialnego i ich



wzajemna relacja (stosunek  $\sigma_2/\sigma_1$ ) są bowiem funkcją  $r$  - odległości od środka cylindra. Przy tym im większa grubość ścianki próbki ( $a$  dla większości skał praktycznie nie jest możliwe by stosować próbki prawdziwie, tak jak to robi się w przypadku metali, cienkościennie), tym większy jest gradient naprężeń w ściance. Zarzuca się także, że w przypadku próbek bardzo cienkościennych (jak u Handina i in., 1967) grubość miedzianych osłonek zabezpieczających przed penetracją medium otaczającego do skały jest porównywalna z grubością ścianek próbki; obecność takich osłonek skaża, zapewne, wyniki eksperymentów i wpływa ujemnie na ich wiarygodność. Wszystkim bardziej zainteresowanym tymi problemami polecam dyskusję Hendrona, Jr. (1966) oraz artykuł Hoskinsa (1969, str. 122 i 123).

Generowanie ogólnego trójosiowego stanu naprężenia możliwe jest jednak nie tylko w próbkach cylindrycznych. Za pomocą aparatu trójosiowego zbudowanego na Wydziale Inżynierii Naftowej Uniwersytetu Heriota-Watta w Edynburgu (Crawford i in., 1995; Smart, 1995) stan taki można wytworzyć w próbkach walcowych, które obciążane są na obwodzie ciśnieniem cieczy w 24 cienkościennych rurkach z polichlorku winylu, które składają się na trzy niezależne, serwo sterowane obwody hydrauliczne (rys. 8.31). Istotną zaletą tego sposobu obciążania jest możliwość korzystania w badaniach nad własnościami skał w "prawdziwie" trójosiowym stanie naprężenia z próbek walcowych. Poważną jego wadą jest to, że ze względu na niewysoką wytrzymałość rurek z polichlorku winylu na rozrywanie, różnica ciśnień cieczy w rurkach sąsiadujących ze sobą obwodów (por. rys. 8.31b) nie może przekraczać 6,9 MPa. Tak więc przy eliptycznym rozkładzie naprężeń radialnych w płaszczyznach przekrojów poprzecznych próbki maksymalna dopuszczalna wartość różnicy naprężeń ( $\sigma_2 - \sigma_3$ ) wynosi zaledwie 13,8 MPa. W praktyce, badając próbki szkockich piaskowców *Clashach* i *Locharbriggs* (Crawford i in., 1995) przy naprężeniach najmniejszych ( $\sigma_3$ ) równych 10 i 30 MPa (obwód 3 na rys. 8.31b), w wytwarzającym w próbce naprężenie  $\sigma_2$  obwodzie 1 nie stosowano ciśnień większych od, odpowiednio, 22 i 42 MPa.

Do oznaczenia wpływu pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skały stosuje się niekiedy także próbę brazylijską w warunkach działania ciśnienia okólnego (Robertson, 1955; Jaeger i Hoskins, 1966; Handin i in., 1967). Próba ta umożliwia oznaczanie wytrzymałości trójosiowej skały przy najmniejszym naprężeniu głównym ( $\sigma_3$ ) tak ściskającym, jak i rozciągającym. Takie właśnie badania wykonane przez Jaegera i Hoskinsa (1966) na próbkach m.in. trachitu *Bowral* i piaskowca *Gosford* wykazały, że ze wzrostem naprężenia pośredniego wytrzymałość skały lekko rośnie (taki sam efekt zaobserwowano zresztą w



Rys. 8.6. Schemat aparatu (Japoński Instytut Geologiczny w Tsukubie) do badania prostopadłościennych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - nieruchome górna i dolna płyta aparatu, 2 - agregat zasilania hydraulicznego, 3 - układ sterujący, 4 - komora trójosiowa, 5 - siłomierze elektrooporowe do pomiaru sił działających w kierunku 1 ( $\sigma_1$ ) i kierunku 2 ( $\sigma_2$ ), 6 - tłoki wywierające obciążenie na próbkę w kierunku 1 ( $\sigma_1$ ) i kierunku 2 ( $\sigma_2$ ), 7 - serwozawory, 8 - przetworniki przemieszczeń służące do pomiaru odkształceń próbki w kierunku 1 i 2, 9 - stalowa podkładka boczna próbki (kierunek 2), 10 - stalowa podkładka dolna próbki (kierunek 1), 11 - doprowadzenie wody porowej, 12 - odprowadzenie wody porowej, 13 - próbka skalna (wg Takahashiego, 1984, Takahashiego i Koidego, 1989a,b oraz Takahashiego i in., 1993)  
Fig. 8.6. Schematic diagram of an apparatus built at the Geological Survey of Japan in Tsukuba for testing cuboidal rock samples under true triaxial compressive stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (after Takahashi, 1984, Takahashi and Koide, 1989a,b, and Takahashi et al., 1993)



badaniach cylindrycznych próbek tych samych skał poddanych działaniu obciążenia pionowego i ciśnienia zewnętrznego, a więc stanowi naprężenia  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = 0$ .

Znacznie rzadziej stosowana jest próba na przebicie (wgniatanie stempla) krążka skalnego poddanego dodatkowo ciśnieniu hydrostatycznemu (Robertson, 1955; Jaeger, 1962).

Ogólny trójosiowy jednorodny stan naprężenia można jednak najłatwiej wytworzyć w próbce kostkowej lub smukłym prostopadłościanie obciążanym niezależnie w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach (rys. 8.7):

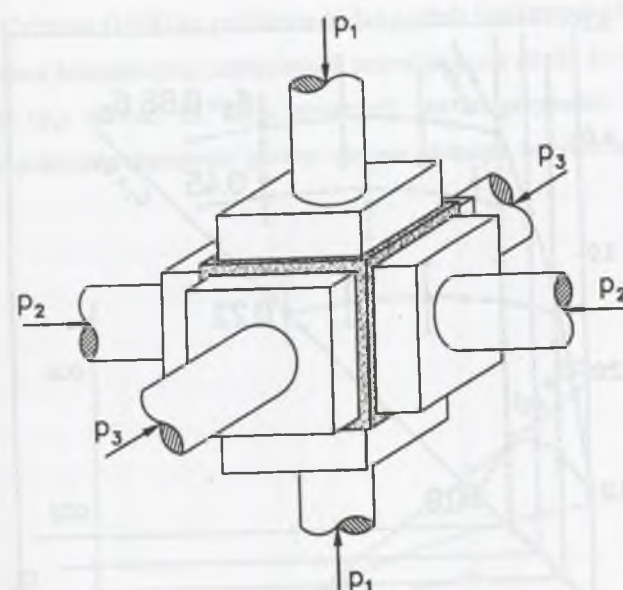
■ ściskanie próbki kostkowej za pomocą trzech par tłoków (Buchheim i in., 1965; Akai i Mori, 1967, 1970a,b; Höfer i Heyne, 1968; Kern i Karl, 1969; Bieniawski, 1969/1971; Bieron i Czirkow, 1969; Serata i in., 1968/1972; Czirkow, 1973; Gau i in., 1983; Reches i Dieterich, 1983; Hunsche, 1984, 1992; Hunsche i Albrecht, 1988; Esaki i in., 1988; Esaki i Kimura, 1989; Kamp i Cockram, 1990; Cockram i Kamp, 1991; Levitchouk i Gaziev, 1998) lub ściskanie próbki kostkowej, osadzonej w gnieździe oporowym, za pomocą trzech tłoków (Brych i in., 1991; Tshibangu, 1997).

W takich badaniach na próbkach (o boku długości 5,5 cm) makroskopowo jednorodnego, izotropowego piaskowca *Izumi* Akai i Mori (1967, 1970a,b) wykryli lekki wpływ naprężenia na wytrzymałość skały (por. rys. 8.8). Próbki piaskowca badane były na dwuosiove ściskanie ( $\sigma_3 = 0$ ) oraz na prawdziwe trójosiowe ściskanie przy naprężeniu  $\sigma_3$  do  $0,68\sigma_c$  i  $\sigma_2$  do  $2,76\sigma_c$  (gdzie wytrzymałość graniczna na jednoosiowe ściskanie wynosiła 116,7 MPa).

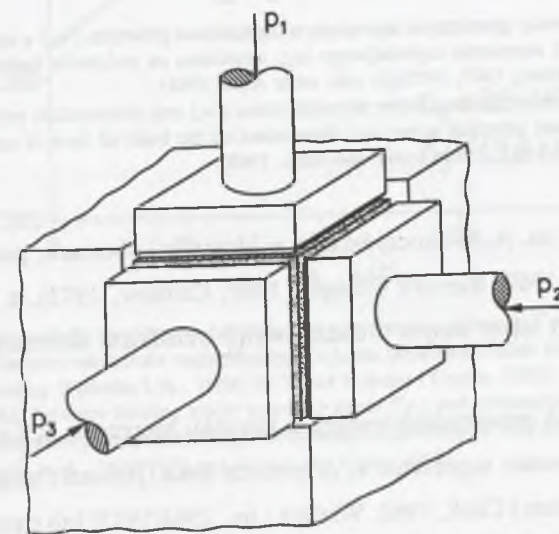
Jednak w przypadku gdy obciążenie zadawane jest próbce przez stalowe tłoki (lub kowadełka), tarcie na kontakcie tłoka (kowadełka) z próbka, a także koncentracja naprężeń u krawędzi próbki, może wprowadzić znaczne błędy. Niektórzy badacze próbowali wyeliminować efekt tarcia stosując, na przykład, przekładki smarujące z cienkiej gumy pokrytej olejem silikonowym (Akai i Mori, 1970a,b) lub cienkie wkładki z teflonu (Gau i in., 1983; Esaki i Kimura, 1989). Według Seraty i in. (1968/1972) można zmniejszyć siłę tarcia prawie o 99% przez zastosowanie dwu przekładek plastikowych powleczonych smarem grafitowym lub kombinacji kilku cienkich wkładek teflonowych i smaru silikonowego.

Lepsze wyniki dało jednak użycie do obciążania próbek płaskich siłowników membranowych:

■ ściskanie próbek kostkowych za pomocą trzech par gumowych membran (poduszek), do których z trzech niezależnych źródeł tłoczony jest olej (poduszki mogą być gumowe, jak w aparacie konstrukcji M.M. Protodiakonowa (młodsze), W.I. Karpowa i Je.I. Ilnickiej



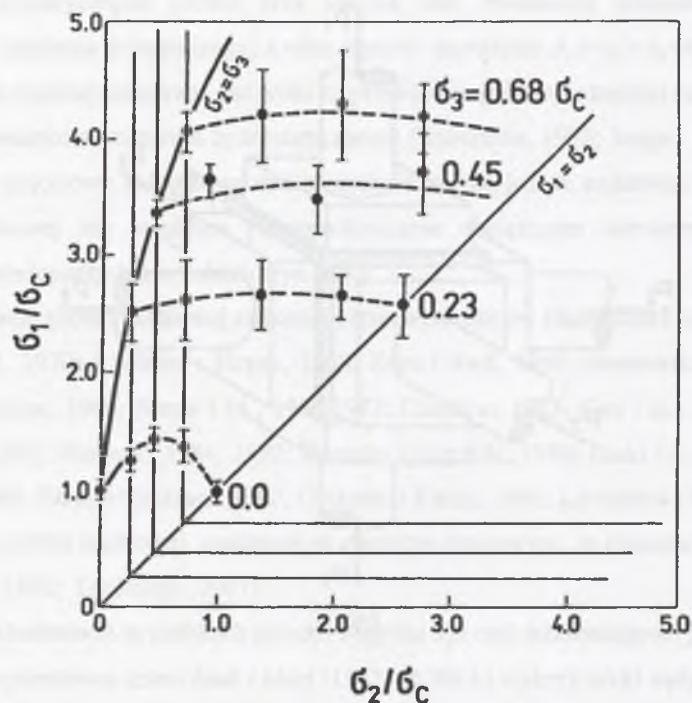
(a)



(b)

Rys. 8.7. Dwie różne odmiany trójkierunkowego sposobu obciążania kostkowych próbek skalnych za pomocą sztywnych tłoków: a - próbka obciążana za pomocą trzech par tłoków (por. Kern i Karl, 1969), b - próbka w gnieździe oporowym obciążana za pomocą trzech tłoków (por. Brych i in., 1991)  
Fig. 8.7. Two different varieties of three-directional loading of cubic rock samples by solid pistons: a - sample loaded by three pairs of pistons (cf. Kern and Karl, 1969), b - sample loaded by three pistons in a load-bearing seat (cf. Brych et al., 1991)





Rys. 8.8. Zależność pomiędzy granicznym największym naprężeniem głównym ( $\sigma_1$ ) a naprężeniem pośrednim ( $\sigma_2$ ), dla różnych wartości naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ), oznaczona na podstawie badań kostkowych próbek piaskowca *Izumi* (Akai i Mori, 1967, 1970a,b; zob. także Akai, 1968)

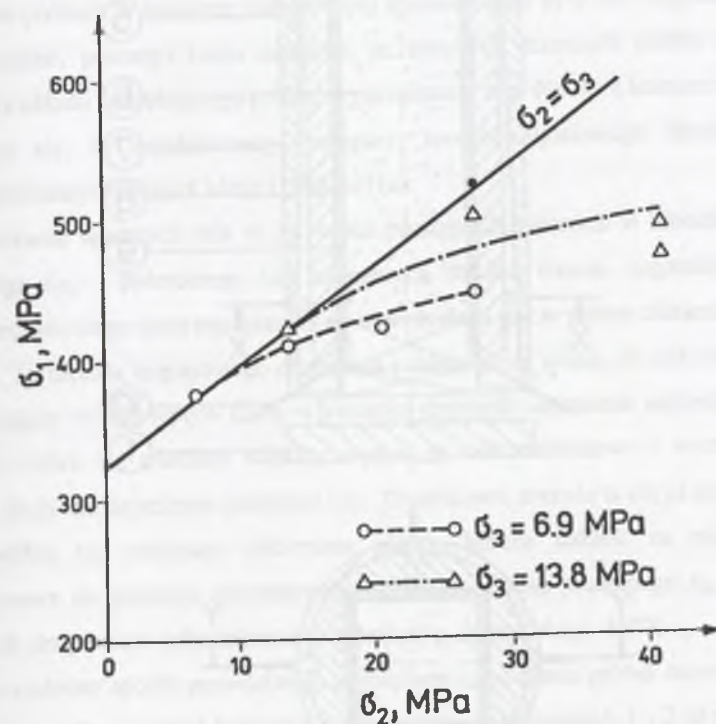
Fig. 8.8. Relationship between limiting major principal stress ( $\sigma_1$ ) and intermediate principal stress ( $\sigma_2$ ), for different values of minimum principal stress ( $\sigma_3$ ), determined on the basis of tests of cubic samples of *Izumi* sandstone (Akai and Mori, 1967, 1970a,b; see also Akai, 1968)

z Instytutu Górnictwa im. A. A. Skoczyńskiego w Moskwie-Lubercach; patrz Kojfman i in., 1964; Ilnickaja i in., 1969; Bieron i Czirkow, 1969; Czirkow, 1973), z gumy lateksowej (Atkinson i Ko, 1973) lub z winylu z dodatkowymi wkładkami skórzanymi (Desai i in., 1982);

■ ściskanie próbek prostopadłościennych w kierunku naprężenia  $\sigma_3$  i  $\sigma_2$  za pomocą dwu par membran, i w kierunku naprężenia  $\sigma_1$  za pomocą tłoka (poduszki mogą być z cienikiej blachy miedzianej (Hojem i Cook, 1968; Wiebols i in., 1968/1972) lub z polichlorku winylu (Michelis, 1985, 1988).

Elastyczne poduszki obciążają ścianki próbki w sposób równomierny i pozwalają im odkształcać się nieskrępowanie. Jeśli są dostatecznie cienkie, nie powodują powstania naprężeń ścinających na ściankach i umożliwiają wytworzenie w próbce trójosiowego stanu, w którym przyłożone naprężenia ścisające są naprężeniami głównymi.

Bieron i Czirkow (1969) na podstawie badań próbek kostkowych (o boku długości 5,0 cm) na trójosiowe ściskanie przy naprężeniach pośrednich ( $\sigma_2$ ) do ok. 31 MPa i naprężeniach najmniejszych ( $\sigma_3$ ) do ok. 22 MPa stwierdzili, że w przypadku jednorodnych skał izotropowych pośrednie naprężenie główne nie ma istotnego wpływu na ich wytrzymałość graniczną.

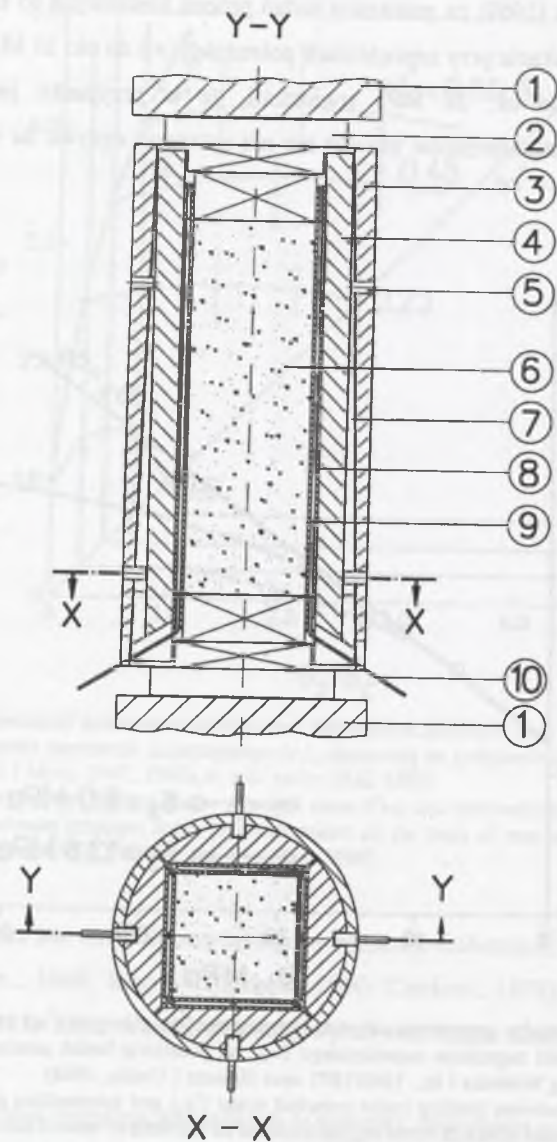


Rys. 8.9. Zależność pomiędzy granicznym największym naprężeniem głównym ( $\sigma_1$ ) a naprężeniem pośrednim ( $\sigma_2$ ), dla różnych wartości naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ), na podstawie badań prostopadłościennych próbek dolerytu *Karoo* (według Wiebolsa i in., 1968/1972 oraz Hojema i Cooka, 1968)

Fig. 8.9. Relationship between limiting major principal stress ( $\sigma_1$ ) and intermediate principal stress ( $\sigma_2$ ), for different values of minimum principal stress ( $\sigma_3$ ), determined on the basis of tests of cuboidal samples of *Karoo* dolerite (after Wiebols et al., 1968/1972 and Hojem and Cook, 1968)

Jednak badania Hojema i Cooka, 1968 (por. również Wiebols i in., 1968/1972) na prostopadłościennych próbkach dolerytu *Karoo* pokazały, że pośrednie naprężenie główne ma znaczący i regularny wpływ na wytrzymałość skały (rys. 8.9), a płaszczyzny zniszczenia są równoległe do kierunku naprężenia pośredniego. Jednak i te wyniki, mimo tego, że uzyskane w warunkach zbliżonych do trójosiowego jednorodnego stanu naprężeń ścisających,





Rys. 8.10. Schemat aparatu (Górnictwo Laboratorium Badawcze Południowoafrykańskiej Izby Górniczej w Johannesburgu) do badania prostopadłościennych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - płyty oporowe prasy zadającej próbce obciążenie pionowe, 2 - podkładki ze stali samohartownej EN30B, 3 - stożkowy (0,5 mm/1 cm) cylinder oporowy z wysokowytrzymałej stali stopowej F65, 4 - stożkowe wkładki oporowe z mosiądzu, 5 - kołki ustalające, 6 - próbka o wymiarach 25,4 mm  $\times$  25,4 mm  $\times$  76,2 mm ( $h/a = 3,0$ ), 7 - szczeliny ustalające, 8 - płaskie membrany (poduszki) z miedzi przekazujące obciążenie (ciśnienie oleju) pośrednie ( $\sigma_2$ ) i najmniejsze ( $\sigma_3$ ) na boki próbki, 9 - wnętrza membran (8) wypełnione olejem, 10 - rurki kapilarne doprowadzające olej do membran (8) (wg Hojema i Cooka, 1968)

Fig. 8.10. Schematic representation of an apparatus built at the Mining Research Laboratory of the Chamber of Mines of South Africa in Johannesburg for testing cuboidal rock samples under true triaxial compressive stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (after Hojem and Cook, 1968)

skażone były pewnym błędem. Wskazują na to rezultaty badań porównawczych (patrz Wiebols i in., 1968/1972, str. 316, Fig. 15b) w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) w komorze trójosiowej (próbki walcowe poddane działaniu ciśnienia okólnego oleju) i w komorze wieloosiowej (próbki prostopadłościenne obciążane w kierunkach naprężenia  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$  przez miękkie płaskie siłowniki membranowe z cienkiej blachy miedzianej). Większe (o ok. 25 MPa) wartości granicznego największego naprężenia głównego w próbach w komorze wieloosiowej spowodowane były bez wątpienia wpływem, mimo wszystko, pewnego tarcia membran na bocznych ściankach próbki oraz większą sztywnością układu obciążającego próbkę w porównaniu z tą właściwą komorze trójosiowej.

Wydaje się, że najwłaściwszy (najlepszy) sposób trójosiowego obciążania próbek prostopadłościennych znalazł Mogi (1969-1971a):

■ ściskanie smukłych ( $h/a = 2$ ) próbek prostopadłościennych w kierunku naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) i pośredniego ( $\sigma_2$ ) za pomocą tłoków; trzecia, najmniejsza składowa ogólnego trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_3$ ) wywoływana jest w próbce ciśnieniem oleju (rys. 8.2 i 8.5). Ta metoda trójosiowego obciążania próbek ma tę zaletę, że całkowicie eliminuje zniekształcający wpływ tarcia w kierunku działania naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ), a więc tego, które ma znacznie większy wpływ na odkształceniowe i wytrzymałościowe własności skały niż naprężenie pośrednie ( $\sigma_2$ ). Dodatkowo, metoda ta czyni dostępnymi dwie ścianki próbki (te obciążane ciśnieniem oleju). Można nakleić na nich tensometry elektrooporowe do pomiaru odkształcenia osiowego  $\epsilon_1$  oraz poziomego  $\epsilon_2$ , i zamocować przetwornik do pomiaru odkształcenia poziomego  $\epsilon_3$  (patrz Mogi, 1977).

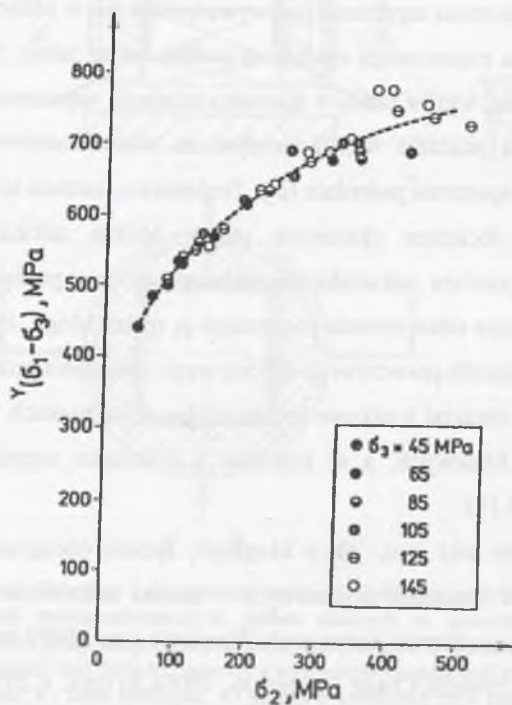
Nieco podobny sposób prawdziwego trójosiowego obciążania próbek zastosował Czirkow (1973, 1976), który obciążał kostkowe próbki skalne w kierunkach 1 i 2 za pośrednictwem specjalnych matryc klinowych, a w kierunku 3 (kierunku naprężenia najmniejszego) - hydraulicznie (rys. 8.15).

Natomiast prawie taki sam, jak u Mogiego, sposób obciążania próbek prostopadłościennych (choć w aparatach trójosiowych o niemal całkowicie odmiennej konstrukcji, zbudowanych bardzo niedawno) zastosowali Wawersik i in., 1997 (rys. 8.32) oraz Haimson i Chang, 2000 (por. również Chang i Haimson, 2000a,b) (rys. 8.35). Należy podkreślić, że za pomocą aparatu Haimsona i Changa próbki skalne o wymiarach 19 mm  $\times$  19 mm  $\times$  38 mm mogą być badane przy bardzo dużych naprężeniach ściskających: najmniejszym ( $\sigma_3$ ) sięgającym 400 MPa i pośrednim ( $\sigma_2$ ) sięgającym 1600 MPa.



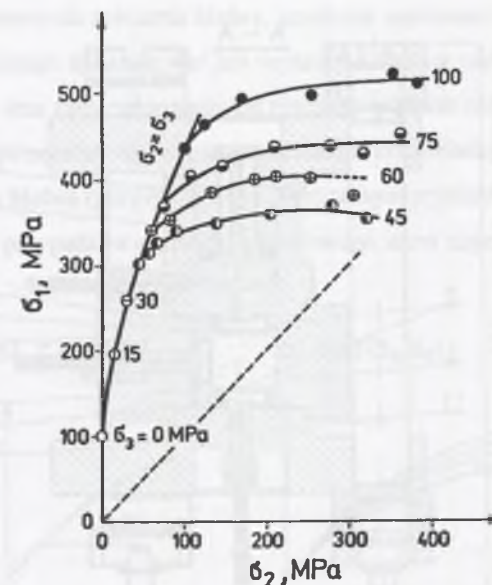
Do poznania wpływu pośredniego naprężenia głównego na cechy odkształceniowe i wytrzymałościowe skał izo- i quasi-izotropowych przyczyniły się w szczególności dużym stopniu właśnie badania Mogiego (1971a-1977), który w swoim tzw. aparacie prawdziwie trójosiowego ściskania badał prostopadłościennie (15 mm × 15 mm × 30 mm) próbki skał węglanowych (wapień, dolomit i marmur) i krzemianowych (trachit, monzonit, granit, andezyt) w warunkach ogólnego trójosiowego jednorodnego stanu naprężeń ściskających  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Mogi stwierdził m. in., że w przypadku takich właśnie skał kształt charakterystyki naprężenie-odkształcenie i charakter odkształcania się i zniszczenia związane są bardzo ściśle z wielkością poszczególnych składowych poziomych (pośredniej  $\sigma_2$  i najmniejszej  $\sigma_3$ ) ogólnego trójosiowego stanu naprężenia:

1. Granica plastyczności, która jest niemal niezależna od naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ), rośnie ze wzrostem naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) (rys. 8.11).



Rys. 8.11. Naprężenie różnicowe odpowiadające uplastycznieniu się dolomitu *Dunham* w funkcji pośredniego naprężenia głównego (Mogi, 1972b)

Fig. 8.11. Differential stress at yielding as a function of intermediate principal stress for *Dunham* dolomite (Mogi, 1972b)



Rys. 8.12. Graniczne największe naprężenie główne ( $\sigma_1$ ) w funkcji pośredniego naprężenia głównego  $\sigma_2$  (przy różnych wartościach naprężenia najmniejszego  $\sigma_3$ ) dla trachitu *Mizuho* (Mogi, 1971b)

Fig. 8.12. Limiting major principal stress ( $\sigma_1$ ) as a function of intermediate principal stress  $\sigma_2$  (for different values of minimum principal stress  $\sigma_3$ ) for *Mizuho* trachyte (Mogi, 1971b)

2. Podobnie współczynnik wzmocnienia (nachylenie liniowej części charakterystyki naprężenie-odkształcenie w obszarze po przekroczeniu punktu plastyczności), prawie niezależny od naprężenia najmniejszego, rośnie ze wzrostem naprężenia pośredniego.

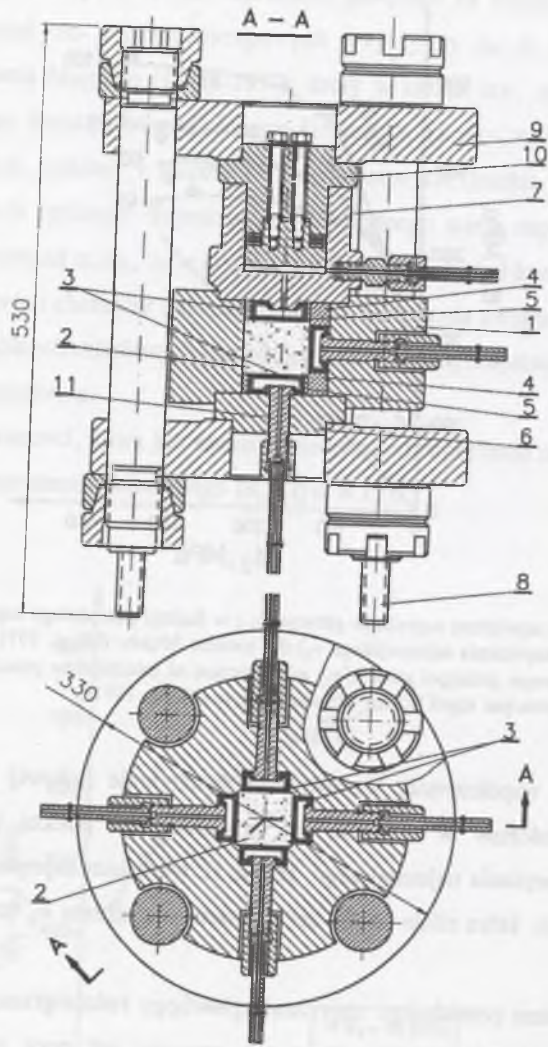
3. Ciągłość, która silnie rośnie ze wzrostem naprężenia  $\sigma_3$ , maleje przy zwiększaniu  $\sigma_2$ .

4. Ze wzrostem pośredniego naprężenia głównego rośnie granica wytrzymałości skały (rys. 8.12), jednak nie jest to wzrost tak znaczny jak przy zwiększaniu naprężenia najmniejszego.

5. Większym pośrednim naprężeniom głównym odpowiadają również większe spadki naprężenia przy zniszczeniu. Spadki te są przy tym w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalne do ciągłości.

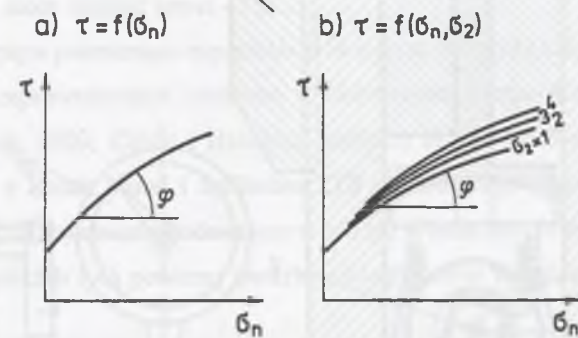
6. Płaszczyzna zniszczenia (ścicia) próbek skalnych jest równoległa do kierunku naprężenia  $\sigma_2$ , a kąt zniszczenia (kąt pomiędzy kierunkiem naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) a płaszczyzną zniszczenia) maleje ze wzrostem  $\sigma_2$ . Ten wpływ naprężenia  $\sigma_2$  staje się szczególnie wyraźny przy niewielkich naprężeniach najmniejszych  $\sigma_3$ .





Rys. 8.13. Schemat aparatu (Instytut Górnictwa im. A.A. Skoczyńskiego w Moskwie-Lubercach) do badań kostkowych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - korpus komory wysokiego ciśnienia, 2 - próbka o wymiarach 50 mm  $\times$  50 mm  $\times$  50 mm, 3 - membrany (poduszki) gumowe przekazujące obciążenie (ciśnienie oleju z trzech niezależnych źródeł wysokiego ciśnienia) na sześć boków próbki, 4 - wkładki ograniczające od góry i z dołu gniazda membran zadających próbie obciążenie poziome, 5 - ramki ograniczające z boków gniazda membran zadających próbie obciążenie pionowe, 6 - pokrywa, 7 - wysokociśnieniowy cylinder kompensacyjny, który służy do eliminowania luzów pomiędzy korpusem (1) i kołnierzem (9) aparatu wywoływanych przez siły reakcji działające w kolumnach (8), 8 - cztery kolumny przejmujące poprzez pokrywę (6) i cylinder (7) pionowe siły reakcji (do 600 kN), 9 - kołnierz aparatu, 10 - tłok cylindra kompensacyjnego (7), 11 - głowice doprowadzające olej do membran (3) (wg Ilnickiej i in., 1969 oraz Czirkowa, 1973)  
Fig. 8.13. Schematic diagram of an apparatus built at A.A. Skochinski Mining Institute in Moscow-Lubertsy for testing cubic rock samples under true triaxial compressive stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (after Ilnitskaya et al., 1969 and Chirkov, 1973)

7. W przeciwieństwie do założenia Mohra, graniczne naprężenie ścinające w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania nie jest wyłącznie funkcją naprężenia normalnego do płaszczyzny ścinania, lecz zdeterminowane jest również wpływem naprężenia pośredniego  $\sigma_2$ . Tak więc różnym wartościom naprężenia pośredniego odpowiadają różne obwiednie kół naprężeń granicznych Mohra (por. rys. 8.14b). Tym samym oryginalna teoria Mohra nie jest przydatna do analizy przypadków ogólnego trójosiowego stanu naprężenia.

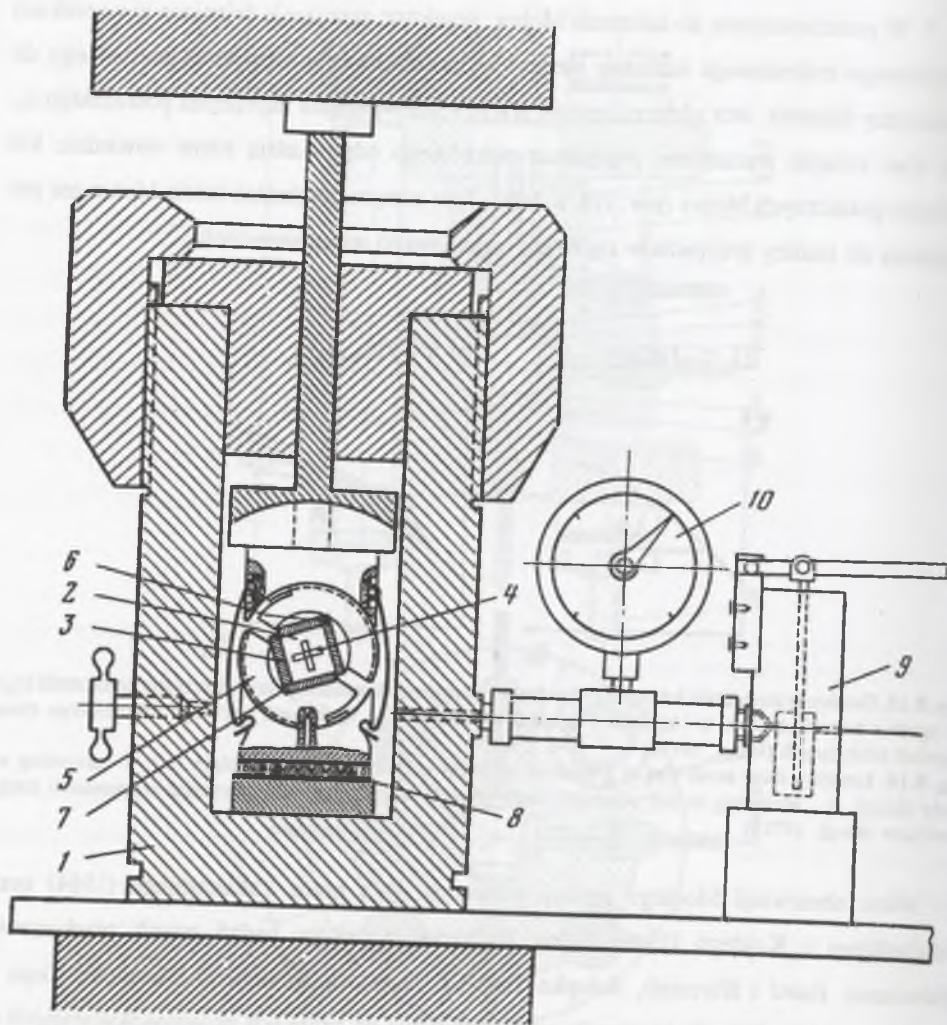


Rys. 8.14. Graniczne naprężenie ścinające ( $\tau$ ) w funkcji naprężenia normalnego do płaszczyzny zniszczenia ( $\sigma_n$ ); a - zgodnie z teorią Mohra, b - zgodnie z wynikami badań skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających (Mogi, 1972b)  
Fig. 8.14. Limiting shear stress ( $\tau$ ) as a function of stress normal to the failure plane ( $\sigma_n$ ); a - according to Mohr theory, b - according to the results of tests of rock samples under true triaxial compressive stress conditions (Mogi, 1972b)

Wiele obserwacji Mogiego zostało potwierdzonych przez Takahashiego (1984) oraz Takahashiego i Koidego (1989a,b) na podstawie wyników badań trzech piaskowców (Shirahama, Izumi i Horonai), iłolupku Yuubari, marmuru Yamaguchi i wapienia Taga z Wysp Japońskich. Badania te zostały przeprowadzone na próbkach prostopadłościennych o wymiarach 3,5 cm  $\times$  3,5 cm  $\times$  7,0 cm oraz 5,0 cm  $\times$  5,0 cm  $\times$  10,0 cm za pomocą zmodernizowanego aparatu typu Mogiego zbudowanego na początku lat osiemdziesiątych w Japońskim Instytucie Geologicznym (Geological Survey of Japan) w Tsukubie.

W latach 1980-tych wierna kopia aparatu Mogiego została zbudowana przez Prof. D. Xu z zespołem w Instytucie Mechaniki Skał i Gruntów Chińskiej Akademii Nauk w Wuhan (Xu i in., 1990, 1992; Li i Xu, 1991). W aparacie tym próbki prostopadłościenne o wymiarach 5,0 cm  $\times$  5,0 cm  $\times$  10,0 cm mogą być poddawane działaniu obciążeń pionowych i poziomych sięgających, odpowiednio, 2 MN i 1 MN, a więc można generować w nich naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  sięgające, odpowiednio, 800 MPa i 200 MPa.





Rys. 8.15. Schemat aparatu UTS-3 (Instytut Górnictwa im. A.A. Skoczyńskiego w Moskwie-Lubercach) do badania kostkowych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - korpus komory ciśnieniowej, 2 - próbka, 3 - płytki - podkładki eliminujące koncentrację naprężeń w sąsiedztwie krawędzi próbki, 4 - tensometry elektrooporowe do pomiaru odkształceń skały, 5 - matryce - urządzenie klinowe na ślizgowych podporach kulistych przekazujące na próbkę obciążenie pionowe  $P$  zadawane przez tłok i wywołujące w próbce naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  w różnej - w zależności od ustawienia względem płaszczyzny płyty oporowej tłoka (kąta  $\alpha$ ) - konfiguracji wartości, 6, 7 - wpusty, w które wsuwają się płytki (3) przesuwając się wzdłuż boków próbki przy jej obciążaniu - odkształcaniu (wpusty te zapobiegają opieraniu się podkładek jedna o drugą), 8 - podpora toczna umożliwiająca przemieszczanie się matrycy górnej względem dolnej w przypadku odchylenia się sił wypadkowych  $P_1$  i  $P_2$  od pionu i powstania dodatkowej składowej poziomej (zjawisko to występuje w badaniach skał anizotropowych, o różnych - w różnych kierunkach - modulach odkształcalności), 9 - pompa wysokiego ciśnienia, 10 - manometr do pomiaru ciśnienia hydrostatycznego w komorze (Czirkow, 1973, 1976) Fig. 8.15. Schematic diagram of an apparatus UTS-3 built at A.A. Skochinski Mining Institute in Moscow-Lubertsy for testing cubic rock samples under true triaxial compressive stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (Chirkov, 1973, 1976)

Uogólniając wyniki badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie wykonanych za pomocą aparatów typu Mogiego na próbkach czternastu różnych skał pochodzących głównie z terytorium Chin i Japonii Li, Xu i Takahashi (1996) stwierdzili, że w przypadku skał o wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie mniejszej od 30 MPa wzrost największego naprężenia głównego na granicy wytrzymałości ( $F_{\sigma_1}$ ) ze wzrostem naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) nie jest duży, mniejszy niż 20% wartości odpowiadającej osiowo-symetrycznemu stanowi naprężenia. W przypadku skał o wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie większej od 100 MPa wzrost ten jest większy, może sięgnąć nawet 47%.

Na istotny wpływ pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skał wskazują także wyniki badań przeprowadzonych niedawno w Uniwersytecie stanu Wisconsin w Madison (Haimson i Chang, 2000; Chang i Haimson, 2000a,b) na prostopadłościennych próbkach granitu *Westerly* z Rhode Island i amfibolitu *KTB* pochodzącego z głębokości 6400 m w supergłębokim (9101 m) otworze badawczym w pobliżu Windischeschenbach w Bawarii (por. rys. 8.16). O wynikach tych powiemy bardziej szczegółowo w rozdziale następnym (8.3).

### 8.3. Wybrane równania stanu granicznego dla skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia

Jak pokazałem w rozdziale poprzednim, wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałościowe własności skał został najdokładniej i najpełniej określony przez Mogiego (1969-1974, 1977, 1979) na podstawie badań za pomocą aparatu trójosiowego specjalnej konstrukcji, który umożliwił wytworzenie w prostopadłościennych próbkach skalnych jednorodnego asymetrycznego ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) stanu naprężeń ściskających. Wyniki tych badań pokazały, że zwiększanie naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) wywołuje (podobnie jak w przypadku naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ )) wzrost wytrzymałości skały, przy czym efekt ten jest słabszy niż w przypadku zwiększania naprężenia  $\sigma_3$ .

Według Mogiego (1971a-c, 1972a) wytrzymałość graniczną skał w trójosiowym stanie wyraża dobrze równanie (por. rys. 8.17A)

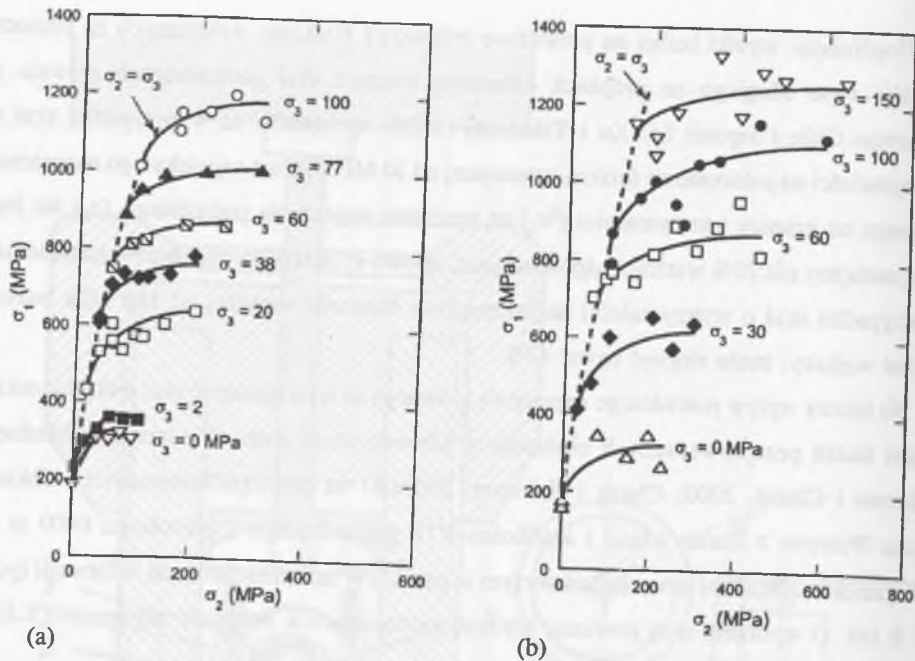
$$F_{\tau_{\text{oct}}} = f_1(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (8.3)$$

gdzie  $\tau_{\text{oct}}$  jest oktaedrycznym naprężeniem ścinającym -

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (8.4)$$

a  $f_1$  oznacza pewną funkcję monotonicznie rosnącą. Może to być, jak u Mogiego (1972b),





Rys. 8.16. Zależność pomiędzy granicznym największym naprężeniem głównym i naprężeniem pośrednim (przy różnych wartościach naprężenia najmniejszego) określona na podstawie badań na prawdziwie trójosiowe ściskanie próbek granitu *Westerly* (a) i amfibolitu *KTB* (b) (Chang i Haimson, 2000a)

Fig. 8.16. Dependence of limiting major principal stress and intermediate principal stress (for different values of the minimum principal stress) determined on the basis of true triaxial compression tests of samples of (a) *Westerly* granite and (b) *KTB* amphibolite (Chang and Haimson, 2000a)

funkcja potęgowa

$$F_{\tau_{oct}} \approx A(\sigma_1 + \sigma_3)^n \quad (8.5)$$

ze stałymi empirycznymi  $A$  i  $n$ . Stała  $n$  przyjmuje wartości: 0,56 - dla wapienia *Solnhofen*, 0,72 dla dolomitu *Dunham*, 0,74 - dla marmuru *Yamaguchi*, 0,87 - dla granitu *Inada*.

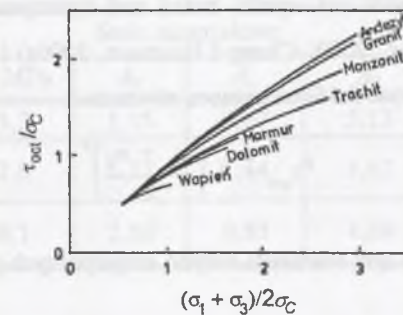
Punkt plastyczności skał w ogólnym trójosiowym stanie naprężenia dobrze wyraża natomiast (por. rys. 8.17B) warunek w postaci (Mogi, 1971a-c, 1972a,b):

$$Y_{\tau_{oct}} = f_2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (8.6)$$

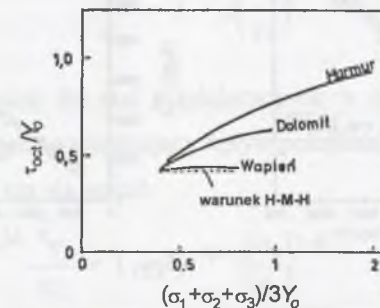
gdzie  $f_2$  jest pewną funkcją monotonicznie rosnącą.

Formuła (8.6) obejmuje jako przypadek szczególny ( $f_2 = \text{const.}$ ) warunek wyteżeniowy Hubera-Misesa-Hencky'ego. Dla tego uogólnionego warunku H-M-H można podać następującą interpretację fizyczną: zniszczenie materiału skalnego następuje wtedy, gdy energia odkształcenia postaciowego osiąga pewną wartość krytyczną. Wartość ta nie jest

A. Granica wytrzymałości:  $\tau_{oct} = f(\sigma_1 + \sigma_3)$



B. Granica plastyczności:  $\tau_{oct} = f(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$



Rys. 8.17. Aproxymacja wyników badań nad wytrzymałością (granica wytrzymałości (A) i granicą plastyczności (B)) skał w ogólnym trójosiowym stanie naprężenia za pomocą uogólnionego warunku Hubera-Misesa-Hencky'ego (Mogi, 1971b);  $\sigma_c$  - granica wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie,  $Y_0$  - granica plastyczności (naprężenie odpowiadające ciągliwości równej 1% w próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania)

Fig. 8.17. Approximation of experimental test results on (A) fracture strength and (B) yield strength of rocks under true triaxial stress conditions using a generalized Huber-Mises-Hencky criterion (Mogi, 1971b);  $\sigma_c$  is ultimate uniaxial compressive strength and  $Y_0$  is yield stress at the ductility of 1% under conventional triaxial compression conditions

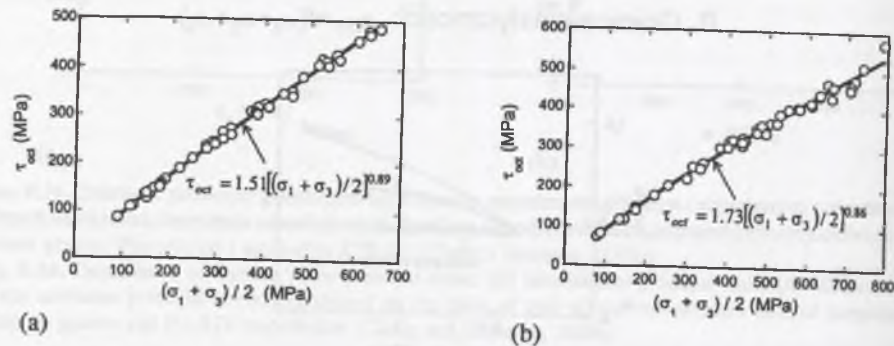
jednak stała (jak w przypadku oryginalnego warunku Hubera-Misesa-Hencky'ego), lecz rośnie ze wzrostem naprężenia średniego równego  $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$  dla kruchego pęknięcia i  $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  dla plastycznego płynięcia. W pierwszym przypadku makropęknięcie ścięciowe następuje w płaszczyźnie równoległej do kierunku naprężenia pośredniego, a więc efektywne naprężenie normalne może w istocie być niezależne od tego naprężenia. Natomiast plastyczne płynięcie nie zachodzi na tak wyraźnie zorientowanych makroskopowych płaszczyznach poślizgu; za racjonalne należy więc uznać, że w odróżnieniu od kruchego pęknięcia jest ono uzależnione od wszystkich składowych tensora naprężenia.



Przydatność funkcji typu (8.3) do opisu wytrzymałości granicznej skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających potwierdzili Chang i Haimson. Z powodzeniem aproksymowali oni wyniki badań nad wytrzymałością trójosiową granitu *Westerly* (Haimson i Chang, 2000; Chang i Haimson, 2000a) i amfibolitu *KTB* (Chang i Haimson, 2000a,b) (zob. rys. 8.16) za pomocą równania

$$F\tau_{oct} = A \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^n \quad (8.7)$$

Wartości występujących w tym równaniu stałych empirycznych podane są dla obu skał na rysunku (8.18).



Rys. 8.18. Wyniki badań nad wytrzymałością trójosiową granitu *Westerly* (a) i amfibolitu *KTB* (b) aproksymowane równaniem empirycznym (8.7) (Chang i Haimson, 2000a)

Fig. 8.18. Results of experimental studies of triaxial compressive strength of (a) *Westerly* granite and (b) *KTB* amphibolite fitted by an empirical equation (8.7) (Chang and Haimson, 2000a)

Xu i in. (1989) na podstawie badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie prostopadłościennych (50 mm × 50 mm × 100 mm) próbek wapienia oraz drobno- i średnioziarnistego piaskowca z rejonu kopalni węgla Nanton w Chongqing (Chiny) stwierdzili, że powierzchnia wytrzymałości granicznej tych skał w trójwymiarowej przestrzeni naprężeń głównych może być aproksymowana trójparametrową, pojedynczą powierzchnią ostrosłupa sześciokątnego, której odpowiada warunek wytrzymałościowy w postaci

$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = A_0 + A_1 \left[ \frac{\sigma_2}{\sigma_c} \right] + A_2 \left[ \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right] \quad (8.8)$$

Wartości występujących w tym warunku stałych materiałowych oraz współczynnika korelacji  $r$  zestawione są w tabeli 8.1.

Tabela 8.1

Wartości stałych materiałowych występujących w warunku wytrzymałościowym (8.8)

Rodzaj skały	Stałe materiałowe			Współczynnik korelacji $r$	
	$\sigma_c$ , MPa	$A_0$	$A_1$		$A_2$
Wapień <i>Nanton</i>	73,2	1,15	0,67	5,13	0,94
Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Nanton</i>	62,0	1,13	1,14	3,62	0,98
Piaskowiec średnioziarnisty <i>Nanton</i>	16,1	2,58	0,83	4,69	0,98

Rozszerzając popularny "dwuwymiarowy" empiryczny warunek Bieniawskiego (1974)

$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + a \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^b \quad (8.9)$$

Wang i Kemeny (1995) podali dla skał znajdujących się w ogólnym trójosiowym stanie naprężeń ściskających warunek uwzględniający wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość. Warunek ten ma postać:

$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + B \left[ e^{\sigma_2/\sigma_c} \right] \left[ \frac{\sigma_2}{\sigma_c} \right]^{1-f e^{\sigma_2/\sigma_c}} \quad (8.10)$$

gdzie  $B$  i  $f$  są pewnymi stałymi empirycznymi, a  $e$  jest podstawą logarytmów naturalnych ( $e=2,71828\dots$ ). Warunek ten okazał się bardzo dobrze opisywać wyniki wykonanych przez Wang i Kemeny'ego (1995) badań wytrzymałościowych stopionego tufu *Apache Leap*. Były to badania próbek walcowych na jednoosiowe i konwencjonalne trójosiowe ściskanie i badania grubościennych próbek cylindrycznych, które poddawano działaniu obciążenia pionowego oraz ciśnienia bocznego (okólnego) zewnętrznego i wewnętrznego. Powodzeniem zakończyła się również próba wykorzystania warunku (8.10) do opisanie danych empirycznych pochodzących z badań wykonanych przez Hoskinsa (1969) na walcowych i cylindrycznych próbkach wapienia *Solnhofen* i dolomitu kwarcowego *Mt. Isa*. Należy podkreślić, że w odróżnieniu od procedury stosowanej zazwyczaj w podobnych przypadkach wartości stałych empirycznych  $B$  i  $f$  (tab. 8.2) wyznaczane były najpierw metodą regresji na podstawie aproksymacji wyników badań walcowych próbek skalnych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie  $F[\sigma_1=f(\sigma_2=\sigma_3)]$  równaniem



$$\frac{F\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + Be \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^{1-f} \quad (8.11)$$

i dopiero następnie wprowadzane do warunku (8.10) w celu obliczenia wartości granicznego największego naprężenia głównego ( $\sigma_{1\max} = F\sigma_1$ ) odpowiadającego asymetrycznemu trójosiowemu stanowi naprężenia ( $\sigma_2 \neq \sigma_3$ ). Wyniki takiej prognozy (a nie rutynowej analizy regresji) były ostatecznie porównywane z wynikami badań wykonanych na próbkach cylindrycznych (tab. 8.2).

Tabela 8.2

Wartości stałych materiałowych występujących w warunku wytrzymałościowym (8.11) (wg Wanga i Kemeny'ego, 1995)

Rodzaj skały	$\sigma_3/\sigma_2$	Stałe materiałowe			Współczynnik korelacji
		$\sigma_c$ , MPa	$B$	$f$	
Tuf <i>Apache Leap</i>	0,0 ( $\sigma_3=0$ )	147,3	1,98	0,044	0,9516
	0,4				0,9405
	0,8				0,9334
	1,0 ( $\sigma_2=\sigma_3$ )				0,9866
Wapień <i>Solnhofen</i> (badany przez Hoskinsa, 1969)		212,5	0,7543	0,1177	0,9249
Dolomit kwarcowy <i>Mt. Isa</i> (badany przez Hoskinsa, 1969)		235,8	1,256	0,1812	0,7902

Gazijew i Lewczuk (1999) zaproponowali dla materiałów kruchych następujący warunek, który uwzględnia wpływ pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość materiału:

$$\frac{F\sigma_* + m}{1 + m} = \left[ \frac{F\tau_* - m}{1 - m} \right]^n \quad (8.12)$$

gdzie

$$F\sigma_* = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_c} \quad (8.13a)$$

$$F\tau_* = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2\sigma_c^2}} \quad (8.13b)$$

$$m = \frac{\sigma_T}{\sigma_c} \quad (8.13c)$$

$$n = 1,3 + 0,3 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_2 + \sigma_3} \quad (8.13d)$$

Okazało się, że równanie (8.12) dobrze aproksymuje wyniki badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie pewnego drobnoziarnistego piaskowca badanego przez Bieniawskiego (1971), granitu *Penarcreach* badanego przez Vouille'a i Laurenta (1969) oraz piaskowca *Shirahama*, iłolupku *Yuubari* i marmuru *Yamaguchi* badanych przez Takahashiego i Koidego (1989a,b) (por. [126], str. 603, Figure 6). Należy jednak podkreślić, że nie znając wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe rozciąganie ( $\sigma_T$ ), Gazijew i Lewczuk nie wprowadzali wartości parametru  $m$  do równania (8.12), lecz wyznaczali ją (znajdowali) w procesie dopasowywania funkcji (8.12), za pomocą metody najmniejszych kwadratów, do danych empirycznych.

Na podstawie analizy wyników badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie amfibolitu *KTB* (Chang i Haimson, 2000b), dolomitu *Dunham* i wapienia *Solnhofen* (Mogi, 1967) oraz piaskowca *Shirahama* i iłolupku *Yuubari* (Takahashi i Koide, 1989b) (por. tab. 8.3 w rozdziale 8.4), Colmenares i Zoback (2002) polecają do oceny wytrzymałości trójosiowej skał warunek o postaci danej w tej pracy formułą 7-04 (zob. tab. 3.6 w rozdziale 3.2.3); niestety, nazywają go niezbyt szczęśliwie zmodyfikowanym warunkiem Wiebolsa i Cooka (zob. Wiebols i Cook, 1968).

#### 8.4. Nowy warunek wytrzymałościowy uwzględniający wpływ pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skał

Własne poszukiwania warunku wytrzymałościowego, który uwzględniałby wpływ naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość graniczną skał izotropowych oparłem na obserwacji Mogiego, że wpływ tego naprężenia, jakkolwiek wyraźny i istotny, jest jednak słabszy od wpływu naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ). Zaproponowałem więc dwie, liniową i nieliniową, funkcje wytrzymałościowe  $F\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)$  o postaci, odpowiednio,



$$F\sigma_1 = \sigma_c + B(\sigma_3 + C\sigma_2) \quad (8.14)$$

i

$$F\sigma_1 = \sigma_c + B(\sigma_3 + C\sigma_2)^D \quad (8.15)$$

oczekując, że występujący w obu warunkach przy naprężeniu  $\sigma_2$  współczynnik  $C$  będzie przyjmował wartości mniejsze od 1,0.

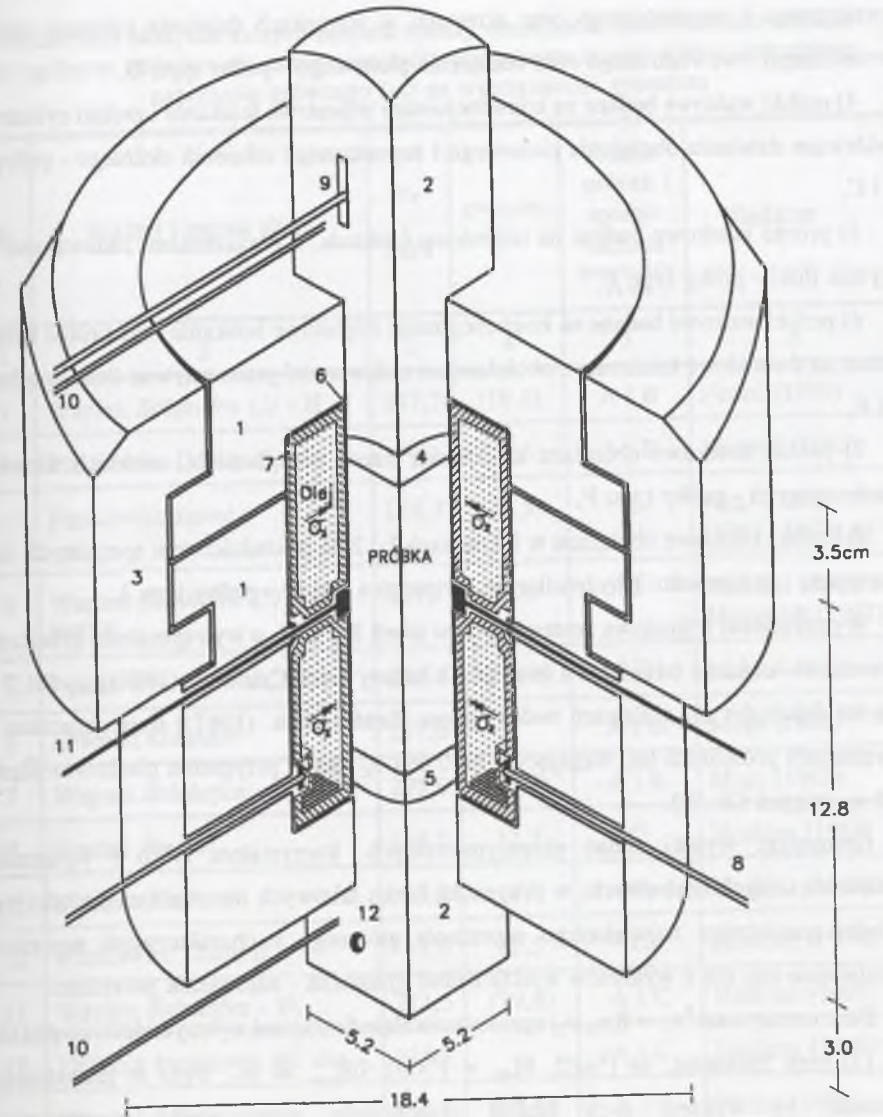
Dużo trudności nastęczyło zebranie odpowiednich wyników badań eksperymentalnych  $[\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)]_F$ , na podstawie których można by zweryfikować ilościowo warunek (8.14) i (8.15), i sprawdzić hipotezę, że  $C < 1,0$ . Niestety, Profesor Mogi nie opublikował do tej pory liczbowych wyników swoich badań na smukłych próbkach prostopadłościennych skał izo- i quasi-izotropowych (por. rozdział 8.2), w których wytwarzał za pomocą aparatu trójosiowego specjalnej konstrukcji prawdziwie trójosiowy, i jednorodny, stan naprężenia. Z konieczności sięgnąłem więc do wyników badań wykonanych wieloma innymi, niestety, nie tak doskonałymi, metodami i sposobami. Posłużyłem się również wybranymi wynikami własnych badań wykonanych przed laty w laboratorium Profesora Mogiego na próbkach pewnego łupku krystalicznego oraz wynikami badań wykonanych stosunkowo niedawno, za pomocą aparatu typu Mogiego, w laboratorium dra Takahashiego w Japońskim Instytucie Geologicznym.

Podstawowe informacje o wszystkich skałach, dla których zgromadziłem empiryczne dane liczbowe z badań w różnych złożonych stanach naprężenia, pozwalające ocenić wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość graniczną, zestawione są i opisane w tabeli 8.3. Wśród skał tych są wapień, piaskowce, granity, dolomity, marmury, argilite, łupki ilaste, węgle, margle, granitognejsy, trachit, pewien łupek krystaliczny, tuf i amfibolit. Ogółem zgromadziłem 44 zestawy danych  $[\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)]_F$ . Analizie poddałem ostatecznie jednak tylko 33 zestawy (por. rys. 8.20 – 8.28); pozostałe jedenaście pominąłem ze względu na brak danych co do wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ ) (w tabeli 8.3 informacje o tych pominiętych skałach podane są w polach zacienionych).

Poszczególne zestawy danych pochodzą z badań, w których wpływ naprężenia pośredniego na wytrzymałość skały oznaczany był na podstawie następujących prób wytrzymałościowych (por. kolumna 5 w tabeli 8.3 oraz rysunki 8.29 i 8.30):

1) próbki walcowe badane na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) i na zredukowane trójosiowe wydłużanie ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) - próby typu A i B,

2) próbki cylindryczne poddawane działaniu obciążenia pionowego oraz ciśnienia okólnego zewnętrznego i wewnętrznego - próby typu C,



Rys. 8.19. Schemat komory trójosiowej Michelisa do badania prostopadłościennych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - korpus komory wykonany ze stali Orvar o punkcie plastyczności równym 1800 MPa, module Younga 206 GPa i współczynnika Poissona 0,3, 2 - tłok, 3 - pokrywa mocująca komorę, 4 - przegub kulisty i sitomierz elektrooporowy, 5 - przegub kulisty, 6 - bardzo cienka folia miedziana, 7 - poduszki ciśnieniowe z polichlorku winylu, 8 - rurka wysokociśnieniowa doprowadzająca olej do poduszek (7), 9 - pręt przenoszący odkształcenia podłużne skały mierzone we wnętrzu próbki (por. Michelis, 1985), 10 - pręty pomiarowe całkowitego odkształcenia podłużnego próbki, 11 - pręt przenoszący odkształcenia poprzeczne próbki, 12 - wyjście kanału dla przewodów elektrycznych i wody porowej (wg Michelisa, 1988)  
Fig. 8.19. Schematic view of Michelis' triaxial cell for testing cuboidal rock samples under true triaxial compressive stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (after Michelis, 1988)



3) próbki cylindryczne poddawane skręcaniu w warunkach działania ciśnienia okólnego zewnętrznego i wewnętrznego oraz skręcaniu w warunkach działania ciśnienia okólnego zewnętrznego i wewnętrznego oraz obciążenia pionowego - próby typu D,

4) próbki walcowe badane na konwencjonalne trójosiowe ściskanie i próbki cylindryczne poddawane działaniu obciążenia pionowego i zewnętrznego ciśnienia okólnego - próby typu A i C,

5) próbki kostkowe badane na trójosiowe ściskanie, z obciążeniami zadawanymi przez sztywne tłoki - próby typu E,

6) próbki walcowe badane na konwencjonalne trójosiowe ściskanie oraz próbki kostkowe badane na dwuosiowe ściskanie, z obciążeniami zadawanymi przez sztywne tłoki - próby typu A i E,

7) próbki kostkowe obciążane za pomocą trzech par płaskich, miękkich siłowników membranowych - próby typu F,

8) próbki kostkowe obciążane w kierunkach 1 i 2 za pośrednictwem specjalnych matryc klinowych, i w kierunku 3 hydraulicznie, za pomocą cieczy - próby typu I.

Wytrzymałość trójosiowa zestawionych w tabeli 8.3 skał, o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 6,9 MPa (wapień *Ch* badany przez Czirkowa (1976)) do 401,7 MPa (wapień *Solnhofen (5)* z Bawarii badany przez Handina i in. (1967)) była oznaczana przy naprężeniach pośrednich ( $\sigma_2$ ) sięgających od 0,691  $\sigma_c$  (jak w przypadku piaskowca *Śląsk*) do 6,96  $\sigma_c$  (węgiel *Ch (3)*).

Gromadząc wyniki badań eksperymentalnych, korzystałem tylko i wyłącznie ze źródłowych danych liczbowych; w przypadku braku takowych nie starałem się odczytywać wartości granicznego największego naprężenia głównego z charakterystyk naprężenie - odkształcenie czy też z wykresów wytrzymałość graniczna - naprężenie pośrednie.

Dane empiryczne  $F\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)$  aproksymowałem funkcjami wytrzymałościowymi (8.14) i (8.15) przy założeniu, że  $[F\sigma_1(0, 0)]_{obl} = [F\sigma_1(0, 0)]_{pom} \equiv \sigma_c$ . Było to jednoznaczne z żądaniem, by wykresy tych funkcji przechodziły przez punkt o oznaczonych eksperymentalnie w próbie jednoosiowego ściskania współrzędnych (0, 0,  $\sigma_c$ ).

Za miarę dobroci dopasowania przyjąłem współczynnik zgodności  $\varphi^2$  (patrz Dodatek 1) zdefiniowany wzorem

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\sigma_{i_{pom}} - \sigma_{i_{obl}})^2}{\sum_{i=1}^m (\sigma_{i_{pom}} - \bar{\sigma}_{i_{pom}})^2} \quad (8.16)$$

Tabela 8.3

Zestawienie skał, dla których zebrane zostały empiryczne dane liczbowe z badań w ogólnym trójosiowym stanie naprężenia pozwalające ocenić wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość graniczną

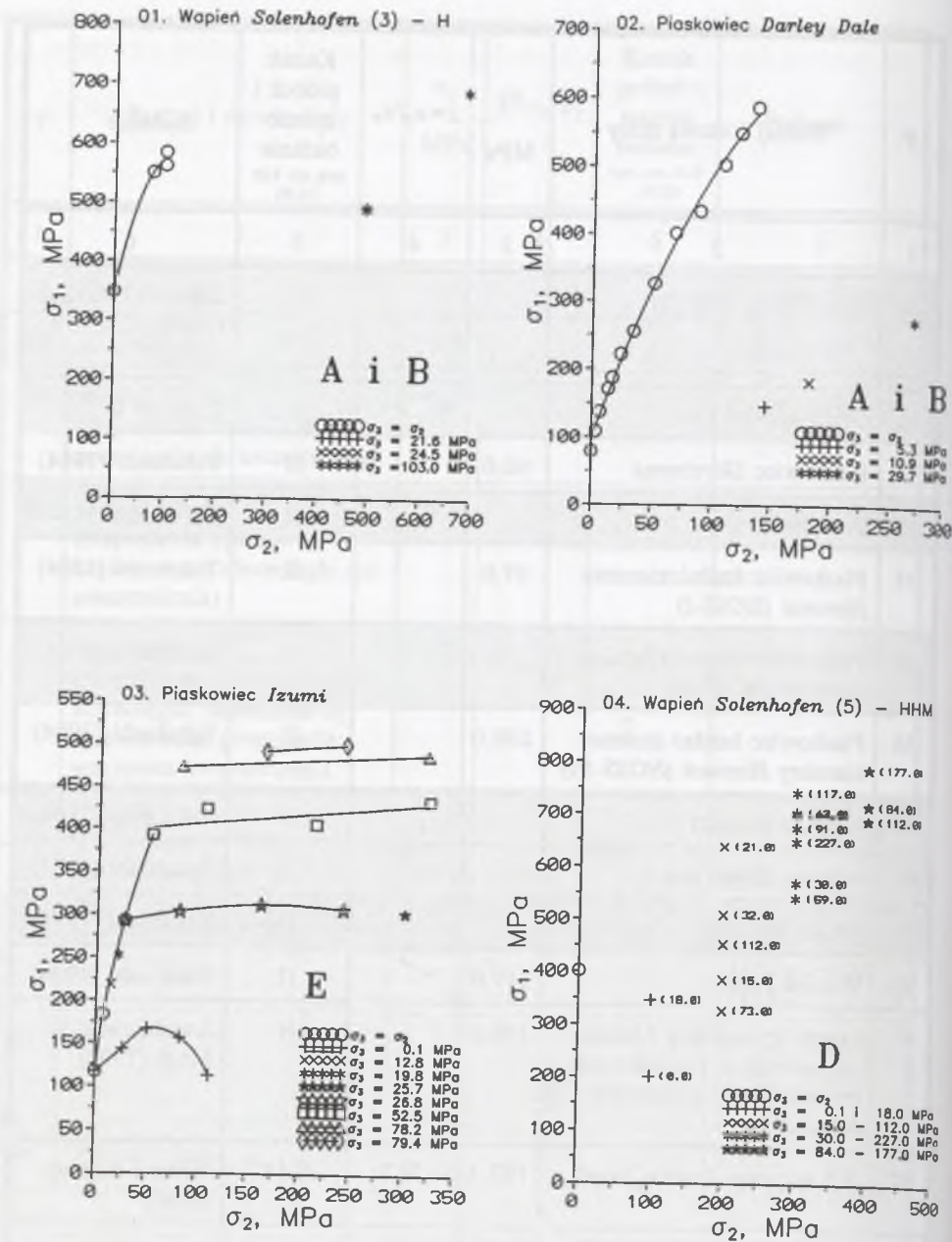
Lp.	Rodzaj i nazwa skały	$\sigma_c$ MPa	$z = \sigma_c / \sigma_T$	Kształt próbek i sposób badania (por. rys. 8.29 i 8.30)	Badacze
1	2	3	4	5	6
1	Wapień <i>Solnhofen (3)</i> - H	347,2	(19,6)	A i B	Heard (1960)
2	Piaskowiec <i>Darley Dale</i>	79,3	25,6	A i B	Murrell (1965)
3	Piaskowiec <i>Izumi</i>	116,7	(16,5)	E	Akai i Mori (1967, 1970a,b)
4	Wapień <i>Solnhofen (5)</i> - HHM	401,7	19,6	D	Handin, Heard i Magouirk (1967)
5	Granit <i>Westerly</i> - M(2)	256,0	(10,9)	A i B	Mogi (1967)
6	Dolomit <i>Dunham</i>	217,0		A i B	Mogi (1967)
7	Wapień <i>Solnhofen</i> - M	293,0	(19,6)	A i B	Mogi (1967)
8	Trachit <i>Bowral</i>	163,0	12,5	C	Hoskins (1969)
9	Marmur <i>Carrara</i>	80,0	16,0	C	Hoskins (1969)
10	Piaskowiec <i>Gosford</i>	49,0	12,5	C	Hoskins (1969)
11	Wapień <i>Solnhofen</i> - Ho	212,5	(19,6)	A i C	Hoskins (1969)
12	Dolomit kwarcowy <i>Mt. Isa</i>	235,8		A i C	Hoskins (1969)
13	Granit <i>La Bresse</i>	160,0	(22,9)	A i E	Parate (1969)
14	Wapień <i>Hauteville</i> (suchy)	240,0	(36,9)	A i E	Parate (1969)
15	Wapień <i>Hauteville</i> (mokry)	150,0	75,0	A i E	Parate (1969)
16	Argilit No. 25 <sup>s</sup>	25,7		I	Czirkow (1976)
17	Argilit No. 37 <sup>s</sup>	62,5		I	Czirkow (1976)
18	Piaskowiec No. 65 <sup>s</sup>	44,1	(15,3)	I	Czirkow (1976)



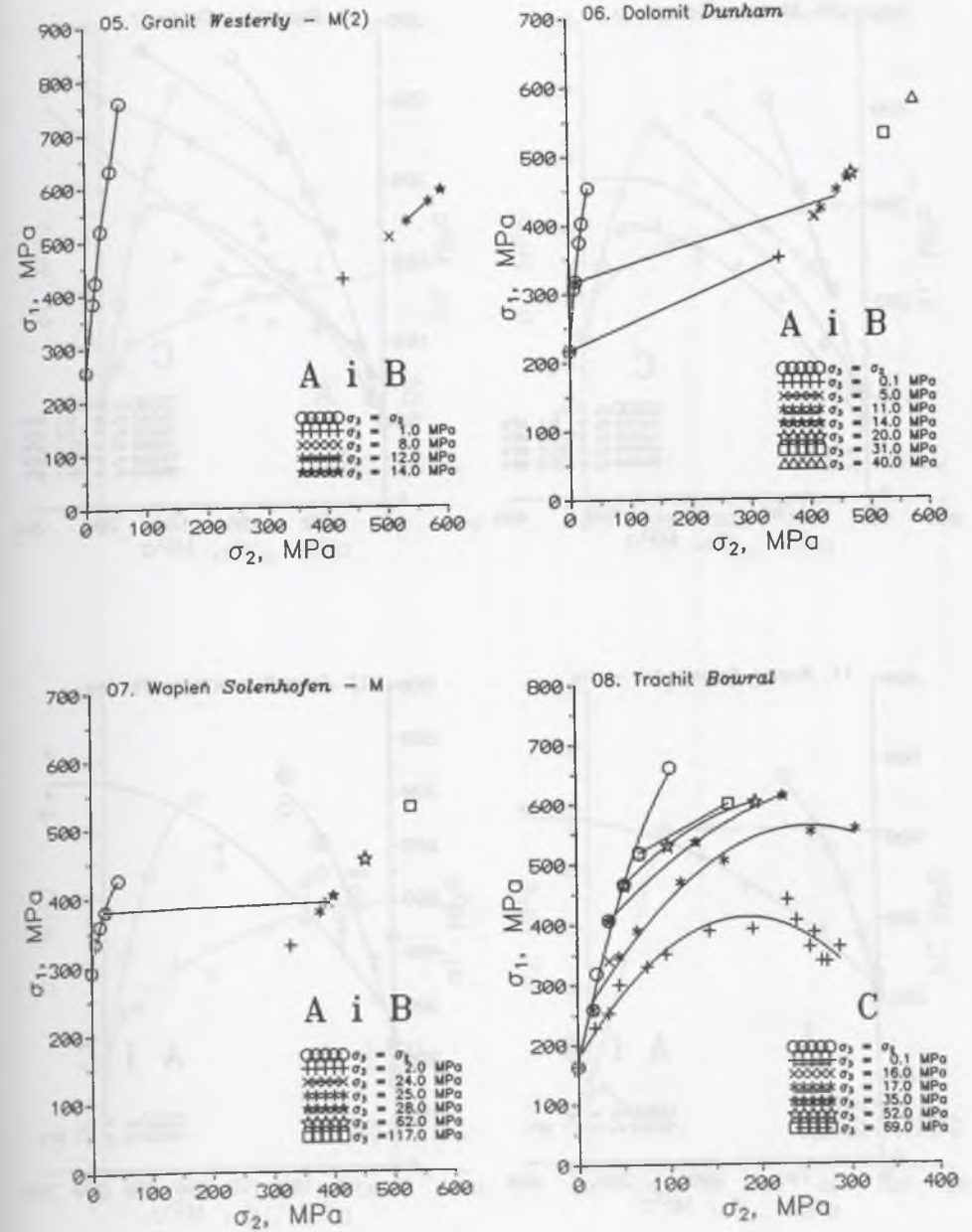
Lp.	Rodzaj i nazwa skały	$\sigma_c$ MPa	$z = \sigma_c / \sigma_T$	Kształt próbek i sposób badania (por. rys. 8.29 i 8.30)	Badacze
1	2	3	4	5	6
19	Marmur <i>Ch</i>	62,8		I	Czirkow (1976)
20	Wapień <i>Ch</i>	6,9		I	Czirkow (1976)
21	Węgiel <i>Ch</i> (1) (Napężenie $\sigma_1$ zorientowane prostopadle do uwarstwienia)	12,5		I	Czirkow (1976)
22	Węgiel <i>Ch</i> (2) (Napężenia $\sigma_1$ i $\sigma_2$ zorientowane równolegle do uwarstwienia)	9,3		I	Czirkow (1976)
23	Węgiel <i>Ch</i> (3) (Napężenie $\sigma_1$ zorientowane równolegle, napężenie $\sigma_2$ zorientowane prostopadle względem uwarstwienia)	9,3		I	Czirkow (1976)
24	Margiel <i>Ch</i>	45,5		I	Czirkow (1976)
25	Piaskowiec <i>Donbass</i>	76,5	(15,3)	I	Czirkow (1976)
26	Margiel kredowy <i>BCh</i>			E	Bieron i Czirkow (1969); Czirkow (1973)
27	Antracyt <i>BCh</i>			F	Bieron i Czirkow (1969); Czirkow (1973)
28	Wapień <i>BCh</i>			F	Bieron i Czirkow (1969); Czirkow (1973)
29	Łupek ilasty <i>BCh</i> (1)			F	Bieron i Czirkow (1969); Czirkow (1973)

Lp.	Rodzaj i nazwa skały	$\sigma_c$ MPa	$z = \sigma_c / \sigma_T$	Kształt próbek i sposób badania (por. rys. 8.29 i 8.30)	Badacze
1	2	3	4	5	6
30	Łupek ilasty <i>BCh</i> (2)			F	Bieron i Czirkow (1969); Czirkow (1973)
31	Granitognejsy <i>Ch</i>			I	Czirkow (1976)
32	Piaskowiec <i>Shirahama</i>	60,0		H	Takahashi (1984)
33	Piaskowiec <i>Izumi</i>			H	Takahashi (1984)
34	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Horonai</i> (HOSS-I)	97,0		H	Takahashi (1984)
35	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Horonai</i> (HOSS-II)			H	Takahashi (1984)
36	Piaskowiec bardzo drobnoziarnisty <i>Horonai</i> (HOSS-III)	180,0		H	Takahashi (1984)
37	Łolupek <i>Yuubari</i>			H	Takahashi (1984)
38	Marmur <i>Yamaguchi</i>			H	Takahashi (1984)
39	Granit <i>Westerly</i>			H	Takahashi (1984)
40	Wapień <i>Taga</i>	117,0		H	Takahashi (1984)
41	Łupek krystaliczny <i>Chichibu</i> (napężenie $\sigma_1$ zorientowane prostopadle do płaszczyzn foliacji)	149,6		H	Kwaśniewski i Mogi (1990)
42	Tuf stopiony <i>Apache Leap</i>	147,3	28,8	A i C	Wang i Kemeny (1995)
43	Amfibolit <i>KTB</i>	164,7		H	Chang i Haimson (2000b)
44	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Śląsk</i>	90,4		H	Kwaśniewski (2001)



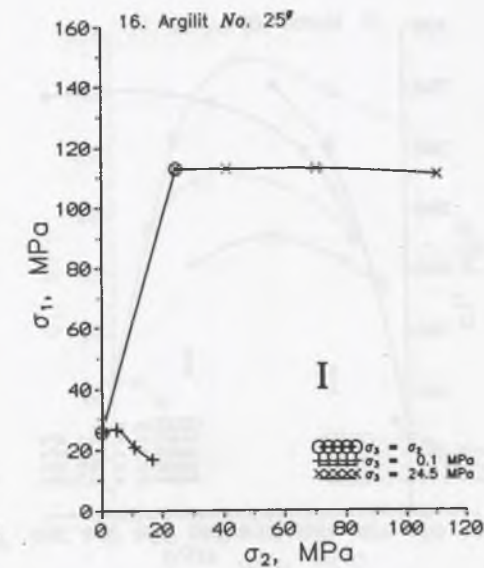
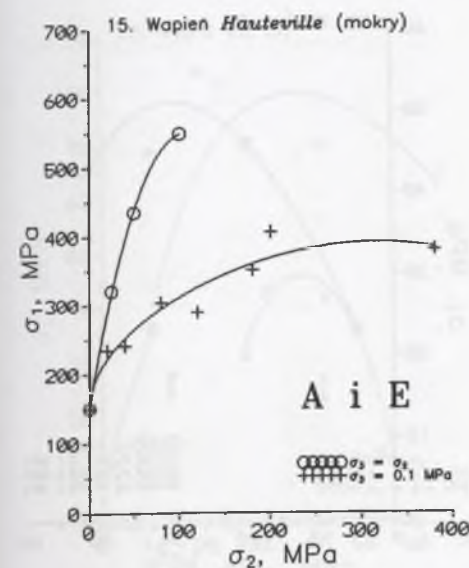
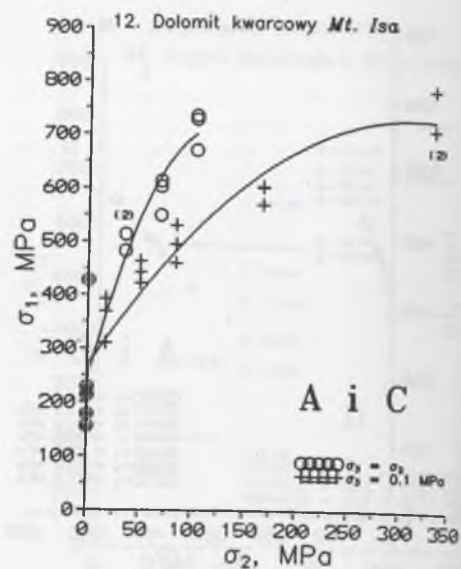
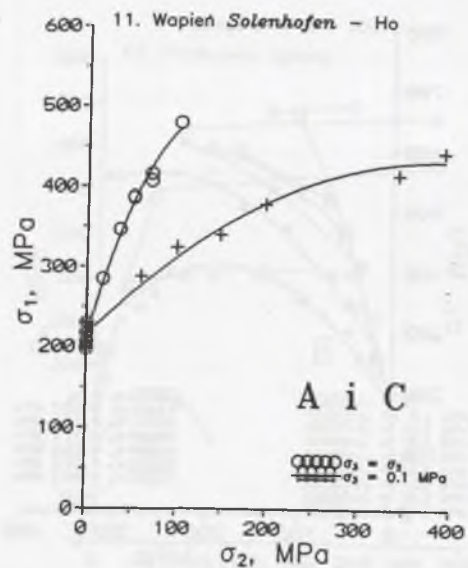
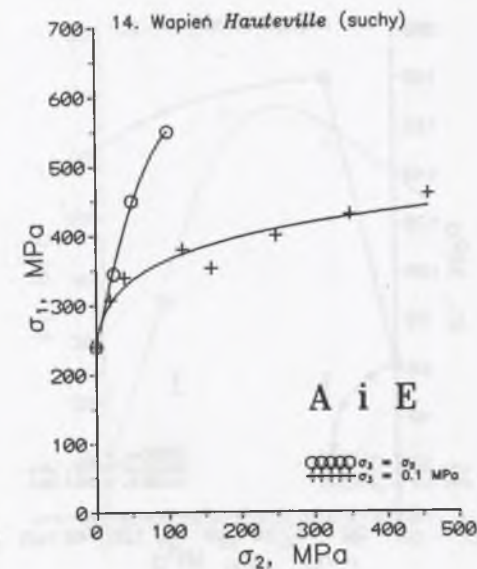
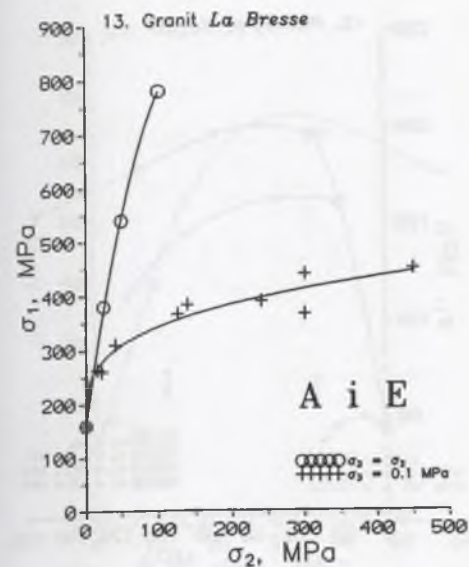
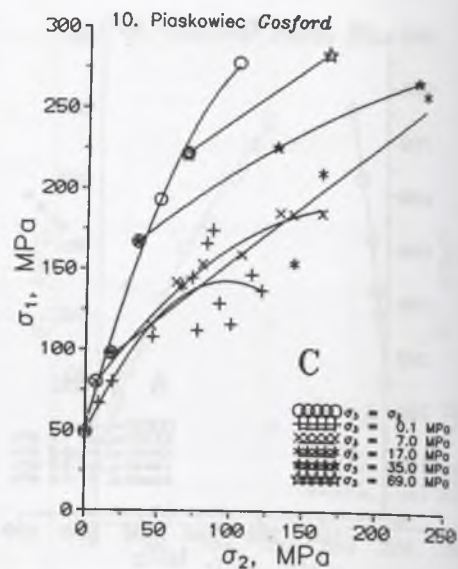
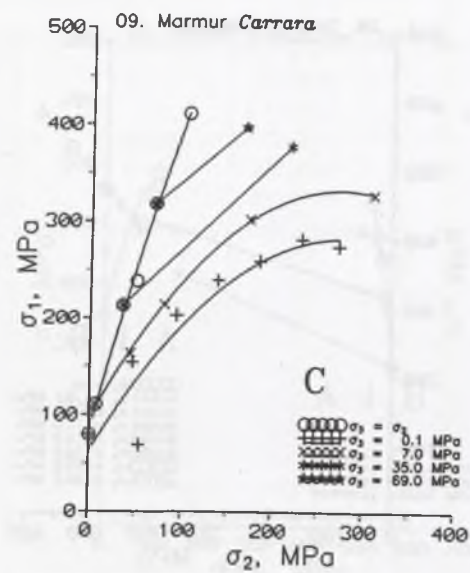


Rys. 8.20. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 1 - 4; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.20. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 1 - 4; cf. Table 8.3)



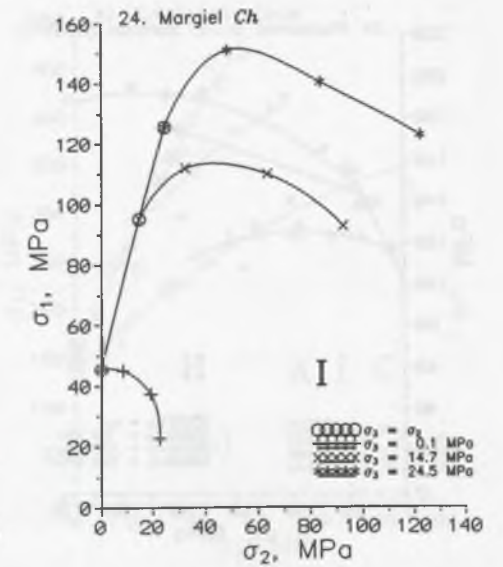
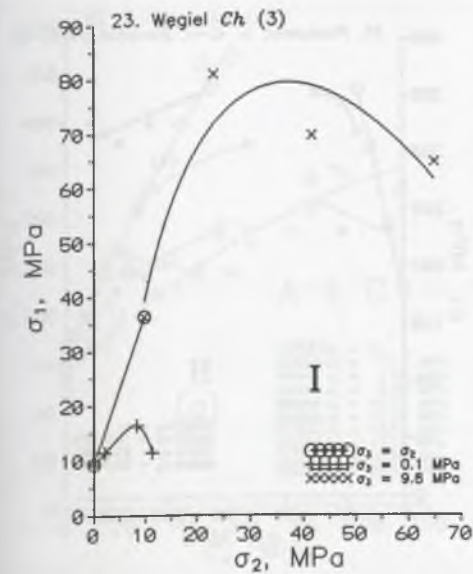
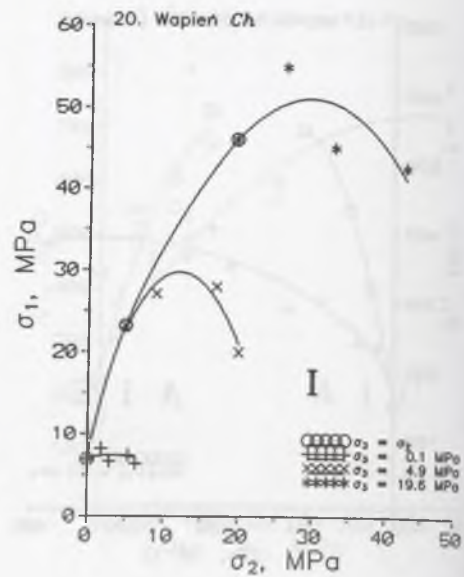
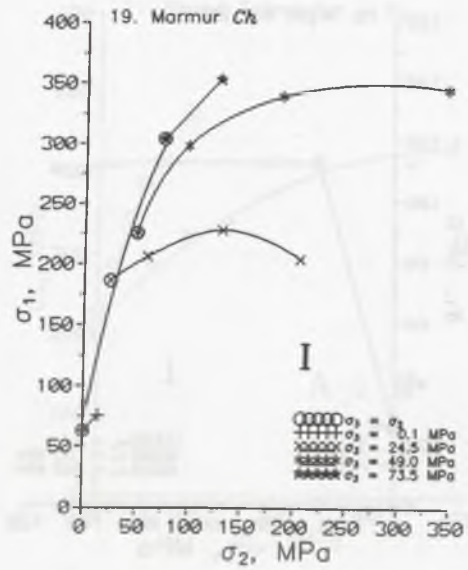
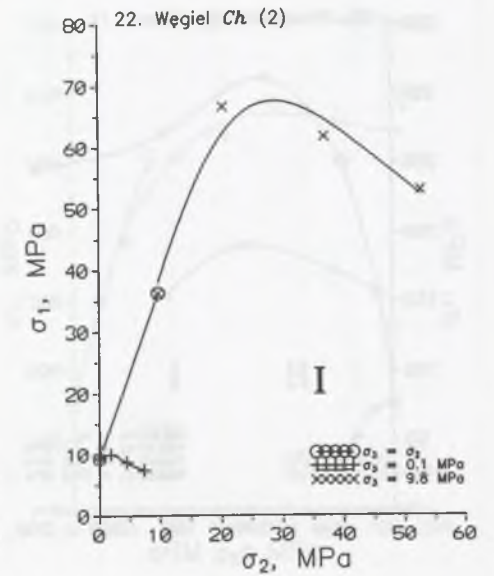
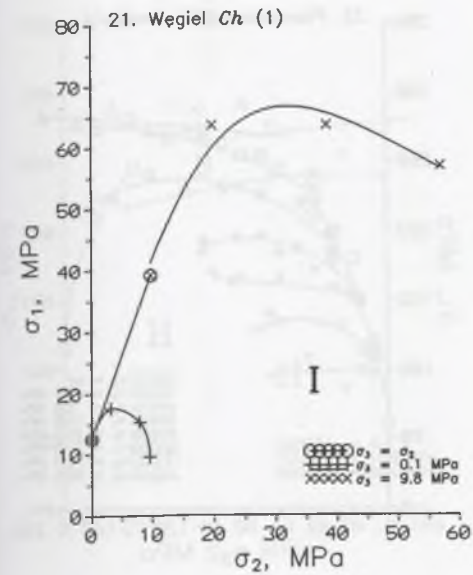
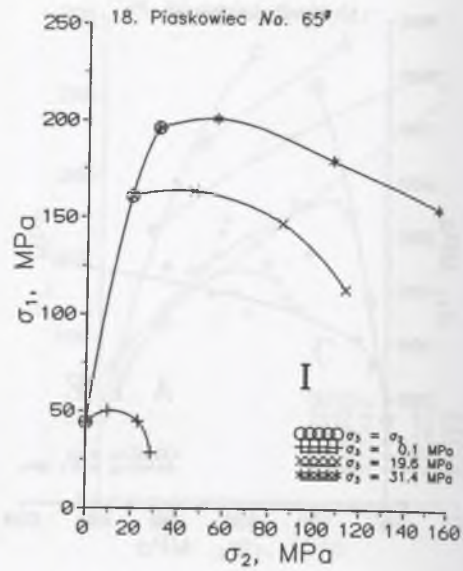
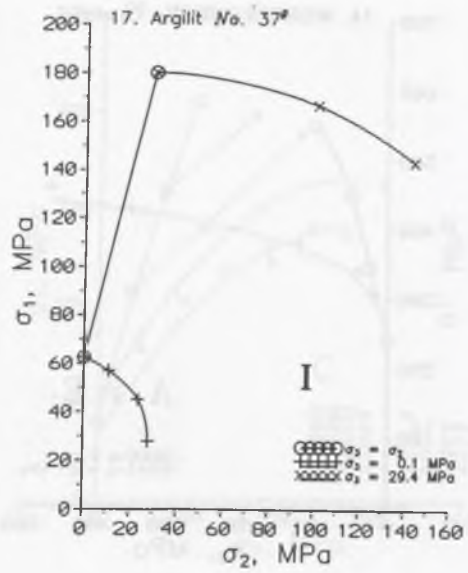
Rys. 8.21. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 5 - 8; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.21. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 5 - 8; cf. Table 8.3)





Rys. 8.22. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 9 – 12; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.22. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 9 – 12; cf. Table 8.3)

Rys. 8.23. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 13 – 16; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.23. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 13 – 16; cf. Table 8.3)



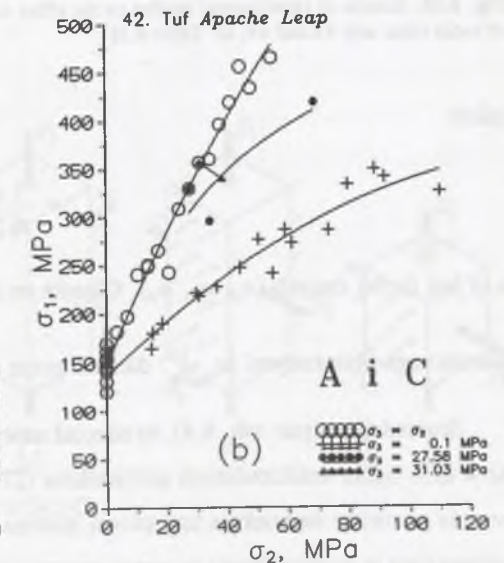
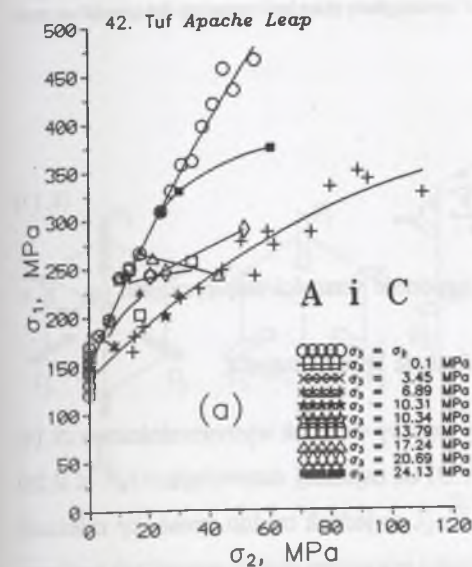
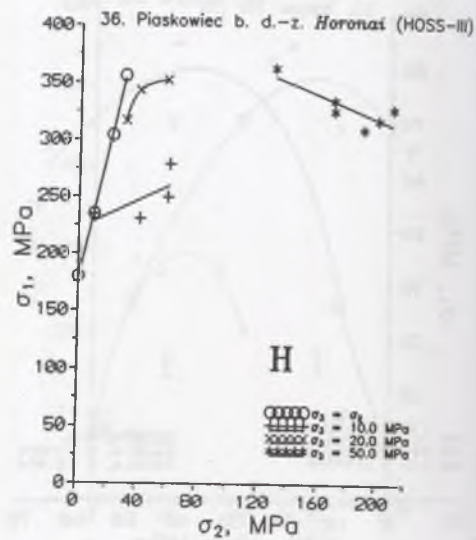
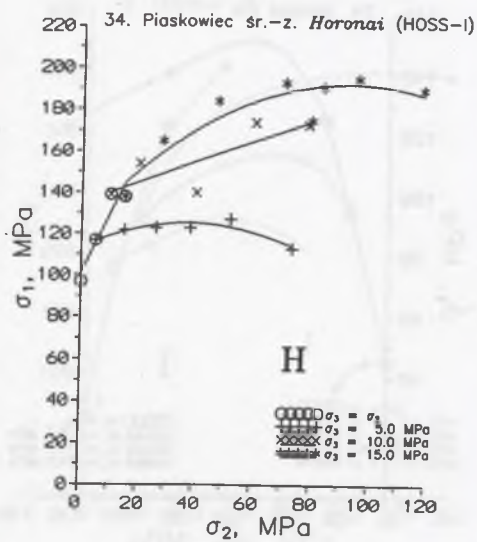
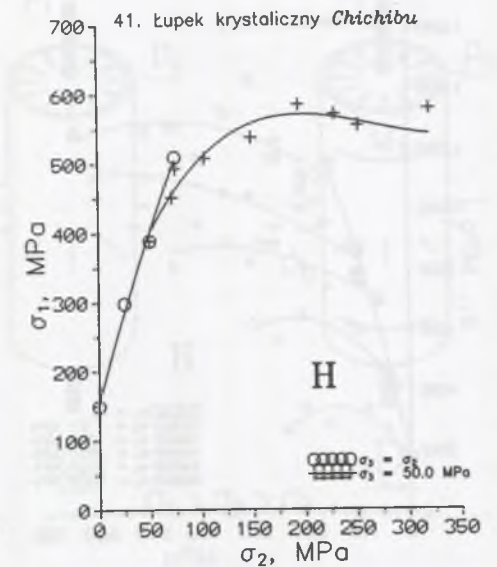
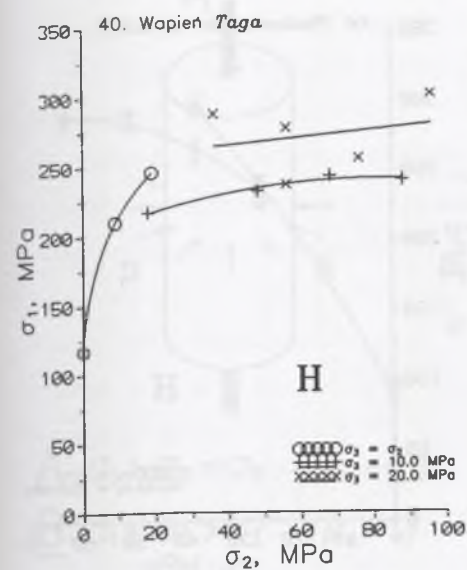
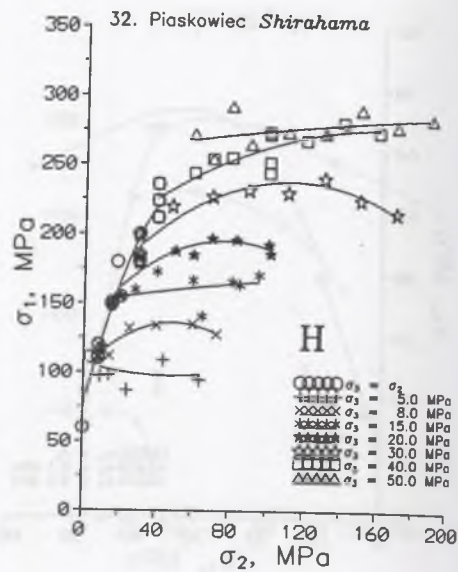
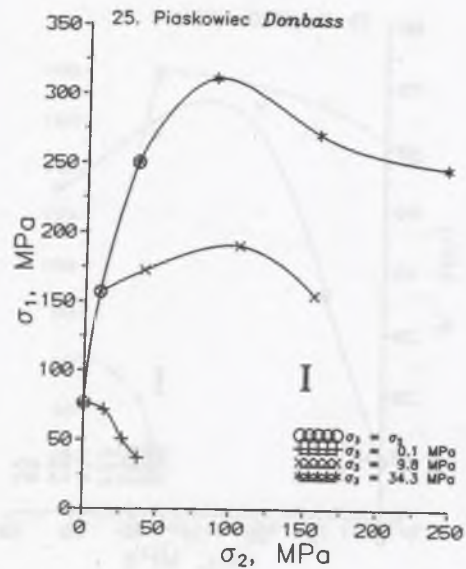
Rys. 8.24. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 17 – 20; por. tab. 8.3)

Fig. 8.24. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 17 – 20; cf. Table 8.3)

Rys. 8.25. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 21 – 24; por. tab. 8.3)

Fig. 8.25. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 21 – 24; cf. Table 8.3)

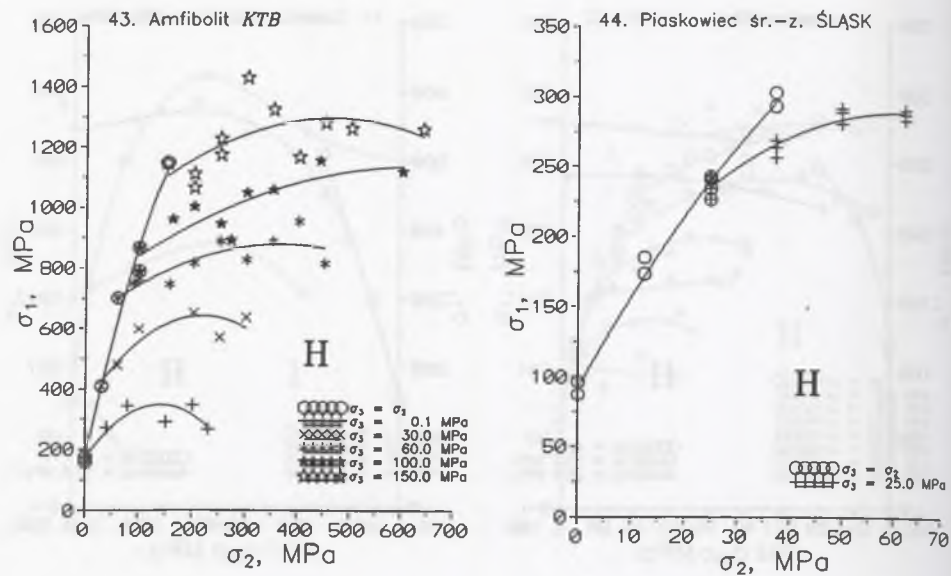




Rys. 8.26. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych: 25, 32, 34 i 36; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.26. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets: 25, 32, 34 and 36; cf. Table 8.3)

Rys. 8.27. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 40 – 42; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.27. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 40 – 42; cf. Table 8.3)





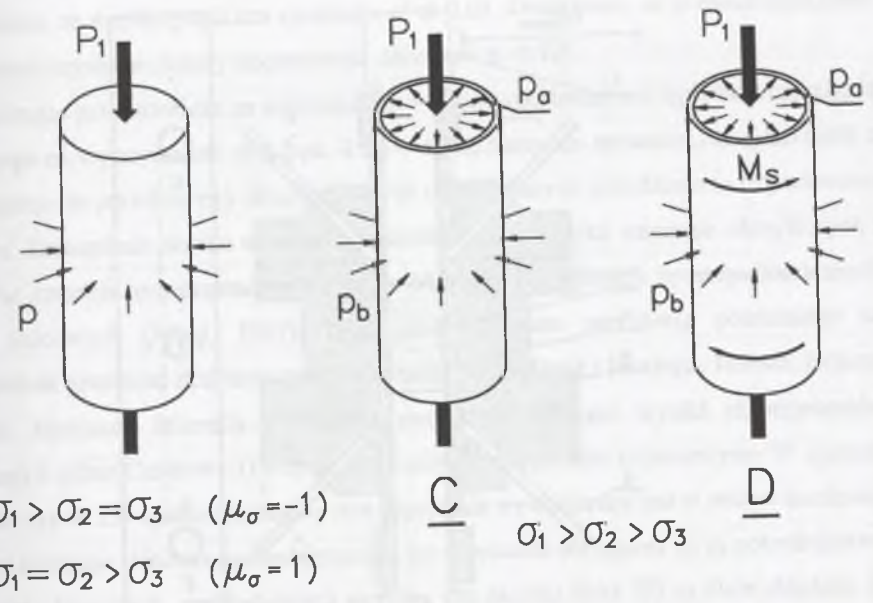
Rys. 8.28. Wyniki badań eksperymentalnych nad wpływem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość trójosiową skał (zestawy danych 43 i 44; por. tab. 8.3)  
 Fig. 8.28. Results of experimental studies on the effect of intermediate principal stress on the triaxial strength of rocks (data sets 43 and 44; cf. Table 8.3)

gdzie

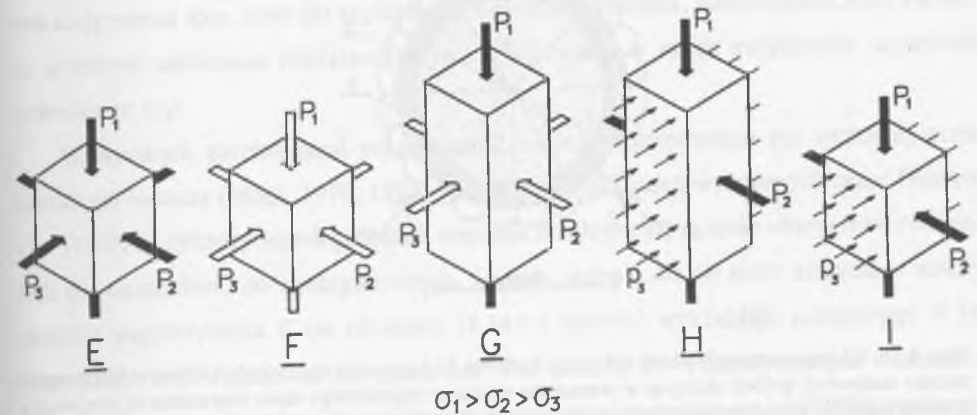
$$\bar{\sigma}_{1_{\text{pm}}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sigma_{1_{\text{pm}}} \quad (8.17)$$

a m jest liczbą danych ( $\sigma_{1i}$ ,  $\sigma_{2i}$ ,  $\sigma_{3i}$ ). Określa on zgodność wartości empirycznych ( $\sigma_{1_{\text{pm}}/F}$ ) z wartościami obliczonymi ( $\sigma_{1_{\text{ob}}/F}$ ), danymi przez funkcję aproksymującą.

Stwierdziłem (por. tab. 8.4), że chociaż nowy liniowy warunek wytrzymałościowy (8.14) aż w 82% ogółu analizowanych przypadków (27/33) co najmniej zadowolająco ( $\varphi^2 \leq 0,25$ ) wyraża graniczne największe naprężenie główne ( $^F\sigma_1$ ), to jednak trudno uznać, by zależność liniowa była tą najwłaściwszą do oceny wytrzymałości granicznej skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń. Nieliniowy warunek potęgowy (8.15) okazał się znacznie lepszy, dając niemal we wszystkich przypadkach (32/33) dopasowanie co najmniej zadowolające (por. tab. 8.4). Dla pięciu skał, w tym dla wszystkich (granit *Westerly*, dolomit *Dunham* i wapień *Solnhofen*) badanych przez Mogiego (1967), były to nawet dopasowania

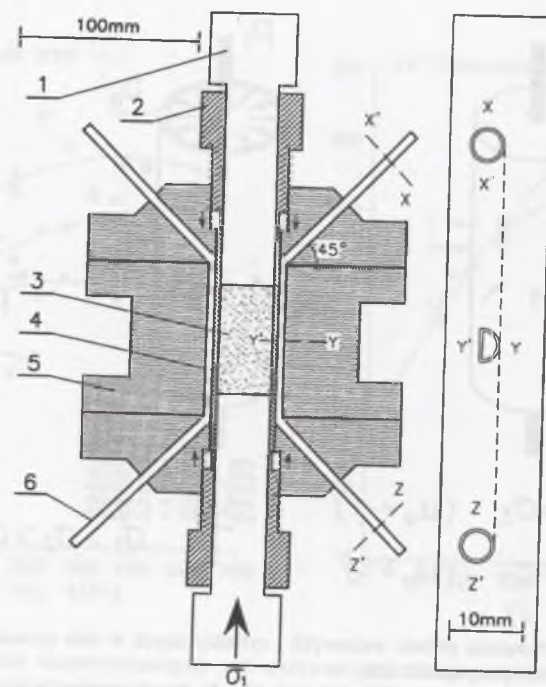


Rys. 8.29. Sposoby obciążania próbek walcowych i cylindrycznych w celu oznaczenia wpływu pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skały  
 Fig. 8.29. Various ways of loading solid and hollow cylindrical samples in order to study the effect of intermediate principal stress on rock strength

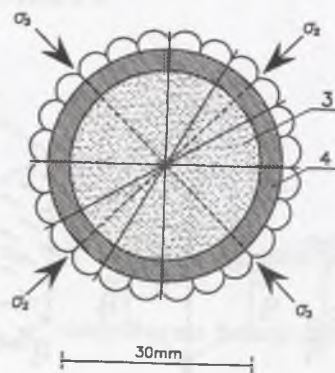


Rys. 8.30. Sposoby obciążania próbek kostkowych i smukłych próbek prostopadłościennych w celu oznaczenia wpływu pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość; gruba pełna strzałka oznacza obciążenie zadawane przez sztywny tłok, gruba pusta strzałka oznacza obciążenie zadawane przez płaską, miękką membranę, cienkie strzałki oznaczają ciśnienie cieczy  
 Fig. 8.30. Various ways of loading cubic and cuboidal samples in order to study the effect of intermediate principal stress on rock strength; thick solid arrow denotes loading exerted by a solid piston, thick hollow arrow denotes loading exerted by a flat, soft membrane, thin arrows denote a liquid pressure





a)



b)

Rys. 8.31. Schemat aparatu (Wydział Inżynierii Naftowej Uniwersytetu im. Heriota i Watta w Edynburgu) do badania walcowych próbek skalnych w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ): a - przekrój podłużny przez komorę trójosiowego aparatu i przekroje poprzeczne przez rurki ciśnieniowe, b - przekrój poprzeczny przez walcową próbkę skalną obciążaną ciśnieniem cieczy w trzech niezależnych serwo sterowanych obwodach hydraulicznych, na które składają się 24 rurki z polichlorku winylu osadzone w żłobkach ścianek komory trójosiowej; 1 - tłok oporowy, 2 - gwintowana tuleja, 3 - próbka walcowa o średnicy  $d = 30$  mm i smukłości  $h/d = 2,25$ , 4 - gumowa osłonka o grubości 3,5 mm, 5 - aluminiowy korpus komory, 6 - rurka z cieczą pod ciśnieniem (Crawford i in., 1995; Smart, 1995)

Fig. 8.31. Schematic diagram of an apparatus built at the Department of Petroleum Engineering of Heriot-Watt University in Edinburgh for testing solid cylindrical rock samples under true triaxial stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (Crawford et al., 1995; Smart, 1995)

bardzo dobre, ze współczynnikiem zgodności  $\varphi^2 \leq 0,01$ . Dodatkowo, aż w dwudziestu jeden przypadkach uzyskane zostały dopasowania dobre ( $\varphi^2 \leq 0,10$ ).

Analizując przedstawione na wykresach  $F\sigma_1 = f(\sigma_2)$  wyniki badań nad wpływem naprężenia pośredniego na wytrzymałość skał (rys. 8.20 – 8.28) nietrudno zauważyć, że tylko część z nich przystaje do prawdziwego obrazu zachowań skał poddanych prawdziwemu trójosiowemu ścisłaniu. Szczególnie daleko od wzorca nakreślonego w wyniku starannie obmyślonych i niezwykle rzetelnie przeprowadzonych przez Mogiego na próbkach prostopadłościennych (itakże walcowych (Mogi, 1967)) badań nad wpływem naprężenia pośredniego na wytrzymałość graniczną skał izotropowych (a także badań Akaia i Moriego, Hearda, Hojema i Cooka, Hoskinsa, Murrella i Parate'a) wydają się odbiegać wyniki eksperymentów wykonanych przez Czirkowa (1976) w dość osobliwym aparacie trójosiowym. W aparacie tym (zob. rys. 8.15) ogólny trójosiowy stan naprężenia wywoływany jest w próbce kostkowej poddanej działaniu ciśnienia hydrostatycznego ( $p$ ) w procesie obciążania jej za pośrednictwem dwu matryc klinowych, rozkładających pionową siłę nacisku tłoka ( $P$ ) na dwie składowe  $P_1$  i  $P_2$  wywołujące naprężenia główne  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  o różnych - w zależności od ustawienia matryc (kąta nachylenia boków próbki względem osi tłoka ( $\alpha$ )) - wartościach. Wartości te obliczane są ze specjalnych wzorów uwzględniających zarówno kąt  $\alpha$ , jak i współczynnik tarcia pomiędzy próbką, podkładkami i klinowymi matrycami. Niektóre z wyników badań Czirkowa wskazują wprost (por. dane dla argilitów i piaskowca na rysunku, odpowiednio, 8.23 i 8.24), że graniczne największe naprężenie główne ( $F\sigma_1$ ) maleje w miarę zwiększania naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ).

W wynikach aproksymacji potwierdzenie znalazła wypowiedziana już wcześniej przez niektórych badaczy (Mogi, 1976, 1991) opinia, że wyniki badań wykonanych przez Handina i in. (1967) na cylindrycznych próbkach wapienia *Solnhofen* (5) są mało wiarygodne i trudne, jeśli nie niemożliwe, do zinterpretowania. Istotnie, jedynie dla tej skały otrzymane zostały wartości współczynnika  $C$  (w równaniu (8.14)) i wartości wykładnika potęgowego  $D$  (w równaniu (8.15)) większe od 1,0 (patrz poz. 4 w tabeli 8.4). Wartości stałej  $D$  większe od 1,0 otrzymane zostały także dla piaskowca średnioziarnistego *Horonai* (*HOSS-I*) badanego przez Takahashiego, 1984 (poz. 34 w tabeli 8.4).

Jeśli więc odrzucić te mniej wartościowe zestawy danych (włączając także te trzy wzięte z pracy Czirkowa (1976) dla anizotropowego węgla *Ch* (poz. 21 – 23 w tabeli 8.3), okazuje się, że hipoteza o stałej  $C$  mniejszej od 1,0 (co odpowiada słabszemu, w porównaniu



Tabela 8.4

Zestawienie wyników aproksymacji danych empirycznych z badań nad wytrzymałością skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających równaniem nieliniowego empirycznego warunku wytrzymałościowego (8.15)

Numer zestawu danych	Rodzaj i nazwa skały	Stałe występujące w nieliniowym warunku wytrzymałościowym $\sigma_1 = \sigma_c + B(\sigma_3 + C\sigma_2)^D$				Wskaźnik zgodności $\varphi^2$ ; jakość dopasowania
		$\sigma_c$ MPa	B	C	D	
1	Wapień <i>Solnhofen (3) - H</i>	347,2	3,697	0,07963	0,890	0,01412 dop. dobre
2	Piaskowiec <i>Darley Dale</i>	79,3	13,293	0,02950	0,734	0,00167 dop. bardzo dobre
3	Piaskowiec <i>Izumi</i>	116,7	18,794	0,01991	0,678	0,01218 dop. dobre
4	Wapień <i>Solnhofen (5) - HHM</i>	401,7	0,034	0,71156	1,525	0,41337 dop. dostateczne
5	Granit <i>Westerty - M(2)</i>	256,0	13,759	0,03848	0,879	0,00406 dop. bardzo dobre
6	Dolomit <i>Dunham</i>	217,0	22,677	0,04716	0,658	0,00797 dop. bardzo dobre
7	Wapień <i>Solnhofen - M</i>	293,0	12,872	0,00857	0,606	0,00495 dop. bardzo dobre
8	Trachit <i>Bowral</i>	163,0	30,608	0,14400	0,590	0,16013 dop. zadowalające
9	Marmur <i>Carrara</i>	80,0	6,869	0,32462	0,788	0,07605 dop. dobre
10	Piaskowiec <i>Gosford</i>	49,0	6,638	0,42027	0,714	0,06921 dop. dobre
11	Wapień <i>Solnhofen - Ho</i>	212,5	13,707	0,27798	0,604	0,01423 dop. dobre

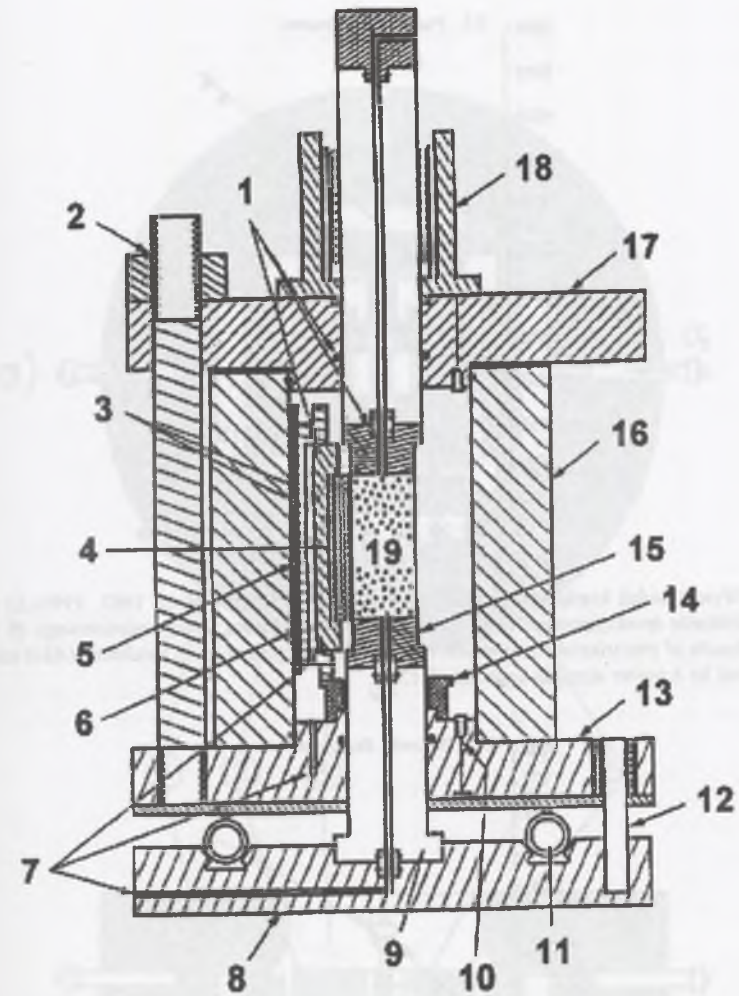
c.d. tabeli 8.4

Numer zestawu danych	Rodzaj i nazwa skały	Stałe występujące w nieliniowym warunku wytrzymałościowym $\sigma_1 = \sigma_c + B(\sigma_3 + C\sigma_2)^D$				Wskaźnik zgodności $\varphi^2$ ; jakość dopasowania
		$\sigma_c$ MPa	B	C	D	
12	Dolomit kwarcowy <i>Mt. Isa</i>	235,8	38,208	0,60536	0,485	0,04300 dop. dobre
13	Granit <i>La Bresse</i>	160,0	60,366	0,07274	0,478	0,07411 dop. dobre
14	Wapień <i>Hauteville (suchy)</i>	240,0	28,427	0,14674	0,4904	0,06630 dop. dobre
15	Wapień <i>Hauteville (mokry)</i>	150,0	44,510	0,14020	0,454	0,05877 dop. dobre
16	Argilit <i>No. 25<sup>s</sup></i>	25,7	5,975	$1,0 \cdot 10^{-6}$	0,836	0,00664 dop. bardzo dobre
17	Argilit <i>No. 37<sup>s</sup></i>	62,5	8,960	$5,9 \cdot 10^{-8}$	0,716	0,09218 dop. dobre
18	Piaskowiec <i>No. 65<sup>s</sup></i>	44,1	11,425	$4,1 \cdot 10^{-6}$	0,728	0,06933 dop. dobre
19	Marmur <i>Ch</i>	62,8	9,790	0,12069	0,748	0,05426 dop. dobre
20	Wapień <i>Ch</i>	6,9	6,872	$6,6 \cdot 10^{-5}$	0,594	0,03467 dop. dobre
21	Węgiel <i>Ch (1)</i>	12,5	2,304	0,05702	1,198	0,08842 dop. dobre
22	Węgiel <i>Ch (2)</i>	9,3	1,257	0,03831	1,496	0,10139 dop. zadowalające
23	Węgiel <i>Ch (3)</i>	9,3	5,645	0,08680	0,883	0,14652 dop. zadowalające
24	Margiel <i>Ch</i>	45,5	5,555	$6,1 \cdot 10^{-6}$	0,868	0,06796 dop. dobre
25	Piaskowiec <i>Donbass</i>	76,5	17,998	$1,2 \cdot 10^{-6}$	0,676	0,06441 dop. dobre



Numer zestawu danych	Rodzaj i nazwa skały	Stałe występujące w nieliniowym warunku wytrzymałościowym $F\sigma_1 = \sigma_c + B(\sigma_3 + C\sigma_2)^D$				Wskaźnik zgodności $\varphi^2$ ; jakość dopasowania
		$\sigma_c$ MPa	B	C	D	
32	Piaskowiec <i>Shirahama</i>	60,0	12,739	0,07206	0,702	0,04203 dop. dobre
34	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Horonai (HOSS-I)</i>	97,0	2,600	0,07112	1,165	0,12804 dop. zadowalające
36	Piaskowiec bardzo drobnoziarnisty <i>Horonai (HOSS-III)</i>	180,0	49,658	-0,11817	0,344	0,25865 dop. dostateczne
40	Wapień <i>Taga</i>	117,0	27,233	0,10052	0,529	0,10887 dop. zadowalające
41	Łupek krystaliczny <i>Chichibu</i> (naprężenie $\sigma_1$ zorientowane prostopadle do płaszczyzn foliacji)	149,6	20,151	0,27146	0,639	0,05707 dop. dobre
42	Tuf stopiony <i>Apache Leap</i>	147,3	4,227	0,48676	0,992	0,08303 dop. dobre
43	Amfibolit <i>KTB</i>	164,7	30,466	0,08975	0,685	0,04688 dop. dobre
44	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Śląsk</i>	90,4	9,077	0,47816	0,778	0,02105 dop. dobre

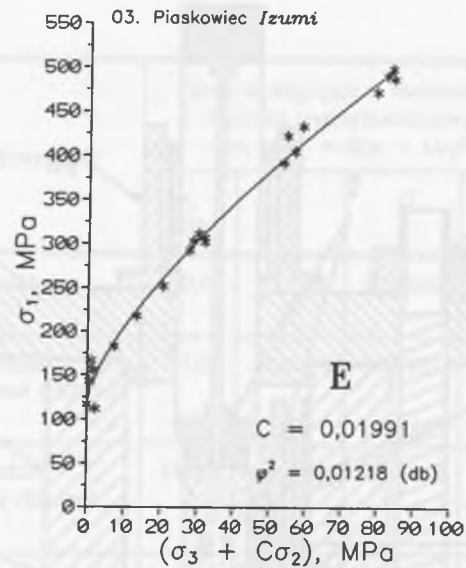
z naprężeniem  $\sigma_3$ , wpływowi naprężenia  $\sigma_2$  na wytrzymałość skał izotropowych) jest słuszna. Wartości stałej  $C$  mieszczą się, dla analizowanych skał, w przedziale od około 0,009 (dla badanego przez Mogiego wapienia *Solnhofen*) do 0,605 (dla australijskiego dolomitu kwarcowego *Mt. Isa* badanego przez Hoskinsa). Także mniejsze od 1,0 są wartości stałej (wykładnika potęgowego)  $D$ . Mieszczą się one w przedziale od 0,454 (dla mokrego wapienia *Hauteville* (Parate, 1969)) do 0,992 (dla tufu *Apache Leap* badanego przez Wanga i Kemeny'ego, 1995).



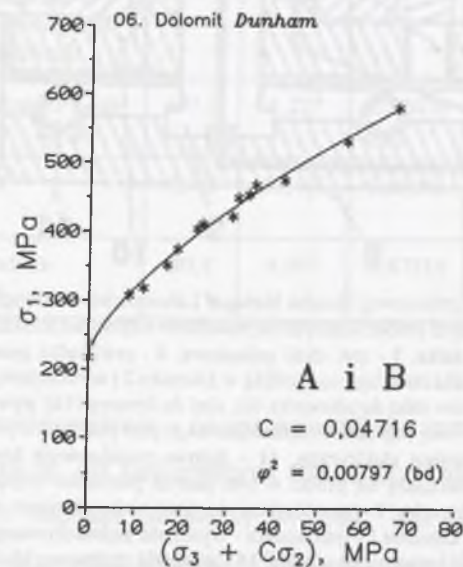
Rys. 8.32. Schemat komory trójosiowej (Sandia National Laboratories w Albuquerque, Nowy Meksyk, USA) do badania prostopadłościennych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ); 1 - uszczelki, 2 - kolumna ściągająca i nakrętka, 3 - tzw. tłoki gniazdowe, 4 - przekładka gumowa, 5 - wkładka ślizgowa z aluminium, 6 - korpus siłownika obciążającego próbkę w kierunku 2 i wywołującego w niej naprężenie pośrednie ( $\sigma_2$ ), 7 - doprowadzenie płynów (olej do siłownika (6), olej do komory (16) wywierający na próbkę obciążenie w kierunku 3 i wywołujący w niej naprężenie najmniejsze ( $\sigma_3$ ), płyn porowy do próbki (19)), 8 - płyta опорowa, 9 - tłok опорowy, 10 - przepust elektryczny, 11 - kołowe posadowienie komory, którego zadaniem jest utrzymywanie środka odkształcającej się próbki w tym samym położeniu względem środka tłoków siłownika zadającego obciążenie w kierunku 2 (posadowienie to jest nadmuchiwane za pomocą serwo sterowanego urządzenia, które kontroluje ciśnienie i - tym samym - wysokość nadmuchiwanego koła), 12 - kołek ustalający z tulejki, 13 - dolna pokrywa komory trójosiowej, 14 - nastawna podstawa, 15 - dolna podkładka próbki, 16 - cylinder komory trójosiowej, 17 - górna pokrywa komory trójosiowej, 18 - tuleja, 19 - próbka o wymiarach (max.) 10,2 cm × 10,2 cm × 20,3 cm (Uwaga: Na rysunku pokazany jest tylko jeden siłownik zadający obciążenie na próbkę w kierunku 2.) (Wawersik i in., 1997)

Fig. 8.32. Schematic diagram of a triaxial cell built at Sandia National Laboratories in Albuquerque, New Mexico, USA for testing cuboidal rock samples under true triaxial stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (Wawersik et al., 1997)

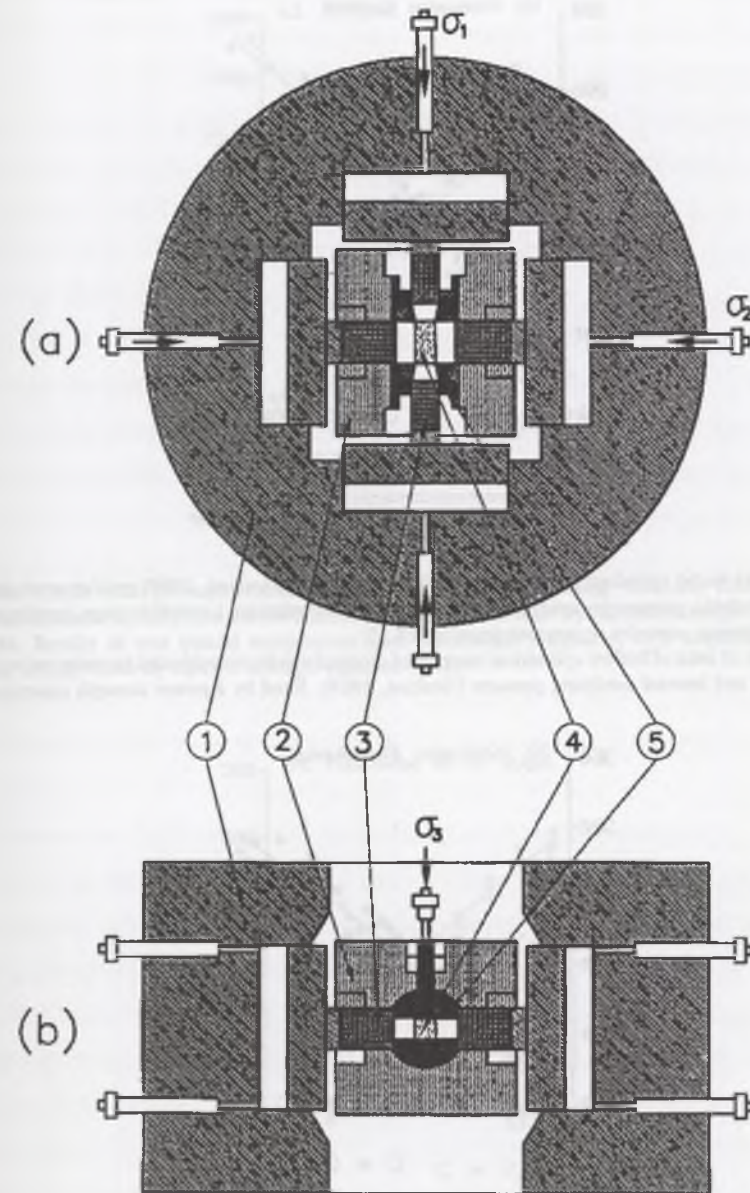




Rys. 8.33. Wyniki badań kostkowych próbek piaskowca *Izumi* (Akai i Mori, 1967, 1970a,b) na prawdziwe trójosiowe ściskanie aproksymowane równaniem potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15)  
 Fig. 8.33. Results of true triaxial compression tests of cubic samples of *Izumi* sandstone (Akai and Mori, 1967, 1970a,b) fitted by a power strength equation (8.15)

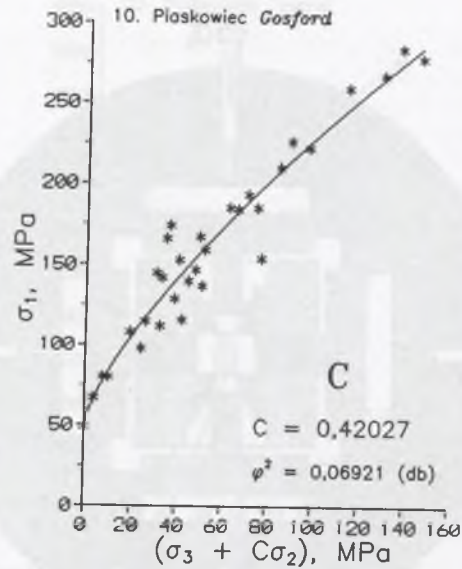


Rys. 8.34. Wyniki badań walcowych próbek dolomitu *Dunham* (Mogi, 1967) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie (CTC) i redukowane trójosiowe wydłużanie (RTE) aproksymowane równaniem potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15)  
 Fig. 8.34. Results of conventional triaxial compression (CTC) and reduced triaxial extension (RTE) tests of solid cylindrical samples of *Dunham* dolomite (Mogi, 1967) fitted by a power strength equation (8.15)



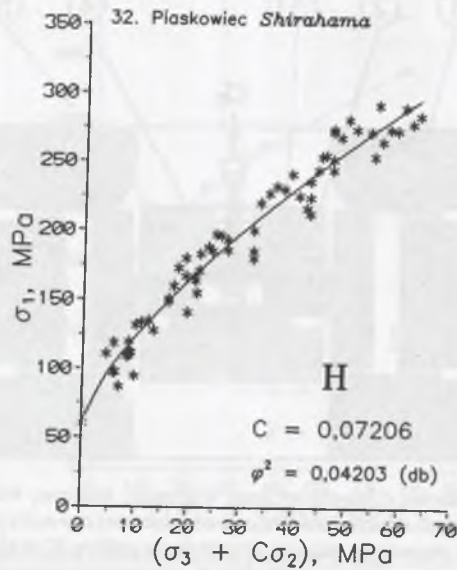
Rys. 8.35. Schemat komory trójosiowej (Uniwersytet stanu Wisconsin, Madison, Wisconsin, USA) do badania prostokątnych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (a - przekrój poprzeczny, b - przekrój podłużny); 1 - aparat dwuosiowy zadający obciążenie na próbkę (4) w kierunku 1 i 2 i wywołujący w niej naprężenia, odpowiednio,  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  sięgające 1600 MPa, 2 - wieloosiowa komora ciśnieniowa, 3 - tłok, 4 - próbka o wymiarach 19 mm  $\times$  19 mm  $\times$  38 mm ( $h/a = 2,0$ ); 5 - płyn wywierający na próbkę obciążenie w kierunku 3 i wywołujący w niej naprężenie  $\sigma_3$  sięgające 400 MPa (Chang i Haimson, 2000b)  
 Fig. 8.35. Schematic diagram of a triaxial cell built at the University of Wisconsin in Madison, Wisconsin, USA for testing cuboidal rock samples under true triaxial stress conditions ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) (Chang and Haimson, 2000b)





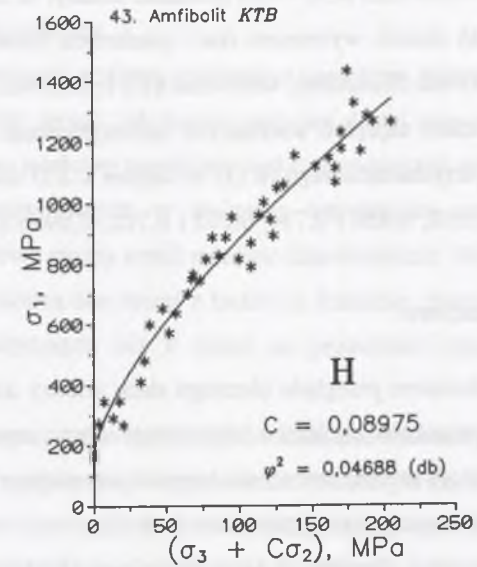
Rys. 8.36. Wyniki badań cylindrycznych próbek piaskowca *Gosford* (Hoskins, 1969) poddawanych działaniu ściskającego obciążenia pionowego oraz ciśnienia okólnego zewnętrznego i wewnętrznego aproksymowane równaniem potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15)

Fig. 8.36. Results of tests of hollow cylindrical samples of *Gosford* sandstone subjected to compressive vertical load and external and internal confining pressure (Hoskins, 1969), fitted by a power strength equation (8.15)



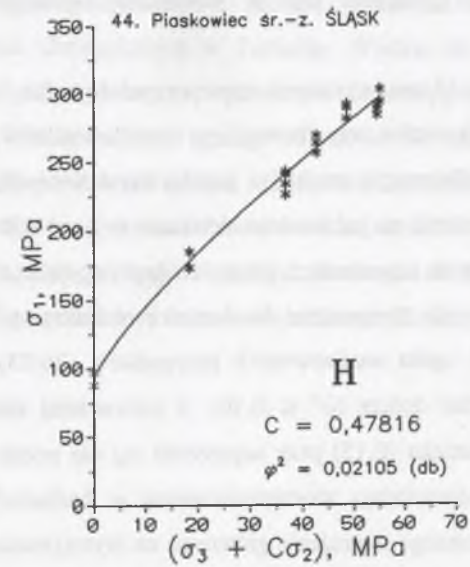
Rys. 8.37. Wyniki badań prostopadłościennych próbek piaskowca *Shirahama* (Takahashi, 1984) na prawdziwe trójosiowe ściskanie aproksymowane równaniem potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15)

Fig. 8.37. Results of true triaxial compression tests of cuboidal samples of *Shirahama* sandstone (Takahashi, 1984) fitted by a power strength equation (8.15)



Rys. 8.38. Wyniki badań prostopadłościennych próbek amfibolitu *KTB* (Chang i Haimson, 2000b) na prawdziwe trójosiowe ściskanie aproksymowane równaniem potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15)

Fig. 8.38. Results of true triaxial compression tests of cuboidal samples of *KTB* amphibolite (Chang and Haimson, 2000b) fitted by a power strength equation (8.15)



Rys. 8.39. Wyniki badań prostopadłościennych próbek piaskowca *Śląsk* (Kwaśniewski, 2001) na prawdziwe trójosiowe ściskanie aproksymowane równaniem potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15)

Fig. 8.39. Results of true triaxial compression tests of cuboidal samples of *Śląsk* sandstone (Kwaśniewski, 2001) fitted by a power strength equation (8.15)

Na rysunkach 8.33 i 8.34 oraz 8.36 - 8.39 pokazane zostały, w charakterze przykładu, dane empiryczne z badań sześciu wybranych skał - piaskowca *Izumi*, dolomitu *Dunham*, piaskowca *Gosford*, piaskowca *Shirahama*, amfibolitu *KTB* i piaskowca *Śląsk* - w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających aproksymowane równaniem nowego, potęgowego warunku wytrzymałościowego (8.15) ze stałymi  $C$  i  $D$  równymi, odpowiednio, 0,020 i 0,678, 0,047 i 0,658, 0,420 i 0,714, 0,072 i 0,702, 0,090 i 0,685, 0,478 i 0,778.

## 8.5. Wnioski końcowe

W rozdziale tym dokonałem przeglądu obecnego stanu wiedzy o własnościach wytrzymałościowych skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ). Szczególnie wiele uwagi poświęciłem omówieniu wpływu pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość skał izotropowych (quasi-izotropowych).

Wprowadziłem dwa nowe, liniowy (8.14) i nieliniowy (8.15), empiryczne warunki wytrzymałościowe wyrażające graniczne największe naprężenie główne ( $^F\sigma_1$ ) w funkcji naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ) i naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ). Warunki te zweryfikowałem ilościowo korzystając z wyników wykonanych przez różnych badaczy różnymi metodami oznaczeń wytrzymałości granicznej skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia.

Do analizy wybrałem 33 zestawy danych empirycznych [ $\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)$ ]<sub>F</sub>, w tym osiem dla wapieni, dziewięć dla piaskowców, trzy dla węgla, po dwa dla argilitów, dolomitów, granitów i marmurów i po jednym dla margli, trachitów, łupków krystalicznych, tufów i amfibolitów. Były to skały o wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ ) od 6,9 MPa do 401,7 MPa, które badano przy pośrednich naprężeniach głównych ( $\sigma_2$ ) sięgających  $6,96\sigma_c$ .

Szczególnie dobry wynik otrzymałem dla warunku nieliniowego, potęgowego (8.15). Warunek ten aż w 79% ogółu analizowanych przypadków (26/33) aproksymował dane empiryczne dobrze i bardzo dobrze ( $\varphi^2 \leq 0,10$ ), z wartościami stałej  $C$  (współczynnika stojącego w równaniu warunku (8.15) przy naprężeniu  $\sigma_2$ ) nie przekraczającymi 0,60536. Wartości takie dobrze odpowiadają zaobserwowanemu w badaniach eksperymentalnych efektowi, że wpływ pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość graniczną skał jest słabszy od wpływu naprężenia najmniejszego.

Na podstawie zestawionych w tabeli 8.4 wartości stałej materiałowej  $C$  można postawić tezę, że wartości te są tym mniejsze im skała jest bardziej jednorodna i bliższa ośrodkowi

izotropowemu. Właśnie w takich skałach wpływ naprężenia pośredniego na wytrzymałość graniczną wydaje się znikomy.

Przy okazji omawiania wpływu pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skał nie można nie zwrócić uwagi, jak bardzo mało jest do tej pory wiarygodnych wyników z przeprowadzonych we właściwy sposób badań skał w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia. Z przedstawionych w tej pracy czterdziestu czterech zestawów danych empirycznych za takowe można uznać zaledwie dziewiętnaście. Należy przy tym podkreślić, że w większości pochodzą one raczej z badań na ściskanie, rozciąganie i skręcanie próbek walcowych i cylindrycznych niż z badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie próbek prostopadłościennych.

Podjęta kilka lat temu próba zbudowania w Polsce nowoczesnego aparatu do badania skał w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania zakończyła się, niestety, niepowodzeniem. Na razie można tylko oczekiwać, że Profesor Mogi zechce opublikować nie tylko w formie graficznej wyniki swoich badań sprzed blisko trzydziestu lat na próbkach wapienia, dolomitu, marmuru, trachitu, monzonitu, granitu i andezytu. Ale i wtedy wciąż będzie brakowało danych ilościowych o zachowaniu się przy prawdziwym trójosiowym ściskaniu okruchowych skał osadowych.

Dobrze przygotowane do wypełnienia tej luki jest obecnie laboratorium dra Takahashiego w Japońskim Instytucie Geologicznym w Tsukubie. Wydaje się, że kolejne interesujące wyniki mogą przynieść eksperymenty prowadzone od niedawna przez Changa i Haimsona w Uniwersytecie stanu Wisconsin. Inne aparaty trójosiowe do badań prostopadłościennych próbek skalnych na trójosiowe ściskanie, ten w Instytucie Mechaniki Skał i Gruntów ChAN w Wuhan i ten w Narodowym Instytucie Zasobów i Środowiska w Tsukubie<sup>1</sup>, nie są obecnie używane. Zdaje się, że także w Sandia National Laboratories w Albuquerque nie prowadzi się obecnie badań skał na prawdziwe trójosiowe ściskanie (Brodsky, 2000).

<sup>1</sup> Z początkiem kwietnia 2001 roku instytut ten (NIRE) oraz wspomniany kilkakrotnie w tym rozdziale Japoński Instytut Geologiczny (GSJ) zostały połączone tworząc, wraz z kilkunastoma innymi instytutami badawczymi, nowy Narodowy Instytut Zaawansowanych Nauk Przemysłowych i Techniki (AIST). Jest to obecnie największy, liczący około 3200 pracowników, państwowy instytut naukowo-badawczy w Japonii.



## 9. UOGÓLNIENIE OBECNEGO STANU WIEDZY O ZACHOWANIU SIĘ SKAŁ ANIZOTROPOWYCH W WARUNKACH TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA

### 9.1. Odształceniowe i wytrzymałościowe własności skał anizotropowych

We wcześniejszych pracach (Kwaśniewski, 1980, 1993) dokonałem szczegółowego przeglądu wyników badań eksperymentalnych nad odształceniowymi i wytrzymałościowymi własnościami osadowych i metamorficznych skał anizotropowych (iłupków, piaskowców, wapieni, diatomitów, węgla, łupków krystalicznych, łupków dachówkowych, gnejsów, fyllitów) w warunkach jedno-, dwu- i trójosiowego ściskania oraz jednoosiowego rozciągania. W tej pracy ograniczę się do omówienia zachowania się skał anizotropowych w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania (osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), zwracając szczególną uwagę na wpływ ciśnienia okólnego ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ) oraz orientacji największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn osłabienia (warstwowania, laminacji, foliacji, łupkowatości, kliważu) na charakter odształcania się i zniszczenia skał anizotropowych, ich odształcalność i wytrzymałość.

Pierwsze obszerne badania nad własnościami wytrzymałościowymi i odształceniowymi skał warstwowanych, anizotropowych, przeprowadził O. Müller (1930). Były to badania nad m.in. cechami sprężystymi, odształceniami trwałymi i wytrzymałością skał w warunkach jednoosiowego ściskania, nad plastycznością skał ściskanych trójosiowo metodą Kicka i metodą von Kármána i nad ściśliwością skał ściskanych jednoosiowo w grubościennym stalowym cylindrze, w warunkach skrępowania odształceń poprzecznych. Badania te przeprowadzone zostały na próbkach kostkowych, prostopadłościennych i walcowych uwarstwionego piaskowca, łupku piaszczystego, dwóch łupków ilastych i dwóch węgla kamiennych z kopalni Górnośląskiego Zagłębia Węglowego.

W próbach jednoosiowego ściskania próbki obciążane były prostopadle i równolegle do uwarstwienia. Najsilniejszą anizotropię wytrzymałości wykryto u łupku ilastego ze stropu pokładu *Schuckmann-Niederbank*. Średnia wytrzymałość tej skały obciążanej w kierunku równoległym do płaszczyzn uwarstwienia stanowiła tylko 68% średniej wytrzymałości oznaczonej przy ściskaniu w kierunku do warstwowania prostopadłym ( $\sigma_c \parallel = 0,68\sigma_c \perp$ ). Badania na próbkach piaskowca ze stropu tego samego pokładu pokazały, że kierunkowi równoległemu do warstwowania odpowiadają mniejsze odształcenia podłużne i większy

moduł sprężystości w porównaniu z tymi oznaczonymi przy obciążaniu w kierunku do uwarstwienia prostopadłym ( $E \parallel = 1,23E \perp$ ).

Müller poprzedza swój artykuł wstępem, w którym omawia (na stronie 1602) wyniki wcześniejszych badań m.in. Bauschingera (1884), Föppla (1900) oraz Prandtla i Rinnego (1909), którzy jako pierwsi zaobserwowali efekt anizotropii wytrzymałościowych i odształceniowych własności skał.

O oznaczonej eksperymentalnie anizotropii cech wytrzymałościowych i odształceniowych skały metamorficznej pisał następnie Lepper (1949). W uzupełnieniu do obszernego programu badań Griggisa z zespołem (patrz Griggs i Miller, 1951) nad własnościami strukturalnymi i mechanicznymi marmuru *Yule* w różnych warunkach działania ciśnień, temperatur i roztworów chemicznych poddał on próbom jednoosiowego ściskania cztery próbki (prostopadłościanny o podstawie  $25,4 \text{ mm} \times 25,4 \text{ mm}$  i smukłości 2,0) tej skały. Dwie próbki obciążane były prostopadle i dwie - równolegle do płaszczyzn zmniejszonej spójności, które w marmurze *Yule* zdeterminowane są pewnym uporządkowanym ułożeniem elipsoidalnych ziarn kalcytu. Okazało się, że wytrzymałość marmuru w kierunku prostopadłym do płaszczyzn "podzielności" jest prawie 1,6-krotnie większa od wytrzymałości oznaczonej w kierunku do tych płaszczyzn równoległym.

Również odształcenia, jakich doznał marmur w kierunku normalnym do płaszczyzn uprzywilejowanych, znacznie przewyższały odształcenia przy obciążaniu w kierunku do tych płaszczyzn równoległym:  $\epsilon \perp = 3,7\epsilon \parallel$ . Badana skała charakteryzowała się mniejszą odształcalnością (większą sztywnością) w kierunku równoległym do płaszczyzn uprzywilejowanych; relacja pomiędzy odpowiednimi wartościami modułu Younga ( $E \parallel / E \perp$ ) wynosiła około 1,5.

Pierwsze systematyczne badania nad zachowaniem się skał anizotropowych w warunkach nie jedno-, lecz trójosiowego ściskania zostały przeprowadzone (przez badaczy z Mining Research Establishment, National Coal Board, W. Brytania) na próbkach uwarstwionych karbońskich skał osadowych oraz węgla z zagłębi węglowych Południowej Walii i hrabstwa Kent (Murrell, 1958; Price, 1958, 1963; Hobbs, 1960, 1964a; Pomeroy i Hobbs, 1962).

Price (1958) prowadząc badania nad własnościami wytrzymałościowymi i odształceniowymi piaskowca *Pennant* i *Snowdown* oraz mułowca *Snowdown* w warunkach ściskania przy ciśnieniach okólnych do ok. 35 MPa stwierdził, że wytrzymałość graniczna tych skał oznaczana w kierunku prostopadłym do uwarstwienia ( $\beta = 90^\circ$ ) jest nieco większa



od wytrzymałości w kierunku do uwarstwienia równoległym ( $\beta = 0^\circ$ ). Moduł sprężystości Younga przybierał większe wartości, na odwrót, w przypadku równoległej do płaszczyzn uwarstwienia orientacji naprężenia największego ( $\sigma_1$ ). Dla tego też kierunku ( $\beta = 0^\circ$ ) następował szybszy przyrost wytrzymałości i modułu Younga badanych skał w miarę zwiększania ciśnienia okólnego.

Hobbs (1960) badając własności wytrzymałościowe i odkształceniowe kruchego węgla koksującego *Oakdale* na próbkach obciążanych ( $\sigma_1$ ) prostopadle lub równoległe do wzajemnie prostopadłych płaszczyzn uławicenia oraz kłwiżu głównego i drugorzędneho zaobserwował, że anizotropia odkształceń podłużnych, modułu Younga, granicy liniowości i granicy wytrzymałości wyraźnie przejawiająca się przy jednoosiowym ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ) ściskaniu i przy niewielkich (do ok. 7 MPa) wartościach ciśnienia okólnego ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ), przy ciśnieniach wyższych zanika - różnice wartości poszczególnych parametrów odkształceniowych i wytrzymałościowych węgla oznaczanych w różnych kierunkach przestają być znaczące.

Jednym z pierwszych badaczy, który podjął szerszej zakrojony program badań nad anizotropią własności wytrzymałościowych i odkształceniowych skał uwarstwionych w złożonym stanie naprężenia, był F.A. Donath (1960, 1961, 1964). Badania te prowadzone były na próbkach walcowych m.in. ordowickiego łupku (ang. slate) *Martinsburg* oraz sylurskiego iłotłupku (ang. shale) *Longwood* i wapienia *Manlius*, wywierconych z większych bloków pod kątami  $\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  i  $90^\circ$  względem płaszczyzn uwarstwienia. Próbki te poddawano ściskaniu przy ciśnieniach okólnych ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ) równych 3,5, 10,5 i 35,0 MPa (próbki o średnicy 25,4 mm i smukłości 2,5) oraz 50, 100 i 200 MPa (próbki o średnicy 12,7 mm i smukłości 2,0).

Badania te wykazały m.in., że skały o anizotropii planarnej przejawiają największą wytrzymałość na ściskanie w kierunku prostopadłym do uwarstwienia ( $\beta = 90^\circ$ ), zaś najmniejszą - w kierunku tworzącym z płaszczyznami uwarstwienia kąt  $\beta = 30^\circ$ . Zauważono przy tym, że wzrost ciśnienia okólnego redukuje efekt anizotropii. Przykładowo, w przypadku łupku *Martinsburg* stosunek pomiędzy wartościami wytrzymałości granicznej odpowiadającymi kierunkom  $\beta = 90^\circ$  i  $30^\circ$  wynosił aż 10,0 przy ciśnieniu równym 3,5 MPa, 4,5 przy ciśnieniu równym 50 MPa, zaś przy  $p = 200$  MPa - już tylko 2,8. Stwierdzono również, że wzrost ciśnienia okólnego powoduje we wszystkich przypadkach (dla wszystkich kątów  $\beta$ ) wzrost wytrzymałości skały. Wzrost ten jest jednak bardziej znaczący w przypadku próbek zorientowanych względem kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) pod kątami  $90^\circ, 0^\circ$  i  $75^\circ$  niż dla próbek o kącie  $\beta$  z przedziału  $[15^\circ, 60^\circ]$ .

Analizując mechanizm zniszczenia łupku *Martinsburg* stwierdzono m.in., że skała ta niemal niezależnie od kąta zorientowania kierunku działania naprężenia  $\sigma_1$  względem płaszczyzn łupkowatości ulegała zniszczeniu poprzez ścięcie. Przy tym dla kątów ( $0^\circ$ )  $15^\circ \leq \beta \leq 45^\circ$  ( $60^\circ$ ) ścinanie następowało zwykle w płaszczyźnie łupkowatości, a więc kąt zniszczenia ( $\theta$ ) był równy kątowi  $\beta$ ; przy kątach  $\beta = 60^\circ \div 90^\circ$  płaszczyzna zniszczenia przecinała warstewki łupku w poprzek, tworząc z kierunkiem naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) kąt  $\theta = 45^\circ \div 60^\circ$ .

Zaobserwowano również, że przy ciśnieniach okólnych nie przekraczających 50 MPa zniszczenie próbek związane było z zupełną utratą kohezji, gwałtowne, z wyzwoleniem energii sprężystej, kruche. Przy ciśnieniach 100 i 200 MPa próbki odkształcały się bardziej ciągliwie doznając większych (niż przy mniejszych ciśnieniach) odkształceń i nie tracąc całkowicie spójności po osiągnięciu granicy wytrzymałości.

Wyniki tych i wszystkich późniejszych badań prowadzonych przez m.in. Hoeka (1964), Cheneverta i Gatlina (1965), Deklotza i in. (1966), Youasha (1966), McLamore'a i Graya (1967), Olsena (1966/1967), Serafima i de Urenę (1966/1967), Akaia i in. (1970), McGilla i Raneya (1970), Somertona i in. (1970), Pomeroya i in. (1971), Attewella i Sandforda (1974), McCabe'a i Koerner (1975), Allirota i in. (1977), Cooka (Jr.) i in. (1978), Allirota i Boehlera (1979), Ramamurthy'ego i in. (1988) i Niandou i in. (1997) na próbkach skał osadowych i metamorficznych o wyraźnie zaznaczających się płaszczyznach osłabienia pozwalają sformułować następujące ogólne wnioski na temat anizotropii odkształceniowych i wytrzymałościowych własności skał transwersalnie izotropowych (monotropowych):

1. Skały te wykazują największą wytrzymałość na ściskanie w kierunku do warstwowania prostopadłym (częściej) lub równoległym (rzadziej). Najmniejsze wartości wytrzymałości skał przy ściskaniu odpowiadają najczęściej kątom nachylenia płaszczyzn osłabienia względem kierunku działania największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) z przedziału  $\beta \in [30^\circ, 45^\circ]$ . Maksymalne wartości współczynnika anizotropii wytrzymałości na ściskanie ( $k_C = (\sigma_1 - \sigma_3)_{max} / (\sigma_1 - \sigma_3)_{min}$ ) sięgają 10,0, jak w przypadku badanego przez Donatha (1961, 1964) łupku *Martinsburg*, jednak znacznie częściej (patrz Borecki i Kwaśniewski, 1982, str. 34 i 35) nie przekraczają 4,5.

2. W warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), w miarę wzrostu ciśnienia okólnego ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ) efekt anizotropii wytrzymałościowej ulega zwykle redukcji.



Warto tu jednak zwrócić uwagę na wyniki doświadczeń Tomaszewskiej i Zwiagincewa (1983), którzy badając na próbkach prostopadłościennych anizotropię własności mechanicznych skał podłoża krystalicznego z terytorium Związku Radzieckiego zaobserwowali, że w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania efekt anizotropii odkształcalności i wytrzymałości tych skał nie zmniejsza się ze wzrostem ciśnienia okólnego, a nawet w niektórych przypadkach, w warunkach bardzo wysokich ciśnień, rośnie. O podobnej obserwacji, wyniesionej z badań diatomitu *Montagne d'Andance* z Francji przy niewielkich ciśnieniach okólnych, donoszą Alliot i Boehler (1979).

3. Wzrost wytrzymałości skały uwarstwionej ze wzrostem ciśnienia okólnego postępuje zwykle najwolniej dla kierunków  $\beta$  z przedziału  $[30^\circ, 45^\circ]$ , najszybciej zaś dla  $\beta = 0^\circ$ .

4. Zniszczenie skały uwarstwionej przy ściskaniu następuje zwykle przez pęknięcie rozdzielcze w płaszczyznach osłabienia (dla  $\beta = 0^\circ \div 15^\circ$ ), poślizg w płaszczyźnie(-ach) osłabienia (dla  $\beta = 15^\circ \div 45^\circ$  ( $60^\circ$ )) i pęknięcie ścięciowe biegnące w poprzek warstwowania i zorientowane względem kierunku największego naprężenia głównego pod kątem  $\theta = 20^\circ \div 30^\circ$  (dla  $\beta = 60^\circ \div 90^\circ$ ).

5. Zależność wytrzymałości granicznej skał uwarstwionych w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających od kąta nachylenia największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn uprzywilejowanych opisują zadowalająco w wielu przypadkach teorie Jaegera (1960) oraz McLamore'a i Graya (1967):

- teoria wytrzymałości ośrodka z pojedynczą płaszczyzną osłabienia (zmniejszonej spójności), jak na przykład, w przypadku badanego przez Cheneverta i Gatlina (1965) piaskowca *Arkansas*, lub

- teoria wytrzymałości ośrodka o zmiennej (w zależności od kierunku) kohezji, jak na przykład, w przypadku badanych przez tych samych badaczy iłowupków *Green River* i *Permian*,

- teoria wytrzymałości ośrodka o zmiennych (w zależności od kierunku) wartościach kohezji i/lub współczynnika tarcia wewnętrznego, jak na przykład, w przypadku badanego przez McLamore'a i Graya metamorficznego łupku *Austin* i iłowupku *Green River-2*.

6. Zmianę wytrzymałości kruchych skał anizotropowych (jak na przykład, łupku *Elliot* z Południowej Afryki) w zależności od kierunku działania obciążenia dobrze tłumaczy również teoria Griffitha w postaci oryginalnej i/lub zmodyfikowanej przez McClintocka i Walsh. Zgodnie z tą teorią - w interpretacji Hoeka (1964) oraz Walsh i Brace'a (1964) -

zniszczenie zasadniczo inicjowane jest przez mikroszczelinki występujące w płaszczyznach uprzywilejowanych uwarstwienia (foliacji, laminacji, łupkowości), tzw. szczelinki pierwszego rzędu<sup>1</sup>.

7. Proces zniszczenia skał uwarstwionych może być inicjowany również przez mikroszczelinki Griffithowskie drugiego rzędu, zorientowane przypadkowo, występujące poza systemem płaszczyzn uprzywilejowanych. Płaszczyzny te mimo wszystko odgrywają bardzo istotną rolę w procesie rozwoju spękań i propagacji zniszczenia stanowiąc ognisko redystrybucji naprężeń w sąsiedztwie propagującej mikroszczelinki i stymulując lub hamując proces pęknięcia.

8. Skały charakteryzują się największą odkształcalnością podłużną i poprzeczną w kierunkach prostopadłych do uwarstwienia, najmniejszą zaś - w kierunku do uwarstwienia równoległym. Zwykle tym też kierunkom odpowiadają najmniejsze i największe, odpowiednio, wartości modułu Younga.

9. Większość warstwowych skał osadowych i metamorficznych wykazuje cechy ośrodków transwersalnie izotropowych lub - jak na przykład węgle - ortotropowych. Anizotropię modułu Younga takich skał, a także skał, które pomimo pozornej izotropii wykazują jednak pewną anizotropię własności (jak na przykład niektóre granity), wyraża dobrze w przestrzeni trójwymiarowej równanie kwadratowe elipsoidy lub równanie zamkniętej powierzchni stopnia czwartego. Współczynnik anizotropii modułu sprężystości przyjmuje wartości mniejsze od 2,5 dla gnejsów i wyższe od 3,0 dla metamorficznych łupków (największą wartość współczynnika anizotropii modułu sprężystości, równą 7,1, zanotowano w przypadku badanego przez Peres Rodriguesa (1979) silnie zwietrzałego łupku *Cedillo*).

10. W warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania i hydrostatycznego ściskania zwiększaniu ciśnienia okólnego odpowiada zwykle spadek stopnia anizotropii modułu sprężystości. Niekiedy jednak, jak w przypadku wspomnianego już powyżej diatomitu *Montagne d'Andance* badanego przez Alliota i Boehlera (1979), obserwowany jest efekt przeciwny (odwrotny).

11. Anizotropia odkształceniowych cech skał przy ściskaniu jest zwykle silniejsza od anizotropii wytrzymałościowej.

12. Obecność płynów w porach skały redukuje w znacznym stopniu efekt anizotropii sprężystej i zmniejsza wartości wskaźników niejednorodności skały.

<sup>1</sup> Wspomniane powyżej i inne jeszcze teorie traktujące o wytrzymałości skał anizotropowych w warunkach trójosiowego ściskania przedstawione będą bardziej szczegółowo i omówione w rozdziale 9.2.



13. Skały anizotropowe poddane działaniu ciśnienia izotropowego (hydrostatycznego) doznają odkształceń postaciowych.

## 9.2. Przegląd teorii i warunków kruchego zniszczenia skał anizotropowych

### 9.2.1. Teoria szczelin pierwszo- i drugorzędnych i warunek Walsh i Brace'a

Walsh i Brace (1964) i, niezależnie, Hoek (1964) analizując w oparciu o podstawy teorii kruchego pęknięcia Griffitha anizotropię wytrzymałości skał na ściskanie (i rozciąganie) założyli, że w skałach anizotropowych występują dwa systemy pierwotnych mikroszczelin Griffithowskich:

1) system stosunkowo dużych, uporządkowanych mikroszczelin występujących w płaszczyznach uwarstwienia, laminacji, foliacji, łupkowatości lub kliważu - system mikroszczelin pierwszorzędnych;

2) system niewielkich, przypadkowo zorientowanych szczelin na granicach ziaren - system mikroszczelin drugorzędnych.

Przyjęli również, że mikroszczelinki te zamykają się już po przyłożeniu niewielkich naprężeń ściskających tak, że mogą przenosić zarówno naprężenia normalne, jak i ścinające. Założenie to leży również u podstaw zmodyfikowanej przez McClintocka i Walsh (1962) teorii Griffitha, i właśnie tę, zmodyfikowaną, teorię wykorzystali Walsh i Brace do wyprowadzenia warunków opisujących wytrzymałość skał anizotropowych poddanych trójosiowemu ściskaniu.

Założyli oni, że zniszczenie skały anizotropowej w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) może nastąpić w wyniku wzrostu krótkich, przypadkowo zorientowanych, lub długich, uporządkowanych mikroszczelin w zależności od orientacji tych drugich względem kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ). Graniczna wartość tego naprężenia, w przypadku gdy makrozniszczenie skały anizotropowej spowodowane jest wzrostem małych, przypadkowo zorientowanych szczelin, dana jest wzorem:

$$\sigma_{1s} = \sigma_{Cs} + \frac{1 + 2\mu_s}{\sqrt{1 + \mu_s^2} - \mu_s} \sigma_3 \quad (9.1)$$

gdzie  $\sigma_{Cs}$  jest wytrzymałością graniczną materiału skalnego o krótkich, przypadkowo

zorientowanych szczelinach, na jednoosiowe ściskanie, a  $\mu_s$  jest współczynnikiem tarcia na powierzchniach ścianek mikroszczelin.

W przypadku gdy do makrozniszczenia dochodzi w wyniku wzrostu szczelin długich, ułożonych w płaszczyźnie zorientowanej względem kierunku naprężenia  $\sigma_1$  pod kątem  $\beta$ , graniczna wartość tego naprężenia dana jest formułą:

$$\sigma_{1l} = \frac{\sigma_{Cl} (\sqrt{1 + \mu_l^2} - \mu_l)}{\sin 2\beta (1 - \mu_l \operatorname{tg} \beta)} + \frac{1 + 2\mu_l}{\sin 2\beta (1 - \mu_l \operatorname{tg} \beta)} \sigma_3 \quad (9.2)$$

gdzie  $\sigma_{Cl}$  jest najmniejszą, w funkcji kierunku  $\beta$ , wytrzymałością graniczną na jednoosiowe ściskanie materiału skalnego o długich szczelinach, a  $\mu_l$  jest współczynnikiem tarcia na powierzchniach ścianek tych szczelin.

Żeby z równań teorii Walsh i Brace'a można było korzystać do oceny wytrzymałości skały anizotropowej przy określonej orientacji  $\beta$  i ciśnieniu okólnym  $p = \sigma_2 = \sigma_3$ , należy oznaczyć eksperymentalnie wartości czterech występujących w nich stałych materiałowych:  $\sigma_{Cs}$ ,  $\sigma_{Cl}$ ,  $\mu_s$  i  $\mu_l$ . W celu oznaczenia wartości  $\sigma_{Cs}$  i  $\sigma_{Cl}$  należy przeprowadzić próby jednoosiowego ściskania próbek o osi podłużnej różnie zorientowanej względem płaszczyzn warstwowania, laminacji, foliacji, łupkowatości lub kliważu skały. Wartości wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie w kierunkach  $\beta = 0^\circ$  i  $90^\circ$  są zwykle różne, a więc należy oznaczyć wartości  $\sigma_{Cs}$  dla obu tych kierunków. Wartość  $\sigma_{Cl} \equiv \sigma_{Cmin}$  odpowiada orientacji krytycznej, a więc  $\sigma_{Cl} = \sigma_{C(\beta_{cr})}$ . Oznaczywszy tę orientację można obliczyć wartość współczynnika tarcia  $\mu_l$  ze wzoru:

$$\mu_l = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\beta_{cr}} \quad (9.3)$$

Jednak w związku z tym, że wartości współczynnika tarcia  $\mu_l$  są bardzo "czułe" na niewielkie nawet zmiany kąta  $\beta_{cr}$  w formule (9.3), a ten trudno jest zmierzyć dokładnie na próbce, lepiej jest wykonać serię eksperymentów na trójosiowe ściskanie próbek o orientacji  $\beta$  bliskiej  $\beta_{cr}$  przy różnych ciśnieniach okólnych i wartość  $\mu_l$  oznaczyć z nachylenia prostej (o ile będzie to prosta)  $\sigma_1 = A + B \sigma_3$ . Współczynnik kierunkowy  $B$  dany jest bowiem wzorem:

$$B = \frac{\sqrt{1 + \mu_l^2} + \mu_l}{\sqrt{1 + \mu_l^2} - \mu_l} \quad (9.4a)$$

a więc

$$\mu_l = \frac{B - 1}{2\sqrt{B}} \quad (9.4b)$$



W taki sam sposób, na podstawie wyników badań trójosiowych, należy oznaczyć wartości współczynnika tarcia  $\mu_s(0^\circ)$  i  $\mu_s(90^\circ)$ .

Teoria Walsha i Brace'a bardzo dobrze opisywała wytrzymałość trójosiową badanych przez McLamore'a i Graya (1967), przy ciśnieniach okólnych do ok. 175 MPa, łożupków ze stanu Kolorado, USA. Oznaczone przez tych badaczy wartości stałych występujących w równaniach (9.1) i (9.2) podane są w tabeli 9.1.

Tabela 9.1

Wartości stałych występujących w równaniach teorii Walsha i Brace'a oznaczone przez McLamore'a i Graya (1967) na podstawie badań łożupków *Green River* na jedno- i trójosiowe ściskanie

Stałe materiałowe	Skała	
	Łożupek <i>Green River-1</i>	Łożupek <i>Green River-2</i>
$\mu_s(0^\circ)$	0,569	0,392
$\sigma_{cr}(0^\circ)$ , MPa	234,4	134,5
$\mu_s(90^\circ)$	0,587	0,366
$\sigma_{cr}(90^\circ)$ , MPa	213,7	115,1
$\mu_t$	0,591	0,335
$\sigma_{ct}$ , MPa	155,1 ( $\beta_{cr}=30^\circ$ )	79,3 ( $\beta_{cr}=30^\circ$ )

### 9.2.2. Warunek pojedynczej płaszczyzny osłabienia (zmniejszonej spójności) Jaegera

Jako pierwsze przybliżenie rzeczywistego ośrodka skalnego o anizotropii planarnej Jaeger (1960) zaproponował model materiału o pojedynczej płaszczyźnie osłabienia. Przyjął, że w materiale o naturalnej wytrzymałości na ścinanie  $\tau_o$  i współczynniku tarcia wewnętrznego  $\mu$  (gdzie  $\mu$  równy jest, z definicji,  $\tan\varphi$ ) występuje płaszczyzna (lub zespół równoległych płaszczyzn) o mniejszej wytrzymałości na ścinanie  $\tau_{oj}$  i współczynniku tarcia wewnętrznego  $\mu_j = \tan\varphi_j$  (gdzie  $\varphi$  jest kątem tarcia wewnętrznego materiału skalnego, a  $\varphi_j$  - kątem tarcia w płaszczyźnie osłabienia).

Generalizując warunek stanu granicznego Coulomba

$$\tau = \tau_o + \mu \sigma_n \quad (9.5a)$$

lub w innej postaci -

$$\tau_m = \tau_o \cos\varphi + \sigma_m \sin\varphi \quad (9.5b)$$

Jaeger podał dla takiego materiału poddanego działaniu płaskiego stanu naprężeń ściskających warunek wytrzymałościowy w postaci (tzw. pierwszy warunek Jaegera):

$$\tau_m \sin(2\beta + \varphi_j) = \tau_{oj} \cos\varphi_j + \sigma_m \sin\varphi_j \quad (9.6)$$

gdzie  $\tau_m = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$  jest maksymalnym naprężeniem ścinającym,  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  jest naprężeniem średnim, a  $\beta$  - kątem zorientowania płaszczyzny zmniejszonej spójności względem kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ).

Wyrażony w konwencji naprężeń głównych warunek (9.6) przybiera postać

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2(\tau_{oj} + \mu_j \sigma_3)}{\sin 2\beta (1 - \mu_j \tan\beta)} \quad (9.7a)$$

lub inaczej -

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\tau_{oj} \cos\varphi_j + \sigma_3 \sin\varphi_j}{\cos(\varphi_j + \beta) \sin\beta} \quad (9.7b)$$

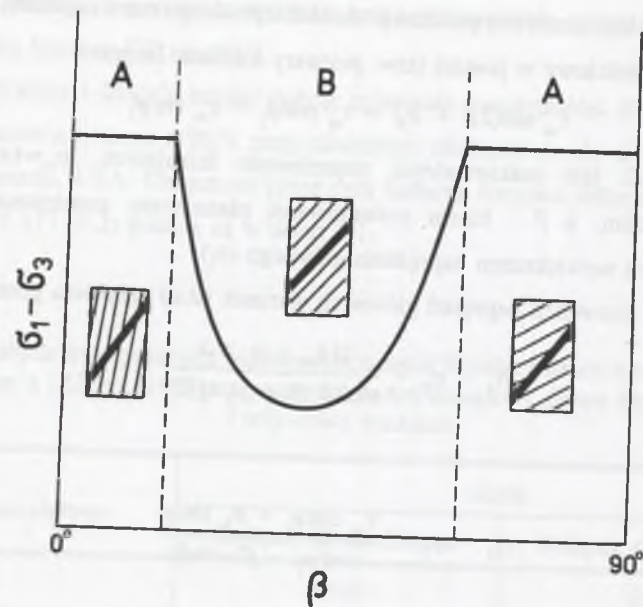
Warunek (9.7) określa wytrzymałość materiału o pojedynczej płaszczyźnie osłabienia w funkcji najmniejszego naprężenia głównego ( $\sigma_3$ ) i orientacji naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzny osłabienia. Wytrzymałość ta jest najmniejsza dla  $\beta = \beta_{cr} = \pi/4 - \varphi/2$ .

Dla danej wartości naprężenia  $\sigma_3$  i kąta  $\beta \neq \beta_{cr}$  zniszczenie następuje przy niższej z dwu wartości naprężenia różnicowego ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ): tej określonej wzorami (9.7) lub tej odpowiadającej warunkowi Coulomba (por. równania (9.5)) -

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2\tau_o \cos\varphi}{1 - \sin\varphi} + \frac{2\sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \sigma_3 \quad (9.8)$$

W pierwszym przypadku zniszczenie skały następuje przez poślizg w płaszczyźnie osłabienia (pole B na rysunku 9.1), w drugim - objawia się w postaci pęknięcia ścięciowego w poprzek płaszczyzn osłabienia (pola A na rysunku 9.1), w płaszczyźnie różnej od płaszczyzny zmniejszonej spójności, zorientowanej względem największego naprężenia głównego pod kątem  $\theta = \pi/4 - \varphi/2$ .

Modelowi anizotropowego ośrodka skalnego z pojedynczą płaszczyzną osłabienia odpowiadał badany przez McGilla i Raneya (1970) w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania, przy ciśnieniach okólnych do 80 MPa, laminowany wapień dolomityczny *Manlius*. Własności wytrzymałościowe tego wapienia ulegającego zniszczeniu - w zależności od kąta  $\beta$  - wzdłuż ( $\theta = \beta$ ) lub w poprzek ( $|\theta - \beta| > 0$ ) płaszczyzn laminacji opisywał ten sam warunek Coulomba (9.5a), przy czym jednemu i drugiemu przypadkowi



Rys. 9.1. Anizotropia wytrzymałości granicznej na ściskanie właściwa wprowadzonemu przez Jaegera (1960) modelowi skały o pojedynczej płaszczyźnie osłabienia (za Patersonem, 1978; str. 46, Fig. 16a)  
 Fig. 9.1. Anisotropy of ultimate compressive strength corresponding to the single-plane-of-weakness model introduced by Jaeger (1960) (after Paterson, 1978; p. 46, Fig. 16a)

odpowiadały inne wartości kohezji  $\tau_o$  i współczynnika tarcia wewnętrznego  $\mu$ :

$$\tau = 61,2 + 0,5034\sigma_n, \text{ MPa} \quad \text{dla } \theta = \beta \quad (9.9a)$$

$$\tau = 69,8 + 0,6872\sigma_n, \text{ MPa} \quad \text{dla } |\theta - \beta| > 0 \quad (9.9b)$$

Generalnie stwierdzono, że przy kątach  $\beta$  z przedziału od  $13^\circ$  do  $51^\circ$  płaszczyzny zniszczenia układały się równoległe do laminacji; w pozostałych przypadkach tworzyły one z kierunkiem naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) kąt  $\theta = 20^\circ \div 30^\circ$ .

Warunek pojedynczej płaszczyzny osłabienia dobrze aproksymował również wyniki badań trójosiowych, przy ciśnieniach okólnych do ok. 83 MPa, drobnoziarnistego, lekko wstęgowanego, piaskowca *Arkansas* (Chenevert i Gatlin, 1965).

### 9.2.3. Zmodyfikowana teoria pojedynczej płaszczyzny osłabienia

Na podstawie badań nad anizotropią wytrzymałości oraz charakterem zniszczenia w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania próbek lekko zmetamorfizowanego łupku chlorytowo-muskowitowo-kwarcowego z Angers we Francji, Duveau i Shao (1998)

uznali, że liniowy warunek Coulomba nie jest odpowiedni, żeby opisać opór ścinania takiej skały wzdłuż płaszczyzn warstwowania. Stwierdzając, że zachowanie się wyraźnie zaznaczonych płaszczyzn łupkowatości jest podobne do zachowania się chropowatych spękań, sięgnęli do dobrze znanego i powszechnie stosowanego warunku wytrzymałościowego podanego przez Bartona (1976) dla spękań:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \left( \phi_b + JRC \log \left( \frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right) \quad (9.10)$$

i zaadaptowali ten warunek na potrzeby oceny wytrzymałości granicznej na ścinanie w płaszczyznach łupkowatości. Przyjął on postać:

$$\tau_\beta = \sigma_{n_p} \operatorname{tg} \left( a \log \frac{\sigma_c(90^\circ)}{\sigma_{n_p} + b} \right) \quad (9.11)$$

gdzie  $a$  i  $b$  są pewnymi stałymi empirycznymi,  $\sigma_c(90^\circ)$  jest wytrzymałością graniczną na jednoosiowe ściskanie w kierunku prostym względem płaszczyzn łupkowatości.

Okazało się, że zastosowanie nieliniowego warunku wytrzymałościowego (9.11) zamiast warunku Coulomba pozwala na lepsze opisanie zależności wytrzymałości granicznej łupku *Angers* w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania od kierunku działania największego naprężenia głównego względem płaszczyzn łupkowatości (rys. 9.2).

Odpowiadające łupkowi *Angers* wartości stałych występujących w warunku (9.11) są następujące:  $\sigma_c(90^\circ) = 150$  MPa,  $a = 28,12$ ,  $b = 9,29$  MPa. Wartości czterech pozostałych stałych materiałowych (tych samych co w warunku Jaegera) wynoszą:  $c(0^\circ) = 26,10$  MPa,  $\mu(0^\circ) = 0,94$ ,  $c(90^\circ) = 40,04$  MPa,  $\mu(90^\circ) = 0,86$ .

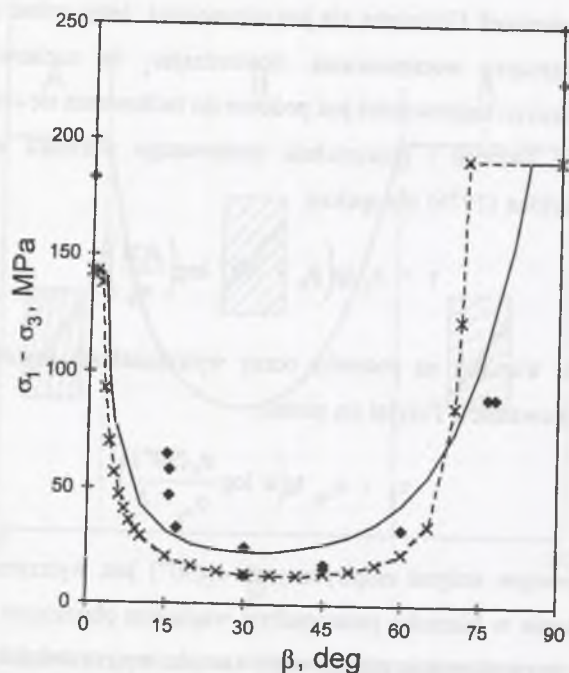
### 9.2.4. Warunek zmiennej wytrzymałości na ścinanie (kohezji) Jaegera

Zastrzegając, że warunek (9.7) należy stosować do materiałów o płaszczyznach osłabienia wyraźnie zaznaczonych, ułożonych w jednym określonym kierunku, Jaeger (1960) wprowadził także - jako bardziej odpowiedni dla większości skał - model materiału anizotropowego o wytrzymałości na ścinanie (kohezji)  $\tau_o$  zmieniającej się w sposób ciągły w funkcji kierunku  $\beta$ :

$$\tau_o(\beta) = \tau_o' - \tau_o'' \cos 2(\beta_o - \beta) \quad (9.12)$$

Zgodnie z (9.12) kohezja zmienia się w granicach od





Rys. 9.2. Wyniki badań nad anizotropią wytrzymałości granicznej łupku *Angers* w warunkach trójosiowego ściskania przy ciśnieniu okólnym równym 5 MPa (czarne kwadraciki) opisane za pomocą oryginalnego warunku Jaegera (linia przerywana łącząca punkty  $\times$ ) i za pomocą warunku zmodyfikowanego (9.11) (linia ciągła) (Duveau i Shao, 1998)

Fig. 9.2. Results of experimental studies on anisotropy of ultimate strength of *Angers* schist under conditions of triaxial compression at 5 MPa confining pressure (solid squares), described by the original Jaeger's criterion (dashed line that connects data points  $\times$ ) and by the modified criterion (9.11) (solid line) (Duveau and Shao, 1998)

$$\tau_{o_{min}} = \tau_o' - \tau_o'' \quad \text{dla } \beta = \beta_o \quad (9.13a)$$

do

$$\tau_{o_{max}} = \tau_o' + \tau_o'' \quad \text{dla } \beta = \beta_o + \pi/4 \quad (9.13b)$$

Korzystając, podobnie jak w przypadku teorii pojedynczej płaszczyzny osłabienia, z warunku wytrzymałościowego Coulomba, Jaeger podał swój drugi warunek zniszczenia materiałów anizotropowych w postaci:

$$(\tau_m + \tau_o'' \sin 2\beta) \sin 2\beta_o + (\mu \tau_m + \tau_o'' \cos 2\beta) \cos 2\beta_o = \tau_o' + \mu \sigma_m \quad (9.14)$$

gdzie  $\tau_m$  jest maksymalnym naprężeniem ścinającym, a  $\sigma_m$  - średnim naprężeniem głównym.

Zapisując warunek (9.14) w konwencji naprężeń głównych można, po odpowiednich przekształceniach, doprowadzić go do postaci:

$$\sigma_1 = 2 \frac{\tau_o' - \tau_o'' \cos 2(\beta_o - \beta)}{\sin 2\beta_o - \mu(1 - \cos 2\beta_o)} + \frac{\sin 2\beta_o + \mu(1 + \cos 2\beta_o)}{\sin 2\beta_o - \mu(1 - \cos 2\beta_o)} \sigma_3 \quad (9.15a)$$

lub

$$\sigma_1 = \frac{\tau_o' - \tau_o'' \cos 2(\beta_o - \beta)}{\sin \beta_o (\cos \beta_o - \mu \sin \beta_o)} + \frac{\cos \beta_o (\sin \beta_o + \mu \cos \beta_o)}{\sin \beta_o (\cos \beta_o - \mu \sin \beta_o)} \sigma_3 \quad (9.15b)$$

lub

$$\sigma_1 = 2 \frac{\tau_o' - \tau_o'' \cos 2(\beta_o - \beta)}{\sin 2\beta_o (1 - \mu \operatorname{tg} \beta_o)} + \frac{1 + \mu \operatorname{ctg} \beta_o}{1 - \mu \operatorname{tg} \beta_o} \sigma_3 \quad (9.15c)$$

Teoria zmiennej kohezji dobrze wyrażała anizotropię wytrzymałości m.in. drobno-laminowanego łożupku *Permian* z Teksasu, badanego przez Cheneverta i Gatlina (1965) na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 69 MPa. Wartości kohezji tej skały wynosiły ok. 38 MPa, 18,3 MPa i 34,5 MPa dla kierunków  $\beta$ , odpowiednio,  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  i  $90^\circ$ .

Donath (1961) na podstawie wyników własnych badań ordowickiego metamorficznego łupku *Martinsburg* na konwencjonalne trójosiowe ściskanie oznaczył dla tej skały następujące wartości stałych z równania Jaegera (9.12):  $\tau_o' = 44,5$  MPa,  $\tau_o'' = 45,9$  MPa,  $\beta_o = 30^\circ$ . Posługując się nimi aproksymował, korzystając z równania (9.15b) (ze współczynnikiem tarcia wewnętrznego  $\mu = 0,5$ ) wyniki badań eksperymentalnych  $\sigma_1 = f(\beta)$  dla  $\sigma_3 = 35,0$  MPa. Okazało się, że krzywa teoretyczna daje bardzo dobre dopasowanie do danych empirycznych dla wszystkich kierunków z wyjątkiem  $\beta = 0^\circ$  (por. Donath, 1961; str. 989, Fig. 6). Oznaczona dla tego kierunku wartość wytrzymałości łupku *Martinsburg* była znacznie większa od tej określonej warunkiem (9.15).

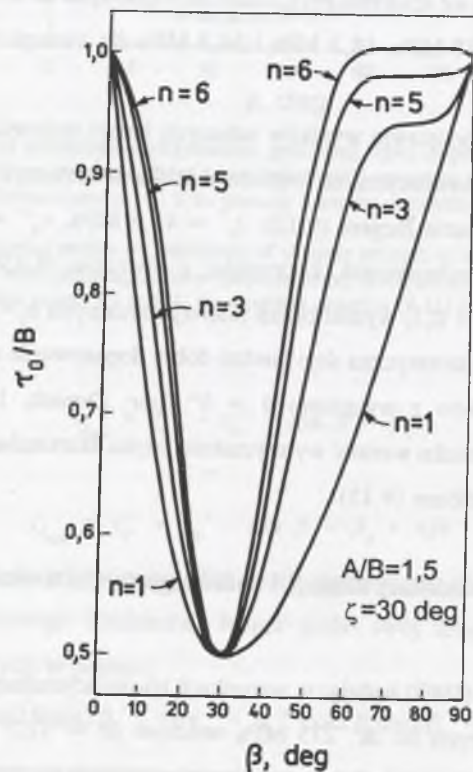
#### 9.2.5. Warunek zmiennej kohezji i zmiennego tarcia wewnętrznego McLamore'a i Graya

McLamore i Gray (1967) badając w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach okólnych do ok. 275 MPa walcowe ( $d = 12,7$  mm,  $h/d = 2,0$ ) próbki metamorficznego łupku *Austin* z Teksasu oraz wspomnianych już w rozdziale 9.2.1 łożupków *Green River* ze stanu Kolorado zauważyli we wszystkich przypadkach, że zmienność kohezji  $\tau_o$  w funkcji kierunku  $\beta$  opisuje lepiej od równania (9.12) podanego przez Jaegera równanie

w postaci

$$\tau_o = A_{1,2} - B_{1,2}[\cos 2(\zeta - \beta)]^n \quad (9.16)$$

gdzie  $A_1$  i  $B_1$  są stałymi opisującymi zmienność  $\tau_o$  w przedziale  $0^\circ \leq \beta \leq \zeta$ , a  $A_2$  i  $B_2$  - stałymi opisującymi zmienność  $\tau_o$  w przedziale  $\beta \in (\zeta, 90^\circ]$ . Stała  $n$ , przyjmująca wartości równe lub większe od 1 ( $n \geq 1$ ), jest tzw. współczynnikiem typu anizotropii. Im mniejsza, bliższa 1, jest wartość tego współczynnika, tym krzywa  $\tau_o = f(\beta)$  jest bardziej w przedziale  $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$  rozwarta, przypominając tę opisaną oryginalnym równaniem teorii zmiennej kohezji Jaegera (9.12), im zaś współczynnik  $n$  jest większy, tym bardziej krzywa  $\tau_o = f(\beta)$  wydaje się odpowiadać modelowi wytrzymałości ciała o pojedynczej płaszczyźnie osłabienia, mając bardziej strome ramiona, które dla kątów  $\beta$  bliskich  $0^\circ$  i  $90^\circ$  przechodzą w charakterystyczne "półki" (por. rys. 9.3).



Rys. 9.3. Charakter zmienności kohezji według równania teorii McLamore'a i Graya (1967) w zależności od wartości współczynnika typu anizotropii  $n$   
 Fig. 9.3. Character of variability of cohesion according to the equation of McLamore and Gray's (1967) theory, depending on the value of the anisotropy type factor  $n$

McLamore i Gray zaobserwowali również, że w przypadku metamorficznego łupku *Austin* i iłolupku *Green River-2* nie tylko kohezja, ale i kąt (i współczynnik) tarcia wewnętrznego zmienia się w funkcji kierunku  $\beta$ . Charakter tej zmienności, taki sam, jak w przypadku kohezji, opisany jest równaniem

$$\text{tg } \varphi = C_{1,2} - D_{1,2}[\cos 2(\zeta' - \beta)]^m \quad (9.17)$$

Stałe  $C$  i  $D$  opisują zmienność  $\text{tg } \varphi$  w przedziałach, odpowiednio,  $\beta \in [0^\circ, \zeta']$  i  $\beta \in (\zeta', 90^\circ]$ .

W tabeli 9.2 zestawione są wartości stałych materiałowych występujących w równaniach (9.16) i (9.17), oznaczone dla metamorficznego łupku *Austin* i iłolupków *Green River* przez McLamore'a i Graya (1967) i dla fyllitu *Moretown* przez Donatha (1972). I właśnie na przykładzie fyllitu *Moretown* pokazane są na rysunku 9.4 wykresy obrazujące charakter anizotropii współczynnika tarcia wewnętrznego i kohezji skały anizotropowej, zaś na rysunku 9.5 - wykresy wyrażające kierunkowość wytrzymałości granicznej takiej skały w warunkach trójosiowego ściskania przy różnych ciśnieniach okólnych opisane równaniem

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2\tau_o}{\sec \varphi - \text{tg } \varphi} + \frac{2\text{tg } \varphi}{\sec \varphi - \text{tg } \varphi} \sigma_3 \quad (9.18)$$

w którym wielkości  $\tau_o$  i  $\text{tg } \varphi$  są funkcjami kąta  $\beta$  wyrażonymi równaniami, odpowiednio, (9.16) i (9.17). Równanie (9.18) wywodzi się z ogólnej postaci warunku Coulomba, takiej jaka przedstawiona jest w rozdziale 9.2.2 (równanie (9.5b)). Może być również zapisane w postaci (por. McLamore i Gray, 1967)

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2(\tau_o + \sigma_3 \text{tg } \varphi)}{\text{tg}^2 \varphi - \sqrt{\text{tg } \varphi + 1}} \quad (9.19)$$

Jednym z pierwszych badaczy, którzy wskazali na kierunkowość nie tylko kohezji, ale i tarcia wewnętrznego skał anizotropowych, był Donath (1961). Na rysunku 9.6 przedstawiony jest wykres  $\mu = f(\beta)$  sporządzony na podstawie wyników uzyskanych przez Donatha ([92], str. 988, Table 1) dla metamorficznego łupku *Martinsburg*.

Podobnie McCabe i Koerner (1975), przybliżając dane empiryczne  $\tau = f(\sigma_n)$  z badań metamorficznego łupku mikowego *Wissahickon* na konwencjonalne trójosiowe ściskanie prostoliniowymi obwiedniami Mohra (choć w niektórych przypadkach, dla niektórych kierunków  $\beta$ , obwiednie były raczej krzywymi) stwierdzili, że zarówno kohezja, jak i kąt (i współczynnik) tarcia wewnętrznego tej skały zmieniają się w funkcji kąta  $\beta$  (por. tab. 9.3).



Tabela 9.2

Wartości stałych materiałowych w warunkach wytrzymałościowych zmiennej kohezji i zmiennego tarcia wewnętrznego (9.18)

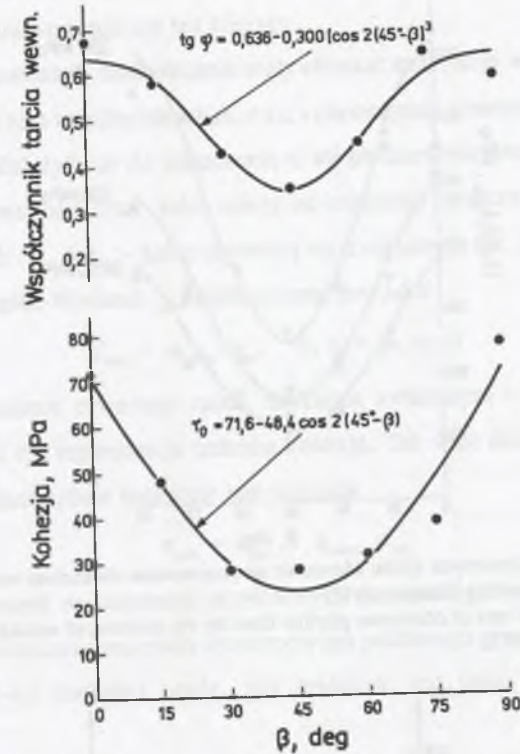
Rodzaj skały	$\tau_o = A - B[\cos 2(\zeta - \beta)]^n$ ; $\operatorname{tg} \varphi = C - D[\cos 2(\zeta' - \beta)]^m$							
	A, MPa	B, MPa	$\zeta$ , deg	n	C	D	$\zeta'$ , deg	m
Metamorficzny łupek <i>Austin</i>	65,1	38,6	30	3	0,600	0,280	50	1
Iłolupek <i>Green River-1</i>	73,8	29,6	30	6	$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{const.} = 0,589$			
	dla $0 \leq \beta \leq 30$ deg							
	60,7	16,5	30	6				
	dla $30 < \beta \leq 90$ deg							
Iłolupek <i>Green River-2</i> (McLamore i Gray, 1967)	45,8	16,8	30	6	0,385	0,060	30	6
	dla $0 \leq \beta \leq 30$ deg				dla $0 \leq \beta \leq 30$ deg			
	37,0	8,0	30	6	0,378	0,053	30	6
	dla $30 < \beta \leq 90$ deg				dla $30 < \beta \leq 90$ deg			
Fyllit <i>Moretown</i> (Donath, 1972)	71,6	48,4	45	1	0,636	0,300	45	3

Przyjmują one najmniejsze wartości w przypadku próbek o kącie  $\beta = 31^\circ \div 40^\circ$  i największe - w przypadku próbek o kątach  $\beta < 20^\circ$  i  $\beta > 60^\circ$ .

Na interesującą cechę niektórych skał anizotropowych wskazały badania trójosiowe Cheneverta i Gatlina (1965). Drobnolaminowany iłolupek *Green River* okazał się skałą o stałej, niezależnej od kierunku  $\beta$ , kohezji ( $\tau(\beta) = \operatorname{const.} = 52$  MPa) i współczynnika tarcia wewnętrznego silnie anizotropowym, przyjmującym wartości równe od 0,58 (min.) dla  $\beta = 30^\circ$  do 0,87 dla  $\beta = 0^\circ$  i 0,935 (max.) dla  $\beta = 90^\circ$ .

### 9.2.6. Teoria wytrzymałości skał ortotropowych i warunek Novy i Sacchiego

Nova i Sacchi, 1979/1982 (por. również Nova, 1980) przedstawili teorię zniszczenia skał ortotropowych (w tym transversalnie izotropowych) w warunkach generalnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających. Teoria ta nie tylko opisuje zmianę wytrzymałości skały anizotropowej w zależności od orientacji przyłożonych naprężeń głównych względem płaszczyzn warstwowania i kłiwazu, ale pozwala również na określenie orientacji płaszczyzny

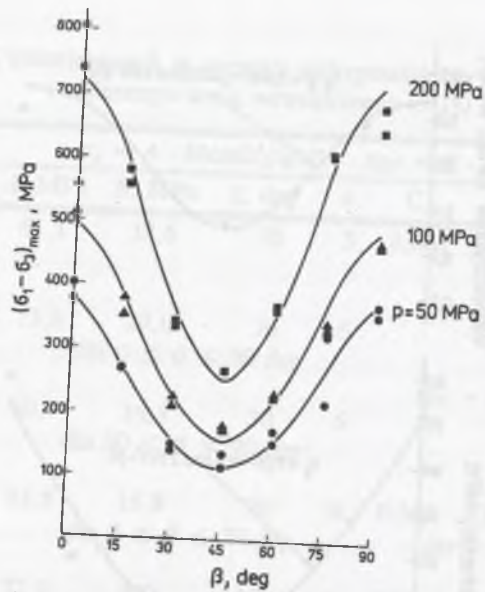


Rys. 9.4. Anizotropia współczynnika tarcia wewnętrznego i kohezji fyllitu *Moretown* (Donath, 1972)  
Fig. 9.4. Anisotropy of the coefficient of internal friction and cohesion of *Moretown* phyllite (Donath, 1972)

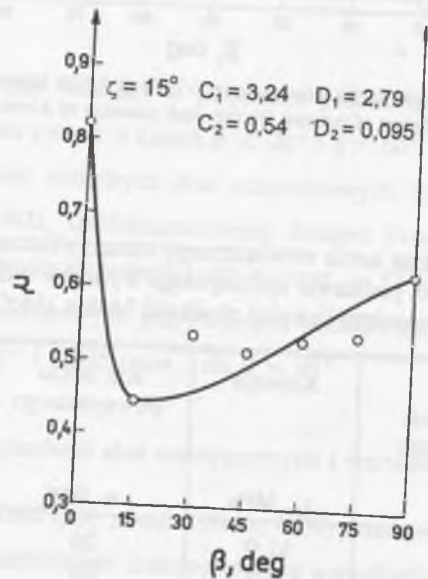
Tabela 9.3

Anizotropia kohezji i kąta tarcia wewnętrznego metamorficznego łupka mikowego *Wissahickon* oznaczona na podstawie aproksymacji wyników badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie równaniem liniowej obwiedni Mohra (McCabe i Koerner, 1975)

Kierunek działania największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn foliacji $\beta$ , deg	Kohezja $\tau_o$ , MPa	Kąt tarcia wewnętrznego $\varphi$ , deg	Współczynnik tarcia wewnętrznego $\mu = \operatorname{tg} \varphi$
< 20	31,0	26	0,49
21 - 30	26,2	23	0,42
31 - 40	19,3	19	0,34
41 - 50	27,6	24	0,45
51 - 60	22,1	26	0,49
> 60	41,4	28	0,53



Rys. 9.5. Wyniki badań trójosiowych fyllitu *Moretown* aproksymowane równaniem warunku zmiennej kohezji i zmiennego tarcia wewnętrznego (Donath, 1972)  
 Fig. 9.5. Results of triaxial tests of *Moretown* phyllite fitted by the criterion of variable cohesion and variable internal friction (Donath, 1972)



Rys. 9.6. Anizotropia współczynnika tarcia wewnętrznego metamorficznego łupku *Martinsburg* (wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzonych przez Donatha (1961) opisane krzywymi o równaniu McLamore'a i Graya (9.17))  
 Fig. 9.6. Anisotropy of the coefficient of internal friction of *Martinsburg* slate (results of experimental studies carried out by Donath (1961) described by curves resulting from McLamore and Gray's equation (9.17))

zniszczenia i wyjaśnia, dlaczego płaszczyzna ta w ogólności nie pokrywa się z płaszczyzną uprzywilejowaną warstwowania czy też kłiważu.

Nova i Sacchi rozważyli nieskończenie mały element materialny występujący w układzie przecinających się w nim współrzędnych  $m, n$  i  $t$ , i płaszczyznę, o normalnej  $m$ , przechodzącą przez ten element. Założyli, że do zniszczenia w tej płaszczyźnie dochodzi, gdy naprężenie ścinające  $\sigma_{mn}$  sięga wartości  $S(m)$ , która zależy od orientacji płaszczyzny i jest sumą dwóch wielkości skalarnych -  $f_{mm}$  i  $c_{mm}$  - które zmieniają się z orientacją tak, jak normalne składowe tensora drugiego rzędu. Wielkość  $f_{mm}$  zdefiniowana jest jako

$$f_{mm} = \varphi_{mnr s} \sigma_{rs} \quad (r, s = m, n, t) \quad (9.20)$$

gdzie  $\varphi_{mnr s}$  jest tensorem czwartego rzędu fizycznie związanym z tarcie wewnętrznym materiału. Wielkość  $c_{mm}$  reprezentuje zmienną kohezję. Tak więc zniszczenie następuje, gdy w rozpatrywanej płaszczyźnie spełniony jest warunek

$$\sigma_{mn} = c_{mm} + \varphi_{mnr s} \sigma_{rs} \quad (9.21)$$

Wyrażając ten warunek w konwencji przyłożonych naprężeń głównych można ostatecznie stwierdzić, że do zniszczenia materiału ortotropowego poddanego prawdziwemu trójosiowemu ścisnaniu ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) dochodzi wtedy, gdy spełnione jest jedno z trzech następujących równań:

$$\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right| = |[(f_{11} + c_{11})(f_{33} + c_{33})]^{1/2} - |f_{13} + c_{13}| \quad (9.22a)$$

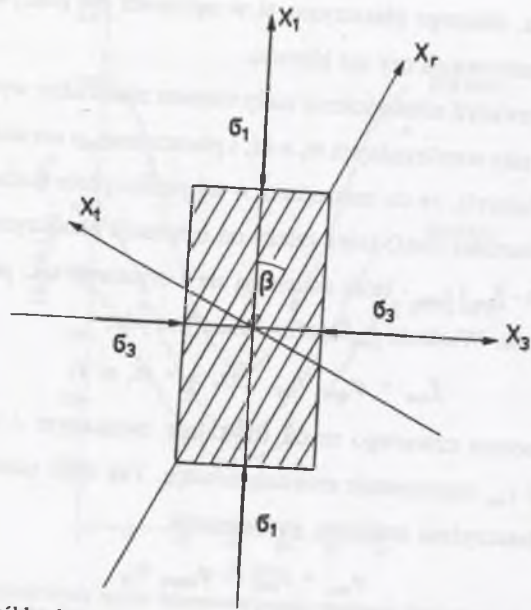
$$\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| = |[(f_{11} + c_{11})(f_{22} + c_{22})]^{1/2} - |f_{12} + c_{12}| \quad (9.22b)$$

$$\left| \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right| = |[(f_{22} + c_{22})(f_{33} + c_{33})]^{1/2} - |f_{13} + c_{13}| \quad (9.22c)$$

Występujące w równaniach (9.22) wielkości  $f_{ij}$  i  $c_{ij}$  są parametrami wytrzymałościowymi, które można określić dla każdego rozpatrywanego kierunku oznaczając eksperymentalnie pewne stałe materiałowe.

Jeśli skała jest ośrodkiem transwersalnie izotropowym o osi  $X_1$  będącej osią symetrii wytrzymałości i dwu ortogonalnych osiach -  $X_2$  i  $X_3$  - w płaszczyźnie, której normalną jest oś  $X_1$  (por. rys. 9.7), to tymi stałymi materiałowymi są: najmniejsza kohezja  $c_t$  (kohezja na płaszczyźnie, której normalną jest oś  $X_1$ ), największa kohezja  $c_r = ac_t$  (przy czym  $a \geq 1$ ), najmniejszy współczynnik tarcia  $2\mu_t$  i największy współczynnik tarcia  $2\mu_r = 2b\mu_t$  (gdzie  $b \geq 1$ ), a warunek (9.22) przybiera postać:





Rys. 9.7. Przekrój przez próbkę skały transversalnie izotropowej, z osiami odniesienia według Nova i Sacchi (Nova, 1980); prostopadły do płaszczyzny rysunku jest kierunek naprężenia pośredniego  $\sigma_2$  (oś  $X_2$ ) pokrywający się z osią  $X_2$ .  
Fig. 9.7. Section through a sample of transversely isotropic rock, with reference axes according to Nova and Sacchi (Nova, 1980); perpendicular to the plane of the picture is the direction of intermediate principal stress ( $X_2$ -axis) that coincides with the direction of  $X_2$ -axis

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \{ [(a \cos^2 \beta + \sin^2 \beta) c_t + (\sigma_r b \cos^2 \beta + \sigma_t \sin^2 \beta + \tau_w \sin 2\beta) 2\mu_t] * \\ * [(\cos^2 \beta + a \sin^2 \beta) c_t + (\sigma_r b \sin^2 \beta + \sigma_t \cos^2 \beta - \tau_w \sin 2\beta) 2\mu_t] \}^{1/2} + \\ - \frac{1}{2} [2\mu_t \sigma_t (b - 1) + c_t (a - 1)] \sin 2\beta \quad (9.23)$$

gdzie

$$\sigma_r = \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_3 \sin^2 \beta \quad (9.24a)$$

$$\sigma_t = \sigma_1 \sin^2 \beta + \sigma_3 \cos^2 \beta \quad (9.24b)$$

$$\tau_w = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \quad (9.24c)$$

$\beta$  oznacza kąt pomiędzy osiami  $X_1$  i  $X_r$  (por. rys. 9.7), czyli kąt pomiędzy kierunkiem działania największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) a płaszczyzną warstwowania, laminacji, foliacji, łupkowatości lub kłiważu. Warto zauważyć, że dla materiału izotropowego równania (9.22) redukują się jeszcze bardziej, przechodząc w warunek stanu granicznego Coulomba.

Nova (1980) pokazał, że - niezależnie od wartości stałych  $a$  i  $b$  - dla kąta  $\beta$  równego

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctg 2\mu_t \quad (9.25)$$

stosunek pomiędzy największym i najmniejszym naprężeniem na granicy wytrzymałości równy jest

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_F = N_{\varphi_t} + \frac{c_t}{2\mu_t \sigma_3} (N_{\varphi_t} - 1) \quad (9.26a)$$

gdzie

$$N_{\varphi_t} = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arctg 2\mu_t \right) \quad (9.26b)$$

Tak więc dla tego właśnie kąta  $\beta$  stosunek naprężeń głównych na granicy wytrzymałości  $(\sigma_1/\sigma_3)_F$  odpowiada temu właściwemu materiałowi izotropowemu o spójności i tarcie wewnętrznym równych najmniejszym wartościom właściwym danej skale. Wynika z tego, że do zniszczenia dochodzi w płaszczyźnie osłabienia.

Aby oznaczyć wartości parametrów  $c$  i  $2\mu_t$  należy dane  $(\sigma_3, \sigma_1)_F$  odpowiadające kierunkowi  $\beta$  charakteryzującemu się najmniejszą wytrzymałością aproksymować równaniem

$${}^F\sigma_1 = \frac{c_t}{2\mu_t} (N_{\varphi_t} - 1) + N_{\varphi_t} \sigma_3 \quad (9.27)$$

Znając współczynnik kierunkowy tej prostej ( $B = N_{\varphi_t}$ ) i rzędną punktu jej przecięcia się z osią  $\sigma_1$  ( $A = c_t(N_{\varphi_t}-1)/2\mu_t$ ), można obliczyć wartości stałych  $c_t$  i  $\mu_t$  (por. równania (9.26)).

Żeby oznaczyć wartości stałych  $a$  i  $b$  (i, następnie,  $c_t$  i  $\mu_t$ ), należy dane empiryczne aproksymować równaniami prostych:

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_F = 1 + 8\mu_t^2 b(\rho+1) + [16\mu_t^2(a\rho+b)(\rho+1) + (8\mu_t^2 b(\rho+1))^2]^{1/2} \quad (9.28a)$$

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_F = 1 + 8\mu_t^2(a\rho+b) + [16\mu_t^2(a\rho+b)(\rho+1) + (8\mu_t^2(a\rho+b))^2]^{1/2} \quad (9.28b)$$

i, następnie, rozwiązać ten układ równań.

Równania (9.28a) i (9.28b) odpowiadają określonym warunkom (9.23) największemu naprężeniu ścinającemu  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  dla, odpowiednio,  $\beta = 0^\circ$  i  $\beta = 90^\circ$ . Występujący w nich parametr  $\rho$  dany jest formułą



$$\rho = \frac{c_t}{2\mu_t \sigma_3} \quad (9.29)$$

Postępując w taki właśnie sposób Nova zweryfikował swoją teorię ilościowo oznaczając wartości stałych  $c_t$ ,  $\mu_t$ ,  $a$  i  $b$  dla metamorficznego łupku *Austin* i osadowego iłupku *Green River* (badanych przez McLamore'a i Graya, 1967) i dla metamorficznego łupku *Penrhyn* (badanego przez Attewella i Sandforda, 1974), wykreślając - na podstawie warunku (9.23) - krzywe  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(\beta)$  odpowiadające różnym wartościom  $\sigma_3$ , i porównując je z krzywymi empirycznymi. W przypadku obu skał metamorficznych stwierdził dobrą zgodność wyników teoretycznych z danymi empirycznymi, oznaczając następujące stałe materiałowe:  $c_t = 37,523$  MPa,  $2\mu_t = 0,298$  ( $\varphi_{\min} = 16,59^\circ$ ),  $a = 2,6$ ,  $b = 4,0$  dla łupku *Austin*, i  $c_t = 22,2$  MPa,  $2\mu_t = 0,503$  ( $\varphi_{\min} = 26,70^\circ$ ),  $a = 3,3$ ,  $b = 2,7$  dla łupku *Penrhyn*. W przypadku iłupku *Green River* dopasowanie teoretycznej krzywej anizotropii wytrzymałości do danych empirycznych nie było już zadowalające. Charakter anizotropii wytrzymałości tej skały osadowej opisywała lepiej teoria pojedynczej płaszczyzny osłabienia Jaegera (por. rozdział 9.2.2). Nova zwrócił uwagę, że trzeba większej liczby badań, żeby stwierdzić, czy taki właśnie wynik nie jest prawidłowością właściwą wszystkim skałom osadowym.

Nova określił również kąt zniszczenia skały transwersalnie izotropowej poddanej działaniu osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ). Jest on równy

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\sigma_1 - \sigma_3 + [c_t(a-1) + 2\mu_t(b\sigma_r - \sigma_r)] \sin 2\beta - 4\mu_t \tau_r \cos 2\beta}{2[(c_t a + 2b\mu_t \sigma_r) \cos^2 \beta + (c_t + 2\mu_t \sigma_r) \sin^2 \beta - 2\mu_t \tau_r \sin 2\beta]} \quad (9.30)$$

Analiza tego równania wskazuje, że kąt zniszczenia (kąt nachylenia płaszczyzny zniszczenia względem kierunku naprężenia największego ( $\sigma_1$ )) tylko bardzo nieznacznie zależy od ciśnienia okólnego ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ). Okazuje się również, że kąt zniszczenia generalnie różni się od kąta  $\beta$ , co oznacza, że - pomijając bardzo wąski przedział wartości kąta  $\beta$ , dla których  $\theta = \beta$  - płaszczyzny zniszczenia nie pokrywają się z płaszczyznami osłabienia.

### 9.2.7. Warunek empiryczny Pomeroya, Hobbsa i Mahmouda

Pomeroy, Hobbs i Mahmoud (1971) badali walcowe próbki dosyć jednorodnego, matowego węgla bitumicznego *Barnsley Hards* na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ) sięgających 20,7 MPa. Był to węgiel ortotropowy, o trzech wzajemnie prostopadłych zespołach płaszczyzn osłabienia: warstwowania, kliważu głównego

i kliważu poprzecznego. Próbki o średnicy równej 25,4 mm i smukłości 2 były przygotowane w taki sposób, że ich oś podłużna (zgodna z kierunkiem działania największego naprężenia głównego) była zorientowana względem płaszczyzn warstwowania pod kątem  $\beta_1 = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  i  $90^\circ$ , prostopadła względem płaszczyzn głównego kliważu, a więc  $\beta_2 = 90^\circ - \beta_1 = 90^\circ, 75^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$  i  $0^\circ$ , i zawsze równoległa względem płaszczyzn kliważu poprzecznego, a więc  $\beta_3 = 0^\circ$ .

Badania pokazały, że największa wytrzymałość węgla odpowiada orientacji ( $90^\circ, 0^\circ, 0^\circ$ ) i ( $75^\circ, 15^\circ, 0^\circ$ ), najmniejsza zaś - orientacji ( $30^\circ, 60^\circ, 0^\circ$ ). Wskazały również, że wzrost ciśnienia okólnego zmniejsza efekt anizotropii; w warunkach jednoosiowego ściskania ( $p = 0$ ) wartość stosunku największej wytrzymałości granicznej (tej odpowiadającej orientacji ( $90^\circ, 0^\circ, 0^\circ$ )) do wytrzymałości najmniejszej (tej właściwej orientacji ( $30^\circ, 60^\circ, 0^\circ$ )) wynosiła 5,2, by przy ciśnieniu  $p$  równym 13,8 MPa i 20,7 MPa zmaleć do, odpowiednio, 2,6 i 2,7.

Dane empiryczne  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3)$  aproksymowano równaniem nieliniowego warunku wytrzymałościowego

$$F_{\sigma_1} = \sigma_c + A \sigma_3^b \quad (9.31)$$

uzyskując dla każdej orientacji ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ) inne wartości stałych  $\sigma_c$ ,  $A$  i  $b$  (por. tab. 9.4). Najmniejsze wartości wszystkich tych stałych odpowiadają orientacji ( $30^\circ, 60^\circ, 0^\circ$ ), największe wartości stałych  $\sigma_c$  i  $b$  właściwe są orientacji ( $90^\circ, 0^\circ, 0^\circ$ ), zaś największa wartość stałej  $A$  - orientacji ( $0^\circ, 90^\circ, 0^\circ$ ).

Tabela 9.4

Wartości stałych materiałowych w empirycznym warunku wytrzymałościowym  $F_{\sigma_1} = \sigma_c + A \sigma_3^b$ , MPa dla ortotropowego węgla *Barnsley Hards* (Pomeroy i in., 1971)

Orientacja płaszczyzn warstwowania ( $\beta_1$ ), kliważu głównego ( $\beta_2$ ) i kliważu poprzecznego ( $\beta_3$ ) względem kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ )	$\sigma_c$ MPa	$A$	$b$
$0^\circ, 90^\circ, 0^\circ$	17,9	18,4	0,5
$15^\circ, 75^\circ, 0^\circ$	16,5	8,3	0,9
$30^\circ, 60^\circ, 0^\circ$	8,5	6,5	0,4
$45^\circ, 45^\circ, 0^\circ$	19,2	8,0	0,6
$60^\circ, 30^\circ, 0^\circ$	25,0	12,6	0,6
$75^\circ, 15^\circ, 0^\circ$	41,9	16,8	0,6
$90^\circ, 0^\circ, 0^\circ$	44,0	10,0	1,0



### 9.2.8. Warunek empiryczny Hoeka i Browna

Na podstawie analizy wyników badań wielu różnych skał osadowych, metamorficznych i magmowych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie Hoek i Brown (1980) stwierdzili, że zależność pomiędzy odpowiadającymi granicy wytrzymałości największym i najmniejszym naprężeniem głównym (a także pomiędzy działającymi na płaszczyźnie zniszczenia naprężeniem ścinającym i naprężeniem normalnym) jest w ogólności nieliniowa. Nawiązując do warunku wytrzymałościowego wynikającego z klasycznej, sformułowanej dla płaskiego stanu naprężenia, Griffithowskiej teorii szczelin (tzw. oryginalnego warunku wytrzymałościowego Griffitha) i postępując drogą prób i błędów<sup>2</sup> Hoek i Brown podali następujący warunek wytrzymałościowy dla skał izotropowych, a właściwie dla izotropowego górotworu:

$$F\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m \sigma_C \sigma_3 + s \sigma_C^2} \quad (9.32)$$

gdzie  $\sigma_C$  jest granicą wytrzymałości skały nienaruszonej (materiału skalnego) na jednoosiowe ściskanie,  $m$  jest stałą empiryczną zależną od rodzaju skały, a  $s$  - stałą zależną od stopnia spekania górotworu. Jak pokazałem w rozdziale 1 (por. rys. 1.1 - 1.3), stała materiałowa  $m$  przyjmuje wartości z przedziału od 1,5 do 50 dla piaskowców, od 2,5 do 90 dla węgla kamiennych i od 10 do 50 dla granitów. Hoek (1994) podaje wartości stałej  $m$  dla trzydziestu pięciu różnych rodzajów skał; najmniejsza, równa 4, odpowiada łowcom, największa - równa 33 - gnejsom i granitom (por. tab. 2.1). Stała strukturalna  $s$  przyjmuje wartości od 1,0 dla skał niespekanych do 0,0 dla górotworu silnie spekanego, poprzecinanego wypełnionymi materiałem ilastym szczelinami o odstępnie mniejszym od 50 mm (patrz Hoek i Brown, 1982; str. 176, Table 12).

Hoek i Brown rozszerzyli swój warunek wytrzymałościowy (9.32) na przypadek skał warstwowych, anizotropowych. Wychodząc z założenia, że wyrażające wytrzymałość trójosiową takich skał parametry  $m$  i  $s$  muszą przyjmować różne wartości dla różnych kierunków  $\beta$ , a więc

$$F\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m(\beta) \sigma_C \sigma_3 + s(\beta) \sigma_C^2} \quad (9.33)$$

znaleźli, drogą prób i błędów, formuły dające dobre dopasowanie do danych empirycznych z przeprowadzonych przez Donatha (1964), Hoeka (1964), McLamore'a i Graya (1967), Horino i Ellicksona (1970) oraz Attewella i Sandforda (1974) badań na konwencjonalne

<sup>2</sup> ("... using a process of trial and error ...") (Hoek & Brown, 1980; p. 1015).

Tabela 9.5

Wartości stałych materiałowych występujących w warunku wytrzymałościowym (9.33) oznaczone przez Hoeka i Browna (1982) na podstawie podanych przez różnych badaczy wyników badań skał anizotropowych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Stałe materiałowe	Skała					
	Metamorficzny łupek Martinsburg <sup>1</sup>	Metamorficzny łupek Austin <sup>2</sup>	Metamorficzny łupek Penrhyn <sup>3</sup>	Metamorficzny łupek Ellior <sup>4</sup>	Spekany piaskowiec <sup>5</sup>	Iłolupki Green River-2 <sup>2</sup>
$\sigma_{C \perp}$ , MPa	155,1	224,9	165,7	109,3	177,7	98,9
$m_i$	14,22	4,71	14,51	7,96	22,87	4,33
$\beta_m$ , deg	30	40	33	30	20	30
$\beta_s$ , deg	30	30	33	30	30	30
$A_1$	0,92	0,68	0,88	0,82	0,85	0,33
$A_2$	25	20	20	10	15	10
$A_3$	0,30	0,15	0,40	0,25	0,30	0,30
$P_1$	1,00	1,00	0,90	0,93	1,00	0,71
$P_2$	50	15	20	20	30	10
$P_3$	0,20	0,30	0,40	0,20	0,20	0,30

Objaśnienia: 1 - Donath (1964); 2 - McLamore i Gray (1967), 3 - Attewell i Sandford (1974); 4 - Hoek (1964); 5 - Horino i Ellickson (1970)

trójosiowe ściskanie próbek metamorficznych łupków, spekanego piaskowca i iłolupku (por. tab. 9.5). Formuły te mają postać:

$$m = m_i [1 - A_i \exp(-\xi)^4] \quad (9.34)$$

$$s = 1 - P_i \exp(-\zeta)^4 \quad (9.35)$$

gdzie

$$m_i = m(\beta=90^\circ) \quad (9.36a)$$

$$\xi = \frac{\beta - \beta_m}{A_2 + A_3 \beta} \quad (9.36b)$$

$$\zeta = \frac{\beta - \beta_s}{P_2 + P_3 \beta} \quad (9.36c)$$

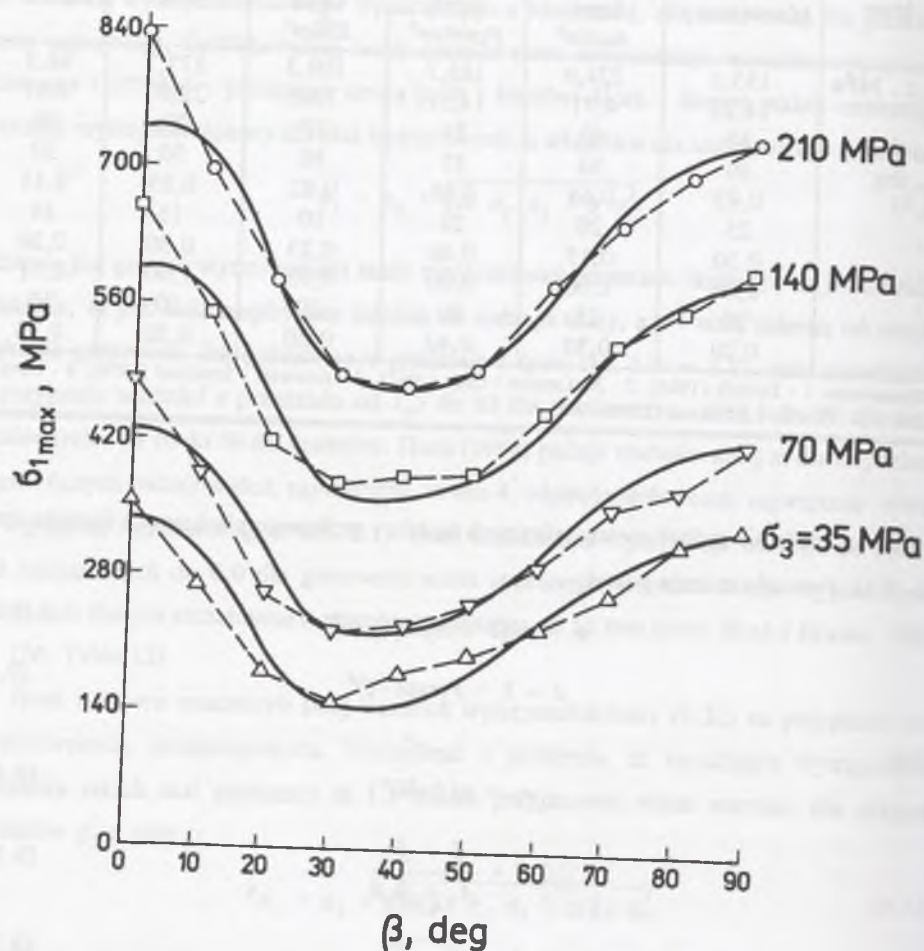
$$\beta_m = \beta(m_{min}) \quad (9.36d)$$

$$\beta_s = \beta(s_{min}) \quad (9.36e)$$

a  $A_1, A_2, A_3, P_1, P_2$  i  $P_3$  są pewnymi stałymi empirycznymi.



Wartości stałych występujących w równaniach (9.34) – (9.36), oznaczone przez Hoeka i Browna dla sześciu różnych skał anizotropowych, zestawione są w tabeli 9.5. Na rysunku 9.8 przedstawione są w charakterze przykładu wyniki badań trójosiowych wspomnianego już w rozdziale 9.2.5 i 9.2.6 metamorficznego łupku *Austin* z Teksasu aproksymowane krzywymi  $F_{\sigma_1} = f(\beta)$  określonymi warunkiem wytrzymałościowym Hoeka i Browna.



Rys. 9.8. Wyniki badań metamorficznego łupku *Austin* na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy różnych ciśnieniach okólnych  $p = \sigma_2 = \sigma_3$  (McLamore i Gray, 1967) aproksymowane (linia ciągła) równaniem empirycznego warunku wytrzymałościowego Hoeka i Browna  
 Fig. 9.8. Results of conventional triaxial compression tests of metamorphic *Austin* schist under different confining pressures  $p = \sigma_2 = \sigma_3$  (McLamore and Gray, 1967) fitted (solid line) by Hoek and Brown's empirical strength equation

### 9.2.9. Tensor mikrostruktury i warunek wytrzymałościowy ze skalarnymi parametrami anizotropii

Pisząc na temat różnych zasad formułowania warunków wytrzymałościowych dla materiałów anizotropowych wykazujących właściwość spójności i tarcia wewnętrznego, Pietruszczak i Mróz (2001) rozwinęli zaproponowane już wcześniej (Pietruszczak i Mróz, 2000) rozwiązanie, w którym anizotropowy warunek wytrzymałościowy konstruowany jest na podstawie warunku izotropowego przy założeniu kierunkowości parametrów materiałowych. Kierunkowość tę wyrażają skalarne parametry anizotropii  $\eta$  i  $\zeta$ , które określone są za pomocą mieszanych niezmienników tensora naprężenia i tensora mikrostruktury materiału. Ogólna postać takiego warunku jest następująca:

$$F = F(\sigma, \mathbf{a}) = F(\text{tr}\sigma, \text{tr}\sigma^2, \text{tr}\sigma^3, \eta, \zeta) = 0 \quad (9.37)$$

gdzie  $\mathbf{a}$  jest tensorem mikrostruktury,  $\text{tr}\sigma$ ,  $\text{tr}\sigma^2$  i  $\text{tr}\sigma^3$  są - odpowiednio, pierwszym, drugim i trzecim niezmiennikiem podstawowym tensora naprężenia  $\sigma$ , a  $\eta$  i  $\zeta$  określone są następująco:

$$\eta = \frac{\text{tr}(\mathbf{a}\sigma^2)}{\text{tr}\sigma^2}; \quad \zeta = \frac{\text{tr}(\mathbf{a}^2\sigma^2)}{\text{tr}\sigma^2} \quad (9.38)$$

Wielkości te można inaczej wyrazić jako

$$\eta = a_{ij}l_i l_j; \quad \zeta = a_{ik}a_{kj}l_i l_j \quad (9.39)$$

Tensor mikrostruktury  $a_{ij}$  charakteryzuje w ogólności ułożenie styków między ziarnami skały, rozkład mikrospektań itd. Triada główna tego tensora dana jest na rysunku 9.9 za pomocą wektorów jednostkowych  $\mathbf{e}^{(\alpha)}$ ,  $\alpha = 1, 2, 3$ , takich że

$$a_{ij} = a_1 e_i^{(1)} e_j^{(1)} + a_2 e_i^{(2)} e_j^{(2)} + a_3 e_i^{(3)} e_j^{(3)} = a_1 m_{ij}^{(1)} + a_2 m_{ij}^{(2)} + a_3 m_{ij}^{(3)} \quad (9.40)$$

gdzie  $a_1$ ,  $a_2$  i  $a_3$  są składowymi głównymi tensora mikrostruktury i  $m_{ij}^{(\alpha)} = e_i^{(\alpha)} e_j^{(\alpha)}$  są odpowiednimi tensorami orientacji struktury.

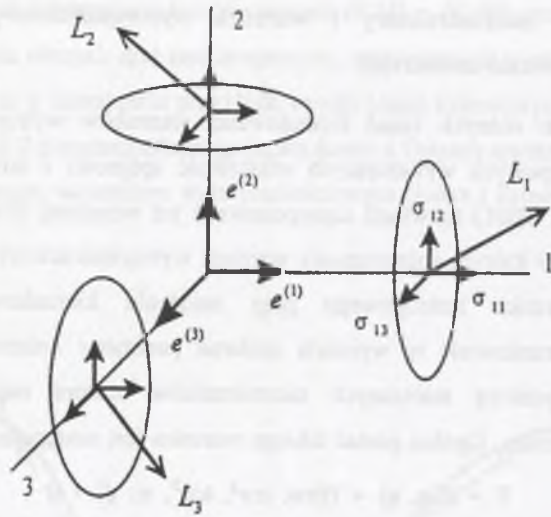
Pokazane na rysunku 9.9 na płaszczyznach normalnych do osi głównych moduły sił wewnętrznych ( $L_1, L_2, L_3$ ) dane są formułami:

$$L_1 = (\sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)^{1/2}; \quad L_2 = (\sigma_{12}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2)^{1/2}; \quad L_3 = (\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{33}^2)^{1/2} \quad (9.41)$$

a uogólniony wektor obciążania  $\mathbf{l}$  zdefiniowany jest następująco:

$$l_i = \frac{L_i}{(L_k L_k)^{1/2}}; \quad L_i = L_1 e_i^{(1)} + L_2 e_i^{(2)} + L_3 e_i^{(3)} \quad (9.42)$$





Rys. 9.9. Triada (trójka) główna tensora mikrostruktury a i moduły sił wewnętrznych  $L_1, L_2, L_3$  (Pietruszczak i Mróz, 2001)  
 Fig. 9.9. Principal triad of the microstructure tensor a and the traction moduli  $L_1, L_2, L_3$  (Pietruszczak and Mróz, 2001)

Korzystając z tego ogólnego konceptu i sformułowań wyłożonych w pracach Pietruszczaka i Mroza, Pietruszczak i in. (2002) zweryfikowali warunek (9.37) zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym, korzystając z wyników badań eksperymentalnych nad własnościami mechanicznymi transversalnie izotropowego łożyska *Tournemire* (Niandou i in., 1997). Przyjęli przy tym, że określający wpływ orientacji obciążenia względem osi materiałowych parametr anizotropii  $\eta$  dany jest funkcją

$$\eta = \bar{\eta} [1 + A_{ij}l_i l_j + b_1(A_{ij}l_i l_j)^2 + b_2(A_{ij}l_i l_j)^3 + \dots] \quad (9.43)$$

gdzie  $A_{ij}$  jest dewiatorową częścią tensora mikrostruktury opisującą fluktuacje w rozkładzie  $\eta(l)$  względem wartości średniej  $\bar{\eta}$ , i posłużyli się warunkiem wytrzymałościowym danym następującym równaniem:

$$F = c_1 \left( \frac{J_2^{1/2}}{g(\theta)\sigma_C} \right) + c_2 \left( \frac{J_2^{1/2}}{g(\theta)\sigma_C} \right)^2 - \left( c_3 + \frac{I}{\sigma_C} \right) = 0 \quad (9.44)$$

W tym równaniu kwadratowym  $J_2$  jest drugim niezmiennikiem dewiatora tensora naprężenia,  $I$  jest pierwszym niezmiennikiem tensora naprężenia,  $\theta$  jest kątem Lodego i  $\sigma_C$  jest wytrzymałością graniczną na jednoosiowe ściskanie, która - dla materiałów izotropowych równa  $\sigma_C = \sigma_C(\beta) = \text{const.}$  - tutaj traktowana jest jako funkcja o równaniu:

$$\sigma_C = \bar{\sigma}_C [1 + A_{ij}l_i l_j + b_1(A_{ij}l_i l_j)^2 + b_2(A_{ij}l_i l_j)^3 + \dots] \quad (9.45)$$

Tak więc parametr anizotropii  $\eta$  występujący w ogólnej postaci warunku wytrzymałościowego (9.37) został wprost zidentyfikowany jako  $\sigma_C$ ; wartość  $\sigma_C$  zależy od wzajemnej orientacji tensorów naprężenia i mikrostruktury.

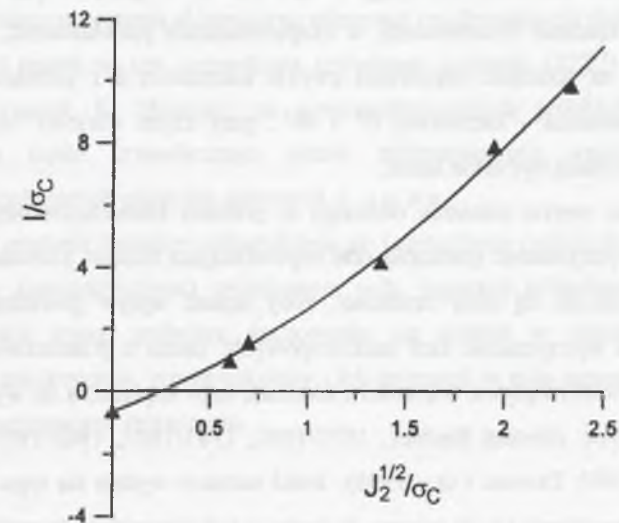
Walcowe próbki łożyska *Tournemire* z Masywu Centralnego (Francja), o osi podłużnej zorientowanej pod różnymi kątami względem płaszczyzn warstwowania ( $\beta = 0^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  i  $90^\circ$ ), badane były na jednoosiowe ściskanie i konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych sięgających 50 MPa. Wyniki badań na ściskanie jednoosiowe Pietruszczak i in. (2002) (zob. także Łydzba i Pietruszczak, 2002) aproksymowali równaniem funkcji (9.45), w którym

$$A_{ij}l_i l_j = A_1(1 - 3l_2^2); \quad l_2^2 = \sin^2 \beta \quad (9.46)$$

tak, że

$$\sigma_C = \bar{\sigma}_C [1 + A_1(1 - 3\sin^2 \beta) + b_1 A_1^2 (1 - 3\sin^2 \beta)^2 + b_2 A_1^3 (1 - 3\sin^2 \beta)^3 + b_3 A_1^4 (1 - 3\sin^2 \beta)^4] \quad (9.47)$$

Oznaczone w wyniku aproksymacji wartości występujących w tym równaniu stałych wynosiły odpowiednio:  $\bar{\sigma}_C = 22$  MPa,  $A_1 = 0,0170251$ ,  $b_1 = 515,49$ ,  $b_2 = 61735,3$ ,  $b_3 = 2139820,0$ .



Rys. 9.10. Przekrój południkowy ( $I/\sigma_C, J_2^{1/2}/\sigma_C$ ) powierzchni wytrzymałości granicznej (9.44) (Pietruszczak i in., 2002)

Fig. 9.10. Meridional section ( $I/\sigma_C, J_2^{1/2}/\sigma_C$ ) of the failure surface (9.44) (Pietruszczak et al., 2002)



Na podstawie wyników badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie próbek ilolupku *Tournemire* wyznaczono także wartości stałych występujących w warunku wytrzymałościowym

$$\frac{I}{\sigma_c} = -c_3 + c_1 \left( \frac{J_2^{1/2}}{\sigma_c} \right) + c_2 \left( \frac{J_2^{1/2}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (9.48)$$

Wynosiły one odpowiednio:  $c_1=2,3729$ ,  $c_2=0,9371$  i  $c_3=0,6582$ , a warunek ten okazał się bardzo dobrze opisywać wyniki badań eksperymentalnych (por. rys. 9.10).

### 9.3. Uwagi końcowe

W tej części pracy przedstawione zostały przykłady różnych teorii stanu granicznego skał anizotropowych, w tym teorii zakładającej występowanie płaszczyzn osłabienia, na których może dojść do zniszczenia i teorii traktującej skałę jako ośrodek ciągły, którego kierunkowy rozkład wytrzymałości opisany jest za pomocą tensorów mikrostruktury różnych rzędów. Przedstawione zostały również wywodzące się z tych teorii warunki stanu granicznego, a także warunki wytrzymałościowe czysto empiryczne. Wszystkie one posiadają co najwyżej tę właściwość, że:

- 1) opisują charakter zależności  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(\beta)$  lub  $F_{\sigma_1} = g(\beta)$ , w tym w szczególności wyrażają powszechnie obserwowaną w eksperymentach prawidłowość, że najmniejsza wytrzymałość na ściskanie odpowiada zwykle kierunkom  $\beta$  z przedziału  $[30^\circ, 45^\circ]$ , największa natomiast - kierunkom  $0^\circ$  i  $90^\circ$ , przy czym wartości  $F_{\sigma_1}(0^\circ)$  i  $F_{\sigma_1}(90^\circ)$  niekoniecznie muszą być takie same;
- 2) wyrażają różny wpływ ciśnienia okólnego w próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania na wytrzymałość graniczną skał odpowiadającą różnym kierunkom  $\beta$ .

Bardzo niewiele do tej pory zrobiono, żeby opisać wpływ pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość skał anizotropowych; żadna z przedstawionych teorii nie porusza wprost kwestii wpływu wielkości i kierunku tego naprężenia na wytrzymałość skał anizotropowych (por. również Bohler, 1979/1982, 1981/1985, 1983/1993; Ramamurthy, 1993; Sheorey, 1997; Duveau i in., 1998). Jedni badacze wydają się tego zagadnienia nie dostrzegać, inni ograniczali się do tej pory do badania jedynie wpływu kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) i wielkości ciśnienia okólnego ( $p$ ) w próbach na konwencjonalne trójosiowe ściskanie na wytrzymałość skał anizotropowych.

## 10. WPLYW POŚREDNIEGO NAPRĘŻENIA GŁÓWNEGO NA ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ ANIZOTROPOWYCH W POLU NAPRĘŻEŃ ŚCISKAJĄCYCH

### 10.1. Wprowadzenie

Liczne laboratoryjne badania eksperymentalne, wykonywane do tej pory głównie na walcowych próbkach skalnych w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężenia ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), pozwoliły na zgromadzenie pokaźnego już zasobu wiedzy na temat anizotropii odkształceniowych i wytrzymałościowych własności skał warstwowanych, laminowanych, blaszkowatych i łupkowatych. Ustalono między innymi, że to właśnie anizotropia należy do tych czynników, które mogą w dużym stopniu decydować o geometrii deformacji oraz o wytrzymałości skały (por. m. in. Kwaśniewski, 1980, 1993).

W próbach osiowo-symetrycznych nie można było jednak zbadać wpływu ani wielkości, ani orientacji pośredniego naprężenia głównego na własności i zachowanie się skał anizotropowych. W szczególności, nie było możliwe określenie zależności pomiędzy orientacją płaszczyzny zniszczenia a wielkością i kierunkiem naprężenia pośredniego.

W tym rozdziale przedstawione zostaną wyniki badań zmierzających właśnie do poznania wpływu pośredniego naprężenia głównego na własności i zachowanie się skał anizotropowych. Będą to wyniki badań na tzw. prawdziwe trójosiowe ściskanie (TTC<sup>1</sup>) wykonanych, za pomocą aparatu prof. K. Mogiego, na prostopadłościennych próbkach blaszkowatego, anizotropowego łupku krystalicznego różnie zorientowanych względem kierunków przyłożonych ściskających naprężeń głównych  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ .

Omówiony zostanie charakter odkształcania się i zniszczenia próbek skały anizotropowej w prawdziwym (asymetrycznym) trójosiowym polu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ). Szczególnie wiele uwagi poświęcę zachowaniu się próbek w stanie pokrytycznym: mechanizmowi uskokowania, typom uskoków i ich orientacji w polu naprężeń oraz spadkom naprężenia towarzyszącym zniszczeniu.

<sup>1</sup> W języku angielskim - "True Triaxial Compression".

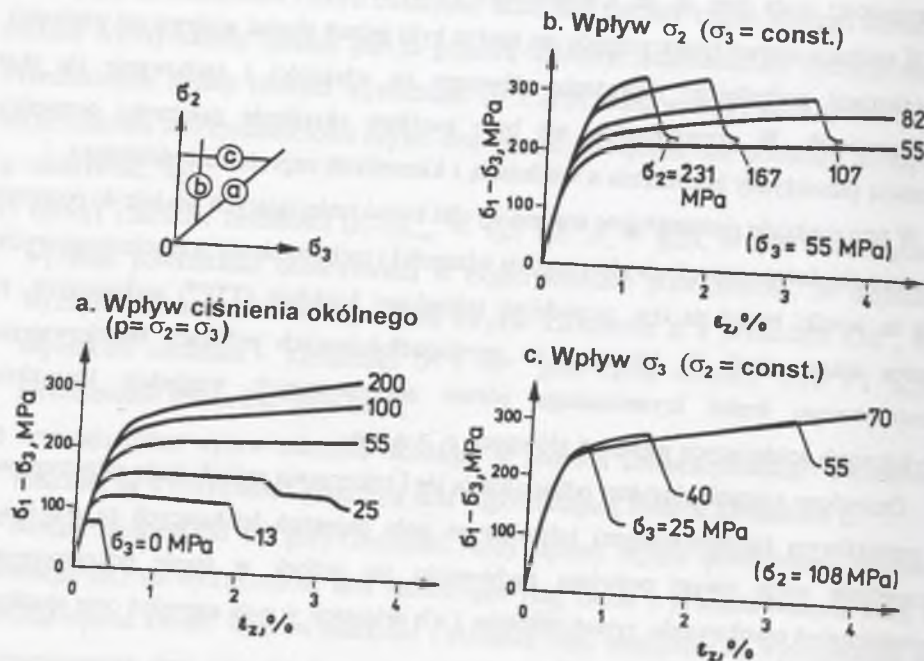


## 10.2. Omówienie dotychczasowego stanu wiedzy o zachowaniu się skal w warunkach trójosiowego ściskania

### 10.2.1. Skaly izotropowe badane na prawdziwe trójosiowe ściskanie

Dotychczasowe badania w warunkach ogólnego trójosiowego jednorodnego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) przeprowadzone przez Mogiego (1971a-1973) na prostopadłościennych próbkach izo- i quasi-izotropowych skal węglanowych (wapień, dolomit i marmur) i krzemianowych (trachit, monzonit, granit, andezyt) pokazały między innymi, że:

1. Ze wzrostem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) rośnie wytrzymałość skal na ściskanie. Nie jest to jednak wzrost tak znaczny, jak ten towarzyszący zwiększaniu naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ) (rys. 10.1).



Rys. 10.1. Krzywe naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne marmuru *Yamaguchi* poddanego trójosiowemu ściskaniu (Mogi, 1973): a - krzywe dla różnych wartości ciśnienia okólnego  $p$  ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ); b - krzywe dla różnych wartości pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_3 = 55$  MPa); c - krzywe dla różnych wartości najmniejszego naprężenia głównego ( $\sigma_2 = 108$  MPa)

Fig. 10.1. Differential stress - axial strain curves of *Yamaguchi* marble subjected to triaxial compression (Mogi, 1973); a - curves for different values of confining pressure  $p$  ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ); b - curves for different values of intermediate principal stress ( $\sigma_3 = 55$  MPa); c - curves for different values of minimum principal stress ( $\sigma_2 = 108$  MPa)

2. W przeciwieństwie do założenia Mohra, wytrzymałość na ścinanie (graniczne naprężenie ścinające  $F_T$ ) w trójosiowym stanie naprężeń ściskających nie jest wyłącznie funkcją naprężenia normalnego do płaszczyzny ścinania ( $\sigma_n$ ), lecz zdeterminowana jest również wpływem naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ). Tak więc różnym wartościom naprężenia pośredniego odpowiadają różne obwiednie kół naprężeń granicznych Mohra.

3. Płaszczyzna zniszczenia (ścięcia) próbek skalnych jest równoległa do kierunku naprężenia pośredniego.

4. Kąt zniszczenia (kąt ostry pomiędzy kierunkiem naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) a płaszczyzną zniszczenia) maleje ze wzrostem naprężenia pośredniego. Ten wpływ naprężenia  $\sigma_2$ , zbadany szczególnie dobrze na próbkach wapienia *Solnhofen* i dolomitu *Dunham*, objawia się najsilniej przy niewielkich wartościach naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ).

5. Spadki naprężenia towarzyszące zniszczeniu skały rosną ze wzrostem naprężenia pośredniego; jest to efekt przeciwny niż w przypadku naprężenia najmniejszego (rys. 10.1). Warto tu jednak wskazać, że ten wpływ naprężenia pośredniego nie jest efektem o charakterze uniwersalnym, lecz zależy od rodzaju skały. W przypadku ciągłego wapienia *Solnhofen* był on bardzo nieznaczny w porównaniu z tym zaobserwowanym przy zniszczeniu próbek dolomitu *Dunham*. Badania na próbkach marmuru *Yamaguchi* pokazały, że spadek naprężenia jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalny do ciągłości skały.

O wpływie naprężenia  $\sigma_2$  na kąt zniszczenia ( $\theta$ ) próbowano sądzić już wcześniej na podstawie badań walcowych próbek skalnych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie (próba CTC<sup>2</sup>) i na redukowane trójosiowe wydłużanie (próba RTE<sup>3</sup>). Należy tu wspomnieć pionierskie badania Bökera (1915) na próbkach marmuru *Carrara*. Przypomnijmy, że jednej i drugiej próbie odpowiada osiowo-symetryczny stan naprężenia, z tym, że w pierwszym przypadku  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$  (parametr Nádai-Lodego  $\mu_o = -1$ ), a w drugim -  $\sigma_1 = \sigma_2 = p > \sigma_3$  ( $\mu_o = 1$ )<sup>4</sup>. Okazało się, że zmierzone na zniszczonych próbkach granitu *Westerty*, dolomitu *Dunham* i wapienia *Solnhofen* kąty zniszczenia odpowiadające próbie RTE są mniejsze o 5° do 20° od tych właściwych próbie CTC (Mogi, 1967, 1973). Okazało się również, że w przypadku stanu naprężenia odpowiadającego próbie RTE zawodzi teoria Mohra; wartości

<sup>2</sup> W języku angielskim - "Conventional Triaxial Compression".

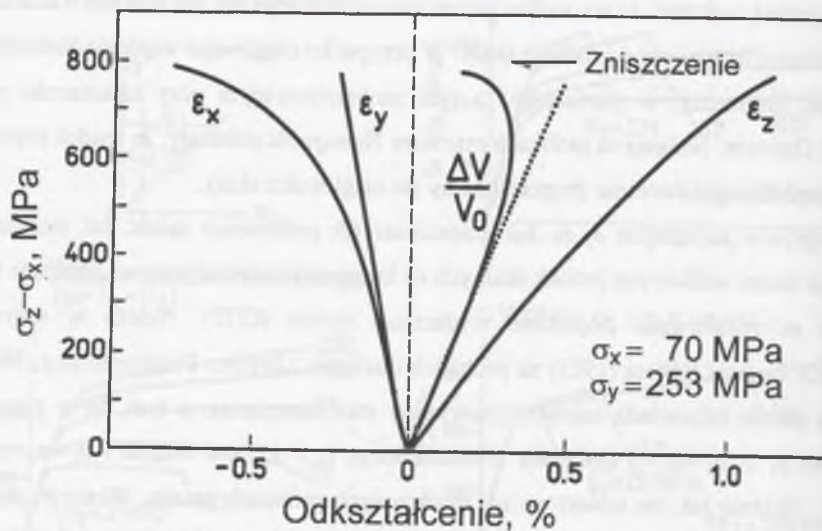
<sup>3</sup> W języku angielskim - "Reduced Triaxial Extension".

<sup>4</sup>  $\mu_o = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$



kąta zniszczenia określone na podstawie obwiedni kół naprężeń granicznych nie przystają do tych oznaczonych eksperymentalnie.

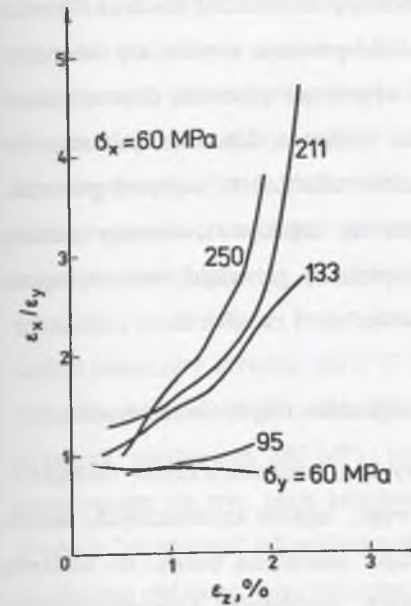
Badania prowadzone przez Mogiego, 1977 (por. również Mogi i Mochizuki, 1977 oraz Mogi i in., 1978a) na prostopadłościennych próbkach izotropowego trachitu *Mizuho*, granitu *Inada* i marmuru *Yamaguchi* wykazały, że przy wysokich naprężeniach pośrednich pojawia się w skałach izotropowych efekt anizotropii dylatacji. Na rysunku 10.2 pokazane są odkształcenia osiowe  $\epsilon_z$ , poziome  $\epsilon_x$  i  $\epsilon_y$  oraz objętościowe  $\Delta V/V_0$  granitu *Inada* w funkcji naprężenia różnicowego ( $\sigma_z - \sigma_x$ ) w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_x = 70$  MPa i  $\sigma_y = 253$  MPa). Krzywa dylatacji jest podobna do tej odpowiadającej przypadkowi osiowo-symetrycznego stanu naprężenia; dylatacja jednak zdeterminowana jest przede wszystkim dużymi odkształceniami  $\epsilon_x$  odpowiadającymi kierunkowi działania naprężenia najmniejszego ( $\sigma_x$ ).



Rys. 10.2. Charakterystyki naprężenie różnicowe ( $\sigma_z - \sigma_x$ ) - odkształcenie podłużne ( $\epsilon_z$ ), poprzeczne ( $\epsilon_y$  i  $\epsilon_x$ ) i objętościowe ( $\Delta V/V_0$ ) granitu *Inada* badanego w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających  $\sigma_z > \sigma_y > \sigma_x$  (wg Mogiego, 1977)

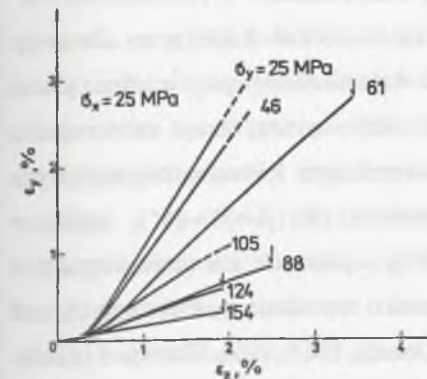
Fig. 10.2. Characteristics of differential stress ( $\sigma_z - \sigma_x$ ) versus axial strain ( $\epsilon_z$ ), lateral strain ( $\epsilon_y$  and  $\epsilon_x$ ) and volumetric strain ( $\Delta V/V_0$ ) of *Inada* granite tested under general triaxial compressive stress conditions  $\sigma_z > \sigma_y > \sigma_x$  (after Mogi, 1977)

Przy stałym naprężeniu najmniejszym ( $\sigma_x = \text{const.}$ ), odkształcenie  $\epsilon_x$  rośnie (rys. 10.3), a  $\epsilon_y$  maleje (rys. 10.4) ze wzrostem naprężenia pośredniego ( $\sigma_y$ ). Efekt ten powodowany jest



Rys. 10.3. Stosunek odkształceń poprzecznych  $\epsilon_x$  i  $\epsilon_y$  trachitu *Mizuho* w funkcji odkształcenia podłużnego ( $\epsilon_z$ ) dla różnych wartości naprężenia pośredniego ( $\sigma_y$ ) (Mogi, 1977)

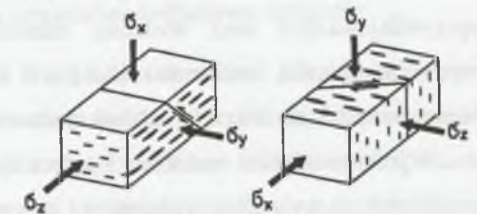
Fig. 10.3. Ratio of lateral strain  $\epsilon_x$  and  $\epsilon_y$  of *Mizuho* trachyte as a function of axial strain ( $\epsilon_z$ ) for different values of intermediate principal stress ( $\sigma_y$ ) (Mogi, 1977)



Rys. 10.4. Odkształcenie poprzeczne  $\epsilon_y$  marmuru *Yamaguchi* w funkcji odkształcenia podłużnego  $\epsilon_z$  dla różnych wartości naprężenia pośredniego ( $\sigma_y$ ) (Mogi, 1977)

Fig. 10.4. Lateral strain  $\epsilon_y$  of *Yamaguchi* marble as a function of axial strain ( $\epsilon_z$ ) for different values of intermediate principal stress ( $\sigma_y$ ) (Mogi, 1977)

otwieraniem się tych szczelin (mikropęknięć) w skale, które ułożone są w płaszczyznach prostopadłych do kierunku działania naprężenia najmniejszego ( $\sigma_x$ ). Dwa przykłady takiego anizotropowego odkształcania się ośrodka skalnego przedstawione są na rysunku 10.5. W przypadku gdy naprężenie  $\sigma_x$  zorientowane jest w kierunku pionowym, zniszczenie - w formie uskoku odwróconego - poprzedzone jest anomalnie dużym wypiętrzeniem. W przypadku zaś gdy naprężenie to działa w płaszczyźnie poziomej, zniszczenie - przejawiające się powstaniem uskoku przesuwczego - poprzedzają anomalnie duże odkształcenia poziome w kierunku  $x$ .



Rys. 10.5. Otwieranie się szczelin w ośrodku skalnym w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających; na lewo - formowanie się uskoku odwróconego, na prawo - formowanie się uskoku przesuwczego (Mogi, 1977)

Fig. 10.5. Opening up of the cracks in a rock under general triaxial compressive stress conditions; on the left - formation of a thrust fault, on the right - formation of a strike-slip fault (Mogi, 1977)

Na podstawie badań kostkowych próbek piaskowca *Berea*, granitów *Sierra-White* i *Westerly* oraz wapieni *Candoro* i *Solnhofen* w warunkach prawdziwego trójosiowego



ściskania ze stałą, kontrolowaną automatycznie, prędkością przemieszczeń Reches i Dieterich (1983) pokazali, że w trójosiowym stanie odkształcenia powstają zwykle trzy lub cztery zespoły płaszczyzn ścicia (uskoków), w odróżnieniu od jednego lub dwóch obserwowanych zwykle w konwencjonalnych "trójosiowych" próbach ściskania. Ułożenie tych zespołów charakteryzuje się symetrią rombowa względem kierunków odkształceń i naprężeń głównych. Zaobserwowano również, że procesowi formowania się uskoków towarzyszy zamiana orientacji kierunków największego i pośredniego naprężenia głównego, tzn. największe ściskające naprężenie główne staje się naprężeniem pośrednim i na odwrót.

### 10.2.2. Skąły anizotropowe badane na konwencjonalne trójosiowe ściskanie

Zachowanie się anizotropowych skał osadowych i metamorficznych (iłowców, laminowanych piaskowców i wapieni, diatomitów, węgli, łupków krystalicznych, łupków dachówkowych, gnejsów i fylitów) w złożonym stanie naprężenia badano do niedawna jeszcze niemal wyłącznie na próbkach walcowych poddanych konwencjonalnemu trójosiowemu ściskaniu, a więc w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$ ). Głównym celem takich badań było zwykle oznaczenie wpływu orientacji kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn uprzywilejowanych oraz wielkości ciśnienia okólnego ( $p$ ) na przejawy anizotropii wytrzymałościowej i odkształceniowej skał warstwowych (blaszkowatych, łupkowatych, laminowanych), na charakter ich odkształcania się i zniszczenia.

Wyniki tych badań omówiłem i podsumowałem już w rozdziale 9.1 tej pracy. Zwracając uwagę obecnie wyłącznie na charakter i typy pęknięcia skał anizotropowych chciałbym jeszcze dodać, że doświadczenia prowadzone w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających pokazały, że zniszczenie skał warstwowych przy ściskaniu następuje zwykle przez pęknięcie rozdzielcze w płaszczyznach osłabienia (dla  $\beta = 0^\circ \div 15^\circ$ ), poślizg w płaszczyźnie(-ach) osłabienia (dla  $\beta = 15^\circ \div 45^\circ$  ( $60^\circ$ )) i pęknięcie ścięciowe biegnące w poprzek uwarstwienia i zorientowane względem kierunku naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) pod kątem  $\theta = 20^\circ \div 30^\circ$  (dla  $\beta = 60^\circ \div 90^\circ$ ) (por. m. in. Donath, 1961, 1964; Chenevert i Gatlin, 1965; Youash, 1966; Akai i in., 1970; McGill i Raney, 1970; Pomeroy i in., 1971). Zaobserwowano również, że w niektórych przypadkach, szczególnie wtedy, gdy do zniszczenia dochodzi w płaszczyźnie osłabienia, nie jest spełniona dobrze znana zależność  $2\theta + \varphi = \pi/2$  (gdzie  $\varphi$  jest kątem tarcia wewnętrznego na granicy wytrzymałości).

Warto tu wspomnieć, że problem niezgodności płaszczyzny zniszczenia z płaszczyzną osłabienia dla kątów  $\beta$  różnych od  $30^\circ$  znalazł racjonalne wyjaśnienie w teorii zniszczenia ciał ortotropowych podanej przez Novę i Sacchiego, 1979/1982 (zob. rozdział 9.2.6).

Bardzo interesujący wpływ ciśnienia okólnego na charakter zniszczenia skał anizotropowych wykryli McLamore i Gray (1967). Badając na konwencjonalne trójosiowe ściskanie pewien czarny łupek osadowy (ang. "slate") z Teksasu zaobserwowali oni, że skała ta przy niewielkich, nie przekraczających 105 MPa, ciśnieniach okólnych doznawała zniszczenia przez ścięcie. Przy orientacjach  $\beta$  równych  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  i  $30^\circ$  ścięcie następowało wzdłuż płaszczyzn kliważu, dla  $\beta \in [40^\circ, 90^\circ]$  przecinało płaszczyzny kliważu w poprzek. Próbkę o orientacji  $\beta = 0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  i  $30^\circ$  badane przy ciśnieniu 140 MPa i ciśnieniach wyższych, sięgających 280 MPa, ulegały zniszczeniu w procesie płynięcia związanego z formowaniem się tzw. pasm kolankowych<sup>5</sup>. W próbkach o orientacji  $\beta > 30^\circ$  występowało płynięcie "plastyczne" lub poślizg wzdłuż płaszczyzn kliważu. Takie same trzy, w zależności od ciśnienia okólnego, typy zniszczenia zaobserwowano w przypadku iłowku *Green River-2* z Kolorado, który generalnie zachowywał się w sposób znacznie bardziej plastyczny niż kruchy, w badanym przedziale ciśnień, iłowek *Green River-1*.

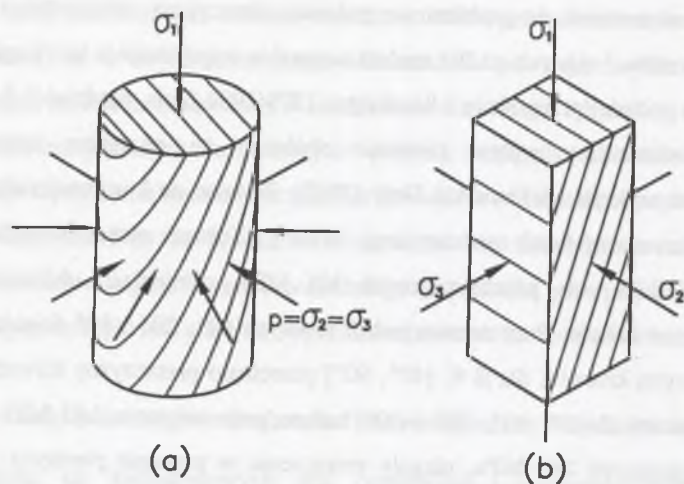
### 10.2.3. Skąły anizotropowe badane na prawdziwe trójosiowe ściskanie

Jak wspominałem już w rozdziale 9.1 i 10.2.2, anizotropię odkształceniowych i wytrzymałościowych własności skał przy ściskaniu badano do niedawna jeszcze niemal wyłącznie na próbkach walcowych poddanych konwencjonalnemu trójosiowemu ściskaniu, a więc osiowo-symetrycznemu stanowi naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ). Zasadniczym celem takich badań było zwykle oznaczenie wpływu orientacji kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn uprzywilejowanych oraz wielkości ciśnienia okólnego  $p$  ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ) (rys. 10.6a) na przejawy anizotropii wytrzymałościowej i odkształceniowej skał warstwowych, blaszkowatych, łupkowatych, laminowanych, na charakter ich odkształcania się i zniszczenia. W badaniach tych nie można było jednak oznaczyć wpływu ani wielkości ani orientacji pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) (por. rys. 10.6b) na zachowanie się takich skał.

Jednymi z pierwszych, którzy podali informacje na ten temat, byli Hobbs i Pomeroy

<sup>5</sup> W języku angielskim - "kinking flow".





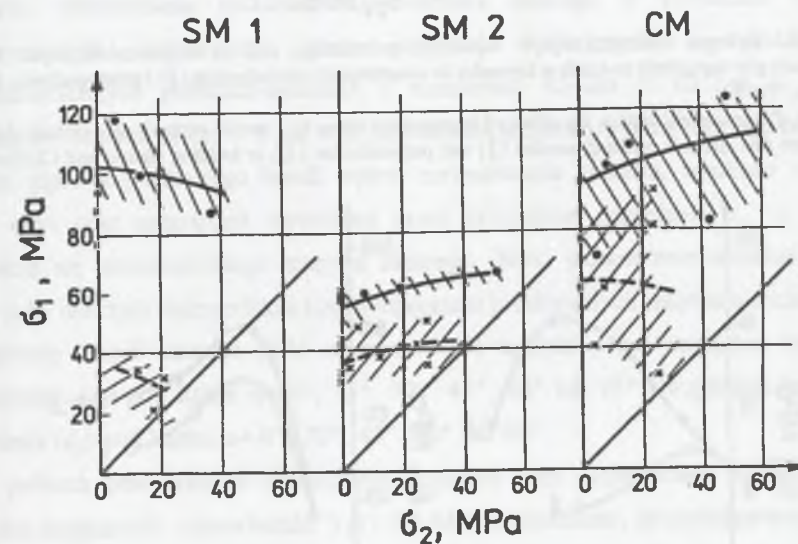
Rys. 10.6. Walcowa i prostopadłościenna próbka skały o anizotropii planarnej do badań w warunkach, odpowiednio, osiowo-symetrycznego i ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających  
Fig. 10.6. Cylindrical and cuboidal sample of a planar anisotropic rock for testing under axisymmetric and true triaxial state of compressive stresses, respectively

(Hobbs, 1962; Pomeroy i Hobbs, 1962). Badali oni wytrzymałość jednorodnego, zwięzłego węgla bitumicznego *Barnsley Hards* i kruchego węgla koksującego *Garw* z kopalń brytyjskich w warunkach złożonego quasi-jednorodnego i niejednorodnego stanu naprężeń ściskających. Próbki kostkowe, o boku długości 38 mm, poddawane były próbom dwuosowego ściskania, a więc stanowi naprężenia  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = 0$ . Największe naprężenie ściskające przykładane było w kierunku równoległym do płaszczyzn warstwowania, naprężenie pośrednie - w kierunku do warstwowania równoległym lub prostopadłym. Próbki cylindryczne o średnicy zewnętrznej równej 42 mm i grubości ścianki 12,5 mm, wywiercone w kierunku równoległym do płaszczyzn warstwowania i głównego kłwiązu, poddawano w komorze trójosiowej działaniu ciśnienia zewnętrznego lub ciśnienia zewnętrznego i obciążenia pionowego.

Wyniki badań na kostkach i na cylindrach różniły się w sensie ilościowym. Jedne i drugie pokazały jednak, że przy niewielkich wartościach naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) graniczne naprężenie największe ( $\sigma_{1max}$ ) rośnie w miarę zwiększania  $\sigma_2$  (w badaniach próbek cylindrycznych zwiększaniu naprężenia pośredniego od 0 do ok. 48 MPa towarzyszył kilkakrotny wzrost granicznego naprężenia największego). Jednak dalsze zwiększanie naprężenia pośredniego prowadziło do obniżenia wytrzymałości badanych węgli. Badania pokazały również, że graniczne naprężenie największe jest wyższe wtedy, gdy naprężenie

pośrednie działa w kierunku nie równoległym, lecz prostopadłym do płaszczyzn warstwowania.

Również Dayre i Sirieys (1965) badali skały anizotropowe - dwa alpejskie łupki metamorficzne oraz metamorficzny wapień - w warunkach dwuosowego ściskania ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = 0$ ). W eksperymentach tych naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane było prostopadle bądź równoległe do płaszczyzn łupkowatości; kierunek naprężenia  $\sigma_2$  pozostawał w obu przypadkach do łupkowatości równoległy, a więc badano jedynie wpływ wielkości  $\sigma_2$  na przejawy anizotropii wytrzymałościowej. Jak wskazują wyniki badań (rys. 10.7), wytrzymałość skały łupkowej uzależniona jest w o wiele większym stopniu od zorientowania naprężenia największego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn uprzywilejowanych niż od wielkości naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ).

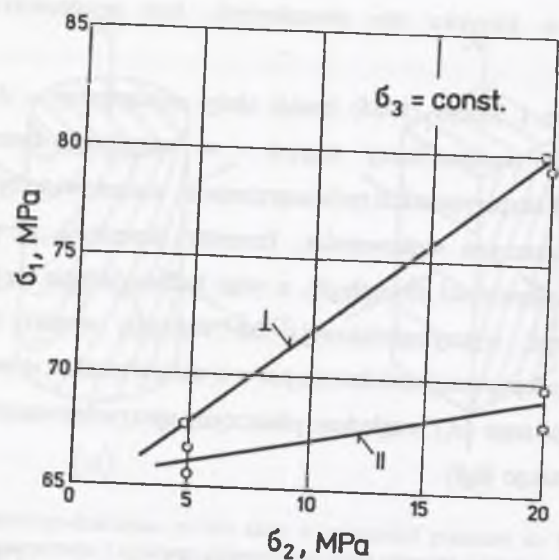


Rys. 10.7. Zależność pomiędzy granicznym największym naprężeniem głównym ( $\sigma_{1max}$ ) a naprężeniem pośrednim ( $\sigma_2$ ) na przykładzie dwóch łupków (SM1 i SM2) i metamorficznego wapienia (CM) z masywu Paradis u przełęczy Mont-Cenis przy naprężeniu  $\sigma_1$  zorientowanym względem płaszczyzn łupkowatości prostopadle (●) i równoległe (×) (Dayre i Sirieys, 1965)

Fig. 10.7. Dependence between the limiting principal stress ( $\sigma_{1max}$ ) and the intermediate stress ( $\sigma_2$ ) shown by the example of two schists (SM1 and SM2) and a metamorphic limestone (CM) from Paradis massif at Mont-Cenis pass with stress  $\sigma_1$  oriented perpendicular (●) and parallel (×) to the planes of schistosity (Dayre and Sirieys, 1965)

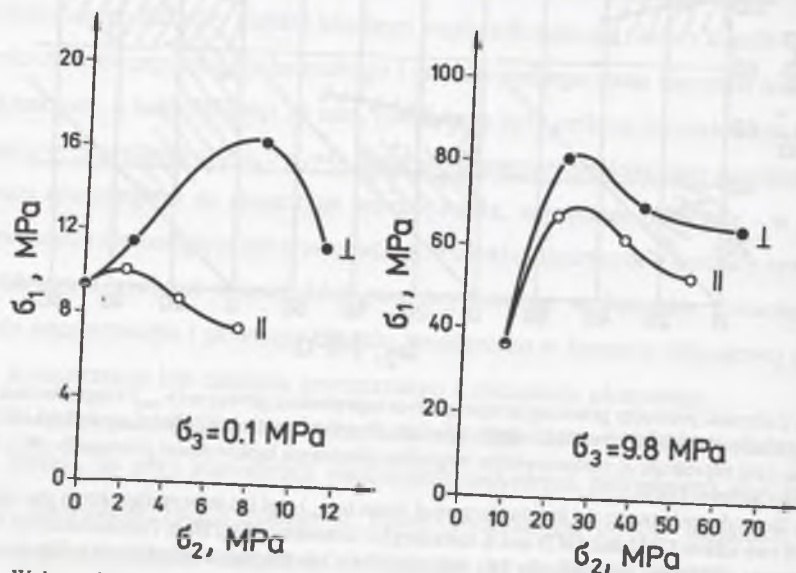
Bieron i Czirkow (1969) badali na próbkach kostkowych pewnego łupku ilastego wpływ już nie tylko wielkości, ale i orientacji naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość skały





Rys. 10.8. Wykresy ilustrujące wpływ naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałość łupku ilastego w przypadkach gdy naprężenie to działa w kierunku do uwarstwienia równoległym ( $\parallel$ ) i prostopadłym ( $\perp$ ) (Bieron i Czirkow, 1969)

Fig. 10.8. Diagrams illustrating the effect of intermediate stress ( $\sigma_2$ ) on the strength of a certain clay shale in cases where this stress is oriented parallel ( $\parallel$ ) and perpendicular ( $\perp$ ) to bedding (Beron and Chirkov, 1969)



Rys. 10.9. Wpływ wielkości oraz orientacji pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) względem uwarstwienia na graniczne naprężenie największe ( $\sigma_{1max}$ ) dla węgla Ch (wykresy sporządzone na podstawie danych liczbowych z pracy Czirkowa, 1976)

Fig. 10.9. The effect of the magnitude of the intermediate principal stress ( $\sigma_2$ ) and its orientation relative to bedding on the limiting maximum stress ( $\sigma_{1max}$ ) for Ch coal (diagrams made on the basis of the numerical data from Chirkov's (1976) paper)

warstwowanej. Pokazali, że w przypadku gdy naprężenie pośrednie zorientowane jest równoległe do płaszczyzn uwarstwienia, tempo wzrostu wytrzymałości ze wzrostem tego naprężenia jest nieznaczne; wytrzymałość skały rośnie natomiast w miarę zwiększania  $\sigma_2$  znacznie bardziej zdecydowanie, gdy naprężenie to działa w kierunku do uwarstwienia prostopadłym (rys. 10.8).

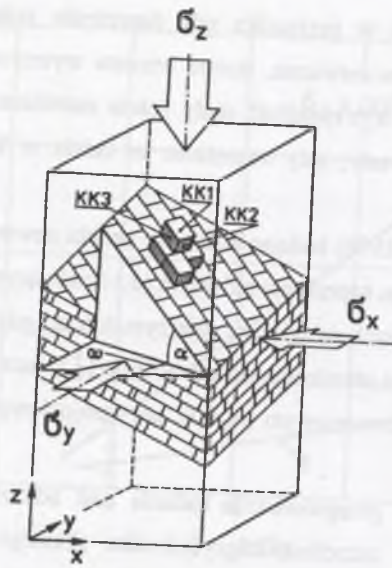
Także Czirkow (1973, 1976) badając kostkowe próbki pewnego warstwowanego węgla pokazał, że przy największym naprężeniu głównym ( $\sigma_1$ ) działającym w kierunku równoległym do uławicenia węgiel cechował się większą wytrzymałością, gdy naprężenie pośrednie ( $\sigma_2$ ) było zorientowane względem uławicenia nie równoległe ( $\parallel$ ), lecz prostopadle ( $\perp$ ). Efekt ten występował zarówno przy dwuosiowym ( $\sigma_3=0$ ), jak i trójosiowym ( $\sigma_3=9,8$  MPa) ściskaniu (rys. 10.9).

Reik i Zacas (1978) przeprowadzili badania nad odkształceniowymi i wytrzymałościowymi własnościami szczelinowatego ośrodka skalnego w warunkach ogólnego (asymetrycznego) trójosiowego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ). Na prostopadłościennych próbkach-modelach o rozmiarach 60 cm  $\times$  60 cm  $\times$  130 cm wykonanych z małych (4 cm  $\times$  6 cm  $\times$  10 cm) bloków jednostkowych z lekkiego betonu lub materiału gipsowo-piaskowego badali wpływ zorientowania szczelin, wielkości odstępów między nimi oraz anizotropii wywołanej przez przyłożone naprężenia  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  i  $\sigma_x$  na zachowanie się szczelinowatego masywu skalnego. Bloki jednostkowe układano w taki sposób, żeby tworzyły duże próbki o trzech wzajemnie prostopadłych zespołach szczelin, przy czym główny zespół szczelin (KK1 na rys. 10.10) nachylony był względem naprężenia najmniejszego ( $\sigma_x$ ) pod kątem  $\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  lub  $75^\circ$  i względem naprężenia pośredniego ( $\sigma_y$ ) pod kątem  $\omega=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  lub  $90^\circ$ .

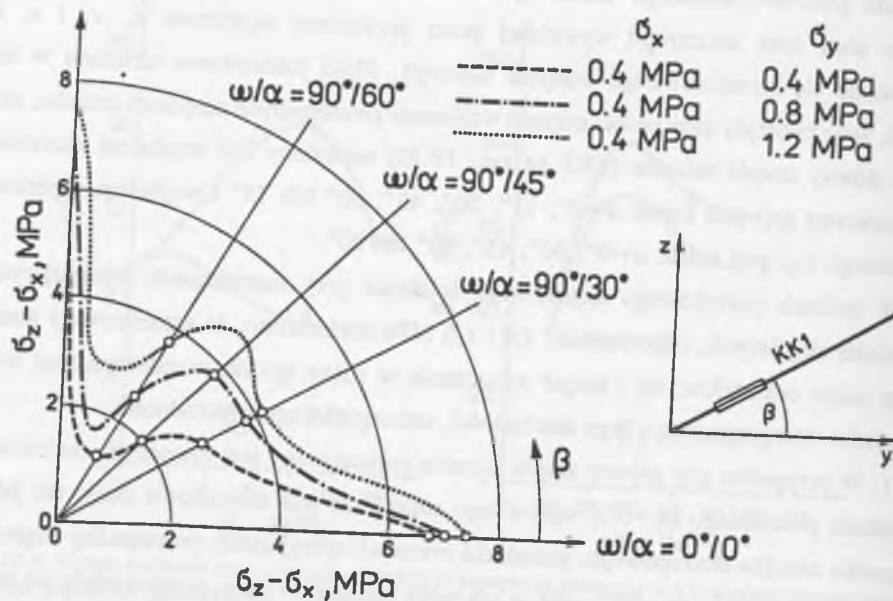
W próbach prawdziwego trójosiowego ściskania przy naprężeniach najmniejszym i pośrednim sięgających, odpowiednio, 1,0 i 1,6 MPa stwierdzono, że szczelinowaty masyw skalny może odkształcać się i ulegać zniszczeniu w różny sposób w zależności od wielu czynników, które stanowią o jego nieciągłości, anizotropii i niejednorodności.

1. W przypadku gdy główny zespół szczelin zorientowany jest równoległe do kierunku naprężenia pośredniego ( $\omega=0^\circ$ ), wpływ tego naprężenia jest stosunkowo mały, tak jak w przypadku ośrodka izotropowego, jednak dla orientacji sprzyjającej, prostopadłej względem kierunku naprężenia  $\sigma_y$  ( $\omega=90^\circ$ ), wpływ ten może być bardzo duży, przejawiający się nawet więcej niż 2-krotnym wzrostem wytrzymałości granicznej szczelinowatego masywu na ściskanie przy zwiększeniu naprężenia pośredniego od 0,4 MPa do 1,2 MPa (por. rys. 10.11).





Rys. 10.10. Model szczelinowatego masywu skalnego badanego przez Reika i Zacasa (1978) w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania  
 Fig. 10.10. Model of a jointed rock mass tested by Reik and Zacas (1978) under true triaxial compression conditions



Rys. 10.11. Wpływ orientacji głównej płaszczyzny szczelinowatości (KK1) i wielkości pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_y$ ) na wytrzymałość graniczną szczelinowatego masywu skalnego na ściskanie (Reik i Zacas, 1978)  
 Fig. 10.11. The effect of the orientation of the main joint set (KK1) and of the magnitude of the intermediate principal stress ( $\sigma_y$ ) on the ultimate compressive strength of a jointed rock mass (Reik and Zacas, 1978)

2. W przypadku równoległego zorientowania naprężenia pośredniego względem głównego zespołu szczelin ( $\omega=0^\circ$ ) i kąta  $\alpha$  równego  $15^\circ$  i  $75^\circ$ , modele szczelinowatego masywu skalnego ulegały kruchemu zniszczeniu; ich charakterystyki naprężenie-odkształcenie były dosyć strome, granicy wytrzymałości odpowiadały stosunkowo niewielkie odkształcenia (spadek naprężenia przy zniszczeniu był jednak raczej niewielki). Modele o kącie  $\alpha$  równym  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  odkształcały się quasi-ciągłiwie: liniowy odcinek charakterystyki naprężenie-odkształcenie był krótki, styczny moduł odkształcenia silnie malał ze wzrostem odkształcenia podłużnego, po osiągnięciu granicy wytrzymałości próbki (szczególnie ta o kącie  $\alpha=60^\circ$ ) odkształcały się bez spadku naprężenia, niby płynęły.

3. Zaobserwowano różne typy zniszczenia badanych modeli:

- sprężone pęknięcie ścięciowe biegnące przez materiał nienaruszony - modele o orientacji szczelin  $\omega/\alpha=0^\circ/0^\circ$ ;
- poślizg wzdłuż wszystkich szczelin zespołu KK2 połączony z pęknięciem ścięciowym biegnącym częściowo przez materiał nienaruszony i częściowo wzdłuż szczelin - model o orientacji szczelin  $\omega/\alpha=0^\circ/15^\circ$ ;
- pojedyncze pęknięcie ścięciowe złożone, tzn. obejmujące w połowie materiał nienaruszony i w połowie płaszczyznę szczelin (zespół KK2) - modele o orientacji szczelin  $\omega/\alpha=0^\circ/30^\circ$  i  $90^\circ/30^\circ$ ;
- dwie sprężone szerokie strefy ścinania z towarzyszącym zginaniem warstw, rotacja i plastycznym płynięciem - modele o orientacji szczelin  $\omega/\alpha=0^\circ/45^\circ$ ;
- poślizg wzdłuż pojedynczej płaszczyzny szczelinowatości (KK1) - model o orientacji  $\omega/\alpha=0^\circ/60^\circ$  i  $90^\circ/60^\circ$ ;
- poślizg wzdłuż szczelin KK1 połączony z pęknięciem ścięciowym biegnącym przez materiał nienaruszony - modele o orientacji szczelin  $\omega/\alpha=0^\circ/75^\circ$  i  $\omega=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  ( $\alpha=30^\circ$  lub  $45^\circ$ ).

4. W przypadku równoległego ułożenia głównego zespołu szczelin (KK1) względem kierunku naprężenia pośredniego ( $\omega=0^\circ$ ) zniszczenie modeli szczelinowatego masywu skalnego następowało zawsze w płaszczyźnie(-znach) równoległej(-ych) do tego kierunku.

5. W przypadku orientacji  $\omega=90^\circ$  występował efekt nakładania się (superpozycji) anizotropii wymuszonej przez przyłożone pole naprężeń i naturalnej anizotropii modelu. Zauważono przy tym, że zniszczenie w płaszczyźnie równoległej do kierunku naprężenia pośredniego ( $\sigma_y$ ) występuje tylko dla dużej różnicy naprężeń  $\sigma_y$  i  $\sigma_x$ . W przypadku małej



wartości tej różnicy ( $\sigma_y - \sigma_x$ ), anizotropia naturalna dominowała nad anizotropią wzbudzoną i zniszczenie szczelinowego modelu skalnego następowało w płaszczyznach równoległych do kierunku naprężenia nie  $\sigma_y$  lecz  $\sigma_x$ .

Badania nad wpływem pośredniego naprężenia głównego na zachowanie się skal spekaných prowadzili także Xu i Geng (1989). Na podstawie doświadczeń nad nośnością nieciągłej, osłabionej pęknięciem ścięciowym, próbki skalnej w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania stwierdzili oni, że wpływ ten jest znaczący i nie można go pomijać w badaniach nad zagadnieniami mechaniki uskoków.

Pierwsze szerzej zakrojone badania nad wpływem wielkości i orientacji pośredniego naprężenia głównego na zarówno wytrzymałościowe, jak i odkształceniowe własności prawdziwej skały anizotropowej przeprowadziłem w latach 1977-1978 w laboratorium mechaniki skał Zakładu Sejsmologii Eksperymentalnej Instytutu Trzęsień Ziemi Uniwersytetu Tokijskiego przy współdziałaniu Profesora K. Mogiego - kierownika Zakładu i Panów K. Igarashiego i H. Mochizukiego - laborantów. Pierwsza informacja o wynikach tamtych badań została zamieszczona w krótkim komunikacie opublikowanym w Biuletynie Japońskiego Towarzystwa Sejsmologicznego (Mogi i in., 1978b) i przedstawiona w referacie przeglądowym Mogiego na IV Międzynarodowym Kongresie Mechaniki Skał w 1979 roku w Montreux (Mogi, 1979). Wpływ naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) na wytrzymałościowe i odkształceniowe własności blaszkowatej skały anizotropowej został omówiony w referacie na MJFR-1 – pierwszą międzynarodową konferencję nt. "Mechanics of Jointed and Faulted Rock" (Kwaśniewski i Mogi, 1990).

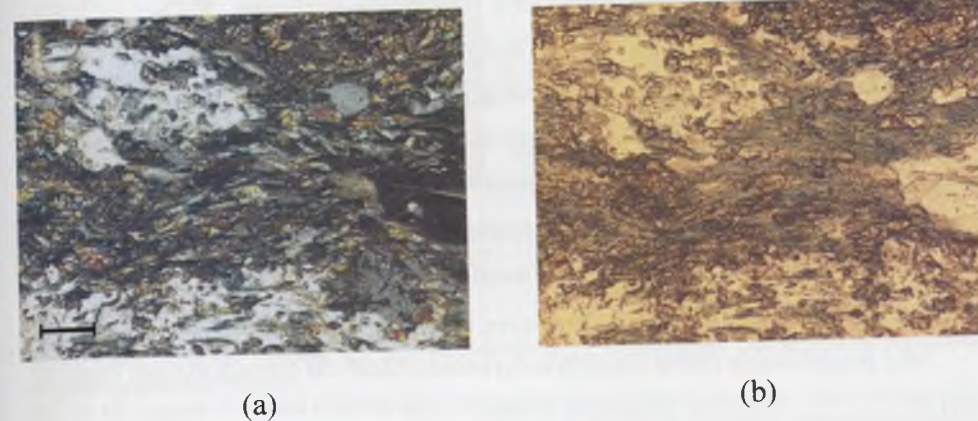
W tej pracy omówiony zostanie charakter zniszczenia próbek skały anizotropowej różnie zorientowanych w prawdziwym trójosiowym polu przyłożonych naprężeń głównych. Pokazane zostaną różne typy zniszczenia skały. Przedmiotem szczególnego zainteresowania będzie orientacja płaszczyzn zniszczenia względem kierunku naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) oraz spadki naprężenia towarzyszące zniszczeniu<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Zagadnienia te poruszałem już w referatach na międzynarodowych konferencjach nt. "Mechanical Instabilities in Rocks & Tectonics" (Kwaśniewski i Mogi, 1991), "Tectonophysics of Mining Areas" (Kwaśniewski i Mogi, 1995/1996) i "Pacific Rocks 2000" (Kwaśniewski i Mogi, 2000).

## 10.3. Opis badanej skały

### 10.3.1. Własności petrograficzne

Do badań został wybrany makroskopowo jednorodny zielony łupek krystaliczny o wyraźnej, gęstej foliacji pochodzący z Chichibu<sup>7</sup> w prefekturze Saitama na wyspie Honsiu, Japonia. Jest to skała metamorficzna albitowo-aktynolitowo-epidotowa o strukturze porfiroblastowej i fibroblastowej, i teksturze kierunkowej, łupkowej. W obrazie mikroskopowym skały (rys. 10.12) widoczne są porfiroblasty plagioklastu (najczęściej niezbliniaczonego albitu) przetykane drobnymi ziarnami epidotu, blaszkami chlorytu i aktynolitu o włóknistym wykształceniu niebieskawo-zielonkawym pleochroizmie. Niekiedy porfiroblasty utworzone są z albitu oraz kalcytu (najczęściej o wyraźnych prążkach bliźniaczych) lub kwarcu (niekiedy o mozaikowym wygaszaniu światła). Porfiroblasty te tkwią w fibroblastycznie wykształconych agregatach aktynolitowo-chlorytowo-epidotowych, wśród których obserwuje się drobne wtrącenia kwarcu, apatyty, biotyty, muskowitu, piroksenu, a także skupienia tlenków żelaza.



Rys. 10.12. Obraz mikroskopowy zielonego łupku krystalicznego Chichibu: a – nikole skrzyżowane, b – jeden nikol; skala = 0,1 mm  
Fig. 10.12. Thin-section photomicrograph of Chichibu green crystalline schist: a – crossed nicols, b – one nicol; scale = 0,1 mm

Skład mineralny skały, oznaczony na podstawie analizy preparatów mikroskopowych sporządzonych z trzech różnych próbek skały, jest następujący (w % obj.): albit – 19,4 ÷ 26,4; epidot – 26,8 ÷ 34,3; aktynolit – 25,8 ÷ 29,3; kalcyt – 5,1 ÷ 10,1; chloryt – 3,0 ÷

<sup>7</sup> Wymawia się – „Cicibu”



5,7; kwarc – 3,3 ÷ 4,1; piroksen – 0,9 ÷ 1,4; minerały akcesoryczne oraz tlenki żelaza – 2,7 ÷ 3,7.

Gęstość objętościowa łupku *Chichibu* wynosi 2,98 gcm<sup>3</sup>, zaś porowatość efektywna – 0,95%.

### 10.3.2. Sposób obróbki i wymiany próbek foremnych

Z dużych brył skalnych pobranych w kamieniołomie w Chichibu wycięto za pomocą laboratoryjnej przecinarki do skał próbki prostokątne o wymiarach około 15,5 mm x 15,5 mm x 30,5 mm. Oba końce każdej próbki oraz wszystkie ścianki boczne szlifowano następnie za pomocą szlifierki do płaszczyzn doprowadzając przeciwległe do równoległości, a sąsiednie do prostokątności. Ostatecznie bok kwadratowej podstawy próbki przyjmował długość równą  $15_{-0,015}^{-0,001}$  mm, wysokość próbki wynosiła zaś  $30_{-0,015}^{-0,001}$  mm. Odchyłka od równoległości podstaw i przeciwległych boków nie przekraczała 2 μm.<sup>8</sup>

### 10.4. Program badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie

Próbki zostały wycięte z nieforemnych brył w taki sposób, że ich oś pionowa Z (zgodna z kierunkiem działania największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ )) była zorientowana prostopadle do płaszczyzn foliacji ( $\beta = 90^\circ$  (kierunek największej wytrzymałości na ściskanie) lub pod kątem  $\beta = 30^\circ$  (kierunek najmniejszej wytrzymałości na ściskanie). W tym drugim przypadku przygotowałem próbki tak, żeby kąt ( $\omega$ ) pomiędzy kierunkami osi Y i X (zgodnymi z kierunkami działania naprężeń poziomych) a rozciągłością płaszczyzn foliacji wynosił  $0^\circ$  i  $90^\circ$  lub  $45^\circ$  (rys. 10.13).

Takie przygotowanie próbek umożliwiło wykonanie badań dla czterech różnych orientacji naprężeń  $\sigma_1, \sigma_2$  i  $\sigma_3$  względem płaszczyzn foliacji:

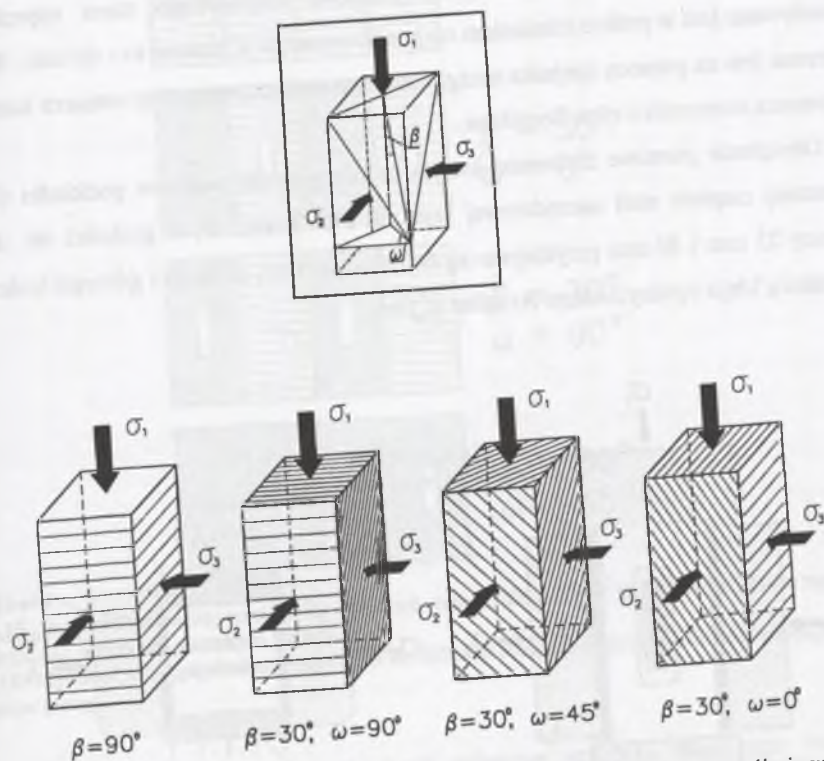
1. Naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane prostopadle do płaszczyzn foliacji ( $\beta = 90^\circ$ ), kierunki naprężeń  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$  leżą w płaszczyźnie foliacji.

2. Naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane do płaszczyzn foliacji pod kątem  $\beta = 30^\circ$ , kierunek naprężenia  $\sigma_2$  prostopadły do rozciągłości płaszczyzn foliacji ( $\omega = 90^\circ$ ).

3. Naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane do płaszczyzn foliacji pod kątem  $\beta = 30^\circ$ , kierunek naprężenia  $\sigma_2$  równoległy do rozciągłości płaszczyzn foliacji ( $\omega = 0^\circ$ ).

<sup>8</sup> Do prób jednoosiowego ściskania przygotowano próbki o wysokości (długości) równej 40 mm, a więc smukłości ( $h/a$ ) równej 2,67 (por. rozdział 10.6)

4. Naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane do płaszczyzn foliacji pod kątem  $\beta = 30^\circ$ , kąt ( $\omega$ ) pomiędzy kierunkiem działania naprężenia  $\sigma_2$  (i  $\sigma_3$ ) a rozciągłością płaszczyzn foliacji wynosi  $45^\circ$



Rys. 10.13. Próbki blaszkowatego łupku *Chichibu* przygotowane do badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie (cztery różne orientacje największego ( $\sigma_1$ ), pośredniego ( $\sigma_2$ ) i najmniejszego ( $\sigma_3$ ) naprężenia przyłożonego względem płaszczyzn foliacji)  
Fig. 10.13. Samples of foliated *Chichibu* schist prepared for testing under true triaxial compression conditions (four different orientations of the maximum ( $\sigma_1$ ), intermediate ( $\sigma_2$ ) and minimum ( $\sigma_3$ ) applied stress relative to the foliation planes)

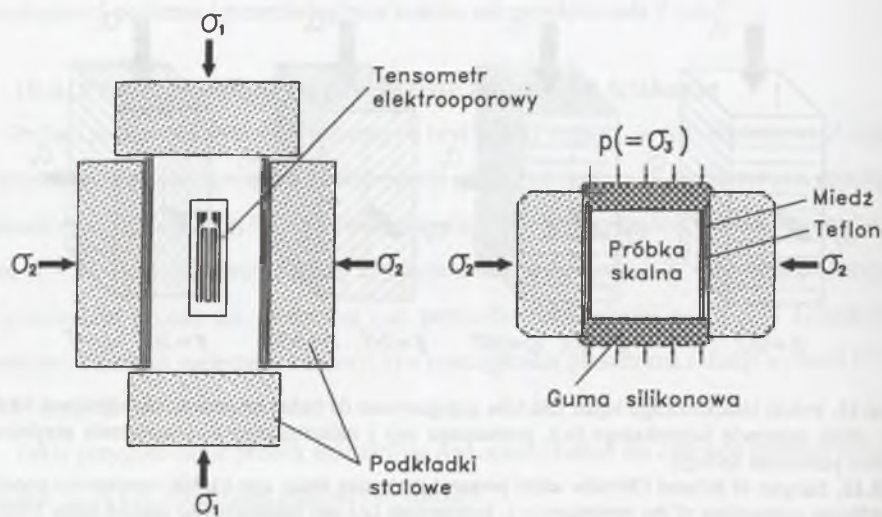
### 10.5. Technika badań

Aparat do badania prostokątnych próbek skalnych w warunkach ogólnego trójosiowego jednorodnego stanu naprężeń ściskających został szczegółowo opisany w pracach Mogiego (1971a,b, 1977, 1979). Tutaj przypomnę tylko krótko, że w aparacie tym próbka obciążana jest w kierunku pionowym (kierunek największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ )) i w jednym z kierunków poziomych (kierunku pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ )) przez tłoki



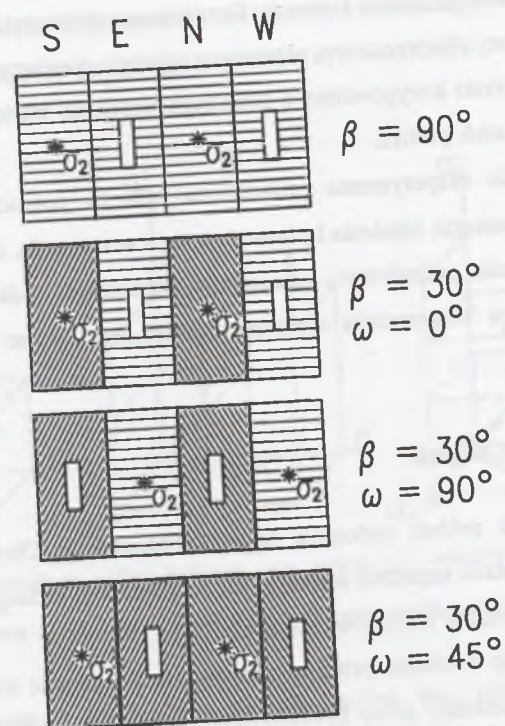
napędzane ręcznymi pompami hydraulicznymi. Obciążenia te - do max. 700 kN (pionowe) i 300 kN (poziome) - mierzone są za pomocą cylindrycznych dynamometrów elektrooporowych osadzonych na końcach tłoków, bezpośrednio na kontakcie z podkładkami próbki (zob. rys. 8.5). Trzecia, najmniejsza, składowa trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_3$ ) wywołwana jest w próbce ciśnieniem oleju silikonowego. Ciśnienie to - do max. 800 MPa - mierzone jest za pomocą czujnika manganinowego umieszczonego we wnętrzu komory oraz za pomocą manometru typu Bourdona.

Obciążenie pionowe zadawane jest na próbkę poprzez walcowe podkładki (krążki) z ulepszonej cieplnie stali narzędziowej (rys. 10.14). Krążki te, o grubości ok. 15 mm i średnicy 25 mm i 30 mm przyklejone są do, odpowiednio, dolnego i górnego końca próbki za pomocą kleju epoksydowego Araldite (CIBA).



Rys. 10.14. Schemat prostopadłościennej próbki skalnej przygotowanej do badań na prawdziwe trójosiowe ściskanie  
Fig. 10.14. Schematic diagram of a cuboidal rock sample prepared for testing under true triaxial compression conditions

Obciążenie poziome działające w kierunku naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) zadawane jest poprzez prostopadłościenne podkładki stalowe o wymiarach  $26,5 \div 28 \times 16,5/22 \times 12$  mm. Celem wyeliminowania tarcia, pomiędzy każdą z podkładek a próbkę wprowadza się pasek cienkiego teflonu. Aby zapobiec penetracji teflonu do skały przy dużych obciążeniach, ścianki próbki zabezpiecza się cienką (0,03 mm) folią miedzianą.



Rys. 10.15. Rozmieszczenie tensometrów na ściankach próbek dla różnych kierunków działania naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) względem płaszczyzn foliacji  
Fig. 10.15. Layout of strain gages on specimen walls for different orientations of intermediate stress ( $\sigma_2$ ) towards the foliation planes

Ścianki próbki wystawione na działanie ciśnienia okólnego oleju oraz wszystkie odsłonięte miejsca próbki pokrywa się kilkumilimetrową warstwą kauczuku silikonowego. Tworzy ona szczelną osłonkę chroniącą przed penetracją cieczy. Wcześniej, na ściankach tych przyklejane są tensometry elektrooporowe do pomiaru odkształceń próbki. W opisywanych badaniach stosowane były tensometry foliowe typu KFC-10-C1-11 (o długości 10 mm i oporności 120  $\Omega$ ) firmy KYOWA Electronic Instruments Co., Ltd, naklejane za pomocą szybkowiążącego kleju tensometrycznego CC-15A. Ich rozmieszczenie na ściankach próbki w zależności od orientacji naprężenia pośredniego i najmniejszego względem płaszczyzn foliacji przedstawione jest na rys. 10.15.

Tensometry elektrooporowe wykorzystywane były w zasadzie do pomiaru odkształceń podłużnych w stadium poprzedzającym zniszczenie próbki. Odkształcenia próbki w stanie pokrytycznym oznaczano na podstawie prowadzonego równocześnie pomiaru



przemieszczenia pionowego tłoka w komorze. Pomiaru tego dokonywałem za pomocą głowicy pomiarowej indukcyjnej z poprzecznym przesuwem trzpienia pomiarowego zainstalowanej na zewnątrz komory. Wyniki korygowałem o oznaczone wcześniej wartości odkształceń tłoka, dynamometru i podkładek próbek.

W czasie trwania eksperymentu prowadzona była za pomocą rejestratora wielopisakowego ciągła rejestracja ciśnienia hydrostatycznego w komorze, obciążenia poziomego w kierunku naprężenia pośredniego, obciążenia pionowego, odkształceń podłużnych mierzonych za pomocą tensometrów elektrooporowych oraz ruchu pionowego tłoka w komorze.

## 10.6. Metodyka badań

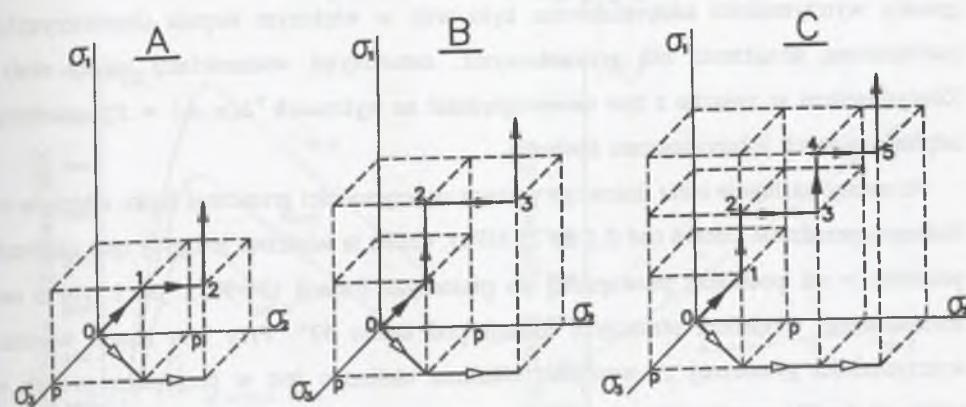
Zasadnicze badania próbek zielonego łupku krystalicznego *Chichibu* w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających poprzedziłem badaniami na jednoosiowe ściskanie i na konwencjonalne trójosiowe ściskanie.

Próby jednoosiowego ściskania przeprowadziłem nie w aparacie trójosiowym, lecz za pomocą standardowej "miękkiej" prasy hydraulicznej. Stosowałem próbki nie o smukłości 2, jak w badaniach trójosiowych, lecz dłuższe, o wysokości 40 mm. Efekt końców zredukowałem wykonując na kontakcie próbki z metalowymi podkładkami epoksydową "szyjkę" pomysłu Mogiego (1966).

W próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania stosowałem ciśnienia okólne równe 25, 50 i 75 MPa.

Badania na prawdziwe trójosiowe ściskanie wykonałem przy najmniejszym naprężeniu głównym  $\sigma_3 = 50,0$  MPa i naprężeniach pośrednich sięgających max. 321,6 MPa (dla  $\beta = 90^\circ$ ), 169,4 MPa (dla  $\beta = 30^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ), 196,5 MPa (dla  $\beta = 30^\circ$ ,  $\omega = 90^\circ$ ) i 231,2 MPa (dla  $\beta = 30^\circ$ ,  $\omega = 45^\circ$ ). W badaniach przy niskich i umiarkowanych naprężeniach pośrednich stosowałem jednostopniowy sposób zadawania obciążenia pionowego (ścieżka **A** na rys. 10.16). W pierwszej kolejności poddawałem próbkę działaniu ciśnienia hydrostatycznego  $p = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 50,0$  MPa, następnie podwyższałem do żądanej wartości naprężenie pośrednie i w końcu, zwiększałem naprężenie największe. W badaniach przy wysokich naprężeniach pośrednich zadawałem naprężenie największe dwu- (ścieżka **B**) a nawet trójstopniowo (ścieżka **C**), zwiększając je na przemian z naprężeniem pośrednim. Przykładowo, dwustopniowo przykładałem obciążenia pionowe do próbki nr 1-15 ( $\beta = 90^\circ$ ) badanej przy naprężeniu

pośrednim  $\sigma_2 = 230,8$  MPa. Trójstopniowo obciążałem w kierunku pionowym próbkę nr 2-14 ( $\beta/\omega = 30^\circ/90^\circ$ ) badaną przy naprężeniu pośrednim  $\sigma_2 = 196,5$  MPa.



Rys. 10.16. Ścieżki obciążania próbek badanych przy niskich (A), umiarkowanych (B) i wysokich (C) naprężeniach pośrednich  
Fig. 10.16. Loading paths of the samples tested at low (A), moderate (B) and high (C) intermediate stress

Obciążenie pionowe przykładane było do próbek tak, żeby prędkość odkształceń podłużnych była mniej więcej stała i wynosiła nie więcej niż  $1 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

## 10.7. Omówienie wyników badań

### 10.7.1. Wytrzymałość graniczna i charakter zniszczenia skały anizotropowej w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężenia

Wyniki badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie próbek blaszkowego łupku krystalicznego *Chichibu* o płaszczyznach foliacji różnie zorientowanych względem kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) przedstawione są, w formie graficznej, na rysunkach 10.17 – 10.19<sup>9</sup>. Są to krzywe naprężenie różnicowe – odkształcenie podłużne odpowiadające różnym wartościom ciśnienia okólnego ( $p$ ), wykresy obrazujące zależność wytrzymałości granicznej oraz spadku naprężenia przy zniszczeniu od ciśnienia okólnego oraz fotografie próbek zniszczonych w próbach ściskania przy ciśnieniu okólnym równym 50 MPa. Fotografie te pokazują ślady płaszczyzn zniszczenia na przeciwległych ściankach próbki.

<sup>9</sup> Odpowiadające tym rysunkom dane liczbowe oraz wiele innych informacji dotyczących warunków eksperymentu i wyników zestawione zostały w tabelach 10.1 – 10.4 w rozdziale 10.7.2.



Należy tu zwrócić uwagę, że próby na jednoosiowe ściskanie przeprowadzone zostały nie w aparacie trójosiowym, lecz za pomocą standardowej, "miękkiej" hydraulicznej prasy wytrzymałościowej. W takiej prasie zachowanie się próbek w stadium po przekroczeniu granicy wytrzymałości zdeterminowane było więc w większym stopniu charakterystyką mechaniczną urządzenia niż przyrodzonymi, naturalnymi właściwościami samej skały. Zdecydowałem w związku z tym nie uwzględniać na wykresach  $f_{\Delta}(\sigma_1 - \sigma_3) = f(p)$  punktów odpowiadających jednoosiowemu ścisaniu.

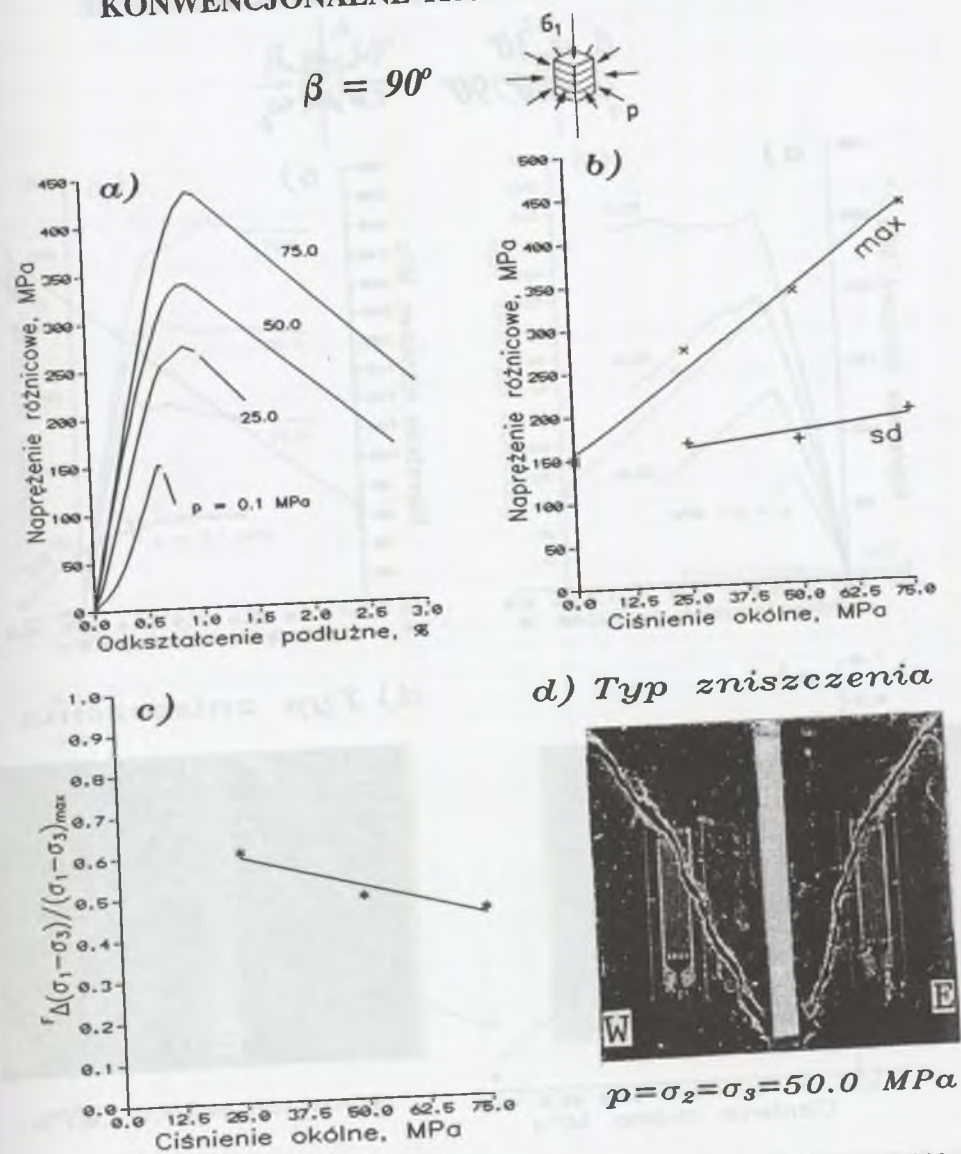
Na uwagę zasługuje efekt liniowego wzrostu wytrzymałości granicznej łupku *Chichibu* w badanym przedziale ciśnień (od 0,1 do 75 MPa). Cecha ta właściwa jest przy tym zarówno próbkom o osi podłużnej prostopadłej do płaszczyzn foliacji ( $\beta=90^\circ$ ), jak i tym o osi zorientowanej względem płaszczyzn foliacji pod kątem  $30^\circ$ . Przy tym tempo wzrostu wytrzymałości granicznej ze wzrostem ciśnienia okólnego jest w przypadku próbek o orientacji  $\beta=90^\circ$  prawie półtora raza większe od tego właściwego próbkom o orientacji  $\beta=30^\circ$ .

Natomiast wytrzymałość graniczna wszystkich próbek o orientacji  $\beta=30^\circ$ , a więc zarówno tych o  $\omega=0^\circ/90^\circ$ , jak i tych o  $\omega=45^\circ$ , jest mniej więcej taka sama; identyczne są również odkształcenia podłużne na granicy wytrzymałości i zależność tych odkształceń od ciśnienia okólnego (por. Kwaśniewski i Mogi, 1990; Fig. 5 i Fig. 6).

Taki sam był również charakter zniszczenia próbek łupku *Chichibu* o kątach  $\omega=0^\circ/90^\circ$  i  $\omega=45^\circ$ . Wszystkie te próbki ulegały zniszczeniu przez ścięcie (poślizg) w płaszczyźnie foliacji. Było to ścięcie w pojedynczej płaszczyźnie (typ zniszczenia SS), ścięcie w dwu równoległych płaszczyznach (DPS) lub ścięcie w kilku równoległych płaszczyznach (MPS); zob. rys. 10.18d i 10.19d.

Pewne różnice w zachowaniu się próbek łupku *Chichibu* o kątach  $\omega=0^\circ/90^\circ$  i  $\omega=45^\circ$  ( $\beta=30^\circ$ ) obserwowane są dopiero w stanie pokrytycznym: podczas gdy próbki o  $\omega=45^\circ$  ulegały zniszczeniu przez poślizg w płaszczyźnie(-ach) foliacji niemal bez spadku naprężenia (rys. 10.19a i 10.19b), to zniszczeniu próbek o  $\omega=0^\circ/90^\circ$  towarzyszył spadek naprężenia równy pięćdziesięciu-sześćdziesięciu megapaskalom przy umiarkowanych, równych 25 i 50 MPa, ciśnieniach okólnych i malejący do kilku megapaskali przy ciśnieniu równym 75 MPa (rys. 10.18a i 10.18b). Silnie malały również ze wzrostem ciśnienia okólnego spadki naprężenia względne, to znaczy te odniesione do maksymalnego naprężenia różnicowego (rys. 10.18c i 10.19c). Jak niskie były one w porównaniu z tymi właściwymi próbkom obciążanym

## KONWENCJONALNE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE



Rys. 10.17. Wyniki badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta=90^\circ$  na konwencjonalne trójosiowe ściskanie: (a) Krzywe naprężenie-odkształcenie przy różnych ciśnieniach okólnych ( $p$ ); (b) Zależność wytrzymałości granicznej ( $max$ ) i spadku naprężenia przy zniszczeniu ( $sd$ ) od ciśnienia okólnego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem naprężenia a ciśnieniem okólnym; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy ciśnieniu okólnym równym 50 MPa

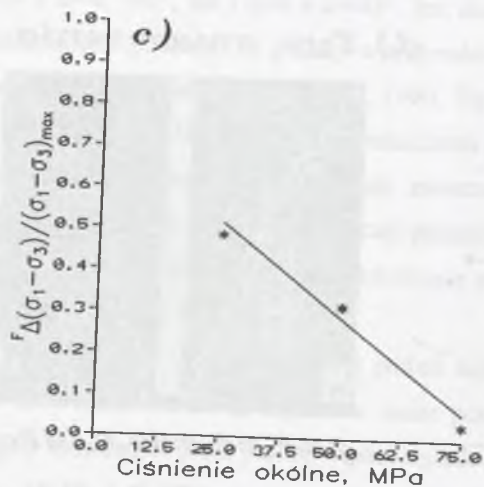
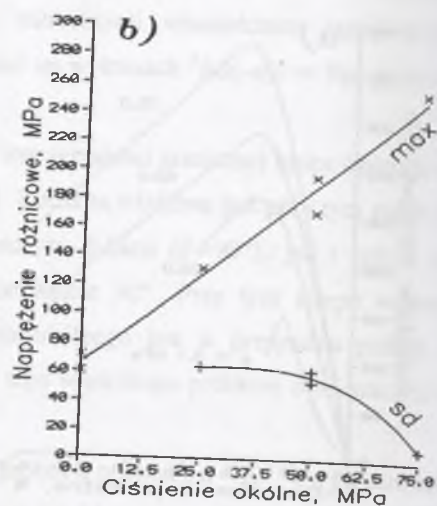
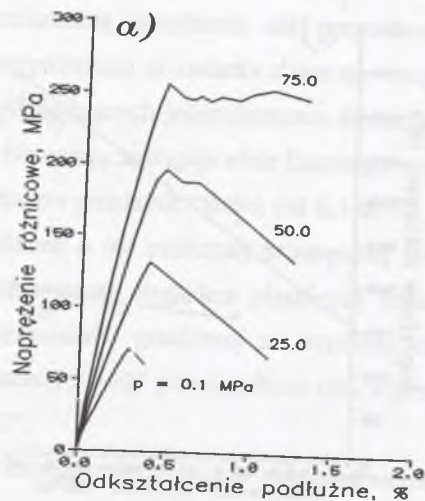
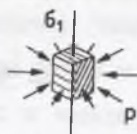
Fig. 10.17. Results of conventional triaxial compression tests of *Chichibu* schist with the maximum principal stress ( $\sigma_1$ ) oriented to the planes of foliation at angle  $\beta=90^\circ$ : (a) Stress-strain curves for different confining pressures ( $p$ ); (b) Dependence of ultimate strength ( $max$ ) and stress drop at failure ( $sd$ ) on confining pressure; (c) Dependence between the relative stress drop and the confining pressure; (d) Gross-fracture pattern of the sample tested at 50 MPa confining pressure



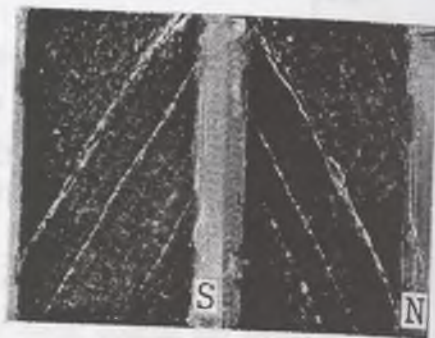
## KONWENCJONALNE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE

$$\beta = 30^\circ$$

$$\omega = 0^\circ/90^\circ$$



d) Typ zniszczenia



$$p = \sigma_2 = \sigma_3 = 50.0 \text{ MPa}$$

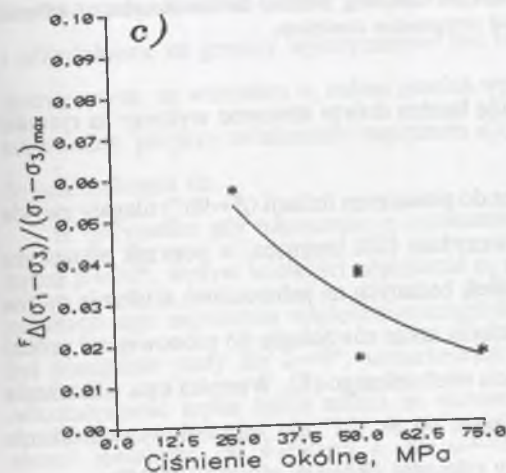
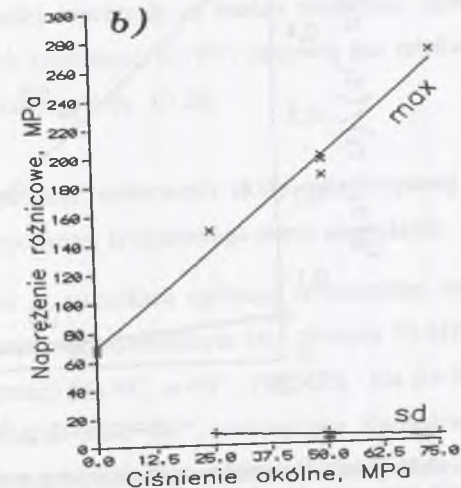
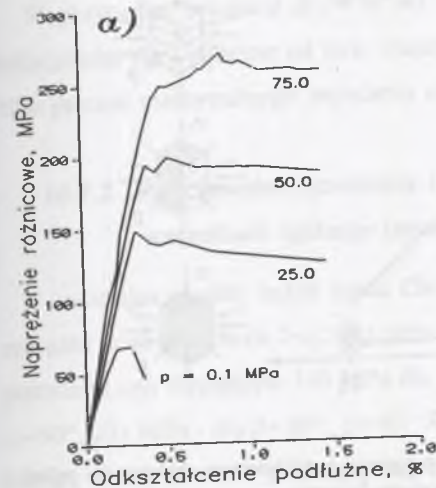
Rys. 10.18. Wyniki badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta=30^\circ$ ,  $\omega=0^\circ/90^\circ$  na konwencjonalne trójosiowe ściskanie: (a) Krzywe naprężenie–odkształcenie przy różnych ciśnieniach okólnych ( $p$ ); (b) Zależność wytrzymałości granicznej ( $max$ ) i spadku naprężenia przy zniszczeniu ( $sd$ ) od ciśnienia okólnego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem naprężenia a ciśnieniem okólnym; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy ciśnieniu okólnym równym 50 MPa

Fig. 10.18. Results of conventional triaxial compression tests of *Chichibu* schist with the maximum principal stress ( $\sigma_1$ ) oriented to the planes of foliation at angle  $\beta=30^\circ$ , and  $\omega=0^\circ/90^\circ$ : (a) Stress-strain curves for different confining pressures ( $p$ ); (b) Dependence of ultimate strength ( $max$ ) and stress drop at failure ( $sd$ ) on confining pressure; (c) Dependence between the relative stress drop and the confining pressure; (d) Gross-fracture pattern of the sample tested at 50 MPa confining pressure

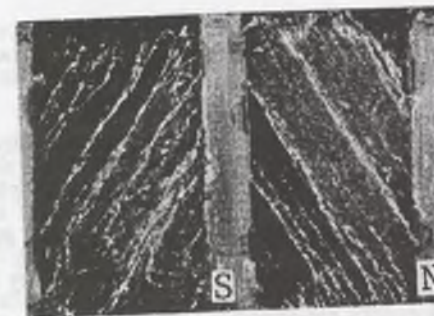
## KONWENCJONALNE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE

$$\beta = 30^\circ$$

$$\omega = 45^\circ$$



d) Typ zniszczenia

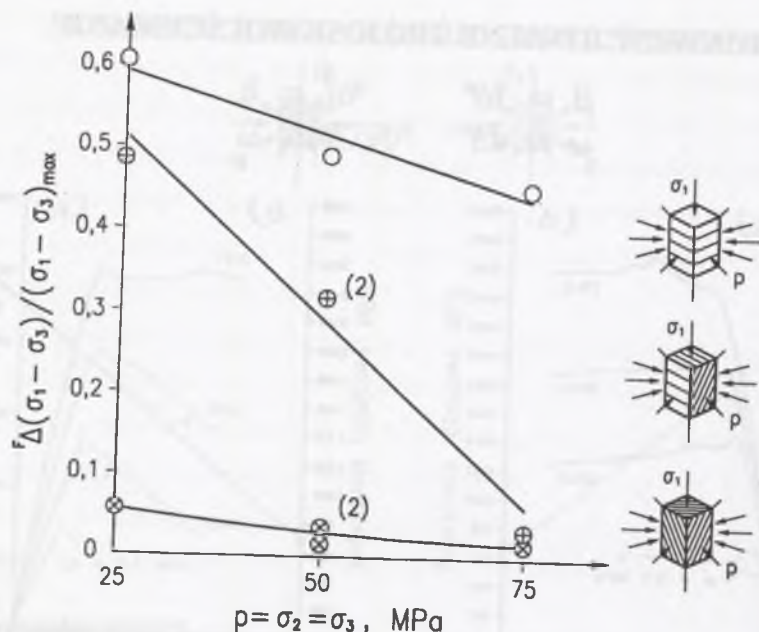


$$p = \sigma_2 = \sigma_3 = 50.0 \text{ MPa}$$

Rys. 10.19. Wyniki badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta=30^\circ$ ,  $\omega=45^\circ$  na konwencjonalne trójosiowe ściskanie: (a) Krzywe naprężenie–odkształcenie przy różnych ciśnieniach okólnych ( $p$ ); (b) Zależność wytrzymałości granicznej ( $max$ ) i spadku naprężenia przy zniszczeniu ( $sd$ ) od ciśnienia okólnego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem naprężenia a ciśnieniem okólnym; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy ciśnieniu okólnym równym 50 MPa

Fig. 10.19. Results of conventional triaxial compression tests of *Chichibu* schist with the maximum principal stress ( $\sigma_1$ ) oriented to the planes of foliation at angle  $\beta=30^\circ$ , and  $\omega=45^\circ$ : (a) Stress-strain curves for different confining pressures ( $p$ ); (b) Dependence of ultimate strength ( $max$ ) and stress drop at failure ( $sd$ ) on confining pressure; (c) Dependence between the relative stress drop and the confining pressure; (d) Gross-fracture pattern of the sample tested at 50 MPa confining pressure





Rys. 10.20. Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem naprężenia a ciśnieniem okólnym dla próbek o różnych orientacjach  $\beta$  i  $\omega$  badanych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie  
 Fig. 10.20. Relation between relative stress drop and the confining pressure for the samples of different orientations  $\beta$  and  $\omega$  tested under conventional triaxial compression conditions

prostopadle do płaszczyzn osłabienia, pokazują bardzo dobrze stosowne wykresy na rysunku 10.20.

Próbki obciążane w kierunku prostopadłym do płaszczyzn foliacji ( $\beta=90^\circ$ ) ulegały zwykle zniszczeniu przez ścięcie w pojedynczej płaszczyźnie (SS) biegnącej w poprzek płaszczyzn osłabienia. Jedynie w przypadku jednej z próbek badanych na jednoosiowe ściskanie można było wyróżnić oprócz ukośnej płaszczyzny ścięcia także równoległą do pionowej osi próbki (i kierunku naprężenia  $\sigma_1$ ) płaszczyznę pęknięcia rozdzielczego (E). Wartości kąta zniszczenia ( $\theta$ ) rosły liniowo ze wzrostem ciśnienia okólnego od ok.  $21^\circ$  dla jednoosiowego ściskania ( $p=0,1$  MPa) do ok.  $32,5^\circ$  dla ściskania przy ciśnieniu okólnym równym 75 MPa.

Zniszczeniu próbek o orientacji  $\beta=90^\circ$  towarzyszył zawsze spadek naprężenia gwałtowny i bardzo duży, sięgający dwustu megapaskali (jak w przypadku próbki badanej przy ciśnieniu 75,0 MPa (rys. 10.17b)). Wartości bezwzględne spadku naprężenia lekko rosną ze wzrostem ciśnienia okólnego, jednak wobec znacznie większego tempa wzrostu wytrzymałości granicznej (por. rys. 10.17b) wartości stosunku  $F\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$  maleją (por. rys. 10.17c i rys. 10.20) od ok. 0,6 dla  $p=25$  MPa do ok. 0,45 dla  $p=75$  MPa.

Jeszcze szybciej, od ok. 0,5 dla  $p=25$  MPa do ok. 0,1 dla  $p=75$  MPa, maleją wartości stosunku  $F\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$  w przypadku próbek o orientacji  $\beta=30^\circ$ ,  $\omega=0^\circ/90^\circ$ . Te spadki naprężenia są przy tym kilka razy mniejsze od tych towarzyszących zniszczeniu próbek o orientacji  $\beta=90^\circ$ .

W przypadku orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/45^\circ$  spadki naprężenia są bardzo niewielkie, nawet kilkadziesiąt razy mniejsze od tych właściwych kierunkowi  $\beta=90^\circ$ ; stanowią one zaledwie kilka procent maksymalnego naprężenia różnicowego (rys. 10.20).

### 10.7.2. Wytrzymałość graniczna i charakter zniszczenia skały anizotropowej w warunkach ogólnego (asymetrycznego) trójosiowego stanu naprężenia

Analizując wyniki badań łupku *Chichibu* w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) przy naprężeniu najmniejszym ( $\sigma_3$ ) równym 50 MPa i pośrednim ( $\sigma_2$ ) sięgającym 169 MPa dla orientacji  $\beta=30^\circ$ ,  $\omega=0^\circ$ , 196 MPa - dla  $\beta=30^\circ$ ,  $\omega=90^\circ$ , 231 MPa - dla  $\beta=30^\circ$ ,  $\omega=45^\circ$  i 322 MPa - dla  $\beta=90^\circ$ , ustalono (por. Kwaśniewski i Mogi, 1990), że w przypadku gdy naprężenie największe ( $\sigma_1$ ) zorientowane jest prostopadle do płaszczyzn osłabienia ( $\beta=90^\circ$ ), wpływ naprężenia pośredniego na wytrzymałość graniczną i odkształcenie na granicy wytrzymałości jest bardzo podobny do tego właściwego skałom izotropowym: ze wzrostem  $\sigma_2$  rośnie granica wytrzymałości skały (nie jest to jednak wzrost tak znaczny, jak przy zwiększaniu naprężenia  $\sigma_3$ ), maleje natomiast skłonność (zdolność) skały do odkształcania się.

W przypadku gdy naprężenie  $\sigma_1$  zorientowane było względem płaszczyzn foliacji pod kątem  $\beta=30^\circ$ , wpływ wielkości naprężenia  $\sigma_2$  na wytrzymałość bardzo wyraźnie zależał od orientacji tego naprężenia względem rozciągłości płaszczyzn foliacji, czyli od kąta  $\omega$ . I tak, był pomijalnie mały dla  $\omega=0^\circ$ , umiarkowany dla  $\omega=45^\circ$  i duży dla  $\omega=90^\circ$ . Natomiast odkształcalność łupku lekko malała ze wzrostem naprężenia pośredniego dla  $\omega=0^\circ$ , była niemal niezależna od wielkości  $\sigma_2$  dla  $\omega=45^\circ$  i bardzo silnie rosła dla  $\omega=90^\circ$  (patrz Kwaśniewski i Mogi, 1990; Fig. 8 i Fig. 9). Efekty te dostrzegalne są także na rysunkach 10.21 - 10.24(a) i (b). (Proszę zwrócić przy tym uwagę, że krzywe naprężenie - odkształcenie próbek obciążanych według ścieżek różnych od ścieżki A (por. rys. 10.16) oznaczone są na rysunkach 10.21 - 10.24(a) stosownymi oznaczeniami literowymi B i C.)

Jak wiadomo z badań na próbkach skał izotropowych (por. rozdział 10.2.1), płaszczyzna zniszczenia (ścięcia) jest zwykle równoległa do kierunku naprężenia  $\sigma_2$ . W badaniach



Zestawienie wyników badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta=90^\circ$  na trójosiowe ściskanie

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne $\sigma_3$ MPa	Pośrednie naprężenie główne $\sigma_2$ MPa	Różnica naprężeń $\sigma_2-\sigma_3$ MPa	Wytrzymałość graniczna $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ MPa	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia $\theta$ deg	Prędkość naprężeń MPa/s	Prędkość odkształcania $10^{-6}/s$	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$ deg
					$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I-1-1	0,0	0,0	0,0	147,99	a	1,0	E/E/S <sup>3</sup>	0/14/36	0,10	4,30	
I-1-2	0,0	0,0	0,0	151,27	a	1,0	S	32,5	0,25	10,02	
1-14	25,0	25,0	0,0	273,64	165,72	0,606	S	27 (23 - 33)	0,35	10,99 <sup>4</sup>	
1-1	50,0	50,0	0,0	338,58	166,29	0,491	S	27 (23 - 37)	0,20	5,49	
1-4	75,0	75,0	0,0	434,67	196,69	0,452	S	33 (24 - 40)	0,44	9,44 <sup>4</sup>	
1-17	50,0	72,1	22,1	401,64	97,03	0,242	S	42 (39 - 45)	0,38	8,51	$\sigma_2$
1-16	50,0	75,4	25,3	443,11	131,76	0,297	S	34	0,35	7,82	$\sigma_2$
1-11	50,0	104,7	54,5	457,94	293,34	0,641	S	43,5 (38 - 46)	0,35	8,18	$\sigma_2$
1-8	50,0	150,3	100,2	488,16	319,06	0,654	S	33 - 35	0,20	3,88	$\sigma_2$

c.d. tabeli 10.1

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne $\sigma_3$ MPa	Pośrednie naprężenie główne $\sigma_2$ MPa	Różnica naprężeń $\sigma_2-\sigma_3$ MPa	Wytrzymałość graniczna $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ MPa	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia $\theta$ deg	Prędkość naprężeń MPa/s	Prędkość odkształcania $10^{-6}/s$	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$ deg
					$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1-6	50,0	195,7	145,5	534,89	356,96	0,667	S	23 (23 - 30)	0,38	7,19	$\sigma_2$
1-15	50,0	230,8 <sup>1</sup>	180,7	521,75	368,79	0,707	S	33 (33 - 41)	0,58	11,58	$\sigma_2$
1-7	50,0	253,5	203,4	505,23	310,42	0,614	S	14 - 35	0,48	8,16	$\sigma_2$
1-12	50,0	321,6 <sup>2</sup>	271,8	529,26	337,45	0,638	S	35 (28 - 45)	0,58	9,88	$\sigma_2$

**Objaśnienia:** a - Próby jednoosiowego ściskania przeprowadzono za pomocą niewielkiej "miękkiej" prasy hydraulicznej; po przekroczeniu granicy wytrzymałości następowało gwałtowne zniszczenie próbki i spadek naprężenia do zera.  
 1 - W tej próbie po poddaniu próbki działaniu ciśnienia hydrostatycznego  $p=\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=50,0$  MPa, w pierwszej kolejności obciążono próbkę w kierunku pionowym zwiększając naprężenie osiowe  $\sigma_1$  (największe naprężenie główne) do 113,8 MPa, a dopiero następnie podwyższono naprężenie pośrednie  $\sigma_2$  do żądanej wartości 230,8 MPa (ścieżka B; por. rys. 10.16).  
 2 - W tej próbie po poddaniu próbki działaniu ciśnienia hydrostatycznego  $p=\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=50,0$  MPa, w pierwszej kolejności obciążono próbkę w kierunku pionowym zwiększając naprężenie osiowe  $\sigma_1$  (największe naprężenie główne) do 162,6 MPa, a dopiero następnie podwyższono naprężenie pośrednie  $\sigma_2$  do żądanej wartości 321,6 MPa (ścieżka B).  
 3 - E oznacza pęknięcie rozdzielcze, S - pęknięcie ścięciowe.  
 4 - Podczas tej próby nie zachowano dokładnie stałej prędkości odkształcania; ta wartość jest wartością przeciętną w przedziale naprężeń różnicowych od 0,0 MPa do granicy wytrzymałości.



Zestawienie wyników badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/0^\circ$  na trójosiowe ściskanie

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne $\sigma_3$ MPa	Pośrednie naprężenie główne $\sigma_2$ MPa	Różnica naprężeń $\sigma_2-\sigma_3$ MPa	Wytrzymałość graniczna $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ MPa	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia $\theta$ deg	Prędkość naprężeń MPa/s	Prędkość odkształcania $10^{-6}/s$	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$ deg
					$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I-2-1	0,0	0,0	0,0	60,24	a	1,0	SS <sup>1</sup>	30	0,17	6,80	
I-2-2	0,0	0,0	0,0	71,32	a	1,0	KB <sup>2</sup>	30/120	0,09	3,55	
2-3	25,0	25,0	0,0	131,38	63,72	0,485	SS	30	0,36	10,66	
2-9	50,0	50,0	0,0	196,59	(62,49)	0,318	MS <sup>3</sup>	30	0,38	9,14 <sup>4</sup>	
2-5	50,0	50,0	0,0	171,73	54,52	0,317	SS	30	0,29	6,98	
2-10	75,0	75,0	0,0	255,90	8,72	0,034	MS	30	0,63	11,24	
2-16	50,0	87,1	37,0	178,30	45,05	0,253	SS	30	0,41	9,68	$\sigma_2$
2-4	50,0	101,0	50,9	159,25	52,27	0,328	SS	30	0,45	9,04	$\sigma_2$
2-15	50,0	123,1	72,9	161,22	41,39	0,257	SS	30	0,43	9,58	$\sigma_2$

c.d. tabeli 10.2

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne $\sigma_3$ MPa	Pośrednie naprężenie główne $\sigma_2$ MPa	Różnica naprężeń $\sigma_2-\sigma_3$ MPa	Wytrzymałość graniczna $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ MPa	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia $\theta$ deg	Prędkość naprężeń MPa/s	Prędkość odkształcania $10^{-6}/s$	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$ deg
					$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2-2	50,0	134,9	84,8	192,37	(25,52)	0,133	DPS <sup>5</sup>	30	0,48	8,86	$\sigma_2$
2-11	50,0	169,4	119,2	177,92	33,22	0,187	SS	30	0,54	10,29	$\sigma_2$

Objaśnienia: a - Próby jednoosiowego ściskania przeprowadzono za pomocą niewielkiej "miękkiej" prasy hydraulicznej; po przekroczeniu granicy wytrzymałości nastąpiło gwałtowne zniszczenie próbki i spadek naprężenia do zera.

1 - SS oznacza zniszczenie przez ścięcie w pojedynczej płaszczyźnie.

2 - KB oznacza lokalne ścinanie połączone z formowaniem się pasma kolankowego.

3 - MS oznacza zniszczenie przez ścięcie w wielu płaszczyznach.

4 - Podczas tej próby nie zachowano dokładnie stałej prędkości odkształcania; ta wartość jest wartością przeciętną w przedziale naprężeń różnicowych od 0,0 MPa do granicy wytrzymałości.

5 - DPS oznacza zniszczenie przez ścięcie w dwóch płaszczyznach wzajemnie równoległych.



Zestawienie wyników badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/45^\circ$  na trójosiowe ściskanie

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne	Pośrednie naprężenie główne	Różnica naprężeń	Wytrzymałość graniczna	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia	Prędkość naprężeń	Prędkość odkształcania	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$
					$(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$					
1	$\sigma_3$ MPa	$\sigma_2$ MPa	$\sigma_2-\sigma_3$ MPa	$(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$	8	$\theta$ deg	MPa/s	$10^{-4}/s$	deg
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I-3-1	0,0	0,0	0,0	69,07	a	1,0	DPS <sup>4</sup>	30	0,17	6,73	
I-3-2	0,0	0,0	0,0	66,91	a	1,0	DPS	30	0,13	4,77	
3-2	25,0	25,0	0,0	148,83	8,45	0,057	MPS <sup>5</sup>	30	0,33	7,08	
3-6	50,0	50,0	0,0	199,78	7,13	0,036	MPS	30	0,37	9,53 <sup>8</sup>	
3-1	50,0	50,0	0,0	196,78	7,32	0,037	MPS	30	0,47	9,80	
3-3	50,0	50,0	0,0	185,52	2,91	0,016	SS <sup>6</sup>	30	0,44	7,66	
3-22	75,0	75,0	0,0	270,92	4,60	0,017	7	(30)	0,35	11,04	
3-24	50,0	56,3	6,1	228,03	2,91	0,013	DPS	30	0,44	9,60	45 $\sigma_2$
3-23	50,0	70,4	20,3	244,27	5,92	0,024	DPS	30	0,52	8,68	45 $\sigma_2$
3-13	50,0	98,2	48,0	252,90	(14,55)	(0,058)	MPS	30	0,27	9,24 <sup>8</sup>	45 $\sigma_2$
3-15	50,0	146,5	96,6	273,92	56,02	0,205	SS	30	0,53	9,57	45 $\sigma_2$
3-16	50,0	170,3	120,1	274,29	60,33	0,220	SS	30	0,55	9,99	45 $\sigma_2$
3-19	50,0	183,0 <sup>1</sup>	133,0	258,72	45,14	0,174	SS	30	0,66	10,80	45 $\sigma_2$

c.d. tabeli 10.3

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne	Pośrednie naprężenie główne	Różnica naprężeń	Wytrzymałość graniczna	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia	Prędkość naprężeń	Prędkość odkształcania	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$
					$(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$					
1	$\sigma_3$ MPa	$\sigma_2$ MPa	$\sigma_2-\sigma_3$ MPa	$(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}$	8	$\theta$ deg	MPa/s	$10^{-4}/s$	deg
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3-17	50,0	206,6 <sup>2</sup>	156,5	330,32	35,85	0,109	DPS	30	0,68	10,82	45 $\sigma_2$
3-12	50,0	206,8	156,9	274,01	(21,39)	(0,078)	MPS	30	0,36	6,50	45 $\sigma_2$
3-18	50,0	231,2 <sup>3</sup>	181,2	267,54	(36,98)	(0,138)	SS	30	0,92	11,91	45 $\sigma_2$

**Objaśnienia:** a - Próby jednoosiowego ściskania przeprowadzono za pomocą niewielkiej "miękkiej" prasy hydraulicznej; po przekroczeniu granicy wytrzymałości następowało gwałtowne zniszczenie próbki i spadek naprężenia do zera.

1 - W tej próbie po poddaniu próbki działaniu ciśnienia hydrostatycznego  $p=\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=50,0$  MPa, w pierwszej kolejności obciążono próbkę w kierunku pionowym zwiększając naprężenie osiowe  $\sigma_1$  (największe naprężenie główne) do 119,4 MPa, a dopiero następnie podwyższono naprężenie pośrednie  $\sigma_2$  do 183,0 MPa (ścieżka B; por. rys. 10.16).

2 - W tej próbie po poddaniu próbki działaniu ciśnienia hydrostatycznego  $p=\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=50,0$  MPa, w pierwszej kolejności obciążono próbkę w kierunku pionowym zwiększając naprężenie osiowe  $\sigma_1$  (największe naprężenie główne) do 120,4 MPa, a dopiero następnie podwyższono naprężenie pośrednie  $\sigma_2$  do 206,6 MPa (ścieżka B).

3 - W tej próbie po poddaniu próbki działaniu ciśnienia hydrostatycznego  $p=\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=50,0$  MPa, w pierwszej kolejności obciążono próbkę w kierunku pionowym zwiększając naprężenie osiowe  $\sigma_1$  (największe naprężenie główne) do 119,2 MPa, następnie zadano naprężenie pośrednie  $\sigma_2$  do 161,4 MPa, z kolei zwiększono naprężenie  $\sigma_1$  do 189,1 MPa i po raz drugi podwyższono naprężenie pośrednie, tym razem do wartości ostatecznej równej 231,2 MPa (ścieżka C).

4 - DPS oznacza zniszczenie przez ściecie w dwóch płaszczyznach wzajemnie równoległych.

5 - MPS oznacza zniszczenie przez ściecie w wielu płaszczyznach wzajemnie równoległych.

6 - SS oznacza zniszczenie przez ściecie w jednej płaszczyźnie.

7 - W protokole z badań nie zanotowano informacji na ten temat.

8 - Podczas tej próby nie zachowano dokładnie stałej prędkości odkształcania; dana wartość jest przeciętną wartością prędkości odkształcania.



Zestawienie wyników badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$  na trójosiowe ściskanie

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne $\sigma_3$ MPa	Pośrednie naprężenie główne $\sigma_2$ MPa	Różnica naprężeń $\sigma_2-\sigma_3$ MPa	Wytrzymałość graniczna $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ MPa	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia $\theta$ deg	Prędkość naprężeń MPa/s	Prędkość odkształcania $10^{-6}/s$	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$ deg
					$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I-2-1	0,0	0,0	0,0	60,24	a	1,0	SS <sup>2</sup>	30	0,17	6,80	
I-2-2	0,0	0,0	0,0	71,32	a	1,0	KB <sup>3</sup>	30/120	0,09	3,55	
2-3	25,0	25,0	0,0	131,38	63,72	0,485	SS	30	0,36	10,66	
2-9	50,0	50,0	0,0	196,59	(62,49)	(0,318)	MPS <sup>4</sup>	30	0,38	9,14 <sup>6</sup>	
2-5	50,0	50,0	0,0	171,73	54,52	0,317	SS	30	0,29	6,98	
2-10	75,0	75,0	0,0	255,90	8,72	0,034	MPS	30	0,63	11,24	
2-6	50,0	86,4	36,4	265,10	24,21	0,091	SS	30	0,46	10,02	$\sigma_3$
2-12	50,0	98,9	48,7	275,61	7,04	0,026	SS	30	0,35	8,12	$\sigma_3$
2-1	50,0	122,4	72,4	351,24	13,98	0,040	SS	30	0,36	8,34	$\sigma_3$

c.d. tabeli 10.4

Nr próbki	Najmniejsze naprężenie główne $\sigma_3$ MPa	Pośrednie naprężenie główne $\sigma_2$ MPa	Różnica naprężeń $\sigma_2-\sigma_3$ MPa	Wytrzymałość graniczna $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ MPa	Spadek naprężenia przy zniszczeniu		Typ zniszczenia	Kąt zniszczenia $\theta$ deg	Prędkość naprężeń MPa/s	Prędkość odkształcania $10^{-6}/s$	Orientacja płaszczyzny pęknięcia względem kierunku $\sigma_2$ lub $\sigma_3$ deg
					$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$ MPa	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2-7	50,0	158,3	108,0	400,60	13,05	0,033	SS	30	0,45	9,70	$\sigma_3$
2-8	50,0	158,6	180,6	443,49	12,39	0,028	SS	30	0,45	10,10	$\sigma_3$
2-13	50,0	195,0	144,8	382,87	25,34	0,066	DS <sup>5</sup>	1 - 30	0,26	10,86	1 -    $\sigma_3$ 2 -    $\sigma_3, \sigma_2$
2-14	50,0	196,5 <sup>1</sup>	146,5	390,19	24,96	0,064	DS	1 - 30	0,25	(9,73)	1 -    $\sigma_3$ 2 -    $\sigma_3, \sigma_2$

**Objaśnienia:** a - Próby jednoosiowego ściskania przeprowadzono za pomocą niewielkiej "miękkiej" prasy hydraulicznej; po przekroczeniu granicy wytrzymałości następowało gwałtowne zniszczenie próbki i spadek naprężenia do zera.

1 - W tej próbie pośrednie naprężenie główne  $\sigma_2$  zwiększono w próbce od 50,0 MPa do 196,5 MPa w dwóch etapach: 1 - do 126,4 MPa przy naprężeniu osiowym (największym naprężeniu głównym)  $\sigma_1$  równym 105,0 MPa i 2 - do 196,5 MPa przy naprężeniu osiowym równym 170,1 MPa (ścieżka C; por. rys. 10.16).

2 - SS oznacza zniszczenie przez ściecie w jednej płaszczyźnie.

3 - KB oznacza lokalne ścinanie połączone z formowaniem się pasma kolankowego.

4 - MPS oznacza zniszczenie przez ściecie w wielu płaszczyznach wzajemnie równoległych.

5 - DS oznacza zniszczenie przez ściecie w dwu płaszczyznach.

6 - Podczas tej próby nie zachowano dokładnie stałej prędkości odkształcania; ta wartość jest wartością przeciętną.

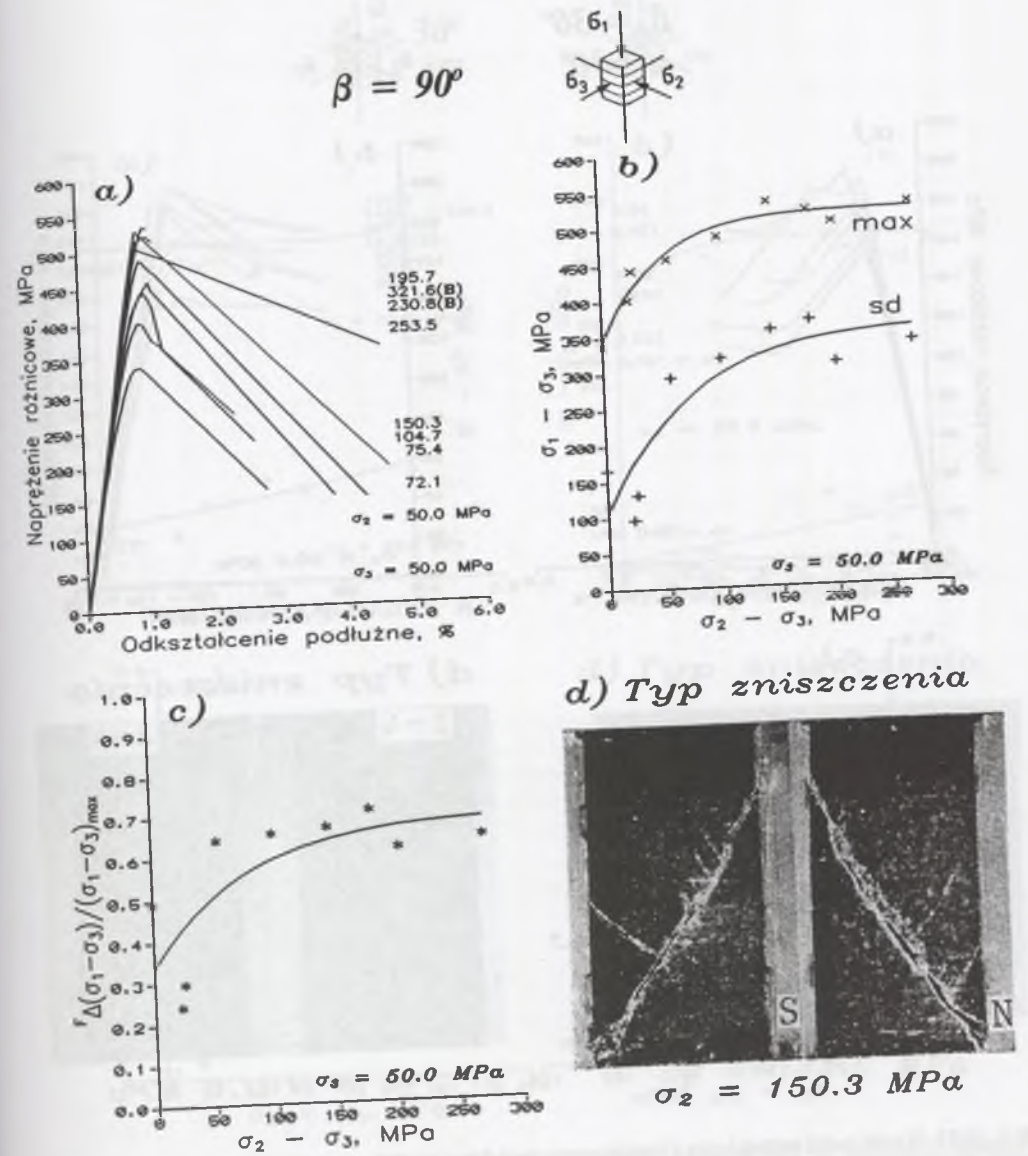


blaszkowatego, anizotropowego łupku *Chichibu* taki efekt zaobserwowałem w zasadzie tylko w przypadku próbek o osi podłużnej zorientowanej prostopadle do płaszczyzn foliacji ( $\beta=90^\circ$ ). Próbki te ulegały zniszczeniu przez ściecie w pojedynczej płaszczyźnie (SS; por. rys. 10.21d), przecinającej w poprzek płaszczyzny osłabienia. Kąt zniszczenia lekko malał w miarę zwiększania, w kolejnych próbach, naprężenia pośredniego, zmieniając się w przybliżeniu liniowo od wartości równej ok.  $37^\circ$  (dla  $\sigma_2=50,0$  MPa) do ok.  $31^\circ$  (dla  $\sigma_2=321,6$  MPa).

Próbki o orientacjach  $\beta/\omega=30^\circ/0^\circ$ ,  $30^\circ/45^\circ$  i  $30^\circ/90^\circ$  ulegały zniszczeniu przez ściecie i poślizg w płaszczyźnie(-ach) foliacji. Tak więc kąt zniszczenia ( $\theta$ ) tych próbek był taki sam, jak kąt  $\beta$  ( $\theta = \beta$ ), a orientacja płaszczyzny zniszczenia względem kierunku naprężenia pośredniego była określona kątem  $\omega$ . I tak, w przypadku  $\beta/\omega=30^\circ/0^\circ$ , a więc gdy największe naprężenie główne było zorientowane względem płaszczyzn foliacji pod kątem  $30^\circ$ , a kierunek naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) był do rozciągłości płaszczyzn foliacji równoległy, płaszczyzny zniszczenia również były równoległe do kierunku tego naprężenia (rys. 10.22d; SS). W przypadku  $\beta/\omega=30^\circ/45^\circ$  rozciągłość płaszczyzn zniszczenia układała się względem kierunku naprężenia pośredniego (i najmniejszego ( $\sigma_3$ )) pod kątem  $45^\circ$  (rys. 10.23d; SS). W przypadku zaś  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$  płaszczyzny zniszczenia były równoległe nie do kierunku naprężenia pośredniego, lecz do kierunku naprężenia najmniejszego (rys. 10.24d; SS).

W warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania próbki o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$  (podobnie zresztą, jak i próbki o orientacji  $30^\circ/0^\circ$  i  $30^\circ/45^\circ$ ) ulegały zniszczeniu przez ściecie w płaszczyźnie(-znach) osłabienia jedynie. Wyjątkiem były tu próbki nr 2-13 i 2-14 badane przy wysokich, równych odpowiednio 195,0 i 196,5 MPa, naprężeniach pośrednich (patrz krzywe naprężenie–odkształcenie na rysunku 10.24a). Były to naprężenia blisko 3-krotnie większe od właściwej kierunkowi  $\beta=30^\circ$  wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie. W przypadku próbki nr 2-13 obciążenie w kierunku naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) oraz obciążenie pionowe (naprężenie  $\sigma_1$ ) przykładane (zadawane) były jednostopniowo (ścieżka A na rysunku 10.16). Ścieżka obciążania próbki nr 2-14 była bardziej złożona (C na rysunku 10.16). Po poddaniu tej próbki działaniu hydrostatycznego stanu naprężenia ( $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=p=50,0$  MPa), w pierwszej kolejności obciążałem ją w kierunku pionowym zwiększając naprężenie osiowe (największe przyłożone naprężenie główne ( $\sigma_1$ )) do 105,0 MPa, następnie zadałem, do ok. 126 MPa, naprężenie pośrednie ( $\sigma_2$ ), po czym zwiększyłem naprężenie  $\sigma_1$  do ok. 170 MPa, po raz drugi podwyższyłem naprężenie pośrednie - tym razem

## PRAWDZIWE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE



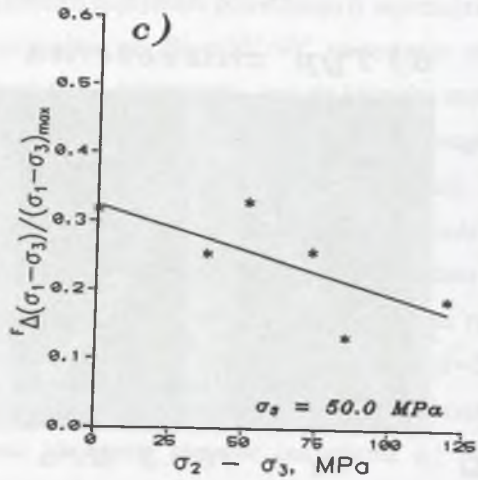
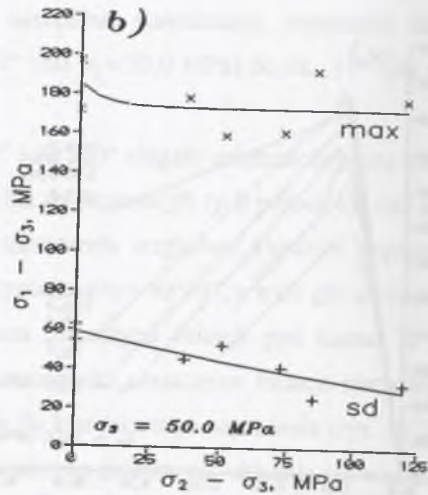
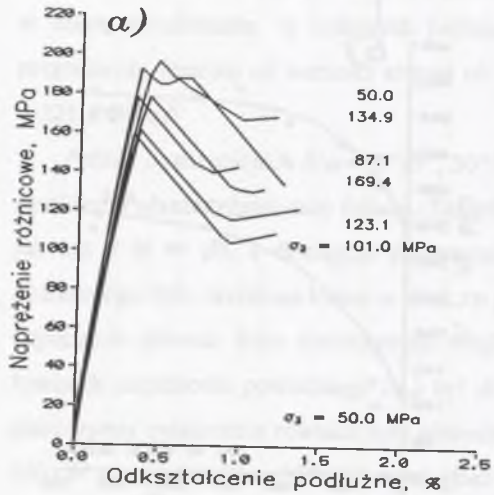
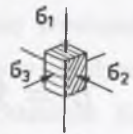
Rys. 10.21. Wyniki badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta=90^\circ$  w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających: (a) Krzywe naprężenie–odkształcenie dla różnych wartości naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ); (b) Zależność największego naprężenia różnicowego ( $max$ ) i spadku naprężenia przy zniszczeniu ( $sd$ ) od naprężenia pośredniego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem naprężenia a naprężeniem pośrednim; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy naprężeniu pośrednim równym 150,3 MPa

Fig. 10.21. Test results of the samples of *Chichibu* schist of the orientation  $\beta=90^\circ$  in the conditions of true triaxial state of compressive stresses: (a) Stress-strain curves for different values of intermediate stress ( $\sigma_2$ ); (b) Dependence of the maximum differential stress ( $max$ ) and the stress drop at failure ( $sd$ ) on  $\sigma_2$ ; (c) Dependence of the normalized maximum differential stress and  $\sigma_2$ ; (d) Gross-fracture pattern of the sample tested at  $\sigma_2=150.3$  MPa

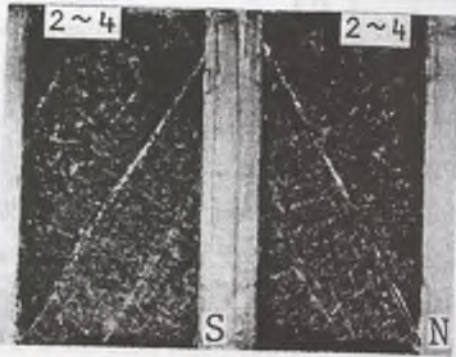


PRAWDZIWE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE

$\beta = 30^\circ$   
 $\omega = 0^\circ$



d) Typ zniszczenia



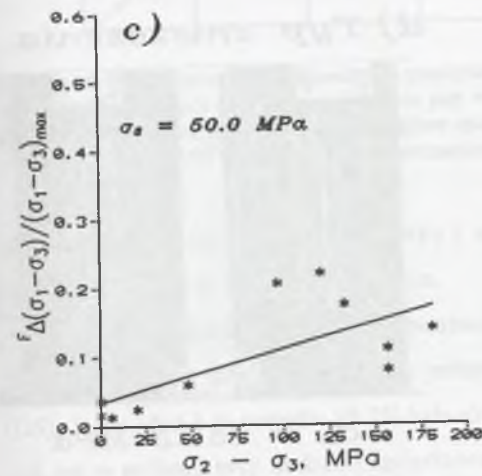
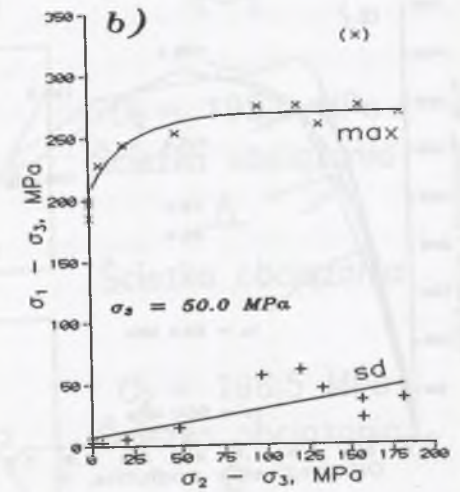
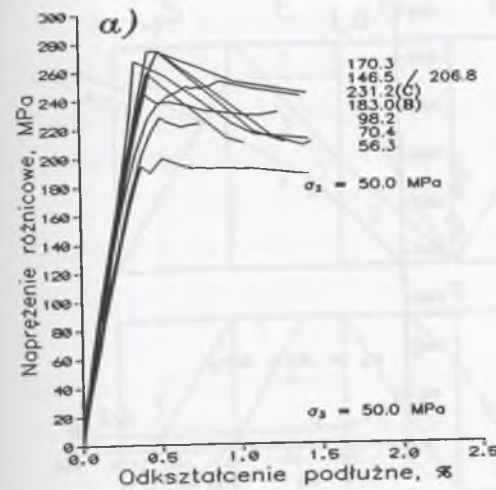
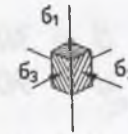
$\sigma_2 = 101.0 \text{ MPa}$

Rys. 10.22. Wyniki badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/0^\circ$  w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających: (a) Krzywe napężenie – odkształcenie dla różnych wartości napężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ); (b) Zależność największego napężenia różnicowego (*max*) i spadku napężenia przy zniszczeniu (*sd*) od napężenia pośredniego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem napężenia a napężeniem pośrednim; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy napężeniu pośrednim równym 101,0 MPa

Fig. 10.22. Test results of the samples of *Chichibu* schist of the orientation  $\beta/\omega=30^\circ/0^\circ$  in the conditions of true triaxial state of compressive stresses: (a) Stress-strain curves for different values of intermediate stress ( $\sigma_2$ ); (b) Dependence of the maximum differential stress (*max*) and the stress drop at failure (*sd*) on  $\sigma_2$ ; (c) Dependence between the relative stress drop and  $\sigma_2$ ; (d) Gross-fracture pattern of the sample tested at  $\sigma_2=101.0$  MPa

PRAWDZIWE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE

$\beta = 30^\circ$   
 $\omega = 45^\circ$



d) Typ zniszczenia



$\sigma_2 = 146.5 \text{ MPa}$

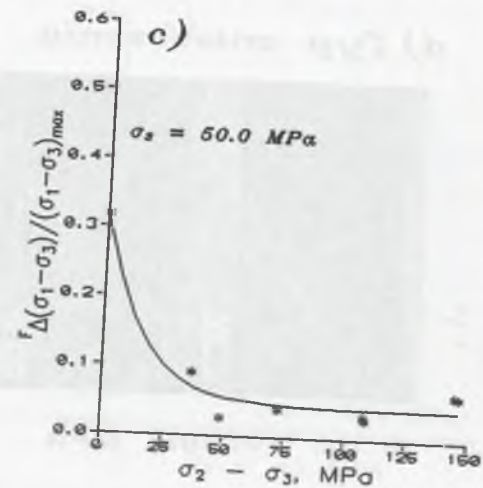
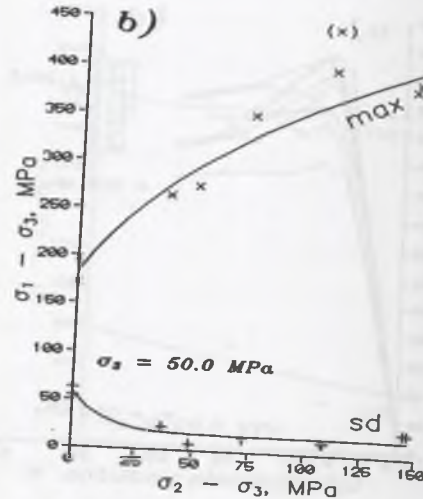
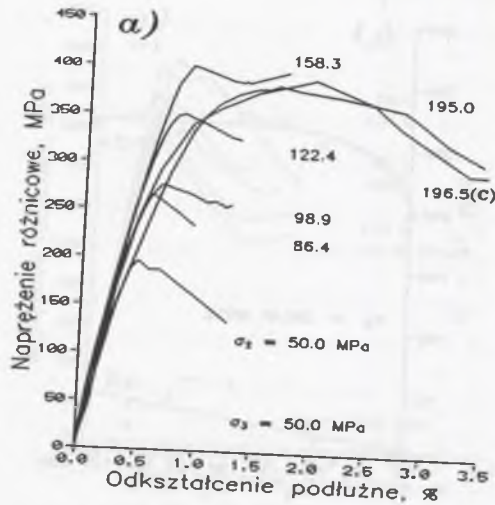
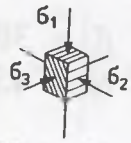
Rys. 10.23. Wyniki badań próbek łupku *Chichibu* o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/45^\circ$  w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających: (a) Krzywe napężenie – odkształcenie dla różnych wartości napężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ); (b) Zależność największego napężenia różnicowego (*max*) i spadku napężenia przy zniszczeniu (*sd*) od napężenia pośredniego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem napężenia a napężeniem pośrednim; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy napężeniu pośrednim równym 146,5 MPa

Fig. 10.23. Test results of the samples of *Chichibu* schist of the orientation  $\beta/\omega=30^\circ/45^\circ$  in the conditions of true triaxial state of compressive stresses: (a) Stress-strain curves for different values of intermediate stress ( $\sigma_2$ ); (b) Dependence of the maximum differential stress (*max*) and the stress drop at failure (*sd*) on  $\sigma_2$ ; (c) Dependence between the relative stress drop and  $\sigma_2$ ; (d) Gross-fracture pattern of the sample tested at  $\sigma_2=146.5$  MPa

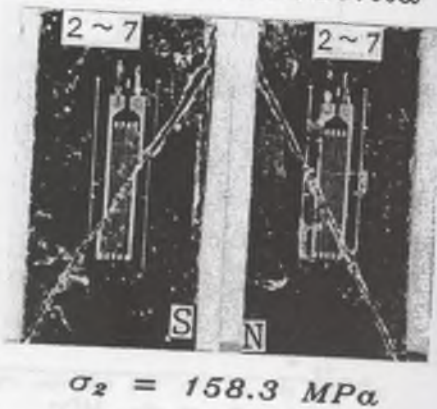


# PRAWDZIWE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE

$\beta = 30^\circ$   
 $\omega = 90^\circ$

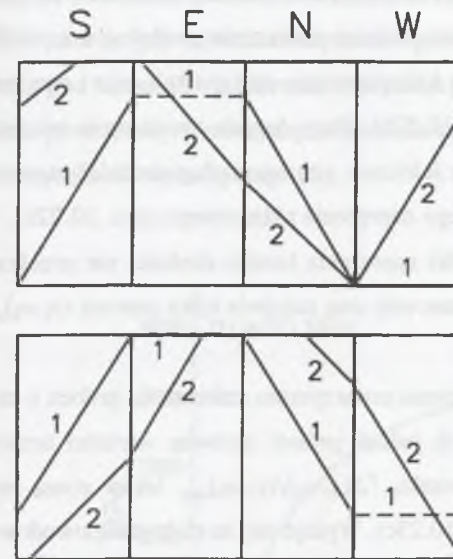
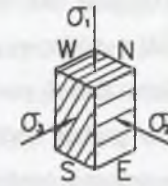


d) Typ zniszczenia



Rys. 10.24. Wyniki badań próbek łupku Chichibu o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$  w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających: (a) Krzywe napężenie – odkształcenie dla różnych wartości naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ); (b) Zależność największego naprężenia różnicowego ( $max$ ) i spadku naprężenia przy zniszczeniu ( $sd$ ) od naprężenia pośredniego; (c) Zależność pomiędzy znormalizowanym spadkiem naprężenia a naprężeniem pośrednim; (d) Typ zniszczenia próbki badanej przy naprężeniu pośrednim równym 158,3 MPa

$\beta=30^\circ, \omega=90^\circ$



$\sigma_2 = 195,0 \text{ MPa}$   
Ścieżka obciążania  
A

Ścieżka obciążania  
 $\sigma_2 = 196,5 \text{ MPa}$   
Ścieżka obciążania  
B

Rys. 10.25. Ślady płaszczyzny zniszczenia 1 i quasi-płaszczyzny zniszczenia 2 na ściankach próbek o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$  badanych na trójosiowe ściskanie przy wysokich naprężeniach pośrednich

do wartości ostatecznej równej 196,5 MPa i, na koniec, kontynuowałem - aż do zniszczenia - obciążanie próbki w kierunku pionowym.

Niezależnie jednak od ścieżki obciążania typ zniszczenia obu próbek był taki sam. Zniszczenie przez ściecie nastąpiło, w jednym i drugim przypadku, w dwu płaszczyznach (DS). Jedna (śląd 1 na rysunku 10.25) była równoległa do kierunku naprężenia najmniejszego (tak jak w próbach przy niskich i umiarkowanych naprężeniach pośrednich), druga (śląd 2) przebiegała ukośnie względem tego kierunku (nie była to nb. płaszczyzna, lecz raczej pewna powierzchnia; świadczą o tym na rys. 10.25 ślady jej przecięcia się ze ściankami próbek).

Próbki o orientacji  $\beta=90^\circ$  ulegały zniszczeniu bardzo kruchemu, gwałtownemu, z wyzwoleniem się energii sprężystej i bardzo dużym, sięgającym 350 i więcej megapaskali (zob. rys. 10.21a i b) spadkiem naprężenia. Warto zwrócić uwagę (por. rys. 10.21b), że spadek naprężenia silnie rósł, od ok. 100 MPa dla  $\sigma_2=\sigma_3=50 \text{ MPa}$ , ze wzrostem naprężenia



pośredniego. Był to przy tym, należy podkreślić, wzrost nie tylko wartości bezwzględnych, ale i stosunku  $F\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$ . Już przy niewysokich naprężeniach pośrednich spadek naprężenia przekraczał 60% wartości maksymalnego naprężenia różnicowego.

W przypadku próbek obciążanych pod kątem  $30^\circ$  względem płaszczyzn osłabienia zniszczenie było znacznie bardziej łagodne. Jedynie zniszczeniu próbek o orientacji  $\omega=0^\circ$  towarzyszyły spadki naprężenia sięgające kilkudziesięciu megapaskali, ale i one malały ze wzrostem naprężenia pośredniego (rys. 10.22b). Przy dużych, dwukrotnie większych od wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie, naprężeniach pośrednich stanowiły one już tylko kilkanaście procent maksymalnego naprężenia różnicowego (rys. 10.22c).

Orientacji  $\omega=90^\circ$  odpowiadały spadki naprężenia bardzo nieduże, nie przekraczające trzydziestu megapaskali (rys. 10.24b). Stanowiły one zaledwie kilka procent  $(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$  (rys. 10.24c).

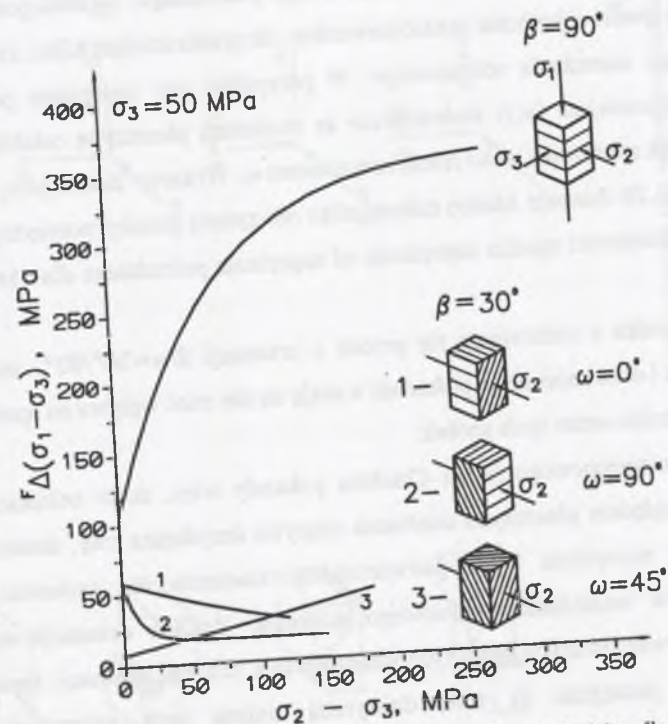
Równie niewielkie były spadki naprężenia towarzyszące zniszczeniu próbek o orientacji  $\omega=45^\circ$  (rys. 10.23b). W przypadku tych jednak próbek zarówno wartości bezwzględne spadku naprężenia, jak i wartości stosunku  $F\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$  lekko rosną w miarę zwiększania naprężenia pośredniego (rys. 10.23c). Wydaje się, że efekt ten spowodowany jest właściwym tej orientacji (podobnie jak i w przypadku  $\beta=90^\circ$ ) jednakowym usytuowaniem kierunków naprężenia  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$  względem płaszczyzn osłabienia.

## 10.8. Podsumowanie i wnioski końcowe

Badaniom w prawdziwym trójosiowym polu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) poddano blaszkowaty, anizotropowy łupek krystaliczny *Chichibu*. Prostopadłościenne próbki tej skały obciążane były kierunku pionowym (kierunku największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ )) pod kątem  $\beta=90^\circ$  lub  $30^\circ$ . W tym drugim przypadku kierunek naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ) tworzył z rozciągłością płaszczyzn foliacji kąt ( $\omega$ ) równy  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  lub  $90^\circ$ . Na podstawie analizy wyników badań, która - w tej pracy - objęła głównie charakter i typ zniszczenia skały, sformułować można następujące generalne wnioski:

1. Próbki o orientacji  $\beta=90^\circ$ , a więc te, których oś podłużna (i kierunek największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ )) zorientowana jest prostopadle do płaszczyzn foliacji, ulegają zniszczeniu przez ścięcie w pojedynczej płaszczyźnie biegnącej w poprzek płaszczyzn osłabienia. Kąt zniszczenia ( $\theta$ ) tych próbek maleje liniowo ze wzrostem naprężenia pośredniego ( $\sigma_2$ ).

2. Próbki o orientacjach  $\beta/\omega=30^\circ/0^\circ$ ,  $30^\circ/45^\circ$  i  $30^\circ/90^\circ$  ulegają zniszczeniu przez ścięcie w płaszczyźnie osłabienia. Tak więc kąt zniszczenia tych próbek jest taki sam, jak kąt  $\beta$ , a orientacja rozciągłości płaszczyzny zniszczenia względem kierunku naprężenia pośredniego określona (zdeteterminowana) jest kątem  $\omega$ . Tym samym w przypadku  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$ , a więc gdy największe naprężenie główne zorientowane jest względem płaszczyzn osłabienia pod kątem  $30^\circ$ , a kierunek naprężenia pośredniego jest do rozciągłości płaszczyzn osłabienia prostopadły, płaszczyzny zniszczenia są równoległe nie do naprężenia pośredniego, lecz do naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ).



Rys. 10.26. Zależność pomiędzy spadkiem naprężenia a naprężeniem pośrednim dla próbek o różnych orientacjach  $\beta$  i  $\omega$  badanych w warunkach ogólnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających (uogólnienie szczegółowych wyników pokazanych na rysunkach 10.21 - 10.24(b))  
 Fig. 10.26. Relation between the stress drop and the intermediate stress for samples of various orientations  $\beta$  and  $\omega$  tested under true triaxial compressive stress conditions (a generalization of the detailed results shown in Fig. 10.21 - 10.24(b))

3. Próbki o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$  badane przy bardzo wysokich naprężeniach pośrednich uległy zniszczeniu przez ścięcie w dwu płaszczyznach (quasi-płaszczyznach). Jedna była równoległa do kierunku naprężenia najmniejszego (tak jak w próbach przy niskich



i umiarkowanych naprężeniach pośrednich), druga przebiegała ukośnie względem tego kierunku.

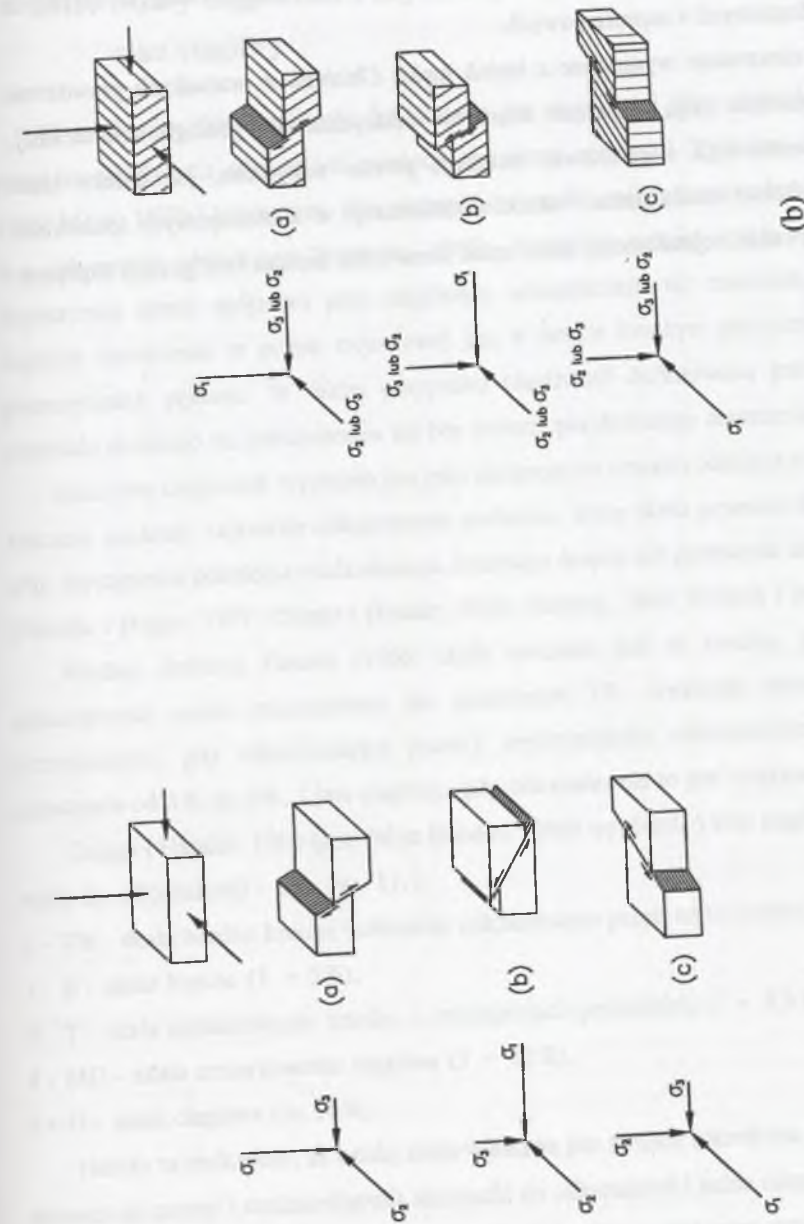
4. Próbkę obciążaną w kierunku prostopadłym do płaszczyzn osłabienia ( $\beta=90^\circ$ ) ulegają zniszczeniu bardzo kruchemu, gwałtownemu, któremu towarzyszy bardzo duży spadek naprężenia. Wartości spadku naprężenia rosną przy tym bardzo silnie, silniej niż maksymalne naprężenie różnicowe, ze wzrostem naprężenia pośredniego.

5. Zniszczenie próbek o orientacji  $\beta=30^\circ$  jest znacznie bardziej łagodne. Jedyne zniszczeniu próbek o orientacji  $\omega=0^\circ$  towarzyszą spadki naprężenia sięgające kilkudziesięciu megapaskali i malejące ze wzrostem naprężenia pośredniego. Orientacjom  $\omega=90^\circ$  i  $45^\circ$  odpowiadają spadki naprężenia bardzo niewielkie, nie przekraczające kilku, kilkunastu procent maksymalnego naprężenia różnicowego. W przypadku gdy naprężenie pośrednie ( $\sigma_2$ ) (i naprężenie najmniejsze ( $\sigma_3$ )) zorientowane są względem płaszczyzn osłabienia pod kątem  $\omega=45^\circ$ , spadek naprężenia lekko rośnie ze wzrostem  $\sigma_2$ . Wykresy  $F\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{\max}=f(\sigma_2-\sigma_3)$  na rysunku 10.26 ilustrują bardzo dobrze efekt olbrzymiej różnicy pomiędzy wartościami i charakterem zależności spadku naprężenia od naprężenia pośredniego dla różnych orientacji  $\beta$  i  $\omega$ .

6. Jak wynika z zachowania się próbek o orientacji  $\beta/\omega=30^\circ/90^\circ$ , zarówno ścieżka obciążania, jak i duże naprężenie pośrednie wydają się nie mieć wpływu na spadek naprężenia towarzyszący zniszczeniu tych próbek.

Badania anizotropowego łupku *Chichibu* pokazały więc, że to orientacja naprężenia pośredniego względem płaszczyzn osłabienia odgrywa decydującą rolę, determinuje wpływ wielkości tego naprężenia i ma pierwszorzędne znaczenie dla zachowania się skały anizotropowej w warunkach trójosiowego ściskania. Zmiana orientacji naprężenia  $\sigma_2$  względem uprzywilejowanych płaszczyzn warstwowania, foliacji, laminacji, łupkowatości lub kliniważu może pociągnąć za sobą drastyczną zmianę cech wytrzymałościowych i odkształceniowych skały, spowodować, że dramatycznie zmieni się charakter i typ jej zniszczenia.

Wyniki badań wykonanych w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania na próbkach łupku *Chichibu* rzucają przede wszystkim nowe światło na zjawisko uskokowania w warunkach generalnego trójosiowego stanu naprężeń ściskających. Okazuje się, że w warstwowanych ośrodkach skalnych uskoki niekoniecznie muszą powstawać w płaszczyznach równoległych (jak to zwykle się dzieje w masywnych, izotropowych ośrodkach skalnych) do



Rys. 10.27. Ogólnie przyjęte wzorce uskokuwania w masywnych (izotropowych) masywach skalnych (a) i wzorce proponowane dla masywów skalnych warstwowych i łupkowatych na podstawie wyników badań próbek łupku *Chichibu* w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania (b)  
 Fig. 10.27. The generally accepted patterns of faulting in massive (isotropic) rock masses (a) and patterns proposed for stratified and schistose rock masses based on results of true triaxial compression tests of *Chichibu* schist samples (b)



kierunku pośredniego naprężenia głównego. Na rysunku 10.27b przedstawiony jest wzorzec powstawania uskoków normalnych, odwróconych i przesuwczych w warstwowanych ośrodkach skalnych. Wzorzec ten może stać się nowym narzędziem do analizy i interpretacji geometrycznych, kinematycznych i dynamicznych aspektów uskokuwania w złożonych warunkach geologicznych i naprężeniowych.

Wszystkie obserwacje wyniesione z badań łupku *Chichibu* w warunkach prawdziwie trójosiowego ściskania mają olbrzymie znaczenie praktyczne dla geologii strukturalnej, tektonofizyki, sejsmologii i górnictwa; wskazują przede wszystkim, jak daleko idące następstwa w zakresie mechanizmu i skutków deformacji w anizotropowym środowisku skalnym (uskokowanie, sejsmiczność) może mieć sama tylko zmiana konfiguracji naprężeń.

## 11. EFEKT PRZEJŚCIA B-D W SKALACH - PODSTAWY DOŚWIADCZALNE I FENOMENOLOGICZNE

### 11.1. Miary ciągliwości i kryteria przejścia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy

W mechanice skał ciągliwość definiowana jest najczęściej jako zdolność materiału do przenoszenia dużych odkształceń trwałych bez utraty spójności (Paterson, 1958; Handin, 1966; Mogi, 1972a) lub inaczej, jako zdolność do trwałej zmiany kształtu bez makropęknięcia, bez zniszczenia globalnego (Paterson, 1969). Niektórzy autorzy (m.in. Maurer, 1965) dopuszczają utratę spójności przy ciągliwym odkształcaniu się materiału twierdząc, że ciągliwe zniszczenie w próbie trójosiowej jest w istocie kruchym pękaniem z tarcim na płaszczyznach pęknięć. W takim przypadku ciągliwość definiowana jest jako zdolność materiału skalnego do odkształcania się bez zmiany przyłożonego naprężenia.

Ilościowo ciągliwość wyrażana jest jako niesprężyste (trwałe) odkształcenie podłużne lub znacznie częściej, całkowite odkształcenie podłużne, które skała przenosi do zniszczenia, a więc wystąpienia pęknięcia rozdzielczego, kruchego ścięcia lub powstania uskoku ciągliwego (Handin i Hager, 1957; Griggs i Handin, 1960; Handin, 1966; Donath i in., 1971).

Według definicji Hearda (1960) skała uważana jest za kruchą, gdy maksymalne odkształcenie przed zniszczeniem nie przekracza 3%, wykazuje własności pośrednie (przejściowe), gdy odpowiadające granicy wytrzymałości odkształcenie zawiera się w przedziale od 3% do 5%, i jest ciągliwe, gdy odkształcenie to jest większe od 5%.

Griggs i Handin, 1960 (por. także Handin, 1960) wyróżnili 5 klas ciągliwości (zdolności skały do odkształceń) - por. rys. 11.1:

- 1 - VB - skała bardzo krucha (całkowite odkształcenie przed zniszczeniem < 1%),
- 2 - B - skała krucha (1 - 5%),
- 3 - T - skała umiarkowanie krucha, o własnościach pośrednich (2 - 8%),
- 4 - MD - skała umiarkowanie ciągliwa (5 - 10%),
- 5 - D - skała ciągliwa (> 10%).

Należy tu podkreślić, że każdej skale właściwa jest swoista (określona generalnie cechami mineralogicznymi i strukturalnymi) skłonność do odkształceń i jedna niszczy się krucho przy odkształceniu równym 1%, inna zaś przy np. 3%. Nie można więc przyjąć wspólnego dla wszystkich skał kryterium ciągliwości wyrażonego w wartościach odkształcenia. Przyjmuje



się więc powszechnie (choć i to podejście nie jest w pełni uzasadnione), że podstawowym kryterium określającym charakter odkształcania się i zniszczenia skały jest kształt charakterystyki naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne. Za podstawową cechę zniszczenia kruchego przyjmuje się gwałtowny spadek naprężenia po przekroczeniu granicy wytrzymałości, zaś o dużej ciągliwości skały świadczy brak opadającej (ujemnej) gałęzi charakterystyki naprężenie-odkształcenie podłużne po przekroczeniu granicy wytrzymałości (punktu plastyczności). Wartości odkształceń odgrywają w tej ocenie rolę pomocniczą jedynie<sup>1</sup>.

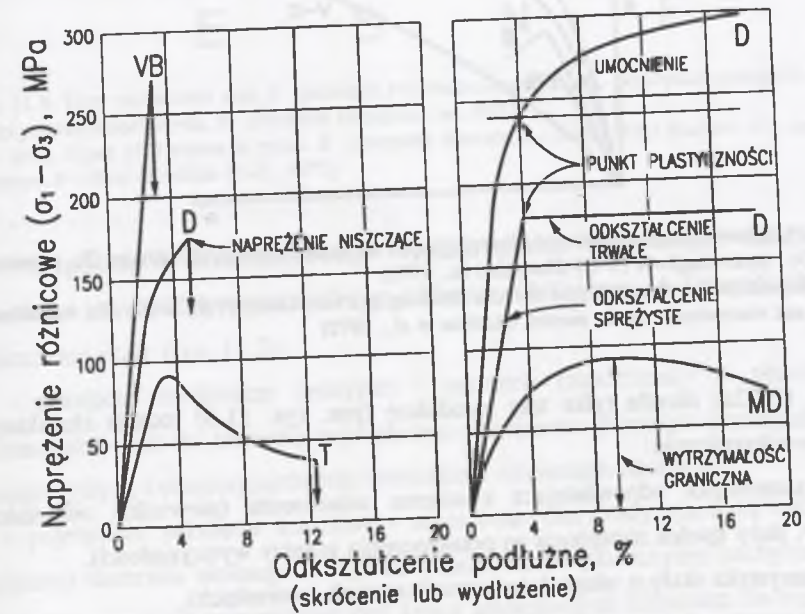
KLASA	1	2	3	4	5
CIĄGLIWOŚĆ %	<1	1 - 5	2 - 8	5 - 10	>10
KONWENCJONALNE TRÓJOSIOWE ŚCISKANIE $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$					
REDUKOWANE TRÓJOSIOWE WYDŁUŻANIE $\sigma_3 < \sigma_1 = \sigma_2$					
TYPOWA KRZYWA NAPRĘŻENIE - -ODKSZTAŁCENIE ( $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\epsilon_z)$ )					

Rys. 11.1. Klasy ciągliwości oraz mody odkształcania się i odpowiadające im typy zniszczenia skał od kruchego pęknięcia do ciągliwego płynięcia w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania oraz wydłużania przy trójosiowym ściskaniu (Griggs i Handin, 1960)

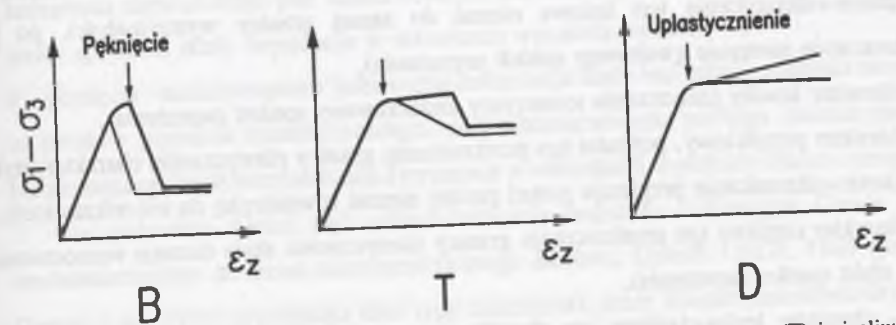
Fig. 11.1. Classes of ductility, deformation modes and the corresponding types of rock failure, from brittle fracture to ductile flow, in the conditions of conventional triaxial compression and reduced triaxial extension (after Griggs and Handin, 1960)

<sup>1</sup> Należy podkreślić, że termin "ciągliwość" może być rozumiany różnorodnie, szczególnie jeśli pod uwagę bierze się nie tylko fenomenologiczne, ale i fizyczne aspekty procesu odkształcania się skały. Na przykład, niektórzy badacze utożsamiają ciągliwość wyłącznie z mechanizmem plastyczności intragranularnej. Pisze o tym m.in. Rutter (1986).

Na rysunku 11.2 przedstawionych jest za Handinem (1966) sześć charakterystycznych krzywych naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne reprezentujących odkształcanie się i zniszczenie skał bardzo kruche (VB), kruche (B), przejściowe (T), umiarkowanie ciągliwe (MD) oraz ciągliwe (D) bez wzmocnienia i ze wzmocnieniem.



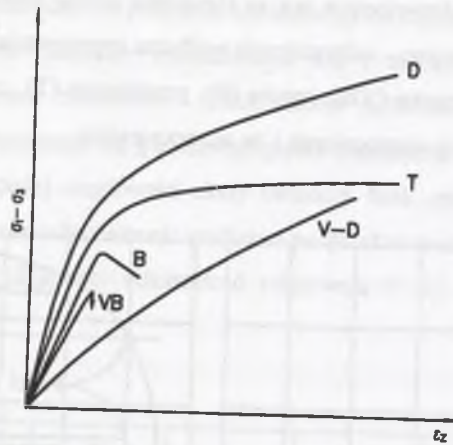
Rys. 11.2. Charakterystyczne krzywe naprężenie-odkształcenie skał odkształcających się bardzo krucho (VB), krucho (B), pośrednio (T), umiarkowanie ciągliwie (MD) i ciągliwie (D) (Handin, 1966)  
Fig. 11.2. Characteristic stress-strain curves of rocks behaving in a very brittle (VB), brittle (B), transitional (T), moderately ductile (MD) and ductile (D) manner (Handin, 1966)



Rys. 11.3. Modelowe charakterystyki skał odkształcających się krucho (B), przejściowo (T) i ciągliwie (D) (Mogi, 1972a)

Fig. 11.3. Representative stress-strain curves for rocks behaving in a brittle (B), transitional (T) and ductile (D) manner (Mogi, 1972a)





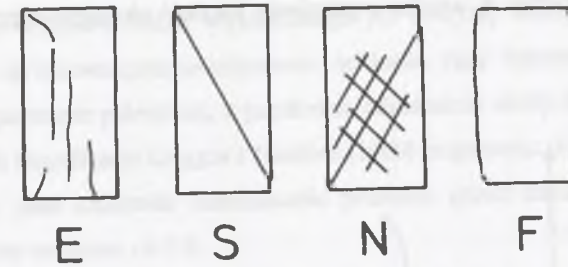
Rys. 11.4. Modelowe charakterystyki skał odkształcających się bardzo krucho (VB), krucho (B), pośrednio (T), ciągliwie (D) i lepko-ciągliwie (V-D) (Hoshino i in., 1972)  
 Fig. 11.4. Representative characteristics of rocks behaving in a very brittle (VB), brittle (B), transitional (T), ductile (D) and visco-ductile (V-D) manner (Hoshino et al., 1972)

Mogi (1972a) określa tylko trzy zasadnicze (por. rys. 11.3) rodzaje charakterystyk naprężenie-odkształcenie:

- B - charakterystyka odpowiadająca kruchemu zniszczeniu (niewielkie odkształcenia, gwałtowny, duży spadek naprężenia po przekroczeniu granicy wytrzymałości),
- T - charakterystyka skały o własnościach przejściowych (pośrednich),
- D - charakterystyka właściwa ciągliwemu płynięciu (bez wzmocnienia lub ze wzmocnieniem).

Hoshino i in. (1972) wyróżnili pięć rodzajów charakterystyk naprężenie - odkształcenie podłużne (rys. 11.4):

- VB - bardzo kruchy charakter odkształcania się i zniszczenia skały (charakterystyka naprężenie-odkształcenie jest liniowa niemal do samej granicy wytrzymałości, po jej przekroczeniu następuje gwałtowny spadek naprężenia),
- B - charakter kruchy (zniszczeniu towarzyszy umiarkowany spadek naprężenia),
- T - charakter przejściowy, pośredni (po przekroczeniu granicy plastyczności charakterystyka naprężenie-odkształcenie przyjmuje postać prostej niemal równoległej do osi odkształceń),
- D - charakter ciągliwy (po przekroczeniu granicy plastyczności skała doznaje wzmocnienia, zanika efekt spadku naprężenia),
- V-D - charakter lepko-ciągliwy (na charakterystyce naprężenie-odkształcenie nie można wyróżnić (wyraźnie zaznaczonego) punktu plastyczności, skała płynie ciągliwie już przy niewielkich naprężeniach).



Rys. 11.5. Typy zniszczenia skał: E - pęknięcie rozdzielcze (tensyjne), S - pojedyncze pęknięcie ścięciowe, N - siatka pęknięć ścięciowych, F - płynięcie (Hoshino i in., 1972)  
 Fig. 11.5. Types of fractures in rocks: E - extension fracture, S - single shear fracture, N - network of shear fractures, F - flow (Hoshino et al., 1972)

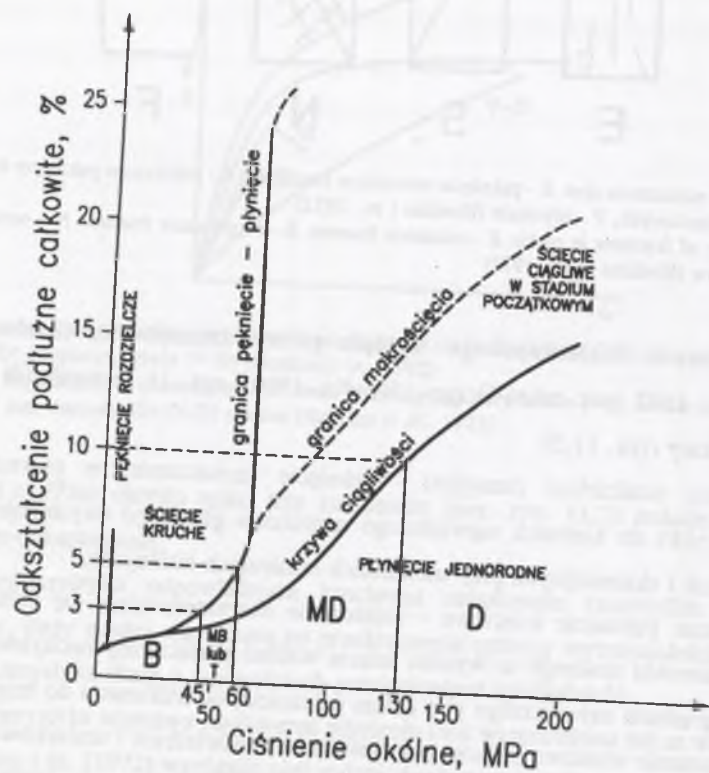
Na podstawie makroskopowego wyglądu próbek zniszczonych (zdeformowanych) Hoshino i in., 1972 (por. także Griggs i Handin, 1960 - rys. 11.1) wyróżnili cztery typy zniszczenia skały (rys. 11.5):

- E - pęknięcie rozdzielcze (tensyjne) - pęknięcie (zniszczenie) w płaszczyźnie(-ach) równoległej(-ych) do kierunku największego naprężenia głównego (występuje w próbach kompresyjnych i ekstensyjnych przy niewielkich ciśnieniach okólnych);
- S - pojedyncze pęknięcie ścięciowe - zniszczenie charakteryzujące się całkowitą utratą spójności materiału skalnego w wyniku ścięcia wzdłuż płaszczyzny nachylonej względem kierunku naprężenia największego pod kątem najczęściej od kilkunastu do trzydziestu kilku stopni (zniszczenie właściwe próbom przy ciśnieniach niewielkich i umiarkowanych);
- N - siatka pęknięć ścięciowych - zniszczenie w wyniku przemieszczeń, poślizgu substancji skalnej wzdłuż gęstych, zwartych powierzchni ścięć (nachylonych względem kierunku naprężenia największego pod kątem równym lub zbliżonym do 45°), które nie powodują utraty spójności skały (występuje w warunkach wysokich ciśnień);
- F - płynięcie - makroskopowo jednorodna deformacja skały bez utraty spójności następująca w procesie płynięcia kataklastycznego, wewnątrzziarnowego poślizgu translacyjnego lub bliźniakującego bądź rekrytalizacji (występuje w warunkach wysokich ciśnień i temperatur).

Na podstawie badań nad odkształcalnością wapienia oolitowego *Crown Point* i średnioziarnistego marmuru allotriomorficznego *Beldens*, Donath i Faill, 1963 (por. także Donath i in., 1971) wyróżniają dwa typy zniszczenia przez ścięcie (uskokowanie): ścięcie kruche i ścięcie ciągliwe. Powstanie uskołu kruchego związane jest z lokalną utratą spójności materiału, czemu towarzyszy nagły spadek naprężenia i wyzwolenie się energii sprężystej.



Uskok ciągły powstaje w wyniku wystąpienia lokalnej nieciągłości prędkości płynięcia materiału skalnego.



Rys. 11.6. Wykres DMF dla wapienia oolitowego *Crown Point* odkształcanego z prędkością  $3,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  przy ciśnieniach do 200 MPa, w temperaturze pokojowej (Donath i in., 1971)  
 Fig. 11.6. DMF diagram for oolite *Crown Point* limestone deformed at a strain rate of  $3,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  under pressures up to 200 MPa, at room temperature (Donath et al., 1971)

W układzie współrzędnych prostokątnych ciśnienie okólne - odkształcenie podłużne całkowite Donath i in. (1971) wprowadzili wykres pół sposobu odkształcania się i zniszczenia skały (ang. "deformational mode fields diagram"). Na wykresie tym (rys. 11.6) można wyróżnić cztery podstawowe obszary (pola): pole pęknięć rozdzielczych, pole ścieceń kruchych, pole ścieceń ciągłych i pole jednorodnego płynięcia.

Wykres DMF sporządzony na podstawie serii charakterystyk naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne wyraża najpełniej odkształceniowe i wytrzymałościowe własności skały dla określonego przedziału (zakresu) ciśnień, temperatury, prędkości odkształcania itd.

- Na podstawie wyników badań wspomnianego już powyżej wapienia *Crown Point* i marmuru *Beldens* na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 200 MPa, w temperaturze pokojowej, z prędkością odkształceń około  $3,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  Donath i in. (1971) uściślili klasyfikację Griggisa i Handina (1960) proponując, by skałę uważać za
- bardzo kruchą, jeśli całkowite odkształcenie podłużne przed zniszczeniem w formie makropęknięcia jest mniejsze od 1%,
  - kruchą, jeśli odkształcenie mieści się w granicach od 1% do 3%,
  - umiarkowanie kruchą lub o własnościach pośrednich, jeśli odkształcenie mieści się w granicach od 3% do 5%,
  - umiarkowanie ciągliwą, gdy odkształceniu równemu 5% nie towarzyszy makropęknięcie, a wystąpieniu uskoku ciągłego odpowiada odkształcenie mniejsze od 10%,
  - ciągliwą, jeśli odkształcenie towarzyszące pojawieniu się uskoku ciągłego jest większe od 10%.

Na przykładzie badanego wapienia i marmuru Donath, Faill i Tobin pokazali, że skała może ulegać zniszczeniu przez pęknięcie rozdzielcze (E), ściece (uskokowanie) kruche (B), ściece ciągłe (D), ściece ciągłe przejściowe do kruchego (D-B), równomierne płynięcie (U) i równomierne płynięcie przejściowe do ciągłego uskoku (U-D). Wykazali również i podkreślili bardzo zdecydowanie, że to na podstawie odkształcenia całkowitego (tzn. odkształcenia, które skała przenosi zanim ulegnie makrozniszczeniu przez pęknięcie rozdzielcze lub ściece), a nie odkształcenia odpowiadającego wytrzymałości granicznej (największemu osiowemu naprężeniu różnicowemu, które skała może przenieść) należy sądzić o sposobie odkształcania się i zniszczenia skały. Na przykładzie wapienia *Crown Point* pokazali (Donath i in., 1971, Fig. 9 na str. 1453), że brak jest istotnego związku ("...little agreement exists...") pomiędzy odkształceniem odpowiadającym granicy wytrzymałości a makroskopowym wyglądem próbki zniszczonej (zdeformowanej) na granicy przejścia ze stanu kruchego w stan ciągły. Zwrócili uwagę, że jeśli materiał skalny deformowany jest tylko do niewielkich odkształceń, to pęknięcie rozdzielcze lub pęknięcie ścięciowe mogą w ogóle nie wystąpić, nawet jeżeli odkształcanie materiału odbywa się w warunkach, którym normalnie właściwe jest kruche zachowanie się materiału. Zdjęciami zdeformowanych próbek wapienia odkształcanego przy ciśnieniu okólnym równym 60 MPa do 2,3%, 4,5%, 6,7%, 8,7% i 14,7% udokumentowali (Donath i in., 1971, Fig. 4 na str. 1450), jak znaczący wpływ ma całkowite odkształcenie na charakter odkształcania się i typ zniszczenia skały.



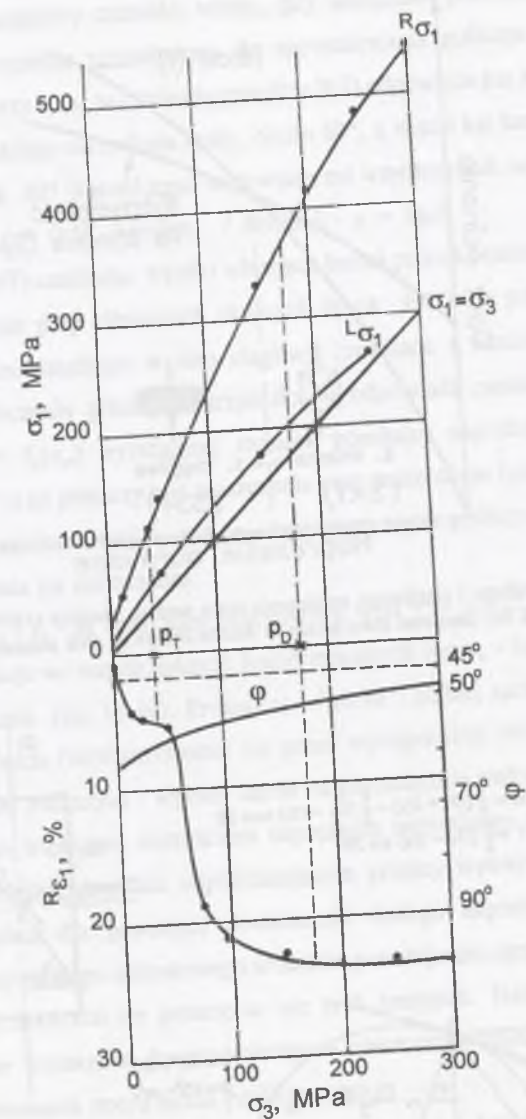
Do nieco odmiennych w tym względzie wniosków doszedł Gustkiewicz (1985b), który na podstawie wyników badań eksperymentalnych nad zachowaniem się dwunastu piaskowców, dwóch wapieni, granitu, łowca, piaskowca marglistego i aglomeratu węglowego w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach okólnych do 300 MPa stwierdził regularną zależność między odkształceniem podłużnym na granicy wytrzymałości próbek skalnych a ciśnieniem okólnym. Zależność ta w postaci wykresu  $R_{\epsilon_1} = f(p = \sigma_2 = \sigma_3)$  pozwala wyróżnić w sposób wyraźny przedziały ciśnienia okólnego, w których z jego wzrostem skała doznaje kruchego zniszczenia, rozwijającej się ciągliwości i wreszcie wchodzi w stan w pełni rozwiniętej ciągliwości (rys. 11.7). Ciśnienie przejścia między kruchym zniszczeniem a ciągliwym płynięciem ( $p_T$ ) jest określone przez punkt przegięcia krzywej  $R_{\epsilon_1} = f(p)$ . Wejście skały w stan w pełni ciągliwy rozpoczyna się od ciśnienia ( $p_D$ ), przy którym ta krzywa staje się prostą równoległą do osi ciśnienia okólnego.

Dla dopełnienia całości obrazu warto tu przytoczyć także opinię Barrona (1971a, str. 549), zgodnie z którą skałę można uważać za kruchą tak długo, tzn. do takich ciśnień, dopóki odpowiadająca jej obwiednia kół naprężeń granicznych Mohra jest linią prostą ("At any temperature a rock may be regarded as failing in a brittle manner provided that its Mohr (envelope - uzup. MK) for ultimate failure can be described by a straight line over the confining pressure range and over the range of loading rates in which it is wished to apply the results.").

## 11.2. Tarcie odpowiadające przejściu B-T i T-D

Starając się wytłumaczyć zanik efektu kruchego pęknięcia i pojawienie się zjawiska ciągliwego płynięcia skał w warunkach wysokich ciśnień Orowan (1960) wysunął hipotezę, że przy wysokim ciśnieniu okólnym tarcie może wzrosnąć tak bardzo, że siła wymagana do pokonania tarcia jest równa tej potrzebnej do pokonania spójności materiału i wywołania uskoku. Podtrzymując tę hipotezę Maurer (1965) stwierdził, że przejście skały ze stanu kruchego (B) w stan ciągliwy (D) następuje wtedy, gdy opór tarcia na płaszczyźnie zniszczenia (ścięcia) staje się większy od wytrzymałości skały na ścinanie (por. rys. 11.8).

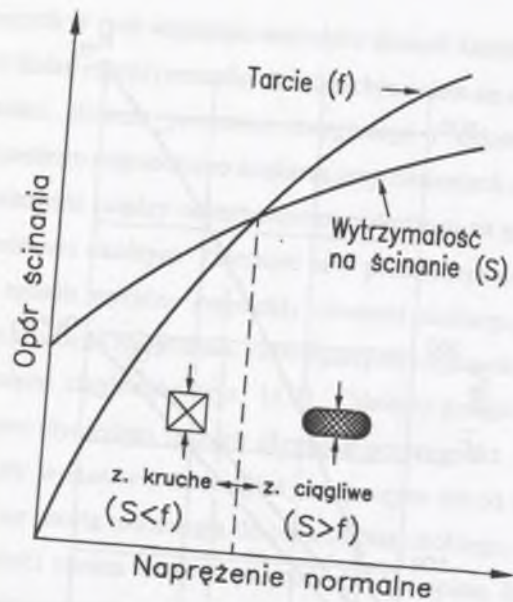
Także Byerlee (1968) na podstawie wyników badań nad efektem tarcia w wapieniu *Solnhofen*, wapieniu *Oak Hall*, gabraze *Nahant* i duncie *Spruce Pine* (Byerlee, 1968), granicie *Westerly* (Byerlee, 1967a,b) oraz serpentynie *Cabramurra* (Raleigh i Paterson, 1965) ściskanych trójosiowo przy ciśnieniach okólnych do ok. 500 MPa stwierdził, że przejście ze



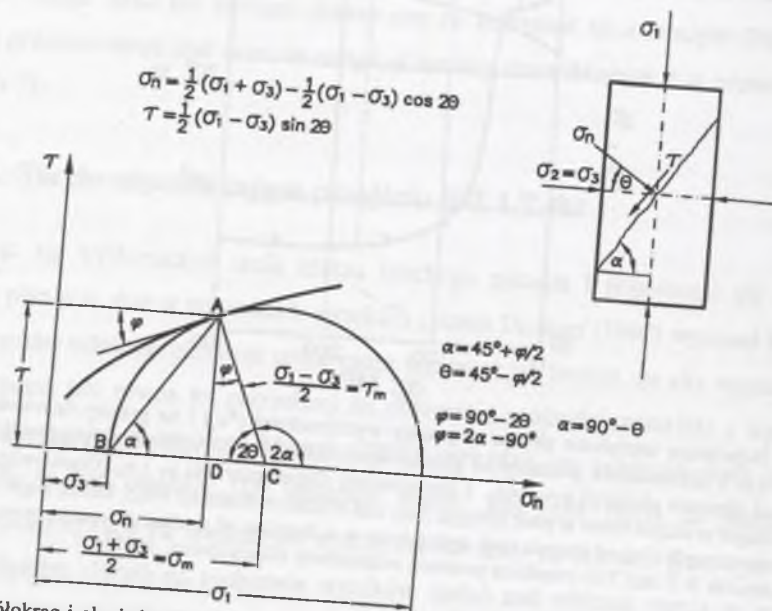
Rys. 11.7. Największe naprężenie główne na granicy wytrzymałości ( $R_{\sigma_1}$ ) i na granicy liniowości ( $L_{\sigma_1}$ ), kąt zniszczenia ( $\varphi$ ) i odkształcenie podłużne na granicy wytrzymałości ( $R_{\epsilon_1}$ ) aglomeratu węglowego *Lasonit* w zależności od ciśnienia okólnego  $p = \sigma_2 = \sigma_3$ , z zaznaczeniem ciśnień przejścia  $p_T$  i  $p_D$  (Gustkiewicz, 1985b)<sup>2</sup>  
 Fig. 11.7. Major principal stress at peak strength ( $R_{\sigma_1}$ ) and at limit of elasticity ( $L_{\sigma_1}$ ), failure angle ( $\varphi$ ) and axial strain at peak strength ( $R_{\epsilon_1}$ ) of *Lasonit* coal agglomerate as a function of confining pressure  $p = \sigma_2 = \sigma_3$ , where  $p_T$  and  $p_D$  denotes B-T and T-D transition pressure, respectively (Gustkiewicz, 1985b)

<sup>2</sup> Należy zwrócić uwagę, że w odróżnieniu od konwencji przyjętej w tej pracy (por. rys. 11.9, na którym kąt zniszczenia ( $\theta$ ) jest kątem pomiędzy kierunkiem największego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) a płaszczyzną zniszczenia), u Gustkiewicza kąt zniszczenia ( $\varphi$ ) jest to kąt pomiędzy normalną do płaszczyzny zniszczenia a kierunkiem naprężenia  $\sigma_1$ .





Rys. 11.8. Warunki kruchego i ciągliwego zniszczenia skały według Maurera (1965)  
 Fig. 11.8. Conditions of the transition from brittle to ductile failure of rock according to Maurer (1965)



Rys. 11.9. Półokrąg i obwiednia Mohra (1882, 1900) określające rozkład i wielkość naprężeń granicznych w próbce poddanej trójosiowemu ścisnaniu  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$   
 Fig. 11.9. Mohr's (1882, 1900) semicircle and envelope determining the distribution and magnitude of limiting stresses in a sample subjected to triaxial compression  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$

stanu kruchego w stan ciągliwy zachodzi wtedy, gdy naprężenie potrzebne do wywołania uskoku jest równe naprężeniu potrzebnemu do spowodowania poślizgu wzdłuż uskoku. Byerlee zaobserwował przy tym, że ciśnieniu przejścia B-D odpowiada kąt zniszczenia  $\theta$  (por. rys. 11.9) równy, niezależnie od rodzaju skały, około  $30^\circ$ , a więc i kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BD} = 90^\circ - 2\theta_{BD}$  równy ok.  $30^\circ$  (kątowni temu odpowiada zaś współczynnik tarcia wewnętrznego na granicy przejścia  $\mu_{BD} = 0,58$ , bowiem - z definicji -  $\mu = \text{tg}\varphi$ ).

Murrell (1965, 1967) analizując wyniki własnych badań próbek piaskowca karbońskiego *Darley Dale* na ścisnienie przy ciśnieniach okólnych do ok. 390 MPa pokazał, że ciśnienie przejścia skały ze stanu kruchego w stan ciągliwy (związane z zanikiem efektu spadku naprężenia po przekroczeniu granicy wytrzymałości) odpowiada punktowi przecięcia się wykresu funkcji  $\tau_f = f_1(\sigma_n)$  wyrażającej związek pomiędzy naprężeniem normalnym i naprężeniem ścinającym na płaszczyźnie zniszczenia przy zniszczeniu (przekroczeniu granicy wytrzymałości) z wykresem funkcji  $\tau_s = f_2(\sigma_n)$  opisującej tarcie poślizgowe (zewnętrzne) na płaszczyźnie zniszczenia po zniszczeniu.

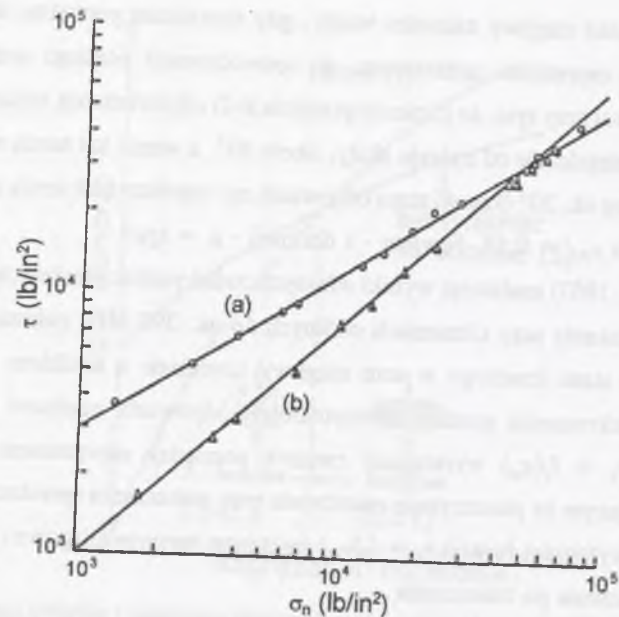
Obie funkcje -  $f_1$  i  $f_2$  - są funkcjami potęgowymi typu  $\tau = \mu(\sigma_n)^n$ , gdzie  $0 < n \leq 1$ . Wykresami tych funkcji we współrzędnych logarytmicznych  $\log \sigma_n - \log \tau$  są dwie proste o różnym nachyleniu (zob. rys. 11.10). Prosta (a) - "górna", słabiej nachylona względem osi  $\log \sigma_n$  - odpowiada tarcziu (wewnętrznemu) tuż przed wystąpieniem zniszczenia, prosta (b) - "dolna", o nachyleniu większym - wyraża tarcie na płaszczyźnie makropoślizgu. Jak widać na rysunku, coraz to większym wartościom naprężenia normalnego odpowiadają coraz to mniejsze różnice pomiędzy tarcziem odpowiadającym granicy wytrzymałości a tarcziem po zniszczeniu. W końcu dla pewnego, dostatecznie dużego naprężenia normalnego (w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ścisnienia powstaje ono przy odpowiednio dużym ciśnieniu okólnym) dochodzi do przecięcia się tych prostych. Następuje to wtedy, gdy naprężenie ścinające wymagane do spowodowania zniszczenia staje się równe naprężeniu potrzebnemu do pokonania oporu tarcia poślizgowego.

Tak określone współrzędne punktu przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy piaskowca *Darley Dale* wynosiły (por. rys. 11.10):

$$\sigma_n = 333 \text{ MPa}, \quad \tau = 217 \text{ MPa}.$$

Punktowi przejścia odpowiadał kąt zniszczenia  $\theta \cong 45^\circ$  (a więc kąt tarcia wewnętrznego na granicy wytrzymałości  $\varphi = 90^\circ - 2\theta \cong 0^\circ$ ) i ciśnienie przejścia  $p_{BD}$  równe 117 MPa, notabene bardzo dobrze odpowiadające temu oznaczonemu eksperymentalnie.





Rys. 11.10. Sporządzone w skali logarytmicznej wykresy: a - wyrażający zależność pomiędzy naprężeniem ścinającym i naprężeniem normalnym na płaszczyźnie zniszczenia przy zniszczeniu, b - wyrażający tarcie na płaszczyźnie zniszczenia po zniszczeniu dla piaskowca *Darley Dale* badanego na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 390 MPa (Murrell, 1965) (1 lb/in<sup>2</sup> = 0,006895 MPa)  
 Fig. 11.10. Log-log plot of resolved normal ( $\sigma_n$ ) and shear ( $\tau$ ) stresses acting on fracture surfaces in samples of *Darley Dale* sandstone in conventional triaxial compression tests at pressures up to 390 MPa: a - at fracture, and b - after fracture (Murrell, 1965) (1 lb/in<sup>2</sup> = 0.006895 MPa)

Postępując podobnie jak Murrell, Heinrich (1969) oznaczył współrzędne punktu przecięcia się prostej  $\log \tau_f = a_f + b_f \log \sigma_{nf}$  z prostą  $\log \tau_s = a_s + b_s \log \sigma_{ns}$  dla pewnego cenomańskiego średnio- do gruboziarnistego piaskowca lądowego -

$$\sigma_n \cong 70 \text{ MPa}, \quad \tau \cong 35,5 \text{ MPa}$$

i dla cenomańskiego drobnoziarnistego piaskowca morskiego -

$$\sigma_n \cong 185 \text{ MPa}, \quad \tau \cong 27 \text{ MPa}$$

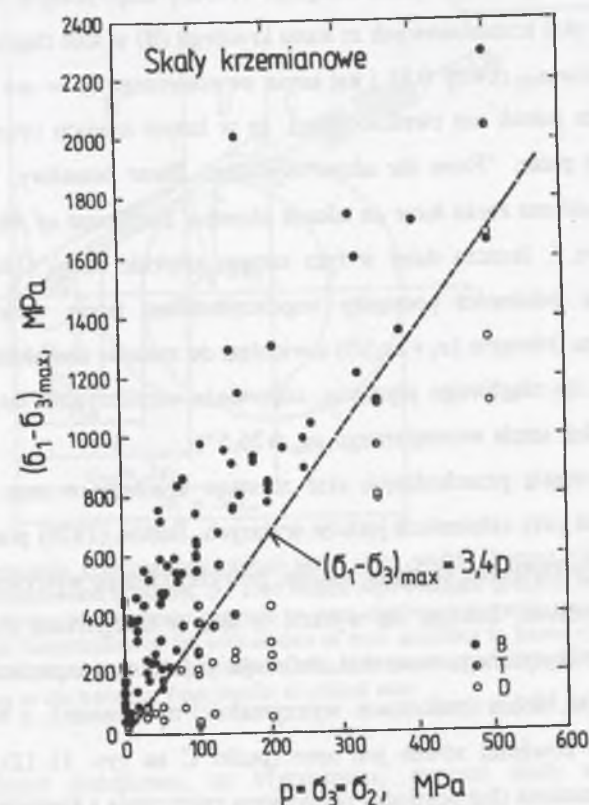
Heinrich oznaczył te współrzędne ekstrapolując (zob. [153], Bild 8) wyniki swoich badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach do, za ledwie, około 40 MPa; przyjął przy tym dla wszystkich próbek tę samą, średnią, wartość kąta zniszczenia  $\theta \cong 32^\circ$ . Określił w ten sposób ciśnienia przejścia równe: dla piaskowca lądowego -  $p_{BD} \cong 48 \text{ MPa}$  i dla piaskowca morskiego -  $p_{BD} \cong 168 \text{ MPa}$ .

Takim samym sposobem oznaczone przez Edmonda i Murrella (1973) ciśnienie przejścia mikrogranodiorytu *Penmaenmawr* wynosiło 620 MPa ( $\theta = 34^\circ$ ,  $\varphi = 22^\circ$ ).

Mogi (1966b) analizując wyniki badań własnych (Mogi, 1964-1966a) oraz innych badaczy (Robertson, 1955; Handin i Hager, 1957; Griggs i in., 1960; Matsushima, 1960; Serdengecti i Boozer, 1961; Brace, 1964; Raleigh i Paterson, 1965) podał dla skał krzemianowych warunek przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy w postaci (por. rys. 11.11):

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = 3,4 p \quad (11.1)$$

Wśród skał tych były m.in. granity, serpentynity, andezyty, dioryty, trachity, diabaz, gabro, kwarcyt, perydotyt, tufy i piaskowce.



Rys. 11.11. Oznaczona przez Mogiego (1966b) granica przejścia skał krzemianowych ze stanu kruchego (B) w stan ciągliwy (D)  
 Fig. 11.11. Brittle (B) to ductile (D) transition boundary for silicate rocks, determined by Mogi (1966b)

Korzystając z równań przekształceniowych (por. Nádai, 1950, str. 216):

$$\sigma_n = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \quad (11.2a)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \left( \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.2b)$$

warunek (11.1) można wyrazić w konwencji naprężeń - ścinającego  $\tau$  i normalnego  $\sigma_n$  - działających na płaszczyźnie ścięcia:

$$\tau = 0,81\sigma_n \quad (11.3)$$

Tak więc zgodnie z podanym przez Mogiego (1966b) empirycznym równaniem (11.1), granicy przejścia skał krzemianowych ze stanu kruchego (B) w stan ciągliwy (D) odpowiada współczynnik tarcia  $\mu_{BD}$  równy 0,81 i kąt tarcia wewnętrznego ( $\varphi = \arctg \mu$ ) równy  $39^\circ$ .

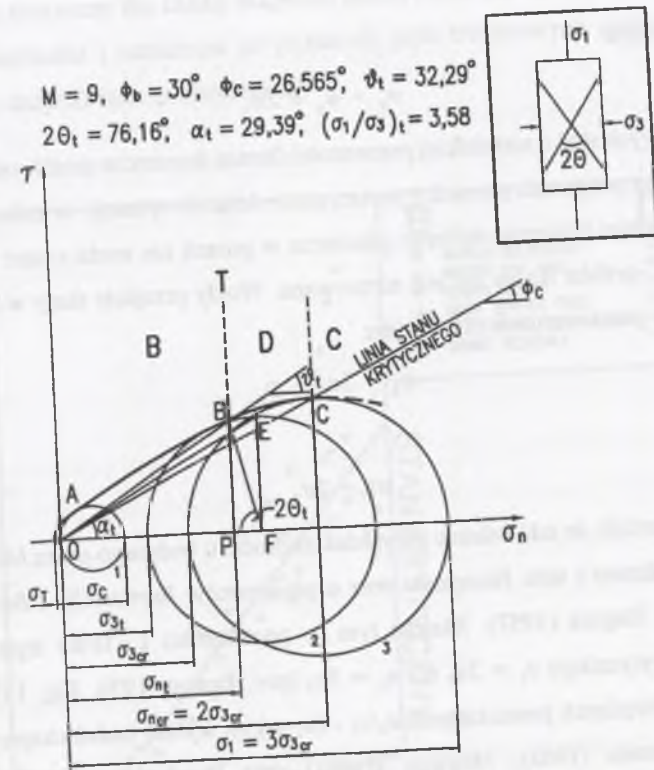
Nie można tu jednak nie zwrócić uwagi, że w innym miejscu cytowanej pracy Mogi (1966b, str. 225) pisze: "From the above-mentioned linear boundary, it is deduced that various kinds of silicate rocks have an almost identical coefficient of friction (0.65) at the transition pressure.". Jeszcze dalej w tym samym artykule Mogi (1966b, str. 229) na podstawie analizy zależności pomiędzy współczynnikiem tarcia wewnętrznego a tzw. ciśnieniem średnim (równym  $(\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ ) stwierdza, że zmianie charakteru zniszczenia, od kruchego pęknięcia do ciągliwego płynięcia, odpowiada współczynnik tarcia wewnętrznego  $\mu_{BD} \cong 0,5$  (a więc kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BD} \cong 26,5^\circ$ ).

Dyskutując kwestię przechodzenia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy i dalej, zachowania się skał przy ciśnieniach jeszcze wyższych, Barton (1976) postawił tezę, że dla każdej skały istnieje krytyczne ciśnienie okólne, powyżej którego wytrzymałość na ścinanie nie ulega już wzrostowi. Starając się wyrazić tę tezę w kategoriach ilościowych Barton wprowadził pojęcie krytycznego stanu skał, definiując ją jako stan naprężenia odpowiadający maksimum obwiedni Mohra (maksimum wytrzymałości na ścinanie), a więc punktowi, w którym nachylenie obwiedni równe jest zero (punkt C na rys. 11.12). Punktowi temu odpowiada kąt zniszczenia (kąt pomiędzy płaszczyzną zniszczenia a kierunkiem największego naprężenia głównego)  $\theta = 45^\circ$  i - zgodnie z równaniem określającym naprężenie normalne do płaszczyzny zniszczenia w funkcji naprężeń głównych  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$  -

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta \quad (11.4)$$

naprężenie to równe jest

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (11.5)$$



Rys. 11.12. Interpretacja graficzna krytycznego stanu skały według Bartona (1976); 1 - koło Mohra odpowiadające jednoosiowemu ściskaniu, 2 - koło Mohra odpowiadające przejściu ze stanu kruchego w stan ciągliwy, 3 - koło Mohra odpowiadające przejściu ze stanu ciągliwego w stan krytyczny  
 Fig. 11.12. Graphic interpretation of the critical state of rock according to Barton (1976); 1 - Mohr's circle corresponding to uniaxial compression, 2 - Mohr's circle corresponding to the transition from ductile to critical state

Barton założył dodatkowo, że krytycznemu stanowi skały właściwy jest zanik jednowymiarowej dylatacji towarzyszącej ścinaniu. Następuje to, zgodnie z równaniem dylatacji (zdefiniowanej przez Bartona jako chwilowe, odpowiadające maksimum wytrzymałości, nachylenie ścieżki ścinania względem średniej płaszczyzny zniszczenia)



$$d_n = 10 \log \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_n} \right) \quad (11.6)$$

gdy

$$\sigma_n = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (11.7)$$

Z równań (11.5) i (11.7) wynika, że krytyczny stan skały określony jest warunkiem

$$\sigma_1 = 3\sigma_3 \quad (11.8a)$$

lub w innej formie

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\sigma_3 \quad (11.8b)$$

Dla niektórych skał o niewielkiej porowatości Barton dopuszcza możliwość, że z powodu niedostatecznego połączenia pomiędzy porami może dojść do sytuacji, w której w warunkach działania wysokiego ciśnienia okólnego powietrze w porach nie może zostać odprowadzone i - tym samym - próbka skalna nie jest zdrenowana. Wtedy przejście skały w stan krytyczny opisane jest nie przez warunek (11.8), lecz

$$\sigma_1 = 3\sigma_3 - p_p \quad (11.9a)$$

a więc

$$\sigma_1 = 2\sigma_3 \quad (11.9b)$$

Barton stwierdził, że taki właśnie przypadek zachodzi u badanego przez Mogiego (1964, 1965) trachitu *Mizuho* i tufu *Tatsuyama* oraz u piaskowców *Bartlesville* i *Barns* badanych przez Handina i Hagera (1957). Skalom tym (o porowatości 1-10%) lepiej odpowiada warunek stanu krytycznego  $\sigma_1 = 2\sigma_3$  niż  $\sigma_1 = 3\sigma_3$  (por. Barton, 1976, Fig. 15). Analizując w układzie współrzędnych prostokątnych  $\sigma_3/\sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_c$  wyniki badań eksperymentalnych Raleigh'a i Patersona (1965), Mogiego (1966a) oraz Byerlee'ego (1967a, 1968) nad wytrzymałością trójosiową wapieni *Solnhofen* i *Oak Hall*, gabra *Nahant*, dunitu *Spruce Pine*, serpentynitu *Cabramurra* i granitu *Westerly* ściskanych przy ciśnieniach okólnych do max. 517 MPa (wapień *Solnhofen* i dunit) Barton stwierdził, że dane te w przedziale naprężeń  $\sigma_3/\sigma_1$  od 0 do 0,333 układają się wzdłuż prostych (rys. 11.13)

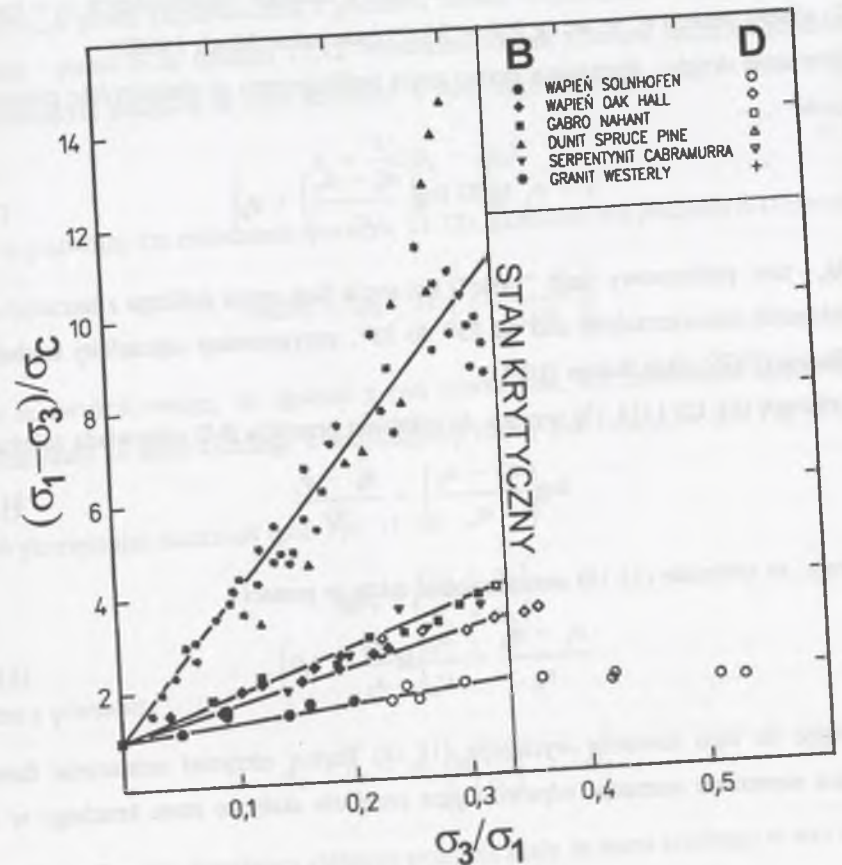
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} = M \frac{\sigma_3}{\sigma_1} + 1,0 \quad (11.10)$$

gdzie  $M$  - pewna stała (współczynnik kierunkowy prostej (11.10)) równa około 3, 7, 9 i 30

dla - odpowiednio - wapienia *Solnhofen*, wapienia *Oak Hall*, gabra *Nahant* i granitu *Westerly*.  
Z równania (11.10) można wyprowadzić ostatecznie, po wprowadzeniu doń warunku (11.8a), formułę wyrażającą ciśnienie przejścia skały w stan krytyczny

$$p_{\sigma} = \frac{1}{2} \sigma_c \left( \frac{M}{3} + 1,0 \right) \quad (11.11)$$

Formuła ta ma duże znaczenie praktyczne: pozwala prognozować ciśnienie przejścia ze stanu ciągliwego w stan krytyczny dla każdej skały, dla której znana jest wytrzymałość graniczna na jednoosiowe ściskanie i oznaczona na podstawie prób trójosiowych (przy ciśnieniach niekoniecznie tak dużych) stała empiryczna  $M$ .



Rys. 11.13. Prosta warunku stanu krytycznego  $\sigma_3/\sigma_1=0,333$  ograniczająca ważność liniowego warunku wytrzymałościowego  $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\sigma_3/\sigma_1)$  dla wybranych skał węglanowych i krzemianowych (Barton, 1976)  
Fig. 11.13.  $\sigma_3/\sigma_1=0.333$  straight line of the critical state that limits the validity of the linear strength criterion  $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\sigma_3/\sigma_1)$  for the selected carbonate and silicate rocks (Barton, 1976)

Dążąc do tego, by podobnie jak warunek przejścia skały ze stanu ciągliwego w stan krytyczny (wzór (11.11)) wyrazić ilościowo warunek przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy, Barton przyjął analogicznie do Orowana (1960), że skała przechodzi ze stanu kruchego w stan ciągliwy wtedy, gdy naprężenie ścinające potrzebne do spowodowania zniszczenia skały nienaruszonej jest takie samo, jak to potrzebne do wywołania poślizgu na powstałej płaszczyźnie zniszczenia. To pierwsze naprężenie określone jest wg Bartona równaniem

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \left[ 50 \log \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_n} \right) + \phi_c \right] \quad (11.12)$$

gdzie  $\phi_c$  - kąt nachylenia linii stanu krytycznego w układzie współrzędnych  $\sigma_n$ - $\tau$  (por. rys. 11.12) równy średnio  $\phi_c = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,5 = 26,6^\circ$  (por. także Mogi, 1966b).

Równanie drugie - wyrażające prawo tarcia poślizgowego na płaszczyźnie zniszczenia - ma postać

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \left[ 20 \log \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_n} \right) + \phi_b \right] \quad (11.13)$$

gdzie  $\phi_b$  - tzw. podstawowy (ang. "basic") kąt tarcia (kąt oporu poślizgu z tarciem) równy dla większości niezwięzłych skał od  $25^\circ$  do  $35^\circ$ , przyjmowany najczęściej średnio  $30^\circ$  (por. Barton (1976) i/lub Barton (1971)).

Z równań (11.12) i (11.13) wynika, że ciśnieniu przejścia B-D odpowiada zależność

$$\log \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_n} \right) = \frac{\phi_b - \phi_c}{30} \quad (11.14)$$

Zauważmy, że równanie (11.10) można zapisać także w postaci

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_n} = \frac{\sigma_c}{\sigma_n} \left( M \frac{\sigma_3}{\sigma_1} + 1,0 \right) \quad (11.15)$$

Podstawiając do tego równania wyrażenie (11.14) Barton otrzymał ostatecznie formułę określającą naprężenie normalne odpowiadające przejściu skały ze stanu kruchego w stan ciągliwy

$$\sigma_{nBD} = \sigma_c \left( M \frac{\sigma_3}{\sigma_1} + 1,0 \right) \exp \left[ - \left( \frac{\phi_b - \phi_c}{13,03} \right) \right] \quad (11.16)$$

Właściwy przejściu B-D stosunek  $\sigma_3/\sigma_1$  dany jest wyrażeniem

$$\left( \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \right)_t = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha_t}{1 + \operatorname{tg} \alpha_t} \quad (11.17)$$

gdzie  $\alpha_t$  jest kątem pomiędzy osią naprężeń  $\sigma_n$  a prostą poprowadzoną z początku układu współrzędnych  $\sigma_n$ - $\tau$  do wierzchołka koła Mohra odpowiadającego przejściu ze stanu kruchego w stan ciągliwy (kąt EOF na rysunku 11.12), przy czym

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \vartheta_t}{\sin 2\theta_t + \cos 2\theta_t \operatorname{tg} \vartheta_t} \quad (11.18)$$

gdzie  $\vartheta_t$  jest tzw. zupełnym lub całkowitym (ang. "total") kątem tarcia (kątem pomiędzy osią naprężeń  $\sigma_n$  a prostą poprowadzoną z początku układu współrzędnych  $\sigma_n$ - $\tau$  przez punkt styczności - punkt B na rysunku 11.12 - obwiedni Mohra z kołem naprężeń granicznych odpowiadającym przejściu ze stanu kruchego w stan ciągliwy) równym

$$\vartheta_t = \frac{1}{3}(5\phi_b - 2\phi_c) \quad (11.19)$$

zaś  $2\theta$  to podwójny kąt zniszczenia (por. rys. 11.12), określony dla przejścia B-D równaniem

$$\sin 2\theta_t = 2 \operatorname{tg} \vartheta_t \exp \left[ - \left( \frac{\phi_b - \phi_c}{13,03} \right) \right] \quad (11.20)$$

Warto tu zwrócić uwagę, że zgodnie z tym równaniem, kąt zniszczenia odpowiadający przejściu skały ze stanu kruchego w stan ciągliwy równy jest - dla  $\phi_b = 30^\circ$  i  $\phi_c = 26,6^\circ$  -  $\theta_t = 38^\circ$ .

Wykorzystując zależność (por. rys. 11.12)

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right)_t \quad (11.21)$$

można z równania

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_c \left[ M \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \right)_t + 1,0 \right] \quad (11.22)$$

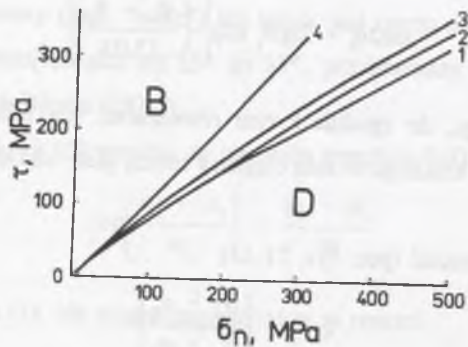
wprowadzić formułę określającą ciśnienie przejścia skały ze stanu kruchego w stan ciągliwy. Ma ona postać:



$$P_{BD} = \sigma_c \left[ M \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \right)_t + 1 \right] \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha_t}{2 \operatorname{tg} \alpha_t} \quad (11.23)$$

gdzie  $\operatorname{tg} \alpha_t$  określony jest wzorem (11.18). Przykładowo, dla skały o stałej  $M = 9$  i kątach:  $\phi_b = 30^\circ$ ,  $\phi_c = 26,6^\circ$  ( $\alpha_t = 29,2^\circ$ ) -  $P_{BD} \cong 1,4\sigma_c$ .

Hoshino i in. (1972) na podstawie badań nad odkształceniowymi i wytrzymałościowymi własnościami stu różnych plioceńskich i oligoceńskich skał ilastych, piaszczystych, piroklastycznych i wulkanicznych z terytorium Japonii odkształczanych z prędkościami rzędu  $10^{-6} - 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach do 250 MPa stwierdzili, że przejście skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy jest ściśle związane z tarciami na formującej się płaszczyźnie(-ach) makrozniszczenia, wyrażonym współczynnikiem tarcia wewnętrznego  $\mu = \Delta\tau/\Delta\sigma_n^3$ . Współczynnik ten nie jest taki sam dla wszystkich rodzajów skał; przybiera także różne wartości dla różnych naprężeń normalnych, a więc  $\mu = f(\sigma_n)$ . Nachylenie linii (granicy) rozdzielającej pole zachowań kruchych (B) od pola zachowań ciągliwych (D) jest następujące (por. rys. 11.14):



Rys. 11.14. Granice przejścia ze stanu bardzo kruchego i kruchego w stan pośredni i ciągliwy dla skał ilastych (1), piaszczystych (2), wulkanicznych (3) i piroklastycznych (4) (Hoshino i in., 1972)  
Fig. 11.14. Transition boundaries from very brittle and brittle to transitional and ductile state for argillaceous (1), arenaceous (2), volcanic (3) and pyroclastic (4) rocks (Hoshino et al., 1972)

- w przypadku skał ilastych  $\tau/\sigma_n = 0,8$  dla niskich ciśnień,  
 $\tau/\sigma_n = 0,65$  dla wysokich ciśnień;

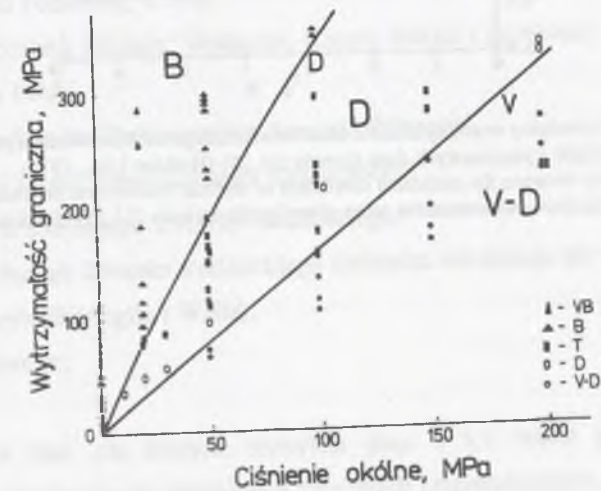
<sup>3</sup> Wartości  $\tau$  i  $\sigma_n$  Hoshino i in. (1972) obliczali ze wzorów:  $\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta$ ,  $\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\theta$  gdzie  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$  jest, odpowiednio, największym i najmniejszym naprężeniem głównym na granicy wytrzymałości i  $\theta$  jest kątem zniszczenia (zmierzonym na próbce).

- w przypadku skał piaszczystych  $\tau/\sigma_n = 0,8$  dla niskich ciśnień,  
 $\tau/\sigma_n = 0,7$  dla wysokich ciśnień;  
- w przypadku skał wulkanicznych  $\tau/\sigma_n = 0,9$  dla niskich ciśnień,  
 $\tau/\sigma_n = 0,75$  dla wysokich ciśnień;  
- w przypadku skał piroklastycznych  $\tau/\sigma_n = 1,02$  dla niskich ciśnień,  
 $\tau/\sigma_n = 1,03$  dla wysokich ciśnień.

Tak więc dla badanych przez Hoshino i in. (1972) trzydziestu jeden skał piaszczystych z oligocenu, dolnego i górnego miocenu oraz dolnego pliocenu współczynnik tarcia wewnętrznego odpowiadający granicy przejścia B-D równy jest 0,8 i 0,7 dla, odpowiednio, niskich i wysokich ciśnień. Tym wartościom współczynnika tarcia  $\mu_{BD}$  odpowiadają kąty tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BD}$  równe ok.  $38^\circ 40'$  i  $35^\circ$ . Dodatkowo, jak wynika z rysunku 11.15, granica rozdzielająca pole zachowań ciągliwych (D) od pola zachowań lepko-ciągliwych (V-D) dla piaskowców badanych przez Hoshino ze współpracownikami opisana jest w przybliżeniu równaniem

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = 0,8 p \quad (11.24)$$

któremu odpowiada współczynnik tarcia wewnętrznego przy przejściu D-V-D równy  $\mu_{DV-D} \cong 0,3$  i kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_{DV-D} \cong 17^\circ$ .

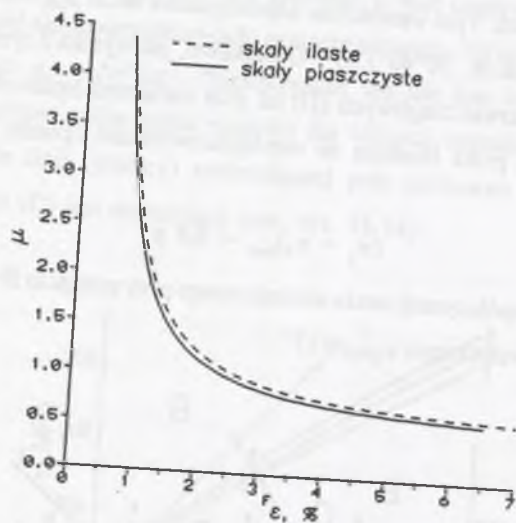


Rys. 11.15. Pola zachowań kruchych (B), ciągliwych (D) i lepko-ciągliwych (V-D) dla skał piaszczystych (Hoshino i in., 1972)  
Fig. 11.15. Fields of brittle (B), ductile (D) and visco-ductile (V-D) behavior of arenaceous rocks (Hoshino et al., 1972)

Hoshino i in. (1972) stwierdzili także, że istnieje stosunkowo regularny związek pomiędzy tarcieniem (współczynnikiem tarcia  $\mu$ ) a odkształceniem podłużnym na granicy wytrzymałości  $F_{\epsilon}$ : współczynnik tarcia szybko maleje ze wzrostem odkształcenia. Zależność tę wyraża dobrze formuła empiryczna (rys. 11.16):

$$\mu = \text{ctg}(a - \text{arc ctg } F_{\epsilon}) \quad (11.25)$$

gdzie  $a$  jest stałą empiryczną zależną od rodzaju skały; dla skał piaszczystych  $a = 67^{\circ}53'$ , dla skał ilastych  $a = 66^{\circ}00'$  (wartości odkształcenia należy wprowadzać do formuły (11.25) wyrażone w procentach).



Rys. 11.16. Zależność pomiędzy współczynnikiem tarcia wewnętrznego a odkształceniem podłużnym na granicy wytrzymałości skał ilastych i piaszczystych dana formułą (11.25) (Hoshino i in., 1972)  
 Fig. 11.16. Relationship between the calculated coefficient of internal friction and the measured axial strain at peak strength for argillaceous and arenaceous rocks given by the formula (11.25) (Hoshino et al., 1972)

## 12. WARUNKI PRZEJŚCIA PIASKOWCÓW ZE STANU KRUCHEGO W STAN POŚREDNI I CIĄGLIWI

### 12.1. Naprężeniowe warunki przejścia B-T i T-D

Jak już wspominałem w poprzednim rozdziale, skały w warunkach wysokich ciśnień (pozostajemy tu przy wpływie wyłącznie ciśnienia) zatracają cechę kruchości i nabierają zdolności do przenoszenia dużych odkształceń trwałych bez zniszczenia (utruty spójności) i bez spadku naprężenia po przekroczeniu granicy wytrzymałości (punktu plastyczności), stają się ciągliwe. Efekt ten dobrze obrazują trzy przypomniane na rysunku 11.3 za Mogim (1972a) charakterystyczne typy wykresów naprężenie różnicowe-odkształcenie podłużne.

Zmierzając do określenia warunków, a ściślej mówiąc - ciśnień, przy których piaskowce przechodzą ze stanu kruchoego (B) w stan pośredni (T) i, następnie, w stan ciągliwy (D), w jednej z poprzednich prac (Kwaśniewski, 1986a; por. również Kwaśniewski, 1984) dokonałem przeglądu i analizy wyników badań eksperymentalnych nad wytrzymałościowymi i odkształceniowymi własnościami stu ośmiu różnych stratygraficznych, mineralogicznych, diagenetycznych, strukturalnych i teksturalnych typów, rodzajów i odmian zlepieńców i piaskowców kwarcowych, arkozowych, szarogłazowych i polimiktycznych, a także piaskowców piroklastycznych (wulkanicznych, tufowych i pumeksowych) z terytorium Azji, Europy i Ameryki Północnej, w tym:

- 51 z Wysp Japońskich (Honsiu, Hokkaido, Kiusiu, Sikoku i Amakusa),
- 21 z terytorium Polski,
- 17 z terytorium Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej,
- 6 z europejskiej części byłego Związku Radzieckiego,
- 1 z azjatyckiej części byłego Związku Radzieckiego,
- 3 z terytorium byłego Związku Radzieckiego (dokładna lokalizacja nie jest znana),
- 4 z Wielkiej Brytanii (Anglia i Walia),
- 3 z obszaru Niemiec,
- i 2 z Indii.

Wśród tych skał, dla których zdobyłem dane o ich wieku geologicznym oraz podstawowych właściwościach strukturalno-fizycznych i mechanicznych, były piaskowce od bardzo drobnoziarnistych do bardzo gruboziarnistych i zlepieńców pochodzące z epok geologicznych od środkowego ordowiku (wiek ok. 470 mln lat) do dolnego pliocenu (ok. 10



mln lat), występujące na głębokościach od powierzchni terenu do 5000 m, o porowatości od 0,2% do 55,9%, o gęstości objętościowej od 1,39 gcm<sup>-3</sup> do 2,68 gcm<sup>-3</sup> i o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 4,6 MPa do ok. 291 MPa. Próbki tych skał były badane przez różnych badaczy na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 300 MPa, z prędkościami odkształceń od 10<sup>-5</sup> do 10<sup>-4</sup> s<sup>-1</sup>, w temperaturze pokojowej.

Za podstawowe kryterium podziału na kruche, przejściowy (pośredni) i ciągliwy charakter odkształcania się i zniszczenia skał przyjąłem za Mogim - zob. rys. 11.3 - postać charakterystyki naprężenie różnicowe-odkształcenie podłużne ( $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\epsilon_2)$ ). Charakterystyki takie, oznaczone na podstawie prób na ściskanie przy różnych ciśnieniach okólnych ( $p = \sigma_2 = \sigma_3$ ), zebrałem dla sześćdziesięciu dwóch piaskowców. Były pośród nich 33 piaskowce z Wysp Japońskich (Horibe i Kobayashi, 1960a,b; Mogi, 1964; Hoshino, 1967; Koide i in., 1967; Hoshino i Koide, 1970; Hoshino i in., 1972; Hoshino i Inami, 1975; Hoshino i Mitsui, 1975; Kobayashi i Sugimoto, 1975), 17 piaskowców z terytorium Polski (Borecki i in., 1980, 1982a; Długosz i in., 1981b; Kwaśniewski i in., 1981, 1982; Kwaśniewski, 1983a,d; Gustkiewicz, 1984, 1985a), 7 piaskowców z terytorium Stanów Zjednoczonych AP (Handin i Hager, 1957; Handin i in., 1963, 1972; Schock i in., 1973), 2 piaskowce z obszaru Niemiec (von Kármán, 1911; Gowd i Rummel, 1977, 1980), 2 piaskowce z Wysp Brytyjskich (Murrell, 1965; Ramez, 1967) i jeden z Zagłębia Donieckiego (Stawrogin i in., 1980, 1981). Były wśród nich terygeniczne piaskowce kwarcowe, arkozowe, szarogłazowe i polimiktyczne oraz piaskowce piroklastyczne (wulkaniczne, tufowe i pumeksowe) o porowatości od 0,86% - średnioziarnisty piaskowiec *Mase* z okręgu węglowego Sakito-Matsushima w północno-zachodniej części wyspy Kiusiu, Japonia do 55,9% - drobnociarnisty piaskowiec pumeksowy *Takaku* z zagłębia węglowego Joban na wyspie Honsiu, Japonia, i wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 4,6 MPa - piaskowiec drobnociarnisty *Hamatsuda* (1) z otworu wiertniczego Shimoigarashi w Niigata, Honsiu do 187 MPa - piaskowiec średnioziarnisty *Izumi* z wyspy Sikoku, Japonia.

Dla tych właśnie skał określiłem zestawione w tabeli 12.1 wartości ciśnienia przejścia ze stanu kruchego w stan pośredni ( $p_{BT}$ ) i/lub ciśnienia przejścia ze stanu pośredniego w stan ciągliwy ( $p_{TD}$ ). Badając zależność pomiędzy wytrzymałością graniczną a charakterem odkształcania się i zniszczenia skały przy różnych ciśnieniach okólnych postępowałem podobnie jak Mogi (1966b), i na płaszczyźnie wyznaczonej przez osie ciśnienia okólnego i

Ciśnienie przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy średniookruchowych skał osadowych poddanych konwencjonalnemu trójosiowemu ściskaniu

Symbol skały	Rodzaj skały (źródło)	$\sigma_C$ MPa	n %	$p_{BT}$ MPa	$p_{TD}$ MPa
1	2	3	4	5	6
CSR-1	Piaskowiec <i>Mutenberg</i> (von Kármán, 1911)	67,7	-	54	152
CSR-6a	Piaskowiec drobnociarnisty <i>Barns</i> ( $\perp$ )	39,2	-	100	200
CSR-6b	Piaskowiec drobnociarnisty <i>Barns</i> ( $\parallel$ )	39,2(?)	-		100
CSR-7	Piaskowiec drobnociarnisty <i>Bartlesville</i>	41,2	-		100
CSR-9	Piaskowiec drobnociarnisty <i>Weeks Island S</i> (Handin i Hager, 1957)	< 10	-		100
CSR-11	Piaskowiec drobnociarnisty <i>Iwaki</i> (Horibe i Kobayashi, 1960a,b)	13,7	-	3	6
CSR-12	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Berea</i> (Handin i in., 1963)	49,0	17,3 ÷ ÷ 22,7 śr. ~ 20	50	200
CSR-14	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Tako-ishi</i> (Mogi, 1964)	19,7	15		34
CSR-2a	Piaskowiec <i>Darley Dale</i> - M (Murrell, 1965)	79,3	21	110	171
CSR-2b	Piaskowiec <i>Darley Dale</i> - R (Ramez, 1967)	72,5	21	103	

Symbol skały	Rodzaj skały (źródło)	$\sigma_c$ MPa	$n$ %	$p_{BT}$ MPa	$p_{TD}$ MPa
1	2	3	4	5	6
CSR-23	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Mase</i>  (Koide i in., 1967; Hoshino i Koide, 1970)	~ 100	0,86	100	150
CSR-32	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Coconino</i>  (Handin i in., 1972)	-	16	170	
CSR-33	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Ohmagari</i>	78,5	5,34	200	
CSR-35	Piaskowiec pumeksowy drobnoziarnisty <i>Takaku</i>	9,5	55,9		5
CSR-36	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Nakayama</i>	13,7	-		10
CSR-37	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Asagai</i>	23,5	-	30	50 (T~D)
CSR-38	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Iwaki</i>	12,8	30,3		10
CSR-39	Piaskowiec tufowy drobnoziarnisty <i>Tentokuji</i>	-	55,2		0,1
CSR-40	Piaskowiec tufowy drobnoziarnisty <i>Nanatani</i>	95,1	8,60	150	
CSR-41	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Teradomari</i>	13,4	30,5	20	30
CSR-42	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Shiyya (1)</i>	27,4	11,2	20	
CSR-43	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Hamatsuda (1)</i>	4,6	25,8		0,1
CSR-44	Piaskowiec tufowy <i>Hamatsuda (2)</i>	23,7	18,3	50	

Symbol skały	Rodzaj skały (źródło)	$\sigma_c$ MPa	$n$ %	$p_{BT}$ MPa	$p_{TD}$ MPa
1	2	3	4	5	6
CSR-45	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Hamatsuda (3)</i>	9,8	23,9	20	50
CSR-46	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Shiyya (2)</i>	21,6	17,7	50	100
CSR-47	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Shiyya (3)</i>	58,3	14,4	100	200
CSR-48	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Hamatsuda (4)</i>	-	16,42		20
CSR-49	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Shiyya (4)</i>	45,1	-	50	200
CSR-50	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Hamatsuda (5)</i>	29,6	-		50 (T~D)
CSR-51	Piaskowiec wulkaniczny bardzo gruboziarnisty <i>Zushi</i>	11,8	33,1	100	
CSR-53a	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (3)a</i>	112,8	6,2	150	250
CSR-53b	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (3)b</i>	105,0	6,2	150	
CSR-55	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Maze (2)</i>	85,0	12,3	200	
CSR-57	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Ainoura</i>	68,6	6,52	150	
CSR-58	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Yunoki</i>	65,1	10,20	100	
CSR-59	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Sechibaru</i>	44,1	12,72	50	100
CSR-60	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Fukui</i> (Hoshino i in., 1972; oraz -	48,8	13,2	100	



Symbol skały	Rodzaj skały (źródło)	$\sigma_c$ MPa	$n$ %	$P_{BT}$ MPa	$P_{TD}$ MPa
1	2	3	4	5	6
CSR-64	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Lance</i> (Schock i in., 1973)	(150)	8,5		300
CSR-68	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Amakusa (AMA)</i> (Hoshino i Inami, 1975)	(75)	3,6		150
CSR-78	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Naharigawa (BSB)</i>	120	4,3	150	
CSR-82	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Kuma (BSF)</i>	57	5,7	50	
CSR-83	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Izumi (BSH)</i> (Hoshino i Mitsui, 1975)	187	4,1	100	
CSR-84	Piaskowiec <i>Kimachi</i> (Kobayashi i Sugimoto, 1975)	(45)	-	6	60
CSR-85	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Buntsandstein</i> (Gowd i Rummel, 1977, 1980)	60	~ 15	50	100
CSR-87	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Jastrzębie</i> (Borecki i in., 1980, 1982a)	125,1	5,30	48	
CSR-89	Piaskowiec średnioziarnisty <i>NVO-Donbass</i> (Stawrogin i in., 1980, 1981)	139,3	6	100	
CSR-90	Piaskowiec bardzo drobnoziarnisty <i>Lublin</i>	104	-	50	100

Symbol skały	Rodzaj skały (źródło)	$\sigma_c$ MPa	$n$ %	$P_{BT}$ MPa	$P_{TD}$ MPa
1	2	3	4	5	6
CSR-91	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Lublin</i> (Długosz i in., 1981b; Gustkiewicz, 1984)	48	-		100
CSR-92	Piaskowiec drobno-średnioziarnisty <i>Pniówek</i>	80,8	7,72	61	
CSR-93	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Pniówek</i>	83,9	6,62	52	
CSR-94	Piaskowiec grubo - bardzo gruboziarnisty <i>Jastrzębie</i> (Kwaśniewski i in., 1981, 1982; Kwaśniewski, 1983a,d)	91,8	5,41	41	
CSR-97	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (1)</i>	46	-	90	175
CSR-98	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (2)</i>	46	-	100	140
CSR-99	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (3)</i>	46	-	100	235
CSR-100	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Józefin (4)</i>	40	-	140	180
CSR-101	Piaskowiec średnioziarnisty <i>Józefin</i>	28	-	60	100
CSR-102	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Rudna (1)</i>	18	-	100	180
CSR-103	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Rudna (2)</i>	14	6,0±2,5	50	120
CSR-105	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Victoria</i>	67	-	250	

Symbol skały	Rodzaj skały (źródło)	$\sigma_c$ MPa	$n$ %	$p_{BT}$ MPa	$p_{TD}$ MPa
1	2	3	4	5	6
CSR-106	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Victoria</i> (Gustkiewicz, 1984)	63	-	250	
CSR-107	Piaskowiec gruboziarnisty <i>Nowa Ruda</i>	65	7,5	150	300
CSR-108	Piaskowiec drobnoziarnisty <i>Nowa Ruda</i> (Gustkiewicz, 1985a)	67	7,7	150	

**Objaśnienia:**  $\sigma_c$  - wytrzymałość graniczna na jednoosiowe ściskanie,  $n$  - porowatość,  $p_{BT}$  - ciśnienie przejścia B-T,  $p_{TD}$  - ciśnienie przejścia T-D

wytrzymałości granicznej zaznaczałem punkty odpowiadające najwyższemu ciśnieniu, przy którym skała zachowywała się jeszcze krucho i najmniejszemu ciśnieniu, przy którym skała zachowywała się już przejściowo lub ciągliwie. Poszukiwałem następnie linii rozdzielających pole zachowań kruchych od pola zachowań przejściowych (rys. 12.1) i od pola zachowań ciągliwych (rys. 12.2). W ten sposób określiłem warunek przejścia piaskowców ze stanu kruchego (B) w stan pośredni (T)

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 3,5 p_{BT} \quad (12.1)$$

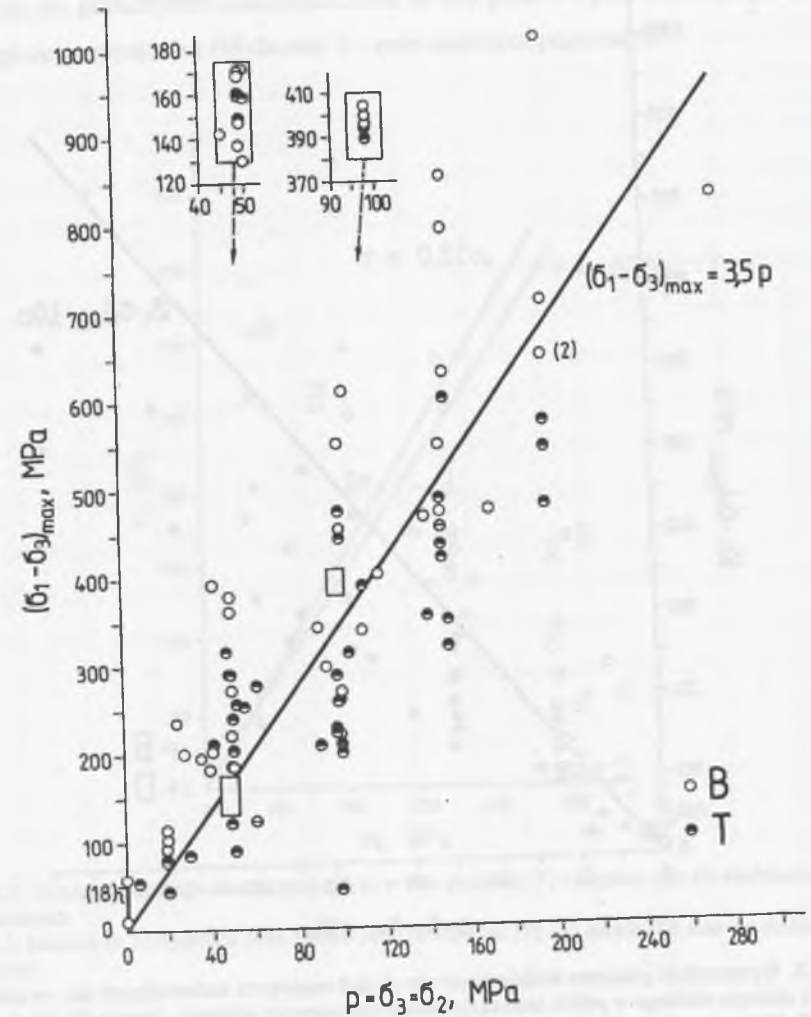
i warunek przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy (D) -

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 3,0 p_{BD} \quad (12.2)$$

Stwierdziłem więc, że piaskowce zachowują się w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania krucho, gdy ich wytrzymałość graniczna odpowiadająca danemu ciśnieniu okólnemu ( $p$ ) jest co najmniej 3,5 razy większa od najmniejszego naprężenia głównego ( $\sigma_3$ ) (przy czym  $\sigma_3 = \sigma_2 = p$ ) lub ciągliwie, gdy ich wytrzymałość nie przekracza wartości równej  $3\sigma_3$ .

Przypomnijmy tutaj, że Mogi (1966b) podał dla skał krzemianowych warunek przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy (B-D) w postaci

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 3,4 p \quad (12.3)$$

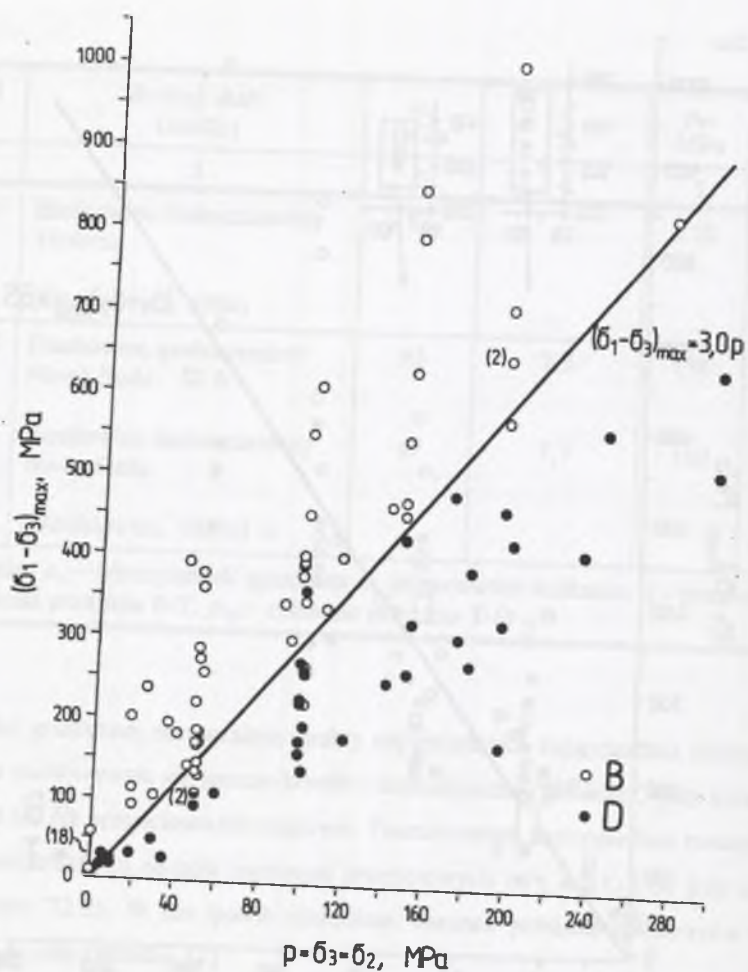


Rys. 12.1. Wytrzymałość graniczna średniookruchowych skał osadowych zachowujących się - w zależności od wielkości ciśnienia okólnego w próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania - krucho (B) lub pośrednio (T) pomiędzy stanem kruchym i ciągliwym  
Fig. 12.1. Ultimate strength of medium-grained clastic rocks behaving - depending on confining pressure in conventional triaxial compression - in a brittle (B) or transitional (T) manner

Wśród skał tych były między innymi granity, serpentynity, andezyty, dioryty, trachity, diabaz, gabro, kwarcyt, perydotyt, tufy i także dwa piaskowce - *Bartlesville* i *Barns* (Handin i Hager, 1957), które zostały uwzględnione również i w obecnej analizie (por. tab. 12.1).

Wyrażając warunek (12.1) i (12.2) w konwencji naprężeń  $\tau$  i  $\sigma_n$  działających na płaszczyźnie makrozniszczenia (por. formuły (11.2)) uzyskuje się odpowiednio:





Rys. 12.2. Wytrzymałość graniczna średniookruchowych skał osadowych zachowujących się - w zależności od wielkości ciśnienia okólnego w próbie konwencjonalnego trójosiowego ściskania - krucho (B) lub ciągliwie (D)  
 Fig. 12.2. Ultimate strength of medium-grained clastic rocks behaving - depending on confining pressure in conventional triaxial compression - in a brittle (B) or ductile (D) manner

dla przejścia B-T -

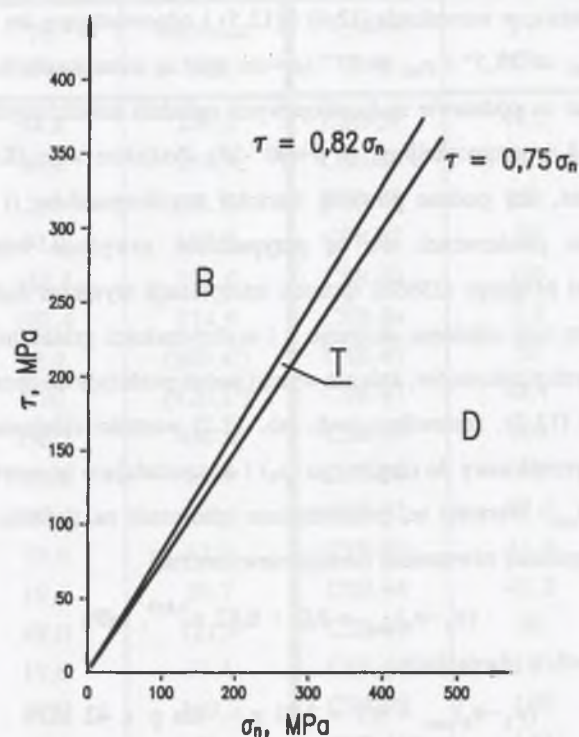
$$\tau = 0,82\sigma_n \quad (12.4)$$

dla przejścia B-D -

$$\tau = 0,75\sigma_n \quad (12.5)$$

Na rysunku 12.3 przedstawione są obie - B-T i T-D - granice przejścia. Dzielą one płaszczyznę wyznaczoną przez osie naprężenia normalnego i granicznego naprężenia

ścinającego na płaszczyźnie makrozniszczenia na trzy pola: B - pole kruchego pęknięcia, D - pole ciągliwego płynięcia i (środkowe) T - pole zachowań pośrednich.



Rys. 12.3. Granice przejścia ze stanu kruchego (B) w stan pośredni (T) i ciągliwy (D) dla średniookruchowych skał osadowych

Fig. 12.3. Boundaries of transition from brittle (B) to transitional (T) and ductile (D) state for medium-grained clastic rocks

Występującemu w równaniu granicy przejścia B-T (12.4) współczynnikowi tarcia wewnętrznego  $\mu_{BT}$  odpowiada kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BT} \approx 39,5^\circ$ , zaś współczynnikowi tarcia właściwemu przejściu B-D odpowiada kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BD} \approx 37^\circ$ .

Warto zwrócić uwagę, że wartość współczynnika tarcia wewnętrznego odpowiadająca przejściu piaskowców ze stanu kruchego w stan ciągliwy -  $\mu_{BD} = 0,75$  - jest bardzo, uderzająco bliska wartościom  $\mu_{BD}$  oznaczonym przez Hoshino i in. (1972) dla japońskich trzeciorzędowych skał piaszczystych. Jak wspominałem już powyżej (por. także rys. 11.14), wynosiły one 0,8 i 0,7 dla, odpowiednio, małych i dużych wartości naprężeń normalnych do płaszczyzny zniszczenia. Jest to bardzo zachęcające, potwierdzające wartość analizy



przedstawionej powyżej, tym bardziej że dokonanej w sposób odmienny od tego, którym posłużył się Hoshino ze współpracownikami.

Nie można jednak nie zauważyć, że wartości współczynnika tarcia wewnętrznego przy przejściu występujące w warunkach (12.4) i (12.5) i odpowiadające im wartości kąta tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BT} \cong 39,5^\circ$  i  $\varphi_{BD} \cong 37^\circ$  ( $\varphi = \arctg \mu$ ) są stosunkowo duże w porównaniu z tymi oznaczonymi na podstawie makroskopowych oględzin zniszczonych próbek i pomiaru kąta zniszczenia  $\theta$  (a przypomnijmy, że  $\varphi = 90^\circ - 2\theta$ ). Podjąłem więc (Kwaśniewski, 1987a) próbę sprawdzenia, czy podane powyżej wartości współczynników (i kątów) tarcia przy przejściu B-D w piaskowcach nie są przypadkiem zawyżone wskutek zastosowania zapożyczzonego od Mogiego (1966b) sposobu interpretacji wyników badań na płaszczyźnie wyznaczonej przez osie ciśnienia okólnego  $p$  i wytrzymałości granicznej  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ . W tym celu dla tych samych piaskowców, których wyniki badań posłużyły do opracowania warunków przejścia (12.1) i (12.2), zestawilem (zob. tab. 12.2) wartości ciśnienia przejścia ze stanu kruchego w stan przejściowy do ciągliwego ( $p_T$ ) i odpowiadające im wartości wytrzymałości granicznej  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ . Wartości te, przedstawione graficznie na rysunku 12.4, układają się wzdłuż krzywej opisanej równaniem funkcji niewymiernej

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 8,0 + 6,82 p_T^{0,815}, \text{ MPa} \quad (12.6)$$

lub wzdłuż prostych o równaniach

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 9,1 + 3,71 p_T \quad \text{dla } p \leq 42 \text{ MPa} \quad (12.7a)$$

i

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 64,4 + 2,38 p_T \quad \text{dla } p > 42 \text{ MPa} \quad (12.7b)$$

Równania te określają wytrzymałość graniczną odpowiadającą przejściu piaskowców ze stanu kruchego w stan pośredni pomiędzy kruchym a ciągliwym.

Warto zwrócić uwagę, że w równaniu (12.6) występuje wyraz wolny  $a = 8,0$  MPa wskazujący, że piaskowce o wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie mniejszej od 8,0 MPa wykazują cechy przejściowe pomiędzy stanem kruchym a ciągliwym także przy ciśnieniu okólnym  $p = \sigma_3 = \sigma_2 = 0$ , i że w przeciwieństwie do tego, co wynika z warunków (12.1) – (12.3), skała niekoniecznie musi mieć wytrzymałość graniczną na jednoosiowe ściskanie równą 0, by nawet przy ciśnieniu atmosferycznym mogła zachowywać się przejściowo lub nawet ciągliwie. Spostrzeżenie to znajduje potwierdzenie w wynikach badań doświadczalnych; tak zachowywał się m. in. badany przez Hoshino i in. (1972) tufowy

Wartości ciśnienia przejścia piaskowców ze stanu kruchego w stan przejściowy do ciągliwego ( $p_T$ ) i odpowiadające im wartości granicy wytrzymałości  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$

Symbol skały	$p_T$ MPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ MPa	Symbol skały	$p_T$ MPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ MPa
CSR-1	54,4	253,0	CSR-59	49,0	150,0
CSR-6a	98,1	259,9	CSR-60	98,1	229,4
CSR-11	2,9	(23,9)	CSR-78	150	603
CSR-12	50,0	159,0	CSR-82	50	241
CSR-2a	110,3	392,0	CSR-83	100	476
CSR-2b	103,4	314,9	CSR-84	5,9	(53,9)
CSR-23	98,1	(389,4 <sup>1</sup> )	CSR-85	50	203
CSR-32	170	(420,1 <sup>2</sup> )	CSR-87	48,1	316,0
CSR-33	196,1	480,6	CSR-89	100	(444,7)
CSR-37	29,4	84,9	CSR-90	50	290
CSR-40	147,1	488,4	CSR-92	61,0	277,9
CSR-41	19,6	42,9	CSR-93	51,9	256,7
CSR-42	19,6	80,7	CSR-94	41,2	210,8
CSR-44	49,0	121,4	CSR-97	90	210
CSR-45	19,6	77,4	CSR-98	100	200
CSR-46	49,0	160,3	CSR-99	100	260
CSR-47	98,1	223,6	CSR-100	140	355
CSR-49	49,0	159,1	CSR-101	60	124
CSR-51*	98,1	43,3	CSR-102	100	210
CSR-53a	147,1	422,7	CSR-103	50	90
CSR-53b	147,1	436,1	CSR-105*	250	535
CSR-55	196,1	546,0	CSR-106*	250	450
CSR-57	147,1	456,4	CSR-107	150	350
CSR-58	98,1	288,8	CSR-108	150	320

**Objaśnienia:** 1 - wartość średnia; dla próbek odcztałcanych z prędkością  $2,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$   $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 381,6$  MPa, dla próbek odcztałcanych z prędkością  $3,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$   $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 397,1$  MPa; 2 - wartość średnia; dla próbek walcowych  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 365,1$  MPa, dla próbek prostopadłościennych  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max} = 476,0$  MPa, \* - Te skały zostały wyłączone z analizy ilościowej (aproxymacji danych  $p_T - (\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$  równaniem krzywej  $y = a + bx^n$ ), gdyż odpowiadające im pary wartości  $x, y$  daleko odbiegają od tych właściwych pozostałym skałom (zob. rys. 12.4). **UWAGA:** W nawiasach podane są wartości wytrzymałości granicznej odczytane z charakterystyki naprężenie-odkształcenie.

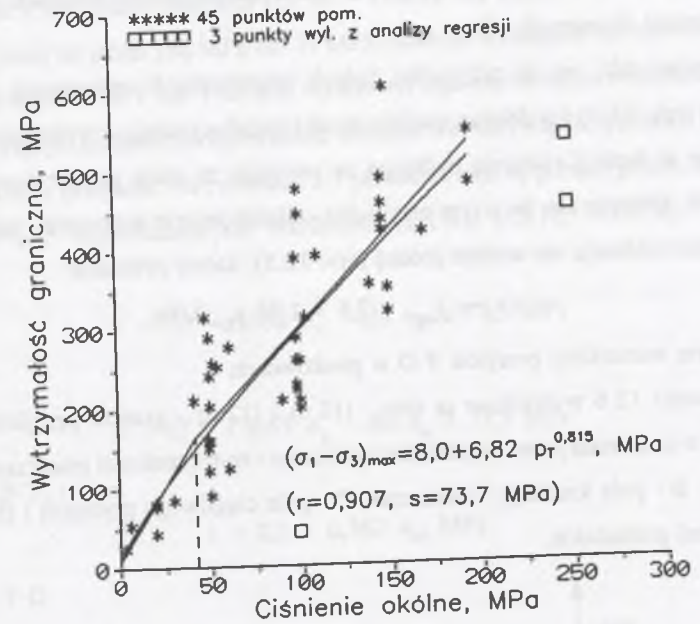


Tabela 12.3

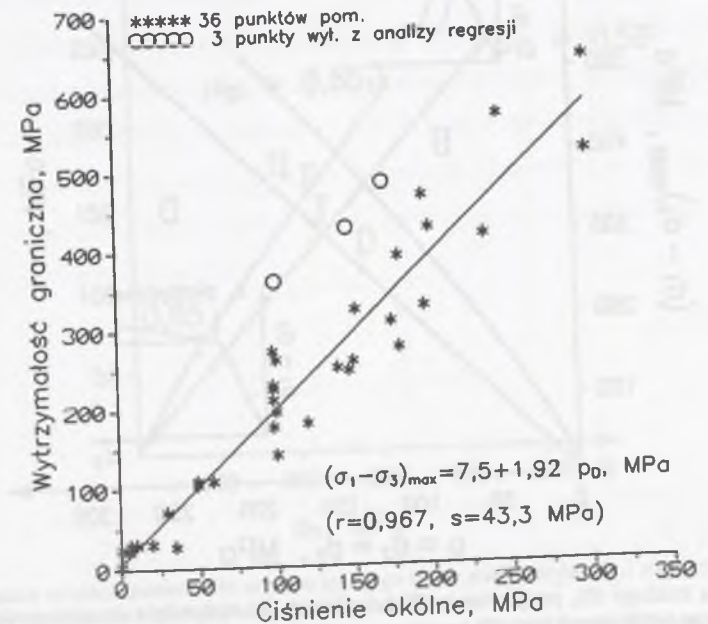
Wartości ciśnienia przejścia piaskowców ze stanu przejściowego w stan ciągły ( $p_D$ ) i odpowiadające im wartości granicy wytrzymałości  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$

Symbol skały	$p_D$ MPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ MPa	Symbol skały	$p_D$ MPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ MPa
CSR-1	152,0	323,6 <sup>1</sup>	CSR-48	19,6	31,1 ult
CSR-6a	196,1	465,8 ult	CSR-49	196,1	326,6 ult
CSR-6b	98,1	272,6 ult	CSR-50	49,0	108,7 <sup>T-D</sup> ult
CSR-7	98,1	228,5 ult	CSR-53a	245,2	567,7 <sup>3</sup>
CSR-9	98,1	175,5 ult	CSR-59	98,1	210,6 <sup>3</sup>
CSR-11	5,9	(30) ult	CSR-64	300	(640,0) ult
CSR-12	200,0	425,0 ult	CSR-68	150	(258,5) ult
CSR-14	34,3	27,5 <sup>2</sup>	CSR-84	58,8	(108,2 <sup>4</sup> )
CSR-2a*	171	484,0 yld	CSR-85	100	261 ult
CSR-23*	147,1	(426,6) ult	CSR-90*	100	360 ult
CSR-35	4,9	22,6 <sup>3</sup>	CSR-91	100	195 ult
CSR-36	9,8	30,4 <sup>3</sup>	CSR-97	175	308
CSR-37	49,0	107,9 <sup>T-D</sup> ult	CSR-98	140	250
CSR-38	9,8	30,7 <sup>3</sup>	CSR-99	235	415
CSR-39	0,1	25,5 <sup>3</sup>	CSR-100	180	390
CSR-41	29,4	70,5 <sup>2</sup>	CSR-101	100	140
CSR-43	0,1	4,6 ult	CSR-102	180	275
CSR-45	49,0	104,1 <sup>3</sup>	CSR-103	120	180
CSR-46	98,1	223,9 ult	CSR-107	300	520
CSR-47	147,1	246,3 <sup>T-D</sup> ult			

**Objaśnienia:** 1 - naprężenie różnicowe odpowiadające odkształceniu podłużnemu równemu ok. 7%; 2 - naprężenie różnicowe odpowiadające odkształceniu podłużnemu równemu 5%; 3 - naprężenie różnicowe odpowiadające odkształceniu podłużnemu równemu 10%; 4 - naprężenie różnicowe odpowiadające odkształceniu podłużnemu równemu ok. 4%; ult - granica wytrzymałości, yld - punkt plastyczności; T~D - zachowanie się skały pośrednie pomiędzy przejściowym (T) i ciągłym (D); \* - Te skały zostały wyłączone z analizy ilościowej (aproxymacji danych  $p_D - (\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$  równaniem prostej  $y=a+bx$ ), gdyż odpowiadające im pary wartości x, y daleko odbiegają od tych właściwych pozostałym skałom (zob. rys. 12.5). **UWAGA:** W nawiasach podane są wartości wytrzymałości granicznej odczytane z charakterystyki naprężenie-odkształcenie.



Rys. 12.4. Wytrzymałość graniczna piaskowców przy przejściu B-T  
Fig. 12.4. Ultimate strength of sandstones at B-T transition



Rys. 12.5. Wytrzymałość graniczna piaskowców przy przejściu T-D  
Fig. 12.5. Ultimate strength of sandstones at T-D transition

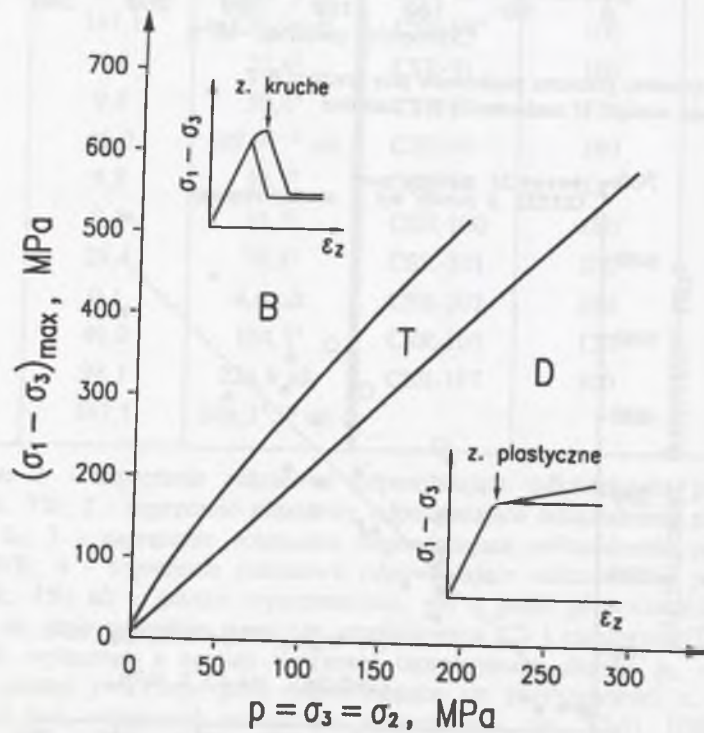
drobnoziarnisty piaskowiec *Tentokuji*, piaskowiec drobnoziarnisty *Hamatsuda* (1) i piaskowiec średnioziarnisty *Hamatsuda* (5).

Postępując tak, jak w przypadku danych empirycznych opisujących przejście B-T, zestawilem (tab. 12.3) i poddałem analizie wyniki badań wyrażające wytrzymałość graniczną piaskowców w funkcji ciśnienia okólnego na przejściu ze stanu przejściowego (T) w stan ciągliwy (D). Okazuje się, że w tym przypadku - ciśnien jeszcze wyższych - dane empiryczne bardzo dobrze układają się wzdłuż prostej (rys. 12.5), której równanie

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = 7,5 + 1,92 p_D, \text{ MPa} \quad (12.8)$$

jest szukanym warunkiem przejścia T-D w piaskowcach.

Na rysunku 12.6 wykreślone są obie - (12.6) i (12.8) - granice przejścia. Dzieli one płaszczyznę wyznaczoną przez osie ciśnienia okólnego i wytrzymałości granicznej na ściskanie na trzy pola: B - pole kruchego zniszczenia, D - pole ciągliwego płynięcia i (środkowe) T - pole zachowań pośrednich.



Rys. 12.6. Pola kruchego (B), przejściowego (T) i ciągliwego (D) zachowania się piaskowców w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania

Fig. 12.6. Fields of brittle (B), transitional (T) and ductile (D) behavior of sandstones under conventional triaxial compression conditions

Jak wynika z warunków przejścia (12.6) – (12.8), dla piaskowców o wytrzymałości trójosiowej wyższej od około 168 MPa lub 21 MPa ciśnienie wymagane do wywołania efektu przejścia, odpowiednio, B-T lub T-D, jest wyższe od tego określonego warunkami (12.1) i (12.2). Tym wyższym ciśnieniom odpowiadają mniejsze wartości współczynnika (i kąta) tarcia wewnętrznego przy przejściu. Na rysunku 12.7 przedstawione są granice przejścia wyrażone krzywymi  $\tau = f(\sigma_n)$  odpowiadającymi warunkom (12.7a), (12.7b) i (12.8). Opisują je równania:

$$\tau = 2,1 + 0,854 \sigma_n \quad \text{dla } \sigma_n \leq 77,5 \text{ MPa} \quad (12.9a)$$

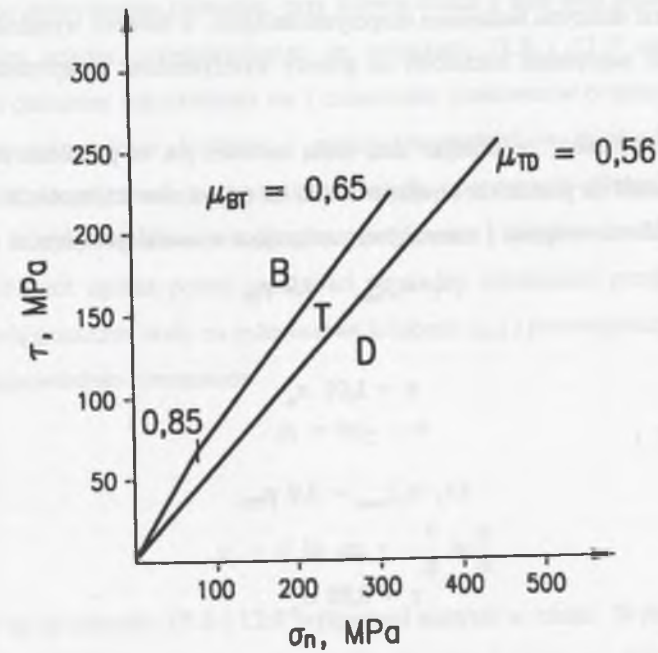
i

$$\tau = 17,5 + 0,65 \sigma_n \quad \text{dla } \sigma_n > 77,5 \text{ MPa} \quad (12.9b)$$

dla przejścia B-T, i

$$\tau = 2,2 + 0,562 \sigma_n, \text{ MPa} \quad (12.10)$$

dla przejścia T-D.



Rys. 12.7. Granice przejścia piaskowców ze stanu kruchego (B) w stan pośredni (T) i ciągliwy (D) wyrażone relacją pomiędzy naprężeniami działającymi na płaszczyźnie ścinania

Fig. 12.7. Boundaries of transition from brittle (B) to transitional (T) and ductile (D) state for sandstones, described by the relations between stresses acting on the faulting plane



Występującemu w równaniach (12.9a) i (12.9b) współczynnikowi tarcia wewnętrznego  $\mu_{BT}$  odpowiadają kąty tarcia wewnętrznego  $\varphi_{BT}$  równe  $40,5^\circ$  i  $33^\circ$ , zaś współczynnikowi tarcia właściwemu przejściu T-D (równanie (12.10)) odpowiada kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_{TD}=29,5^\circ$ . Te dwie ostatnie wartości są znacznie mniejsze od tamtych wynikających z warunków (12.4) i (12.5).

Tak więc sposób interpretacji wyników badań nad przejściem według Mogiego bez wątplenia wpływa na zawyżenie wartości współczynnika (i kąta) tarcia wewnętrznego przy przejściu. Jednak głównym powodem zbyt dużych wartości współczynnika tarcia w warunkach (12.4) i (12.5), a także (12.9) i (12.10), wydaje się to, że warunki te wyrażają relację pomiędzy granicznymi naprężeniami normalnymi i ścinającymi. Występujące w nich wartości współczynnika tarcia wewnętrznego są więc wartościami odpowiadającymi granicy wytrzymałości, podczas gdy makropeknięcie (przez kruche lub ciągliwe ścięcie) często następuje dopiero w stadium pokrytycznym, tzn. po przekroczeniu granicy wytrzymałości (i znacznym odkształceniu się materiału), przy niższych naprężeniach różnicowych, którym zapewne odpowiadają inne, niższe wartości współczynnika tarcia. Tę hipotezę należało będzie jednak potwierdzić dalszymi badaniami eksperymentalnymi, w których wyraźnie rozróżni się i oznaczy (zbadana) naprężenia różnicowe na granicy wytrzymałości i naprężenia różnicowe przy ścięciu.

Warto tu wspomnieć, że stosując taką samą metodę, jak ta przedstawiona powyżej, Daoud (1991) ustalił na podstawie wyników badań na trójosiowe ściskanie 29 różnych skał węglanowych (głównie wapieni i marmurów) następujące warunki przejścia w tych skałach:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = 4,9 p_{BT} \quad (12.11a)$$

lub

$$\tau = 1,01 \sigma_n \quad (12.11b)$$

dla przejścia B-T, i

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = 3,9 p_{TD} \quad (12.12a)$$

lub

$$\tau = 0,88 \sigma_n \quad (12.12b)$$

dla przejścia T-D.

Odpowiadające tym warunkom wartości kąta tarcia wewnętrznego przy przejściu:  $\varphi_{BT}=45,2^\circ$  i  $\varphi_{TD}=41,3^\circ$  są znacząco wyższe od tych oznaczonych i podanych powyżej dla piaskowców.

## 12.2. Ciśnienie przejścia B-T i T-D

Starając się określić przedziały ciśnień, w których piaskowce zachowują się krucho, przejściowo i ciągliwie, i ustalić zależność pomiędzy ciśnieniem przejścia z jednego stanu (przedziału) w drugi a wytrzymałością graniczną na jednoosiowe ściskanie i porowatością, na rysunkach 12.8 i 12.9 naniósłem we współrzędnych prostokątnych, odpowiednio,  $\sigma_c$ ,  $p_t$  i  $n$ ,  $p_t$  punkty odpowiadające - w przypadku każdej skały - ostatniej próbie (najwyższemu ciśnieniu), w której skała zachowywała się krucho (B), wszystkim próbom (ciśnieniom), w których skała zachowywała się przejściowo (T) i pierwszej próbie (najmniejszemu ciśnieniu), w której skała zachowywała się ciągliwie. (UWAGA: na rysunkach tych uwzględniłem również zachowanie się kilkunastu skał, które nawet przy ciśnieniach okólnych równych 196 MPa i jeszcze wyższych, równych 275 MPa (jak w przypadku drobnoziarnistego piaskowca Rudna (3) z Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego) zachowywały cechę kruchości i w związku z tym nie zostały wprowadzone do tabeli 12.1; dla skał tych naniósłem punkty odpowiadające najwyższemu ciśnieniu, przy którym każda z nich była badana.)

W wyniku analizy przedstawionego na rysunkach 12.8 i 12.9 rozkładu punktów wyrażających charakter odkształcania się i zniszczenia piaskowców o różnej wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie i różnej porowatości w zależności od ciśnienia wyróżniłem na płaszczyznach wytrzymałość-ciśnienie i porowatość-ciśnienie obszary - pola B, T i D - którym właściwe jest kruche, przejściowe i ciągliwe zachowanie się skał. Określiłem również ogólną postać zależności pomiędzy ciśnieniami przejścia  $p_{BT}$  i  $p_{TD}$  a wytrzymałością graniczną skały na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ ) i porowatością ( $n$ ).<sup>1</sup> Zależności te, opisanie odpowiednio równaniem

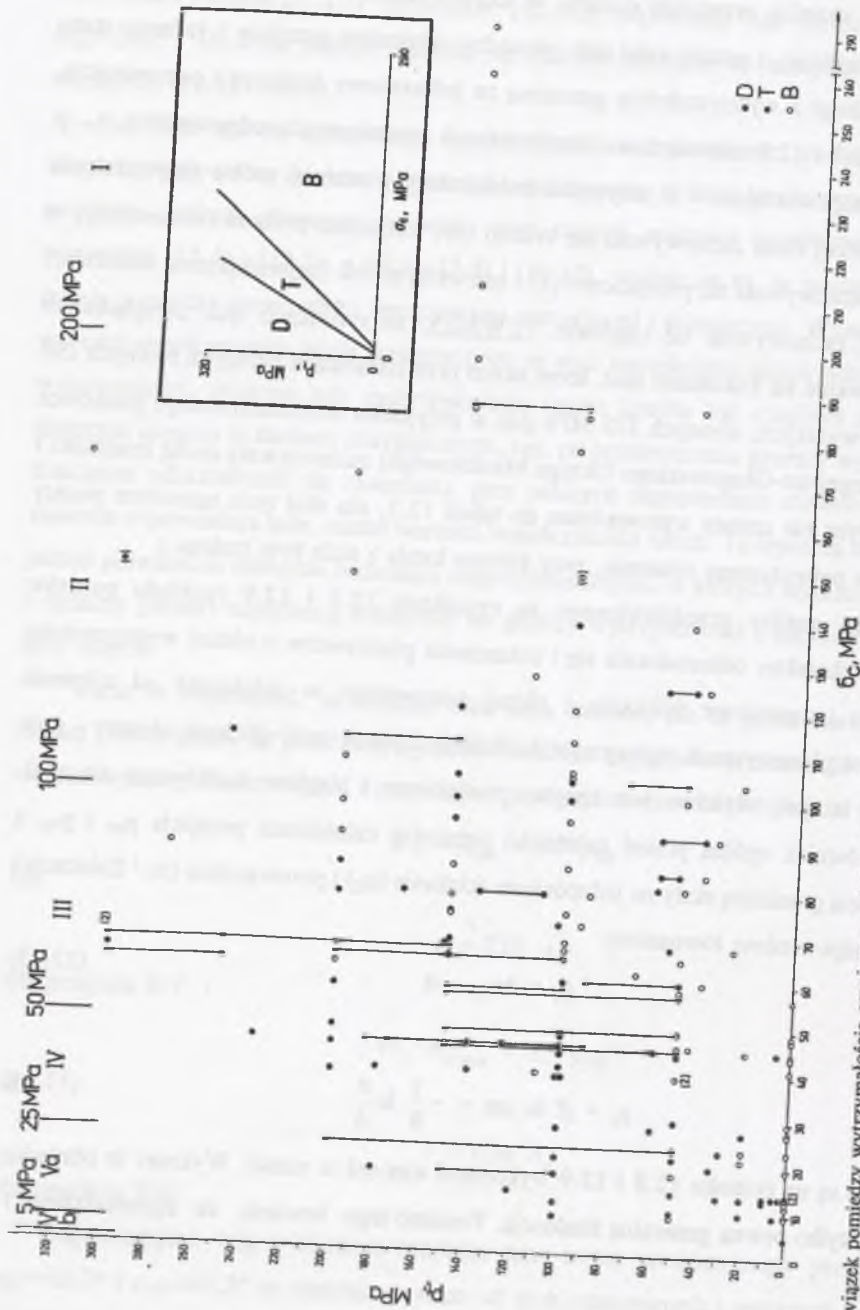
$$p_t = b\sigma_c - a \quad (12.13)$$

i

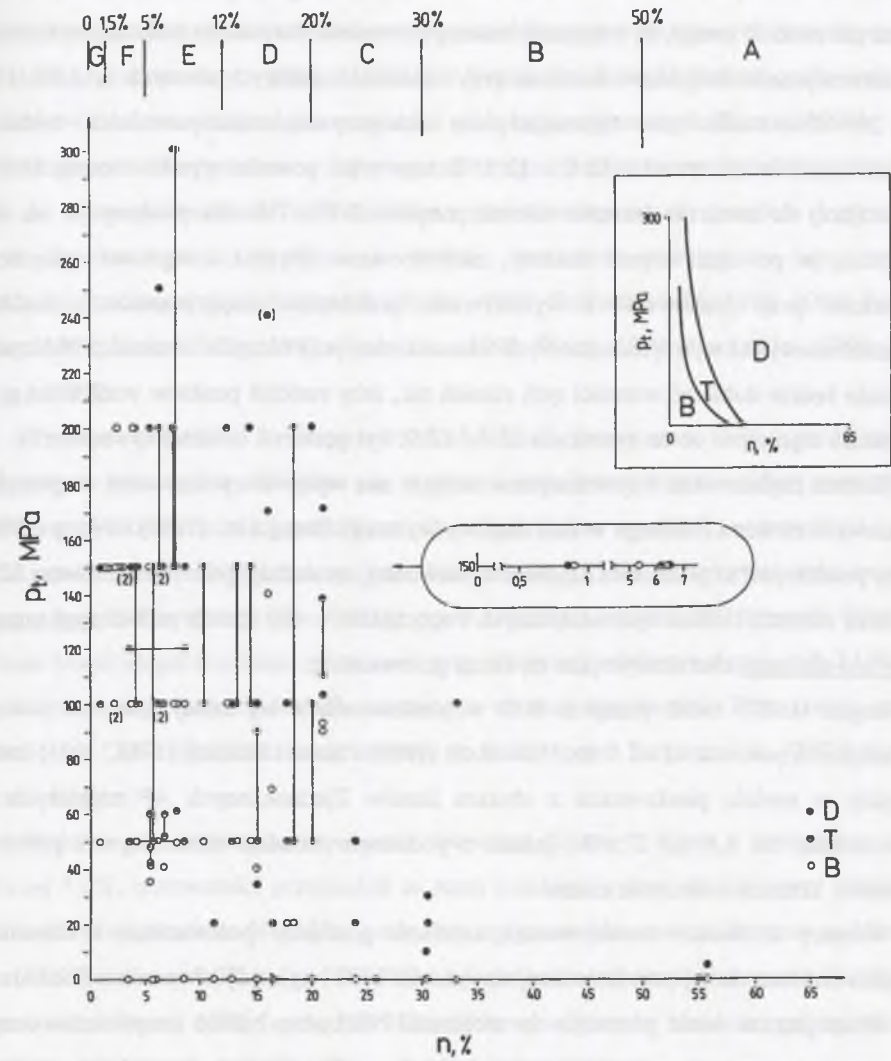
$$p_t = \beta \ln \alpha n = -\frac{1}{B} \ln \frac{n}{A} \quad (12.14)$$

zilustrowane są na rysunku 12.8 i 12.9 wykresami ujętymi w ramki. Wykresy te obrazują, oczywiście, tylko pewną generalną tendencję. Pomimo tego bowiem, że zgromadziłem i

<sup>1</sup> Związek pomiędzy  $\sigma_c$  i  $n$  analizowanych piaskowców opisany jest w Dodatku 2.



Rys. 12.8. Związek pomiędzy wytrzymałością graniczną na jednoosiowe ściskanie a ciśnieniem przejścia piaskowców ze stanu kruchego (B) w stan pośredni (T) i ze stanu pośredniego w stan ciągliwy (D)  
 Fig. 12.8. Relationship between uniaxial compressive strength and B-T and T-D transition pressure for sandstones



Rys. 12.9. Związek pomiędzy porowatością a ciśnieniem przejścia piaskowców ze stanu kruchego (B) w stan pośredni (T) i ze stanu pośredniego w stan ciągliwy (D)  
 Fig. 12.9. Relationship between porosity and B-T and T-D transition pressure for sandstones

poddałem analizie stosunkowo dużą ilość wyników<sup>2</sup>, na wnioskowanie bardziej szczegółowe - zwłaszcza co do wielkości obszarów (szerokości przedziałów) B, T i D oraz wartości stałych

<sup>2</sup> Rutter i Hadzadeh (1991) dokonali podobnej analizy na przykładzie tylko czernastu krzemionkowych skał osadowych, w tym ośmiu piaskowców wziętych pod uwagę w obecnej pracy.



$b$  i  $a$  w równaniu (12.13) i  $B$  i  $A$  w równaniu (12.14) - wydaje się jeszcze za wcześnie. Nie można nie zwrócić uwagi, że większość badaczy prowadziła dotychczas badania piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przy ciśnieniach okólnych równych 0,1, 50, 100, 150, 200 MPa, rzadko tylko wykonując próby także przy ciśnieniach pośrednich - widać to bardzo wyraźnie na rysunku 12.8 i 12.9. Z tego więc powodu wyniki obecnej analizy zmierzającej do ustalenia wartości ciśnień przejścia B-T i T-D dla piaskowców są, bez wątpienia, w pewnym stopniu skażone, zdeformowane. Wynika z tego wniosek, że w przyszłości przy planowaniu i wykonywaniu podobnych eksperymentów - badaniu odkształceniowych i wytrzymałościowych własności skał przy różnych ciśnieniach okólnych - należało będzie dobierać wartości tych ciśnień tak, żeby rozkład punktów wzdłuż osi  $p_1$  na wykresach tego typu, co na rysunkach 12.8 i 12.9, był gęstszy i bardziej równomierny.

Dobrze zaplanowane i systematyczne badania nad wpływem porowatości na przejście piaskowców ze stanu kruchego w stan ciągliwy wykonali Zhang i in. (1987) i Wong (1990), którzy poddali próbki piaskowca *Kayenta*, o pierwotnej, naturalnej, porowatości równej 22%, działaniu różnych ciśnień hydrostatycznych i sporządzili w ten sposób próbki tego samego materiału skalnego charakteryzujące się różną porowatością.

Logan (1987) badał przejście B-D w piaskowcach z tej samej jednostki skalnej, wykazujących porowatość od 5 do 15%. Scott (1989) i Scott i Nielsen (1988, 1991) badali przejście w sześciu piaskowcach z obszaru Stanów Zjednoczonych AP różniących się porowatością, od 6,0 do 27,6%, jednak o podobnym składzie mineralnym i podobnej wielkości, kształcie i ułożeniu ziaren.

Wszyscy ci badacze zaobserwowali zależność pomiędzy porowatością a ciśnieniem przejścia zbliżoną do tej przedstawionej na rysunku 12.9 i opisanej równaniem (12.14).

Wciąż jeszcze wiele pozostało do zrobienia. Niezbędne będzie uzupełnienie danych liczbowych o samej porowatości całkowitej o informacje na temat porowatości porowej i porowatości szczelinowej oraz co szczególnie istotne, na temat kształtu, wielkości i struktury pustek w skałach.

### 12.3. Uwagi końcowe

Fenomenologia zjawiska przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy w skałach wydaje się już stosunkowo dobrze rozpoznana. Ustalone są miary ciągliwości skał i zdefiniowane kryteria przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy. Dzięki prowadzonym przez wielu

badaczy badaniami eksperymentalnym nad zachowaniem się skał w warunkach wysokich ciśnień możliwe było nawet określenie równań empirycznych wyrażających ciśnienie przejścia w skałach krzemianowych (Mogi, 1966b), w średniookruchowych skałach osadowych (por. rozdział 12.1 i wcześniejsze prace autora) i w skałach węglanowych (Daoud, 1991).

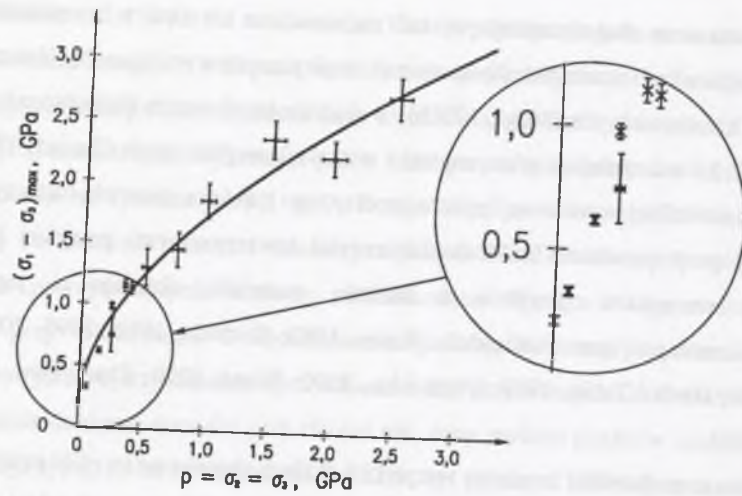
Znacznie słabiej poznane są fizyczne aspekty tego zjawiska; niewielu badaczy zajmowało się do tej pory procesami mikromechanicznymi towarzyszącymi przejściu i związkami pomiędzy warunkami przejścia a budową materiału skalnego i jego cechami mikrostrukturalnymi (por. Hadizadeh i Rutter, 1983; Shimada, 1986, 1995, 2000; Fredrich i in., 1989; Hirth i Tullis, 1989; Evans i in., 1990; Wong, 1990; Zhang i in., 1990; Wong i in., 1997).

Trzeba tu podkreślić, że nie we wszystkich skałach obserwowano efekt przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy. Niektóre - są to głównie skały krzemianowe o niskiej porowatości - zachowują cechę kruchości nawet przy ciśnieniach bardzo wysokich, wyższych od 1 GPa. I tak pewien granit i eklogit badany przez Riabinina i in. (1973) zachowywał cechę kruchości przy ciśnieniu równym 1 GPa. Badany przez Schocka i Hearda (1974) granit *Westerly* z Rhode Island ulegał kruchemu zniszczeniu przy ciśnieniach okólnych sięgających 2 GPa i nie wykazywał przy tych ciśnieniach znaczącego wzrostu ciągliwości. Przy takich samych ciśnieniach (2,02 GPa) krucho zachowywał się badany przez Berguesa i in. (1974) algierski granit *Hoggar*.

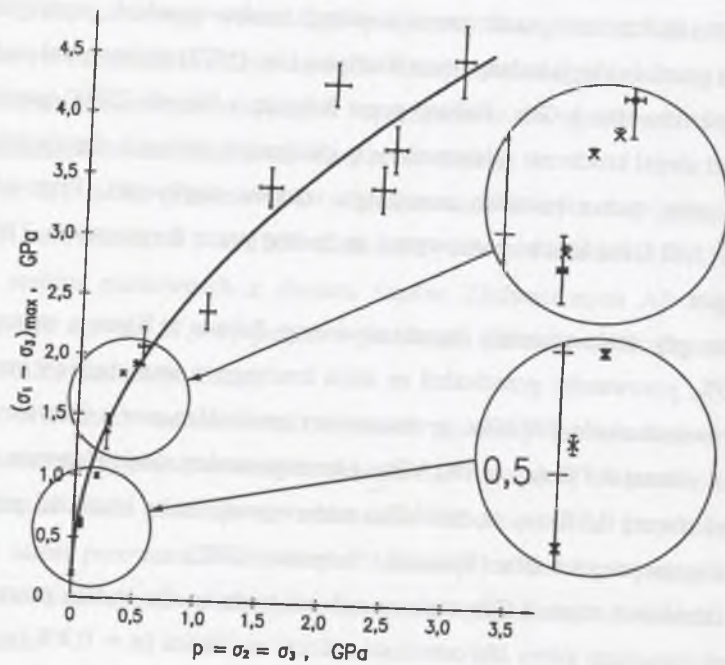
Podczas gdy drobnoziarnisty bazalt oliwinowy *Yakuno* z Kioto o stosunkowo dużej, równej 7,0%, porowatości przechodził ze stanu kruchego w stan ciągliwy przy ciśnieniach okólnych równych około 300 MPa, gruboziarnisty granit *Man-nari* z Okayamy na Honsiu o porowatości równej 0,7% ( $\sigma_c = 180$  MPa) i średnioziarnisty dunit *Horoman* z Hokkaido o porowatości równej 0,5% ( $\sigma_c = 190$  MPa) zachowywały cechę kruchości przy ciśnieniach okólnych sięgających aż 3 GPa (Shimada i Yukutake, 1982).

Przy ciśnieniach rzędu 3 GPa zachowywało się także krucho badane przez Shimadę i in. (1983) średnioziarniste gabra *Murotomisaki* z Kochi na Sikoku ( $n = 0,4\%$ ,  $\sigma_c \approx 210$  MPa) i średnioziarnisty eklogit *Akaishi* z Ehime na Sikoku ( $n = 0,4\%$ ,  $\sigma_c \approx 200$  MPa). Jak pokazano na rysunku 12.10, wytrzymałość graniczna tych skał rosta ze wzrostem ciśnienia okólnego; jednak wykres zależności  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} = f(p)$  jest wyraźnie nieliniowy, tempo wzrostu wytrzymałości granicznej na ściskanie początkowo duże, zmniejszyło się przy ciśnieniach z przedziału od 51 do 76 MPa w przypadku gabra i od 102 do 199 MPa w przypadku eklogitu.





(a)



(b)

Rys. 12.10. Zależność wytrzymałości granicznej na ściskanie od ciśnienia okólnego oznaczona przez Shimadę i in. (1983) dla gabra *Murotomisaki* (a) i eklogitu *Akaishi* (b) na podstawie badań walcowych próbek tych skał przy ciśnieniach do 450 MPa w standardowym aparacie trójosiowego ściskania i przy ciśnieniach wyższych w prasie sześciotłokowej

Fig. 12.10. Relationship between ultimate triaxial strength and confining pressure determined by Shimada et al. (1983) for *Murotomisaki* gabbro (a) and *Akaishi* eclogite (b) based on tests of cylindrical samples of these rocks in a conventional triaxial testing apparatus ( $p \leq 450$  MPa) and in a cubic press ( $p > 450$  MPa)

Podobny efekt wystąpił także w przypadku granitu *Man-nari* i dunitu *Horoman*; przy tym to niższe i niemal stałe tempo wzrostu wytrzymałości w tej drugiej, tzw. wysokociśnieniowej fazie kruchego zniszczenia, było niemal takie samo dla wszystkich czterech rodzajów skał. Wyciągnięto z tego wniosek, że w warunkach bardzo wysokich ciśnień to zapewne opór sił wiązań intragranularnych, a nie międzyziarnowych (jak przy ciśnieniach niższych), musi być pokonany, aby doszło do zniszczenia.



### 13. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiłem wyniki moich badań nad wytrzymałością graniczną oraz charakterem odkształcania się i zniszczenia skał izo- i anizotropowych w warunkach osiowo-symetrycznego ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) i tzw. ogólnego trójosiowego ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) stanu naprężeń ściskających. Celem tych badań było:

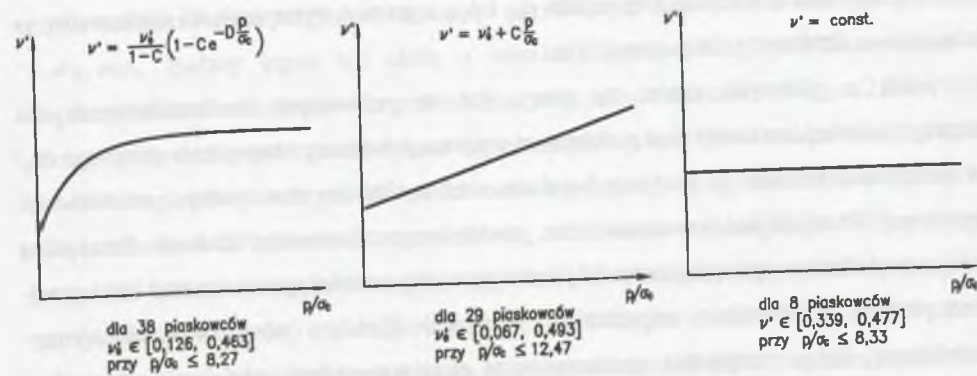
- określenie i opisanie, za pomocą odpowiedniej teorii i warunku stanu granicznego, wpływu ciśnienia okólnego na wytrzymałość graniczną skał izo- i quasi-izotropowych,
- określenie wpływu pośredniego naprężenia głównego na własności wytrzymałościowe i odkształceniowe skał anizotropowych,
- określenie wpływu ciśnienia okólnego na charakter odkształcania się i zniszczenia średniokruchowych skał osadowych (piaskowców) i sformułowanie warunku przejścia tych skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy.

W rozdziale 3 dokonałem przeglądu oraz weryfikacji ilościowej warunków wytrzymałościowych skał izotropowych. Do analizy wybrałem 50 warunków wyrażonych w konwencji naprężeń głównych ( $^F\sigma_1 = f(\sigma_3)$  i  $^F\sigma_1 = f(\sigma_3 = \sigma_2)$ ) i 25 warunków wyrażonych w naprężeniach oktaedrycznych ( $[\tau_{oct} = f(\sigma_{oct})]_F$ ). Były wśród nich zarówno warunki powszechnie znane i stosowane, jak np. warunek Hoeka i Browna, warunki nieco mniej popularne, jak np. rozszerzony warunek Griffitha, warunki nie stosowane do tej pory dla skał, jak np. warunek Bałandina i warunki zupełnie nowe, wprowadzone po raz pierwszy w tej pracy. Dzięki zgromadzeniu pokaźnej liczby zestawów danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  - dwudziestu sześciu dla granitów i czterdziestu sześciu dla węgla kamiennych - pochodzących z badań próbek tych skał na konwencjonalne trójosiowe ściskanie, można było rzetelnie sprawdzić, które z tych warunków dobrze aproksymują dane empiryczne, i które nie nadają się do oceny wytrzymałości granicznej skał w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających.

W rozdziale 4, 6 i 7 wyłożyłem nową teorię kruchego zniszczenia ziarnistych ośrodków skalnych. Na gruncie tej teorii podałem nowy, ogólny warunek wytrzymałościowy. Zweryfikowałem go ilościowo opierając się na analizie wyników badań eksperymentalnych nad wytrzymałością graniczną w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania kilkudziesięciu różnych piaskowców.

W równaniach teorii występuje pewien parametr  $\nu'$ , który stanowiąc m.in. o wartości tzw. naprężeń efektywnych charakteryzuje cechy odkształceniowe i wytrzymałościowe

materiału skalnego. Na podstawie analizy wyników badań trójosiowych stwierdziłem, że parametr ten zależy nie tylko od budowy materiału, lecz jest także pewną funkcją stanu naprężenia. Pokazałem, że zwykle rośnie on liniowo lub nieliniowo, według zależności eksponencjalnej, ze wzrostem ciśnienia okólnego, i tylko w pojedynczych przypadkach wydaje się od ciśnienia okólnego niezależny (rys. 13.1). Dla wszystkich tych trzech typów zależności parametru  $\nu'$  od ciśnienia okólnego podałem odpowiednie równania wytrzymałościowe wyrażające graniczne największe naprężenie główne w funkcji naprężenia najmniejszego. Równaniami tymi aproksymowałem dane empiryczne pochodzące z badań 75 różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie, uzyskując aż w 71% przypadków (53/75) dopasowanie bardzo dobre, w 25% przypadków (19/75) - dopasowanie dobre i w trzech przypadkach (4%) - dopasowanie zadowalające. Nowe warunki stanu granicznego będą mogły być stosowane w praktycznych obliczeniach inżynierskich, służyć do oceny wyteżenia skał w górotworze w sąsiedztwie wyrobisk górniczych i budowli podziemnych, i do przewidywania wszystkich tych zagrożeń ze strony górotworu, których przyczyną jest kruche pęknięcie skał.



Rys. 13.1. Trzy typy zależności  $\nu' = f(p)$  określone na podstawie wyników badań kilkudziesięciu różnych piaskowców na konwencjonalne trójosiowe ściskanie (zob. rozdział 7)  
 Fig. 13.1. Three types of the relationship  $\nu' = f(p)$ , established on the basis of the CTC test results for several dozen various sandstones (cf. Chapter 7)

Jak wiadomo, kruche zniszczenie nie jest jednak jedynym przejawem poddawania się skał działaniu naprężeń i innych czynników zewnętrznych. W pewnych warunkach termodynamicznych skały tracą cechę kruchości i nabierają zdolności do przenoszenia dużych odkształceń bez utraty spójności stają się ciągliwe. W rozdziale 12 tej pracy omówiłem wpływ



ciśnienia okólnego na charakter odkształcania się i zniszczenia średniookruchowych, terygenicznych i piroklastycznych skał osadowych (piaskowców). Zmierząc do określenia warunków, a ściślej mówiąc - ciśnień, przy których piaskowce przechodzą ze stanu kruchego (B) w stan pośredni, przejściowy (T) i, następnie, w stan ciągły (D), poddałem analizie wyniki badań eksperymentalnych nad odkształceniowymi i wytrzymałościowymi własnościami stu sześciu petrograficznych odmian tych skał w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach okólnych sięgających 300 MPa, z prędkościami odkształceń od  $10^{-5}$  do  $10^{-4}$  s<sup>-1</sup>, w temperaturze pokojowej. Za podstawowe kryterium podziału na kruchy, pośredni i ciągły charakter odkształcania się i zniszczenia analizowanych piaskowców przyjąłem za Mogim postać wykresu naprężenie różnicowe - odkształcenie podłużne. Dysponując odpowiednimi danymi ilościowymi o zachowaniu się skały w warunkach wysokich ciśnień dla sześćdziesięciu dwóch piaskowców o porowatości od 0,86% do 55,9% i wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 4,6 MPa do 187 MPa, w rozdziale 12 podałem naprężeniowe warunki przejścia tych skał ze stanu kruchego w stan pośredni i ze stanu kruchego w stan ciągły i oznaczyłem wartości współczynników tarcia wewnętrznego odpowiadające przejściom B-T i B-D. Określiłem również ogólną postać zależności pomiędzy ciśnieniami przejścia  $p_{BT}$  i  $p_{TD}$  a granicą wytrzymałości piaskowców na jednoosiowe ściskanie i ich porowatością.

Jedną z głównych części tej pracy jest ta poświęcona fundamentalnemu dla eksperymentalnej mechaniki skał problemowi wpływu pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) na zachowanie się skał. W rozdziale 8 podsumowałem aktualny stan wiedzy o własnościach wytrzymałościowych skał w warunkach tzw. prawdziwego trójosiowego ściskania. Szczególną uwagę zwróciłem na opisanie zależności pomiędzy wytrzymałością graniczną skał izo- i quasi-izotropowych a pośrednim naprężeniem głównym. Podałem nowy warunek wytrzymałościowy, który uwzględnia zaobserwowaną eksperymentalnie właściwość, że wpływ naprężenia pośredniego na wytrzymałość, acz regularny i znaczący, jest jednak słabszy od wpływu naprężenia najmniejszego ( $\sigma_3$ ). Zebrałem czterdzieści cztery zestawy danych empirycznych [ $\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)$ ]<sub>F</sub> z badań różnych skał w warunkach prawdziwego trójosiowego, quasi-jednorodnego i niejednorodnego, stanu naprężeń ściskających. Korzystając z tych danych zweryfikowałem ilościowo nowy warunek stanu granicznego i oznaczyłem wartości występujących w nim stałych materiałowych. Zaobserwowałem prawidłowość, że wpływ naprężenia pośredniego przejawia się tym silniej, im skała jest mniej jednorodna i im dalej

odbiega od modelu ośrodka izotropowego. Uzyskane wyniki stanowią ważny krok na drodze do poznania, zrozumienia i matematycznego opisanie zachowania się skał w złożonych stanach naprężenia.

W rozdziale 9 podsumowałem aktualny stan wiedzy o zachowaniu się skał anizotropowych przy ściskaniu. Dokonałem przeglądu teorii opisujących anizotropię wytrzymałości skał warstwowych, laminowanych i łupkowatych w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających, omówiłem właściwości kilku fizykalnych i empirycznych warunków kruchego zniszczenia skał anizotropowych i dokonałem analizy przydatności tych warunków do opisu zależności wytrzymałości granicznej skał transwersalnie izotropowych (monotropowych) od ciśnienia okólnego dla różnych kierunków działania największego przyłożonego naprężenia głównego ( $\sigma_1$ ) względem płaszczyzn izotropii.

W próbach konwencjonalnego trójosiowego ściskania nie można jednak zbadać wpływu ani wielkości ani orientacji pośredniego naprężenia głównego na własności i zachowanie się skał anizotropowych. To właśnie dlatego - korzystając z unikalnego aparatu Mogiego do badań na tzw. prawdziwe trójosiowe ściskanie - przeprowadziłem odpowiednie badania na prostopadłościennych próbkach blaszkowatego, anizotropowego łupku krystalicznego *Chichibu* różnie zorientowanych względem kierunków przyłożonych ściskających naprężeń głównych  $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ . Badany łupek był skałą o wyraźnej, gęstej foliacji charakteryzującą się współczynnikiem anizotropii wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie równym 2,24. Próbki obciążałem w taki sposób, że największe naprężenie główne ( $\sigma_1$ ) było zorientowane pod kątem  $\beta = 90^\circ$  względem płaszczyzn foliacji (kierunek największej wytrzymałości na ściskanie) lub pod kątem  $\beta = 30^\circ$  (kierunek wytrzymałości na ściskanie najmniejszej). W tym drugim przypadku próbki orientowałem tak, żeby kąt ( $\omega$ ) pomiędzy kierunkiem pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) i rozciągłością płaszczyzn foliacji wynosił  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  lub  $90^\circ$ . Próby wykonałem przy najmniejszym naprężeniu głównym równym 50 MPa i naprężeniu pośrednim sięgającym 322 MPa.

Prezentując wyniki badań, w rozdziale 10 omówiłem szczegółowo wpływ wielkości i orientacji pośredniego naprężenia głównego względem płaszczyzn foliacji na charakter odkształcania się i zniszczenia próbek łupku w prawdziwym trójosiowym polu naprężeń ściskających. Szczególnie wiele uwagi poświęciłem zachowaniu się próbek w stanie pokrytycznym: mechanizmowi uskokowania, typom uskoków i ich orientacji w polu naprężeń oraz spadkom naprężenia towarzyszącym zniszczeniu. Pokazałem, jak daleko idące następstwa



w zakresie mechanizmu i skutków deformacji w anizotropowym środowisku skalnym (uskokowanie, sejsmiczność) może powodować sama tylko zmiana kierunków działania sił.

W pracy tej omawiałem zagadnienia związane niemal wyłącznie z właściwymi niewysokim ciśnieniom okólnym, niewysokim temperaturom i stosunkowo dużym prędkościom odkształceń procesami kataklastycznej deformacji skał. Nie poruszałem zagadnień mechanizmu plastyczności wewnątrzkrystalicznej oraz mechanizmu dyfuzyjnego transportu masy, a więc procesów, które występują przy wysokich ciśnieniach, podwyższonych temperaturach i niewielkich prędkościach odkształceń (zob. Rutter, 1993).

Badania eksperymentalne nad zachowaniem się skał izo- i anizotropowych w warunkach trójosiowego ściskania, których wyniki pozwoliły na powstanie tej pracy, wykonałem w okresie ostatnich 25 lat we własnym laboratorium mechaniki skał w Katedrze Geomechaniki, Budownictwa Podziemnego i Ochrony Powierzchni na Wydziale Górnictwa i Geologii Politechniki Śląskiej, w laboratorium prof. K. Mogiego w Instytucie Trzęsień Ziemi Uniwersytetu Tokijskiego oraz w laboratorium dra M. Takahashiego w Japońskim Instytucie Geologicznym w Tsukubie.

## DODATEK 1. Współczynnik zgodności $\varphi^2$ jako miara dobroci dopasowania warunków wytrzymałościowych do danych empirycznych

Za miarę dobroci dopasowania różnych warunków wytrzymałościowych  $F\sigma_1 = f(\sigma_3)$  (rozdział 3.1, rozdział 6.3 i rozdział 7),  $F\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)$  (rozdział 8.4) i  $F\tau_{oc1} = f(\sigma_{oc1})$  (rozdział 3.2) do danych empirycznych  $[\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)]_F$  i  $[\tau_{oc1} = f(\sigma_{oc1})]_F$  pochodzących z badań na konwencjonalne trójosiowe ściskanie i prawdziwe trójosiowe ściskanie, przyjąłem współczynnik zgodności  $\varphi^2$ . Współczynnik ten zdefiniowany jest wzorem (por. Bielecki i in., 1975):

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (y_{pom_i} - y_{obl_i})^2}{\sum_{i=1}^m (y_{pom_i} - \bar{y}_{pom})^2} \quad (D1.1)$$

gdzie

$$\bar{y}_{pom} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{pom_i} \quad (D1.2)$$

We wzorach tych  $m$  jest liczbą danych (wyników pomiarów) i  $y$  - wielkością mierzoną (w naszym przypadku  $y$  jest granicznym największym naprężeniem głównym ( $F\sigma_1$ ) lub granicznym oktaedrycznym naprężeniem ścinającym ( $F\tau_{oc1}$ )).

Współczynnik  $\varphi^2$  określa zgodność wartości empirycznych  $y_{pom}$  z wartościami obliczonymi  $y_{obl}$ , danymi przez funkcję aproksymującą; jest miarą dobroci dopasowania funkcji aproksymującej do danych empirycznych. Miara ta spełnia następujące warunki:

- jest wielkością niemianowaną,
- jest wielkością unormowaną, przybierającą wartości z przedziału  $(0, 1)$  w przypadku gdy dane empiryczne aproksymowane są metodą regresji liniowej lub iteracji,
- w przypadku gdy dane empiryczne porównuje się z wartościami obliczonymi ze z góry zadanego, narzuconego równania, tzn. takiego równania, w którym wartości współczynników są znane (jak przykładowo, w tzw. podstawowym warunku liniowym lub w zmodyfikowanym warunku Griffitha), a nie określane za pomocą np. metody najmniejszych kwadratów, może przybierać wartości z przedziału  $(0, +\infty)$ ,
- przybiera wartości mniejsze (bliższe 0), gdy dopasowanie jest ściślejsze (w przypadku dopasowania idealnego  $\varphi^2 = 0$ ), i większe, gdy dopasowanie jest mniej dokładne.

Przyjąłem następującą klasyfikację dobroci dopasowania analizowanych w ramach tej pracy warunków wytrzymałościowych do wyników badań nad wytrzymałością graniczną skał w warunkach konwencjonalnego i prawdziwego trójosiowego ściskania:

- $\varphi^2 = 0,00$  - dopasowanie doskonałe (idealne),
- $0,00 < \varphi^2 \leq 0,01$  - dopasowanie bardzo dobre,
- $0,01 < \varphi^2 \leq 0,10$  - dopasowanie dobre,
- $0,10 < \varphi^2 \leq 0,25$  - dopasowanie zadowalające,
- $0,25 < \varphi^2 \leq 0,50$  - dopasowanie dostateczne,
- $\varphi^2 > 0,50$  - dopasowanie niedostateczne.

Klasyfikacja ta pozwala na nazwanie (opisanie) dobroci dopasowania poszczególnych warunków wytrzymałościowych do danych empirycznych pochodzących z badań skał w warunkach trójosiowego ściskania. Nie należy jednak przywiązywać do niej zbyt wielkiej wagi. I liczba klas i nazwy klas i przyporządkowanie poszczególnym klasom przedziałów wartości  $\varphi^2$ , chociaż oparte na wieloletnim doświadczeniu autora, jest subiektywne, a więc niedoskonałe.

## DODATEK 2. Zależność pomiędzy porowatością a wytrzymałością na ściskanie średniookruchowych skał osadowych

Jak wynika z badań eksperymentalnych, o własnościach i zachowaniu się skał w polu naprężeń stanowią w dużym, często decydującym stopniu, pierwotne mikrodefekty i pustki w materiale skalnym. To one zamykają się częściowo po poddaniu skały działaniu sił i/lub ciśnień, one też są koncentratorami naprężeń i ogniskami mikropekania, uszkodzeń i zniszczenia. One też mogą ułatwiać lub utrudniać proces propagacji i łączenia się nowych defektów (zob. Kwaśniewski, 1992).

Na podstawie wyników badań nad wytrzymałością graniczną mułowców i piaskowców w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach okólnych do 250 MPa, z prędkością odształceń od  $10^{-6}$  do  $10^{-4}$  s<sup>-1</sup> stwierdzono (por. Hoshino, 1974; Hoshino i Inami, 1974, 1975), że wytrzymałość  $\sigma$ , maleje ze wzrostem porowatości  $n$  zgodnie z zależnością

$$\sigma_s = -\frac{1}{b} \ln \frac{n}{A} \quad (D2.1)$$

odpowiadającą formule

$$n = Ae^{-b\sigma_s} \quad (D2.2)$$

która wyraża fundamentalne prawo wiążące porowatość skał z ich wytrzymałością; w równaniach tych  $A$  i  $b$  są pewnymi stałymi.

Równanie (D2.2) jest analogiczne do przedstawionej przez Athy'ego (1930) formuły właściwej procesowi kompaktacji skał osadowych i opisującej zależność porowatości skał  $n$  od głębokości  $H$  (zob. także Korvin, 1984):

$$n = n_0 e^{-cH} \quad (D2.3a)$$

lub inaczej (por. Hoshino, 1974)

$$n = n_0 e^{-c'p} \quad (D2.3b)$$

gdzie  $n_0$  - porowatość pierwotna ( $n_0 = n(H=0)$ ),  $c$  - głębokościowy współczynnik kompaktacji,  $p = \bar{\rho}gH$  - ciśnienie litostatyczne odpowiadające danej głębokości  $H$ ,  $c' = c/\bar{\rho}g$  - ciśnieniowy współczynnik kompaktacji,  $\bar{\rho}$  - średnia gęstość objętościowa skał występujących od



powierzchni terenu do głębokości  $H$ ,  $g$  - przyspieszenie ziemskie. Dla skał z Wysp Japońskich  $n_0=0,7$ ,  $c=0,54 \text{ km}^{-1}$ ,  $c'=0,0245 \text{ MPa}^{-1}$  w przypadku skał ilastych i  $n_0=0,4$ ,  $c=0,20 \text{ km}^{-1}$ ,  $c'=0,0083 \text{ MPa}^{-1}$  w przypadku skał okruchowych (Hoshino, 1974).

W równaniach (D2.1) i (D2.2) stała  $A$  oznacza porowatość odpowiadającą wytrzymałości równej zero, przy czym wartość  $(1-A)$  określa krytyczną ilość cząstek materiału skalnego, czyli tę potrzebną do wywołania minimalnej siły wiązania. Tak więc stała  $A$  jest pewnego rodzaju wskaźnikiem stopnia konsolidacji skały przez ciśnienie otaczające (okólne).

Jak wykazały badania skał okruchowych z Wysp Japońskich oraz z Alp Szwajcarskich (zob. Hoshino, 1974; Hoshino i Inami, 1974), współczynnik  $A$  równy średnio ok. 0,3 dla ciśnienia atmosferycznego i jemu bliskich, przy ciśnieniach wyższych - równych  $150 \pm 200 \text{ MPa}$  - przybiera wartości nawet dwukrotnie wyższe (por. tab. D2.1). Wynika to prawdopodobnie z tego, że wysokie ciśnienie okólne zwiększa siłę wiązania pomiędzy ziarnami skały.

Tabela D2.1

Wartości stałych  $A$  i  $b$  z równania opisującego zależność pomiędzy porowatością a wytrzymałością skał, oznaczone dla trzyczłonowych skał okruchowych z Wysp Japońskich na podstawie wyników badań próbek tych skał na ściskanie przy różnych ciśnieniach okólnych  $p$  (Hoshino, 1974, 1978)

$p$ , MPa	Sasebo (Kiusiu)		Niigata, Shimoigarashi (Honsiu)	
	$A$	$b$ , MPa <sup>-1</sup>	$A$	$b$ , MPa <sup>-1</sup>
0,1	0,27	0,0140	0,251	0,0103
20			0,319	0,00478
50	0,27	0,0053	0,397	0,00549
100	0,28	0,0035	0,409	0,00412
150	0,36	0,0034	0,717	0,00623

Stała  $b$  w równaniach (D2.1) i (D2.2) nazywana jest współczynnikiem wytrzymałościowym (zob. Hoshino i Inami, 1974). Współczynnik ten jest wskaźnikiem podatności skały na odkształcanie, ściśle związanym z procesami cementacji i twardnienia (solidyfikacji) osadów i bezpośrednio zdeterminowanym wytrzymałością ciasta skalnego lub spoiwa (zob. Hoshino i Inami, 1974; Hoshino i Koide, 1978; Hoshino, 1979). Według Hoshino i Inamiego,

współczynnik ten może być traktowany jako wskaźnik energii tektonicznej nagromadzonej podczas konsolidowania się osadów okruchowych.

Współczynnik wytrzymałościowy  $b$ , podobnie jak współczynnik kompaktacji  $c$  z równania (D2.3a), przybiera różne wartości dla skał pochodzących z różnych basenów sedymentacyjnych. Przykładowo, odpowiadające jednoosiowemu stanowi naprężeń ściskających wartości tego współczynnika dla piaskowców pochodzących z różnych wysp Archipelagu Japońskiego mieszczą się w przedziale od  $0,00410 \text{ MPa}^{-1}$  (piaskowce z wyspy Sikoku) do  $0,0140 \text{ MPa}^{-1}$  (piaskowce z Sasebo na Kiusiu) - zob. tab. D2.2.

Tabela D2.2

Wartości współczynnika wytrzymałościowego  $b$  piaskowców pochodzących z różnych regionów Wysp Japońskich, oznaczone na podstawie wyników badań próbek tych skał na jednoosiowe ściskanie (Hoshino, 1974, 1978)

Region	Wiek geologiczny mln lat	Porowatość %	$A$ %	$b$ MPa <sup>-1</sup>
Sasebo (Kiusiu)	(10 - 30)	(4 - 13)	27	0,0140
Sikoku	25 - 70	2 - 6	6,98	0,00410
Niigata, Shimoigarashi (Honsiu)	3 - 7	15 - 29	25,1 25,0	0,0103 0,0113

Starając się wyjaśnić fizyczną istotę współczynnika wytrzymałościowego  $b$ , Hoshino (1974) doszedł do wniosku na podstawie analizy zmian objętości porów w skale, że współczynnik ten jest funkcją

$$b = \frac{r - 1}{k} \quad (\text{D2.4})$$

pewnej stałej  $r$  określającej udział zmiany objętości pustek  $\Delta v/v$  w zmianie objętości całej rozpatrywanej masy skalnej  $\Delta V/V$  -

$$r = \frac{\frac{\Delta v}{v}}{\frac{\Delta V}{V}} \quad (\text{D2.5})$$

oraz stałej  $k$ , która wyrażając różnicę wytrzymałości odpowiadającą jednostkowej zmianie



objętości (a więc niejako stopień oporu materiału skalnego przeciwko odkształceni i zniszczeniu) porównywalna jest z modulem sprężystości objętościowej, jednak przybiera wartości od niego mniejsze - w przypadku skał osadowych - 3÷5-krotnie.

Uzupełniając wyniki przedstawionej w rozdziale 12.2 analizy wpływu porowatości i wytrzymałości na ciśnienie przejścia średniookruchowych skał osadowych ze stanu kruchego w stan ciągliwy, poniżej opiszę zależność pomiędzy wytrzymałością graniczną na jednoosiowe ściskanie ( $\sigma_c$ ) a porowatością ( $n$ ) tych skał za pomocą, między innymi, rozpowszechnionej przez Hoshino i Inamiego formuły Athy'ego (D2.1).

Wartości  $\sigma_c$  i  $n$  zebrałem dla sześćdziesięciu skał spośród stu ośmiu wszystkich tych piaskowców i zlepieńców, co do których dysponowałem informacjami o własnościach wytrzymałościowych i odkształceniowych w warunkach ściskania przy różnych ciśnieniach okólnych. Dane te zestawione są w tabeli D2.3 i przedstawione graficznie na rysunku D2.1. Wśród tych sześćdziesięciu piaskowców jest 38 piaskowców z Wysp Japońskich, 9 - z obszaru Polski, 6 - z Wysp Brytyjskich, 4 - z terytorium Stanów Zjednoczonych AP, 2 - z Zagłębia Donieckiego i jeden z południowo-zachodniej części Niemiec. Reprezentowane są piaskowce o porowatości od 0,2% - drobnoziarnisty piaskowiec zbity *Pennant* z Południowej Walii (CSR-31) do 55,9% - drobnoziarnisty piaskowiec pumeksowy *Takaku* z zagłębia węglowego Joban na Honsiu, Japonia (CSR-35) i wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie od 4,6 MPa - piaskowiec drobnoziarnisty *Hamatsuda* (1) z otworu wiertniczego Shimoigarashi w Niigata na Honsiu (CSR-43) do ok. 291 MPa - średnioziarnisty piaskowiec szarogłazowy *Amakusa* (AMO) z wyspy Amakusa Shimo-shima, Japonia (CSR-73).

Aproksymując dane liczbowe zestawione w tablicy D2.3 równaniem

$$\sigma_c = -\frac{1}{b} \ln \frac{n}{n_0} \quad (D2.6)$$

(por. wzór (D2.1)) wyznaczyłem przy zastosowaniu metody najmniejszych kwadratów następujące wartości parametrów występujących w tym równaniu:  $n_0 = n(\sigma_c=0) = 55,6\%$  i współczynnik wytrzymałościowy  $b = 0,0217 \text{ MPa}^{-1}$ . Odpowiadająca równaniu regresji

$$\sigma_c = -46,108 \ln 0,01799n \text{ [MPa]} \quad (D2.7)$$

współzależność pomiędzy porowatością a granicą wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie określona jest współczynnikiem korelacji  $r = 0,681$  (jest to współzależność istotna).

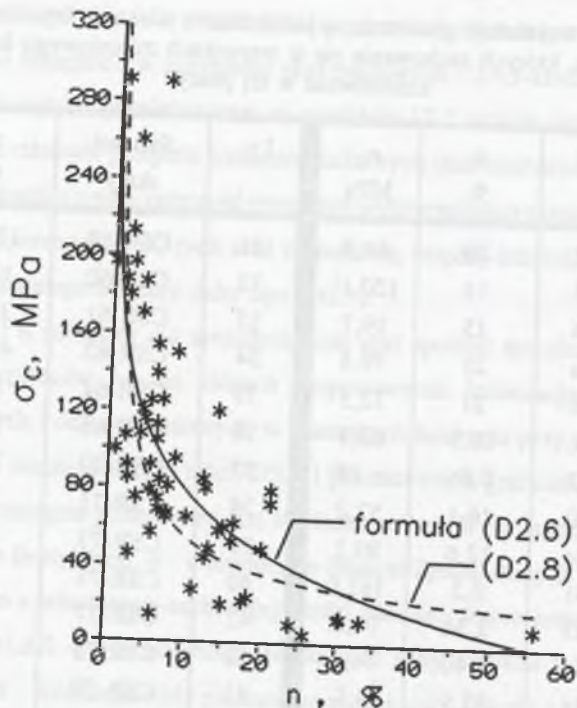
Należy zaznaczyć, że dane empiryczne ( $n$ ,  $\sigma_c$ ) zestawione w tablicy D2.3 można aproksymować jeszcze nieco lepiej, bo ze współczynnikiem korelacji  $r = 0,701$ , równaniem

Porowatość i wytrzymałość graniczna na jednoosiowe ściskanie średniookruchowych skał osadowych, których zachowanie się w warunkach trójosiowego ściskania było analizowane w tej pracy

Lp.	Symbol skały	n %	$\sigma_c$ MPa	Lp.	Symbol skały	n %	$\sigma_c$ MPa
1	CSR-12	20	49,0	31	CSR-59	12,72	44,1
2	CSR-13	14	120,1 <sup>1</sup>	32	CSR-60	13,2	48,8
3	CSR-14	15	19,7	33	CSR-61	3,85	170,6
4	CSR-2a	21	79,3	34	CSR-62	4,06	107,9
5	CSR-2b	21	72,5	35	CSR-64	8,5	(150)
6	CSR-16	16,3	62,1	36	CSR-68	3,6	(75)
7	CSR-23	0,86	~ 100	37	CSR-70	2,5	(85)
8	CSR-30	16,1	52,7	38	CSR-71	2,1	(180)
9	CSR-2c	12,6	80,1	39	CSR-73	0,9	(291)
10	CSR-31	0,2	197,0	40	CSR-75	2,1	(107)
11	CSR-33	5,34	78,5	41	CSR-77	1,6	(188)
12	CSR-34	6,40	74,5	42	CSR-78	4,3	120
13	CSR-35	55,9	9,5	43	CSR-79	2,9	260
14	CSR-38	30,3	12,8	44	CSR-80	2,2	213
15	CSR-40	8,60	95,1	45	CSR-81	2,6	197
16	CSR-41	30,5	13,4	46	CSR-82	5,7	57
17	CSR-42	11,2	27,4	47	CSR-83	4,1	187
18	CSR-43	25,8	4,6	48	CSR-85	~ 15	60
19	CSR-44	18,3	23,7	49	CSR-86	6,3	~ 290
20	CSR-45	23,9	9,8	50	CSR-87	5,30	125,1
21	CSR-46	17,7	21,6	51	CSR-88	6	154,0
22	CSR-47	14,4	58,3	52	CSR-89	6	139,3
23	CSR-51	33,1	11,8	53	CSR-92	7,72	80,8
24	CSR-52	2,89	45,8	54	CSR-93	6,62	83,9
25	CSR-53a	6,2	112,8	55	CSR-94	5,41	91,8
26	CSR-53b	6,2	105,0	56	CSR-95	6,8	125,4
27	CSR-55	12,3	85,0	57	CSR-96	4,6	115,4
28	CSR-56	2,40	91,5	58	CSR-103	6,0±2,5	14
29	CSR-57	6,52	68,6	59	CSR-107	7,5	65
30	CSR-58	10,20	65,1	60	CSR-108	7,7	67

Objaśnienia: 1 -  $\dot{\epsilon} = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$





Rys. D2.1. Zależność pomiędzy wytrzymałością graniczną średniookruchowych skał osadowych na jednoosiowe ściskanie i porowatością; dane zestawione w tabeli D2.3 aproksymowane równaniami (D2.6) i (D2.8)  
 Fig. D2.1. Relationship between ultimate uniaxial compressive strength of medium-grained clastic rocks and porosity; data listed in Table D2.3 fitted by equations (D2.6) and (D2.8)

$$\sigma_c = pn^q \quad (D2.8)$$

zaproponowanym przez Dunna i in. (1973). Wartości stałych  $p$  i  $q$  odpowiadające naszym sześćdziesięciu piaskowcom wynoszą - odpowiednio - 242,0 i -0,641 (dla porowatości  $n$  wyrażonej w procentach i wytrzymałości granicznej  $\sigma_c$  w megapaskalach).

## LITERATURA

1. Adams L.H. & Williamson E.D.: On the compressibility of rocks and minerals at high pressures. *J. Franklin Inst.*, No. 195, 475-529, 1923.
2. Akai K.: Failure mechanism of rock materials under combined compressive stresses. *J. Soc. Mater. Sci., Japan*, Vol. 17, 848-855, 1968. (in Japanese)
3. Akai K. and Mori H.: Study on the failure mechanism of a sandstone under combined compressive stresses. *Proceedings of Japan Society of Civil Engineers*, No. 147, 11-24, 1967. (in Japanese)
4. Akai K. and Mori H.: Ein Versuch über Bruchmechanismus von Sandstein unter mehrachsigen Spannungszustand. *Proc. 2nd Int. Congr. on Rock Mechanics, Beograd*, Vol. II, 207-213, 1970a.
5. Akai K. and Mori H.: Study on the failure mechanism of sandstone under combined compressive stresses. *Rock Mechanics in Japan*, Vol. I, 59-61, 1970b.
6. Akai K., Yamamoto K. und Arioka M.: Experimentelle Forschung über anisotropische Eigenschaften von kristallinen Schieferen. *Proc. 2nd Int. Congr. on Rock Mechanics, Beograd*, Vol. II, 181-186, 1970.
7. Al-Jassar S.H. and Hawkins A.B.: Geotechnical properties of the carboniferous limestone of the Bristol area - The influence of petrography and chemistry. *Proc. 4th Int. Congr. on Rock Mechanics, Montreux*, Vol. 1, 3-13. Balkema, Rotterdam 1979.
8. Alliro D. et Boehler J.-P.: Evolution des propriétés mécaniques d'une roche stratifiée sous pression de confinement. *Proc. 4th Int. Congr. on Rock Mechanics, Montreux*, Vol. 1, 15-22. Balkema, Rotterdam 1979.
9. Alliro D., Boehler J.-P. and Sawczuk A.: Irreversible deformations of an anisotropic rock under hydrostatic pressure. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 14, 77-83, 1977.
10. Annor A. and Jackson R.: Mechanical, thermomechanical and joint properties of rock samples from the lac du Bonnet batholith, Manitoba. Geotechnical studies at Whiteshell Research area. CANMET Division Report MRL 87-52(INT), Energy, Mines and Resources, Canada, 1987.
11. Athy L.F.: Density, porosity and compaction of sedimentary rocks. *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists*, Vol. 14, No. 1, 1-24, 1930.
12. Atkinson R.H. and Ko H.-Y.: A fluid cushion, multiaxial cell for testing cubical rock specimens. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 10, 351-361, 1973.
13. Attewell P.B. and Sandford M.R.: Intrinsic shear strength of a brittle anisotropic rock - I. Experimental and mechanical interpretation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 11, 423-430, 1974.
14. Aubertin M., Li L., Simon R. and Khalfi S.: A unified representation of the damage and failure criteria for rocks and rock masses. *Proc. 9th Int. Congr. on Rock Mechanics, Paris* (Edited by G. Vouille & P. Berest), Vol. 2, 843-848. Balkema, Rotterdam 1999.
15. Aubertin M. and Simon R.: A multiaxial failure criterion that combines two quadric surfaces. In *Rock Mechanics - Tools and Techniques (Proceedings of the 2nd North American Rock Mechanics Symposium, Montréal)* (Edited by M. Aubertin, F. Hassani & H. Mitri), Vol. 2, pp. 1729-1736. Balkema, Rotterdam 1996.
16. Aubertin M. et Simon R.: Un critère de rupture multiaxial pour matériaux fragiles. *Can. J. Civil Engng.*, Vol. 25, No. 2, 277-290, 1998.
17. Balandin P.P.: K voprosu o gipotezakh prochnosti. *Vestnik inzhenerov i tekhnikov*, No. 1, 1937.



18. Balmer G.G.: A general analytic solution for Mohr's envelope. *ASTM Proc.*, Vol. 52, 1260, June 1952.
19. Barron K.: Brittle fracture initiation in and ultimate failure of rocks; Part I - Isotropic rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 8, 541-551, 1971a.
20. Barton N.: Estimation of in situ shear strength from back analysis of failed rock slopes. *Proc. Int. Symp. Rock Mech. Rock Fracture*, Nancy. Paper II-27, 1971.
21. Barton N.: Review of a new shear strength criterion for rock joints. *Engineering Geology*, Vol. 7, 287-332, 1973.
22. Barton N.: Estimating the shear strength of rock joints. *Proc. 3rd Int. Congr. on Rock Mechanics*, Denver, Vol. II, Part A, 219-220, 1974.
23. Barton N.: The shear strength of rock and rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 13, No. 9, 255-279, 1976.
24. Barton N. and Choubey V.: The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mech.*, Vol. 10, No. 1, 1-54, 1977.
25. Bauschinger J.: Untersuchungen über die Elastizität und Festigkeit der wichtigsten natürlichen Bausteine in Bayern. *Mitteil. mech.-techn. Labor. T. H. München*, Heft 10, 1884.
26. Beltrami E.: Sulle condizioni di resistenza dei corpi elastici. *Opere matematiche. Rendiconti Ist. Lomb. ser. Vol. LXXXI*, 704, 1885.
27. Bergues J., Derlich S., Habib P., Massat H. et Vodar B.: Étude de quatre roches sous très hautes pressions. *Proc. 3rd Int. Congr. on Rock Mechanics*, Denver, Vol. II, Part A, 493-498, 1974.
28. Beron A.I. i Chirkov S.E.: Issledovanie prochnosti gornyx porod v usloviyakh trekhosnogo neravnomernogo szhatiya. *Nauchnye soobshcheniya Instituta gornogo dela im. A.A. Skochinskogo*, № 61, 33-38, 1969.
29. Bétournay M.C., Gorski B., Labrie D., Jackson R. and Gyenge R.: New considerations in the determination of Hoek and Brown material constants. *Proc. 7th Int. Congr. on Rock Mechanics*, Aachen (Edited by W. Wittke), Vol. 1, 195-200. Balkema, Rotterdam 1991.
30. Bielecki J., Jurkiewicz B. i Szymanowska Z.: *Zbiór zadań ze statystyki ogólnej i matematycznej*. PWN, Warszawa 1975.
31. Bieniawski Z.T.: Deformational behaviour of fractured rock under multiaxial compression. In *Structure, Solid Mechanics and Engineering Design* (Edited by M. Te'eni), *Proc. Southampton 1969 Civil Engineering Materials' Conference*, pp. 589-598. Wiley-Interscience, London 1971.
32. Bieniawski Z.T.: Estimating the strength of rock materials. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, Vol. 74, No. 8, 312-320, 1974.
33. Bieniawski Z.T.: *Rock Mechanics Design in Mining and Tunneling*, p. 272. Balkema, Rotterdam 1984.
34. Bieniawski Z.T. und Denkhaus H.G.: Der triaxiale Spannungszustand im Gebirge. *Bericht über das 8. Ländertreffen des IBG, Leipzig 1966* (G. Bilkenroth, Hgb.), S. 17-40. Akademie-Verlag, Berlin 1967.
35. Boehler J.-P. (ed.): *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids (Proceedings of the Euromech Colloquium 115, Villard-de-Lans, June 19-22, 1979)*. Martinus Nijhoff Publishers and Editions du CNRS, The Hague - Paris 1982.
36. Boehler J.-P. (ed.): *Plastic Behavior of Anisotropic Solids (Proceedings of the CNRS International Colloquium 319, Villard-de-Lans, June 16-19, 1981)*. Editions du CNRS, Paris 1985.
37. Boehler J.-P. (ed.): *Failure Criteria of Structured Media (Proceedings of the CNRS International Colloquium 351, Villard-de-Lans, June 21-24, 1983)*. Balkema, Rotterdam 1993.
38. Boozer G.D., Hiller K.H. and Serdengecti S.: Effects of pore fluids on the deformation behavior of rocks subjected to triaxial compression. In C. Fairhurst (ed.), *Proceedings of the Fifth Symposium on Rock Mechanics*, The University of Minnesota, 1962, pp. 579-625. Pergamon Press, 1963.
39. Borecki M. i Kwaśniewski M.: Eksperymentalne i analityczne badania nad wytrzymałością skał anizotropowych na ściskanie. *Arch. Górn.*, t. 27, z. 4, 401-437, 1982.
40. Borecki M., Kwaśniewski M., Oleksy S., Berszakiewicz Z. i Pacha J.: Odsztaleniowe i wytrzymałościowe własności drobnoziarnistego piaskowca arkozowego z warstw porębskich JASTRZĘBIE w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach do 60 MPa. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 2.1/115, Gliwice 1980.
41. Borecki M., Kwaśniewski M., Oleksy S., Berszakiewicz Z. i Pacha J.: Odsztaleniowe i wytrzymałościowe własności pewnego piaskowca JASTRZĘBIE w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania. W monografii: *Metody i środki eksploatacji na dużych głębokościach - Wybrane zagadnienia* (M. Borecki, red.), 55-76. Politechnika Śląska, Gliwice 1982a.
42. Borecki M., Kwaśniewski M., Pacha J., Oleksy S., Berszakiewicz Z. i Guzik J.: Wytrzymałość trójosiowa dwu mineralogiczno/diagenetycznych odmian drobno-średnioziarnistych piaskowców karbońskich PNIÓWEK i ANNA badanych na ściskanie przy ciśnieniach okólnych do 60 MPa. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 2/119, Gliwice 1982b.
43. Botkin A.I.: O prochnosti sypuchikh i khrupkikh materialov. *Izvestiya NII gidrotekhniki*, t. XXVI, 205-235, 1940.
44. Bowen R.: *Geology in Engineering*. Elsevier Applied Science Publishers, London and New York 1984.
45. Böhnell H., Menzel W. und Schreiner W.: Gesteinsmechanische Untersuchungen an Hartsalz zur Dimensionierung von Pfeilern. *Neue Bergbautechnik*, 11. Jg., Heft 7, 374-378, 1981.
46. Böker R.: Versuche, die Grenzkurve der Umschlingungsversuche und der Druckversuche zur Deckung zu bringen. Dissertation Techn. Hochschule in Aachen, 1914.
47. Böker R.: Die Mechanik der bleibenden Formänderung in kristallinisch aufgebauten Körpern. *Ver. dtsh. Ing. Mitt. Forsch.*, Heft 175, 1-51, 1915.
48. Brace W.F.: Brittle fracture of rocks. In W.R. Judd (ed.), *State of Stress in the Earth's Crust*, 110-178. New York 1964.
49. Brace W.F.: Some new measurements of linear compressibility of rocks. *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, 391-398, 1965.
50. Brace W.F.: Volume changes during fracture and frictional sliding: a review. *Pure Appl. Geophys.*, Vol. 116, 603-614, 1978.
51. Brace W.F. and Byerlee J.D.: Recent experimental studies of brittle fracture of rocks. In *Proceedings of the Eighth Symposium on Rock Mechanics*, University of Minnesota, 1966 (Edited by C. Fairhurst), pp. 58-81. AIME, New York 1967.
52. Brace W.F., Paulding B.W. (Jr.) and Scholz C.: Dilatancy in the fracture of crystalline rocks. *J. Geophys. Res.*, 3939-3953, 1966.
53. Brace W.F., Silver E., Hadley K. and Goetze C.: Cracks and pores: A closer look. *Science*, Vol. 178, 162-164, 1972.



54. Bredthauer R.O.: Strength characteristic of rock samples under hydrostatic pressure. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 79, 695-708, 1957.
55. Brent R.: *Algorithms for Minimization without Derivatives*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1973.
56. Bresler B. and Pister K.S.: Failure of plain concrete under combined stresses. *Trans. Am. Soc. Civil Engrs*, Vol. 122, 1049-1068, 1957.
57. Bresler B. and Pister K.S.: Strength of concrete under combined stresses. *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 30, No. 3, 321-345, 1958.
58. Bridgman P.W.: *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*. McGraw-Hill Book Co., New York 1952.
59. Brodsky N.S.: Informacja ustna, lipiec 2000.
60. Brook N.: Estimating the triaxial strength of rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 16, 261-264, 1979.
61. Brown E.T. and Trollope D.H.: The failure of linear brittle materials under effective tensile stress. *Rock Mech. Eng. Geol.*, Vol. 5, 229-241, 1967.
62. Brych J., Tshibangu K., Legros S. et Froment B.: Une presse polyaxiale pour échantillons cubiques de petite dimension. In *Proc. 7th Int. Congr. on Rock Mechanics, Aachen*, Vol. 1, 437-439. Balkema, Rotterdam 1991.
63. Buchheim W., Höfer K.-H. und Melzer C.: Ein echtes Triaxialgerät zur Messung der Gesteinseigenschaften unter hohen Drücken. *Bergakademie*, 17. Jg., Heft 8, 461-465, 1965.
64. Burzyński W.: *Studien über die Anstrengungshypothesen*. Verlag der Akademie der technischen Wissenschaften, Lwów 1928.
65. Burzyński W.: Ueber die Anstrengungshypothesen. *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 94, No. 21, 259-262, 1929.
66. Byerlee J.D.: Frictional characteristics of granite under high confining pressure. *J. Geophys. Res.*, Vol. 72, 3639-3648, 1967a.
67. Byerlee J.D.: Theory of friction based on brittle fracture. *Journal of Applied Physics*, Vol. 38, 2928-2934, 1967b.
68. Byerlee J.D.: Brittle-ductile transition in rocks. *J. Geophys. Res.*, Vol. 73, No. 14, 4741-4750, 1968.
69. Byerlee J.D.: Reply to K.J. Hsü's comments on Byerlee's (1967) paper "Frictional characteristics of granite under high confining pressure". *J. Geophys. Res.*, Vol. 74, 5349-5350, 1969.
70. Byerlee J.D.: The fracture strength and frictional strength of Weber Sandstone. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 12, No. 1, 1-4, 1975.
71. Carter B.J., Scott Duncan E.J. and Lajtai E.Z.: Fitting strength criteria to intact rock. *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 9, No. 1, 73-81, 1991.
72. Chang C. and Haimson B.: Rock strength determination using a new true triaxial loading apparatus, and the inadequacy of Mohr-type failure criteria. In *Pacific Rocks 2000 - Proceedings of the Fourth North American Rock Mechanics Symposium, Seattle, Washington* (Edited by J. Girard, M. Liebman, C. Breeds & T. Doe), pp. 1321-1327. Balkema, Rotterdam 2000a.
73. Chang C. and Haimson B.: True triaxial strength and deformability of the German Continental Deep Drilling Program (KTB) deep hole amphibolite. *J. Geophys. Res. - Solid Earth*, Vol. 105, No. B8, 18,999-19,013, 2000b.
74. Chen A.C.T.: *Constitutive Relations of Concrete and Punch-Indentation Problems*. Lehigh University, Bethlehem 1973.
75. Chenevert M.E. and Gatlin C.: Mechanical anisotropies of laminated sedimentary rocks. *J. Soc. Petrol. Eng.*, Vol. 5, 67-77, 1965.
76. Chirkov S.E.: Issledovanie vlijaniya masshtabnogo efekta na prochnost' ugley v usloviyakh razlichnykh napryazhennykh sostoyaniy. Avtoreferat kandidatskoy dissertatsii, IGD im. A.A. Skochinskogo, 1965.
77. Chirkov S.E.: Rezultaty issledovaniy svoystv gornyykh porod v usloviyakh trekhnosnogo neravnomernogo szhatiya. V *Issledovaniya prochnosti i deformiruемости gornyykh porod* (A.I. Beron, red.), s. 113-134. Nauka, Moskva 1973.
78. Chirkov S.E.: Prochnost' gornyykh porod pri trekhnosnom neravnokomponentnom szhatii. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, № 1, 11-17, 1976.
79. Cockram M.J. and Kamp W.: True triaxial compression experiments on Felser sandstone. *Proc. 7th Int. Congr. on Rock Mechanics, Aachen*, Vol. 1, 447-450. Balkema, Rotterdam 1991.
80. Colmenares L.B. and Zoback M.D.: A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 39, No. 6, 695-729, 2002.
81. Cook N.E. (Jr.), Ko H.-Y. and Gerstle K.H.: Variability and anisotropy of mechanical properties of the Pittsburgh coal seam. *Rock. Mech.*, Vol. 11, 3-18, 1978.
82. Coulomb C.A.: Sur une application des règles maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. *Acad. Royale Sci. Paris, Mèm. Math. Phys.*, Vol. 7, 343-382, 1773.
83. Crawford B.R., Smart B.G.D., Main I.G. and Liakopoulou-Morris F.: Strength characteristics and shear acoustic anisotropy of rock core subjected to true triaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 32, No. 3, 189-200, 1995.
84. Czapliński A., Gustkiewicz J. i Hołda S.: The behavior of the Nowa Ruda sandstones under hydrostatic pressure, their porosity, thermal and sorptive properties. *Arch. Górń.*, t. 30, z. 3, 373-424, 1985.
85. Daoud S.: *Etude de la transition fragile-ductile de roches carbonatées et mesure de la pression interstitielle*. Thèse de Doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I, Grenoble 1991.
86. Das M.N. and Sheorey P.R.: Triaxial strength behaviour of some Indian coals. *Journal of Mines, Metals & Fuels*, 118-122, March 1986.
87. Dayre M. et Sirieys P.-M.: Anisotropie des modules élastiques et des résistances à la rupture des roches métamorphiques. *C. R. Acad. Sc. Paris*, Vol. 260, 4440-4443, 1965.
88. Deklotz E.J., Brown J.W. and Stemler O.A.: Anisotropy of a schistose gneiss. *Proc. 1st Int. Congr. on Rock Mechanics, Lisbon*, Vol. I, 465-470, 1966.
89. Desai C.S., Janardahanam R. and Sture S.: High capacity multiaxial testing device. *Geotech. Test. J.*, Vol. 5, 26-33, 1982.
90. Dinis da Gama C. and Menezes J. The hollow cylinder test in the measurement of mechanical rock properties. *Proc. 2nd Int. Congr. IAEG, São Paulo*, Vol. 1, pp. IV-1.1-IV-1.8, 1974.
91. Długosz M., Gustkiewicz J. i Wysocki A.: Aparat do badania skał w trójosiowym stanie naprężenia, Cz. II. Wyniki badań niektórych skał. *Arch. Górń.*, t. 26, 29-41, 1981.
92. Donath F.A.: Experimental study of shear failure in anisotropic rocks. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 72, 985-990, 1961.
93. Donath F.A.: Strength variation and deformational behavior in anisotropic rock. In *State of Stress in the Earth's Crust* (Edited by W.R. Judd), pp. 280-297. Elsevier, Amsterdam and New York, 1964.



94. Donath F.A.: Effects of cohesion and granularity on deformational behavior of anisotropic rock. In *Studies in Mineralogy and Precambrian Geology* (Edited by B.R. Doe & D.K. Smith), *Geol. Soc. Am. Mem.*, Vol. 135, 95-128, 1972.
95. Donath F.A. and Cohen C.I.: Anisotropy and failure in rocks (Abstract). *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 71, 1851, 1960.
96. Donath F.A. and Fail R.T.: Ductile faulting in experimentally deformed rocks (Abstract). *Amer. Geophys. Union Trans.*, Vol. 44, 103-104, 1963.
97. Donath F.A., Fail R.T. and Tobin D.G.: Deformational mode fields in experimentally deformed rock. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 82, 1441-1462, 1971.
98. Doshchinskiy G.A., *Izv. Tomsk. politekhn. inst.*, t. 85, 1957.
99. Dragon A.: On phenomenological description of rock-like materials with account for kinetics of brittle fracture. *Archives of Mechanics*, Vol. 28, No. 1, 13-30, 1976.
100. Dreyer W.: Festigkeitsuntersuchungen zur Erkundung des Verformungsverhaltens verschieden vorgeregelter Gesteinsproben bei rotationssymmetrischer und echt triaxialer Beanspruchung. *Bericht über das 8. Ländertreffen des Internationalen Büros für Gebirgsmechanik, Leipzig 1966* (G.Bilkenroth, Hgb.), S. 72-87. Akademie-Verlag, Berlin 1967.
101. Dreyer W.: *The Science of Rock Mechanics, Part 1: The Strength Properties of Rocks*. Trans Tech Publications, Clausthal-Zellerfeld 1972.
102. Drucker D.C. and Prager W.: Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 10, No. 2, 157-165, 1952.
103. Dunikowski A., Korman S. i Köhsling J.: Laboratoryjne badania wskaźników fizyko-mechanicznych własności skał w trójosiowym stanie naprężenia. *Przegląd Górniczy*, t. 25, 523-528, 1969.
104. Dunn D.E., La Fountain L.J. and Jackson R.E.: Porosity dependence and mechanism of brittle fracture in sandstones. *J. Geophys. Res.*, Vol. 78, 2403-2417, 1973.
105. Duveau G. and Shao J.F.: A modified single plane of weakness theory for the failure of highly stratified rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 35, No. 6, 807-813, 1998.
106. Duveau G., Shao J.F. and Henry J.P.: Assessment of some failure criteria for strongly anisotropic materials. *Mech. Cohesive Frict. Mater.*, Vol. 3, 1-26, 1998.
107. Edmond O. and Murrell S.A.F.: Experimental observations on rock fracture at pressures up to 7 kbar and the implications for earthquake faulting. *Tectonophysics*, Vol. 16, 71-87, 1973.
108. Elliot G.M.: Triaxial testing for rock strength. In *Comprehensive Rock Engineering* (Edited by J.A. Hudson), Vol. 3 - *Rock Testing and Site Characterization* (Edited by J.A. Hudson), pp. 87-104. Pergamon Press, Oxford 1993.
109. Esaki T. and Kimura T.: Mechanical behavior of rocks under generalized high stress conditions. In *Rock at Great Depth* (Edited by V. Maury and D. Fourmaintraux), Vol. 1, pp. 123-130. Balkema, Rotterdam 1989.
110. Esaki T., Kimura T., Aoki K. and Nishida T.: True triaxial test of rock under stress and strain rate control. In *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock* (Edited by R.T. Donaghe, R.C. Chaney and M.L. Silver), ASTM STP 977, pp. 834-843. American Society for Testing and Materials, Philadelphia 1988.
111. Estrin Yu.Ya.: Kriteriy prochnosti gornyx porod. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, № 4, 19-28, 1974.
112. Evans B., Fredrich J.T. and Wong T.-F.: The brittle-ductile transition in rocks: recent theoretical and experimental progress. In *The Brittle-Ductile Transition in Rocks - The Heard Volume* (Edited by A.G. Duba, W.B. Durham, J.W. Handin & H.F. Wang). *Am. Geophys. Un. Geophys. Monogr.*, Vol. 56, pp. 1-20, 1990.
113. Everling G.: Gesteinsmechanische Untersuchungen und Grundlagen zur Ermittlung des Gebirgsdruckes aus Bohrlochverformungen. *Glückauf*, Band 96, Heft 7, 390-409, 1960.
114. Fairhurst C.: On the validity of the 'Brazilian' test for brittle materials. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 1, 535-546, 1964.
115. Föppl A.: Die Abhängigkeit der Bruchgefahr von der Art des Spannungszustandes. *Mitteil. mech.-techn. Labor. T. H. München*, Heft 27, S. 1-35, 1900.
116. Franklin J.A.: Triaxial strength of rock materials. *Rock Mech.*, Vol. 3, 86-98, 1971.
117. Franklin J.A. and Hoek E.: Developments in triaxial testing technique. *Rock Mech.*, Vol. 2, 223-228, 1970.
118. Fredrich J.T., Evans B. and Wong T.-F.: Micromechanics of the brittle to plastic transition in Carrara marble. *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, 4129-4145, 1989.
119. Frelkiewicz S. i Lis J.: Wytrzymałość i sprężystość skał węglanowych w trójosiowym stanie naprężenia. *Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej*, Nr 13, 91-118, 1975.
120. Freudenthal A.: The inelastic behaviour and failure of concrete. *Proceedings of the First U.S. National Congress of Applied Mechanics, Chicago*, pp. 641-646, 1951.
121. Freytag K., Menzel W. und Schnöke H.-J.: Die Anwendung der Mohrschen Bruchhypothese zur Standfestigkeitsbewertung begmännischer Freilegungen. *Bergakademie*, 21. Jg., 604-610, 1969.
122. Fujii Y., Kiyama T. and Ishijima Y.: A new fracture criterion for rock. *Journal of the Mining and Metallurgical Institute of Japan*, Vol. 109, No. 3, 549-550, 1993. (in Japanese)
123. Fujii Y., Kiyama T. and Ishijima Y.: A study on tensile strain criterion. *Journal of the Mining and Metallurgical Institute of Japan*, Vol. 110, No. 3, 211-214, 1994a. (in Japanese)
124. Fujii Y., Kiyama T. and Ishijima Y.: A new criterion for brittle failure of rock. *Proc. MMIJ/AusIMM Joint Symposium '94, Ube*, pp. 469-776, 1994b.
125. Gau Q.-Q., Cheng H.-T. and Zhuo D.-P.: The strength, deformation and rupture characteristics of red sandstone under polyaxial compression. *Proc. 5th Int. Congr. on Rock Mechanics, Melbourne*, Vol. 1, A 157-A 160. Balkema, Rotterdam 1983.
126. Gaziev E.G. and Levtchouk V.E.: Strength characterization for rock under multiaxial stress states. *Proc. 9th Int. Congr. on Rock Mechanics, Paris* (Edited by G. Vouille & P. Berest), Vol. 2, 601-604. Balkema, Rotterdam 1999.
127. Georgi F., Menzel W. und Schreiner W.: Zum geomechanischen Verhalten von Steinsalz verschiedener Lagerstätten der DDR. Teil I: Das Festigkeitsverhalten. *Neue Bergbautechnik*, 5. Jg., Heft 9, 669-676, 1975.
128. Glushko V.T. i Kirnichanskiy G.T.: *Inzhenerno-geologicheskije prognozirovaniye ustoychivosti vyrabotok glubokikh ugolnykh shakht*. Nedra, Moskva 1974.
129. Gorski B.: Strength determinations of Blue Beach North deposit rocks. CANMET Division Report MRL 88-74(INT), Energy, Mines and Resources, Canada, 1988.
130. Gorski B. and Little M.: Strength determinations of Belmoral mine rocks. CANMET Division Report MRL 88-136(INT), Energy, Mines and Resources, Canada, 1988.
131. Gowd T.N. and Rummel F.: Effect of fluid injection on the fracture behavior of porous rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 14, 203-208, 1977.
132. Gowd T.N. and Rummel F.: Effect of confining pressure on the fracture behavior of a porous rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 17, 225-229, 1980.
133. Griffith A.A.: The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society, London, Series A*, Vol. 221, 163-198, 1921.



134. Griffith A.A.: Theory of rupture. *Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics, Delft*, 55-63, 1924.
135. Griggs D. and Miller W.B.: Deformation of Yule marble: Part I - Compression and extension experiments on dry Yule marble at 10 000 atmospheres confining pressure, room temperature. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 62, 853-862, 1951.
136. Griggs D. and Handin J.: Observations on fracture and a hypothesis of earthquakes. In *Rock Deformation* (Edited by D. Griggs & J. Handin), *Geol. Soc. Am. Mem.*, Vol. 79, 347-364, 1960.
137. Griggs D.T., Turner F.J. and Heard H.C.: Deformation of rocks at 500° to 800°C. In *Rock Deformation* (Edited by D. Griggs & J. Handin), *Geol. Soc. Am. Mem.*, Vol. 79, 39-104, 1960.
138. Gustkiewicz J.: Informacja ustna, 1984.
139. Gustkiewicz J.: Deformation and failure of the Nowa Ruda sandstone in a three-axial state of stress with gas under pressure in the pores. *Arch. Górń.*, t. 30, z. 3, 401-424, 1985a.
140. Gustkiewicz J.: Transition of rocks from the brittle to ductile state: strain at failure as a function of confining pressure. *Acta Geophysica Polonica*, Vol. XXXIII, No. 2, 169-181, 1985b.
141. Gustkiewicz J.: Synoptic view of mechanical behaviour of rocks under triaxial compression. In *Rock at Great Depth* (Edited by V. Maury & D. Fourmaintraux), Vol. 1, pp. 3-10. Balkema, Rotterdam 1989.
142. Hadizadeh J. and Rutter E.H.: The low temperature brittle-ductile transition and the occurrence of cataclastic flow in nature. *Geol. Rdsch.*, Vol. 72, 493-509, 1983.
143. Haigh B.P., *Engineering*, Vol. 190, 158, 1920.
144. Haimson B.C. and Chang C.: A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock, and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 37, 285-296, 2000.
145. Handin J.: An application of high pressure in geophysics: Experimental rock deformation. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 75, 315-324, 1953.
146. Handin J.: Strength and ductility. In S.P.Clark, Jr. (ed.), *Handbook of Physical Constants (Memoirs of the Geological Society of America)*, Vol. 97, pp. 223-289, 1966.
147. Handin J., Friedman M., Logan J.M., Pattison J. and Swolfs H.S.: Experimental folding of rocks under confining pressure: buckling of single-layer rock beams. In H.C.Heard, I.Y.Borg, N.L.Carter & C.B.Raleigh (eds), *Flow and Fracture of Rocks*, pp. 1-28. American Geophysical Union, Washington 1972.
148. Handin J. and Hager R.V. (Jr.): Experimental deformation of sedimentary rocks under confining pressure: tests at room temperature on dry samples. *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists*, Vol. 41, 1-50, 1957.
149. Handin J., Hager R.V. (Jr.), Friedman M. and Feather J.N.: Experimental deformation of sedimentary rocks under confining pressure: pore pressure tests. *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists*, Vol. 47, 717-755, 1963.
150. Handin J., Heard H.C. and Magouirk J.N.: Effects of the intermediate principal stress on the failure of limestone, dolomite, and glass at different temperatures and strain rates. *J. Geophys. Res.*, Vol. 72, 611-640, 1967.
151. Handin J., Higgs D.V. and O'Brien J.K.: Torsion of Yule marble under confining pressure. In *Rock Deformation* (Edited by D. Griggs & J. Handin), *Geol. Soc. Am. Mem.*, Vol. 79, pp. 245-274, 1960.
152. Heard H.C.: Transition from brittle fracture to ductile flow in Solenhofen limestone as a function of temperature, confining pressure and interstitial fluid pressure. In *Rock Deformation* (Edited by D. Griggs & J. Handin), *Geol. Soc. Am. Mem.*, Vol. 79, pp. 193-226, 1960.
153. Heinrich F.: Ermittlung von Bruchkriterien durch Festigkeitsuntersuchungen an Gesteinen. *Bergakademie*, 21. Jg., Heft 11, 642-646, 1969.
154. Hencky H.: Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nebenspannungen. *Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics, Delft*, 312-317, 1924a.
155. Hencky H.: Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nach-Spannung. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 4, 1924b.
156. Hendron A.J. (Jr.): Discussion to the paper by B.B. Mazanti and G.F. Sowers "Laboratory testing of rock strength". In *Testing Techniques for Rock Mechanics*. ASTM, STP 402, pp. 228-231, 1966.
157. Herget G. and Unrug K.: In-situ strength prediction of mine pillars based on laboratory tests. *Proc. 3rd Int. Congr. on Rock Mechanics, Denver*, Vol. II, Part A, 150-155, 1974.
158. Herget G. and Unrug K.: In situ rock strength from triaxial testing. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 13, 299-302, 1976.
159. Hirth G. and Tullis J. The effects of pressure and porosity on the micromechanics of the brittle-ductile transition. *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, 17825-17838, 1989.
160. Hobbs D.W.: The strength and stress-strain characteristics of Oakdale coal under triaxial compression. *Geol. Mag.*, Vol. 97, 422-435, 1960.
161. Hobbs D.W.: The strength of coal under biaxial compression. *Colliery Eng.*, Vol. 39, 285-290, 1962.
162. Hobbs D.W.: The strength and the stress-strain characteristics of coal in triaxial compression. *J. Geol.*, Vol. 72, 214-231, 1964.
163. Hoek E.: Fracture of anisotropic rock. *J. South Afr. Inst. Min. Metall.*, Vol. 64, 501-518, 1964.
164. Hoek E.: Strength of rock and rock masses. *ISRM News Journal*, Vol. 2, No. 2, 4-16, 1994.
165. Hoek E. and Brown E.T.: Empirical strength criterion for rock masses. *J. Geotech Eng. Div., Proc. ASCE*, Vol. 106, No. GT9, 1013-1035, 1980.
166. Hoek E. and Brown E.T.: *Underground Excavations in Rock*, p. 527. The Institution of Mining and Metallurgy, London 1982.
167. Hoek E. and Brown E.T.: The Hoek-Brown failure criterion - a 1988 update. In *Proceedings of the 15th Canadian Rock Mechanics Symposium* (Edited by J.C. Curran), pp. 31-38. Toronto University Press, Toronto 1988.
168. Hoek E., Kaiser P.K. and Bawden W.F.: *Support of Underground Excavations in Hard Rock*, p. 215. Balkema, Rotterdam 1995.
169. Hoek E., Wood D. and Shah S.: A modified Hoek-Brown failure criterion for jointed rock masses. In *Rock Characterization, Proceedings of ISRM Symposium: Eurock '92, Chester, UK, 14-17 September 1992* (Edited by J.A. Hudson), pp. 209-214. British Geotechnical Society, London 1992.
170. Hojem J.P.M. and Cook N.G.W.: The design and construction of a triaxial and polyaxial cell for testing rock specimens. *South Afr. Mech. Eng.*, Vol. 18, 57-61, 1968.



171. Horibe T. and Kobayashi R.: Physical and mechanical properties of coal-measure rocks under tri-axial pressure. *The Technology Reports of the Tohoku University*, Vol. 25, No. 1, 77-87, 1960a.
172. Horibe T. and Kobayashi R.: Physical and mechanical properties of coal measure rocks under triaxial pressure. *Proc. Int. Conf. Strata Control, Paris*, 175-186, 1960b.
173. Horino F.G. and Ellickson M.L.: A method of estimating strength of rock containing planes of weakness. *U.S. Bureau of Mines Report of Investigations*, 7449, 1970.
174. Hoshino K.: Mechanical properties of some Japanese sedimentary rocks under confining pressure. *Engineering Geology, Japan*, Vol. 8, 151-164, 1967. (in Japanese)
175. Hoshino K.: Effect of porosity on the strength of the clastic sedimentary rocks. *Proc. 3rd Int. Congr. on Rock Mechanics, Denver*, Vol. 2-A, 511-516, 1974.
176. Hoshino K.: Progressive stage and mechanism of compaction. *Chishitsugaku ronshū*, No. 15, 15-34, 1978. (in Japanese)
177. Hoshino K.: Change of mechanical properties during solidification of sedimentary rocks. *Rock Mechanics in Japan*, Vol. III, 23-25, 1979.
178. Hoshino K. and Inami K.: Comparative study on strength in sedimentary basins and it's bearing to petroleum geology. *J. Jpn. Assoc. Petrol. Technologists*, Vol. 39, 366-374, 1974. (in Japanese)
179. Hoshino K. and Inami K.: Mechanical properties of rocks under high pressure and it's bearing to petroleum geology in Amakusa and Northwestern Kyushu. *J. Jpn. Assoc. Petrol. Technologists*, Vol. 40, 236-245, 1975. (in Japanese)
180. Hoshino K. and Koide H.: Process of deformation of the sedimentary rocks. *Proc. 2nd Int. Congr. on Rock Mechanics, Beograd*, Vol. I, 353-359, 1970.
181. Hoshino K. and Koide H.: Experimental rock deformation. *Recent Progress of Natural Sciences in Japan*, Vol. 3, 55-61, 1978.
182. Hoshino K., Koide H., Inami K., Iwamura S. and Mitsui S.: *Mechanical properties of Japanese Tertiary sedimentary rocks under high confining pressures*. Geological Survey of Japan, Report No. 244, p. 200, 1972.
183. Hoshino K. and Mitsui S.: Mechanical properties of palaeogene and cretaceous rocks in Shikoku under high pressure. *J. Jpn. Assoc. Petrol. Technologists*, Vol. 40, 166-173, 1975. (in Japanese)
184. Hoskins E.R.: The failure of thick-walled hollow cylinders of isotropic rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 6, 99-125, 1969.
185. Hossaini S.M.F.: Modification to the Bieniawski strength criterion. *Proc. 9th Int. Congr. on Rock Mechanics, Paris* (Edited by G. Vouille & P. Berest), Vol. 2, 611-614. Balkema, Rotterdam 1999.
186. Höfer K.-H. und Heyne K.-H.: Zur Durchführung echter Triaxialversuche. *Bergakademie*, 20. Jg., Heft 1, 9-11, 1968.
187. Huber M.T.: O podstawach teorii wytrzymałości. Kraków, w październiku 1903. *Prace Matematyczno-Fizyczne*, t. XV, 47-59, Warszawa 1904.
188. Huber M.T.: Właściwa praca odkształcenia jako miara wyężenia materiału. Przyczynek do podstaw teorii wytrzymałości. *Czasopismo Techniczne*, rocznik XXII, 38-40, 49-50, 61-62 i 80-81, Lwów 1904.
189. Hunsche U.: Fracture experiments on cubic rock salt samples. In *The Mechanical Behavior of Salt - Proceedings of the First Conference, University Park, Pennsylvania, 1981* (Edited by H.R. Hardy, Jr. & M. Langer), pp. 169-179. Trans Tech Publications, Clausthal 1984.
190. Hunsche U.: True triaxial failure tests on cubic rock salt samples - experimental methods and results. *Proc. IUTAM Symp. on Finite Inelastic Deformations - Theory and Applications, Hannover*, pp. 525-538. Springer Verlag 1992.
191. Hunsche U. and Albrecht H.: Results of true triaxial strength tests on rock salt. *Proceedings of the International Conference on Fracture and Damage of Concrete and Rock*, Vienna, July 4-6, 1988.
192. Hüls W. und Schreiner W.: Geomechanische Untersuchungen zur Standsicherheit grosser Grubenräume im Salinar. *Neue Bergbautechnik*, 11. Jg., Heft 7, 378-383, 1981.
193. Ilnitskaya E.I., Teder R.I., Vatolin E.S. i Kuntysch M.F.: *Svoystva gornyx porod i metody ikh opredeleniya*, 392 s. Nedra, Moskva 1969.
194. Inglis C.E.: Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Trans. Inst. Naval Arch., London*, Vol. 55, 219-241, 1913.
195. Jaeger J.C.: Shear failure of anisotropic rocks. *Geol. Mag.*, Vol. 97, 65-72, 1960.
196. Jaeger J.C.: Punching tests on disks of rock under hydrostatic pressure. *J. Geophys. Res.*, Vol. 67, 369-373, 1962.
197. Jaeger J.C. and Cook N.G.W.: *Fundamentals of Rock Mechanics*. Chapman and Hall Ltd and Science Paperbacks, London 1971.
198. Jaeger J.C. and Hoskins E.R.: Rock failure under the confined Brazilian test. *J. Geophys. Res.*, Vol. 71, 2651-2659, 1966.
199. Janach W.: Failure of granite under compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 14, 209-215, 1977.
200. Johnston I.W.: Strength of intact geomechanical materials. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 111, No. 6, 730-749, 1985.
201. Johnston I.W. and Chiu H.K.: Strength of weathered Melbourne mudstone. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 110, No. 7, 875-898, 1984.
202. Kamp W. and Cockram M.J.: Possibilities of true triaxial experiments in the laboratory for rock mechanics of the Delft University of Technology. *Proc. 6th Int. Congr. of the IAEG, Amsterdam* (Edited by D.G. Price), Vol. 1, 393-398. Balkema, Rotterdam 1990.
203. Kármán T. von: Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck. *Z. Ver. dtsh. Ing.*, Band 55, Nr. 42, 1749-1757, 1911.
204. Kern H. und Karl F.: Eine dreiaxial wirkende Gesteinspresse mit Heizvorrichtung. *Bergbauwissenschaften*, Band 16, Nr. 3, 90-92, 1969.
205. Kim M.K. and Lade P.V.: Modelling rock strength in three dimensions. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 21, No. 1, 21-33, 1984.
206. Kobayashi R. and Sugimoto F.: On mechanical behaviour of rocks during failure process in compression. *J. Min. Metall. Inst. Jpn.*, Vol. 91, 647-652, 1975. (in Japanese)
207. Kobayashi S.: Fracture criteria for anisotropic rocks. *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University*, Vol. 32, 307-333, 1970a.
208. Kobayashi S.: Deformational and failure characteristics of rocks. *Proceedings of the 3rd National Symposium on Rock Mechanics, Japan*, 105-112, 1970b. (in Japanese)
209. Koide H., Hoshino K. and Nagumo S.: Process of fracturing of rocks under triaxial compression. *Proc. 2nd Nat. Symp. Rock Mechanics, Jpn.*, pp. 51-56, 1967.
210. Korvin G.: Shale compaction and statistical physics. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol. 78, No. 1, 35-50, 1984.
211. Koyfman M.P., Ilnitskaya E.I. i Karpov V.I.: *Prochnost' gornyx porod v ob'emnom napryazhenom sostoyanii*, 34 s. Nauka, Moskva 1964.
212. Kranz R.L.: Crack growth and development during creep of Barre granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 16, 23-35, 1979.



213. Kuntysh M.F.: *Issledovanie metodov opredeleniya osnovnykh fiziko-mekhanicheskikh kharakteristik gornyykh porod, ispolzuemykh pri reshenii zadach gornogo davleniya*. Kand. diss., Moskva 1964.
214. Kwaśniewski M.: Anizotropia własności odkształceniowych i wytrzymałościowych pewnego piaskowca dolnorudzkiego JASTRZĘBIE. Część I. Przegląd badań nad anizotropią mechaniczną własności skał. *Arch. Górn.*, t. 25, z. 4, 665-709, 1980.
215. Kwaśniewski M.: Deformational and strength properties of the three structural varieties of carboniferous sandstones. *Proc. 5th Int. Congr. on Rock Mechanics, Melbourne, A 105-A 115*, 1983a.
216. Kwaśniewski M.: Odkształceniowe i wytrzymałościowe własności trzech strukturalnych odmian piaskowców karbońskich w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania. *Arch. Górn.*, t. 28, z. 4, 523-550, 1983d.
217. Kwaśniewski M.: Badania mechanicznych własności oraz metamorficznych, polimorficznych i fazowych przemian skał i minerałów w termodynamicznych warunkach wnętrza Ziemi - Technika i metodyka eksperymentu oraz wyniki. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 74/MR.I-16, Gliwice 1983f.
218. Kwaśniewski M.: Wytrzymałość graniczna i ciśnienie przejścia ze stanu kruchego w stan ciągliwy grubo- i średniookruchowych skał osadowych w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 74/MR.I-16, Gliwice 1984.
219. Kwaśniewski M.: Warunek przejścia średniookruchowych skał osadowych ze stanu kruchego w stan ciągliwy (Skrót referatu). *Materiały I Krajowej Konferencji Naukowo-Technicznej "Zastosowanie metod geofizycznych w górnictwie kopalni stałych"*, Jaworze, 6-8 listopada 1985 r. Wyd. AGH, t. II, 205-213, 1985a.
220. Kwaśniewski M.: Kryteria kruchego zniszczenia węgla kamiennych w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, NB-119/2, Gliwice 1985b.
221. Kwaśniewski M.: Behaviour of sandstones at high pressures. In *Mining Systems Adjusted to High Rock Pressure Conditions* (Edited by A. Kidybiński & M. Kwaśniewski), pp. 317-332. Balkema, Rotterdam 1986a.
222. Kwaśniewski M.: Wpływ stanu naprężenia, temperatury i prędkości odkształcania na mechaniczne własności skał. *Arch. Górn.*, t. 31, z. 2, 1986b.
223. Kwaśniewski M.: Określenie zakresu stosowalności i stopnia przydatności liniowych warunków stanu granicznego do oceny wytrzymałości skał w warunkach trójosiowego ściskania. *Prace Instytutu Geomechaniki, Budownictwa Podziemnego i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, NB-119/2, Gliwice 1986c.
224. Kwaśniewski M.: Condition du passage des gres du comportement fragile au comportement ductile. Dans *Comptes-Rendus de la 2ème Colloque franco-polonais de Géotechnique*, Nancy, 12-15 mai 1987, pp. 49-66. Sciences de la Terre, Vandœuvre-lès-Nancy 1987a.
225. Kwaśniewski M.: A new linear criterion of brittle failure for rocks. *Proc. 6th Int. Congr. on Rock Mechanics, Montreal* (Edited by G. Herget & S. Vongpaisal), Vol. 2, 1031-1038. Balkema, Rotterdam 1987b.
226. Kwaśniewski M.: On an applicability of a new linear strength criterion for sandstones. In *Modelling of Mine Structures* (Edited by A. Kidybiński & M. Kwaśniewski), pp. 45-52. Balkema, Rotterdam 1988a.
227. Kwaśniewski M.: Liniowy i nieliniowy warunek kruchego zniszczenia skał quasi-izotropowych w warunkach trójosiowego ściskania. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 103/2, Gliwice 1988b.
228. Kwaśniewski M.: Laws of brittle failure and of B-D transition in sandstones. In *Rock at Great Depth* (Edited by V. Maury & D. Fourmaintraux), Vol. 1, pp. 45-58. Balkema, Rotterdam 1989.
229. Kwaśniewski M.: Badania nad wytrzymałością i kruchym pękaniem skał quasi-izotropowych w warunkach trójosiowego ściskania. *Prace Instytutu Geomechaniki, Budownictwa Podziemnego i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, BW-965, Gliwice 1991.
230. Kwaśniewski M.: O naturze pustek w skałach, procesie mikropeknięcia i odkształceniach objętościowych poprzedzających kruche zniszczenie w polu naprężeń ściskających. Wykład na III Szkole Geofizyki Górniczej "Emisja sejsmoakustyczna w skałach", 55 s., Wadowice 1992.
231. Kwaśniewski M.: Mechanical behavior of anisotropic rocks. In *Comprehensive Rock Engineering* (Edited by J.A. Hudson), Vol. 1 - *Fundamentals* (Edited by E.T. Brown), pp. 285-312. Pergamon Press, Oxford 1993.
232. Kwaśniewski M.: Interpretacja fizyczna liniowego warunku wytrzymałościowego skał. Wykład na XXIII Zimowej Szkole Mechaniki Górniczej, 64 s. Bukowina Tatrzańska, marzec 2000a.
233. Kwaśniewski M.: Review of a book by P.R. Sheorey, "Empirical Rock Failure Criteria". *Rock Mech. Rock Engng.*, Vol. 33, No. 2, 150-152, 2000b.
234. Kwaśniewski M.: Badania wytrzymałościowe skał karbońskich uwzględniające zmiany objętościowe w fazie odciążania. *Prace Katedry Geomechaniki, Budownictwa Podziemnego i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, U-703, Gliwice 2001.
235. Kwaśniewski M. and Mogi K.: Effect of the intermediate principal stress on the failure of a foliated anisotropic rock. In *Mechanics of Jointed and Faulted Rock* (Edited by H.-P. Rossmanith), pp. 407-416. Balkema, Rotterdam 1990.
236. Kwaśniewski M.A. and Mogi K.: Faulting of a foliated rock in a general triaxial field of compressive stresses. International Conference on "Mechanical Instabilities in Rocks & Tectonics", Montpellier, 4-6 September, 1991.
237. Kwaśniewski M.A. and Mogi K.: Faulting of a foliated rock in a general triaxial field of compressive stresses. In *Tectonophysics of Mining Areas* (Edited by A. Idziak), pp. 209-232. *Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego*, nr 1602. Wyd. Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1996.
238. Kwaśniewski M.A. and Mogi K.: Faulting in an anisotropic, schistose rock under general triaxial compression. In *Pacific Rocks 2000 - Proceedings of the Fourth North American Rock Mechanics Symposium, Seattle, Washington* (Edited by J. Girard, M. Liebman, C. Breeds & T. Doe), pp. 737-746. Balkema, Rotterdam 2000.
239. Kwaśniewski M., Pacha J., Berszakiewicz Z. i Oleksy S.: Odkształceniowe i wytrzymałościowe własności drobnoziarnistego granitu STRZELIN i trzech strukturalnych odmian piaskowców karbońskich PNIÓWEK i JASTRZĘBIE w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach do 60 MPa. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 183/MR.I-16, Gliwice 1981.
240. Kwaśniewski M., Pacha J. i Oleksy S.: Odkształceniowe i wytrzymałościowe własności średnioziarnistego granitu STRZEBŁÓW i mikrytowego wapienia DĘBNIK w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania przy ciśnieniach do 48 MPa. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, 183/MR.I-16, Gliwice 1982.



241. Kwaśniewski M., Pacha J. i Oleksy S.: Wytrzymałość trójosiowa dwu mineralogiczno/diagenetycznych odmian drobno-średnioziarnistych piaskowców karbońskich PNIÓWEK i ANNA. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej* nr 778, *Górnictwo* z. 128, 265-287, 1983.
242. Kwaśniewski M. i Szutkowski I.: Kruche pękanie i plastyczne płynięcie suchych i mokrych skał piaszczystych i ilastych LZW w warunkach trójosiowego ściskania. *Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej*, PB nr 206/456, Gliwice 1988.
243. Kwaśniewski M. ze studentami specjalności BPiOP: Sprawozdania z ćwiczeń laboratoryjnych "Wytrzymałość trójosiowa skał" wykonanych w Laboratorium Mechaniki Skał Katedry GBPiOP Politechniki Śląskiej w semestrze letnim 2000.
244. Lade P.V.: Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 13, 1019-1035, 1977.
245. Lade P.V.: Rock strength criteria: The theories and the evidence. In *Comprehensive Rock Engineering* (Edited by J.A. Hudson), Vol. 1 - *Fundamentals* (Edited by E.T. Brown), pp. 255-284. Pergamon Press, Oxford 1993.
246. Leon A.: Über das Mass der Anstrengung bei Beton. *Ingenieur-Archiv*, Band 4, 421-431, 1933.
247. Leon A.: Über die Rolle des Trennungsbruches im Rahmen der Mohr'schen Anstrengungshypothese. *Der Bauingenieur*, 15 Jg., Heft 31, 32, 1934.
248. Lepper H.A. (Jr.): Compression tests on oriented specimens of Yule marble. *Am. J. Sci.*, Vol. 247, 570-575, 1949.
249. Levitchouk V.E. and Gaziev E.G.: Laboratory equipment for the strength and deformability studies of the rock materials under multiaxial stress state. In *Proceedings of the Third International Conference on Mechanics of Jointed and Faulted Rock - MJFR-3* (Edited by H.-P. Rossmanith), pp. 417-422. Balkema, Rotterdam 1998.
250. Li L., Aubertin M. and Simon R.: Maximum and minimum horizontal stress evaluation based on the geometry of a single borehole breakout. In *Pacific Rocks 2000 - Proceedings of the Fourth North American Rock Mechanics Symposium, Seattle, Washington* (Edited by J. Girard, M. Liebman, C. Breeds & T. Doe), pp. 865-871. Balkema, Rotterdam 2000.
251. Li X. and Xu D.: Law and degree of effect of the intermediate principal stress on strength of rock. *Rock and Soil Mechanics*, Vol. 12, No. 1, 9-16, 1991. (in Chinese)
252. Li X., Xu D. and Takahashi M.: Effect of the intermediate principal stress on the strength behavior of Dayei marble and Laxiwa granite. In *Proc. 27th Symp. Rock Mech.*, Tokyo, pp. 221-225, 1996. (in Japanese)
253. Lockner D.A.: A generalized law for brittle deformation of Westerly granite. *J. Geophys. Res.*, Vol. 103, No. B3, 5107-5123, 1998.
254. Logan J.M.: Porosity and the brittle-ductile transition in sedimentary rocks. In *Physics and Chemistry of Porous Media II, AIP Conf. Proc.*, Vol. 154, 229-242, 1987.
255. Luksha L.K.: *Materiały konferentsii molodykh uchenykh AN BSSR*. Izd. BSSR, Minsk 1962.
256. Luksha L.K.: K teorii prochnosti. *Doklady AN BSSR*, No. 5, 301-304, 1963.
257. Łydźba D. and Pietruszczak S.: On failure criteria incorporating a scalar anisotropy parameter. In *Numerical Models in Geomechanics - Proceedings of the 8th International Symposium NUMOG VIII, Rome* (Edited by G.N. Pande & S. Pietruszczak), pp. 19-25. Balkema, Rotterdam 2002.
258. Matsushima S.: On deformation and fracture of rock (Part IV), Deformation and fracture of granite under high confining pressure up to 2000 kg/cm<sup>2</sup>. *Jishin*, Ser. II, Vol. 12, 68-74, 1959.
259. Matsushima S.: On the deformation and fracture of granite under high confining pressure. *Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University*, No. 36, 11-20, 1960.
260. Matsuura M., *Proc. 9th Japan Nat. Congr. Appl. Mech.*, Tokyo, 1960.
261. Maurer W.C.: Shear failure of rock under compression. *Journal of the Society of Petroleum Engineers*, Vol. 5, 167-176, 1965.
262. Mayer W. and Smoleńska A.: Microscopic studies of Upper Carboniferous sandstone from Nowa Ruda hard-coal mine, SW Poland. *Arch. Górn.*, t. 30, z. 3, 363-371, 1985.
263. Mazanti B.B. and Sowers G.F.: Laboratory testing of rock strength. In *Testing Techniques for Rock Mechanics*. ASTM, STP 402, pp. 207-227, 1966.
264. McCabe W.M. and Koerner R.M.: High pressure shear strength investigation of an anisotropic mica schist rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 12, 219-228, 1975.
265. McClintock F.A. and Walsh J.B.: Friction on Griffith cracks under pressure. *Proceedings of the 4th U.S. National Congress of Applied Mechanics, Berkeley*, 1015-1021, 1962.
266. McGill G.E. and Raney J.A.: Experimental study of faulting in an anisotropic, inhomogeneous dolomitic limestone. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 81, 2949-2958, 1970.
267. McLamore R. and Gray K.E.: The mechanical behavior of anisotropic sedimentary rocks. *Trans. Am. Soc. Mech. Eng., Ser. B*, Vol. 89, 62-76, 1967.
268. Menzel W. und Schreiner W.: Das Festigkeits- und Verformungsverhalten von Carnallitit als Grundlage für die Standsicherheitsbewertung von Grubenbauen. *Neue Bergbautechnik*, 5. Jg., Heft 6, 451-457, 1975.
269. Michelis P.: A true triaxial cell for low and high pressure experiments. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 22, 183-188, 1985.
270. Michelis P.: A true triaxial cell for soil and rock. In *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock, ASTM STP 977* (Edited by R.T. Donaghe, R.C. Chaney and M.L. Silver), pp. 806-818. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1988.
271. Miroslubov I.N.: K voprosu ob obobshchenii teorii prochnosti oktaedricheskikh kasatelnykh napryazheniy na khрупkie materialy. *Trudy Leningradskogo tekhnologicheskogo instituta*, wyp. XXV, 42-52, 1953.
272. Mises R. von: *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand. Göttinger Nachrichten der Mathematisch-physikalischen Klasse*, Vol. 13, 582, 1913.
273. Misra B.: Correlation of rock properties with machine performance. Ph.D. Thesis, University of Leeds, 1972.
274. Mogi K.: Deformation and fracture of rocks under confining pressure (1); Compression tests on dry rock sample. *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, Vol. 42, 491-514, 1964.
275. Mogi K.: Deformation and fracture of rocks under confining pressure (2); Elasticity and plasticity of some rocks. *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, Vol. 43, 349-379, 1965.
276. Mogi K.: Some precise measurements of fracture strength of rocks under uniform compressive stress. *Rock Mech. Eng. Geol.*, Vol. 4, 41-55, 1966a.
277. Mogi K.: Pressure dependence of rock strength and transition from brittle fracture to ductile flow. *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, Vol. 44, 215-232, 1966b.



278. Mogi K.: Effect of the intermediate principal stress on rock failure. *J. Geophys. Res.*, Vol. 72, 5117-5131, 1967.
279. Mogi K.: On a new triaxial compression test of rocks. *Seismol. Soc. Jpn. Bull.*, N° 3, 1969.
280. Mogi K.: Effect of the triaxial stress system on rock failure. *Rock Mechanics in Japan*, Vol. I, 53-55, 1970.
281. Mogi K.: Effect of the triaxial stress systems on the failure of dolomite and limestone. *Tectonophysics*, Vol. 11, 111-127, 1971a.
282. Mogi K.: Fracture and flow of rocks under high triaxial compression. *J. Geophys. Res.*, Vol. 76, 1255-1269, 1971b.
283. Mogi K.: Failure criteria of rocks (Study by a new triaxial compression technique). *J. Soc. Mater. Sci., Japan*, Vol. 20, 143-150, 1971c. (in Japanese)
284. Mogi K.: Fracture and flow of rocks. *Tectonophysics*, Vol. 13, 541-568, 1972a.
285. Mogi K.: Effect of the triaxial stress system on fracture and flow of rocks. *Phys. Earth Planet. Interiors*, Vol. 5, 318-324, 1972b.
286. Mogi K.: Rock fracture. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, Vol. 1, 63-84, 1973.
287. Mogi K.: Failure criteria of rocks - Study by a new triaxial compression apparatus. *Rock Mechanics in Japan*, Vol. II, 19-21, 1974a.
288. Mogi K.: On the pressure dependence of strength of rocks and the Coulomb fracture criterion. *Tectonophysics*, Vol. 21, 273-285, 1974b.
289. Mogi K.: Informacja ustna, 1976.
290. Mogi K.: Dilatancy of rocks under general triaxial stress states with special reference to earthquake precursors. *J. Phys. Earth*, Vol. 25, Suppl., S203-S217, 1977.
291. Mogi K.: Flow and fracture of rocks under general triaxial compression. *Proc. 4th Int. Congr. on Rock Mechanics, Montreux*, Vol. 3, 123-130. Balkema, Rotterdam 1979.
292. Mogi K.: Informacja ustna, 1991.
293. Mogi K. and Mochizuki H.: Deformation and fracture of rocks under general triaxial stress state - anisotropic dilatancy. In *Proc. 5th Nat. Symp. on Rock Mechanics, Japan*, 43-48, 1977. (in Japanese)
294. Mogi K., Igarashi K. and Mochizuki H.: Deformation and fracture of rocks under general triaxial stress states - Anisotropic dilatancy. *J. Soc. Mat. Sci., Japan* 27:148-154, 1978a. (in Japanese)
295. Mogi K., Kwaśniewski M. and Mochizuki H.: Fracture of anisotropic rocks under general triaxial compression. Abstract, *Seismol. Soc. Jpn. Bull.*, No. 1, D40, p. 25, 1978b. (in Japanese)
296. Mohr O.: Über die Darstellung des Spannungszustandes eines Körperelements und über die Anwendung derselben in der Festigkeitslehre. *Der Zivilingenieur*, Band 28, 113-156, 1882.
297. Mohr O.: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials? *Z. Ver. deutsch. Ing.*, Band 44, 1524-1530, 1572-1577, 1900.
298. Mróz Z.: Mathematical models of inelastic concrete behaviour. Symposium on "Inelasticity and Non-Linearity in Structural Concrete". University of Waterloo Press, Study No. 8, 1972.
299. Murrell S.A.F.: The strength of coal under triaxial compression. In *Mechanical Properties of Non-Metallic Brittle Materials* (Edited by W.H. Walton), pp. 123-153. Butterworths Scientific Publications, London 1958.
300. Murrell S.A.F.: A criterion for brittle fracture of rocks and concrete under triaxial stress, and the effect of pore pressure on the criterion. In *Rock Mechanics* (Edited by C. Fairhurst), *Proc. 5th Symp. on Rock Mechanics, The University of Minnesota, 1962*, pp. 563-577. Pergamon Press, New York 1963.
301. Murrell S.A.F.: The theory of the propagation of elliptical Griffith cracks under various conditions of plain strain or plane stress: Parts II and III. *Br. J. Appl. Phys.*, Vol. 15, 1211-1223, 1964b.
302. Murrell S.A.F.: The effect of triaxial stress systems on the strength of rock at atmospheric temperatures. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, Vol. 10, 231-281, 1965.
303. Murrell S.A.F.: Die Wirkung triaxialer Spannungssysteme auf die Gesteinsfestigkeit bei atmosphärischen Temperaturen. *Bericht über das 8. Ländertreffen des Internationalen Büros für Gebirgsmechanik, Leipzig 1966*, S. 88-97. Akademie-Verlag, Berlin 1967.
304. Müller O.: Untersuchungen an Karbongesteinen zur Klärung von Gebirgsdruckfragen. *Glückauf*, Band 66, 1601-1612; 1646-1652, 1930.
305. Nádai A.A.: *Theory of Flow and Fracture of Solids*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto and London 1950.
306. Niandou H., Shao J.F., Henry J.P. and Fourmaintraux D.: Laboratory investigation of the mechanical behaviour of Tournemire shale. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 34, No. 1, 3-16, 1997.
307. Nishihara M. and Hiramatsu Y.: Triaxial tests of rocks. *Journal of the Mining and Metallurgical Institute of Japan*, Vol. 80, 90-94, 1964.
308. Nishihara M., Tanaka K. and Muramatsu T.: Effect of hydrostatic pressure on mechanical behaviour of materials. *Proc. 7th Japan Congr. Test. Mater.*, 154-159, 1964.
309. Niwa Y. and Kobayashi S.: Fracture criterion of brittle materials. *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 16, 1-7, 1967a. (in Japanese)
310. Niwa Y. and Kobayashi S.: Failure criterion of cement mortar under triaxial compression. *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University*, Vol. XXIX, 1-15, 1967b.
311. Norel B.K.: *Izmenenie mekhanicheskoy prochnosti ugolnogo plasta v massive*. Nauka, Moskva 1983.
312. Nova R.: The failure of transversely isotropic rocks in triaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 17, 325-332, 1980.
313. Nova R. and Sacchi G.: A generalized failure condition for orthotropic solids. In *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids* (Edited by J.-P. Boehler), *Proc. Euromech Colloquium 115, Villard-de-Lans 1979*, pp. 623-641. Martinus Nijhoff Publishers and Editions du CNRS, The Hague and Paris 1982.
314. Nur A. and Simmons G.: The origin of small cracks in igneous rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 7, 307-314, 1970.
315. Olsen O.J.: Beobachtungen über die Anisotropie von Glimmerschiefern bei Triaxial- und anderen Untersuchungen an Gesteinskernen. *Bericht über das 8. Ländertreffen des IBG, Leipzig 1966* (G. Bilkenroth, Hgb.), S. 98-108. Akademie-Verlag, Berlin 1967.
316. Olsson W.A. and Peng S.S.: Microcrack nucleation in marble. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 13, 53-59, 1976.
317. Ono A.: On fracture of materials taking place on a plane parallel to the direction of thrust. *Memoirs Tech. Kyushu Univ.*, Vol. 11, 189, 1949.
318. Orowan E.: Fracture and strength of solids. *Reports on Progress in Physics*, Vol. 12, 185-232, 1949.



319. Orowan E.: Mechanism of seismic faulting. In *Rock Deformation* (Edited by D. Griggs & J. Handin), *Geol. Soc. Am. Mem.*, Vol. 79, 323-345, 1960.
320. Otsuka N. and Kobayashi R.: Studies on fracture toughness of various rocks. *Journal of the Mining and Metallurgical Institute of Japan*, Vol. 98, 1-6, 1982. (in Japanese)
321. Parate N.S.: Critère de rupture des roches fragiles. *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux*, No. 253, 148-160, 1969.
322. Paterson M.S.: Experimental deformation and faulting in Wombeyan marble. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 69, 465-476, 1958.
323. Paterson M.S.: The ductility of rocks. In A.S. Argon (ed.), *Physics of Strength and Plasticity*, 377-392. The MIT Press, Cambridge 1969.
324. Paterson M.S.: *Experimental Rock Deformation - The Brittle Field*, p. 254. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1978.
325. Peres Rodrigues F.: The anisotropy of the moduli of elasticity and of the ultimate stresses in rocks. *Proc. 4th Int. Congr. on Rock Mechanics, Montreux*, Vol. 2, 517-523. Balkema, Rotterdam 1979.
326. Pietruszczak S., Lydzba D. and Shao J.F.: Modelling of inherent anisotropy in sedimentary rocks. *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 39, 637-648, 2002.
327. Pietruszczak S. and Mróz Z.: Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor. *Computers and Geotechnics*, Vol. 26, 105-112, 2000.
328. Pietruszczak S. and Mróz Z.: On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol. 25, 509-524, 2001.
329. Pisarenko G.S. i Lebedev A.A.: *Soprotivlenie materialov deformirovaniyu i razrusheniyu pri sloznom napryazhenom sostoyanii*. Naukova Dumka, Kiev 1969.
330. Pisarenko G.S. i Lebedev A.A.: *Deformirovanie i prochnost' materialov pri sloznom napryazhenom sostoyanii*, 416 s. Naukova Dumka, Kiev 1976.
331. Pomeroy C.D. and Hobbs D.W.: The fracture of coal specimens subjected to complex stresses. *Steel & Coal*, Vol. 185, 1124-1133, 1962.
332. Pomeroy C.D., Hobbs D.W. and Amra Mahmoud: The effect of weakness-plane orientation on the fracture of Barnsley Hards by triaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 8, 227-238, 1971.
333. Prandtl L. und Rinne F.: Referat über durchgeführte vergleichende Untersuchungen über die Methoden zur Bestimmung der Druckfestigkeit von Gesteinen. *Kali*, S. 360, 1909.
334. Price N.J.: A study of rock properties in conditions of triaxial stress. In *Mechanical Properties of Non-Metallic Brittle Materials* (Edited by W.H. Walton), pp. 106-122. Butterworths Scientific Publications, London 1958.
335. Price N.J.: The influence of geological factors on the strength of coal measure rocks. *Geol. Mag.*, Vol. 100, 428-443, 1963.
336. Protodjakonov M.M. und Ilnickaja E.I.: Der Einfluss des Massstabeffekts auf die Festigkeit des Gesteins bei allseitigem Druck. *Bericht über das 8.ändertreffen des IBG, Leipzig 1966* (G. Bilkenroth, Hgb.), S. 41-48. Akademie-Verlag, Berlin 1967.
337. Raleigh C.B. and Paterson M.S.: Experimental deformation of serpentinite and its tectonic implications. *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, 3965-3985, 1965.
338. Ramamurthy T.: Stability of rock mass. The Eighth IGS Annual Lecture held in Roorkee on 16th December, 1985. *Indian Geotechnical Journal*, Vol. 16, No. 1, 1-74, 1986.
339. Ramamurthy T.: Strength and modulus response of anisotropic rocks. In *Comprehensive Rock Engineering* (Edited by J.A. Hudson), Vol. 1 - *Fundamentals* (Edited by E.T. Brown), pp. 313-329. Pergamon Press, Oxford 1993.
340. Ramamurthy T., Rao G.V. and Rao K.S.: A strength criterion for rocks. *Proceedings of the Indian Geotechnical Conference (IGC-85), Roorkee*, Vol. 1, 59-64, 1985.
341. Ramamurthy T., Venkatappa Rao G. and Singh J.: A strength criterion for anisotropic rocks. *Proc. 5th Australia-New Zealand Conf. on Geomechanics, Sydney*, pp. 253-257, 1988.
342. Ramez M.R.H.: Fractures and the strength of a sandstone under triaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 4, 257-268, 1967.
343. Reches Z. and Dieterich J.H.: Faulting of rocks in three-dimensional strain fields. I. Failure of rocks in polyaxial, servo-control experiments. *Tectonophysics*, Vol. 95, 111-132, 1983.
344. Reik G. and Zacas N.: Strength and deformation characteristics of jointed media in true triaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 15, 295-303, 1978.
345. Reiner M.: The general law of flow of matter. *Journal of Rheology*, Vol. 1, 11-20, 1929.
346. Robertson E.C.: Experimental study of the strength of rocks. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol. 66, 1275-1314, 1955.
347. Rummel F.: Stresses and tectonics of the upper continental crust - a review. In *Proc. Int. Symp. Rock Stress and Rock Stress Measurement, Stockholm* (Edited by O. Stephansson), pp. 177-186. Centek, Luleå 1986.
348. Rutter E.H.: On the nomenclature of mode of failure transitions in rocks. *Tectonophysics*, Vol. 122, 381-387, 1986.
349. Rutter E.H.: The mechanics of natural rock deformation. In *Comprehensive Rock Engineering* (Edited by J.A. Hudson), Vol. 1 - *Fundamentals* (Edited by E.T. Brown), pp. 63-92. Pergamon Press, Oxford 1993.
350. Rutter E.H. and Hadizadeh J.: On the influence of porosity on the low-temperature brittle-ductile transition in siliciclastic rocks. *J. Struct. Geol.*, Vol. 13, 609-614, 1991.
351. Ryabinin Yu.N., Beresnev B.I., Martynov E.D. i Prishchepov V.F.: Vliyanie davleniya na deformatsionnye svoystva gornyx porod. *Izvestiya Akademii nauk SSSR, Fizika Zemli*, № 4, 49-54, 1973.
352. Sakurai S.: *Time-dependent behavior of circular cylindrical cavity in continuous medium of brittle aggregate*, Ph.D. Thesis. Department of Civil Engineering, Michigan State University, 1966.
353. Sakurai S.: Failure criterion of rock under static loading condition. *Proceedings of the 2nd National Symposium on Rock Mechanics, Japan*, pp. 57-62, 1967. (in Japanese)
354. Sakurai S.: Failure condition of rock under static loading. *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 17, 876-881, 1968. (in Japanese)
355. Sandel G.D.: *Über die Festigkeitsbedingungen*. Dr. Max Jänecke Verlagsbuchhandlung, Leipzig 1925.
356. Savage J.C., Byerlee J.D. and Lockner D.A.: Is internal friction friction? *J. Geophys. Res.*, Vol. 23, No. 5, 487-490, 1996.
357. Schleicher F.: Die Energiengrenze der Elastizität (Plastizitätsbedingung). *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Band 5, 478, 1925.
358. Schleicher F.: Der Spannungszustand an der Fließgrenze. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Band 6, 1926.
359. Schock R.N. and Heard H.C.: Static mechanical properties and shock loading response of granite. *J. Geophys. Res.*, Vol. 79, 1662-1666, 1974.



360. Schock R.N., Heard H.C. and Stephens D.R.: Stress-strain behavior of a granodiorite and two graywackes on compression to 20 kilobars. *J. Geophys. Res.*, Vol. 78, 5922-5941, 1973.
361. Scholz C.H.: Microfracturing and the inelastic deformation of rock in compression. *J. Geophys. Res.*, Vol. 73, 1417-1432, 1968.
362. Scholz C.H.: *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*, 439 p. Cambridge University Press, Cambridge 1990.
363. Schwartz A.E.: Failure of rock in the triaxial shear test. In *Proceedings of the Sixth Symposium on Rock Mechanics, Rolla, Missouri* (Edited by E.M. Spokes & C.R. Christiansen), pp. 109-151, 1964.
364. Scott T.E.: The effects of porosity on the mechanics of faulting in sandstones, Ph.D. dissertation, p. 191. University of Texas at Dallas, Richardson 198.
365. Scott T.E. and Nielsen K.C.: The effects of porosity on the reactivation of faults in sandstones. *EOS, Trans. AGU*, Vol. 69, 1464, 1988.
366. Scott T.E. and Nielsen K.C.: The effects of porosity on the brittle-ductile transition in sandstones. *J. Geophys. Res.*, Vol. 96 (B1), 405-414, 1991.
367. Serafim J.L. und Urena R. de: Erste Forschungsergebnisse über die Verformungs- und Brucheigenschaften transversal isotroper Körper. *Bericht über das 8. Ländertreffen des IBG, Leipzig 1966* (G.Bilkenroth, Hgb.), S. 109-114. Akademie-Verlag, Berlin 1967.
368. Serata S., Sakurai S. and Adachi T.: Theory of aggregate rock behavior based on absolute three-dimensional testing (ATT) of rock salt. In *Basic and Applied Rock Mechanics* (Edited by K.E. Gray), *Proc. 10th Symp. on Rock Mechanics*, The University of Texas, Austin, 1968, pp. 431-473. A.I.M.E., New York 1972.
369. Serdengecti S. and Boozer G.D.: The effects of strain rate and temperature on the behaviour of rocks subjected to triaxial compression. *Proceedings of the Fourth Symposium on Rock Mechanics, The Pennsylvania State University, 1961. Bulletin of the Mineral Industries Experiment Station*, No. 76, 83-97, 1961.
370. Sheorey P.R.: *Empirical Rock Failure Criteria*, 176 p. Balkema, Rotterdam 1997.
371. Sheorey P.R., Biswas A.K. and Choubey V.D.: An empirical failure criterion for rocks and jointed rock masses. *Engineering Geology*, Vol. 26, 141-159, 1989.
372. Shimada M.: The method of compression test under high pressures in a cubic press and the strength of granite. *Tectonophysics*, Vol. 72, No. 3/4, 343-357, 1981.
373. Shimada M.: Mechanism of deformation in a dry porous basalt at high pressures. *Tectonophysics*, Vol. 121, 153-173, 1986.
374. Shimada M.: Deformation and fracture of silicate rocks at high pressures. In *High Pressure Research on Solids* (Edited by M. Senoo, K. Suito, T. Kobayashi & H. Kubota), pp. 131-142. Elsevier Science B.V. and The Society of Materials Science, Japan, 1995.
375. Shimada M.: *Mechanical Behavior of Rocks under High Pressure Conditions*. Balkema, Rotterdam 2000.
376. Shimada M. and Cho A.: Two types of brittle fracture of silicate rocks under confining pressure and their implications in the earth's crust. *Tectonophysics*, Vol. 175, 221-235, 1990.
377. Shimada M., Cho A. and Yukutake H.: Fracture strength of dry silicate rocks at high confining pressures and activity of acoustic emission. *Tectonophysics*, Vol. 96, 159-172, 1983.
378. Shimada M. and Yukutake H.: On the compression of a fine-grained porous rock at high pressures. In *High Pressure in Research and Industry, Proceedings of the 8th AIRAPT Conference & 19th EHPRG Conference, Uppsala, 17-22 August 1981* (Edited by C.-M. Backman, T. Johannisson & L. Tegnér), Vol. 2, pp. 732-735. Institute of Physical Chemistry, University of Uppsala, Uppsala 1982a.
379. Shimada M. and Yukutake H.: Fracture and deformation of silicate rocks at high pressures in a cubic press. In *High-Pressure Research in Geophysics* (Edited by S. Akimoto & M.H. Manghnani), pp. 193-205. Center Academic Publ. Jpn., Tokyo 1982b.
380. Singh M.M. and Huck P.J.: Large scale triaxial tests on rock. *Proceedings of the Fourteenth Symposium on Rock Mechanics, The Pennsylvania State University, 1972*, pp. 35-60. ASCE, New York 1973.
381. Smart B.G.D.: A true triaxial cell for testing cylindrical rock specimens. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 32, No. 3, 269-275, 1995.
382. Somerton W.H., Masonheimer R. and Singhal A.: Study of pore and matrix anisotropies of porous rocks. *Proc. 2nd Int. Congr. on Rock Mechanics, Beograd*, Vol. I, 143-151, 1970.
383. Stavrogin A.N., Karmanskiy A.T., Pevzner E.D. i Tarasov B.G.: *Katalog planshetov mekhanicheskikh kharakteristik gornykh porod, opasnykh v otnoshenii dinamicheskikh yavleniy, s uchedom zapredelnoy oblasti, gazovogo i zhidkostnogo faktorov*, 54 s. VNIMI, Leningrad 1980.
384. Stavrogin A.N., Tarasov B.G., Shirkes O.A. i Pevzner E.D.: Prochnost' i deformatsiya gornykh porod v dopredelnoy i zapredelnoy oblastiakh. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, № 6, 3-11, 1981.
385. Stephansson O.: Rock stress in the Fennoscandian Shield. In *Comprehensive Rock Engineering* (Edited by J.A. Hudson), Vol. 3 - *Rock Testing and Site Characterization* (Edited by J.A. Hudson), pp. 445-459. Pergamon Press, Oxford 1993.
386. Swan G.: The mechanical properties of Stripa granite. Swedish-American Cooperative Program on Radioactive Waste Storage in Mined Caverns in Crystalline Rock. Technical Project Report No. 3, August 1978.
387. Şenyur G.: A proposed criterion for rock failure. In *Prediction and Performance in Rock Mechanics and Rock Engineering* (Edited by G. Barla), Vol. 1, pp. 169-178. Balkema, Rotterdam 1996.
388. Takahashi M.: *Fundamental Study of Mechanical Characteristics of Rocks under Combined Stress Conditions*. Doctoral Thesis, Hokkaido University, Sapporo 1984.
389. Takahashi M. and Koide H.: Effect of the intermediate principal stress on strength and deformational behavior of sandstone and shale at the depth shallower than 2000 m. *Bull. Geol. Surv. Japan*, Vol. 40 (4), 207-222, 1989a. (in Japanese)
390. Takahashi M. and Koide H.: Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2000 m. In *Rock at Great Depth* (Edited by V. Maury and D. Fourmaintraux), Vol. 1, pp. 19-26. Balkema, Rotterdam 1989b.
391. Takahashi M., Sugita Y., Xue Z., Oonishi Y. and Ishijima Y.: Three principal stress effects on permeability of the Shirahama sandstone. *J. Min. Mater. Process. Inst. Japan*, Vol. 109 (10), 803-809, 1993.
392. Thoma K., Knoll P., Menzel W., Milde H. und Lorenz G.: Zur Bekämpfung von Gebirgsschlägen beim Auffahren bergmännischer Hohlräume im Granit. *Bergakademie*, 21. Jg., Heft 2, 73-78, 1969.



393. Timoshenko S.P.: *History of Strength of Materials*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York Toronto London 1953.
394. Tomashevskaya I.S. i Zvyagintsev L.I.: Anizotropiya deformatsionno-prochnostnykh svoystv teksturirovannykh porod pri vysokom davlenii. V *Fizika i mekhanika razrusheniya gornykh porod*, s. 37-44. Ilim, Frunze 1983.
395. Trollope D.H.: Discussion on Theme 3 - "Properties of rock and rock masses". *Proc. 1st Int. Congr. on Rock Mechanics, Lisbon*, Vol. III, 1966.
396. Trollope D.H.: The mechanics of discontinua or elastic mechanics in rock problems. In *Rock Mechanics in Engineering Practice* (Edited by K.G. Stagg & O.C. Zienkiewicz), pp. 275-320. John Wiley and Sons, London 1968.
397. Tshibangu K.J.P.: The effect of a polyaxial confining state on the behavior of two limestones. In *Environmental and Safety Concerns in Underground Construction, Proc. 1st Asian Rock Mech. Symp., Seoul* (Edited by H.-K. Lee, H.-S. Yang & S.-K. Chung), Vol. 1, pp. 465-470. Balkema, Rotterdam 1997.
398. Volkov N.I., *Problemy prochnosti*, No. 11, 1971.
399. Vouille G. et Laurent D.: Etude de la courbe intrinsèque de quelques granites. *Revue de l'Industrie Minière*, Numero Special, 25-27, 15 Juillet 1969.
400. Vutukuri V.S. and Hossaini S.M.F.: Assessment of applicability of four empirical strength criteria for intact coal. *Proceedings of the 6th Australia-New Zealand Conference on Geomechanics (Geomechanical risk identification, evaluation and solutions)*, pp. 280-285, 1992.
401. Walsh J.B. and Brace W.F.: A fracture criterion for brittle anisotropic rock. *J. Geophys. Res.*, Vol. 69, 3449-3456, 1964.
402. Wang R. and Kemeny J.M.: A new empirical failure criterion for rock under polyaxial compressive stresses. In *Rock Mechanics, Proceedings of the 35th U.S. Symposium, Reno* (Edited by J.J.K. Daemen & R.A. Schultz), pp. 453-458. Balkema, Rotterdam 1995.
403. Wawersik W.R., Carlson L.W., Holcomb D.J. and Williams R.J.: New method for true-triaxial rock testing. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 34, No. 3-4, Paper No. 330, 1997.
404. White J.M.: Mode of deformation of Rosebud coal, Colstrip, Montana: room temperature, 102.0 MPa. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 17, 129-130, 1980.
405. Wiebols G.A. and Cook N.G.W.: An energy criterion for the strength of rock in polyaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 5, 529-549, 1968.
406. Wiebols G.A., Jaeger J.C. and Cook N.G.W.: Rock property tests in a stiff testing machine. In *Basic and Applied Rock Mechanics* (Edited by K.E. Gray), *Proc. 10th Symp. on Rock Mechanics*, The University of Texas, Austin, 1968, pp. 297-329. A.I.M.E., New York 1972.
407. Wong T.-F.: Mechanical compaction and the brittle-ductile transition in porous sandstones. In *Deformations Mechanisms, Rheology and Tectonics* (Edited by R.J. Knipe and E.H. Rutter). Geological Society Special Publication No. 54, pp. 111-122, 1990.
408. Wong T.-F., David C. and Zhu W.: The transition from brittle faulting to cataclastic flow in porous sandstones: Mechanical deformation. *J. Geophys. Res.*, Vol. 102, No. B2, 3009-3025, 1997.
409. Xu D. and Geng N.: The effect of intermediate principal stress on the load bearing capacity of fractured rock. *Acta Geophysica Sinica*, Vol. 32, Supp. 1, 253-259, 1989. (in Chinese)
410. Xu D., Li X., Cai Z. and Li J.: Stress state and dilatancy property of rock. *Rock and Soil Mechanics*, Vol. 13, No. 2, 3, 37-44, 1992. (in Chinese)
411. Xu D., Xing Z., Li X., Zhang G. and Wei M.: Development of RT3 type rock high pressure true triaxial machine. *Rock and Soil Mechanics*, Vol. 11, No. 2, 1-14, 1990. (in Chinese)
412. Xu Jiang, Xian Xue-fu and Li He: The pyramidal failure and failure locus of brittle rocks under the general triaxial stress states. In *Rock at Great Depth* (Edited by V. Maury & D. Fourmaintraux), Vol. 1, pp. 27-31. Balkema, Rotterdam 1989.
413. Yagn Yu.I., *Vestnik inzhenerov i tekhnikov*, No. 6, 1931.
414. Youash Y.Y.: Experimental deformation of layered rocks. *Proc. 1st Int. Congr. on Rock Mechanics, Lisbon*, Vol. I, 787-795, 1966.
415. Zhakynbekov A.: Uravnenie ogibayushchey predelnykh krugov Mora. V *Issledovaniya po mekhanike gornykh porod*, 104-112. Ilim, Frunze 1967.
416. Zhang J., Wong T.-F. and Davis D.M.: Failure modes as a function of porosity and effective pressure in porous sandstones. *Geol. Soc. Am. Abstr. Programs*, Vol. 19, 904, 1987.
417. Zhang J., Wong T.-F. and Davis D.M.: Micromechanics of pressure-induced grain crushing in porous rocks. *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, No. B1, 341-352, 1990.



## ZACHOWANIE SIĘ SKAŁ IZO- I ANIZOTROPOWYCH W WARUNKACH TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA

### Streszczenie

W rozprawie tej rozważane są fundamentalne dla mechaniki skał zagadnienia zachowania się skał w złożonych stanach naprężenia, a w szczególności wytrzymałość graniczna i kruche zniszczenie skał izotropowych w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), efekt przejścia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy w warunkach wysokich ciśnień oraz zachowanie się skał izo- i anizotropowych w warunkach tzw. ogólnego (asymetrycznego) trójosiowego stanu naprężenia ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ).

W rozprawie można wyróżnić cztery zasadnicze części. W części pierwszej dokonano uogólnienia obecnego stanu wiedzy o własnościach wytrzymałościowych skał w warunkach trójosiowego osiowo-symetrycznego stanu naprężeń ściskających, o teoriach objaśniających przyczyny zniszczenia materiału w złożonym stanie naprężenia i wywodzących się z tych teorii warunkach wytrzymałościowych. Szukając równania, które najlepiej aproksymuje dane doświadczalne pochodzące z badań nad wytrzymałością trójosiową skał poddano analizie pięćdziesiąt warunków wyrażonych w konwencji naprężeń głównych ( $F\sigma_1 = f(\sigma_3)$  i  $F\sigma_1 = f(\sigma_3 = \sigma_2)$ ) i dwadzieścia pięć warunków wyrażonych w konwencji naprężeń oktaedrycznych ( $[\tau_{oct} = f(\sigma_{oct})]_F$ ); były wśród nich także warunki empiryczne. Zostały one zweryfikowane ilościowo przy użyciu kilkudziesięciu zestawów danych empirycznych pochodzących z badań walcowych próbek granitów oraz węgla kamiennych na ściskanie przy różnych ciśnieniach okólnych.

W części drugiej autor przedstawił własną teorię kruchego zniszczenia skał o budowie ziarnistej. W oparciu o tę teorię wyprowadził nowy ogólny warunek wytrzymałościowy dla skał i poddał go gruntownej analizie jakościowej i ilościowej korzystając z bardzo licznych wyników badań eksperymentalnych nad wytrzymałością graniczną piaskowców w warunkach tzw. konwencjonalnego trójosiowego ściskania.

W trzeciej części przedstawione zostały wyniki badań eksperymentalnych nad własnościami odkształceniowymi i wytrzymałościowymi pewnego łupku metamorficznego - anizotropowej skały o wyraźnej, gęstej foliacji - w warunkach tzw. prawdziwego trójosiowego ściskania. Szczególnie wiele miejsca poświęcono tam omówieniu wpływu zarówno wielkości jak i orientacji pośredniego naprężenia głównego ( $\sigma_2$ ) względem płaszczyzn foliacji na

wytrzymałość graniczną oraz charakter odkształcania się i zniszczenia skały anizotropowej, w tym m.in. mechanizmy uskokowania, typy uskoków i ich orientację w polu naprężeń. W oparciu o wyniki badań eksperymentalnych autor sformułował m.in. nowe prawa rządzące powstawaniem uskoków w masywach skalnych o budowie warstwowej i objśnił zależność zjawisk sejsmicznych towarzyszących makropękaniu masywów skalnych od orientacji składowych głównych tensora naprężenia względem płaszczyzn osłabienia. Ta część rozprawy, poprzedzona dodatkowo rozdziałem, w którym omówiono obecny stan wiedzy o wpływie pośredniego naprężenia głównego na własności odkształceniowe i wytrzymałościowe skał izo- i quasi-izotropowych, zasługuje na szczególną uwagę, gdyż wiedza o zachowaniu się skał anizotropowych w złożonych stanach naprężenia do niedawna pochodziła niemal wyłącznie z badań walcowych próbek skalnych na konwencjonalne trójosiowe ściskanie, czyli badań, które z natury rzeczy wykluczają możliwość wykrycia wpływu zarówno wielkości jak i orientacji pośredniego naprężenia głównego na własności i zachowanie się takich skał.

Czwarta część rozprawy poświęcona jest zjawisku przejścia w skałach, w warunkach wysokich ciśnień, ze stanu kruchego w stan ciągliwy. Korzystając z licznych wyników badań eksperymentalnych nad charakterem odkształcania się i zniszczenia wielu różnych mineralogicznych i petrograficznych odmian piaskowców w warunkach wysokich ciśnień, sformułowano warunki przejścia dla tych właśnie skał; są to równania, które wyrażają zależność pomiędzy granicznym naprężeniem różnicowym a ciśnieniem okólnym przy przejściu. Podano również formuły empiryczne opisujące zależność ciśnienia przejścia w piaskowcach od ich wytrzymałości granicznej na jednoosiowe ściskanie i od porowatości.



## BEHAVIOR OF ISO- AND ANISOTROPIC ROCKS UNDER TRIAXIAL COMPRESSION CONDITIONS

### Abstract

This work deals with two problems that are central to engineering and geological rock mechanics. These are: the brittle behavior of rocks, and the ability of rocks to undergo large plastic deformations without gross-fracturing. Presented here are the results of studies carried out by the author on the ultimate strength and mode of deformation and failure of iso- and anisotropic rocks under axisymmetric ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) and true triaxial ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) state of compressive stresses. The objectives of these studies were as follows:

- to determine and describe, by means of a suitable theory and strength criterion, the influence of confining pressure on ultimate strength of iso- and anisotropic rocks,
- to determine the influence of intermediate principal stress on the strength and deformational properties of anisotropic rocks,
- to determine the influence of confining pressure on mode of deformation and failure of medium-grained clastic rocks (sandstones) and to formulate a law of transition of these rocks from brittle to ductile state.

In Chapter 3, strength criteria have been carefully examined and quantitatively verified, particularly those which seem to be applicable to isotropic rocks. Fifty criteria expressed in terms of principal stresses ( $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3)$  and  $F_{\sigma_1} = f(\sigma_3 = \sigma_2)$ ) and twenty-five criteria expressed in octahedral stresses ( $[F_{\tau_{oct}} = f(\sigma_{oct})]_F$ ) were selected for the analysis. Amongst them were the criteria that are commonly known and applied, e.g., the Hoek and Brown criterion, the criteria somewhat less popular, for example the extended Griffith criterion, the criteria not applied so far to rocks, for example Balandin's criterion, as well as criteria entirely new, proposed for the first time by the author of this work. Since a considerable number of experimental data sets  $[\sigma_1 = f(p)]_F$  were compiled - twenty-six for granites and forty-six for hard coals - originating from tests of specimens of these rocks under conventional triaxial compression conditions, it was possible to check reliably which of these criteria fit the empirical data well, and which are not suitable for estimating the ultimate strength of rocks under an axisymmetric state of compressive stress conditions.

In Chapters 4, 6, and 7, a new theory of brittle failure of clastic rocks has been set forth. On the basis of this theory a new general strength criterion has been given. It was verified

quantitatively using results of conventional triaxial compression tests of samples of several dozen various sandstones.

In the equations of this theory there occurs a parameter  $\nu'$  which, being decisive about i.a. values of the so-called effective stresses, characterizes the deformational and strength features of rock material. Analysis of the triaxial test results revealed that this parameter not only depends on the structure of the material, but also is a certain function of the stress state. It has been shown that it usually increases in a linear or non-linear (exponential) manner as confining pressure increases, and only in isolated cases seems to be independent of the confining pressure. For all these three types of dependence between parameter  $\nu'$  and the confining pressure, appropriate strength criteria have been given that express the limiting maximum principal stress (or the maximum principal stress at failure) as a function of the minimum stress. These criteria were used to fit the empirical data obtained from conventional triaxial compression tests of samples of seventy-five various sandstones. In as many as 71% of all the cases (53/75) a very good fit to the data was obtained, in 25% of the cases (19/75) - the fit was good, and in three cases (4%) - the fit was satisfactory.

The new rock failure criteria may find application in practical engineering design, serve for the estimation of failure hazard in the vicinity of mine openings and underground structures, and for the prediction of all these hazards in rock masses, which are associated with the brittle failure of rocks.

However, the brittle failure is not the only response of rocks to the stresses imposed upon them and to other external factors. Under certain thermodynamic conditions, rocks lose their brittle character and, acquiring an ability to undergo large deformation without loss of cohesion, they become ductile. In Chapter 12 of this work, the effect of confining pressure on the mode of deformation and failure of medium-grained, terrigenous and pyroclastic sedimentary rocks (sandstones) has been discussed. Aiming at the determination of pressures at which transition from brittle state (B) to transitional or semi-brittle state (T) and then to ductile state (D) occurs in sandstones, results of experimental studies of deformational and strength properties of one hundred-and-six petrographic varieties of these rocks were analyzed. These were the results of conventional triaxial compression tests carried out by different investigators at confining pressures of up to 300 MPa, with strain rates from  $10^{-5}$  to  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , at room temperature. The shape of differential stress - axial strain curves was adopted after Mogi as a basic criterion to distinguish between the brittle, transitional and



ductile mode of deformation and failure of the analyzed sandstones. Having compiled quantitative data on the behavior under high pressure conditions for sixty-two sandstones with a porosity from 0.86% to 55.9% and the uniaxial compressive strength from 4.6 MPa to 187 MPa, the stress criteria of transition in these rocks from brittle into transitional and ductile state have been given in Chapter 12. Values of the coefficient of internal friction corresponding to the B-T and B-D transitions were also determined. General relationships between transition pressures  $p_{BT}$  and  $p_{TD}$  and (i) uniaxial compressive strength and (ii) porosity of the sandstones were established.

One of the main parts of this work is devoted to the effect of the intermediate principal stress ( $\sigma_2$ ) on the mechanical behavior of rocks in the true (asymmetric) triaxial stress state, which is a problem of fundamental importance to experimental rock mechanics. In Chapter 8, the state of current knowledge about the strength properties of rocks under true triaxial compression conditions has been reviewed and summarized. Particular attention has been paid to the description of the relation between the ultimate strength of iso- and quasi-isotropic rocks and the intermediate principal stress. A new strength criterion has been given, which takes into account the experimentally observed feature that the effect of the intermediate principal stress, though regular and significant, is weaker or less pronounced than the effect of the minimum principal stress. Forty-four sets of empirical data  $[\sigma_1=f(\sigma_2, \sigma_3)]_F$  were collected from experimental tests of various rocks under conditions of true triaxial, quasi-homogeneous and non-homogeneous, state of compressive stresses. By analyzing these data the new strength criterion was verified and values of the material constants occurring in this criterion were determined. A rule or tendency has been observed that the effect of the intermediate principal stress manifests itself more strongly the less homogeneous the rock is and the farther it departs from the model of the isotropic material. The results obtained take an important step on the way to the recognition, understanding and mathematical description of the behavior of rocks in complex stress states.

In Chapter 9, the state of current knowledge about the behavior of anisotropic rocks under compression has been summarized. Theories that describe strength anisotropy of bedded, laminated and foliated rocks under conditions of an axisymmetric state of compressive stresses have been reviewed, basic features of several physical and empirical criteria of brittle failure of anisotropic rocks have been discussed and an analysis has been made of the applicability of these criteria to the description of the relationship between

ultimate strength of transversely isotropic (monotropic) rocks and confining pressure for different orientations of the maximum applied principal stress ( $\sigma_1$ ) relative to the planes of isotropy.

In the conventional triaxial compression tests it is not possible, however, to investigate the effect of either the magnitude or the orientation of the intermediate principal stress on the properties and behavior of anisotropic rocks. This is exactly why the author - while making use of the unique Mogi's general triaxial compression apparatus - carried out the so-called true triaxial compression tests of cuboidal specimens of a foliated, anisotropic Chichibu crystalline schist that were differently oriented relative to the directions of the applied compressive principal stresses  $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ . The tested schist was a rock of distinct, dense foliation, characterized by a uniaxial compressive strength anisotropy coefficient equal to 2.24. The specimens were loaded in such a way that the maximum principal stress ( $\sigma_1$ ) was oriented at an angle  $\beta = 90^\circ$  to the foliation planes (which is the direction of the highest compressive strength), or at angle  $\beta = 30^\circ$  (the direction of the lowest compressive strength). In the latter case the specimens were oriented so that the angle ( $\omega$ ) between the direction of the intermediate principal stress ( $\sigma_2$ ) and the strike of the plane of foliation was  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  or  $90^\circ$ . The tests were carried out at the minimum principal stress equal to 50 MPa, and the intermediate one reaching 322 MPa.

Results of the study have been presented and the effect of the magnitude and orientation of the intermediate principal stress relative to the foliation planes on the mode of deformation and failure of the Chichibu schist has been discussed in detail in Chapter 10. Particular attention has been paid to the post-failure behavior of the specimens, including the mechanism of faulting, fault types and the orientation of fault planes relative to the directions of applied stresses as well as stress drops accompanying faulting. It has been shown how far-reaching consequences in the mechanism and results of deformation in an anisotropic rock environment (faulting, seismicity) may be brought about by the mere change of the directions of the external forces.

Experimental studies of the mechanical behavior of iso- and anisotropic rocks under triaxial compression conditions, the results of which have been presented in this work, were carried out by the author during the last twenty-five years in his Rock Mechanics Laboratory at the Faculty of Mining and Geology of the Silesian University of Technology, in Prof. Kiyoo Mogi's laboratory at the Earthquake Research Institute of the University of Tokyo and in Dr Manabu Takahashi's laboratory at the Geological Survey of Japan.







BIBLIOTEKA GŁÓWNA  
Politechniki Śląskiej

P.3351/02/247

Druk: Drukarnia Gliwice, ul. Zwycięstwa 27, tel. 230 40 50