BIBLIOTHECA MATHEMATICA.

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE
DER
MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

HERAUSGEGEBEN

VON

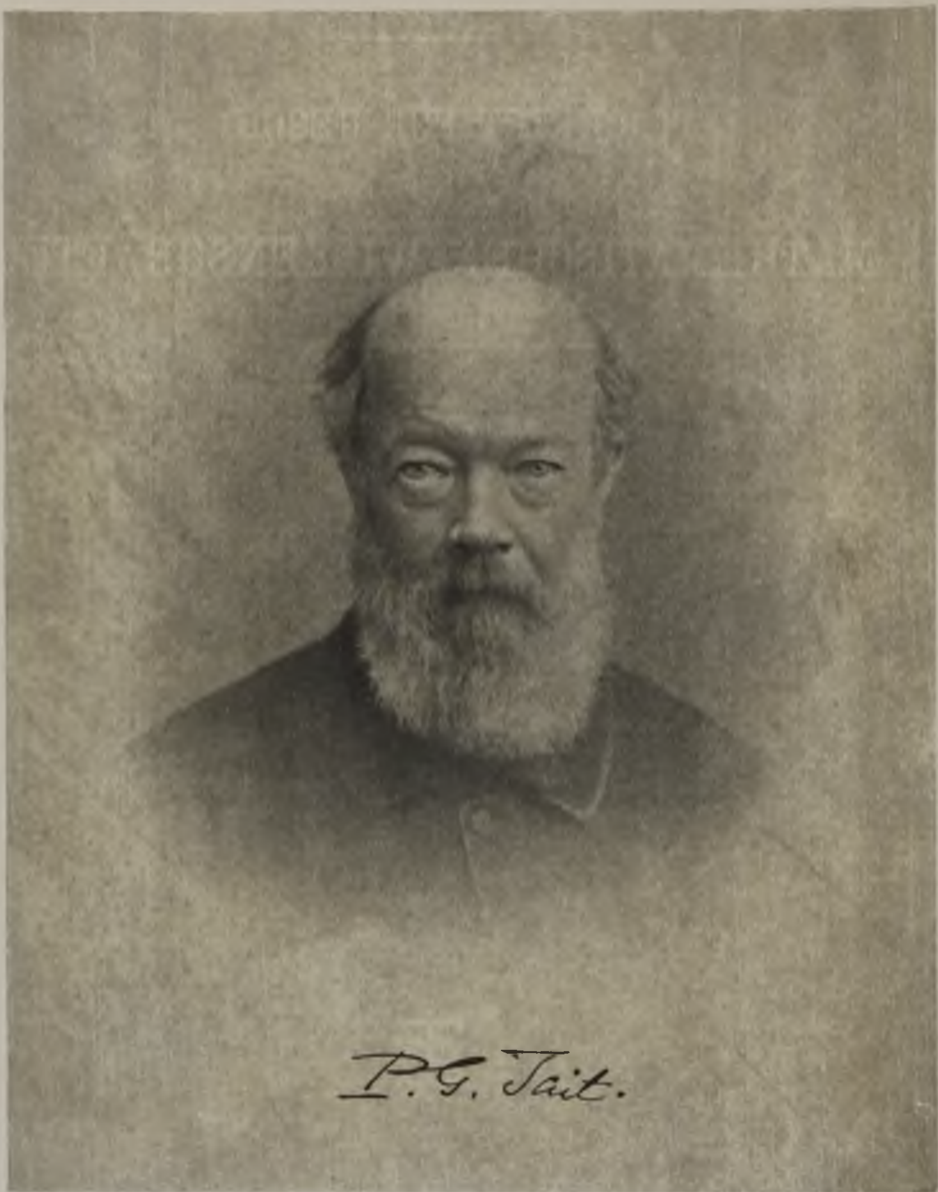
GUSTAF ENESTRÖM

IN STOCKHOLM.

DRITTE FOLGE. VIERTER BAND.

MIT DEM BILDNISSE VON P. G. TAIT ALS TITELBILD, DEM IN DEN TEXT GEDRUCKTEN BILDNIS VON M. CURTZE, SOWIE 28 TEXTFIGUREN

LEIPZIG UND BERLIN,
VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1903.


P. G. Tait.

Inhaltsverzeichnis.

Autoren-Register.

Sach-Register.

Allgemeines über Geschichte der Mathematik.

Gesehichte des Altertums.

Geschichte des Mittelalters.

Geschichte der neueren Zeit.

Aktuelle Fragen.

Über kulturhistorische und rein fachmäßige Behandlung der Geschichte der Mathematik.

Von G. Eneström in Stockholm.

In meinem Artikel: „Über literarische und wissenschaftliche Geschichtsschreibung auf dem Gebiete der Mathematik“ [1]) habe ich darauf hingewiesen, daß eine wissenschaftliche Geschichte der Mathematik in erster Linie die Entwickelung der mathematischen Ideen berücksichtigen muß. Ist der Verlauf dieser Entwickelung regelmäßig gewesen, d. h. fällt die chronologische Ordnungsfolge wesentlich mit der systematischen zusammen, so genügt selbstverständlich eine einfache Auseinandersetzung des tatsächlichen Entwickelungsganges, aber wenn dies nicht der Fall ist, muß der Geschichtsschreiber auch versuchen die scheinbare Unregelmäßigkeit zu erklären, denn sonst gewinnt man keinen wirklichen Einblick in die Entwickelungsgeschichte der Mathematik. Zuweilen liegt die Erklärung ziemlich nahe; so z. B., kann die Unregelmäßigkeit auf einem Fehler in dem Ausgangspunkte der Untersuchungen, um die es sich handelt, beruhen, oder darauf, daß gewissen Fragen eine allzu geringe Aufmerksamkeit gewidmet worden ist. Zuweilen ist der Grund einer Unregelmäßigkeit der Entwickelung auf einem besonderen Gebiete darin zu suchen, daß ein angrenzendes Gebiet zeitweilig entweder verhältnismäßig sehr wenig oder verhältnismäßig sehr viel bearbeitet worden ist. In vielen Fällen aber ist es unmöglich, solche oder ähnliche rein sachliche Gründe der Unregelmäßigkeit zu entdecken, man muß vielmehr auf andere Umstände, z. B. die eigenartige Anlage eines gewissen Mathematikers oder gewisse Zeitströmungen Rücksicht nehmen. In der Tat bilden ja die mathematischen Ideen keine Welt für sich, jede derselben verdankt ihre Entstehung einer oder mehreren Persönlichkeiten, und von einem höheren Gesichtspunkte aus kann die geistige Arbeit dieser Persönlichkeiten als ein integrierender Teil der allgemeinen Kulturarbeit

1) G. Eneström, *Über literarische und wissenschaftliche Geschichtsschreibung auf dem Gebiete der Mathematik;* Bibliotheca Mathematica 2_3, 1901, 1—4.

betrachtet werden. Somit wäre die kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik die einzige, die zu einem wahren und vollständigen Verständnisse des Entwickelungsganges der Mathematik führen könnte.

Diese Schlußfolgerung, die natürlich auch für die Geschichte jeder anderen Wissenschaft gilt, ist gewiß an sich richtig, nur darf man sich nicht dadurch verlocken lassen, den Geschichtsschreibern der Mathematik ohne weiteres eine kulturhistorische Behandlung ihres Materials zu empfehlen. Denn *die* Behandlung, von der soeben die Rede war, muß selbstverständlich als ein Ideal betrachtet werden, das für uns, die wir jetzt leben, unerreichbar ist, und es ist *a priori* sehr wohl möglich, daß die kulturhistorische Darstellung, die sich tatsächlich durchführen läßt, von untergeordnetem Wert sein kann. Sehen wir also nach, was man bisher auf diesem Gebiete geleistet hat!

Unter den Versuchen, die Geschichte der Mathematik kulturhistorisch zu behandeln, hat man zwei Arten zu unterscheiden. Die erste Art bringt eine Schilderung der allgemeinen Kulturentwickelung als Hintergrund für die rein fachmäßige Darstellung, wobei in geeigneten Fällen die Zeitumstände hervorgehoben werden, die zum Aufschwung oder zum Niedergang der Mathematik oder gewisser Abteilungen derselben beigetragen haben. Gegen eine solche kulturhistorische Behandlung ist natürlich an sich nichts auszustellen; im Gegenteil werden dadurch einige der oben angedeuteten Unregelmäßigkeiten genügend erklärt, und die ganze Darstellung wird auch viel interessanter. Nur soll man sich immer erinnern, daß die Geschichte der Mathematik die Hauptsache ist, und daß folglich die Schilderung der allgemeinen Kulturentwickelung nicht allzu ausführlich werden darf. Unter dieser Bedingung kann die Behandlung mit ebenso gutem Rechte rein fachmäßig genannt werden.

Aber es gibt eine andere kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik, der in eigentlicherem Sinne das Prädikat „kulturhistorisch“ zukommt, auf welche ich mich im folgenden immer beziehen werde, wenn ich dies Wort benutze. Bei dieser Behandlungsweise geht man von der Voraussetzung aus, daß die verschiedenen Völker besondere Anlage zur Mathematik haben, die natürlich im Laufe der Jahrhunderte mehr oder weniger modifiziert werden kann, und die mathematische Forschungsarbeit wird in erster Linie als eine Äußerung dieser Anlage betrachtet; die Forschungsarbeit geht in einer von der Anlage bestimmten Richtung fort, sofern nicht von außen, d. h. von einem anderen Volke, störende Einwirkungen vorkommen. Das Hauptproblem der Geschichte der Mathematik wird also sein: für ein gegebenes Volk und einen gegebenen Zeitabschnitt die besondere Anlage zur Mathematik zu bestimmen, und wenn man für alle in Betracht kommenden Fälle dies Problem gelöst hat, so ist es leicht ein vollständiges Verständnis des Entwickelungsganges der Mathematik zu erlangen. Zugleich wird man imstande sein, die Quellen für die Geschichte der Mathematik im Bedarfsfalle zu ergänzen und zu berichtigen; wenn nämlich in der Literatur eines Volkes mathematische Sätze oder Methoden angetroffen werden, die für die besondere Anlage desselben nicht passen, so weiß man, daß eine Einwirkung von außen stattgefunden hat, wenn auch die Quellen keine Auskunft hierüber geben, und ebenso kann man im Falle streitiger oder unvollständiger Angaben entscheiden, welchem Volke eine gewisse Entdeckung zukommt.

Ich beeile mich zu bemerken, daß, so weit mir bekannt ist, kein Vertreter der kulturhistorischen Behandlungsweise versucht hat, dieselbe auf die Entwickelung der modernen Mathematik anzuwenden, und es ist wohl kaum wahrscheinlich, daß künftighin ein ernster Versuch in dieser Richtung gemacht werden wird. In der Tat wäre es fast zu kühn z. B. durch eine Untersuchung der Leistungen der norwegischen Mathematiker bestimmen zu wollen, welche mathematische Begabung die Norweger haben, und das so gewonnene Resultat zu benutzen, um ausfindig zu machen, in wie weit Abel die Theorie der elliptischen Funktionen selbständig entdeckt hat. Wenn aber die kulturhistorische Behandlung nicht für die Geschichte der modernen Mathematik, die ja für den Mathematiker vom größten Interesse sein muß, angewendet werden kann, so wird natürlich schon dadurch der Wert dieser Behandlung wesentlich vermindert. Eine nähere Untersuchung wird zeigen, daß auch in den Fällen, wo die Möglichkeit einer kulturhistorischen Behandlung nicht von vorne herein ausgeschlossen ist, der Wert dieser Behandlung sehr problematisch sein muß.

Wie ich oben bemerkt habe, setzt man bei der kulturhistorischen Behandlung voraus, daß einem bestimmten Volke eine besondere Anlage zur Mathematik zukommt, aber schon die theoretische Richtigkeit dieser Voraussetzung dürfte aus guten Gründen bezweifelt werden können. Daß die geographischen und wirtschaftlichen Verhältnisse eines Volkes einen gewissen Einfluß auf die Ausbildung der rein volkstümlichen Mathematik haben kann, soll natürlich nicht in Abrede gestellt werden, daß aber dieser Einfluß auch auf das wissenschaftliche Studium der Mathematik fortgepflanzt werden muß, ist meiner Ansicht nach eine bisher unbestätigte Hypothese, deren Richtigkeit ich höchstens in Bezug auf ein sehr kleines Volk zugeben möchte. Aber angenommen, daß die Voraussetzung wirklich an sich richtig wäre, so ist dennoch ihr praktischer Wert fast gleich Null oder sogar negativ, weil eben in den Fällen, wo sie für den Geschichtsschreiber von Nutzen sein würde, das vorhandene Quellenmaterial nicht genügt, um die betreffende Anlage zur Mathematik nach Quantität und Qualität genau festzustellen. Je geistreicher nun ein Vertreter der kulturhistorischen

Behandlungsweise ist, um so leichter wird er verlockt werden, die Anlage zur Mathematik bei den verschiedenen Völkern aus der Tiefe seines Bewußtseins zu konstruieren, und mit Bezugnahme hierauf eine Schilderung der Entwickelung der Mathematik zu bieten, die vielleicht recht bald wegen Auffindung neuen Quellenmaterials wesentlich berichtigt werden muß. Man vergleiche nur unsere jetzige Auffassung der Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter mit der Hankelschen, deren Hauptzüge auf folgende Weise dargestellt werden können.[1])

> Die Geschichte der Mathematik fängt mit einer vorgriechischen Periode an, in welcher aus handgreiflicher Empirie gewisse Regeln entstanden, die dem Inhalt nach mit einfachen mathematischen Sätzen zusammenfallen. Dieser Rohstoff wurde teils von den Griechen, teils von den Indern wissenschaftlich behandelt, und zwar so, daß die Griechen den geometrischen, die Inder dagegen den arithmetischen Stoff bearbeiteten. Jedes dieser Völker hatte seine spezielle mathematische Begabung, was indessen nicht verhinderte, daß ausnahmsweise auf griechischem Boden ein Arithmetiker entstand. Dieser war Diofantos, der aber kaum als Grieche anzusehen ist, und er muß notwendigerweise äußerem Einflusse unterworfen worden sein; wären seine Schriften nicht in griechischer Sprache geschrieben, so wäre Niemand auf den Gedanken gekommen, dieselben aus griechischer Kultur entsprossen anzusehen. — Was die Griechen und die Inder auf verschiedenen Gebieten geleistet hatten, wurde von den Arabern übernommen und zum Teil weiter entwickelt, indessen macht sich bei diesen eine entschiedene Anlage zur Astronomie ersichtlich.

Wie wesentliche Berichtigungen dieser Darstellungsweise sind nicht jetzt auf Grund neuen Quellenmaterials nötig geworden![2])

Wie leicht ein geistreicher Vertreter der kulturhistorischen Richtung auch inbetreff einzelner Tatsachen zu bestimmten Behauptungen verleitet werden kann, die kaum mehr als bloße Vermutungen sind, dürfte deutlich aus einer Stelle der Cantorschen Arbeit über die römischen Agrimensoren hervorgehen, wo über gewisse im Codex Arcerianus vorkommende arithmetische Aufgaben, darunter auch die Summierung der Reihe der Kubikzahlen, berichtet wird[3].) Am Ende des Berichtes stellt Cantor die Frage: „Wem gehören diese Aufgaben an?“ und beantwortet unmittelbar diese Frage auf folgende Weise: „Natürlich keinem Römer. Die Stellung der

---

1) Vgl. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter* (Leipzig 1874), 88—89, 157, 227—228.

2) Vgl. P. Tannery, *La géométrie grecque* (Paris 1887), 4—5.

3) M. Cantor, *Die römischen Agrimensoren* (Leipzig 1875), 128.

„Römer in der Geschichte der Mathematik ist eine erhaltende, keine „fördernde gewesen. Daß sie selbst nichts schufen, ist allgemein anerkannt, „wenn aber, was Römer Mathematisches lehrten, nur von ihnen Aufbewahrtes „ist, so haben wir keinerlei Auswahl für die Herkunft des so Aufbewahrten. „Zur Zeit, in der die Römer mathematische Dinge sich aneigneten, waren „es nur die Alexandriner, welche ihre Lehrer sein konnten. Alexandrinisch „war die römische Feldmeßwissenschaft, alexandrinisch war auch dieser „arithmetische Teil.“ Es ist wohl ziemlich überflüssig zu bemerken, daß es bei der rein fachmäßigen Behandlung gewiß nicht erlaubt ist zu behaupten, daß die fraglichen arithmetischen Sätze, von denen einige leicht empirisch entdeckt werden konnten, *natürlich* keinem Römer angehören, und daß es ebensowenig erlaubt ist, den alexandrinischen Ursprung der Sätze als etwas selbstverständliches zu bezeichnen. Meiner Ansicht nach könnte man mit ebenso gutem Recht die CANTORsche Folgerungsweise anwenden um zu beweisen, daß JOHANN BOLYAI nicht die nichteuklidische Geometrie selbständig erfunden hat; es wäre nur nötig Ungarn statt Rom und Deutschland statt Alexandria zu setzen, sowie die Schlußworte ein wenig zu ändern, die Schlußfolgerung würde dann meines Erachtens ebensosehr oder ebensowenig stichhaltig sein.

Im vorhergehenden habe ich aus prinzipiellen Gründen mein Bedenken ausgesprochen gegen die kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik, sofern es sich nicht lediglich um die volkstümliche Mathematik handelt. Ich füge noch hinzu, daß bei dieser Behandlung gewisse Fragen in den Vordergrund treten müssen, die für die Geschichte der mathematischen Ideen von sehr untergeordneter Bedeutung sind.[1]) So z. B. muß es für den Kulturhistoriker wichtig sein zu ermitteln, ob die deutschen Cossisten des 15. Jahrhunderts ihre Kenntnisse aus italienischen oder aus arabischen Quellen entnommen haben, und im letzteren Falle ob aus lateinischen Übersetzungen oder direkt aus den Originalschriften, während für die rein fachmäßige Behandlung die Hauptfrage ist, welche Kenntnisse diese Cossisten anderswo bekommen haben, und die Nationalität der Vermittler der fraglichen Kenntnisse nur eine Nebenfrage und zwar hauptsächlich literarischen Interesses ist.

Ich habe sowohl im Titel als auch im Texte dieses Artikels den Ausdruck „rein fachmäßige Behandlung der Geschichte der Mathematik“ benutzt; aus dem Zusammenhange dürfte es klar sein, daß ich darunter eine zweckmäßige Darstellung der Entwickelung der mathematischen Ideen verstehe, und von einer solchen Darstellung fordere, daß sie auch versuchen

---

1) Vgl. G. ENESTRÖM, *Über Periodeneinteilung in der Geschichte der Mathematik;* Bibliotheca Mathematica 3_3, 1902, 4.

soll, die scheinbaren Unregelmäßigkeiten der Entwickelung zu erklären. Aber, wie ich schon bemerkt habe, ist der Grund dieser Unregelmäßigkeiten nicht immer auf dem Gebiete der Mathematik, sondern anderweitig zu suchen, und die Frage wird dann, ob es in solchen Fällen angezeigt ist, eine möglichst vollständige Erklärung zu geben oder nur den betreffenden Grund im Vorübergehen anzudeuten. Handelt es sich um eine ausführliche Spezialuntersuchung, dürfte es wohl im allgemeinen nützlich sein, daß die Erklärung möglichst vollständig wird, auch wenn es für diesen Zweck nötig ist, auf die Lebensumstände und die persönlichen Beziehungen der Mathematiker näher einzugehen; soll dagegen eine Gesamtdarstellung der Geschichte der Mathematik gegeben werden, scheint es mir dringend zu empfehlen, eher zu knapp als zu ausführlich zu sein, sobald man Gegenstände in die Schilderung hereinziehen muß, die gar nicht mathematisch sind.

Ich brauche wohl kaum zu bemerken, daß ich in diesem ganzen Artikel nur eine solche Darstellung der Geschichte der Mathematik, deren Zweck rein wissenschaftlich ist, vor Augen gehabt habe. In einer populären Darstellung kann man zuweilen gezwungen werden, nicht eine Geschichte der mathematischen Ideen sondern eine Geschichte der Mathematiker zu bieten, und auch bei Universitätsvorlesungen, deren Aufgabe zum Teil sein muß, in das Studium der Geschichte der Mathematik einzuführen, kann es unter Umständen nützlich sein etwas mehr Gewicht auf das biographische Element zu legen.

Nivellierinstrument und Tunnelbau im Altertume.

Von WILHELM SCHMIDT in Helmstedt.

HERONS Schrift „über eine Dioptra“ ist im allgemeinen bekannt[1]), weniger vielleicht die Einrichtung des Instrumentes selber. Zum Verständnis des letzteren hat der sachkundige VENTURI, auf den VINCENT meist zurück-

1) Vgl. CANTOR, *Agrimensoren* S. 20 ff.; CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I², 356; G. LORIA, *Le scienze esatte nell'antica Grecia* III, Modena 1900, 111 ff.; VENTURI, *Commentarj sopra la storia e le teorie dell'ottica*, Bologna 1814, I, S. 77 ff.; VINCENT, Notices et extraits des manuscrits de la bibl. impériale XIX, Paris 1858, 2 p. 157 ff. VINCENTS Figur ist von GERLAND und TRAUMÜLLER, *Geschichte der physikalischen Experimentierkunst*, Leipzig 1899, S. 52 übernommen, wo dessen Rekonstruktion als „modernisiert“ bezeichnet wird, während CANTOR (*Agrimensoren* S. 20) meint, die Gestalt der Dioptra ließe sich mit voller Gewißheit nicht wieder herstellen. Die unseren Notizen beigefügten Figuren sind der neuen, im 3. Bande außer den neuentdeckten *Metrika* (Vermessungslehre) auch die Dioptra enthaltenden HERON-Ausgabe (Bd. 3 griechisch und deutsch von H. SCHÖNE, Leipzig 1903) entnommen. Ich halte die Figuren für wohlgelungen und dem jetzt zuverlässig edierten und nach Möglichkeit verbesserten Texte entsprechend. Obwohl die HERONische Beschreibung eine von VENTURI erkannte, von VINCENT mit Unrecht bestrittene, von H. SCHÖNE auf 4 Blätter der Hs. bemessene Lücke bietet, so läßt sich dennoch das Fehlende im wesentlichen aus anderen einschlägigen Stellen der HERONischen Schrift mit einiger Sicherheit ergänzen, wie H. SCHÖNE treffend im Jahrbuch des archäologischen Instituts **14**, 1899, S. 91—103 *(Die Dioptra des HERON)* gezeigt hat. Vielleicht war schon in der Vorlage der allein maßgebenden Pariser Hs. noch eine andere Lücke. Denn man vermißt trotz einiger Andeutungen (262, 12; 270, 15) eine *genauere* Angabe über die Art des Streckenmessens, ob mit Meßbändern, Meßketten u. dgl., und über die Beschaffenheit, insbesondere die Länge derselben sowie die Art ihres Gebrauches. Besonders möchten wir wissen, wie HERON in geneigtem Gelände die horizontale Entfernung gewann. Unsere Feldmesser ermitteln nach Messung der geneigten Strecke a ihre horizontale Projektion b durch Messung des Neigungswinkels α und Berechnung der Formel $b = a \cdot \cos \alpha$. Winkelmessungen hat HERON nicht vorgenommen; er hatte ja auch, wie wir jetzt wissen, keine trigonometrischen Formeln und Tabellen. Er nennt die horizontale Strecke oft den „Abstand nach einer Setzwage“ (218, 21; 230, 1, 7: διάστημα το πρὸς διαβήτην). Sollte HERON seine Strecke allemal nur auf kurze Entfernungen unter Anspannung eines Seiles (vgl. *Dioptra* 270, 15 f.; 254, 13), dessen horizontale Lage eben die Setzwage gewährleistete, ausgeführt haben? Gewiß ein umständliches Verfahren, das aber zur bekannten ägyptischen Seilspannung wohl passen würde.

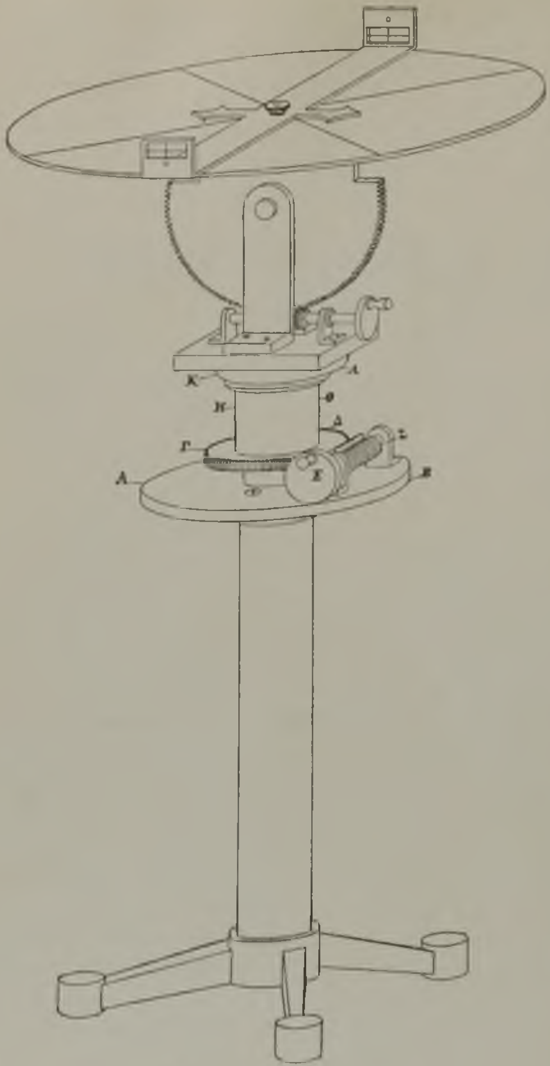


Fig. 1.

geht, uns zuerst den Weg geebnet, aber genaue, sich dem Texte auch in den Details anpassende Rekonstruktionen verdanken wir erst der eindringenden Interpretation von H. SCHÖNE und der technischen Beihilfe des Ingenieurs J. NEUMANN. Danach ist die keineswegs „modernisierte“, wenngleich teils einer modernen Kanalwage teils einem Theodolite gleichende Einrichtung folgende:

Auf einem Ständer (Fig. 1) ist eine kreisrunde Bronzescheibe AB befestigt; in Höhe von AB stellt ein im Innern vorspringender Zapfen des Ständers die Verbindung mit den oberen Teilen her. Um den Zapfen legt sich zunächst ein Ring, auf dem das horizontale Zahnrad $\Gamma\Delta$ ruht. Dessen Zähne greifen in die Schnecke EZ, deren Gewinde aber durch eine horizontale Nute (Fig. 2) unterbrochen ist. Werden nämlich die Zähne des Rädchens $\Gamma\Delta$ in diese Nute gestellt, so läßt sich zunächst bequem die grobe Achsendrehung ausführen, greifen sie dann in die Schnecke ein, so erfolgt die feine Drehung. Vielleicht ist das noch gar nicht so unpraktisch im Vergleich mit dem ziemlich komplizierten modernen Mechanismus, der dem gleichen Zwecke dient, dem geschlossenen Ringe, der Brems- und der Mikrometerschraube.[1] Jedenfalls verbindet HERON Einfachheit mit Zweckmäßigkeit. $H\Theta$ ferner ist eine um das obere Ende jenes Zapfens gelagerte

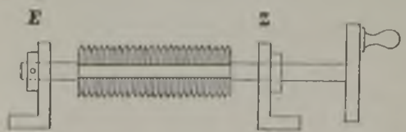


Fig. 2.

1) Vgl. A. BAULE, *Lehrbuch der Vermessungskunde*, 2. Aufl., Leipzig 1901, S. 57 f.

zylindrische Büchse mit dem dorischen Kapitäl *KL* und daraufliegender quadratischer Plinthe. Zwei 7,8 cm hohe Lagerböcke, welche auf dieser befestigt sind, halten ein halbkreisförmiges Zahnrad, dessen grobe und feine Achsendrehung, d. h. dessen Höhenrichtung von einer ähnlichen Schnecke wie oben abhängig ist. Der Apparat gestattet sogar eine vertikale Stellung zum Horizonte. Auf dem halbkreisförmigen Zahnrade sitzt, wenn es sich nur um das Visieren handelt, eine kreisrunde, in der Normalstellung horizontale Platte, mit zwei aufeinander senkrecht stehenden, eingegrabenen Durchmessern und abnehmbarem *Diopterlineal* (Fig. 1), welches wie HIPPARCHS Dioptra[1]) 4 Ellen (= 1,85 m) lang und an beiden Enden mit Objektiv und Okular sowie mit zwei Zeigern versehen war. Die Durchmesser ermöglichen die Einvisierung eines rechten Winkels. (HERON, *Dioptra* 214, 22; 226, 16).[2])

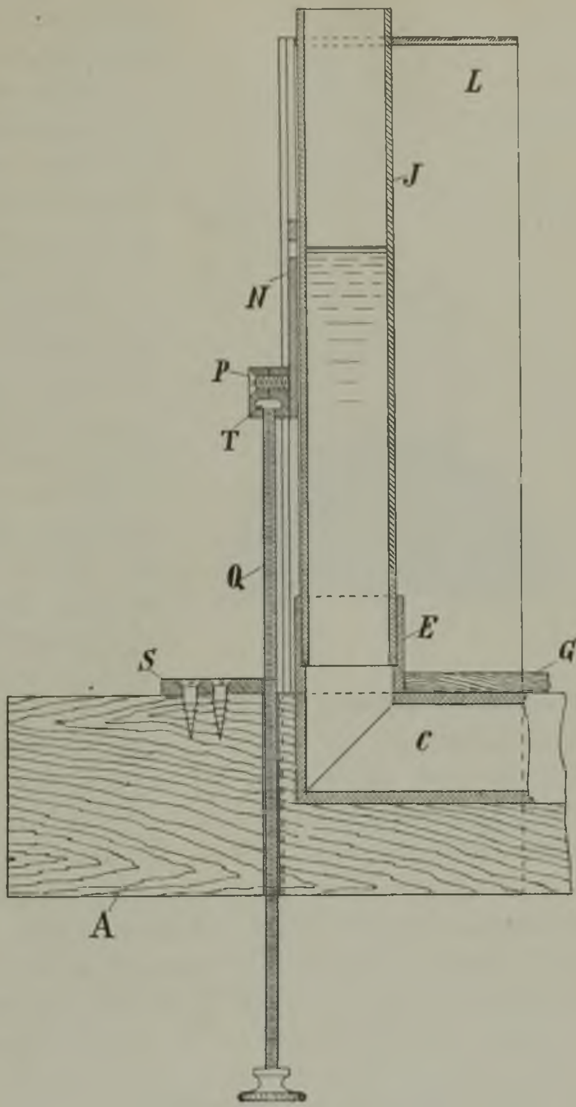


Fig. 3.

Von dem Diopter- oder Visierlineal ist das *Nivellierlineal* zu unterscheiden. Zum Nivellieren waren die kreisförmige Platte und das halb-

1) THEON (= PAPPUS), *In Ptolem. Magn. constr.* S. 262; PROKLOS, *Hypotyp. astron. hypothes.* S. 109 ed. HALMA. Vgl. F. HULTSCH, *Winkelmessungen durch die Hipparchische Dioptra;* Abh. z. Gesch. d. Mathem. 9, 1899, 200, 201.

2) Die von CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I², S. 356 aufgestellte Behauptung, daß zu diesem Zwecke zwei Zäpfchen auf der Scheibe verwandt seien, findet im Texte keinen Rückhalt.

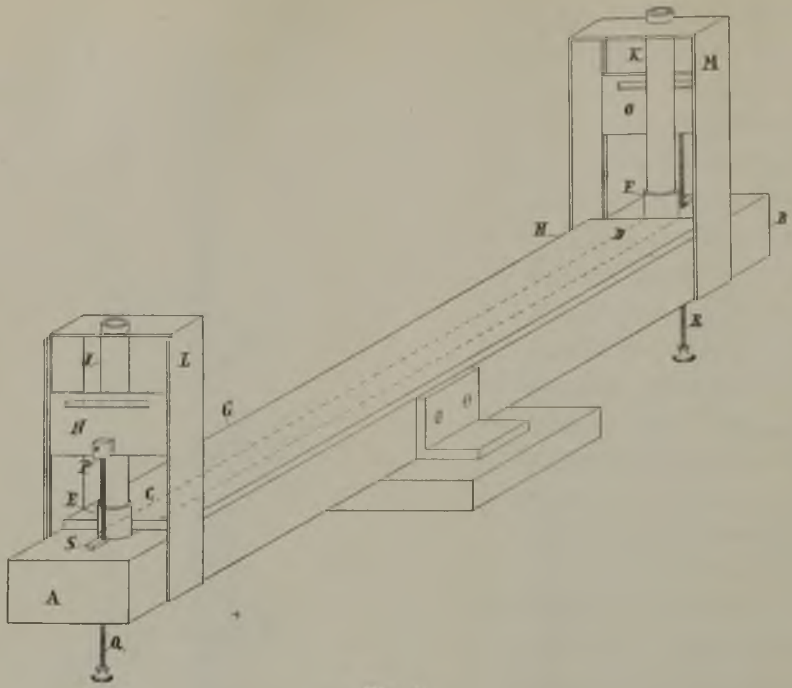


Fig. 4.

kreisförmige Zahnrad nebst Zubehör nicht erforderlich. Das Nivellierlineal mit Kanalwage, auf einer besonderen Plinthe befestigt, wird wohl unmittelbar auf das Kapitäl KL gesetzt sein, nachdem die in Fig. 1 gezeichnete Plinthe abgenommen war. Im Nivellierlineale AB (Fig. 4 linkes Ende im Durchschnitt Fig. 3) ist in die Oberfläche eine 1,62 m lange Vertiefung von rundem oder quadratischem Querschnitte eingeschnitten, in welche die bronzene Röhre CD gebettet war. Diese ist an den Enden E, E nach oben um höchstens 38 mm gebogen. In diese Umbiegungen werden beiderseits kleine, 23,2 cm hohe Glaszylinder J eingekittet. Sie durchbrechen oben die Riegel der sie umschließenden Gehäuse L und M. An deren Außenseiten lassen sich die bronzenen Schieber N und O in Falzen auf- und abschieben. Diese Plättchen N und O enthalten Visiereinschnitte. Ihre Auf- und Abwärtsbewegung vermittelt der Schraubenstift Q.

Die 4,62 m lange, 9,6 cm breite, 5,8 cm dicke Schiebelatte AB (Fig. 5) ließ eine kreisrunde, halb schwarze, halb weiße, auf der Rückseite durch ein Bleigewicht beschwerte Zielscheibe EF mit einem Durchmesser von ca. 20 cm in einer beil- oder, wie wir sagen, schwalbenschwanzförmigen Nute C auf- und abwärtsgehen, nachdem die lotrechte Stellung durch das Einspielen eines seitlichen Senkels[1]) KL in den 5,8 cm langen Stift

1) Dies ist vielleicht auch für den obigen Apparat vorauszusetzen. Vgl. VINCENT, a. a. O.

festgestellt war. Die KL gegenüberliegende Schmalseite (bei A) war mit einer Skala versehen, über welche ein auf der Rückseite von EF befestigter Zeiger lief.[1])

Praktisch ist das Nivellement, wie HERON wiederholt hervorhebt, unter anderem zur Anlegung von Wasserleitungen verwendet. Hierzu sind, wohl schon zur Zeit des POLYKRATES (6. Jahrh. vor Chr.) auch Bergtunnel angelegt. Bekannt ist des EUPALINOS aus Megara Durchstich des 228 m hohen Berges Kastro (Kalkstein) auf Samos,[2]) ein im wesentlichen geradliniger Tunnel, der etwa 1000 m lang und durchschnittlich 2,30 m hoch und breit ist. Durch den Tunnel war noch ein tiefer Graben (am Südende 8,30 m tief) zur Einbettung der Leitungsröhren gezogen. EUPALINOS muß also auf Grund seiner geodätischen Kenntnisse imstande gewesen sein, das Niveau der in Betracht kommenden Strecken und die Richtungslinie des Stollens zu bestimmen, wenn vielleicht auch mit Hilfe einfacherer Instrumente als HERON in einer entsprechenden Aufgabe (*Dioptra* 15) tut, die lautet: „Einen Berg in gerader Linie zu durchstechen, wenn die Mündungspunkte des Tunnels an dem Berge gegeben sind."

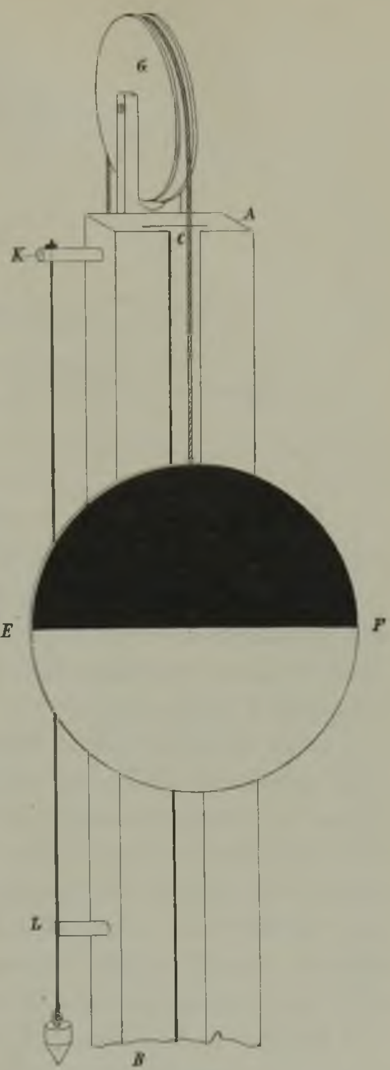


Fig. 5.

HERON benutzt dazu *eine Art* rechtwinkliger Koordinaten und findet durch

1) Der „Stern", d. h. das Winkelkreuz, wurde nach HERON, *Opera* III, 288, 20 nur ganz wenig gebraucht. Über die Einrichtung des (römischen) Sterns (groma) sind wir neuerdings durch einen im Limes zu Pfünz bei Eichstädt gemachten, gut erhaltenen Fund unterrichtet. Vgl. die Abbildungen und die Erläuterung des Verfahrens bei H. SCHÖNE, *Das Visierinstrument der römischen Feldmesser;* Jahrb. d. D. Archäol. Instit. 16, 1901, S. 127—132 (mit 1 Tafel, die den Grabstein des agrimensor aus dem Museo civico von Ivrea darstellt).

2) Vgl. den Ausgrabungsbericht von E. FABRICIUS, *Altertümer auf der Insel Samos* in den Mitteil. des D. Archäol. Instit. in Athen 1884, S. 163—192 (mit 2 Tafeln). Auch bei den Römern finden wir schon lange vor HERON Stollen, z. B. den Ablaßstollen des Albanerseees (1900 m) aus dem Jahre 396 vor Chr. Gleichzeitig mit HERON ist vielleicht der unter CLAUDIUS hergerichtete Ablaßstollen des Fucinerseees (3700 m).

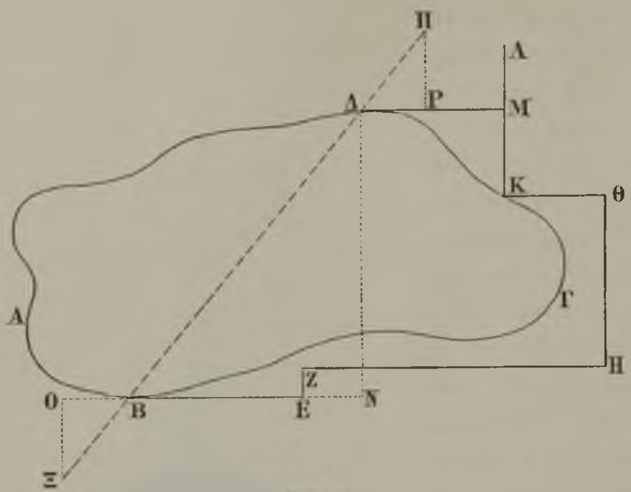


Fig. 6.

Messung BN (Fig. 6) $= BE + ZH - \Theta K - \Delta M$[1]), ferner $\Delta N = EZ + H\Theta + KM$[1]). Dadurch ist das Verhältnis von BN zu ΔN gegeben. Nennen wir nun in den ähnlichen Dreiecken die homologen Seiten BN, ΔP, BO a, a_1, a_2 und ΔN, ΠP, $O\Xi$ b, b_1, b_2, so ist $a : b = a_1 : b_1 = a_2 : b_2$. Es ist $a : b$ gegeben, also auch die Verhältnisse der übrigen homologen Dreiecksseiten. Heron setzt sie beispielsweise alle wie 5 : 1. Damit ist aber die Richtung der Hypotenusen $B\Xi$ und $\Delta\Pi$ und somit auch die des Tunnels $B\Delta$ bestimmt, der von beiden Mündungspunkten her in Angriff genommen werden kann. Alsdann werden die Arbeiter einander treffen, wie Heron siegesgewiß hinzusetzt.

Ganz so glücklich ist freilich trotz tüchtiger Fachkenntnis Eupalinos nicht gewesen. Zwar ist nachweislich der samische Tunnel von beiden Seiten in Arbeit genommen (Nordtunnel etwa 575 m lang, Südtunnel 425 m), aber der Nordtunnel weicht beim Zusammenstoße mit dem Südtunnel von dessen Richtungslinie um 5—10 m nach Westen ab, und es war deshalb hier eine kleine Ausbiegung nach Osten erforderlich. Es scheinen des Eupalinos Messungen, wie übrigens auch sein Nivellement, nicht ganz exakt gewesen zu sein.

Sehen wir aber von den für jene Zeit entschuldbaren Ungenauigkeiten ab, so begreifen wir das Erstaunen des Herodot (III, 60), der diesen Tunnel mit „unter die drei größten Werke aller Hellenen“ [2]) rechnet.

---

1) So lese ich 240,9 statt des hsl. ΔM, aber 240,6 mit der Hs. KM.

2) Das zweite Wunder hellenischer Welt war für ihn der Hafendamm von Samos (beinahe 400 m lang), der wohl aus der gleichen Zeit wie der Tunnel stammt. Über eine derartige Anlage belehrt uns Heron, *Dioptra* 17, S. 244 ff.

Zur Rehabilitation des Simplicius.

Von FERDINAND RUDIO in Zürich.

Die Besprechung, die TANNERY in der Biblioth. Mathem. (3_3, 1902, p. 342—349) meiner Abhandlung über SIMPLICIUS (ebendas. p. 7—62) gewidmet hat, veranlaßt mich zu einigen Bemerkungen, zumal ich an einer bestimmten Stelle direkt zu einer weiteren Erklärung aufgefordert werde. Ich will mich aber auf das notwendigste beschränken.

1. HIPPOKRATES hat bewiesen, daß sich zwei Kreise wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten. Wie er es bewiesen hat, wissen wir nicht. Ich stimme nun vollständig mit TANNERY darin überein, daß höchst wahrscheinlich der Beweis mit Hilfe der Exhaustion geführt worden sei. Aber trotz des hohen Wahrscheinlichkeitsgrades ist und bleibt dies eben doch nur eine Vermutung. Und so lange bleibt nun eben auch einmal ANTIPHON der erste, dessen Name mit der Exhaustionsmethode auf Grund bestimmter historischer Dokumente zu verbinden ist. Geht man von ARCHIMEDES zurück über EUKLID, so hört in dieser Frage der Weg der Überlieferung mit ANTIPHON auf. Anders sind weder meine noch HANKELS Worte gemeint. Ob ANTIPHON mit der Exhaustion ein Sophisma verbunden hat, wie ARISTOTELES behauptet, geht aus den Überlieferungen (SIMPLICIUS, THEMISTIUS) nicht mit Sicherheit hervor und ist für die vorliegende Frage von untergeordneter Bedeutung.

2. In den Absätzen 3—5 seines Artikels bespricht TANNERY die Frage, ob wohl meine Arbeit das landläufige Urteil über SIMPLICIUS wesentlich modifizieren werde, und er kommt zu dem Resultate, daß sie eigentlich an dem Stande der Dinge nicht viel ändere.

Um dies richtig zu verstehen, muß man sich aber genau vergegenwärtigen, worin das bisherige Urteil über den Bericht des SIMPLICIUS bestand. „Ignorance“, „maladresse“ u. dergl. waren bisher die typischen Merkmale des Autors. Kam man an irgend einer Stelle (und wie viele solcher gab es!) nicht beim ersten Anlauf zu einem guten Sinn, so war das immer wieder ein Beweis mehr für die Ungeschicklichkeit und die

Unwissenheit des SIMPLICIUS, und man konnte beruhigt über die Sache hinweggehen.

Ich will offen gestehen: Als ich zuerst anfing, mich mit SIMPLICIUS zu beschäftigen, habe ich, unter dem Einflusse von BRETSCHNEIDER und TANNERY, ganz dieselbe Meinung gehabt, und ich mußte mich immer nur wundern, wie man den Bericht eines so traurigen Tölpels als ein wichtiges historisches Dokument konnte gelten lassen. Mein Vorurteil ging so weit, daß ich mich anfangs sogar dagegen sträubte, als sich erst leise und dann immer stärker der Verdacht zu regen begann, es könnte sich am Ende alles ganz anders verhalten, es könnte am Ende hier ein gründlicher Irrtum vorliegen. Je mehr ich mich aber bemühte, die richtige Interpretation zn finden, um so mehr wurde aus dem früheren „Ignoranten“ ein Gelehrter von umfassendem, gründlichem, sicherem Wissen, aus dem ungeschickten Schwätzer und Tölpel ein vorsichtig abwägender, scharf unterscheidender, ganz feiner Kopf. Ich habe mir in meiner Abhandlung die redlichste Mühe gegeben, dieser, wie mir scheinen möchte, doch einigermaßen veränderten Auffassung zu ihrem Rechte zu verhelfen, und ich habe an jeder nur passenden Stelle immer wieder gefragt: „Wo steckt denn hier eigentlich die berüchtigte Unwissenheit und Ungeschicklichkeit des SIMPLICIUS?“ — und nun kommt TANNERY und erklärt, die Sachlage habe sich eigentlich durch meine Interpretation nicht wesentlich geändert!

Ich verzichte darauf, nochmals auf eine Besprechung der einzelnen Stellen (DIELS 55, 16; 67, 3—6; 69, 31—32) einzutreten, an denen TANNERY doch wenigstens noch technische Ungeschicklichkeiten des Ausdrucks glaubt nachweisen zu können. Ich verzichte darauf, weil diese Ungeschicklichkeiten, selbst wenn sie bestünden (was aber ganz und gar nicht der Fall ist), von geringem Gewichte wären gegenüber der Hauptsache, nämlich gegenüber der von SIMPLICIUS durchgeführten ganz vortrefflichen, vollständigen und fein durchdachten kritischen Untersuchung der Frage: „Welche Quadratur des Kreises meinte ARISTOTELES, als er von der ‚vermittels der Segmente‘ sprach?“ Wer der Meinung ist, diese Gedankenarbeit sei im wesentlichen noch so zu beurteilen wie früher, wer also im großen und ganzen festhalten will an der „ignorance de SIMPLICIUS“, an seiner „maladresse en géométrie“ (womit aber viel kompromittierenderes gemeint war, als nur die „maladresse technique“, auf die sich jene nunmehr zu reduzieren scheint), der muß Argumente von ganz anderem Range vorbringen, als die Äußerlichkeiten, auf die sich TANNERY jetzt noch stützt.

Wenn ich auf den Nachweis verzichte, daß auch nicht einmal die von TANNERY wiederholt hervorgehobenen technischen Ungeschicklichkeiten zugegeben werden können, so geschieht dies noch ganz besonders im Hinblick auf eine demnächst erscheinende Abhandlung von WILHELM

Schmidt, in der diese und andere den Simpliciusschen Bericht betreffende Fragen besprochen werden sollen. Aus der eingehenden Korrespondenz, die ich mit diesem Gelehrten geführt habe, habe ich die Überzeugung gewonnen, daß die Zahl der zweifelhaften Stellen, über die man in Zukunft noch wird streiten können, bald eine sehr bescheidene sein dürfte.

3. Tannery fordert mich (p. 345, Anm.) direkt auf, etwas gründlicher das in dem Berichte wiedergegebene Zwiegespräch zu diskutieren, das Simplicius mit seinem Lehrer Ammonius geführt hat. Nach Tannerys Meinung hat Simplicius die Frage nicht gut angefaßt. In einer früheren Abhandlung (1878) hatte Tannery die Antwort, die Simplicius seinem Lehrer gibt, als „une objection" bezeichnet „qui ne fait guère honneur au disciple".

Obwohl ich mich nun darauf beschränken könnte, einfach auf meine Übersetzung zu verweisen, der ich inhaltlich nicht viel hinzufügen kann und in der die Sache auch mit hinreichender Deutlichkeit wiedergegeben ist, so komme ich doch der Aufforderung Tannerys, das Gespräch etwas weiter auszuführen, mit Vergnügen nach. Ich erblicke darin eine willkommene Gelegenheit, an einem bestimmten Beispiele von neuem zu zeigen, wie unbegründet die Vorwürfe gegen Simplicius sind, denn gerade an dieser, von Bretschneider allerdings ganz mißverstandenen und in einem traurigen Kauderwelsch wiedergegebenen Stelle zeigt sich Simplicius in einem besonders günstigen Lichte. Ich kann daher höchstens bedauern, daß Tannery mir die Verteidigung meines Klienten auch wirklich gar zu leicht macht.

Ammonius hatte gesagt: „Daß der Kreis bisher nicht hat quadriert werden können, selbst nicht einmal von Archimedes, wird seinen Grund darin haben, daß gerade Linien und Kreislinien ungleichartige Größen sind. Es ist also durchaus nicht zu verwundern, wenn bisher niemals der Kreis seinem Inhalte nach gleich einer geradlinigen Figur hat gefunden werden können. Machen wir doch auch dieselbe Beobachtung bei den Winkeln, nämlich dem des Halbkreises und seiner Ergänzung zum Rechten, dem sogenannten hornförmigen Winkel. In der Tat kann man, und gewiß doch wohl nur wegen jener Ungleichartigkeit, keinen geradlinigen Winkel angeben, der gleich einem der beiden genannten gemischtlinigen Winkel wäre." (Vergl. Anm. 54 meiner Abhandlung.)

Hierauf antwortete Simplicius: „Was Du da, verehrter Lehrer und Meister, Gleichartigkeit und Ungleichartigkeit nennst, das kann unmöglich den Ausschlag geben bei der Frage nach der Quadrierbarkeit des Kreises, wie eine einfache logische Überlegung zeigen wird. Halten wir nämlich zunächst einmal die untrüglich bewiesene Tatsache fest, daß das Möndchen über der Quadratseite quadrierbar ist. Sagt man nun, Möndchen und Kreis seien verwandt, seien gleichartige Figuren, so wird dies von Deinem Standpunkte aus gewiß nicht unberechtigt sein, denn beide sind aus Kreislinien zusammengesetzt. Dann ist nun aber doch schlechterdings gar nicht einzusehen, warum das Möndchen quadrierbar sein soll und der Kreis nicht — wohlbemerkt, sofern nämlich die Verwandtschaft bei der ganzen Frage eine entscheidende Rolle spielen sollte (ὅσον ἐπὶ τούτῳ). Sagt man mir aber: ‚da ist ja gerade der Haken, Möndchen und Kreis sind eben gar nicht verwandt, denn das Möndchen hat Hörner und der Kreis keine!' — so soll mir das auch recht sein, ich kann mich auch damit einverstanden erklären. Aber dann wird man doch wohl noch weniger behaupten wollen, Möndchen und geradlinige Figur seien verwandt und doch ist, trotz der jetzt vorliegenden Nichtverwandtschaft, das Möndchen quadrierbar. Verwandtschaft oder Nichtverwandtschaft können folglich nicht maßgebend sein."

Welcher moderne Mathematiker könnte sich wohl (mit den damaligen Mitteln natürlich) geschickter, ich meine zutreffender, schlichter und anmutiger ausdrücken, als jener schwer verkannte Philosoph! Wo in aller Welt bleibt die Ungeschicklichkeit des SIMPLICIUS?

SIMPLICIUS fügt seinen Ausführungen noch treffend hinzu: „Der Hinweis auf das scheinbar analoge Verhalten der Winkel ist nicht berechtigt, denn bei den Winkeln liegt die Sache ganz anders. Da hat ja schon EUKLID strenge bewiesen, daß „der Winkel des Halbkreises größer ist als jeder spitze geradlinige Winkel, seine Ergänzung aber kleiner". Jene gemischtlinigen Winkel sind also mit den geradlinigen überhaupt gar nicht vergleichbar, es ist a priori ausgeschlossen, daß man jene durch diese ausdrücken könne". (Vergl. Anm. 54 und 55 meiner Abhandlung.)

4. Mit am wichtigsten bei der ganzen Interpretation des SIMPLICIUSschen Berichtes ist die Frage nach der Abgrenzung und der Deutung des darin enthaltenen Referates des EUDEMUS, jenes ältesten Geschichtsschreibers der Geometrie. Hierfür ist nun die Interpretation der Stelle ὡς γὰρ (DIELS, 61, 11) . . . τριτημορίῳ (61, 14) von größter Bedeutung. Ich habe in meiner Abhandlung (Anm. 67) den Beweis zu führen versucht, daß an dieser Stelle τμήματα mit Sektoren zu übersetzen sei, und ich muß daran festhalten. Die Einwände TANNERYS haben meine Überzeugung nicht im allergeringsten zu erschüttern vermocht. TANNERY macht u. a. geltend, daß meiner Auffassung der ganzen Stelle der Singular δειχθέντος . . . τούτου widerspreche. Wenn, wie ich behauptet hatte, auf zwei vorbereitende Sätze des HIPPOKRATES (was hätte sonst auch πρῶτον für einen Zweck?) hingewiesen werden sollte, so hätte der Plural δειχθέντων . . . τούτων gesetzt werden müssen. Dieses Argument steht aber auf sehr schwachen Füßen. Wie in anderen Sprachen, so kann auch im Griechischen das Demonstrativum, auch wenn es im Singular steht, ebensogut auf eine Gruppe von Erscheinungen, wie auf eine Einzelerscheinung hinweisen. Be-

lege dafür könnte man nach Dutzenden aus den verschiedensten Sprachen beibringen. Der Singular δειχθέντος . . . τούτου kann sich also sehr wohl auf eine ganze Gruppe von vorbereitenden Sätzen beziehen, so gut wie „cela démontré", oder „nachdem dies bewiesen war". Der Singular beweist hier gar nichts, aber auch wirklich rein gar nichts.

Tannery erklärt sodann, Simplicius hätte die Amphibologie im Gebrauche des Wortes τμῆμα nicht zugeben können. Nun hat aber Simplicius tatsächlich sogar ein Möndchen als ein τμῆμα gelten lassen (Diels 55, 27), warum sollte er also nicht erst recht bei einem Sektor diese Bezeichnung zulassen? Die von Tannery geforderte ausdrückliche Erklärung war für ihn überflüssig, denn diese war bereits vollständig ausreichend in dem erklärenden Zusatze οἷον . . . τριτημορίῳ enthalten. An ein Mißverständnis war bei der in τριτημόριον enthaltenen eindeutigen Erklärung gar nicht zu denken. Tannery kann doch unmöglich im Ernste glauben, daß sich im Altertume jemals irgend ein Mensch den Drittelkreis als Segment, statt als Sektor, vorgestellt habe!

Zu alledem kommt nun aber noch, daß bei allen bisherigen Deutungen das Referat des Eudemus mit einem mehr oder weniger großen Unsinn beginnt — der dann natürlich wieder zur Illustration der Ungeschicklichkeit des Simplicius herhalten muß — während nach meiner Interpretation die Stelle einen ganz vortrefflichen und zugleich historisch sehr bemerkenswerten Sinn erhält. Ja, nicht nur einen Sinn, sondern geradezu den Sinn, den Sinn nämlich, den jeder Mathematiker hier verlangt und den auch Eudemus unzweifelhaft damit verbunden hat.

5. Es wäre nun insbesondere noch auf das zu antworten, was Tannery gegen meine Interpretation der beiden Stellen 65, 7—23 und 66, 14 bis 67, 2 der Dielsschen Ausgabe einwendet. Da ich mich aber gerade über diese beiden Stellen sehr eingehend mit Wilhelm Schmidt besprochen habe, so will ich seinen Mitteilungen nicht vorgreifen und hier nur noch die Gelegenheit benutzen, um ein Versehen wieder gut zu machen, das ich in Anm. 95 meiner Abhandlung begangen habe und auf das mich Wilhelm Schmidt aufmerksam zu machen die Güte hatte. An der Stelle 66, 18 hatte nämlich Usener die Lesart *BE* der Handschriften in *BK* verwandelt, wodurch in den Text eine Unzulässigkeit geraten war. Ich hatte nun die in den Dielsschen Anmerkungen zwei Zeilen später folgende Notiz „unde δυνάμει Eudemo dedit Usener" übersehen und infolgedessen jene Unzulässigkeit ganz mit Unrecht Usener zum Vorwurfe gemacht, was ich natürlich sehr bedauere. —

Ich komme zum Schlusse. Daß mit meiner Interpretation des Simpliciusschen Berichtes noch nicht das letzte Wort gesprochen ist, weiß ich selbst sehr wohl. Noch sind nicht alle Schwierigkeiten gehoben, noch immer bietet der Text Unsicherheiten dar, die erst durch erneute Bemühungen werden beseitigt werden können. Das aber glaube ich jetzt schon sagen zu dürfen: Wenn einmal dieses ehrwürdige, für die Geschichte der voreuklidischen Geometrie so äußerst wertvolle historische Dokument in völlig einwandfreier Interpretation vorliegen wird, dann wird die Leistung des Simplicius in nur noch günstigerem Lichte erscheinen, als ich sie zu schildern vermochte, und die Haltlosigkeit der früheren Auffassung nur noch deutlicher zu Tage treten.

Zürich, Februar 1903.

Über einige noch nicht sicher gestellte Autorennamen in den Übersetzungen des Gerhard von Cremona.

Von Heinrich Suter in Zürich.

In der Bibliotheca Mathematica 3_3, 1902, p. 350—354, habe ich einen Artikel veröffentlicht über die im *Liber augmenti et diminutionis* genannten Autoren, Abraham und Job filius Salomonis; die von mir bei diesem Anlaß angestellten Nachforschungen führten mich zufällig noch auf einige andere dunkle Namen, die in den Übersetzungen des Gerhard von Cremona, sowie in den schon oft zitierten und besprochenen Pariser Mss. 7266, 7377 A und 9335 auftreten.[1]) Im folgenden gebe ich nun eine Darlegung der allerdings zum größern Teile nur hypothetischen Resultate meiner diesbezüglichen Untersuchungen.

1. Über Abhabuchr *qui dicebatur* Heus (oder Deus), den Verfasser des von Gerhard übersetzten Buches über die *terrarum corporumque mensurationes* (Par. Ms. 9335, fol. 116^v—125^v) habe ich in der Bibliotheca Mathematica $\mathbf{11}_2$, 1897, p. 84—85, und nachher in meiner Abhandlung *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*[2]), p. 216, Anm. 58, berichtet und ihn als identisch mit Muh. b. Aǵlab b. Abî'l-Daus, Abû Bekr, aus Murcia, gest 511 (1117/18), vermutet. Ich verwerfe diese Konjektur auch jetzt noch nicht[3]), will aber

1) Vergl. die Abhandlungen: P. Tannery, *Sur le „liber augmenti et diminutionis" compilé par Abraham,* in der Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, p. 45—47, und A. A. Björnbo, *Über zwei mathematische Handschriften aus dem 14. Jahrhundert,* ibid. 3_3, 1902, p. 63—75.

2) Wird im folgenden zitiert mit „Suter, *Araber*"; die *„Nachträge und Berichtigungen"* hierzu, veröffentlicht in den Abhandlungen zur Gesch. d. mathem. Wissensch. **14** (1902), werden zitiert mit „Suter, *Nachträge*".

3) In dieser Frage dürfte nun einmal der Hinweis auf Abû Bekr Rasis *qui dicitur Almansorius* dahinfallen (vergl. auch Björnbo, l. c. p. 72); der *almansorius* (dieser Name wurde irrtümlich als Beiname des Autors aufgefaßt) und der *liber divisionum* sind zwei medizinische Werke des berühmten ostarabischen Arztes Muh. b. Zakarîja el-Râzî (Suter, *Araber*, p. 47).

nicht verschweigen, daß in der Zwischenzeit auch noch zwei andere für mich einige Wahrscheinlichkeit gewonnen haben: 1) HEUS könnte das latinisierte HAIJ (HAIJUS) sein, und der ABHABUCHR *qui dicebatur* HEUS könnte sein: EL-HOSEIN B. AḤMED (oder MUḤ.) B. HAIJ, ein Schüler von IBN EL-BURGÛṮ (SUTER, *Araber*, p. 104 u. 101), ein bedeutender Geometer und Astronom, bekannt unter dem Namen IBN HAIJ; wir kennen allerdings die *Kunje* von IBN HAIJ nicht, sie kann aber sehr wohl ABÛ BEKR gewesen sein. Diese Konjektur gewinnt dadurch noch an Wahrscheinlichkeit, daß IBN HAIJ auch ein Schüler von ʿAMR B. ʿABDERRAḤMÂN B. AḤMED EL-KARMÂNÎ war (s. unten No. 3). 2) ABHABUCHR *qui dicebatur* HEUS könnte sein: JAḤJÂ B. AḤMED ABÛ BEKR, bekannt unter dem Namen IBN EL-CHAIJÂṬ, ein Schüler von MASLAMA B. AḤMED EL-MAǴRÎṬÎ in der Rechenkunst und Geometrie, Astrolog und Arzt von SOLEIMÂN, dem Sohne ḤAKEMS II., gest. 1055/56 (SUTER, *Araber*, p. 101); HEUS könnte entstanden sein aus CHAIJÂṬ oder aus JAḤJÂ, beide Herleitungen sind allerdings etwas gewagt, aber nicht unmöglich.[1])

2. *Liber* SAYDI ABUOTHMI. Dies ist der Titel des ersten Anhangs zur vorigen Abhandlung (Par. Ms. 9335, fol. 125^v—126^r). Dieser Autor ist nicht, wie STEINSCHNEIDER in der Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft **25**, p. 401, und ENESTRÖM in der Note zu der eben zitierten Abhandlung von P. TANNERY (p. 47) vermuten, der ostarabische Arzt und Übersetzer aus dem Griechischen, SAʿÎD B. JAʿQÛB EL-DIMIŠQÎ ABÛ ʿOṮMÂN (SUTER, *Araber*, p. 49), sondern sehr wahrscheinlich der Westaraber SAʿÎD B. MUḤ. B. EL-BAǴÛNIŠ, ABÛ ʿOṮMÂN (ibid. p. 101), ein Schüler von MASLAMA B. AḤMED EL-MAǴRÎṬÎ und ein bedeutender Geometer, gest. am 1. Rageb 444 (1052); denn der Ostaraber war in erster Linie Arzt, dann Übersetzer aus dem Griechischen (einige Bücher der Elemente des EUKLIDES und den Kommentar des PAPPUS zum 10. Buche); daß er über Flächen- und Körperberechnung geschrieben habe, wird nirgends bemerkt und ist sehr unwahrscheinlich, deutet doch seine Übersetzung des Kommentars des PAPPUS darauf hin, daß er sich mit Vorliebe der philosophischen Richtung in der Mathematik zugewandt hat; auch wird er, wo er zitiert wird (z. B. in der lateinischen Übersetzung des PAPPUSschen Kommentars im Pariser Ms. 7377 A, s. auch unten No. 5), nur genannt ABÛ ʿOṮMÂN EL-DIMIŠQÎ, SAʿÎD kommt nirgends vor, vor allem auch nicht in dem Pariser Ms. 2457, 5° und 6° (früher Suppl. 952, 2), das den ara-

---

1) Die zweite hat mehr Wahrscheinlichkeit für sich: fällt nämlich das arabische j im Anfang des Wortes „JAḤJÂ" weg, so kann es genau wie HAIJ (latinisiert HAIJUS = HEUS) gelesen werden; auch ist zu bemerken, daß der Name „JAḤJÂ" sehr häufig in Verbindung mit der *Kunje* „ABÛ BEKR" auftritt.

bischen Text des genannten Kommentars enthält. — Es könnten allerdings auch in Frage kommen: Sa'id b. Ahmed el-Faradi, Abû 'Otmân, aus Cordova, gest. 950 (Suter, *Araber*, p. 54) und Sa'id b. Fathûn b. Mokram, Abû 'Otmân, der c. 960—1000 gelebt hat (ibid. p. 73), allein der erstgenannte steht bedeutend im Vorzug, da er allein von den dreien als bewandert in der Geometrie und sogar als Lehrer in dieser Wissenschaft genannt wird.

3. *Liber Aderameti.* So wird meistens der Titel zum zweiten Anhang (Par. Ms. 9335, fol. 126r—126v) der Abhandlung des Abhabuchr gelesen, P. Tannery aber liest *Aderamen.* Dieser Autor könnte identisch sein mit 'Abderrahmân b. Chalaf b. 'Asâkir el-Daremi oder el-Darami, Abû'l-Hasan (Suter, *Araber*, p. 107), einem in Geometrie und Logik sehr bewanderten Arzt, Schüler von dem unter No. 2 genannten Sa'id b. Muh. b. el-Bagûniš. Liest man mit P. Tannery *Aderamen,* so könnte dies wohl aus 'Abderrahmân entstanden sein; A. Björnbo aber verwirft diese Lesart und zieht die des alten Inhaltsverzeichnisses *Aderameti* vor, dies könnte dann vielleicht aus el-Darami, das ed-Darami oder ad-Darami gesprochen wird, hervorgegangen sein; berücksichtigt man noch, daß im Westen schon damals wie noch heutzutage in Marokko das lange arabische *a* (*â*) wie *ê* oder *ä* ausgesprochen wurde (daher auch Milêus statt Milâus), so kommt man mit ad-Dêrami dem Worte *Aderameti* sehr nahe; über die Richtigkeit des *t* scheinen ja die Gelehrten, die das Pariser Ms. geprüft haben, in Zweifel zu sein. Daß dieser Gelehrte ein Schüler von Abû 'Otmân Sa'id b. el-Bagûniš war, bestärkt uns in der Vermutung, daß er der Verfasser eines ähnlichen Buches über Flächen- und Körperberechnung, wie das seines Lehrers, gewesen sein möchte. — Ist das korrumpierte Wort *Aderameti* aus 'Abderrahmân hervorgegangen, so könnten noch in Frage kommen: 'Abderrahmân b. Ismâ'il b. Bedr, der Euklides von Andalusien, gest. c. 1000 (Suter, *Araber*, p. 73), 'Abderrahmân b. 'Abdallâh b. Seijid el-Kelbî, gelehrt in Rechenkunst und Geometrie, gest. 1064 (ibid. p. 104) und vielleicht auch 'Abderrahmân b. 'Abdallâh b. 'Ijâd el-Jahsabi, Abû Zeid (ibid. p. 108). — Es wäre aber auch möglich, daß *Aderameti* entstanden sein könnte aus el-Hadrami und dann käme in Frage 'Omar b. Ahmed b. Chaldûn el-Hadrami, gest. 1057/58 (ibid. p. 102), ein Schüler vom Maslama el-Magriti. Und noch eine dritte Konjektur über *Aderameti* oder *Aderamen!* Es könnte entstanden sein aus el-Karmâni, indem der nach aufwärts gehende Haken des arabischen *k* (ك) abgefallen und dann gelesen worden wäre ad-Darmâni, oder, da nach dem *r* ein kurzer Vokal gelesen werden kann, und wie ich früher schon angeführt habe, *â* auch in *ê* übergeht, ad-Deramêni; dann hätten wir den Gelehrten 'Amr b. 'Abderrahmân b. Ahmed el-Karmâni (ibid.

p. 105), einen der bedeutendsten Geometer Spaniens im 11. Jahrhundert (gest. 1066), den Lehrer des unter 1 genannten IBN HAIJ; übrigens haben wir nicht nötig, wie wir es getan haben, *Aderamen* aus EL-KARMÂNI herzuleiten, die Wortgruppe ʿAMR B. ʿABDERRAHMÂN B. AHMED könnte auch zu *Aderametus* hinführen. — Es kommt auch noch in Frage AHMED B. NAṢR aus Cordova, der einzige der bis jetzt genannten Gelehrten, dem ein Buch über die Ausmessung der Figuren zugeschrieben wird (ibid. p. 52); seine Lebenszeit ist unsicher, das Todesjahr wird von CASIRI auf 944 angegeben, in den arabischen Quellen aber findet sich keine Angabe hierüber; AHMED B. NAṢR ist allerdings nicht gut mit *Aderametus* in Übereinstimmung zu bringen, dagegen fällt die Angabe, daß er ein solches Buch geschrieben habe, schwer in die Wagschale.

Alle die genannten Konjekturen haben ihre Berechtigung und sie könnten leicht noch um einige andere vermehrt werden, ich will aber den Leser nicht weiter mit solchen bemühen; wenn Gleichzeitigkeit und Gleichartigkeit des Wirkens und das Studium unter demselben Lehrer maßgebend für die Entscheidung in diesen Autorenfragen sein dürften, so kämen als Verfasser der drei Abhandlungen über die Ausmessung der Flächen und Körper in erster Linie in Frage: JAHJÂ B. AHMED ABÛ BEKR IBN EL-CHAIJÂT, ABÛ ʿOTMÂN SAʿID B. MUH. B. EL-BAGÛNIŠ und ʿOMAR B. AHMED B. CHALDÛN EL-HADRAMÎ, alle drei Ärzte, die sich zugleich eifrig mit Geometrie beschäftigt haben, alle drei Schüler von MASLAMA EL-MAGRÎTÎ.

4. *Abbacus.* Kommentar zum 10. Buche der Elemente EUKLIDs (Par. Ms. 9335, fol. 92ᵛ—110ᵛ).[1]) Wenn in den vorhergehenden Nummern, besonders in 1 und 3, der Vermutung ein großes Feld offen gelassen war, so befinden wir uns hier dagegen auf viel sicherer Fährte. Daß dieser Titel mit einem *Abacus* = Rechenbrett nichts zu tun habe, scheint mir gewiß, also wird es höchst wahrscheinlich der Name des Verfassers sein. Da das arabische *s* scharf gesprochen wurde, so gaben es die in Spanien lebenden Übersetzer meist durch *c* oder *z* wieder, ich erinnere an AVICENNA für IBN SÎNA, und HACEN oder HAZEN für HASAN, die Vermutung lag daher nahe, daß *Abbacus* das latinisierte ʿABBÂS sei[2]) und daß dieser Kommentar von ʿABBÂS B. SAʿID EL GAUHARÎ herrühre, einem der Astronomen EL-MAMÛNs, der sich hauptsächlich der Geometrie zugewandt und einen Kommentar zu den Elementen des EUKLIDES geschrieben hat (vergl.

1) Diese Abhandlung stimmt nach BJÖRNBO (l. c. p. 71) mit p. 252—386 der CURTZEschen Ausgabe des Kommentars des ANARITIUS zu den zehn ersten Büchern des EUKLIDES überein, ist aber nicht von EL-NAIRÎZI.

2) STEINSCHNEIDER (*Hebr. Übers.* p. 533) hält dieses nicht für möglich, was ich sehr bezweifeln möchte.

SUTER, *Araber*, p. 12). Da dieser Autor aber nicht speziell als Kommentator des 10. Buches genannt ist, so forschte ich weiter und kam auf den Gedanken, es könnte mit *Abbacus* gemeint sein AHMED B. EL-HOSEIN EL-AHWÂZÎ (das letztere Relativum könnte in „*Abbaci*" übergegangen sein), der das 10. Buch des EUKLIDES kommentiert hat (ibid. p. 57); ich verglich daher die Anfangs- und Schlußworte des in Berlin noch vorhandenen Bruchstückes des Kommentars des AHWÂZÎ (No. 5923 des Katalogs der arabischen Mss. von AHLWARDT) mit der CURTZEschen Ausgabe des Kommentars von ANARITIUS (p. 252—386), fand aber keine Übereinstimmung. Erst nachträglich erinnerte ich mich, daß IBN EL-QIFṬÎ (nach CASIRI, Biblioth. arab.-hispana I, 342) und wahrscheinlich nach ihm HÂĞÎ CHALFA (I, 382) einen ABÛ MUḤAMMED B.[1]) ʿABDELBÂQÎ EL-BAGDÂDÎ[2]) erwähnen, der das 10. Buch des EUKLIDES kommentiert hat und in seinem Kommentar Zahlenbeispiele zu den Sätzen jenes Buches gegeben hat; IBN EL-QIFṬÎ fügt hinzu, daß er selbst ein vom Verfasser geschriebenes Ms. dieses Kommentars besitze (vergl. SUTER, *Nachträge*, p. 181: zu Art. 517). Dies stimmt nun ausgezeichnet: Der „*Abbacus*" betitelte Kommentar enthält wirklich solche Zahlenbeispiele zu den Sätzen des 10. Buches, und *Abbacus* selbst kann leicht korrumpiert sein aus ʿABDELBÂQÎ (latinisiert mit Weglassung des Artikels: *Abdbâcus* und hieraus *Abbacus*); für mich besteht also kein Zweifel, daß der Verfasser dieses wahrscheinlich auch von GERHARD VON CREMONA (s. unten No. 5) übersetzten und von diesem oder von spätern Abschreibern dem Kommentar des NAIRÎZÎ (ANARITIUS) angehängten Kommentars ABÛ MUḤ B. ʿABDELBÂQÎ EL-BAGDÂDÎ sei. Sein Kommentar war, wie HÂĞÎ CHALFA hinzufügt, klar, eben infolge seiner Zahlenbeispiele, und daher wohl geschätzt und verbreitet.

5. *Liber judei super decimum* EUCLIDIS. Was diesen im Verzeichnis der Ubersetzungen des GERHARD VON CREMONA genannten Kommentar anbetrifft, so sind über den Autor desselben schon verschiedene Vermutungen

---

1) Bei HÂĞÎ CHALFA fehlt das b. (= ben).

2) Über diesen Gelehrten habe ich noch die folgenden Notizen gefunden: Bei IBN CHALLIKÂN (Ausgabe von Bulak, II. p. 226, Übers. von DE SLANE IV, p. 58) heißt es im Artikel über ABÛ BEKR JAHJÂ B. SAʿDÛN EL-QORṬUBÎ, daß dieser im Jahre 517 (1123/24, in der Bulaker-Ausgabe fehlerhaft 527) in Bagdad die Traditionen gehört habe bei ABÛ BEKR MUḤ B. ʿABDELBÂQÎ EL-BAZZÂZ bekannt unter dem Namen Qâḍî des Mâristân (d. h. des Hospitals). Wenn dieser Autor derselbe ist, wie der ABÛ MUḤ. B. ABDELBÂQÎ bei IBN EL-QIFṬÎ, woran kaum zu zweifeln ist, so wäre also der Kommentar zum 10. Buche des EUKLIDES wohl etwa in den Jahren 1100—1120 geschrieben worden. Ob ABÛ BEKR MUḤ. oder ABÛ MUḤ. das richtige sei, können wir jetzt noch nicht entscheiden, vielleicht bringt uns die sehnlichst erwartete Ausgabe des IBN EL-QIFṬÎ hierüber Aufklärung. Der Zuname Qâḍî des Mâristân findet sich auch bei HÂĞÎ CHALFA (I, 382).

aufgestellt worden: Leclerc (*Hist. de la médecine arabe*, I, p. 507) sieht in dem *judeus* den zum Islam übergetretenen Juden Sind (richtig Sened) b. ʿAlî (vergl. Suter, *Araber*, p. 13), Steinschneider (Zeitschrift d. deutschen morgenl. Gesellsch. 25, p. 400 und *Hebr. Übers.* II, p. 533) neigt sich zu Saʿid b. Jaʿqûb el Dimišqi Abû ʿOtmân hin, indem er „*judeus*" aus „*saidus*" entstanden glaubt; er wird hierin bestärkt durch den Umstand, daß im Pariser Ms. 7377 A fol. 68—70^{v} ein Bruchstück einer lateinischen Übersetzung des Kommentars des Pappus zum 10. Buche des Euklides aus dem Arabischen des Abû ʿOtmân el-Dimišqî vorhanden ist; Saʿid Abû ʿOtmân war aber nur der Übersetzer, und es kommt mir deshalb unwahrscheinlich vor, daß der Übersetzer ins Lateinische die Schrift nach dem arabischen Übersetzer Saʿid statt nach dem griechischen Autor Pappus benannt haben sollte, zumal im arabischen Ms. (herausgeg. von Woepcke, Paris, s. a. [1855?]) deutlich steht: „der erste Teil des Buches von Babus (es kann auch Balus gelesen werden) über die rationalen und irrationalen Größen, die erwähnt werden im 10. Buche des Euklides über die Elemente, übersetzt von Abû ʿOtmân el-Dimišqî". Es ist auch zu bemerken, was oben (unter No. 2) schon angedeutet wurde, daß das arabische Ms. nirgends den Namen Saʿîd hat, der Übersetzer ist stets nur Abû ʿOtmân el-Dimišqî genannt, warum sollte nun das Saʿid auf einmal in der lateinischen Übersetzung auftreten? Ich will nun eine andere Vermutung aussprechen: Abû Muḥ b. ʿAbdelbâqî war, wie gesagt worden ist, bekannt unter dem Namen Qâḍî des Mâristân, d. h. Richter (*judex*) des Hospitals; könnte nicht „*judei*" aus „*judicis*" entstanden sein und also der Kommentar des *judei* zum 10. Buche des Euklides der *Abbacus*, d. h. der Kommentar des Ibn ʿAbdelbâqî sein? Mir scheint dies um so wahrscheinlicher, als, wie ich oben angedeutet habe, der Kommentar des Ibn ʿAbdelbâqî ein geschätzter und verbreiteter gewesen sein muß, während derjenige des Pappus, übersetzt von Abû ʿOtmân el-Dimišqî, sehr schwer zu verstehen ist und deshalb wohl kaum ganz übersetzt worden ist. Ich fasse meine unter No. 5 gemachten Untersuchungen zu folgenden Schlußworten zusammen:

Der *Liber judei super decimum Euclidis*, aus dem Arabischen übersetzt von Gerhard von Cremona, ist der noch zur Zeit des Ibn el-Qifṭî (c. 1200) wegen seiner zu den Lehrsätzen gegebenen Zahlenbeispiele sehr geschätzte und verbreitete Kommentar des Abû (Bekr) Muḥ. b. ʿAbdelbâqî el-Bagdâdi, Qâḍî (= *judex*) des Mâristân, dessen Lebenszeit um das Jahr 1100 liegt. Der Kommentar wird unter drei verschiedenen Namen angeführt: 1) *Liber judei (= judicis)* im Verzeichnis der Übersetzungen des Gerhard von Cremona (siehe u. a. Boncompagni, *Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese* etc., Roma, 1851, p. 4—7);

2) *Abbacus* (= ʿAbdelbâqî) in den Pariser Mss. 7377 A, 1° u. 9335, 16°;[1]) 3) *De numeris et lineis* (wegen der Zahlenbeispiele zu den Sätzen über die Linien so genannt) in Cambridge *(Catal. mss. Angl. et Hibern.* II, 363, No. 9260, 2°); hier wird Gerhard von Cremona geradezu als Übersetzer genannt. Er ist schon zweimal herausgegeben worden: das erste Mal von B. Boncompagni, in einem Fascikel von 66 Seiten (gr. 4°), ohne Angabe des Druckortes [1863/64][2]), betitelt *De numeris et lineis*, und fol. 49—62 des Cambridger Ms. umfassend; das zweite Mal von M. Curtze, *Anaritii in decem libros priores elementorum Euclidis commentarii*, etc. Lips. 1899 (*Euclidis opera omnia, edid.* J. L. Heiberg *et* H. Menge: *Supplementum*); er umfaßt hierin p. 252—386 und wird in dem von Curtze benutzten Ms. ebenfalls dem Nairizi zugeschrieben, wie der erste Teil des Kommentars zum 10. Buche, p. 211—252 umfassend.

Der Kommentar des Pappus zum 10. Buche, übersetzt ins Arabische von Abû ʿOtmân el-Dimišqi, wurde wegen seiner Schwierigkeiten wahrscheinlich nicht vollständig ins Lateinische übersetzt, der Name des Übersetzers ist nicht bekannt, vielleicht ist es auch Gerhard von Cremona, ein Bruchstück dieser Übersetzung befindet sich im Pariser Ms. 7377 A fol. 68—70^{v} (vergl. Steinschneider, *Hebr. Übers.* p. 532, und Zeitsch. d. deutschen morgenl. Gesellsch. 25, p. 399), es umfaßt p. 1—12 (Z. 3 v. o.) des von Woepcke veröffentlichten arabischen Textes (Paris 1855?).

6. *Liber alfadhol i. est arab de bachi.* Die Mss. dieses von Gerhard von Cremona übersetzten astrologischen Loosbuches *(kitâb el-fâl)* scheinen verschiedenen Autoren zugeschrieben zu werden: das arabische Ms. 35 der Bibliothek Vittorio Emmanuele in Rom ist anonym; die arabischen Mss. des Brit. Mus. No. 1006 und der Aja Sofia No. 2685 nennen als Verfasser den Astrologen el-Hârûns, ʿAbdallâh b. ʿObeid el-Asnî (vergl. Suter, *Araber*, p. 7); die lateinischen Mss. zu Florenz (Bandini, *Catal.* II, Col. 7) und Paris 7323 schreiben es einem Alfodhol de Merengi oder Meregi zu; das Verzeichnis der Übersetzungen Gerhards hat je nach den Handschriften (von Oxford, Leipzig, Paris) etwas abweichende Lesarten, ich habe diejenige gewählt, die Wüstenfeld in seinen *Übersetzungen arabischer Werke in das Lateinische seit dem XI. Jahrh.* (p. 75) gegeben hat: *Liber Alfadhol i. est arab de bachi.* Mir macht es den Eindruck, als ob dieses Loosbuch jüngern Datums wäre, und um ihm Berühmtheit und Zugkraft zu geben, fälschlich den ältesten arabischen Astrologen zugeschrieben worden sei, also von den einen dem oben schon genannten

1) Daß diese Abhandlung der *Liber judei super X. Euclidis* sein könnte, wurde schon von A. A. Björnbo in seinem oben zitierten Artikel in der Biblioth. Mathem. (l. c. p. 71) vermutet.

2) Diese Zeitangabe mache ich nach Steinschneider (*Hebr. Übers.* p. 533).

ʿAbdallâh b. ʿObeid, dem Astrologen Hârûn el-Rašîds, von andern dem Faḍl b. Naubabht, Abû Sahl, Astrolog desselben Chalifen und Verwalter der Bibliothek (Suter, *Araber*, p. 5), oder endlich dem Faḍl b. Sahl el-Sarachsî, dem Wezîr und Astrologen el-Mâmûns (ibid. p. 7). Ich halte nämlich das *„de bachi"* für entstanden aus Naubacht [1]), und ebenso das *„Merengi"* oder *„Meregi"* aus Sarachsî, was mir leichter möglich scheint, als die Konjektur Steinschneiders in der Orientalist. Literatur-Zeitung, der *„de bachi"* aus Bagdad und *„de Merengí"* aus *almoneggim* (der Astrolog) ableiten möchte; es wäre allerdings auch möglich, daß mit *Alfadhol i. est arab de bachi* und *Alfadhol de Merengi* dieselbe Persönlichkeit gemeint wäre, also vielleicht *de bachi* auch aus el-Sarachsî entstanden sein könnte. Doch ist die Frage über den Verfasser dieses Loosbuches von zu untergeordneter Bedeutung, als daß wir uns länger dabei aufhalten möchten.

Nachtrag.

Meine weitern Nachforschungen über Abû Bekr Muḥ. b. ʿAbdelbâqî haben noch folgendes ergeben: In Jâqûts geographischem Wörterbuch (herausgeg. von F. Wüstenfeld, 6 Bde., Leipzig 1866—73) ist er an verschiedenen Stellen genannt, teils als Gewährsmann, teils als Lehrer oder Schüler anderer Gelehrter, diese sind alle Juristen und Traditionisten; II, 474 heißt er Qâḍî von Ardistân, IV, 786 Qâḍî von Aristân; beides sind wohl Fehler der von Wüstenfeld benutzten Codices, oder sogar Druckfehler seiner Ausgabe, obwohl Qâḍî des Mâristân (Hospitals) etwas eigentümlich klingt, ich habe nie von Hospitalrichtern bei den Arabern gehört, vielleicht war Mâristân der Name eines Quartiers in Bagdad, in welchem das Hospital lag; ich gewärtige hierüber von berufenen Kennern arabischer Verhältnisse weitere Aufschlüsse. Der Beiname el-Bazzâz (der Tuchhändler) steht nur bei Ibn Challikân (Übers. von de Slane, IV, 58) und bei Maqqarî (Ausg. von Kairo, II, 226), wahrscheinlich nach diesem, bei Ibn Challikân (III, 536) und überall sonst steht an Stelle dieses Wortes el-Anṣârî (d. h. ein Nachkomme der *Anṣâr* = Helfer); bei Jâqût (IV, 786) heißt es ferner noch von ihm, er sei gebürtig gewesen aus Nasrîje, einem Quartier im Westen von Bagdad, das den Namen von Nasr, einem Genossen des Chalifen el-Manṣûr, erhalten habe; darnach sollte er den Beinamen el-Naṣrî tragen, vielleicht ist hieraus el-Anṣârî

---

1) Dieser Ansicht war auch Steinschneider in seinem Artikel *Euclid bei den Arabern* (Zeitschr. f. Mathem. **31**, 1886; Hist. Abt. p. 87), ist aber wieder davon abgegangen in seiner Arbeit *Arab. Mathem. u. Astron.* (Orientalistische Literatur-Zeitung **4**, 1901, Sp. 347); vergl. auch Suter, *Nachträge*, p. 158: zu Art. 7 und 11.

durch Verschreibung hervorgegangen. Die Hauptnotiz über ihn, auf die ich durch das Register zu JAQÛTS Wörterbuch (p. 673) aufmerksam gemacht wurde, findet sich in der Chronik des IBN EL-ATÎR (gest. 1232/33), herausgeg. von C. J. TORNBERG, Leiden 1851—76, Bd. XI, p. 52, wo es heißt: „Und in demselben (d. h. im Jahr 535) im Monat *Rageb* (also Ende Februar oder Anfang März 1141) starb der Qâḍî ABÛ BEKR[1]) MUḤ. B. ʿABDELBÂQÎ EL-ANṢÂRÎ, Qâḍî des Mâristân, etwas über 70 Jahre alt, eine Autorität in der Tradition, gelehrt in der Logik, Rechenkunst, Astronomie und in andern Wissenschaften der Alten; er war der letzte derjenigen, die die Traditionen noch lehrten nach ABÛ ISḤÂQ EL-BARMEKÎ, nach dem Qâḍî ABÛ BEKR EL-ṬABARÎ, nach ABÛ ṬÂLIB EL-ʿAŠÂRÎ, nach ABÛ MUḤ. EL-ĠAUHARÎ, u. a.“ Werke werden ihm hier keine zugeschrieben, dagegen bei ḤAĠÎ CHALFA I, 382 (wohl nach IBN EL-QIFṬÎ) der Kommentar zum 10. Buche des EUKLIDES, ebenda I, 432 *Amâlî* (= Diktate) über die Traditionen, und ebenda V, 563 *Masjacha* (= Versammlung der Scheiche).[2]) Es ist also unser ABÛ BEKR MUḤ. B. ʿABDELBÂQÎ wohl einer der bedeutenderen Kenner der Mathematik am Ende des 11. und Anfang des 12. Jahrhunderts, und ich glaube, daß die Vermutung, es möchte dieser Autor auch der Verfasser der Bearbeitung des EUKLIDischen Buches *„Über die Teilung der Flächen“* sein, die von JOHN DEE und F. COMMANDINUS i. J. 1570 in Pesaro in lateinischer Übersetzung herausgegeben wurde und einem MUḤ. BAGDADINUS zugeschrieben wird, eine große Wahrscheinlichkeit für sich habe; meine Bemerkung in Art. 517 meines Buches *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke* wäre also in diesem Sinne zu ändern; mit dem dort behandelten MUḤ. B. MUḤ. EL-BAĠDÂDÎ halte ich unsern Autor nicht mehr für identisch.

---

1) Im Text steht nach „BEKR“ noch „BEN“, in den *Variae Lectiones* (Suppl.. Leiden 1871) ist aber bemerkt, in andern Codices fehle das „BEN“, und dies ist jedenfalls das richtige.

2) ḤAĠÎ CHALFA nennt ihn I, 382 ABU MUḤ. ʿABDELBÂQÎ EL-BAĠDÂDÎ, V, 536 steht EL-ANṢÂRÎ, was an den übrigen Stellen fehlt, deshalb hat FLÜGEL im Index sogar drei Autoren aus ihm gemacht, aus diesem Grunde hatte ich vorher die andern Stellen übersehen.

Die Wandlungen des Indivisibilienbegriffs von Cavalieri bis Wallis.

Von C. R. Wallner in München.

Der Begriff der Gleichheit zweier Raumgrößen ist, wenn lediglich diejenigen Axiome zur Anwendung gelangen sollen, die unsern geometrischen Anschauungen überhaupt zu Grunde liegen, nur für solche Gebilde definiert, die sich in eine endliche Anzahl gegenseitig kongruenter Stücke zerlegen lassen. Will man allgemein beliebige Gebilde derselben Dimension vergleichen, so bedarf es notwendig einer Erweiterung des einfachen Gleichheitsbegriffes, und in diesem Umstande sind auch alle die logischen Schwierigkeiten begründet, die der Infinitesimalrechnung anscheinend innewohnen. Wir leisten diese Erweiterung durch Einführung des Grenzbegriffes, an seiner Stelle benutzte man früher den minder exakten Begriff des Unendlichkleinen und vor Erfindung der Infinitesimalrechnung den Indivisibilienbegriff, mit dem wir uns hier zu beschäftigen haben.

Der Indivisibilienbegriff wurde zuerst von Cavalieri systematisch in die Geometrie eingeführt in seiner *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (1635; neue Aufflage 1653)[1]. Bekannt ist dieses Werk durch seine ermüdende Breite und Schwerfälligkeit, ein Umstand, der dem Verständnis der darin neu auftretenden Gedanken, insbesondere des Indivisibilienbegriffes selbst, sehr hinderlich ist. Dazu kommt, daß bis jetzt keine einzige Stelle aufgefunden war, an der Cavalieri diesen Begriff wirklich erklärt. Man hat daher verschiedene Vermutungen über das Wesen dieser Indivisibilien angestellt; so dachte man daran, dieselben seien eine Art unendlichkleiner Größen, wie sie vor Cavalieri schon Kepler in seiner *Stereometria doliorum* (1615)[2] benutzt hatte. Diese Behauptung ist aber sehr leicht zu widerlegen. Denn einerseits folgt doch

1) In Anmerkungen wird dieses Werk immer kurzweg mit *Geometr. indivisib.* bezeichnet werden.

2) Näheres darüber siehe Cantor, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* II[2], S. 822, und C. I. Gerhardt, *Die Entdeckung der höheren Analysis,* S. 15—18.

aus dem Titel von CAVALIERIS genanntem Werk, daß in demselben jedenfalls Indivisibilien praktisch verwertet sind. Wie nun ein tatsächliches Studium desselben zeigt, ist darin nirgends von unendlichkleinen Größen Gebrauch gemacht, und daraus folgt, daß die Indivisibilien nicht unendlichkleine Größen bedeuten können.

Eine zweite Hypothese, und die ist die allgemein verbreitete, schließt aus dem Faktum, daß der Indivisibilienbegriff nirgends näher erläutert ist, CAVALIERI habe selbst nicht gewußt, was damit gemeint sei. Nun ist aber zu bedenken, daß CAVALIERI den Ausdruck Indivisibel überhaupt vollständig hätte vermeiden können, da er seiner bei der Ableitung von Gesetzmäßigkeiten nie bedarf. Wenn er ihn also trotzdem ohne jeden Zwang einführt, so muß er ihm offenbar vollständig geläufig sein; wenn er ihn einführt ohne jede Erklärung, so muß er auch seinen Zeitgenossen bekannt sein; wenn er ihn endlich gerade dann anwendet, wenn er seine Methode besonders kurz und treffend bezeichnen will, so muß diesem Ausdruck Indivisibel noch eine ganz besondere Prägnanz innewohnen.

Die Richtigkeit dieser Folgerungen soll ein kleiner Exkurs auf die Anschauungen des Mittelalters über das Wesen des Continuums zeigen. Die alte Schule der Atomistiker, die eine Zusammensetzung der Materie aus gewissen kleinsten, letzten und unteilbaren Körperchen annahmen, die alle noch die sonstigen Eigenschaften der Materie selbst besitzen, kommt hier nicht in Betracht, denn ihre Auffassung war so gut wie verdrängt durch die der Scholastiker, die ja das ganze Mittelalter hindurch die ausschließlich herrschende philosophische Schule bildeten. Die letzteren unterschieden zunächst zwischen einem „continuum permanens“ (z. B. jedes Raumgebilde), dessen einzelne Teile fortbestehen und daher auch alle gleichzeitig existieren[1]), und einem „continuum successivorum“ (Zeit), dessen einzelne Teile früher oder später als die andern sind.[2]) Hinsichtlich der Zusammensetzung eines Continuums gilt als oberstes Prinzip die Ansicht, daß jedes Continuum, speziell z. B. jede Linie, *in infinitum* teilbar ist, *potentialiter* (d. h. der Anlage nach, wenn auch der Teilungsprozeß praktisch nicht in infinitum fortgesetzt werden kann)[3]). Daraus folgt, daß es keine kleinste

1) THOMAS VON AQUIN, *Opuscula omnia* (Lugduni apud haeredes Jacobi Juntae 1562), o. 36, c. 2, l. 6: „Linea est quantitas positionem habens et manens, nec cum puncto moto transiens.“

2) Ebenda o. 44, c. 1. p. 319, l. 73: „Esse successiuorum consistit in hoc, quod existant secundum aliquid indiuisibile sui.“ Ebenda o. 44, c. 1, p. 320, l. 1: „Existit tempus secundum aliquid sui indiuisibile: illud autem est nunc.“

3) Ebenda o. 52, p. 369, l. 80: „quodlibet totum continuum diuisibile est in infinitum.“ Ebenda o. 36, c. 2, l. 14: „ipsa (linea) est in infinitum diuisibilis potentialiter.“

Linie gibt[1]), sondern jeder noch so kleine Teil einer Linie wieder die Wesenseigenschaften der Linie besitzt.[2]) Für das Verhältnis des Punktes zur Linie ergibt sich daraus, daß der Punkt nicht ein Bestandteil der Linie ist, nicht ein Etwas, das die Wesenseigenschaften (z. B. unbeschränkte Teilbarkeit) der Linie besitzt. Denn diese ist ein permanentes Continuum, ihre Teile bestehen im nämlichen Moment und bestehen fort. Ein Punkt aber ist ein einziges, identisches, völlig unteilbares Objekt, weshalb er nicht gleichzeitig verschiedenen Stellen eines permanenten Continuums angehören kann.[3]) Es läßt sich also auch eine Linie nicht aus Punkten zusammensetzen.[4]) Doch hat der Punkt eine gewisse Befähigung in sich, durch Bewegung die Linie zu erzeugen.[5]) Wesentlich sind hierbei die Anschauungen, daß es keine kleinsten letzten Teile des Continuums gibt, daß also das Indivisibel ein demselben heterogenes Gebilde von einer Dimension weniger sein muß (so ist der Punkt das Indivisibel der Linie, die Linie das der Fläche, diese das Indivisibel des Körpers). Wesentlich ist auch der dem Indivisibel eigentümliche Bewegungscharakter.

Genau in diesem Sinne tritt der Indivisibilienbegriff vorübergehend auch in der Geometrie auf, so bei Jordanus Nemorarius[6]), Thomas Bradwardinus[7]), Nicolaus Cusanus.[8]). Doch sind die betreffenden Stellen immer nur kurz, oder sie sind überhaupt nicht weiter bekannt geworden, wie es bei Bradwardin der Fall sein dürfte, von dem uns Stetigkeitsbetrachtungen in einer nur handschriftlich vorhandenen Arbeit überliefert sind. Es bestand auch gar keine innere Notwendigkeit, diese

1) Ebenda o. 44, c. 2, l. 20: „minimum tempus secundum magnitudinem non est dare, eo quòd omne tempus diuisibile est in infinitum, sicut & quodlibet continuum.“ Ebenda o. 44, c. 1, l. 17: „Secundum magnitudinem non est dare minimam lineam, eo quod omnis linea diuisibilis est in alias lineas.“

2) Ebenda o. 44, c. 2, l. 41: „quaelibet pars temporis est tempus.“

3) Ebenda o. 36, c. 2, l. 77: „Ille tamen punctus nihil est de ipsius lineae essentia, quia nihil vnum et idem realiter omnibus modis indiuisibile potest simul in diuersis partibus eiusdem continui permanentis esse.“ Ebenda o. 44, c. 1, l. 49: „Vnde manifestum est, quòd nunc non est pars temporis.“

4) Ebenda o. 44, c. 1, l. 41: „Ex indiuisibilibus non potest componi aliquod continuum.“

5) Ebenda o. 32, c. 4, p. 280, l. 64: „Punctus est principium lineae.“ Ebenda o. 36, c. 2, l. 7: „Punctus ergo, mathematicè imaginatus qui motu suo causat lineam necessariò nihil lineae erit, sed erit vnum secundum rem & diuersum secundum rationem, & haec diuersitas quae consistit in motu suo, realiter est linea, non identitas sua secundum rem.“ Vergl. damit den Satz „Tempus numerus motus est“, ebenda o. 44, c. 1, l. 5 und c. 3, l. 23.

6) Cantor, a. a. O. II², S. 73.

7) Cantor, a. a. O. II², S. 118.

8) Cantor, a. a. O. II², S. 191.

Anschauungen in die elementare Geometrie einzuführen, doch zeigen derartige Versuche immerhin die allgemeine Kenntnis des Indivisibilienbegriffes.

Daß Cavalieri, der erste, der allgemeine Prinzipien der Flächen- und Raumvergleichung aufstellte, notwendig neuartige Vorstellungen und Begriffe, wie den des Indivisibels benutzen mußte, wurde bereits eingangs erwähnt. Wir haben jetzt zu zeigen, daß das Cavalierische Indivisibel mit dem der Scholastiker identisch ist und von diesen einfach übernommen wurde. Die letztere Behauptung macht den Nachweis erforderlich, daß Cavalieri die Schriften der Scholastiker überhaupt gekannt hat; das ist aber mehr als wahrscheinlich, nachdem er Ordensgeistlicher war und als solcher sicher über die ganze philosophische Bildung seiner Zeit, die vornehmlich auf Thomas von Aquin basierte, verfügte. Das oben erwähnte Indivisibel der Scholastiker ist unschwer wiederzuerkennen in der Art und Weise, wie Cavalieri durch Parallelbewegung einer Ebene oder Geraden körperliche oder ebene Figuren erzeugt. Übrigens bestätigt er selbst die Identität der Indivisibilien mit den einzelnen bei dieser Bewegung nacheinander entstehenden Parallelschnitten ausdrücklich mit den Worten: „ipsa indivisibilia, s. omnes lineas figurae A“[1]), denn durch dieses „seu“ werden die Bezeichnungen „indivisibilia“ und „omnes lineae“ (das sind eben jene Parallelschnitte) als völlig gleichbedeutend hingestellt. Auf Grund dieser Erklärung des Indivisibilienbegriffes, gegen die keine Stelle spricht, läßt sich überdies mancher dunkle Punkt aufhellen. Ich erinnere zum Beispiel an folgende zwei Sätze: „Ist das Continuum noch etwas anderes außer der Gesamtheit der Indivisibilien, so muß jenes andere zwischen den Indivisibilien liegen. . . . Zwischen je zwei Indivisibilien muß etwas von jenem andern liegen, welches außer den Indivisibeln zum Continuum gehört.“[2]) Diese Stelle gibt einen ganz guten Sinn, sobald unter den Indivisibeln heterogene, unter dem „aliud aliquid“ aber, das zwischen den Indivisibeln liegt, homogene Bestandteile des Continuums verstanden werden. Sollen hingegen die Indivisibilien eine Art Differentiale sein, so läßt sich mit dem Ausdruck „aliud aliquid“ kein präziser Sinn verbinden. Cavalieri macht ferner ausdrücklich darauf aufmerksam, daß seine Methode von der Frage nach der Zusammensetzung des Continuums gar nicht beeinflußt werde, ja an einer Stelle verwahrt er sich sogar direkt dagegen, daß er das Continuum aus Indivisibilien zusammensetze.[3]) Wären nun diese unendlichkleine Größen, so wäre eine solche Verwahrung zwecklos, denn er hätte von

1) *Geometr. indivisib.*, p. 114.

2) *Geometr. indivisib.*, p. 111 Scholium.

3) *Exercitationes geometricae*, p. 200 nach Cantor. a. a. O. II^2, S. 843; noch deutlicher *Geometr. indivisib.*, S. 483.

einer Zusammensetzung aus Unendlichkleinem ruhig sprechen können, da gegen eine solche einerseits von den Philosophen nicht der geringste Einspruch zu erwarten war[1]), andrerseits ein Mann von der Bedeutung Keplers dieselbe bereits praktisch geübt hatte.

Der Begriff des Indivisibels konnte, wie diese Ausführungen zeigen, Cavalieri keinerlei Schwierigkeiten bereiten; um so mehr machte ihm dafür der vollständig neue Begriff der Gesamtheit, d. i. des Inbegriffs sämtlicher Indivisibilien eines Raumgebildes, zu schaffen. Das Wort Gesamtheit ist meistens durch „omnis" gegeben; man vergleiche die Definition: „singula plana, quae in toto motu concipiuntur in proposito solido, simul collecta, vocentur: Omnia plana propositi solidi, sumpta regula eorundem vno".[2]) Da jedoch „omnis" die beiden Bedeutungen „jeder einzelne" und „alle zusammen" besitzt, und bei Cavalieri auch in beiden Bedeutungen vorkommt, so läßt die Klarheit der Darstellung oft zu wünschen übrig. Leicht hat man es natürlich, sobald Ausdrücke wie „congeries" (Zusammenfassung)[3]) oder „aggregatum" (Häufung)[4]) gebraucht sind. Zur Erzeugung einer solchen Gesamtheit gelangt nun Cavalieri auf zweierlei Weise, einmal durch Bewegung: eine bewegte Ebene schneidet der Reihe nach sämtliche Indivisibilien einer Fläche oder eines Körpers aus, das andere Mal durch Definition: durch die negative Forderung, daß in Gedanken keine einzige Linie oder Ebene ausgelassen werde.[5]) Auf ersterem Wege entsteht die Gesamtheit selbst recht anschaulich vor unseren Augen, auf dem andern erhalten wir eine abstrakte Festlegung des Begriffs der fertigen Gesamtheit, mit der sich logisch weiter operieren läßt. Außer diesen exakten Festlegungen nimmt Cavalieri auch Bilder zu Hilfe, die natürlich auch alle die Mängel und Nachteile von Bildern besitzen. So wird die Gesamtheit der Linien einer Ebene mit einem Gewebe, der Inbegriff aller Ebenen eines Körpers mit einem Buche verglichen.[6]) Die Fäden des Gewebes, die Blätter des Buches seien aber in begrenzter Anzahl vorhanden und besäßen eine gewiße Dicke, die Indivisibilien seien hingegen unteilhaft jeder Dicke und unbegrenzt an Zahl. Es kann uns nicht wundern, wenn Cavalieri dabei den naheligenden Fehler begeht, Ausdrücke und Bezeichnungen, die für das Bild gelten, auch auf das abgebildete Objekt zu über-

1) Die Scholastiker wandten sich ja nur gegen die Zusammensetzung aus Unteilbarem und gegen die Auffassung unendlichkleiner Elemente als solcher unteilbarer Größen.

2) *Geometr. indivisib.*, p. 100, def. 2.

3) *Geometr. indivisib.*, p. 111, Scholium.

4) *Geometr. indivisib.*, p. 493.

5) *Geometr. indivisib.*, p. 483.

6) *Exercitationes geometricae*, p. 3.

tragen, obwohl sie bei diesem völlig unberechtigt sind. Er weist nämlich ausdrücklich darauf hin, daß die Indivisibilien ein- und derselben Figur untereinander nicht gleiche gegenseitige Entfernung zu besitzen brauchen[1]), anstatt zu bedenken, daß von einer Entfernung der Indivisibilien überhaupt nicht die Rede sein kann. Es ist indessen dieser letzte Vorwurf etwas einzuschränken, da eine bereits zitierte Stelle beweist, daß CAVALIERI sich durchaus nicht klar war, ob zwischen den einzelnen Indivisibilien sich noch ein „aliud aliquid" befände oder nicht; vielleicht hielt er die Existenz eines solchen „aliud aliquid" für möglich auf Grund einer Bekanntschaft mit dem Paradoxon vom Rade des ARISTOTELES, über das ihm gar nicht unwahrscheinlich sein Lehrer GALILEI schon vor Herausgabe der Indivisibiliengeometrie Mitteilungen gemacht haben kann[2]), wenn er auch allerdings erst 1638 etwas darüber publiziert hat. Dieses Paradoxon läuft nämlich nach GALILEIS Auffassung darauf hinaus, daß eine stetig erscheinende gerade Linie aus einzelnen Punkten, die durch Zwischenräume von Punktdimension getrennt sind, zusammengesetzt sein kann.[3]) Ganz abgesehen davon ist es sehr verzeihlich, wenn CAVALIERI versucht, sich seinen Gesamtheitsbegriff anschaulich zu machen oder sich vorzustellen, wie ein Konglomerat von immateriellen Linien imstande ist eine Fläche auszufüllen. Denn zu seiner Zeit ist das mathematische Denken noch zu sehr mit der Anschauung verknüpft, als daß man ein rein abstraktes Vorgehen erwarten könnte; hat man doch fast zwei Jahrhunderte hindurch den Differentialbegriff, der eine selbständige geometrische Bedeutung nicht besitzt, eine solche mit Gewalt aufnötigen wollen.

Um nun mit seinem Gesamtheitsbegriff operieren zu können, leitet CAVALIERI eine Reihe von Eigenschaften desselben ab[4]), die er selbst als die Grundlagen seiner Methode bezeichnet.[5]) Man sieht natürlich ohne weiteres, daß die Definition der Gesamtheit, wie sie CAVALIERI gegeben hat, nicht ausreicht, um derartige Eigenschaften daraus zu folgern; daraus ergibt sich aber, daß die mathematischen Beweise für diese Eigenschaften unbewußt von denselben bereits Gebrauch machen müssen. Und in der Tat, gleich der erste Satz, der aussagt, daß Gesamtheiten ein Verhältnis im Sinne EUKLIDS besitzen, beruht auf dem Gedanken, daß Gesamtheiten überhaupt Größen sind, die einer Vermehrung oder Verminderung fähig sind und daß eine solche durch Änderung der Größe der einzelnen Indi-

1) *Exercitationes geometricae*, p. 17, No. XV.

2) Vergl. E. GOLDBECK, *Über Galileis Atomistik und ihre Quellen;* Biblioth Mathem. 3_3, 1902, p. 107.

3) Vergl. darüber CANTOR, a. a. O., II², p. 697.

4) *Geometr. indivisib.*, p. 108—115.

5) *Geometr. indivisib.*, p. 501.

visibilien erzielt wird. Cavalieri findet es allerdings selbst einigermaßen bedenklich von dem Verhältnis zweier Gesamtheiten zu sprechen; aber nicht etwa deshalb, weil dem Gesamtheitsbegriff an sich noch kein Größenbegriff innewohnt, denn er ist im Gegenteil der Ansicht, mit ihm sei von vorn herein auch ein gewisser Größen- und ein gewisser Zahlbegriff verbunden; er sieht vielmehr die Schwierigkeit in dem vermeintlichen gleichzeitigen Vorhandensein dieses Zahlcharakters, und hält deshalb auch folgende Erklärung für notwendig: „Wenn ich die Gesamtheiten der Geraden, der Ebenen eines Gebildes betrachte, vergleiche ich nicht deren (jener Geraden) uns unbekannte Anzahl, sondern nur die Größe, welche dem von eben diesen Geraden eingenommenen Raume zukommt, und weil dieser Raum in Grenzen eingeschlossen ist, so ist auch jene Größe in denselben Grenzen eingeschlossen und man kann sie zuzählen, abzählen, ohne ihre eigne Anzahl zu kennen.“[1]) Denselben Sinn hat die Stelle: „Ich habe besagte Aggregate von Indivisibilien nicht so sehr nach ihrem Verhältnis zum Unendlichen, das sie infolge ihrer unendlichen Anzahl von Linien beziehungsweise Ebenen einzugehen scheinen, betrachtet, als vielmehr, insofern sie eine gewisse Beziehung zum Endlichen, eine gewisse Wesenheit und deshalb die Fähigkeit erlangen, eine Vermehrung oder Verminderung zu erfahren, wenn man sie ihrer Begrenzung nach nimmt.“[2]) Aus diesen Worten geht hervor, was für Größen Cavalieri unter seinen Gesamtheiten versteht. Er sagt nämlich ausdrücklich, daß er nicht daran denke, das Continuum aus Indivisibilien zusammenzusetzen, ist also weit davon entfernt, Gebilde selbst und Gesamtheit zu identifizieren. Wohl aber ist ihm letztere eine Repräsentantin des Raums, den ihre Indivisibeln ausfüllen, ein Symbol von ihm, nicht hinsichtlich seiner metaphysischen und geometrischen Eigenschaften, sondern nur nach Größe und Maßzahl. Von der Anzahl der Indivisibilien sieht er dabei ab, ähnlich wie der Mathematiker die physikalischen und chemischen Eigenschaften eines Körpers unberücksichtigt läßt.

Doch hält es Cavalieri für notwendig, sich wegen dieser durch Definition bewirkten Trennung noch eigens zu rechtfertigen. So verweist er auf die Algebraiker, „die Wurzelausdrücke durch Addition und Multiplikation verbinden, obwohl diese ‚ineffabiles, surdae ac ignotae‘ sind. Mit demselben Recht könne er sich seiner Indivisibilien bedienen, die an Zahl ‚innominabilia, surda, ignota‘ seien, insofern sie dennoch eine von deutlichen Grenzen eingeschlossene Größe besäßen.“[3]) Auch mit philo-

1) *Geometr. indivisib.*, p. 111, Scholium.
2) *Geometr. indivisib.*, p. 483.
3) *Geometr. indivisib.*, praefatio.

sophischen Gründen verteidigt er sich gegen den Einwand, ein Verhältnis zweier Gesamtheiten sei undenkbar, weil man zwei Größenkomplexe von unbekannter und unbestimmter Individuenzahl nicht vergleichen könne, indem er nämlich den Gegeneinwand bringt, daß dann überhaupt jede Raumvergleichung unmöglich sei. Zum Nachweis dieser Behauptung[1]) stellt er sich zuerst auf die Seite derer, die das Continuum aus Indivisibilien in seinem Sinne zusammensetzen (also nicht unendlichkleinen Größen im Sinne KEPLERS, auch nicht letzten Größen im Sinne der Atomistiker). Da dann die Gesamtheit von Indivisibilien mit dem Continuum identisch ist, dem Einwurf nach aber Gesamtheiten sich nicht vergleichen lassen, so sind die Continuen selbst der Vergleichung unfähig. Ist man hingegen der Ansicht, daß das Continuum noch etwas anderes außer den Indivisibilen ist, so muß dieses andere zwischen den Indivisibilien liegen, und zwar muß zwischen je zwei Indivisibilien etwas von jenem andern liegen, denn derselbe Grund, welcher es zwischen irgend zwei Indivisibilien aufhebt, hebt es zwischen allen andern auf. Man bekommt also Elementarbestandteile zwischen den Indivisibilen und von gleicher, also ebenfalls unbestimmter Anzahl wie diese. Das Continuum ist also auch in diesem Falle eine Gesamtheit einer unbestimmten Zahl von Elementen, ist also wiederum, dem Einwurf gemäß, der Vergleichung mit einem andern unfähig.

Wie steht es endlich mit der mathematischen Berechtigung, zwei Gesamtheiten zu vergleichen? CAVALIERI hat instinktiv erfaßt, daß er die Anzahl der Indivisibilien jedenfalls dann außer Acht lassen dürfe, wenn entsprechende Indivisibilien immer gleichen Abstand von der Anfangslage des das Gebilde erzeugenden Indivisibels besäßen, denn dann wird in Figuren gleicher Höhe die Zahl der Indivisibilien dieselbe.[2]) Diese Forderung hat den Charakter einer allerdings noch nicht ausreichenden Definition, in der die erste Grundlage einer mathematischen Formulierung und Verwertung des Gesamtheitbegriffes enthalten ist.

Zur Körpermessung endlich wird derselbe tauglich durch den Satz, daß die Inhalte zweier geometrischer Gebilde sich wie ihre Gesamtheiten verhalten. Auch beim Beweis dieses Satzes macht CAVALIERI natürlich unbewußt von ihm schon Gebrauch, da ja durch ihn erst eine allgemeine Definition des Körperinhalts geschaffen wird. Es handelt sich also jetzt darum, das Verhältnis zweier Gesamtheiten zu finden. Da diese hierzu nicht genügend definiert sind, so ist es wiederum selbstverständlich, daß unvermerkt irgend ein weiteres Prinzip der Körpermessung verwertet werden

---

1) *Geometr. indivisib.*, p. 111, Scholium.

2) *Geometr. indivisib.*, p. 116: „indefinitus nempe numerus omnium antecedentium [Indivisibilien] et consequentium, qui pro utrisque [Gesamtheiten] hic idem est, quicunque sit.“

muß, und dieses besteht in der stillschweigenden Voraussetzung, zwei Gesamtheiten haben ein bestimmtes, festes Verhältnis, wenn alle einzelnen entsprechenden Indivisibilien dieses Verhältnis besitzen. Bewiesen ist dieser Satz nirgends, aber erst durch ihn ist der Begriff des Verhältnisses zweier Gesamtheiten völlig bestimmt.

Damit kommen wir zu einem wichtigen Punkt. In dem Gefühl nämlich, seine Methode möge nicht überall Anklang finden, verbreitet sich Cavalieri über ein zweites Verfahren, das durch Vermeidung des schwierigen Gesamtheitbegriffes die Vorteile der Indivisibilien mit geometrischer Strenge vereinigen sollte. Diese zweite Methode wird in den *Exercitiationes geometricae* die „posterior methodus indivisibilium" genannt aus dem ganz äußerlichen Grund, weil sie im Buche örtlich später als die Gesamtheitsmethode kommt. Nun stimmt diese „posterior methodus" inhaltlich mit einem bereits im 7. Buch der Indivisibiliengeometrie ausgeführten Verfahren überein, das auf folgendem Hauptsatz beruht: Zwei Gebilde haben gleichen Inhalt, wenn alle ihre entsprechenden Parallelschnitte gleich sind; entsprechend heißen auch hier wieder die Schnitte mit gleichem Abstand von einer gewissen Basis. Dieser Satz ist aber seinem Wesen nach völlig identisch mit dem eben erwähnten Definitionsprinzip für die Vergleichung von Gesamtheiten; er bildet daher auch die Grundlage für die Methode der Gesamtheiten, nur daß bei ihr eben dieser Begriff eine durchaus kürzere gedrängtere Fassung gestattet.

In dieser Forderung der Gleichheit sämtlicher entsprechender Parallelschnitte liegt aber implizit eine Verwendung des Koordinatenbegriffs, schon allein insofern, als man in jeder Gesetzmäßigkeit, die sich nicht auf Form und ähnliche Eigenschaften eines Gebildes, sondern lediglich auf die wechselseitige Entfernung d. i. die Lage der einzelnen Punkte dieses Gebildes bezieht, eine Koordinatenbeziehung im weiteren Sinn erblicken kann. Der gewöhnliche Koordinatenbegriff liegt bei der Darstellung Cavalieris allerdings ziemlich versteckt. Es sind nämlich z. B.[1]) (Fig. 1) die Figuren BZv

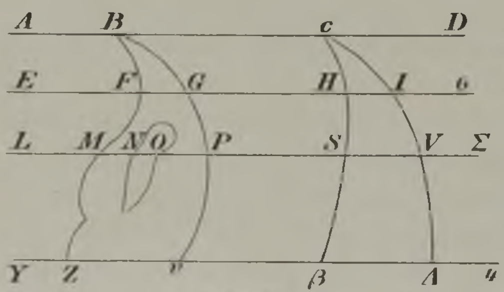


Fig. 1.

und $c\beta A$ nach Art der Zeichnung von vornherein schon zwischen die Parallelen AD und $Y4$ hineingestellt und eine beliebige Anzahl von weiteren Parallelen ($E6$, $L\Sigma$) gezogen. Die Figuren heißen dann gleich,

1) *Geometr. indivisib.*, p. 484.

wenn $FG = HI$, MN und OP zusammen $= SV$, und analog für sämtliche Parallelen, die gezogen werden können. Dadurch nun, daß die beiden Figuren schon von allem Anfang an in eine passende Lage gebracht sind, ist es nicht mehr nötig eigens zu erwähnen, daß die Abstände der Stücke FG, MN, OP und HI, SV, von Zv und βA d. i. die y-Koordinaten der Punkte F, G, H, I usw., beziehungsweise gleich sein müssen; daß ferner die Koordinaten parallel zu $Y4$, d. i. der X-Axe fehlen, hat seinen Grund darin, daß gerade hier durch Einführung der Schnitte FG, HI usw. die Darstellung wesentlich einfacher wird als durch Zählung der Punkte F, G, H, I usw. von einer besonderen Y-Axe aus. Viel deutlicher als hier tritt der Koordinatencharakter der Parallelschnitte, der auch durch den öfteren Gebrauch der Ausdrücke Abscisse[1]) und „ordinatim applicata“[2]) bestätigt wird, im 1. Buch hervor, in dem Cavalieri eingehend die Ähnlichkeit zweier ganz willkürlicher Gebilde untersucht.

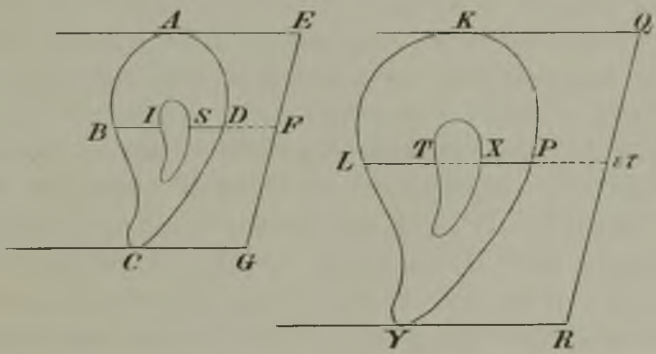


Fig. 2.

Soll z. B. (Fig. 2) die Ähnlichkeit der beiden Figuren $ABCD$ und $KLYP$ nachgewiesen worden, so verschafft er sich zunächst an jede der Figuren zwei parallele Tangenten AE und CG bezw. KQ und YR derart, daß sämtliche Punkte einer jeden Figur innerhalb ihrer zwei Tangenten (regulae) liegen. Des weiteren zieht er die Geraden EG und QR unter beliebiger aber gleicher Neigung gegen diese Tangenten, und teilt sie durch eine Anzahl Punkte (gezeichnet sind nur F, $\varepsilon\tau$) derart, daß entsprechende Stücke EF, $Q\varepsilon\tau$ sich wie die Geraden EG, QR selbst verhalten. Durch diese Teilpunkte werden jetzt zu den Tangenten Parallele gezogen, aus denen die Konturen der gegebenen Figuren und die Geraden

1) *Geometr. indivisib.*, p. 101. Cantor gibt (a. a. O. II², p. 898) 1659 als das Jahr der ersten Benutzung dieses Wortes an.

2) *Geometr. indivisib.*, p. 97, cor. I. Diese Wortverbindung kommt nach Cantor (a. a. O. II², p. 812) zum erstenmal 1615 vor; sie findet sich aber schon 1604 bei Lucas Valerius, *De centro gravitatis libri tres*, l. III pr. 4.

EG, QR gewisse Stücke FB, $FI\ldots$ bezw. $\varepsilon\tau L$, $\varepsilon\tau T\ldots$ ausschneiden. Gelingt es nun diese Konstruktionen so auszuführen, daß alle entsprechenden von diesen Stücken sich wie die Geraden EG, QR selbst verhalten, so heißen die gegebenen Figuren ähnlich. Die ganze Untersuchung läuft also nach moderner Auffassung darauf hinaus, für jede der beiden Figuren ein Koordinatensystem zu finden; dabei bildet die eine Axe die Tangente AE bezw. KQ, die andre Axe die Gerade EG bezw. QR. Die Bedingung für die Ähnlichkeit besteht dann in dem festen Verhältnis sämtlicher entsprechender Koordinaten; bei der Cavalierischen Formulierung dieser Bedingung tritt von selbst ganz zufällig die Wortverbindung „omnes lineae" auf, ohne daß ihr eine spezielle Bedeutung zukommt.

Erst durch den Begriff des Parallelschnitts, in dem wir soeben eine Art von Koordinatenbegriff erkannt haben, wird es möglich den Zusammenhang zwischen dem ersten und den folgenden Büchern der Indivisibiliengeometrie zu erklären. Während nämlich Cavalieri im 1. Buch zeigt, wie man den Begriff des Parallelschnittes mit Hilfe von dessen Koordinatencharakter zur Untersuchung der Ähnlichkeit gegebener Figuren und verwandter Probleme praktisch verwerten kann, nimmt er in den folgenden Büchern auch noch die Fähigkeit des Parallelschnittes, durch Bewegung das Gebilde selbst zu erzeugen, hinzu. Dadurch erhält jetzt dieser Begriff noch den Nebenbegriff des Indivisibels, der bloße Ausdruck „omnes lineae" verdichtet sich gewissermaßen zu einem begrifflich neuen Objekt, denn jetzt treten nicht mehr einzelne Parallelschnitte auf, die betrachtet werden müssen, sondern ein ganzes stetiges Gebilde von solchen. Um jedoch mit dem neuen Begriff operieren zu können, muß, wie gezeigt wurde, wieder der Koordinatencharakter des Parallelschnitts in Form des erwähnten Definitionsprinzipes für die Vergleichung von Gesamtheiten herbeigezogen werden.

Damit ist also folgendes gewonnen: Die ganze Cavalierische Geometrie beruht auf der planmäßigen Verwendung des Parallelschnitts, der die Rolle unserer Koordinaten spielt. Insofern als dieser Parallelschnitt seiner Anlage nach Gebilde nächst höherer Dimension zu erzeugen vermag, gewinnt er außerdem noch die Bedeutung des Indivisibels der Scholastiker. Unter der Gesamtheit eines Gebildes ist der Inbegriff aller seiner Indivisibilien zu verstehen, insofern diese durch die Begrenzung des Gebildes gegen den Raum selbst begrenzt sind. Es kommt aber dem Gesamtheitsbegriff außer dieser einen Natur oder Wesenheit noch eine zweite in der Hinsicht zu, als die konstituierenden Indivisibilien in einer gewissen (allerdings unbestimmten und unendlich großen) Anzahl vorhanden sind. Doch werden die Gesamtheiten nur ihrer ersten endlichen Natur nach betrachtet, die sie zu Repräsentanten des erfüllten Raumes stempelt.

Fragen wir endlich nach der Entstehung der CAVALIERIschen Methode, so liegen nur wenig Andeutungen darüber vor. So finden sich in der Indivisibiliengeometrie KEPLER und LUCAS VALERIUS zitiert.[1]) Von dem ersten kann CAVALIERI sein Verfahren nicht haben, weil KEPLERS Methode durchweg auf den verschiedensten, dem jeweiligen Bedürfnis angepaßten Kunstgriffen mit unendlichkleinen Größen beruht, während sich bei CAVALIERI nirgends ähnliches findet. Auch nach VALERIUS kann er seine Methode nicht gebildet haben, da dieser lediglich eine Abänderung des ARCHIMEDischen Verfahrens besitzt, ebenso wie auch GREGORIUS A ST. VINCENTIO, von dessen Untersuchungen CAVALIERI allenfalls erfahren haben mag. Die ARCHIMEDische Methode nämlich und ihre Nachbildungen sind durchaus von der seinen verschieden, denn sie sind indirekte Beweisverfahren, setzen die Kenntnis des Resultats bereits voraus, operieren nirgends mit Indivisibilien oder Koordinaten, sondern ausschließlich mit ein- und umschriebenen Figuren; kurz, der Unterschied beider Methoden ist so groß, daß ich eine Entwicklung der einen aus der andern für vollkommen ausgeschlossen halte. Ich glaube vielmehr, daß CAVALIERIS Verfahren auf ein bestimmtes Vorbild überhaupt nicht zurückführbar, sondern in folgender Weise entstanden ist. Zu seinen ersten Untersuchungen wurde er nach eigner Aussage[2]) durch die Wahrnehmung geführt, daß zwischen den Maßzahlen eines Umdrehungskörpers und der erzeugenden Figur eine auffällige Verwandtschaft besteht. So ist ein Rechteck das doppelte eines Dreiecks, dessen Basis mit einer Seite des Rechtecks und dessen Spitze mit der Mitte der betreffenden Gegenseite zusammenfällt, während der entsprechende Rotationszylinder zu seinem Kegel sich wie 3 zu 1 verhält. Er habe, fährt CAVALIERI fort, um den Grund dieser Tatsache zu finden, ursprünglich die erzeugende Figur in allen ihren Einzellagen betrachtet erst später sei er auf Anwendung von Parallelschnitten gekommen. Bezüglich des letzten Punktes ist es möglich, daß er durch das bloße Betrachten der Figuren bei LUCAS VALERIUS[3]) zum Gebrauch derselben angeregt wurde. Weiter mag er dann bei den Körpern, die er zuerst behandelte, auf gewisse Gesetzmäßigkeiten unter diesen Parallelschnitten gekommen sein, mag auch ähnlich, wie er vorher die erzeugende Figur in allen ihren Lagen betrachtete, jetzt den Parallelschnitt in allen seinen Lagen betrachtet und schließlich durch den Einfluß der scholastischen Stetigkeitsanschauungen als erzeugendes Element aufgefaßt haben. Den Hauptsatz über die Gleichheit zweier Gebilde kann er durch bloße An-

1) *Geometr. indivisib.*, praefatio.

2) *Geometr. indivisib.*, praefatio.

3) *De centro gravitatis solidorum libri tres* (Rom 1604).

schauung gefunden haben, denn auch Descartes hat ihn selbständig[1]) auf diesem Weg entdeckt und vielleicht auch Roberval. Cavalieri muß übrigens diesen Satz bereits vor der praktischen Verwertung des Gesamtheitsbegriffes besessen oder doch dunkel gefühlt haben, da er der ganzen Gesamtheitstheorie zugrunde liegt. Weiter läßt sich über die Entstehung der Indivisibiliengeometrie nichts mit Sicherheit aussagen; eine prinzipielle Beeinflussung von Seiten Galileis, der zwar ebenfalls einen Indivisibilienbegriff besaß (eine Tatsache, die Cavalieri bekannt war)[2]), scheint mir deshalb unwahrscheinlich, weil seine Ansichten über Stetigkeit und Indivisibel so sehr von denen der Scholastiker und damit auch Cavalieris abwichen,[3]) daß letzterer sie unmöglich verwerten konnte.

Daß Cavalieris Geometrie nicht ungeteilten Beifall fand, ist bekannt. Hier sei nur erwähnt, daß Tacquet in seinem Werk *Cylindricorum et annularium libri IV* (1651) einen Einwurf macht[4]), den Cavalieri selbst schon 1647 in seinen *Exercitationes geometricae* zurückgewiesen hatte.[5]) Tacquet scheint nämlich nicht zu wissen, daß Cavalieri ausdrücklich verlangt, daß nur Indivisibilien, die gleichen Abstand von einer festen Axe aus besitzen, verglichen werden dürfen, und kommt so zu den wunderlichsten Paradoxien. Barrow, der Cavalieris Werke und die darin enthaltene Verteidigung nicht kennt, weist den Fehler Tacquets nach; er verwendet auch gekrümmte Indivisibilien zur Quadratur von Kreis und Kugelfläche,[6]) während Cavalieri sie nur bei der Quadratur der Spirale benutzt.

Der nächste Schriftsteller nach Cavalieri, bei dem wir den Gebrauch von Indivisibilien antreffen, ist Roberval. Bei ihm tritt uns die mißliche Tatsache entgegen, daß zwischen seinen Entdeckungen und deren Darstellung bezw. Veröffentlichung eine große Zwischenzeit liegt. Denn seine Werke sind erstmalig 1693 erschienen, hernach noch einmal herausgegeben

---

1) Eine Art Gesamtheit heterogener Elemente benutzt Descartes bereits 1629 zur Untersuchung des freien Falls (13. November, Brief an Mersenne); der Cavalierische Hauptsatz findet sich 1638 angewandt zur Quadratur der Zycloide (27. Juli). Von Cavalieris Leistungen scheint Descartes erst viel später genaue Kenntnis erhalten zu haben (Brief an Mersenne, 20. April 1646); dann ist allerdings unerklärt, wie er seine Quadraturen und Schwerpunktsbestimmungen allgemeiner Parabeln gefunden hat (13. Juli 1638). Siehe *Oeuvres de* Descartes, *publiées par* Adam *et* Tannery, Bd. 2 und 3.

2) Cantor, a. a. O. II^2, p. 831.

3) Vgl. E. Goldbeck, *Galileis Atomistik und ihre Quellen;* Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 106—108.

4) L. II, pars I, schol. ad. pr. 2, p. 38.

5) *Exercitationes geometricae*, p. 238—239.

6) *Lectio in qua theoremata* Archimedis *de sphaera et cylindro per methodum indivisibilium investigata exhibentur, ac breviter demonstrata* (London 1678), p. 15 u. f.

von der Pariser Akademie der Wissenschaften 1730; die erste Nachricht über seine Indivisibilien erhalten wir 1647, obwohl ROBERVAL sie bereits 1636 oder 1637 zur Quadratur der Zycloide verwertet hatte.

Wenn hier von der gewöhnlichen Angabe 1634 abgewichen ist[1]), so sind mir dabei folgende Gründe maßgebend: Für die Zahl 1634 sind von authentischen Belegen nur diese drei vorhanden: 1) ein Brief ROBERVALS an TORICELLI, wahrscheinlich vom Frühjahr 1647, gedruckt 1693 mit seinen übrigen Schriften; 2) die *Histoire de la roulette* von PASCAL; 3) ein mir nicht näher bekanntes Schriftstück MERSENNES vom Jahr 1647.[2]) Da keine der drei Nachrichten vor 1647 abgefaßt ist, so dürfen zunächst die darin enthaltenen Daten wegen des damals bereits ausgebrochenen Streites zwischen ROBERVAL und TORICELLI nur mit höchster Vorsicht aufgenommen werden; denn ROBERVAL und PASCAL können als die Hauptbeteiligten an jenem Streit nicht als unparteiisch gelten, und MERSENNES Zeugnis hat deshalb keine Bedeutung, weil er nach so langer Zeit hinsichtlich des Datums leicht unsicher und schwankend geworden sein kann, so daß eine Beeinflussung von Seiten ROBERVALS leicht möglich war. Nun fällt bei PASCAL folgende Stelle auf: ROBERVAL habe 1634 die Zycloidenquadratur gefunden und das Resultat MERSENNE unter der Bedingung gezeigt, daß er es ein Jahr lang für sich behalte. Nach Ablauf desselben, also 1635, habe MERSENNE verschiedenen Mathematikern den betreffenden Satz mitgeteilt, worauf FERMAT und DESCARTES sofort Beweise dafür gefunden hätten. Bemerkenswert ist, daß die beiden Zahlen 1634 und 1635 ausdrücklich angeführt werden, ein Druckfehler also ausgeschlossen ist. PASCALS Darstellung verträgt sich aber nicht mit dem Datum eines Briefes von DESCARTES an MERSENNE vom 27. Juli 1638, in dem ersterer für die Vermittlung von ROBERVALS Entdeckung dankt und auch einen Beweis für sie beigibt. Zwei Angaben PASCALS sind also sicher falsch: entweder beide Jahreszahlen oder die Zahl 1635 und die Behauptung, MERSENNE habe ROBERVALS Ergebnis ein Jahr lang für sich behalten. Da nicht einzusehen ist, warum PASCAL diese letztere Behauptung erfunden haben soll, so wird man sie wohl gelten lassen und dafür die beiden Jahreszahlen für falsch erklären. Dann ist aber für die Mitteilung der Zycloidenquadratur an MERSENNE das Jahr 1637 anzunehmen. Diese Datierung wird gestützt durch folgenden Tatbestand. MERSENNE hat 1637 in seiner *Harmonie universelle* (t. II, Nouvelles obs. phys., obs. 11)[3])

---

1) Vgl. auch die Bemerkung von TANNERY in der Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, p. 511.

2) MONTUCLA, *Histoire des mathématiques* (éd. 2), t. 2, p. 54: „Le P. MERSENNE, écrivant en 1647, donne à la solution du problème de l'aire de la cycloïde, la date de l'année 1634."

3) MONTUCLA, a. a. O., t. 2, p. 54.

das Verhältnis der Zycloide zum erzeugenden Kreis veröffentlicht. Doch ist hierbei zu beachten, daß diese Notiz nur die Korrektur einer im 1. Band geäußerten falschen Ansicht über die Zycloide ist.[1]) Es muß also der 1. Band jedenfalls schon gedruckt gewesen sein, sonst hätte Mersenne gleich die betreffende Stelle selbst verbessern können. Nun wurde aber der Druck der *Harmonie* 1636 begonnen; vor diesem Jahre hatte also Mersenne sicher keine Kenntnis von Robervals Entdeckung. Nach Pascals Bericht darf man annehmen, daß letztere nicht sehr viel früher als die Mitteilung an Mersenne erfolgt ist; damit ergibt sich als Datum der Entdeckung selbst etwa Ende 1636 oder Anfang 1637.

Die erwähnten großen Zeiträume zwischen seinen Entdeckungen und Veröffentlichungen ermöglichten es Roberval, seinen ursprünglichen Gedankengang zu ändern und fremde, jüngere Ideen sich zu nutze zu machen. Nun wird man es allerdings begreiflich finden, daß ein Autor in seinen Werken nachträglich noch Verbesserungen anbringt, unhaltbare Anschauungen durch modernere ersetzt; aber wenn die Darstellung grundlegender Vorstellungen durch solche Zusätze und Änderungen unklarer wird, wenn sie jeden Zusammenhang mit den Methoden selbst dadurch verliert, wenn die wichtigsten Begriffe gar nicht oder nur vorübergehend erwähnt werden, dann läßt sich nur zweierlei schließen: entweder war sich der Verfasser selbst nicht klar oder er hatte irgend einen Grund, seinen Gedankengang zu verschleiern. Für Roberval kann man wohl beide Motive in Anspruch nehmen; ich stelle mir etwa vor, daß er Cavalieris Werke kennen gelernt und sich von der Zweckmäßigkeit der darin beschriebenen Methoden überzeugt hat, während ihm der nur philosophisch Gebildeten bekannte Indivisibilienbegriff unverständlich blieb und ihn, den Praktiker, auch nicht weiter interessierte. Für eine Benutzung Cavalieris spricht nämlich einmal die Identität der beiden Methoden, dann der gleichzeitige Gebrauch von Ausdrücken wie „regula", „genitrix", „simul sumpti", „omnes lineae" in seinen beiden Bedeutungen, ferner die Tatsache, daß Robervals Untersuchungen sich von vornherein auf viel schwierigere Probleme erstrecken als die Cavalieris, überhaupt die Methoden praktisch mit der größten Eleganz und Sicherheit, oft sogar Kühnheit[2]) gehandhabt werden, wie sie bei einem Ersterfinder in der Regel nicht anzutreffen ist. Hätte weiterhin Roberval als erster für sich allein sein Verfahren erfunden, so hätte er

1) Montucla, a. a. O., t. 2, p. 59: „Car Mersenne, à la fin de son Harmonie universelle qui parut en 1637, corrige, d'après la découverte de Roberval, ce qu'il avoit dit dans le premier volume, sur la cycloïde qu'il prenoit alors pour une ellipse."

2) Der Vergleich zwischen Spiralen und Parabelbogen bei Mersenne, *Cogitata physico-mathematica* (Paris 1644), *Hydraulica* p. 113. Diese Untersuchung wird in *Oeuvres de* B. Pascal (A la Haye, 1779, t. V, p. 427) Roberval zugeschrieben.

sich doch jedenfalls zuerst über dessen Berechtigung und Zuverlässigkeit vergewissert, was ihn zu klareren Anschauungen über die Indivisibilien hätte führen müssen; er muß also schon von anderer Seite her erfahren haben, daß die von ihm benutzte Methode richtig und sicher sei.

Allerdings lassen sich gegen diese Ansicht auch verschiedene Bedenken vorbringen; ohne aber auf dieselben näher einzugehen, seien jetzt ROBERVALS Grundlagen seiner Indivisibilienmethode besprochen. Er habe sich, so sagt er in dem bereits erwähnten Brief an TORRICELLI von 1647, davor gehütet, ähnlich wie CAVALIERI Ungleichartiges mit einander in Vergleich zu bringen. Für ihn bestehe die Linie aus unendlichvielen, oder der Zahl nach unbegrenzt vielen Linien („ex infinitis seu (!) indefinitis numero lineis"), die Oberfläche, der Körper, der Winkel aus unendlichvielen Flächen, Körpern, Winkeln. In seinem *Traité des indivisibles* zerlegt („diviser")[1]) er ebenso eine Linie in unendlichviele Teile oder Linien („des petites lignes"), die untereinander alle gleich sein oder auch nach einem bestimmten Gesetz fortschreiten können. „Wie nun jede dieser kleinen Linien von Punkten begrenzt ist, wird man an ihrer Stelle Punkte benutzen, und wird dann anstatt eines Verhältnisses von allen den kleinen Linien zusammen von einem Verhältnis aller dieser Punkte sprechen." Man beachte hierbei die strenge Trennung zwischen den homogenen und den sie begrenzenden heterogenen Größen; welches von beiden aber die Indivisibeln seien, wird nirgends gesagt. Man sieht leicht, daß es nur eine leere Ausrede ist, wenn er die Anwendung der Bezeichnung „tous ces points" statt des angeblich exakteren „toutes les lignes" als eine bloße Redeweise ohne weitere Bedeutung hinstellt. Im Gegenteil, seine Methode beruht auf dem CAVALIERIschen Hauptsatz, d. h. gerade auf der Verwendung heterogener Größen. Warum betont er aber dann so entschieden die Homogeneität der Elementarteile, wenn er von diesen doch keinen Gebrauch macht? Einen Grund dafür sehe ich in seinem Bestreben, in bewußten Gegensatz zu CAVALIERI zu treten; ferner glaube ich auch, daß ROBERVAL selbst keine klare Ansicht in diesen Fragen besessen hat. Ein weiterer Grund liegt darin, daß er in der konsequenten Anwendung des Gesamtheitbegriffs viel weiter geht als CAVALIERI. Dieser unterscheidet noch streng zwischen Gebilde und Gesamtheit, bei jenem dagegen sind diese Begriffe kaum mehr getrennt. Denn nach der aus dem angeführten Briefe ROBERVALS zitierten Stelle ergibt sich doch, daß er eigentlich nur Gesamtheiten homogener Teilchen im Auge hat. Die Art und Weise ferner, wie er mit dem Gesamtheitsbegriff umspringt, erinnert uns Moderne völlig an eine in Worte

1) Memoires de l'academie royales des sciences [de Paris] 1666—1699, VI Ausgabe von 1730), p. 207.

umgesetzte Rechnung; da mag denn Roberval beobachtet oder wenigstens unklar gefühlt haben, daß die Operationen mit dem Gesamtheitsbegriff ganz analog wie das Rechnen mit algebraischen Summen vor sich gehen. Nimmt man jetzt dazu die halb und halb entwickelte Vorstellung der Gesamtheit als des Inbegriffs aller homogenen Teile eines Gebildes, so ist kein weiter Schritt mehr bis zur Auffassung der Gesamtheit als einer Summe und in der Tat findet sich bei Roberval bereits ab und zu dafür das Wort „summa" [1]) gebraucht.

Dieser Zwiespalt, über den Roberval nicht hinweg gekommen ist, ist bei dessen Schüler Pascal in der schönsten Weise gelöst. Ein glücklicher Zufall wollte nämlich, daß dieser das *Opus geometricum* des Gregorius a St. Vincentio kennen lernte, der von dem Archimedischen Verfahren ausgehend eine neue Methode der Flächen- und Körpervergleichung sich gebildet hatte. Bei diesem Verfahren handelt es sich nun darum z. B. einer Fläche Rechtecke derart einzuschreiben, daß der Unterschied zwischen gegebener und eingeschriebener Figur kleiner als ein gegebenes Flächenstück ist. Gregorius nimmt nun gewöhnlich das letztere von vornherein schon sehr klein an, und das brachte Pascal auf den Gedanken, daß man dann praktisch von der Gleichheit der beiden Gebilde sprechen könne. [2]) So wurde er darauf geführt, jede beliebige Fläche durch die Summe von unbegrenzt kleinen (eigentlich hinlänglich kleinen) Rechtecken zu ersetzen, „was nichts ausmacht, da die Summe der substituierten Stücke von der der eigentlichen nur weniger differiert als irgend eine gegebene Größe." [3]) Man bemerke wohl, daß Pascal nicht etwa von der Vorstellung ausgeht, daß mit fortwährend abnehmendem Unterschied die gegebene und eingeschriebene Figur schließlich zusammenfallen, sondern daß er den Unterschied wegen seiner Kleinheit einfach vernachlässigt. Das erstere wäre Verwendung des Grenzbegriffes, das zweite ist eine geometrische Eigenschaft der sogenannten unendlichkleinen Größen. Zu dieser selbständigen Überlegung Pascals kommen jetzt die Vorarbeiten Robervals, der bereits nahe daran war, den Gesamtheitsbegriff als Summe von homogenen Stücken aufzufassen; prinzipiell hatte er das ja bereits getan, nur operierte er faktisch noch immer mit heterogenen Größen. Es war demnach für Pascal ein leichtes, die Begriffe der Summe von unbegrenzt kleinen Rechtecken

---

1) Mém. de l'acad. des sc. [de Paris] 1666—1699, VI (Ausg. von 1730), p. 319.

2) Damit ist die eingangs geforderte Aufstellung eines erweiterten Gleichheitsbegriffs vollzogen. Es ist übrigens beachtenswert, daß Tacquet, den nicht die Frage nach der Zusammensetzung des Continuums, sondern die Methode des Gregorius selbst interessierte, von dieser ausgehend zum Grenzbegriff gelangte, worüber ich bei späterer Gelegenheit berichten werde.

3) Pascal, a. a. O., V., p. 246.

und der Gesamtheit von Indivisibilien zu vereinigen, und so die Methoden der Flächen- und Körpermessung theoretisch neu zu begründen. Übrigens hat PASCAL vielfach die Ausdrucksweise ROBERVALS, die von Gesamtheiten heterogener Größen spricht, belassen; doch definiert er ausdrücklich[1]), er verstehe z. B. unter der „Summe der Ordinaten eines Kreises" („la somme des ordonnées") die Summe einer unbegrenzten Zahl von Rechtecken, die von jeder Ordinate mit jedem (ihr anliegenden) von den gleichen Stückchen gebildet werden, in die der Durchmesser geteilt ist.

PASCAL unterscheidet ebenso wie ROBERVAL zwischen homogenen und heterogenen Teilen eines Gebildes, denn er denkt sich beispielshalber eine Kurve ebenfalls durch Punkte Z in eine unbegrenzte Zahl von gleichen[2]) Stücken geteilt; aber er hat im Gegensatz zu seinem Lehrer wieder eine klare Vorstellung vom Indivisibel und versteht darunter heterogene Größen genau so wie CAVALIERI, nur fehlt dabei jetzt ihr Bewegungscharakter vollständig. Diese Auffassung beweist z. B. eine Stelle[3]), an der gesagt ist, eine gewisse Größe verhalte sich zu einer andern wie ein Indivisibel, da sie eine Dimension weniger habe. Der gleiche Sinn liegt auch folgenden Stellen[4]) aus der Abhandlung *Réflexions sur la géométrie* zugrunde. Die Null ist ein wirkliches Zahlenindivisibel, gerade wie das Indivisibel eine wirkliche Null des Raumes ist. Ein Indivisibel wird, beliebig vermehrt, nie ein Ausgedehntes ausmachen. Null kann, unendlich vermehrt („infiniment multiplié"), immer wieder nur ein Indivisibel geben. Denn ein Ausgedehntes ist bis ins Unendliche teilbar, ohne daß die Teile zu Null werden. PASCAL macht übrigens die Verwandtschaft zwischen fortgesetzter Teilung und Multiplikation durch ein sehr hübsches Bild anschaulich[5]), das einigermaßen an DESARGUES erinnert. Er denkt sich nämlich ein Schiff, das sich vom Strande entfernt. Ein Beobachter wird (selbstverständlich unter der Annahme, daß das Meer sich als Ebene bis ins Unendliche erstreckt), das Schiff dem Horizonte immer näher kommen sehen, und doch wird es ihn nie erreichen, weil es auch das Unendliche nie erreichen kann. Die wirkliche Bewegung des Schiffes repräsentiert die unbegrenzte Vermehrung, seine scheinbare die endlose Teilung.

PASCALS Auffassung bildet die Grundlage für eine richtige Beurteilung des LEIBNIZschen Differentials; der eigentliche Begriff der unendlichkleinen Größe, wie er nach LEIBNIZ gebraucht wurde, verdankt

1) PASCAL, a. a. O., V., p. 247.

2) Diese Bestimmung geht auch auf GREGORIUS zurück wie noch manche andre Stelle bei PASCAL.

3) PASCAL, a. a. O., V, p. 259.

4) PASCAL, a. a. O., II, p. 36.

5) PASCAL, a. a. O., II, p. 34 und 35.

dagegen Wallis seine Entstehung.[1]) Pascal und Roberval waren noch der Ansicht, daß ein Teilungsprozeß überhaupt keine Ende besäße und sie schlossen dies daraus, daß immer, wo man auch mit der Teilung aufhört, immer noch ein kleiner Rest übrig bleibt. Nun hat aber Wallis den völlig neuen Begriff der Grenze; durch das Erreichen derselben ist ihm ein idealer Abschluß eines unendlichen Prozesses definiert und so lange sie nicht erreicht ist, ist eben der Prozeß noch kein unendlicher. Auf Grund dieser Auffassung wird aber dem Unendlichen eine ganz bestimmte feste Stellung, die durch den Grenzwert charakterisiert ist, zugewiesen; und dieser Umstand wirkt auf Wallis so mächtig ein, daß er dem Unendlichen auch ein ganz bestimmtes Zeichen, nämlich das heute noch gebräuchliche, zuordnet.[2]) Er hat auch als erster die Gleichungen $0 = \frac{1}{\infty}$ und $\frac{1}{0} = \infty$, sowie einige ähnliche Beziehungen. Alles unendlichkleine heißt ihm ein „non-quantum“, d. i. überhaupt keine Größe. Daher identifiziert er auch unendlichkleine Rechtecke mit geraden Linien, unendlichdünne Zylinderabschnitte mit ebenen Figuren. „Suppono in limine“, sagt er „planum quodlibet ex infinitis parallelis conflari. Vel potius (quod ego mallem) ex infinitis parallelogrammis aeque altis . . . altitudo supponitur infinite parva, hoc est, nulla (nam quantitas infinite parva perinde est atque non-quanta) vix aliud est quam linea“. Es ist noch zu erwähnen, daß schon vor Wallis Kepler in seiner *Stereometria doliorum* nützliche Wechselbeziehungen zwischen heterogenen und unendlichkleinen homogenen Größen geknüpft hatte, indem er diese zwar nicht identifizierte, aber doch als nahe verwandte Gebilde hinstellte.

Der Indivisibilienbegriff war also, wenn wir die Hauptergebnisse unsrer Untersuchung kurz zusammenfassen, ein den Scholastikern vollkommen geläufiger Begriff und konnte deshalb von Cavalieri zur prägnanten Bezeichnung seiner Methode angewandt werden. Roberval hatte nur eine unklare Auffassung von seinem Wesen, dagegen betont Pascal wieder streng seine Heterogeneität, während er den ihm eigenen Bewegungscharakter nicht kennt. Wallis ändert die von Pascal eingeführten unbegrenztkleinen Größen in unendlichkleine Größen um und identifiziert diese mit den Indivisibilien Pascals. Mit dem Indivisibilienbegriff ist auch ein Koordinatencharakter verbunden, der bei Cavalieri allerdings erst durch den vermittelnden Begriff des Parallelschnitts erklärt werden kann. Bei den anderen drei Autoren fallen wegen des mangelnden Bewegungscharakters diese drei Begriffe in einen zusammen: den Indivisibilienbegriff. Erst nach Wallis tritt eine Differenzierung desselben ein: wenn seine

---

1) Vergl. darüber die Einleitungen zu seinen *Sectiones conicae*, sowie seiner *Arithmetica infinitorum*.

2) *Sectiones conicae*, p. 1. pr. 3.

metrische Seite betont wird, zu der ebenfalls erst nach WALLIS der Variabilitätscharakter tritt, so heißt das Indivisibel Koordinate, während es in seiner Eigenschaft als integrierendes Element eines Gebildes Differential genannt wird. Auf diese Wandlungen des Indivisibilienbegriffes ist von großem Einfluß die Entwickelung des Gesamtheitsbegriffes, der bei CAVALIERI noch rein abstrakt definiert ist und sich allmählich in den mathematischen Summenbegriff verwandelt. In dem Moment, wo nicht mehr von Gesamtheiten, sondern von Integralen gesprochen wird, ist auch von Differentialen statt von Indivisibilien die Rede, eine Unterscheidung, die anfänglich rein formell ist, aber später von prinzipieller Bedeutung wird. Diese letztgeschilderte Wandlung vollzieht sich bekanntermaßen bei LEIBNIZ, dem Erfinder unseres Infinitesimalkalküls.

Osservazioni sopra la storia di un problema pseudo-elementare.

Di Gino Loria a Genova.

Nelle successive edizioni che ebbe l'ottimo *Traité de géométrie* di E. Rouché e C. de Comberousse (almeno sino alla VI inclusivamente) si trova proposta, come Esercizio 453 la seguenta questione: *Dividere un triangolo in quattro parti equivalenti mediante due rette fra loro perpendicolari.*[1]) L'apparente analogia che essa presenta con altre risolubili con riga e compasso fece ritenerla da quegli autori di natura elementare, mentre essa è di un grado assai superiore al secondo. Ora le difficoltà che incontrarono coloro che di recente si sforzarono di risolverla, consigliarono i direttori di L'intermédiaire des mathématiciens ad inserirla fra le prime questioni di quell' utilissima raccolta.[2]) Furono in conseguenza istituite delle indagini scientifiche e storiche; quelle vennero compiute di E. de Jonquières[3]) e condussero a concludere l'impossibilità

1) IV ed. (Paris 1879), p. 354.

2) T. I (Paris 1894), p. 1.

3) Id. p. 55. Per una dimenticanza, di cui mi dolgo, io non feci menzione di questo lavoro analizzando *L'oeuvre mathématique d'Ernest de Jonquières* (Bibliotheca Mathematica 3_3, 1902, p. 276—322).

Colgo, anzi, la propizia occasione che mi si offre per segnalare alcuni altri brevi scritti dell' eminente matematico, da lui pubblicati sotto il pseudonimo *Nauticus*, in L'intermédiaire des mathématiciens; chi ne fosse l'autore mi fu rivelato dal mio dotto amico H. Brocard, al quale porgo qui vivi ringraziamenti; di che cosa trattino risulta dal seguente breve elenco:

1, 1894, p. 167—168. Risposta ad un quesito di G. Oltramare, sopra la decomposizione di un numero in due quadrati.

2, 1895, p. 132—133. Questione relativa al prodotto 2! 3! . . . n! (cfr. il mio lavoro sul de Jonquières, p. 318). Id. p. 200. Nota relativa a tale Questione. Id. p. 236. Annuncio di una particolareggiata soluzione di un problema aritmetico proposto da C. A. Laisant, la quale fu poi pubblicato in Mathesis 5, 1895, 37—42 *(Sur un théorème d'arithmétique)*.

di sciogliere quel problema con i soli strumenti concessi da EUCLIDE ai geometri; queste misero in luce che la prima enunciazione di essa risale almeno all' epoca leibniziana.[1]) Vennero in pari tempo segnalate le prime parole di un frammento postumo di LEIBNIZ[2]), ov'è asserito essere quel problema dell' ottavo grado. Ora poichè tale frammento[3]) è senza dubbio posteriore al 1695 e sembra (almeno nell' esordio) ispirato da scritti altrui, così non è sufficiente a designare con precisione e certezza il primo che enunciò ed il primo che risolvette il problema di cui si tratta.

* * *

Ora, per quanto so, non è stato ancora osservato da alcuno di coloro che si occupanno della storia di quel problema, e quindi giudico valga la pena di venire pubblicamente rilevato, che una completa soluzione di esso si legge nel *Traité analytique des sections coniques et de leurs usages pour la résolution des problèmes tant déterminez qu'indéterminez* del Marchese DE L'HÔPITAL.

È noto che tale opera, finita sin dal 1704 (epoca della morte del suo autore) non venne pubblicata che tre anni dopo. Ad essa pertanto avrebbe potuto benissimo avere attinto il celebre emulo di NEWTON (la cui morte avvenne nel 1716).

Giova però osservare che uno studio un pò accurato dei modi di procedere del Marchese DE l'HÔPITAL mostra che, se egli non seguiva

---

3, 1896, p. 151—152. Question 587 (teoremi empirici sulla teoria dei numeri, la cui verità non venne sinora stabilita).

4, 1897, p. 212—214. Soluzione dell' equazione indeterminata $2p^2+2p+1=x^4$. Id. p. 226—229. Soluzione del sistema $8x+1=z^2$, $8x^2+1=y^2$.

5, 1898, p. 110—111. Soluzione dell' equazione $3z^2-3u^2=1$. Id. p. 216. Dimostrazione e generalizzazione di un teorema sulle coniche.

6, 1899, p. 234. Cenno sopra una dimostrazione di una certa costruzione del baricentro d'un trapezio.

7, 1900, p. 256. Menzione di una soluzione d'un problema concernente la decomposizione di un numero nella somma di due quadrati.

Non posso nè voglio finire questa breve addizione al mio studio sopra l'opera scientifica di E. DE JONQUIÈRES senza ricordare, a proposito delle sue ricerche sopra le frazioni continue in cui si svolgono i radicali quadratici (v. Bibliotheca Mathematica 3_3, 1902, p. 318—319), l'opuscolo di T. MUIR *The expression of a quadratic surd as a continued fraction* (Glasgow 1874), i risultati del quale vennero del suo autore paragonati a quelli conseguiti dal Nostro nell' articolo *The researches of M. E. DE JONQUIÈRES on periodic continued fractions* (Proc. of the r. soc. of Edinburgh **12**, 1883—84, p. 389—400).

1) Intermédiaire **1**, 1894, p. 39.

2) Id. p. 135.

3) *Nova algebrae promotio* (LEIBNIZENS *Mathematische Schriften*, ed. GERHARDT. T. 7, Halle 1863, p. 154).

fedelmente EUCLIDE nel celare i propri maestri, non era però un modello di coscienziosità nel dichiarare le fonti a cui attingeva. Così, è vero che ricorda i *Quaesita mathematica* del P. SACCHERI (Milano 1693), a proposito di un problema enunciato dal Conte RUGGIERO DI VENTIMIGLIA nel Giornale dei letterati di Parma dell' Aprile 1693, ma soltanto per rilevare che il celebre precursore di BOLYAI e LOBATSCHEWSKY non era giunto a risolverlo. Similmente, egli ricorda che DESCARTES erasi occupato della ricerca delle sezioni circolari di un cono quadrico, ma per vantare l'eccellenza del proprio metodo d'investigazione. Per converso espone la generazione organica delle coniche, senza segnalarne l'inventore[1]); tratta il problema di «trovare un punto X del piano $A\ B\ C$ tale che le mutue differenze delle rette XA, XB, XC abbiano valori assegnati» senza ricordare che NEWTON lo risolse ed applicò nei *Principia*[2]); ed espone la struttura di un apparato per dividere in parti eguali un angolo qualsia, senza farne risalire, come avrebbe dovuto, il concetto fondamentale agli *Opuscula mathematica* di T. CEVA.[3])

Emerge di queste osservazioni nulla opporsi ad ammettere che il Marchese DE L'HÔPITAL, al pari di LEIBNIZ, ricavasse le proprie nozioni sul problema di cui ci occupiamo da qualche fonte estranea, che interessa scoprire.

* * *

Per conseguire tale scopo basta sfogliare i primi volumi degli Acta Eruditorum. Infatti, nel fascicolo di Ottobre 1687 di questa celebre pubblicazione si trova (p. 617—623) un elaborato articolo di GIACOMO BERNOULLI intitolato *Solutio algebraica problematis de quadrisectione trianguli scaleni per duas normales rectas*, ove è stabilito potersi quel problema risolvere segando con una conica una speciale curva del quarto ordine. Gli è appunto quanto si legge nel succitato *Traité analytique* e quanto concorda coll' asserzione di LEIBNIZ, che quel problema è dell'ottavo grado.

Ma l'esordio della memoria del BERNOULLI porge un nuovo dato storico che importa raccogliere: «problema hocce», ivi si legge; «quod summum

---

1) È noto che NEWTON espose tale generazione non meno di tre volte; cioè nei *Principia* (1687; Lib. I, Lemma XXI), nell' *Enumeratio linearum tertii ordinis* (1704; Sect. VI), e nell' *Arithmetica universalis* (1707). Il Marchese DE L'HÔPITAL potè apprenderla dai *Principia*.

2) *Principia*, Lib. I, Lemma XVI.

3) Cfr. la mia opera *Spezielle algebraische und transscendente Kurven* (Leipzig 1902, p. 324 e 732). Di queste lavoro del CEVA è indubitato che il Marchese DE L'HÔPITAL aveva conoscenza, essendone dato uno largo riassunto nel fascicolo degli Acta Eruditorum del Giugno 1695 (p. 290—294), fascicolo che contiene, tra l'altro, un articolo dello stesso DE l'HÔPITAL.

huius aevi Mathematicum non ita pridem occupatum tenuit, tam parum ex voto eidem successisse audio, ut ultra quadragesimam potestatem, si bene memini, et credere fas est, assurrexerit». Se, come è presumibile, il grande matematico al quale è ivi fatta allusione, è Leibniz, il nome di questo a ragione fu collegato alle origini di quella questione; ma a Giacomo Bernoulli appartiene la gloria di averne per primo immaginata una soluzione, a cui nè il Marchese de l'Hôpital, nè altri poi seppe aggiungere qualche cosa di essenziale.

* * *

Riconosciuto che il problema di cui ci siamo occupati è soltanto in apparenza elementare, l'interesse che esso a prima giunta destò ben presto si spense. Perciò la storia di esso si arresta alle prime pagine ed un completo e non immeritato obblio non tardò a ricoprirlo. Scopo della presente nota fu, non già di richiamarlo all' attenzione dei geometri, ma di projettare qualche luce sopra un piccolo episodio di storia scientifica, importante specialmente per gli «spiriti magni» che ne furono attori.

Übersicht über die Literatur des Abelschen Theorems.

Von J. V. Pexider in Prag.

1. Quellen geschichtlicher und bibliographischer Notizen.

Mit der Geschichte des Abelschen Theorems hat man sich bereits eingehend beschäftigt. An erste Stelle ist wohl der im Jahre 1894 erschienene Bericht über algebraische Funktionen von Brill und Noether [2][1]) zu stellen. Da sei zunächst auf die interessante Stelle p. 209—212 aufmerksam gemacht, wo die Verfasser zeigen, durch welchen Gedankengang mutmaßlich Abel von dem Eulerschen Additionstheorem zu seinem allgemeinen Satze gelangte. Ausführlich werden hier die diesbezüglichen Arbeiten von Abel (p. 212—220), Jürgensen, Broch, Minding und Rosenhain (225—233) behandelt. Über Riemann siehe man besonders p. 275, über die geometrisch-algebraischen Richtungen p. 301 (Aronhold), 321—322 und 325—328 (Clebsch), 339—340 (Clebsch-Gordan), 350—360 (Brill und Noether), über die Weierstrassische Richtung p. 429—431.

An zweiter Stelle sei die knappe, aber inhaltsreiche Darstellung von Wirtinger in der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* (Band 2 : 2, p. 158—164) erwähnt. Außerdem findet man noch reichliche Notizen über das Abelsche Theorem in Bakers *Abelian functions* (Kap. 8).

2. Chronologische Übersicht der Verfasser, die sich mit dem Theorem beschäftigt haben.

Wie in vielen anderen Fällen, so beginnt auch die Geschichte des Abelschen Theorems mit dem Namen Euler. Er war der erste, der sich eingehender mit der Integration von Differentialgleichungen mit algebraischen Differentialen beschäftigte und in dieser Hinsicht das be-

[1]) Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende des Aufsatzes.

kannte Additionstheorem der elliptischen Integrale aufstellte. Durch die EULERschen Arbeiten angeregt, schuf der geniale ABEL sein Funktionaltheorem, das nicht nur die elliptischen Integrale, sondern auch die Integrale von Differentialausdrücken höherer Irrationalitäten umfaßt, und das nach ihm auf Vorschlag JACOBIS ([2], p. 397) das ABELsche Theorem benannt wurde. ABEL stellte diesen wichtigen Satz im Jahre 1826 in einer Abhandlung [2] auf, die aber erst im Jahre 1841 publiziert wurde. Dies hatte zur Folge, daß den Zeitgenossen ABELS bloß die Grundidee jenes allgemeinen Satzes aus einem im Jahre 1829 erschienenen, sehr kurz gefaßten Aufsatze von ABEL [4] bekannt wurde, und daß sie in Unkenntnis der ungedruckten Abhandlung sich um die Lösung vieler Fragen bemühten, die dort eigentlich schon erledigt waren. So entstanden die mit dem ABELschen Theorem und der «Minimalzahl» sich befassenden Arbeiten von JÜRGENSEN, BROCH, MINDING und ROSENHAIN (1832—1844). JACOBIS Verdienst ist es, die hohe Bedeutung des ABELschen Satzes in das richtige Licht gestellt zu haben (1832—1846). In diese Zeit fallen noch die diesbezüglichen Abhandlungen von RICHELOT, HERMITE, CAUCHY und LIOUVILLE.

In der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts verging dann fast kein Jahr, in dem nicht wenigstens eine Arbeit erschienen wäre, die sich mit jenem Theorem beschäftigt. Die ausschlaggebende Arbeit war anfangs eine Abhandlung von RIEMANN. Die übrigen im ersten Dezennium dieser zweiten Periode zu nennenden Verfasser sind WEIERSTRASS, BOOLE, BRIOSCHI; zu diesen treten im zweiten Dezennium ARONHOLD, ROCH, CLEBSCH, NEUMANN, BRILL, GORDAN, HENRICI, M. ROBERTS, WEBER und NOETHER hinzu. Im dritten sind als neu die Namen LIPSCHITZ, KLEIN, LÉAUTÉ, LINDEMANN, DILLNER, HARNACK, KÖNIGSBERGER, BRIOT, DEDEKIND und ROWE zu nennen; im vierten: CAYLEY, APPELL, FORSYTH, RAWSON, STAUDE, ESCHER, POINCARÉ, BACHARACH, HUMBERT, DIXON, DOLBNIA, KAPTEYN und LAURENT. In dem letzten Zeitabschnitt (1891—1902) sind schließlich zu erwähnen: BOUGAIEFF, BERTINI, LIE, OEKINGHAUS, PICARD, SALVERT, BAKER, JORDAN, W. ROBERTS, GOURSAT, POKROWSKY, TICHOMANDRITZKY, VESSIOT, ERMAKOFF, SIMART, PSZEBORSKI, SCHEIBNER, MICHEL, PTASZYCKI, SOMMER, MORDOUKHAI, SCHWERING, HENSEL und LANDSBERG.

3. Übersicht der Beweise des Theorems.

Die Beweise des ABELschen Theorems sind entweder für den allgemeinen Fall erbracht worden, oder sie beweisen das Theorem nur für die drei Gattungen, auf die sich sämtliche ABELschen Integrale reduzieren lassen. Der Beweis selbst wird von verschiedenen Autoren auf verschiedene Weise geführt. Einen rein algebraischen Beweis gab Abel [4] an. Die übrigen Beweise lassen sich in Gruppen einteilen.

Um das Folgende verständlich zu machen, sei hier das Abelsche Theorem für die dritte Gattung in bekannten Zeichen (siehe z. B. *Encyklopädie d. math. Wiss.* 2 : 2, p. 160) angeführt

$$\Sigma P\,(x_{\nu}, y_{\nu};\ \xi, \eta) = lg\,\frac{r\,(\xi)}{r\,(\eta)} \quad \text{(mod. Period.)}$$

und unter U ein allgemeines Abelsches Integral verstanden.

Am häufigsten wird der Beweis so geführt, daß man die Differentialsumme direkt umformt und so einen expliziten Ausdruck für die algebraisch-logarithmische Funktion (v) des Theorems erhält (erste Gruppe). Oder man wendet den Cauchyschen Residuensatz auf die Funktion

$$\frac{d\,U}{dx}\cdot\frac{d\,lg\,r}{dt}$$

an, und erhält auf elegante Weise eine übersichtliche Formel für v (zweite Gruppe). In die dritte Gruppe sollen die übrigen Beweise gehören. Es sind dies

1) ein Beweis von Riemann, der auf funktionentheoretischem Wege zustande gebracht wird ([1], Art 14),

2) ein zweiter Beweis von Riemann ([1], Art 26), der durch Integration von $U\,dlg\,r$ entlang der ganzen Begrenzung der zugehörigen Riemannschen Fläche erbracht wird, und der nur noch von Weber [2] und von Clebsch und Gordan in § 37 von [1] (zweiter Beweis) benutzt wurde. Später unternahm es Humbert [1] auf dieselbe Art das Theorem für beliebige Abelsche Integrale zu beweisen,

3) ein Beweis von Weierstrass, der sich auf die Zerlegung der Funktion r in Primfaktoren stützt, nicht aber für allgemeines Abelsches Integral, sondern nur für die drei Gattungen.

Es bleibt also übrig nur über die erste und zweite Gruppe zu referieren.

Für die algebraisch-logarithmische Funktion (v) des Theorems leitete Abel selbst [2] einen expliziten Ausdruck ab, der etwas kompliziert erscheint. Da jedoch, wie schon erwähnt, die Arbeit [2] spät publiziert wurde, bemühte man sich indessen um die explizite Darstellung von v. Da ist an erster Stelle Minding zu nennen, welcher den einfachen Fall, die Grundgleichung des Abelschen Theorems sei vom dritten Grade, behandelte [2], [3]. Jürgensen war aber der erste, der einen Ausdruck für die Funktion v im allgemeinen Falle ableitete [1], und diesen später [2] auch auf den selbst bei Abel ausgeschlossenen Fall erweiterte, den nämlich, daß die Eliminante aus der Grundgleichung in die Parametergleichung des Theorems gleiche Wurzeln besitzt. Eine andere Formel für v, durchaus allgemeiner Natur, gab nun auch Minding [4] an. In einer umfangreichen Arbeit [1] gelang es Boole im Sommer 1857 für die Funktion v einen neuen Ausdruck herzustellen, der sich in vielen Fällen leichter auswerten läßt als der ABELsche und der Hauptsache nach aus CAUCHYschen Residuen besteht. Er ist auch formal sehr einfach, insbesondere im Falle der Irreduzibilität der oben erwähnten Eliminante, und wurde neuerdings von ROWE [1] auf elegante Weise abgeleitet. Beidesmal geschah dies unter der Annahme der Realität der unabhängigen Variabeln. Läßt man jedoch diese als komplexe Veränderliche gelten, so sieht man sofort ein, daß auch der zweite, unter dem BOOLEschen Zeichen Θ verstandene Teil der Funktion v nichts anderes ist als ein CAUCHYsches Residuum und zwar für den unendlichfernen „Punkt“, so daß die Funktion v lediglich als eine Summe von CAUCHYschen Residuen erscheint.

Durch Einführung homogener Coordinaten in die algebraischen Differentiale erhielt ARONHOLD [1] für die ABELsche Formel im Falle elliptischer Integrale ein symmetrisches Resultat; die ARONHOLDschen Formen benutzten CLEBSCH und GORDAN, weil dadurch vor Allem die Beseitigung der Ausnahmestellung des unendlich Fernen und dann eine gewisse Symmetrie in den Formeln erreicht wird, und später andere Mathematiker (besonders KLEIN), ob zwar dadurch die Formelausdrücke etwas komplizierter erscheinen. Einen anderen, neuen Ausdruck für die Funktion v enthalten auch die neueren russischen Arbeiten DOLBNIAS [1] und POKROWSKYS [4]. Auf Umformungen der Differentialsumme beruhen noch die Beweise von CLEBSCH [1], der erste algebraisch-geometrische Beweis von CLEBSCH-GORDAN ([1], p. 34), der sich auf den sogenannten JACOBIschen Schnittpunktsatz stützt, und jene von CAUCHY [2], FORSYTH [2] und NOETHER [6]. Man kann das ABELsche Theorem für die drei Gattungen beweisen, indem man von Integralen dritter Gattung ausgeht, den Beweis des Satzes hiezu liefert und mittelst passender Spezialisation ihn auch für die erste und zweite Gattung erbringt (z. B. CLEBSCH-GORDAN). Einen umgekehrten Weg schlug HARNACK [2] ein, der zeigte, daß man auch von der ABELschen Formel für Integrale erster Gattung ausgehend jene für die Integrale dritter Gattung ableiten kann.

ABEL untersuchte auch noch den wichtigen Fall, daß sich die Funktion v auf eine Constante reduziert, indem er die Bedingungen aufstellte, unter welchen die algebraisch-logarithmische Funktion v identisch verschwindet. Des Fehlers in seinem Ausdruck für v halber ([2], Formel [37]) ist im Falle der Reduzibilität der Eliminante aus der Grundgleichung in die Parametergleichung die zweite von ihm erhaltene Bedingung dementsprechend zu ändern. Der eben besprochene Fall $v = const.$ führt zu besonderen Differentialgleichungen, die man die Differentialgleichungen des ABELschen Satzes und deren Lösungen man das ABELsche Differentialtheorem (NOETHER) nennt. Man kann sie jedoch auch vom ABELschen Satze unabhängig ableiten, man kann sogar umgekehrt, indem man von ihnen ausgeht, das Abelsche Theorem beweisen, wie dies zum Beispiel schon Jacobi [5] für die hyperelliptischen Integrale tat. Ähnliche Differentialgleichungen wurden außerdem für algebraische Kurven im n-dimensionalen Raume abgeleitet (z. B. Laurent [1], p. 158). In dieser Auffassung behandelten das Abelsche Theorem Haedenkamp [1], Richelot [1] [2], Jacobi nochmals [7], Hermite [1], Weierstrass [4], Cauchy [2], Brioschi [1], Henrici [1], Riemann [1], de Salvert [1] [2], W. Roberts [1] und Ptaszycki [1].

Tiefgehender als die Methode der Umformung der Differentialsumme ist die Methode der zweiten Gruppe, eine Methode, die sich auf den Cauchyschen Residuensatz stützt. Man appliziert ihn aber nicht auf ganz beliebige Grundkurven, sondern auf solche irreduzible Gleichungen, die gewisse Bedingungen erfüllen, ohne jedoch die Allgemeinheit zu beschränken. Es gelang nämlich zu zeigen, daß sich eine irreduzible algebraische Kurve mit vielfachen Punkten, in welchen die Tangenten zusammenfallen, mittelst einer Cremona-Transformation in eine Kurve mit vielfachen Punkten, in welchen die Tangenten getrennt sind, die also nur „gewöhnliche“ Singularitäten besitzt, verwandeln läßt (Noether, *Über die singulären Wertsysteme;* Mathem. Ann. **9**, 1875, p. 166—182), daß man ferner die vielfachen Punkte in Doppelpunkte auflösen kann, d. h. daß sich eine Kurve mit gewöhnlichen Singularitäten durch birationale Transformation in eine andere, die nur Doppelpunkte aufweist, transformieren läßt (Simart, Comptes rendus Paris, **116**, 1893, p. 1047; Poincaré, Comptes rendus Paris, **117**, 1893, p. 18; Bertini, Mathem. Ann. **44**, 1894, p. 158—160), schließlich, daß man es durch homographische Transformation erzielen kann, daß die Kurve mit nur noch Doppelpunkten keinen von ihnen im Unendlichen besitzt, daß die Axe der Ordinaten weder mit den Asymptoten der Kurve, noch mit den in den Doppelpunkten geführten Tangenten parallel wird, und daß die mit der Axe der Ordinaten parallelen Tangenten die Kurve bloß in der ersten Ordnung berühren, ohne daß sich bei allen den Transformationen das Geschlecht der Kurve geändert hätte. Daraus ergab sich, daß es genügt, das Abelsche Theorem nur für solche algebraische Gebilde herzuleiten, die diesen Bedingungen genügen. Der Ausdruck für die algebraisch-logarithmische Funktion v gestaltet sich alsdann äußerst einfach und kann sehr leicht gehandhabt werden; man findet die elegante Herleitungsmethode in den neuesten Werken vor, — so z. B. Jordan [1], Picard [1], Appell und Goursat [1], Baker [2]. Die Methode selbst wurde von Cauchy [1] erfunden und von Weierstrass in seinen Vorlesungen benutzt.

4. Anwendungen und Verallgemeinerungen des Theorems.

Was die Anwendungen des ABELschen Theorems anbelangt, so ist zunächst ABEL selbst zu nennen; er hatte für hyperelliptische Integrale und für den Fall binomischer Gleichungen seinen Satz eingehend klargelegt und durch Beispiele illustriert ([2] § 10; [3]). Die hohe Bedeutung des Theorems beruht aber darin, daß es JACOBI erst mit Hilfe dieses Satzes gelang, das Umkehrproblem der ultraelliptischen Funktionen streng zu formulieren, jüngeren Kräften das Problem zu lösen, so die Theorie der allgemeinen Thetafunktionen zu begründen und hiermit den wahren Sinn des ABELschen Theorems zu entdecken. Die Herleitung der Additionstheoreme für die ABELschen Funktionen bleibt seine wichtigste analytische Anwendung.

Die außerordentliche Fruchtbarkeit des Theorems erwies sich aber in der Geometrie, in welche eine stattliche Anzahl neuer Begriffe eingeführt wurde; so der Begriff des Geschlechtes einer algebraischen Kurve, ihrer Moduln, der Begriff einer adjungierten Kurve, der korresidualen Punktgruppen, einer Voll- resp. Spezial-Schar von Kurven, der Begriff der Normalkurve, der speziellen Punktgruppen usw. Die hieran anknüpfenden Arbeiten sind sehr zahlreich. Diejenigen von CLEBSCH, BRILL, NOETHER und KLEIN sind schon in den anfangs zitierten Quellen gewürdigt worden. Es sei hier nur hervorgehoben, daß die algebraisch-geometrische Theorie der algebraischen Gebilde, wie sie hauptsächlich in den Arbeiten von BRILL und NOETHER ausgebildet ist, den großen Vorteil hat, daß man das durch eine einzige Gleichung definierte Gebilde mittelst eines Fundamentalsatzes, des „Restsatzes“, beherrscht, und daß dieser Restsatz das ABELsche Theorem nicht nur vollständig ersetzt, sondern noch inhaltsreicher ist, indem er die sonst aus dem ABELschen Satze fließenden Schnittpunktgruppensätze ohne weiteres mitliefert. Die Wichtigkeit dieses „Restsatzes“, der seinen Ursprung dem ABELschen Theorem verdankt, geht auch aus den zahlreichen Arbeiten, die sich mit ihm beschäftigen, hervor; angeführt seien: HALPHEN (1877), VOSS (1886), BERTINI (1889), STICKELBERGER, BAKER [2], BACHARACH [1], usw.

Die Aufsätze von LIE [1] [2] [3] (hierzu auch POINCARÉ [3]) legen eine neue Deutung des ABELschen Theorems klar, nämlich den Zusammenhang zwischen dem Satze und der Theorie der Translationsflächen. In der Arbeit von M. ROBERTS [1] handelt es sich um die geometrische Deutung des Theorems für ABELsche Transcendenten „zweiter Gattung“ in Bezug auf die Krümmungsbögen des Ellipsoides; in der Abhandlung von LÉAUTÉ wird gezeigt, daß man die PONCELETschen Sätze über Polygone mit Hilfe des ABELschen Satzes auf spezielle Raumkurven vierter Ordnung übertragen kann. Das für die Einführung der RIEMANNschen Theorie in

Frankreich bedeutungsvolle Werk von Appell und Goursat [1] enthält eine eingehende Darlegung der geometrischen Deutung des Theorems, die dem Leser einen klaren Einblick in eins der interessantesten Kapitel der Theorie der algebraischen Kurven gestattet [Abschnitt IX, p. 400—434]. Außerdem findet man schöne Anwendungen des Theorems auf ebene sowie räumliche Kurven in dem letzten, zwölften Abschnitt des Buches. Die umfangreichen Abhandlungen von Humbert [2] [3] [4] und die hieran anschließenden Arbeiten von Michel [1] [2] enthalten insbesondere viele metrische Sätze über algebraische Kurven; die Abhandlungen von Liouville [1], Sommer [1] und Staude [1] behandeln konfokale Mannigfaltigkeiten; die Arbeit von Lipschitz [1] spricht sich über einen Zusammenhang der quadratischen Differentialformen mit den Abelschen Transcendenten aus.

Den von Jacobi [3] bemerkten Zusammenhang zwischen dem Abelschen Satze und gewissen diophantischen Gleichungen erforschte näher Schwering in einer jüngst erschienenen Arbeit [1], wo er an zwei interessanten Beispielen zeigte, wie man das Abelsche Theorem zur Lösung diophantischer Gleichungen gebrauchen kann. Numerische Beispiele für das Theorem gab schon Legendre; andere instruktive Beispiele findet man besonders bei Forsyth [2], Baker [2] und Laurent [1]. Das in diesem letzten Buche vorkommende Beispiel für Normalintegrale dritter Gattung ist wohl leicht in der Schlußformel zu korrigieren.

Die Verallgemeinerungen des Abelschen Theorems sind nicht zahlreich. Die erste Verallgemeinerung seines Satzes gab Abel [2] (§ 9) selbst an. In der Arbeit [1] erweiterte Poincaré das Abelsche Differentialtheorem auf die Schnittpunktgruppen einer algebraischen Fläche mit einer algebraischen Raumkurve, welche den vollständigen Schnitt zweier algebraischen Flächen bildet, d. h. auf vollständige Differentiale von Funktionen zweier Variabelen, die gewisse Bedingungen erfüllen. Mit der Ausdehnung auf mehrfache Integrale, die schon Jacobi beabsichtigt haben soll, beschäftigten sich nebst Rosenhain noch Noether [1], Picard und Simart [1] und Scheibner [1]. In der Abhandlung [2] zeigte Königsberger, daß der Abelsche Satz eine gewisse Verallgemeinerung der algebraischen Beziehungen zuläßt.

Literaturverzeichnis.

Abel, N. H. [1] *Sur la comparaison des fonctions transcendentes; Œuvres compl. publ. par* Sylow *et* Lie II (1881), Abh. X, 55—66. — [2] *Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendentes.* Mém. des savans étrang. Paris **7** (1841) = *Œuvres* I (1881), Abh. XII, 145—211. — [3] *Remarques sur quelques propriétés générales d'une certaine sorte de fonctions trancendentes.* Journ. für Mathem. **3** (1828), 313—323 = *Œuvres* I (1881), 444—456. — [4] *Démonstration d'une propriété générale d'une certaine classe de fonctions transcendentes.* Journ. für Mathem. **4** (1829), 200—201 = *Œuvres* I (1881), 515—517.

Appell, P. [1] *Sur les fonctions abéliennes.* Comptes rendus Paris **94** (1882), 1702—1704.

Appell et Goursat. [1] *Théorie des fonctions algébriques* (Paris 1895).

Aronhold, S. [1] *Algebraische Reduction des Integrals $\int F(x, y)\,dx$, wo $F(x, y)$ eine beliebige rationale Function von x, y bedeutet, und zwar zwischen diesen Gröfsen eine Gleichung dritten Grades von der allgemeinsten Form besteht, auf die Grundform der elliptischen Transcendenten.* Monatsber. Berlin 1861. — [2] *Über eine neue algebraische Behandlungsweise der Integrale irrationaler Differentiale von der Form $\Pi(x, y)\,dx$, in welcher $\Pi(x, y)$ eine beliebige rationale Function ist, und zwischen x und y eine allgemeine Gleichung zweiter Ordnung besteht.* Journ. für Mathem. **59** (1862), 95—145.

Bacharach, J. [1] *Über den Cayleyschen Schnittpunktsatz.* Mathem. Ann. **26** (1886), 275—299.

Baker, F. [1] *The practical determination of the deficiency and adjoint φ-curves for a Riemann surface.* Philos. transact. Cambridge **15**; Mathem. Ann. **45** (1894), 133—139. — [2] *Abels Theorem and the allied theory, including the theory of the Theta functions* (Cambridge 1897).

Bertini, E. [1] *Osservazioni sulle „Vorlesungen über Riemanns Theorie der Abelschen Integrale von C. Neumann“.* Rendic. Palermo **6** (1892), 165—172.

Boole, G. [1] *On the comparison of transcendents.* Philos. transact. London **147** (1857), 745—803.

Bougaieff, N. [1] *Sur l'expression des intégrales elliptiques sous forme finie.* Mathem. Samml. Moskau **16** (1891—1892), 259—282 (russisch).

Brill, A. [1] *Über diejenigen Curven, deren Coordinaten sich als hyperelliptische Funktionen eines Parameters darstellen lassen.* Journ. für Mathem. **65** (1866), 269—283.

Brill und Noether. [1] *Über die algebraischen Funktionen und ihre Anwendung in der Geometrie.* Mathem. Ann. **7** (1874), 269—310. — [2] *Die Entwickelung der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit.* Jahresber. d. deutscheu Mathem.-Vereinigung **3** (1894), 107—566.

Brioschi, F. [1] *Sur l'intégration des équations ultra-elliptiques.* Journ. für Mathem. **55** (1858), 56—60.

Briot, Ch. [1] *Théorie des fonctions abéliennes* (Paris 1879).

Broch, O. J. [1] *Om Addition of transcendente Functioner hvis Differentialier ere algebraiske.* Nor **1** (Christiania 1839), 457—468. — [2] *Sur quelques propriétés d'une certaine classe de fonctions transcendentes.* Journ. für Mathem. **20** (1840), 178—188. — [3] *Mémoire sur les fonctions de la forme* $\int x^{s-\nu p+1} f(x^p) \left(R(x^p)\right)^{\frac{s}{\pm \nu p}} dx$. Journ. für Mathem. **23** (1842), 145—195, 201—242.

Cauchy, A. [1] *Mémoire sur l'application du calcul des résidus à la recherche des propriétés générales des intégrales dont les dérivées renferment des racines d'équations algébriques.* Comptes rendus Paris **23** (1846), 321 = *Œuvres*, Série I, **10**, 80—93. — [2] *Sur la recherche des intégrales monodromes et monogènes d'un système d'équations différentielles.* Comptes rendus Paris **40** (1855), 511—518.

Clebsch, A. [1] *Über die Anwendung der Abelschen Funktionen in der Geometrie.* Journ. für Mathem. **63** (1864), 189—243. — [2] *Über diejenigen ebenen Curven, deren Coordinaten rationale Funktionen eines Parameters sind.* Journ. für Mathem. **64** (1865), 43—65. — [3] *Über die Singularitäten algebraischer Curven.* Journ. für Mathem. **64** (1865), 98—100. — [4] *Über diejenigen Curven, deren*

Coordinaten sich als elliptische Funktionen eines Parameters darstellen lassen. Journ. für Mathem. **64** (1865), 210—270.

Clebsch und Gordan. [1] *Theorie der Abelschen Funktionen* (Leipzig 1866).

Clebsch und Lindemann. [1] *Vorlesungen über Geometrie* I (Leipzig 1876).

Clebsch, Lindemann et Benoist. [1] *Leçons sur la géométrie* (Paris 1883).

Cayley, A. [1] *Addition to Mr. Rowes memoir.* Philos. transact. London **172**:3 (1880), 751—758. — [2] *A memoir on the Abelian and Theta functions.* Americ. journ. of mathem. **5** (1882), 137—180. — [3] *Note on Abels theorem.* Proceed. philos. soc. Cambridge **4** (1882), 119—122. — [4] *A memoir on the Abelian and theta functions.* Americ. journ. of mathem. **7** (1885), 101—166.

Dedekind und Weber. [1] *Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen.* Journ. für Mathem. **92** (1880), 181—290.

Dillner, G. [1] *Entwickelung von Formeln zum Abelschen Theorem.* Nachr. d. Gesellsch. d. Wiss. Göttingen 1876, 29—50.

Dixon, A. C. [1] *On Abels Theorem.* Quart. journ. of mathem. **22** (1887), 200—204.

Dolbnia, J. P. [1] *Neuer Beweis des Abelschen Theorems über die Integration der Differentiale der Form* $\frac{\varrho\, dx}{\sqrt{R}}$. Mitteil. d. phys.-mathem. Gesellsch. Kasan **6** (1888), 307—324 (russisch). — [2] *Aus der Theorie der Abelschen Integrale.* Mitteil. d. phys.-mathem. Gesellsch. Kasan $\mathbf{2}_3$ (1893), 1—26, 57—81, 109—137 (russisch).

Ermakoff, W. P. [1] *Theorie der Abelschen Funktionen.* Univ. Nachr. Kiew. 1897, Nr. 10—11, 1—120 (russisch).

Escher, R. J. [1] *Onderzoekingen aangaande de elliptische integralen van de derde soort en de hyperelliptische integralen van de eerste soort* (Sneek 1885; 8^0, 94 S.).

Forsyth, A. R. [1] *On Abel's theorem and Abelian functions.* Proceedings roy. soc. Edinburgh **34** (1882), 288—291. — [2] *On Abel's theorem and Abelian functions.* Philos. transact. London **175**: 1 (1883), 323—368.

Haedenkamp, H. [1] *Über Abelsche Integrale.* Journ. für Mathem. **25** (1843), 178—183.

Harkness and Morley. [1] *A treatise on the theory of functions* (London 1893).

Harnack, A. [1] *Über einen Beweis des Abelschen Theorems.* Sitzungsber. d. Phys. Gesellsch. Erlangen **7** (1875), 96—101. — [2] *Über eine Behandlungsweise der algebraischen Differentiale in homogenen Coordinaten.* Mathem. Ann. **9** (1876), 371—424.

Henrici, O. [1] *Transformation von Differentialausdrücken erster Ordnung zweiten Grades mit Hülfe der verallgemeinerten elliptischen Coordinaten.* Journ. für Mathem. **65** (1866), 1—25.

Hensel und Landsberg. [1] *Theorie der algebraischen Funktionen einer Variabeln und ihre Anwendung auf algebraische Curven und Abelsche Integrale.* (Leipzig 1902; 8^0, XVI + 708 S).

Hermite, Ch. [1] *Sur la théorie des transcendentes à différentielles algébriques.* Comptes rendus Paris 18 (1844), 1133—1148.

Humbert, G. [1] *Sur le théorème d'Abel.* Comptes rendus Paris **103** (1886), 919—922. — [2] *Sur le théorème d'Abel et quelques-unes de ses applications géométriques* Journ. de mathém. $\mathbf{3}_4$ (1887), 327—404. — [3] *Sur le théorème d'Abel et quelques unes de ses applications à la géométrie.* Journ. de mathém. $\mathbf{5}_4$ (1889), 81—134. — [4] *Sur le théorème d'Abel et quelques-unes de ses applications à la géométrie* (suite et fin). Journ. de mathém. $\mathbf{6}_4$ (1890), 233—292.

JACOBI, K. G. [1] *De theoremate Abeliano observatio.* Journ. für Mathem. **9** (1832), 99. — [2] *Considerationes generales de transcendentibus Abelianis.* Journ. für Mathem. **9** (1832), 394—403. — [3] *De usu theoriae integralium ellipticorum et integralium Abelianorum in analysi Diophantea.* Journ. für Mathem. **13** (1835), 353—355 = *Werke* II, 51—55. — [4] *De functionum duarum variabilium quadrupliciter periodicis, quibus theoria transcendentium Abelianarum innititur.* Journ. für Mathem. **13** (1835), 55—78. — [5] *Demonstratio nova theorematis Abeliani* Journ. für Mathem. **24** (1842), 28—35 = *Werke* II, 65—74. — [6] *Über die Additionstheoreme der* ABELschen *Integrale zweiter und dritter Gattung.* Journ. für Mathem **30** (1846), 121—126 = *Werke* II, 76—82. — [7] *Über eine neue Methode zur Integration der hyperelliptischen Differentialgleichungen und über die rationale Form ihrer vollständigen algebraischen Integralgleichungen.* Journ. für Mathem. **32** (1846), 220—226.

JACOBI und CLEBSCH. [1] *Vorlesungen über Dynamik* (1. Aufl. 1866; 2. Aufl. 1884 von LOTTNER).

JORDAN, C. [1] *Cours d'analyse de l'école polytechnique*, II (2. éd. Paris 1894).

JÜRGENSEN, CHR. [1] *Sur la sommation des transcendentes à différentielles algébriques.* Journ. für Mathem. **19** (1839), 113—116. — [2] *Remarques générales sur les transcendentes à différentielles algébriques.* Journ. für Mathem. **23** (1842), 126—141.

KAPTEYN, W. [1] *Sur une formule générale de* CAUCHY. Bulletin de la soc. mathém. de France **16** (1888), 270—284.

KLEIN, F. [1] *Vorlesungen über* ABELsche *Funktionen.* Vorträge aus dem Jahre 1874. — [2] *Über* RIEMANNS *Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale* (Leipzig 1882). — [3] *Zur geometrischen Deutung des* ABELschen *Theorems der hyperelliptischen Integrale.* Mathem. Ann. **28** (1887), 533—560. — [4] *Zur Theorie der* ABELschen *Funktionen.* Mathem. Ann. **36** (1890), 1—83.

KÖNIGSBERGER, L. [1] *Vorlesungen über die Theorie der hyperelliptischen Integrale* (Leipzig 1878). — [2] *Allgemeine Bemerkungen zum* ABELschen *Theorem.* Journ. für Mathem. **90** (1881), 109—163. — [3] *Beweis von der Unmöglichkeit der Existenz eines anderen Funktionaltheorems als des* ABELschen. Journ. für Mathem. **100** (1887), 121—136.

LANDSBERG siehe HENSEL.

LAURENT, H. [1] *Traité d'analyse*, IV (Paris 1889).

LEAUTÉ, H. [1] *Sur quelques applications aux courbes du second degré du théorème d'*ABEL, *relatif aux fonctions elliptiques.* Comptes rendus Paris **79** (1874), 93—96, 602—606.

LIE, S. [1] *Sur une interprétation nouvelle du théorème d'*ABEL. Comptes rendus Paris **114** (1892), 277—280. — [2] *Sur une application de la théorie des groupes continus à la théorie des fonctions.* Comptes rendus Paris **114** (1892), 334—337. — [3] *Die Theorie der Translationsflächen und das* ABELsche *Theorem.* Berichte d. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. **48** (1896), 181—248. — [4] *Das* ABELsche *Theorem und die Translationsmannigfaltigkeiten.* Berichte d. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. **49** (1897), 181—248.

LIOUVILLE, J. [1] *Sur quelques cas particuliers où les équations du mouvement d'un point matériel peuvent s'intégrer.* Journ. de mathém. **11** (1846), 345—378; **12** (1847), 410—444.

LIPSCHITZ, R. [1] *Entwickelung eines Zusammenhanges zwischen den quadratischen Formen von n Differentialen und den* ABELschen *Transcendenten.* Journ. für Mathem. **74** (1872), 150—171.

Michel, Ch. [1] *Sur les applications géométriques du théorème d'Abel.* Comptes rendus Paris **130** (1900), 885—888. — [2] *Sur les applications géométriques du théorème d'Abel.* Ann. de l'éc. norm. Paris 18_3 (1901), 77—126.

Minding, F. [1] *Théorème relatif à une certaine fonction transcendente.* Journ. für Mathem. **9** (1832), 295—296. — [2] *Sur les intégrales de la forme* $\int \frac{dx\, P \sqrt[n]{p}}{c - x}$, *P et p étant deux polynomes entiers.* Journ. für Mathem. **10** (1833), 195—199. — [3] *Recherches sur la sommation d'un certain nombre de fonctions transcendentes, dont les dérivées sont déterminées par des équations algébriques du 3^{me} degré.* Journ. für Mathem. **11** (1834), 373—383. — [4] *Propositiones quaedam de integralibus functionum algebraicarum unius variabilis ex principio Abeliano derivatae.* Journ. für Mathem. **23** (1842), 255—274.

Mordoukhai-Boltowskoy, D. D. [1] *Über eine Verallgemeinerung des Abelschen Theorems.* Mitteil. d. mathem. Gesellsch. Charkoff 7_2 (1901), 268—283 (russisch).

Neumann, C. [1] *Vorlesungen über Riemanns Theorie der Abelschen Integrale* (Leipzig 1865). — [2] Dasselbe, 2. Aufl. (1884).

Noether, M. [1] *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraischer Gebilde von beliebig vielen Dimensionen.* Mathem. Ann. **2** (1870), 293—316. — [2] *Über einen Satz aus der Theorie der algebraischen Funktionen.* Mathem. Ann. **6** (1873), 351—359. — [3] *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraischer Gebilde.* Mathem. Ann. **8** (1875), 495—533. — [4] *Über die Schnittpunktsysteme einer algebraischen Curve mit nicht adjungierten Curven.* Mathem. Ann. **15** (1879), 507—528. — [5] *Zum Umkehrproblem in der Theorie der Abelschen Funktionen.* Mathem. Ann. **28** (1887), 354—380. — [6] *Zur Theorie der Abelschen Differentialausdrücke und Funktionen* I, II. Mathem. Ann. **37** (1890), 417—460, 465—499.

Oekinghaus, E. [1] *Zur Theorie der elliptischen und hyperelliptischen Integrale.* Arch. für Mathem. 9_2 (1892), 132—176.

Pexider, J. V. [1] *Das Abelsche Theorem, sein algebraischer und geometrischer Inhalt und seine Applikationen* (Prag 1901; čechisch).

Picard, E. [1] *Traité d'analyse,* II (Paris 1893).

Picard et Simart. [1] *Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendentes.* I, II (Paris 1897, 1900).

Poincaré, H. [1] *Sur une généralisation du théorème d'Abel.* Comptes rendus Paris **100** (1885), 40—42. — [2] *Sur les fonctions Abéliennes.* Americ. journ. of mathem. **8** (1886), 289—342. — [3] *Sur les surfaces de translation et les fonctions Abéliennes.* Bullet. de la soc. mathém. de France **29** (1901), 61—86.

Pokrowsky, P. M. [1] *Theorie der ultraelliptischen Funktionen erster Classe.* Moskau 1887 (russisch). — [2] *Die Grundlagen der Lehre von den transcendenten Funktionen, welche ein Additionstheorem besitzen.* Berichte d. phys.-mathem. Gesellsch. Kiew 1895; Univ.-Nachr. Kiew 1896, Nr. 5, 1—54; Mathem. Sammlung Moskau **18** (1896), 121—136, 598—625 (russisch). — [3] *Sur les fonctions ultra-elliptiques à deux arguments.* Bullet. d. sc. mathém. 20_2 (1896), 86—103. — [4] *Abels Theorem in neuer Form.* Mathem. Sammlung Moskau **20** (1898), 299—315; Univ.-Nachr. Kiew 1898, Nr. 5, 1—14 (russisch).

Pszeborski, A. [1] *Das Theorem von Abel.* Univers.-Nachr. Kiew 1898, Nr. 5, 37—43 (russisch).

Ptaszycki, J. [1] *Allgemeine Theoreme über Integration der Abelschen Differentiale.* Prace matem. **11** (1900), 23—31 (polnisch).

Rawson, R. [1] *Solution of a question.* Educ. times **36** (1882), 31–33. — [2] *Solution of a question.* Educ. Times **36** (1882), 91—92.

Richelot, F. [1] *Über die Integration eines merkwürdigen Systems von Differentialgleichungen.* Journ. für Mathem. **23** (1842), 354—369. — [2] *Einige neue Integralgleichungen des Jacobischen Systems von Differentialgleichungen.* Journ. für Mathem. **25** (1843), 97—118.

Riemann, B. [1] *Theorie der Abelschen Funktionen.* Journ. für Mathem. **54** (1857), 115—155 = *Ges. Werke, herausg. von* H. Weber (1876), Abh. VI, 81—135. — [2] *Zur Theorie der Abelschen Funktionen für den Fall $p = 3$.* 1862 (Vorlesung); *Werke*, 2. Aufl. (1892), Abh. XXXI.

Roberts, Mich. [1] *Sur l'application du théorème d'Abel à la comparaison des arcs des lignes de courbure d'un ellipsoide.* Annali di matem. **2** (1868), 13—20.

Roberts, W. R. W. [1] *On elliptic and hyper-elliptic systems of differential equations and their rational and integral algebraic integrals with a discussion of the periodicity of elliptic and hyper-elliptic functions.* Proceed. of the mathem. soc. London **26** (1894), 379—430.

Roch, S. [1] *De theoremate quodam circa functiones Abelianas* (Halle 1863). — [2] *Über die Anzahl der willkürlichen Constanten in algebraischen Funktionen.* Journ. für Mathem. **64** (1865), 372—376.

Rosenhain, G. [1] *Exercitationes analyticae in theorema Abelianum de integralibus functionum algebraicarum.* Journ. für Mathem. **28** (1844), 249—278; **29** (1845), 1—18.

Rowe, R. [1] *On Abels Theorems.* Philos. transact. London **172**: 3 (1880), 713—750.

de Salvert, F. [1] *Sur une expression explicite de l'intégrale algébrique d'un système hyperelliptique de la forme la plus générale.* Comptes rendus Paris **116** (1893), 243—246. — [2] *Sur l'addition des fonctions hyperelliptiques.* Annales scient. Bruxelles $\mathbf{18}_2$ (1894), 41—60.

Scheibner, W. [1] *Das Abelsche Theorem für einfache und Doppelintegrale.* Berichte d. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 1889; Mathem. Ann. **34** (1889), 485—493.

Schwering, K. [1] *Anwendung des Abelschen Theorems auf die Lösung der diophantischen Gleichungen $x^3 + Ay^3 = z^3$ und $x^3 + y^3 = z^2$.* Arch. der Mathem. $\mathbf{2}_3$ (1901), 285—288.

Sommer, J. [1] *Focaleigenschaften quadratischer Mannigfaltigkeiten im vierdimensionalen Raum.* Mathem. Ann. **53** (1900), 113—160.

Staude, O. [1] *Geometrische Deutung der Additionstheoreme der hyperelliptischen Integrale und Funktionen erster Ordnung im System der konfokalen Flächen zweiten Grades.* Mathem. Ann. **22** (1883), 1—69, 145—176.

Tichomandritzky, M. A. [1] *Über das Umkehrproblem der hyperelliptischen Integrale* Charkow 1885 (russisch). — [2] *Grundlagen der Theorie der Abelschen Integrale* (Charkow 1895; 8°, XV + 232 S.; russisch).

Vessiot, E. [1] *Remarques sur quelques points de la théorie des fonctions algébriques.* Annales de la fac. d. scien. Toulouse **10** (1896). 10 S.

Weber, H. [1] *Über das Additionstheorem der Abelschen Funktionen.* Journ. für Mathem. **70** (1869), 193—211. — [2] *Neuer Beweis des Abelschen Theorems.* Mathem. Ann. **8** (1875), 49—53.

Weierstrass, K. [1] *Beitrag zur Theorie der Abelschen Integrale* (Programm des Braunsberger Gymnasiums für das Jahr 1848/49). — [2] *Zur Theorie der Abelschen Funktionen.* Journ. für Mathem. **47** (1853), 289—306. — [3] *Theorie* *der Abelschen Funktionen.* Journ. für Mathem. 52 (1856), 285—380. — [4] *Bemerkungen über die Integration der hyperelliptischen Differentialgleichungen.* Berichte d. Akad. d. Wissensch. Berlin 1862 = *Mathem. Werke* I, 267—273. — [5] *Aus einem bisher noch nicht veröffentlichten Briefe an Herrn Prof. Schwarz, vom 3. Oktober 1875; Mathem. Werke* II (1895), 235—244.

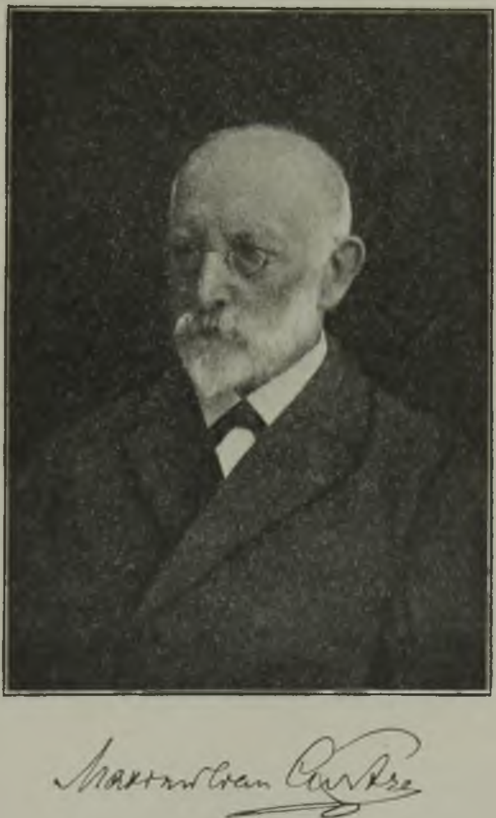
Chronologisches Register.

1828 Abel [3].
1829 Abel [4].
1832 Jacobi [1], [2]; Minding [1].
1833 Minding [2].
1834 Minding [3].
1835 Jacobi [3], [4].
1839 Abel [1]; Broch [1]; Jürgensen [1].
1840 Broch [2].
1841 Abel [2].
1842 Broch [3]; Jacobi [5]; Jürgensen [2]; Minding [4]; Richelot [1].
1843 Haedenkamp [1]; Richelot [2].
1844 Hermite [1]; Rosenhain [1].
1846 Cauchy [1]; Jacobi [6], [7].
1847 Liouville [1].
1849 Weierstrass [1].
1853 Weierstrass [2].
1855 Cauchy [2].
1856 Weierstrass [3].
1857 Boole [1]; Riemann [1].
1858 Brioschi [1].
1861 Aronhold [1].
1862 Aronhold [2]; Riemann [2]; Weierstrass [4].
1863 Roch [1].
1864 Clebsch [1].
1865 Clebsch [2], [3], [4]; Neumann [1]; Roch [2].
1866 Brill [1]; Clebsch und Gordan [1]; Henrici [1]; Jacobi-Clebsch [1].
1868 M. Roberts [1].
1869 Weber [1].
1870 Noether [1].
1872 Lipschitz [1].
1873 Noether [2].
1874 Brill und Noether [1]; Klein [1]; Léauté [1]; Neumann [2].
1875 Noether [3]; Weber [2]; Weierstrass [5].
1876 Clebsch-Lindemann [1]; Dillner [1]; Harnack [1], [2].
1878 Königsberger [1].
1879 Briot [1]; Noether [4].
1880 Cayley [1]; Dedekind und Weber [1]; Rowe [1].
1881 Königsberger [2].
1882 Appell [1]; Cayley [2], [3]; Forsyth [1]; Klein [2]; Rawson [1], [2].
1883 Clebsch-Lindemann-Benoist [1]; Forsyth [2]; Staude [1].
1885 Cayley [4]; Escher [1]; Poincaré [1]; Tichomandritzky [1].
1886 Bacharach [1]; Humbert [1]; Poincaré [2].
1887 Dixon [1]; Humbert [2]; Klein [3]; Königsberger [3]; Noether [5]. Pokrowsky [1].
1888 Dolbnia [1]; Kapteyn [1].
1889 Humbert [3]; Laurent [1].
1890 Humbert [4]; Klein [4]; Noether [6].
1891 Bougaieff [1].
1892 Bertini [1]; Lie [1], [2]; Oekinghaus [1].
1893 Dolbnia [2]; Harkness and Morley [1]; Picard [1]; Salvert [1].
1894 Baker [1]; Brill und Noether [2]; Jordan [1]; Salvert [2]; W. Roberts [1].
1895 Appell et Goursat [1]; Pokrowsky [2]; Tichomandritzky [2].
1896 Lie [3]; Pokrowsky [3]; Vessiot [1].
1897 Baker [2]; Ermakoff [1]; Lie [4]; Picard et Simart [1].
1898 Pokrowsky [4]; Pszeborski [1].
1899 Scheibner [1].
1900 Michel [1]; Ptaszycki [1]; Sommer [1].
1901 Michel [2]; Mordoukhai [1]; Pexider [1]; Poincaré [3]; Schwering [1].
1902 Hensel und Landsberg [1].

Maximilian Curtze.

Von Siegmund Günther in München.

Das beginnende neue Jahr hat der Wissenschaft und insbesondere demjenigen ihrer Zweige, dessen Pflege diese Zeitschrift gewidmet ist, einen überaus schweren Verlust gebracht. Am 3. Januar erlag einem Schlaganfalle, ohne daß eine Krankheit vorhergegangen wäre, Professor Maximilian Curtze, zusammen mit Moritz Cantor, dem er nahe befreundet war, der bedeutendste Vertreter geschichtlich-mathematischer Forschung im Bereiche der deutschen Zunge. Der vorliegende Versuch, dem verewigten Freunde ein literarisches Denkmal zu setzen, erhebt in keiner Weise Anspruch darauf, dem hohen Verdienste des trefflichen Mannes vollauf gerecht zu werden; noch ist die Zeit seit seinem Heimgange eine zu kurze, als daß man schon daran denken könnte, eine so überaus reiche und vielseitige Lebenstätigkeit ausreichend zu würdigen. Nur als ein Beitrag zur näheren Kenntnis des in engeren Fachkreisen freilich von jeher hoch geschätzten Gelehrten und seines Wirkens will dieser Aufsatz angesehen werden.[1]



1) Biographische Daten sind zu finden bei Poggendorff *(Historisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften,* 3. Band, Leipzig 1897, S. 317—318, 4. Band, 1902, S. 288). Verschiedene Mitteilungen verdankt der Verfasser

Curtze war am 4. August 1837 zu Ballenstedt am Harz geboren; obwohl man in den Anhaltinern gewöhnlich Angehörige Norddeutschlands zu erblicken pflegt, fühlte und betrachtete er sich doch immer als Thüringer. Väterlicherseits stammte seine Familie aus dem Fürstentum Waldeck, wo sein Vater, Eduard Curtze, als herzoglicher Leibarzt und Geheimer Medizinalrat nach Ballenstedt gekommen war. Die Mutter hieß ursprünglich Johanna Nicolai; Maximilian war der vierte Sohn. Er besuchte das Gymnasium Carolinum in Bernburg und absolvierte es im Jahre 1857. Welche Gründe ihn zum Besuche der Universität Greifswald veranlaßten, wissen wir nicht zu sagen, aber jedenfalls hat er dort gefunden, was er suchte. Dazu mochte allerdings beitragen, daß er sich bald in der Burschenschaft Rugia einen Freundeskreis erwarb, und so blieb er seine vollen acht Semester an der damals noch kleinen pommerischen Hochschule.

Die Persönlichkeit seines dortigen Lehrers hat ihn, wie aus den beiden Nekrologen hervorgeht, die er über ihn schrieb, vielfach angezogen und beeinflußt. Der heutigen Generation der Mathematiker würde Johann August Grunert (1797—1872), der seit 1833 ordentlicher Professor in Greifswald war, vollständig aus den Augen entschwunden sein, hielte nicht sein Archiv, welches in allerdings erheblich veränderter Gestalt noch heute fortlebt, seinen Namen einigermaßen aufrecht. Er war ein unermüdeter Rechner und fühlte sich am wohlsten bei der Bewältigung komplizierter Formeln, worin er es zu einer wahren Virtuosität gebracht hatte. Dafür hat man gegenwärtig mit Recht weniger Sinn; allein indem man die Vielzahl seiner oft ermüdenden analytischen Abhandlungen vergaß, dachte man auch nicht mehr daran, daß er sehr gute Monographien und Lehrbücher verfaßt hatte, aus denen recht deutlich hervorgeht, daß und warum seine zahlreichen Schüler ihn liebten nnd achteten. Jedenfalls hat Curtze bei Grunert die wertvollste Anregung erhalten, und er hat auch den jungen Mann dazu bestimmt, von seinen fremdsprachlichen Kenntnissen jene Anwendungen zu machen, zu welchen wir uns bald hingeführt sehen werden.

Nachdem er seine Abgangsprüfung an der Universität bestanden, weilte Curtze noch einige Zeit in seiner Vaterstadt und trat dann als

---

Herrn M. Jacobi in München, dem der Verblichene ein väterlicher Freund war, und von dem der Genannte infolgedessen auch selbst ein Lebensbild zu zeichnen sich vorgenommen hat. Auch durch die Angehörigen des Verewigten sind dem Verfasser noch verschiedene einschlägige Notizen übermittelt worden; teilweise trafen dieselben allerdings leider zu spät ein, um noch verwertet werden zu können.

Probekandidat an der höheren Bürgerschule zu Lennep (Rheinprovinz) ein. Seine erste feste Anstellung erhielt er am Gymnasium zu Thorn, und dieser seiner westpreußischen Adoptivheimat ist er fast vierzig Jahre lang treu geblieben, indem er sich auch sein Heim hier gründete. Die Gattin und zwei Kinder beklagen den zu früh Abberufenen; ein Sohn, der gerade in dieser Zeit das Studium der Medizin an der Universität Breslau vollendete, und eine künstlerisch trefflich veranlagte Tochter, die zu der ausgewählten Gemäldesammlung des Vaters selbst manches Stück beizusteuern vermochte. Hier in Thorn rückte CURTZE vom ordentlichen Gymnasiallehrer zum Oberlehrer auf; hier erhielt er auch den Professortitel. Und als er 1896 in den Ruhestand getreten war, konnte er sich, so viele Gründe ihm auch die Übersiedelung an einen an literarischen Hilfsmitteln reicheren Wohnort nahe legen mochten, von der Stätte langjähriger Arbeit nicht trennen. Seine halb ländliche Wohnung mit ihrem Garten, in welchem sich eine rationelle Obstbaumzucht, CURTZEs Liebhaberei in den Mußestunden, betreiben ließ, hielt ihn auch in der kurzen Periode der Quieszenz fest, die freilich in Wahrheit alles andere eher als das war, was der Wortlaut bedeutet.

Am Gymnasium fand er Kollegen, mit denen er sich vollkommen verstand, deren Interessen auch die seinigen waren. PROWE, FASBENDER, BERGENROTH seien in dieser Beziehung besonders genannt. Seinen Lehrerberuf faßte er in allen Stücken äußerst ernst auf, und wir ersehen aus den Programmen seiner Anstalt, daß er sogar ab und zu auf die Erholung in der doch ziemlich sparsam bemessenen Vakanzzeit verzichtete und eine „Ferienschule" leitete. Daß er von seinen Schülern viel verlangte und sich am liebsten denen widmete, deren lebhafte Teilnahme am Unterrichte sich herausfühlen ließ, ist leicht zu glauben; solchen tüchtigen Elementen gab er sich aber auch ganz hin, und sie konnten auch außerhalb des Klassenzimmers gar viel von ihm lernen. Für die Hebung des geistigen Lebens in jenem äußersten Vorposten deutscher Kultur brachte er viele Opfer, und sein Werk war großenteils die Gründung jener Korporation, die als „COPPERNICUS-Verein für Wissenschaft und Kunst" ihren Posten ausgezeichnet ausfüllte und von CURTZE unausgesetzt in ihren Bestrebungen gefördert wurde. Den Grundsätzen eines entschiedenen Liberalismus, die er in der Jugend in sich aufgenommen, ist er sein Leben hindurch unverbrüchlich treu geblieben. So wenig er aber irgendwelchen Chauvinismus in sich aufkommen ließ, hatte er doch aus Überzeugung manchen Strauß mit den polnischen Mitbürgern auszufechten, namentlich auch auf wissenschaftlichem Gebiete, wie z. B. in der COPPERNICUS-Frage. Das Polnische beherrschte er genug, um es verstehen zu können, und dieser Umstand hat ihm und anderen Nutzen gebracht.[1]) Curtze war keine Kampfnatur, wohl aber ein Mann von scharfem Ehr- und Rechtsgefühle, und darum sehen wir ihn auch gar nicht selten in literarische Polemiken verwickelt.

Aus Thorn ist der im allgemeinen nicht gerade reiselustige und wohl auch auf haushälterische Verwendung seiner Mittel angewiesene Mann nicht oft herausgekommen. Im Jahre 1864 nötigten ihn körperliche Störungen, um einen Urlaub einzukommen, den er in der warmen Luft der Stadt Freiburg i. B. zubrachte, und der ihm auch seine Gesundheit wiedergab. Neun Jahre später benützte er die durch einige Urlaubstage verlängerte Pfingstwoche zu einem erfolgreichen Besuche der Bibliotheken von Stockholm und Upsala, zu dem der Mäcen der Wissenschaft, Fürst Boncompagni in Rom, die Kosten beisteuerte. In das Jahr 1896 fiel die nachher zu besprechende Rundreise durch die mitteleuropäischen Büchersammlungen, und 1899 besuchte Curtze zuerst seinen Freund Cantor in Heidelberg, um dessen 70. Geburtstag mitzufeiern, und sodann mit diesem die damals in München abgehaltene Naturforscherversammlung. Diese beiden letzten Gelegenheiten ermöglichten es auch dem Schreiber des Nekrologes, eine schon 1879 angeknüpfte persönliche Bekanntschaft von neuem aufzufrischen.

Zur Erreichung äußerer Ehrungen bietet die Disziplin, welcher Curtze sein arbeitsvolles Leben geweiht hatte, wenig Anlaß. Doch war er Mitglied einer Reihe gelehrter Gesellschaften, insbesondere der Leopoldinisch-Karolinischen Akademie und (korrespondierendes) der Akademie der Wissenschaften zu Padua. Die staatliche Dekoration, die er trug, galt wohl noch mehr, als dem Forscher, dem bewährten Schulmanne.

Wo sich der noch junge Mann die hervorragenden Sprachkenntnisse angeeignet hat, die ihm in seinem wissenschaftlichen Leben so sehr zu statten kamen, wissen wir nicht zu sagen. Französisch und Italienisch wußte er sich, wie ein Blick auf das Verzeichnis seiner Veröffentlichungen ergibt, mit gleicher Leichtigkeit auszudrücken; daß er die klassischen Sprachen vollkommen beherrschte, war wohl dem Bernburger Gymnasium zuzuschreiben. Unter der Einwirkung Grunerts entstanden seine Übersetzungen aus der damals machtvoll aufstrebenden mathematischen Literatur der Italiener; er verdeutschte Schriften der Koryphäen, eines Battaglini, Beltrami, Brioschi, Cremona, Gherardi, Sella und, in etwas späterer

---

1) So verdankte der Schreiber dieser Zeilen dem Freunde eine Reihe von Notizen über den polnischen Geometer Broscius (*Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften,* Leipzig 1876, Kap. 1), über den damals noch sehr wenig bekannt war, und mit dem man erst seitdem durch eine Monographie von Franke (Krakau 1884) soweit vertraut gemacht wurde, um seine Bedeutung für die damalige Zeit gehörig würdigen zu können.

Zeit die *Precursori del Copernico* des großen Mailänder Astronomen Schiaparelli. Zumal Cremonas Lehrbücher haben durch Curtzes Mühwaltung festen Fuß in Deutschland gefaßt und sehr wesentlich zur Aufnahme des Studiums der synthetisch-geometrischen Methoden beigetragen.

In seinen jüngeren Jahren pflegte er auch gerne die reine Mathematik, in der er durch Grunert eine so tüchtige Schulung erfahren hatte. Dessen Archiv enthält aus Curtzes Feder mehrere Beiträge geometrischer und analytischer Natur; so zog ihn vor allem die Summierung trigonometrischer Reihen von verwickelterem Bildungsgesetze an. Nicht minder interessierten ihn zahlentheoretische Aufgaben. Hierher gehört jene inhaltreiche Abhandlung, die er in den Annali di matematica über die sogenannte Lambertsche Reihe publizierte. Es ist nämlich

$$\sum_1^\infty \frac{x^r}{1-x^r} = x + 2x^2 + 2x^3 + 3x^4 + 2x^5 + 3x^6 + 2x^7 + 4x^8 + \ldots,$$

und die rechts stehende Potenzreihe hat die Eigenschaft, daß stets der Faktor des Termes x^n gleich der Anzahl der ganzzahligen Teiler von n ist; so oft dieser Koeffizient gleich 2, ebenso oft ist der Exponent n eine Primzahl. Daß die Gewinnung eines independenten Ausdrucks für das Fortschreitungsgesetz der Reihe eine sehr wichtige Sache wäre, ist leicht einzusehen, und Curtze suchte denselben durch bestimmte Integrale von allerdings sehr komplizierter Gestalt darzustellen.

Wie und wann der junge Gelehrte auf das Arbeitsfeld geführt wurde, durch dessen Bebauung er sich ein unvergängliches Verdienst erwerben sollte, läßt sich ziemlich genau bestimmen. Kaum in Thorn etwas heimisch geworden, orientierte er sich auf der an Handschriften und seltenen Drucken nicht armen Bibliothek seines Gymnasiums, die er späterhin katalogisiert, und über die er mehrere Aufsätze geschrieben hat. Und dabei stieß er auf ein lateinisches Manuskript, dessen Inhalt ihn fesselte, und darum wandte er sich an den Mann, von dem er am ersten sachdienlichen Aufschluß erwarten zu dürfen glaubte. Dieser Mann war Professor Cantor, der denn auch nicht anstand, dem Fragesteller seine Unterstützung angedeihen zu lassen. Das Jahr 1864 war es,[1]) welches die persönliche Freundschaft der beiden namhaften Vertreter ihres Faches begründete und für die Richtung, in welcher sich die Tätigkeit des jüngeren der beiden vorzugsweise bewegte, geradezu richtunggebend werden sollte.

Soll der Grundzug dieser Tätigkeit mit wenigen Worten scharf gekennzeichnet werden, so läßt sich vielleicht sagen: Vornämlich handelte es sich um die Aufklärung der zahllosen Dunkelheiten, welche vor vierzig Jahren noch unser Wissen von dem Stande der

1) Bibliotheca Mathematica **1**$_3$, 1900, S. 228.

exakten Wissenschaften im Mittelalter überlagerten, sowie um die Aufdeckung der viel zu wenig gewürdigten geistigen Verbindungsfäden, welche vom Altertum zum Mittelalter und von diesem zur Neuzeit führen. Nach dieser Seite hin hat CURTZE bahnbrechend gewirkt, und es ist ihm gelungen, Namen von Autoren und Schriftstellern sozusagen auszugraben, von denen man kaum eine Ahnung besaß, und deren Leistungen sich nunmehr leicht überblicken ließen. Als echter Historiker wußte er sich stets in den Geist des Zeitalters zu versetzen, mit dem er es gerade zu tun hatte, und zudem stand ihm eine vortreffliche paläographische Schulung zur Seite, deren Wert wohl deshalb nicht geringer zu veranschlagen war, weil sie weit mehr auf ausgedehnter Erfahrung als auf theoretischen Studien beruhte. Er selbst äußerte gelegentlich, die Kritik, welche CH. THUROT an der Ausgabe des *Algorismus proportionum* des ORESME betätigte, sei für ihn, den in diesen Dingen noch nicht gehörig orientierten Herausgeber, die Richtschnur gewesen, welcher folgend er das Lesen alter Manuskripte gründlich einübte. Die Vorstände aller großen Bibliotheken liehen ihm gern und liberal ihre seltenen Kodizes, wohl wissend, daß seine Mitteilungen einen unschätzbaren Beitrag für ihre Handschriftenkataloge abgeben würden.

Aus unserer obigen Angabe wird erhellen, daß CURTZEs Untersuchungen über die Antike und die neuere Zeit nur ein numerisch schwächeres Kontingent zu der reichen Fülle seiner literarischen Hinterlassenschaft stellen werden. Wir wollen deshalb mit ihnen den Anfang machen. Seinem bibliographischen Sachverständnis gelang der Nachweis, daß der sogenannte Brief des ARCHIMEDES an König GELON eine — noch dazu sehr spät entstandene — Fälschung sei.[1]) Das angebliche Werk des EUKLIDES „Über die Wage" sprach er diesem ab und den bekannten arabischen „drei Brüdern" zu. Auch über das echt euklidische, zuerst in Basel gedruckte Fragment *De gravi et levi* verbreitete er insofern Licht, als er dartat, die Druckerei HERWAGEN habe eine lateinische Übersetzung aus dem Griechischen vor sich gehabt, und des JORDANUS NEMORARIUS Schrift *Liber ponderum* stehe mit jenem in gar keinem Zusammenhange. Ganz besonders aber fesselten ihn in späteren Jahren die Überreste des Alexandriners HERON, dieses so lange in mysteriöser Umschattung verbliebenen Mathematikers,

1) Diese die scharfsichtige Art CURTZES sehr gut charakterisierende Aufdeckung eines literarischen Betruges findet sich in einer Besprechung der an sich sehr verdienstlichen Schrift von HENNING (*Ein unechter Brief des ARCHIMEDES*, Darmstadt 1872). Der Rezensent war nämlich (Zeitschr. für Mathem. **20**, 1875; Hist. Abt. S. 89 ff.) in der Lage zu beweisen, daß das in Rede stehende Schreiben bereits wiederholt gedruckt und auch früher schon als das, was es wirklich ist, nämlich als eine Mystifikation erkannt worden war.

der nun endlich durch die vereinten Bemühungen von Cantor, P. Tannery, Hultsch, W. Schmidt, Schöne u. a. in ein ungleich helleres Licht gerückt worden ist. Die Auffindung der heronischen „*μετρικά*" durch Schöne regte ihn dazu an, die so viel umstrittene Frage, wie sich die Griechen ihre Näherungswerte für quadratische Irrationalitäten verschafft haben möchten, von neuem vorzunehmen. Dabei ergab sich zunächst eine Andeutung des Weges, auf dem jene Näherungsformeln zu den Arabern und zu den christlichen Gelehrten gelangt sind, und weiterhin die erste Einsicht in die Art und Weise, wie man sich bei der approximativen Ausziehung von Kubikwurzeln verhielt. Diese Resultate werden die Historiker der Mathematik wohl zu beachten haben.

Ohne orientalischer Sprachen direkt kundig zu sein, vermochte Curtze gleichwohl auch für die Erforschung der Beziehungen zwischen dem mathematischen Wissen der asiatischen Kulturvölker und demjenigen des christlichen Abendlandes Bedeutendes zu leisten. Von ihm erfuhren wir, daß die chinesische Ta Yen-Regel, die zur Auflösung eines Systems unbestimmter Gleichungen dient, auch dem Occidente nicht fremd war — die Art der Übertragung, falls man nicht an eine zweifache Erfindung mit gegenseitiger Unabhängigkeit denken will, muß durch weitere Nachforschung ermittelt werden. Auf einen sonst unbekannten arabischen Mathematiker Ahmed ben Jusuf hatte zuerst M. Steinschneider hingewiesen, und Curtze fand den Traktat „Von den einander ähnlichen Kreisbogen" bei Jordanus auf, zeigte aber zugleich, daß aus dieser Reproduktion sich nichts für die Autorschaft jenes Jusuf folgern lasse. Einen vortrefflichen Handweiser zur Beurteilung der Kommentierungstätigkeit der Araber aber lieferte er erst vor einigen Jahren, indem er eine Ausgabe des Abû'l 'Abbâs al-Fadl ben Hâtim an-Nairîzî, latinisiert Anaritius, veranstaltete. Der bekannte Gerardus Cremonensis hatte den Kommentar dieses Arabers (etwa um 900) zum Euklides ins Lateinische übersetzt, und Curtze fand ihn anläßlich seiner erwähnten Studienreise in Krakau auf. Diese Scholien sind nicht sowohl um ihrer selbst, als vielmehr um deswillen bedeutsam, weil Anaritius die verloren gegebenen Bemerkungen des Simplicius („Sambelichius") und Heron zu einzeln Teilen des Euklidischen Werkes mit in sein eigenes aufgenommen hat.

Die Neuzeit im engeren Wortsinne lag unserem Forscher ferner. Gelegentlich machte er darauf aufmerksam, daß ein kinematischer Lehrsatz, den man Mac Laurin oder De la Hire zuzuschreiben geneigt war, in Wahrheit geistiges Eigentum des Coppernicus gewesen ist. Aber das ausgehende XV. und das XVI. Jahrhundert zogen ihn lebhaft an. Das größere selbständige Werk, zu dessen Abfassung ihm glücklicherweise noch die Frist gegönnt war, die *Urkunden zur Geschichte der Mathematik im*

Mittelalter und der Renaissance, enthalten zwei dahin zielende Abteilungen. Ihm danken wir die erste kritische Edition des von dem wackeren Polyhistor v. Murr eben doch nur recht unvollständig abgedruckten Briefwechsel des genialen Regiomontanus mit seinen drei Zeitgenossen Roder, Bianchini und Jakob von Speier, einer Reihe von Schriftstücken, die insonderheit für unsere Einsicht in das Zahlenrechnen jener Übergangsperiode unschätzbar sind. Und weiterhin machte er uns mit der inhaltlich schon auf ziemlich hohem Standpunkte stehenden, aber ganz krausen mathematisch-historischen Vorstellungen Raum gebenden *„Algebra des Initius Algebras ad Ylem geometram magistrum suum“* bekannt, indem er zugleich durch eine scharfsinnige Kombination diesen Yles, oder Elias, als eine Art von Doppelgänger des Euklides hinstellte.

Ein paar Lebensjahre Curtzes, so darf man ungescheut sagen, gingen auf in seinen Bemühungen, über die Lebensumstände und den Entwickelungsgang seines großen Landsmannes Coppernicus volle Klarheit zu schaffen. Zu dem Ende hatte er ja, wie wir wissen, seine schwedische Reise unternommen. Man geht wohl nicht zu weit mit der Behauptung, ohne diese stete, anspruchslose Vorarbeit hätte das klassische Werk von Prowe[1]), in dem denn auch der Name Curtze an 50 Stellen zitiert wird, nicht zustande kommen können. Er stellte die richtige Schreibart des Namens Coppernic (mit Doppel-p) fest; er erhob gegenüber der in den Kreisen polnischer Gelehrter vertretenen Auffassung die Tatsache von der deutschen Abstammung des Thorner Bürgersohnes über jeden Zweifel; seine in Upsala gemachten Exzerpte ließen nicht nur die astronomische, sondern auch die ärztliche Wirksamkeit des in allen Sätteln gerechten Mannes hervortreten; er übertrug Malagolas archivalische Ergebnisse betreffs der Studienzeit des jungen Domherrn zu Bologna ins Deutsche[2]); er machte die von dem letzteren in Rom angestellten astronomischen Beobachtungen ausfindig; er zog die Nutzanwendungen aus Coppernics griechischen Eintragungen in seine Bücher; von ihm rühren die genaueren Nachweisungen über die Reform des preußischen Münzwesens her; nur durch seine Mühwaltung endlich wurden wir befähigt, in die Geisteswerkstatt des einzigartigen Mannes einen tieferen Blick zu tun und das Reifen seiner welt-

---

1) Leopold Prowe, *Nicolaus Coppernicus*, 1. Band (in zwei Teilen), Berlin 1883; 2. Band, ebenda 1884.

2) In einem wesentlichen Punkte wich Curtze von Malagola ab, indem er sich für die Annahme einsetzte, daß Coppernicus auch bei Scipione del Ferro, mit dem der Umschwung in der Behandlung der kubischen Gleichungen beginnt, gehört habe. Diese Ansicht wird heute wohl durchaus für die richtige gehalten, da auch Malagolas Gegengründe sich (Prowe, a. a. O., 1: 1, S. 248) geradezu in diesem Sinne verwerten lassen.

umgestaltenden Ideen aus bescheidenen Keimen heraus stufenweise zu verfolgen. Und CURTZE hat uns endlich auch mit dem gereinigten Texte des Grundbuches der neueren Kosmologie beschenkt. Im Gedächtnisjahre 1873 gab der Thorner COPPERNICUS-Verein, von der preußischen Regierung materiell unterstützt, die zum Glück erhalten gebliebene Origininalhandschrift der *Revolutiones*, die inzwischen mancherlei Schicksale gehabt und sich u. a. längere Zeit im Besitze des berühmten Pädagogen AMOS COMENIUS befunden hatte, in einem Neudrucke heraus. Niemand wird daran denken, die Verdienste der Männer verkleinern zu wollen, die sich mit CURTZE in die umfassenden Geschäfte dieses Unternehmens teilten; daß jedoch ihm der Löwenanteil der vorbereitenden Arbeiten zufiel, ist unbestreitbar. Besonders erfreulich ist, daß er das Andenken des ebenso geistesklaren wie charakterfesten Astronomen von dem ihm gemachten Vorwurfe einer gewissen Hinterhältigkeit zu reinigen in der Lage war, indem er die wahre Natur der von dem Nürnberger Hauptprediger OSIANDER eingeschmuggelten „Praefatio“ beleuchtete.

Durch die Vorstudien war auch einer anderen, bislang zu wenig beachteten Persönlichkeit ihr Recht geworden, dem Ferraresen DOMENICO MARIA NOVARA. Mit ihm, dem anerkannten Lehrer und Freunde COPPERNICS, beschäftigt sich eine ganze Folge CURTZEscher Aufsätze in deutscher und italienischer Sprache, und es kann danach keinem Zweifel unterliegen, daß dieser originelle Denker, der mehrfach in Gegensatz zum herrschenden Systeme des PTOLEMAEUS geraten war, einen nicht zu unterschätzenden Einfluß auf Geist und Gemüt seines Zuhörers ausübte. Und in NOVARAS Vaterstadt Ferrara, wo sich der schon herangewachsene Studierende den Doktorhut des geistlichen Rechtes aufsetzen ließ, lernte er den um sechs Jahre jüngeren CELIO CALCAGNINI kennen, der ebenfalls als einer von denen genannt wird, die unter den Vorläufern der heliozentrischen Weltanschauung eine selbständige Stelle verdienen.

Bei seinem Streben, die Feldmeßkunst des Mittelalters und die ihr zu verdankende Förderung des trigonometrischen Rechnens allseitig zu erforschen, berührte sich CURTZE nahe mit den „Agrimensoren“ seines Freundes CANTOR. Dahin gehören seine — von auch dem Fachmanne angenehmen Übersetzungen begleiteten — Textausgaben des *Liber embadorum* von ABRAHAM JUDAEUS (SAVASORDA) und der *Practica geometriae* von LEONARDO MAINARDI in den „Urkunden“. Erstere Schrift gehörte zu den Vorlagen, an die sich des LEONARDO FIBONACCI grundlegende „praktische Geometrie“ aus dem XIII. Jahrhundert anlehnte. Von CURTZE wird zutreffend darauf aufmerksam gemacht, daß sich stets zwei ihrem inneren Wesen nach verschiedene Gruppen von geodätischen Instrumenten gegenüberstehen; solche, die, nach Art des gewöhnlichen Quadranten, eine direkte Ablesung der zu messenden Winkel gestatten, und solche, die eine indirekte Berechnung derselben aus gemessenen Strecken notwendig machen. Einer Notiz des Unterzeichneten[1]) Folge gebend, arbeitete CURTZE die nur handschriftlich uns aufbehaltene Schrift des katalonischen Juden LEVI BEN GERSON oder LEON DE BAGNOLIS durch und entwickelte danach die Theorie des später zu so hoher Anerkennung gelangten Jakobsstabes, dessen Handhabung bereits einige Vertrautheit mit den gonimetrischen Funktionen erheischte. Allein dabei blieb er nicht stehen, sondern wies weiterhin nach, daß LEVI ganz klar und bestimmt die Camera obscura beschreibt, und daß also PORTA ohne Grund für deren Erfinder ausgegeben wird, ganz abgesehen davon, daß auch LEONARDO DA VINCIS Papiere ebenfalls die unverkennbare Skizze dieses Apparates enthalten. Wie die Begriffe „Umbra recta“ und „Umbra versa“, d. h. Kotangente und Tangente, lange vor der Entstehung von REGIOMONTANS *Tabula foecunda* Eingang bei den europäischen Geometern gefunden haben, trat bei dieser Veranlassung gleichfalls in die Erscheinung.

Die Zahlentheorie und Rechenkunst der spätmittelalterlichen Jahrhunderte spielten nicht minder ihre Rolle in CURTZES Untersuchungsgebiete. Wiederholt kommt er auf die kulturhistorisch bemerkenswerten und gar nicht so besonders leichten Scherzaufgaben zu sprechen, die durch ALCUINS *Problemata ad acuendos juvenes* in den Klosterschulen Eingang gefunden hatten und erörtert zugleich zeitgenössische Rechenspiele. Spezielle Formen des numerischen Kalküls, wie die abgekürzte Multiplikation, werden mit berücksichtigt. Von dauerndem Werte ist ein in Wien gemachter Fund, der eines Manuskriptes, in welchem die beiden ihrerzeit um die Vorherrschaft streitenden Methoden des Abakus und Algorithmus nebeneinander und ungefähr gleichberechtigt auftreten, so daß man damit eine Vorstellung von den Verhältnissen des Übergangszeitalters bekommt. Sogar Anklänge an die Dezimalbrüche glaubte CURTZE wahrzunehmen. Die Rundreise zeitigte überhaupt eine reiche Ernte, zu deren voller Einbringung nur zunächst die Zeit gebrach. Um nur eines zu nennen, sei daran erinnert, daß man zwar immer von HEINRICH VON LANGENSTEIN als von demjenigen sprach, der die exakten Wissenschaften an der jungen Universität Wien inaugurierte; allein einen eigentlichen Beleg dafür, daß es sich so verhalte, besaß man nicht. Nunmehr kennen wir eine Handschrift des gefeierten Hochschullehrers, die etwa seinem Kollege über Planetentheorik — Exzenter und Epizykeln — entsprechen dürfte.

Einer ganzen Reihe mittelalterlicher Mathematiker stehen wir, seitdem CURTZE ihnen seine Teilnahme zugewendet hat, ganz anders, als früher,

---

1) GÜNTHER, *Die erste Anwendung des Jabobsstabes zur geographischen Ortsbestimmung;* Biblioth. Mathem. 4_2, 1890, S. 73 ff.

gegenüber; sie sind uns in jeder Hinsicht näher gerückt worden. Solche sind aus dem eigentlichen Mittelalter JOHANNES DE MURIS, der vorzugsweise zuvor nur als musikalischer Schriftsteller galt; DOMINICUS PARISIENSIS oder DE CLAVASIO, dessen Kompendium als Archetypus der „Geometria Culmensis" zu betrachten ist; ROBERTUS ANGLICUS (identisch mit ROBERT GROSSETESTE?); JOHANNES DE LINERIIS, der fast zum Gespenste in der Geschichte der Mathematik geworden war, jetzt aber ein sehr reeller Pikarde aus dem XIV. Säkulum geworden ist. Von SACROBOSCO *Algorithmus* wurde eine gedruckte Ausgabe aus dem Jahre 1488 ausfindig gemacht. Auch PETRUS DE DACIA, sowie THOMAS BRADWARDIN haben CURTZE bereits zu Beginn seiner gelehrten Laufbahn anhaltend beschäftigt. JOHANN VON GMUNDEN ist ihm zufolge nicht dem Städtchen am Traunsee, sondern der schwäbischen Reichsstadt entsprossen. Aus etwas späterer Zeit gehörten der Astronom und Geograph GEMMA FRISIUS und JOACHIM RHETICUS zu denen, welchen der Spüreifer des bibliothekskundigen Mannes zu gute kam. Der „Thuringopolonus" VITELLION, dessen Lehrbegriff der Optik eine Zierde der mittelalterlichen Literatur bildet, wurde in einen ehrlichen Deutschen WITELO umgewandelt. Mehr jedoch als alle anderen gewannen unter CURTZEs Händen zwei Gelehrte, von denen man bis dahin nicht viel mehr als die Namen und wenige Schriften gekannt hatte; diese sind JORDANUS NEMORARIUS und NICOLE ORESME. Der erstgenannte ist uns heute ein geschickter Algebraiker, der mit dem noch rohen Formalismus, der ihm zu Gebote stand, auch schwierigeren Gleichungen zu Leibe zu gehen verstand; der andere muß sogar als der ideenreichste aller Mathematiker vor REGIOMONTANS Auftreten in Ehren gehalten werden. In seinem Kopfe bildete sich nämlich erstmalig der Anfangsbestand einer wirklichen Koordinatengeometrie aus, und an CURTZE lag es, daß dieser tatsächliche Inhalt hinter der verhüllenden Form der *Latitudines formarum* entdeckt wurde.

Hiermit möge unsere Übersicht über die vier Jahrzehnte umfassende schriftstellerische Leistung des verstorbenen Vorkämpfers für die von dieser Zeitschrift verfolgten Zwecke ihren Abschluß finden. Kurz und bündig mußte dieselbe sein, und jeder Leser unseres Artikels wird finden, daß es leicht genug gewesen wäre, demselben durch tieferes Eingehen auf die fast zahllosen, nur leicht gestreiften Einzelfragen jeden beliebigen Umfang zu erteilen. Vergegenwärtigt man sich, wie ungemein CURTZEs Produktion und Schaffensfreude zugenommen hatten, seit mit der Enthebung von den täglichen Pflichten des Lehrers sein Geist sich frei entfalten durfte, so werden wir uns des Gedankens nicht zu entschlagen vermögen, daß er uns noch reiche Gaben beschert haben würde, wäre ihm eine längere Lebensdauer beschieden gewesen. Was würde z. B. er oder CANTOR aus jener

Geschichte der Mathematik in Deutschland gemacht haben, welche die Münchener Historische Kommission vergab, ohne zu ahnen, wo sich alle Eigenschaften für ein solches Werk in seltener Vollständigkeit zusammengefunden hatten!

Publikationen von M. Curtze. 1)

I. Selbständig erschienene Schriften.

1) *Die Gymnasialbibliothek zu Thorn und ihre Seltenheiten.* Königsberg i. Pr., Rosbach 1868.

2) *Der „Algorithmus proportionum" des Nicole Oresme, zum ersten Male nach der Lesart R. 4⁰—2 der k. Gymnasialbibliothek zu Thorn.* Jubiläumsschrift des Thorner Gymnasiums. Berlin, S. Calvary & Co. 1868. 30 S. 8⁰.

3) *Die mathematischen Schriften des Nicole Oresme (1320—1382). Ein mathematisch-bibliographischer Versuch.* Berlin, S. Calvary & Co. 1870. 20 S. 4⁰.

4) *Katalog der Gymnasialbibliothek zu Thorn.* Programm. Thorn 1871.

5) *Die Handschriften und seltenen alten Drucke der Gymnasialbibliothek zu Thorn.* 1. Teil, Thorn 1873. 2. Teil, Leipzig 1878. 40 + 46 S. 4⁰.

6) *L. F. Prowe, ein Gedenkblatt.* Programm. Thorn 1888.

7) *Kommentar zum „Tractatus de numeris datis" des Jordanus Nemorarius;* Programm, Thorn 1890. 19 S. 4⁰.

8) *Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance,* 2 Teile. Leipzig, B. G. Teubner 1902. X + 627 S. (Aus Heft 12 und 13 der Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik separat herausgegeben.)

II. Ausgaben.

1) *Nicolai Copernici Thorunensis de revolutionibus orbium coelestium libri VI. Ex autoris autographo recudi curavit Societas Copernicana Thorunensis. Accedit Joannis Rhetici de libris revolutionum narratio prima.* Thorn 1873. XXX + 494 S. Fol. Sogenannte Säkularausgabe.

2) *Liber trium fratrum de geometria.* Leipzig 1885. Aus den Nova Acta der kaiserl. Leopold.-Karol. Deutschen Akademie der Naturforscher B. 49. 63 S. 4⁰.

3) *Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco Commentarius; una cum Algorismo ipso.* Kopenhagen 1897. XIX + 92 S. 8⁰. Herausgegeben mit Unterstützung der kgl. dän. Akademie der Wissenschaften.

4) *Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii ex interpretatione Gherardi Cremonensis in Codice Cracoviensi 569 servata.* Lipsiae 1899. XXIX + 389 S. 8⁰. Zugleich Supplementband zu der großen Euklides-Ausgabe von Heiberg und Menge.

---

1) Aus räumlichen und zeitlichen Gründen mußte darauf verzichtet werden, auch die äußerst zahlreichen Berichte und Bücherbesprechungen hier zu registrieren, welche Curtze in sehr verschiedenen Organen (Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jenaer Literaturzeitung, Deutsche Litteraturzeitung, Neuer Anzeiger für Bibliographie und Bibliothekswissenschaft usw.) veröffentlicht hat. Er ist dabei stets den Grundsätzen positiver Kritik treu geblieben. Wir erinnern z. B. an die in dem Jenaer Blatte enthaltenen Anzeigen einer Reihe von neuen Bearbeitungen des Galilei-Prozesses, welche auch sachlich entschiedenes Interesse beanspruchen dürfen.

III. Übersetzungen.

1) *Battaglinis Bemerkungen über Kurvenreihen von beliebigem Index. Ins Deutsche übersetzt.* Greifswald, A. Koch 1864.

2) *Rede, gehalten bei der feierlichen Eröffnung der Accademia scientifico-letteraria und des Istituto tecnico superiore zu Mailand von Francesco Brioschi. Aus dem Italienischen.* Greifswald, A. Koch 1864.

3) *Einleitung in die geometrische Theorie der ebenen Kurven, von Luigi Cremona. Nach der neuen Redaktion unter Mitwirkung des Verfassers ins Deutsche übertragen.* Greifswald, A. Koch 1865. XVI + 299 S. 8⁰.

4) *Die geometrischen Prinzipien des Zeichnens, insbesondere die der Axonometrie, von Quintino Sella. Aus dem Italienischen.* Greifswald, A. Koch. 1865. 48 S. 8⁰ + 4 Taf.

5) *Grundzüge der allgemeinen Theorie der Oberflächen in synthetischer Behandlung, von Luigi Cremona. Aus dem Italienischen, unter Mitwirkung des Verfassers ins Deutsche übertragen.* Berlin, S. Calvary & Co. 1870. XXIV + 228 S. 8⁰.

6) *Einige Materialien zur Geschichte der mathematischen Fakultät der alten Universität Bologna. Vorträge von Silvestro Gherardi, aus dem Italienischen, unter Mitwirkung des Verfassers ins Deutsche übersetzt.* Berlin, S. Calvary & Co. 1871. 140 S. 8⁰.

7) *Elemente des graphischen Kalkuls, von Luigi Cremona. Aus dem Italienischen, unter Mitwirkung des Verfassers, ins Deutsche übertragen.* Leipzig, Quandt & Händel 1876. VIII + 105 S. 8⁰.

8) *Die Vorläufer des Copernicus im Altertum. Historische Untersuchungen von G. V. Schiaparelli. Aus dem Italienischen, unter Mitwirkung des Verfassers, ins Deutsche übertragen.* Leipzig, Quandt & Händel[1]) 1876. VIII + 268 S. 8⁰ + 4 Taf.

IV. Archiv der Mathematik und Physik.

1) *Handschriftlicher Fund auf der Thorner Gymnasialbibliothek;* 44, 1865, S. 371—374.

2) *Weiteres über den handschriftlichen Fund auf der Thorner Gymnasialbibliothek;* 45, 1866, S. 501—504.

3) *Über die in Teil XLV, Heft 2, S. 219 mitgeteilten Summenformeln des Herrn Alessandro Dorna in Turin;* 46, 1866, S. 357—359.

4) *Verallgemeinerung der in Teil XLVI, S. 359 mitgeteilten Summenformeln (4) und (5) und einige daraus sich ergebende specielle Resultate;* 47, 1867, S. 238—241.

5) *Erweiterung der letzten der in Teil XLVII, S. 117 mitgeteilten Sätze in folgender Form: „Ist ein vollständiges Vierseit einer Kurve 3. Ordnung eingeschrieben, so schneiden sich die Tangenten der Kurve durch zwei gegenüberliegende Scheitel in einem Punkte der Kurve"; ferner über den Satz: „Nimmt man auf einer Seite AB eines Dreiecks ABC einem Punkt D so an, daß $AD:BD = n:m$, so ist $m \cdot AC^2 + n \cdot BC^2 = (m+n)(CD^2 \pm AD \cdot BD)$, wo die oberen oder unteren Zeichen zu nehmen sind, je nachdem D zwischen A und B oder auf der Verlängerung von AB liegt", und über den zweiten der am angeführten Orte mitgeteilten Sätze;* 47, 1867, S. 356—358.

6) *Zwei zu beweisende Sätze;* 48, 1868, S. 480.

7) *Schreiben an Prof. Grunert;*[2]) 48, 1868, Liter. Bericht Nr. CLXXXXII S. 15—20.

---

1) Vgl. auch Altpreußische Monatsschrift.

2) Dasselbe wurde veranlaßt durch eine Reklamation Prof. Eugenio Beltramis

8) *Die Originalhandschrift des copernicanischen Hauptwerkes „De revolutionibus" und die Neuausgabe desselben durch den Copernicus-Verein für Wissenschaft und Kunst zu Thorn;* **54**, 1872, Liter. Bericht Nr. CCXVI, S. 1—7.

9) *Johann August Grunert;* **55**, 1873, S. 1—4.

10) *Die Entstehungsgeschichte der Revolutiones des Copernicus;* **56**, 1874, S. 325—326.

11) *Fünf ungedruckte Briefe an Gemma Frisius, nach dem Original der Universitätsbibliothek zu Upsala herausgegeben;* **56**, 1874, 313—325.

12) *Kurze Notiz zu dem Aufsatze des Herrn Rath „Die rationalen Dreiecke";* **57**, 1875, S. 216—217.

13) *Inedita Copernicana, aus den Handschriften von Berlin, Königsberg, Upsala und Wien herausgegeben;* **62**, 1878, S. 113—148, 337—374.

14) *Kurze Replik an Herrn Dr. P. Zebrawski;* **63**, 1879, S. 432—434.

15) *Mathematisch-geschichtliches aus dem Cod. lat. Mon. No. 14908;* $\mathbf{13_2}$, 1894. S. 388—406.

V. Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques.

1) *Note sur la vie de Jean-Auguste Grunert;* **3**, 1872, S. 285—287.

2) *Extrait d'une lettre;* **6**, 1875, S. 57—60.

VI. Annali di matematica pura ed applicata.

1) *Notes diverses sur la série de Lambert et la loi des nombres premiers;* $\mathbf{1_2}$, 1867, S. 285—292.

VII. Zeitschrift für Mathematik und Physik.

1) *Über die Handschrift R. 4⁰. 2 „Problematum Euclidis explicatio";* **13**, 1868, Supplement S. 45—104.

2) *Einige Bemerkungen zu dem Aufsatze Steinschneiders „Thabit ben Korra";* **19**, 1874, S. 95—96.

3) *Das angebliche Werk des Euclides über die Wage;* **19**, 1874, S. 262—263.

4) *Reliquiae Copernicanae;* **19**, 1874, S. 76—82, 432—458; **20**, 1875, S. 221—248.

5) *Bemerkungen zu dem Aufsatze Gunthers „Zur Geschichte der deutschen Mathematik im XV. Jahrhundert";* **20**, 1875, Hist. Abt. S. 57—60.

6) *Hat Copernicus die Einleitung zu seinem Werke De Revolutionibus selbst gestrichen oder nicht;* **20**, 1875, Hist. Abt. S. 60—62.

7) *Letztes Wort über die „Bibliotheca Historico-naturalis";* **21**, 1876, Hist. Abt. S. 151—154.

8) *Über eine Handschrift der königl. Bibliothek zu Dresden;* **28**, 1883, Hist. Abt. S. 1—13.

9) *L. Prowe. Eine Gedächtnisrede, gehalten in der ausserordentlichen Sitzung des Copernicus-Vereins für Kunst und Wissenschaft zu Thorn am 10. Oktober 1887;* **33**, 1888, Hist. Abt. S. 89—96. Auch separat, Thorn 1887.

10) *Kommentar zum „Tractatus de numeris datis" des Jordanus Nemorarius;* **36**, 1891, Hist. Abt. S. 1—23, 41—62, 81—95, 121—138.

11) *Die abgekürzte Multiplikation;* **40**, 1895, Hist. Abt. S. 7—13.

12) *Anonyme Abhandlung über das Quadratum geometricum;* **40**, 1895, Hist. Abt. S. 161—165.

13) *Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra im XV. Jahrhundert;* **40**, 1895, Supplement S. 31—74.

---

die derselbe in Vertretung der Interessen L. Cremonas gegen eine Schrift v. Drachs (*Einführung in die Theorie der kubischen Kegelschnitte,* Leipzig 1867) erhoben hatte. Beltramis Mitteilung wird von Curtze in deutschem Gewande wiedergegeben.

14) *Die Handschrift No. 14836 der königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München;* **40**, 1895, Supplement S. 75—142.

15) *Über die sogenannte Ta Yen-Regel in Europa;* **41**, 1896, Hist. Abt. S. 81—82.

16) *Quadrat- und Kubikwurzeln bei den Griechen nach Herons neu aufgefundenen μετρικά;* **42**, 1897, Hist. Abt. S. 113—120.

17) *Die Quadratwurzelformel des Heron bei den Arabern und bei Regiomontan und damit Zusammenhängendes;* **42**, 1897, Hist. Abt. S. 145—152.

18) *Über eine Algorithmus-Schrift des XII. Jahrhunderts;* **42**, 1897, Supplement S. 1—28.

19) *De inquisicione capacititis figurarum. Anonyme Abhandlung aus dem fünfzehnten Jahrhundert;* **42**, 1897, Supplement S. 29—68.

20) *Ein „Tractatus de abaco" aus der Wende des XII. und XIII. Jahrhunderts;* **43**, 1898, Hist. Abt. S. 122—130.

21) *Der Tractatus Quadrantis des Robertus Anglicus in deutscher Übersetzung aus dem Jahre 1477;* **44**, 1899, Supplement S. 41—63.[1])

22) *Verzeichnis der mathematischen Schriften des Hofrats Professor Dr. Moritz Cantor;* **44**, 1899, Supplement S. 625—650.

23) *Ein Nachtrag zu dem Aufsatze in der Festschrift;* **45**, 1900, Hist. Abt. S. 41—46.

VIII. Monatshefte für Mathematik.

1) *Practica geometriae;* **8**, 1897, S. 193—224.

2) *Nachträge zu dem Aufsatze „Practica geometriae";* **9**, 1898, S. 266—268.

IX. Rivista Europea (Firenze).

1) *Domenico Maria Novara da Ferrara, maestro del Copernico in Bologna;* **2**, 1870, Heft 3.

X. Bullettino di bibliografia e di storia della scienze matematiche e fisiche.

1) *Sur l'astronomie de Boèce, signalée par M. le Docteur M. Cantor;* **1**, 1868, S. 104.

2) *Sur l'orthographe du nom et sur la patrie de Witelo (Vitellion);* **4**, 1871, S. 49—77.

3) *Sopra alcuni scritti stampati, finora non conosciuti, di Domenico Maria Novara da Ferrara;* **4**, 1871, S. 140—148.

4) *Ulteriori notizie intorno ad alcuni scritti stampati, finora non conosciuti, da Domenico Maria Novara da Ferrara;* **4**, 1871, S. 149.

5) *Nuove Copernicane;* **11**, 1878, S. 167—171.

6) *Giunte ed annotazioni alle „Nuove Copernicane";* **11**, 1878, S. 172—176.

XI. Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

1) *Mathematische Sophismen;* **5**, 1874, S. 359—360.

XII. Leopoldina.

1. *Die Ausgabe von Jordanus „De numeris datis" durch Professor P. Treutlein in Karlsruhe;* **18**, 1882, S. 26—31.

XIII. Bibliotheca Mathematica.

1) *Über einen De la Hire zugeschriebenen Lehrsatz;* 2_2, 1888, S. 65—66.

2) *Über den „liber de similibus arcubus" des Ahmed ben Jusuf;* 3_2, 1889, S. 15—16.

3) *Über den Josephus Sapiens oder Hispanus Gerberts;* 8_2, 1896, S. 13—14.

---

1) Curtzes Beitrag zu jener Festschrift, welche derselbe im Vereine mit dem Schreiber dieser Zeilen anläßlich des 70. Geburtstages M. Cantors als 9. Heft der „Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik" herausgab (Leipzig, Teubner, 1899), und welche Beiträge von 33 Gelehrten enthält.

4) *Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14. und 15. Jahrhundert.* I. *Anonyme Abhandlung über Geometrie;* 8_2, 1894, S. 107—115.

5) *Zur Geschichte des Josephspieles;* 8_2, 1894, S. 116.

6) *Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14. und 15. Jahrhundert.* II; 9_2, 1895, 1—8.

7) *Mathematisch-historische Miscellen.* I. *Noch einmal über den De la Hire zugeschriebenen Lehrsatz;* 9_2, 1895, S. 33—34. II. *Weiteres über das Josephspiel;* 9_2, 1895, S. 34—36. III. *Der Algorismus des Sacrobosco;* 9_2, 1895, S. 36—37. IV. *Zur Zahlentheorie im XV. Jahrhundert;* 9_2, 1895, S. 37—39. V. *Zur Geschichte der vollkommenen Zahlen;* 9_2, 1895, 39—42. VI. *Arithmetische Scherzaufgaben aus dem XIV. Jahrhundert;* 9_2, 1895, 77—88. VII. *War Johannes de Lineriis ein Deutscher, ein Italiener oder ein Franzose?;* 9_2, 1895, S. 105—106. VIII. *Über den Dominicus Parisiensis der „Geometria Culmensis";* 9_2, 1895, S. 107—110. IX. *Alte Scherzaufgaben in deutscher Sprache;* 9_2, 1895, 110—113. X. *Zur Geschichte der Progressionen im Mittelalter;* 9_2, 1895, 113—114.

8) *Zur Geschichte der Übersetzungen der Elementa im Mittelalter;* 10_2, 1896, S. 1—3.

9) *Über Johann von Gemunden;* 10_2, 1896, S. 4.

10) *Ein Beitrag zur Geschichte der Physik im XIV. Jahrhundert;* 10_2, 1896, S. 43—49.

11) *Über die im Mittelalter zur Feldmessung benutzten Instrumente;* 10_2, 1896. S. 65—72.

12) *Antwort auf die Anfrage 69*; 12_2, 1898, S. 95—96.

13) *Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jakobsstab*; 12_2, 1898, S. 97—112.

14) *Zwei Beiträge zur Geschichte der Physik im Mittelalter.* I. *Das Buch Euklids de gravi et levi;* 1_3, 1900, S. 51—54. II. *Der Tractatus de fractionibus et reflexionibus radiorum des Robertus Linconiensis;* 1_3, 1900, S. 54—59.

15) *Zum siebenzigsten Geburtstage Moritz Cantors;* 1_3, 1900, S. 227—231.

16) *Urkunden zur Geschichte der Trigonometrie im christlichen Mittelalter.* I. *Aus dem „Liber embadorum" des Savasorda in der Übersetzung des Plato von Tivoli;* 1_3, 1900, S. 321—337. II. *Aus den „Canones sive regule super tabulas Toletanas des Al-Zarkali";* 1_3, 1900, S. 337—347. III. *Aus den „Scripta Marsiliensis super Canones Azarchelis;* 1_3, 1900, S. 347—353. IV. *Anonyme Abhandlung über Trigonometrie aus dem Ende des XIII. Jahrhunderts;* 1_3, 1900, S. 353—372. V. *Aus „Leo de Balneolis Israhelita de sinibus, chordis et arcubus, item instrumento revelatore secretorum";* 1_3, 1900, S. 372—380. VI. *Anonyme Abhandlung „De tribus notis";* 1_3, 1900, S. 380—390. VII. *Die „Canones Tabularum primi mobilis" des Johannes de Lineriis;* 1_3, 1900, S. 390—413. VIII. *Die Sinusrechnung des Johannes de Muris;* 1_3, 1900, S. 413—416.

17) *Über den Ursprung der Benennung „Radius" für Halbmesser;* 1_3, 1900, S. 516.

18) *Zur Geschichte der Kreismessung und Kreisteilung im XV. Jahrhundert;* 2_3, 1901, S. 41—57.[1]

XIV. Himmel und Erde.

1) *Nicolaus Coppernicus;* 11, 1899, S. 193—208, 260—278, 315—321, 362—375, 415—422. Auch separat, Berlin 1899, Veröffentlichungen der „Urania" (Heft 54); 84 S. 8⁰.

2) *Die Dunkelkammer. Eine Untersuchung über die Vorgeschichte derselben;* 13, 1901, S. 225—236.

---

1) Von der „Bibliotheca Mathematica" Abschied nehmend, sei von uns noch bemerkt, daß sich auch Curtze an dem von dem Herausgeber eingerichteten Sprechsaale, der Cantors „Vorlesungen" gewidmet ist, eifrig beteiligt hat.

XV. Altpreußische Monatsschrift.

1) *Über* Domenico Maria Novara da Ferrara, *den Lehrer des* Copernicus *in Bologna;* **6**, 1869, S. 735—743. Auch separat (als gedruckter Vortrag) erschienen, Thorn 1869.

2) *Berichtigung dazu;* **7**, 1870, S. 253—256.

3) *Über einige bis jetzt unbekannte gedruckte Schriften des* Domenico Maria Novara da Ferrara; **7**, 1870, S. 515—521.

4) *Weitere Notizen über bis jetzt unbekannte gedruckte Schriften des* Domenico Maria Novara da Ferrara; **7**, 1870, S. 726—727.

5) *Über eine neue* Copernicus-*Handschrift, nach einem Briefe des Direktors Dr. O. v.* Struve *in Pulkowa mitgeteilt;* **10**, 1873, S. 155—162. Auch separat, Berlin 1872. S. Calvary & Co.

6) *Über ein Exemplar der Ephemeriden des* Joannes Stoeffler *von 1531 mit angeblichen Noten von des* Copernicus *Hand;* **11**, 1874, S. 278—279.

7) *Die Vorläufer des* Copernicus *im Altertum; nach dem Italienischen von G.* Schiaparelli; **13**, 1876, S. 1—46, 97—128, 193—221. Auch separat; s. o. unter III.

8) *Zur Biographie des* Rheticus; **31**, 1894, S. 491—496.

9) *Eine Studienreise, unternommen August bis Oktober 1896;* **35**, 1898, S. 435—455.

XVI. Zentralblatt für Bibliothekswissenschaft.

1) *Eine Studienreise;* **16**, 1899, S. 257—306.

XVII. Neuer Anzeiger für Bibliographie und Bibliothekswissenschaft (von Petzholdt).

1) *Schreiben an den Herausgeber;* Jahrgang 1874, S. 367—368. (Bezieht sich auf Metzgers *„Bibliotheca historico-naturalis“.*)

2) *Nachträge und Berichtigungen zu* Wellers *Repertorium typographicum* (Nördlingen, Beck 1864) *nebst Supplement;* Jahrgang 1875, S. 56—66, S. 89—99.

3) *Schreiben an den Herausgeber;* Jahrgang 1875, S. 215. (Bezieht sich auf ein der Thorner Gymnasialbibliothek angehöriges Exemplar der ehemaligen Corvina in Ofen.)

XVIII. Jahresbericht über die Fortschritte der klassischen Altertumswissenschaft.

Die inbetreff der antiken Wissenschaften im Altertum während der Zeit vom Oktober 1879 bis Schluß 1882 erschienenen Werke, Schriften und Abhandlungen; **40**, 1884. 50 S.

XIX. Mitteilungen des Coppernicus-Vereines für Wissenschaft und Kunst zu Thorn.

1) *Inedita Coppernicana, aus den Handschriften zu Berlin, Frauenburg, Upsala und Wien herausgegeben;* **1**, 1878. 73 S. 8⁰. (Siehe oben IV.)

2) *Der Aufenthalt des* Coppernicus *in Bologna. Von K.* Malagola. *Deutsch.* **2**:2, 1880.

3) *Die Hochschule Padua zur Zeit des* Coppernicus, *aus dem Italienischen von A.* Favaro *übersetzt;* **3**, 1881. 60 S. 8⁰.

4) *Ergänzungen zu den „Inedita Coppernicana“ im 1. Hefte;* **4**, 1882. 9 S. 8⁰.

5) Jordani Nemorarii *Geometria vel de triangulis libri V*; **6**, 1887. XV + 50 S. 8⁰.

Separat[1]): *Neue Copernicana aus Upsala; Vortrag, gehalten im* Copernicus-*Verein für Wissenschaft und Kunst zu Thorn am 4. Juni 1877.*[2])

---

1) Damals gab der Verein noch keine Gesellschaftsschriften heraus.

2) Nicht bekannt ist dem Verf., ob auch als gesonderte Vorträge etwa zuerst in Zeitungen publiziert und etwa nachher dem Buchhandel übergeben worden sind die drei Stücke, die er nur aus einer Erwähnung Curtzes (Leopoldina 16, 1880, S. 117 ff.) kennt. Die Titel sind:

1. *Das Porträt des* Copernicus *in den Uffizien von Florenz.*
2. *Über den Wert alter Dokumente, den Nutzen und Genuß, den sie gewähren.*

Über die Aufgaben einer mathematischen Zentralbibliothek.

Von G. Eneström in Stockholm.

Unter den aktuellen Fragen mathematisch-literarischer Natur gibt es wohl keine, die ein größeres Interesse beanspruchen kann, als die folgende: „Welche Maßregeln sollen ergriffen werden, um den Forschern auf dem Gebiete der Mathematik die Resultate der bisherigen Untersuchungen leicht zugänglich zu machen?“ Ohne Zweifel ist schon sehr viel getan worden um diese Frage bis zu einem gewissen Grade zu erledigen, z. B. durch die Begründung des Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik und die zahlreichen in den letzten Jahren erschienenen Berichte über den gegenwärtigen Stand gewisser Theorien. Auf der anderen Seite ist es klar, daß der Spezialist sich im allgemeinen nicht mit kürzeren Referaten über die Errungenschaften auf einem besonderen Gebiete begnügen kann, sondern von den Originalabhandlungen selbst Kenntnis nehmen muß, und für jedes Jahr wächst die Anzahl der Sammelschriften, wo mathematische Abhandlungen zu suchen sind, so daß nunmehr auch die großen Bibliotheken darauf verzichten müssen, den Forschern eine wenigstens annäherungsweise vollständige Sammlung dieser Schriften zu bieten. Daß die größeren Bibliotheken eines gewissen Landes eine Vereinbarung treffen könnten, um zusammen die neuerschienene Literatur vollständig anzuschaffen, ist natürlich an sich möglich, aber praktisch genommen kaum durchführbar, weil die wichtigeren mathematischen Zeitschriften nirgends fehlen dürfen, und viele Bibliotheken auf den Ankauf der mathematischen Literatur nur wenig Geld spenden können. Jedenfalls wäre es ein Gewinn, wenn die Bibliotheken bei der Anschaffung von Zeitschriften oder Gesellschaftsschriften darauf Rücksicht nehmen wollten, ob diese Schriften sich in einer anderen Bibliothek desselben Landes befinden oder nicht, und in erster Linie die anderswo nicht vorhandenen Schriften ankauften. Könnte man dazu noch für jedes Land einen mathematischen Gesamtkatalog bekommen mit Angabe der Bibliotheken, in denen die Schriften zu finden sind[1]), so würde dies den Mathematikern sicherlich nützlich sein.

Einen noch größeren Schritt zur Beseitigung der Übelstände, die die Schwerzugänglichkeit vieler wichtiger mathematischer Schriften mit sich führt, wäre es meiner Ansicht nach, wenn eine mathematische Zentralbibliothek zustande kommen könnte. Bekanntlich hat Herr F. KLEIN auf der letzten Jahresversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung den Plan der Begründung einer solchen Bibliothek angeregt, und zur Erörterung des Planes wurde eine Kommission gewählt, die der nächsten Generalversammlung einen Bericht vorlegen soll. Könnte man daran denken, schon von Anfang an für diese Bibliothek so viel Geld zu bekommen, daß es möglich wäre, fast die ganze neuerschienene mathematische Literatur anzukaufen, würde es unnötig sein, die große Bedeutung derselben hervorzuheben. Aber auch wenn man anfangs nur sehr bescheidene Geldmittel zur Verfügung hätte, wäre der Nutzen einer solchen Bibliothek gewiß nicht unerheblich. Schon ihr Vorhandensein würde sehr viele Verfasser und wahrscheinlich einige Verleger dazu veranlassen, ihr Geschenke von mathematischen Schriften zugehen zu lassen[2]), und durch geeignete Gelegenheitskäufe würde man recht bald das unentgeltlich Bekommene zu einer sehr wertvollen Sammlung von Sonderabzügen ergänzen können; je vollständiger diese Sammlung werden würde, um so mehr würde die Aufmerksamkeit der Fachgenossen auf ihren Nutzen gelenkt werden, und um so mehr müßten dadurch die Mathematiker geneigt werden, sie noch weiter zu vervollständigen. Auf diese Weise könnte wenig Geld genügen um einen Erfolg zu erzielen, der ohne die Begründung einer mathematischen Zentralbibliothek undenkbar wäre.

Ich füge hinzu, daß es nicht meine Meinung ist, daß die Benutzung der Bibliothek nur an Ort und Stelle erfolgen sollte, sondern ich setze voraus,

---

1) Bekanntlich gibt es für die astronomische und meteorologische Literatur in Belgien einen solchen Katalog von J. C. HOUZEAU (*Catalogue des ouvrages d'astronomie et de météorologie qui se trouvent dans les principales bibliothèques de la Belgique*, Bruxelles 1878, XXXIII + 643 S. 8⁰). Für Württemberg hat E. WÖLFFING die vorhandene mathematische Zeitschriftenliteratur verzeichnet (*Verzeichnis der Zeitschriften für die Gebiete der Mathematik, der Physik, der Technik und der verwandten Wissenschaften, welche auf württembergischen Bibliotheken vorhanden sind*, Stuttgart 1899, 17 S. 8⁰). — Für Preußen ist die Bearbeitung eines Gesamtkataloges der Bücherbestände der kgl. Bibliothek zu Berlin und aller preußischen Universitätsbibliotheken in Angriff genommen.

2) In dem Jahresberichte 1899 der Schweizerischen Landesbibliothek (Bern 1900, S. 12—13), wird bemerkt, daß die Anzahl der Geschenke schon von Anfang an das Mehrfache des ganzen Jahreszuwachses, auf den man gerechnet hatte, betrugen.

daß die Bücher an jeden wirklichen Forscher ausgeliehen und wenn nötig mit der Post verschickt werden würden.

Unabhängig von dem Nutzen, den die Zentralbibliothek auf Grund ihres eigenen Bücherbestandes mit sich führte, würde sie auch mittelbar seltene mathematische Werke leichter zugänglich machen können, teils dadurch, daß sie die größeren Bibliotheken auf das Vorhandensein bedauerlicher Lücken ihrer mathematischen Abteilungen aufmerksam machte, und dieselben zur Erfüllung dieser Lücken aufforderte, teils dadurch, daß sie zu der oben als wünschenswert angegebenen Vereinbarung der größeren Bibliotheken anregte.

Aber es gibt noch andere Aufgaben, deren Erledigung mit der Leitung einer mathematischen Zentralbibliothek zweckmäßig verbunden werden kann. In der Tat wird das Bedürfnis nach einer Zentralstelle für mathematisch-bibliographische und literarische Unternehmungen um so fühlbarer, je mehr die mathematische Literatur anschwillt, und wie könnte man besser eine solche Zentralstelle begründen, als im Anschluß an eine Zentralbibliothek? Vielleicht bekomme ich später Gelegenheit, die soeben angeregte Frage ausführlicher zu behandeln; hier werde ich nur kurz auf einige Aufgaben mathematisch-literarischer Art hinweisen, die in nächstem Zusammenhang mit der Leitung einer großen mathematischen Fach-Bibliothek stehen.

In erster Linie dürfte dabei das Erteilen von bibliographischen Auskünften über mathematische Schriften zu nennen sein. Bekanntlich sind nicht selten die bibliographischen Verweise, die sich in mathematischen Schriften finden, unvollständig oder ungenau, am meisten natürlich, wenn sie aus zweiter oder dritter Hand stammen, und auch dem besonders Sachkundigen ist es zuweilen schwer zu bestimmen, auf welche Schriften solche Verweise sich beziehen. Auf der anderen Seite kann man auf zwei oder mehrere Schriften eines Verfassers mit genau demselben Titel verwiesen werden, und ohne die Schriften selbst zur Verfügung zu haben ist es nicht möglich zu entscheiden, ob es sich um eine und dieselbe Schrift handelt.[1]) In diesen und ähnlichen Fällen würde es dem Forscher viele Mühe ersparen, wenn er sich an eine bestimmte Stelle wenden könnte, um sachkundige Auskunft zu bekommen.

Eine andere Aufgabe, die ebenfalls für eine mathematische Zentralbibliothek paßt, ist die Herausgabe einer mathematischen Jahresbiblio-

1) Es ist vom bibliographischen Gesichtspunkte aus sehr zu bedauern, daß schon veröffentlichte mathematische Abhandlungen zuweilen neu abgedruckt werden, ohne daß dabei auch nur angedeutet wird, daß sie früher anderswo erschienen sind. In einigen Fällen beruht dies vielleicht darauf, daß der Verfasser selbst die Abhandlung etwa gleichzeitig an zwei verschiedene Zeitschriften gesandt hat; zuweilen liegt die Schuld absichtlich oder unabsichtlich an dem Herausgeber der Zeitschrift.

graphie, oder noch besser eines halbmonatlichen Literaturverzeichnisses, das am Ende des Jahres in eine Jahresbibliographie zusammengearbeitet wird. Bekanntlich gehört die Bearbeitung einer ähnlichen Bibliographie den Aufgaben gewisser Landesbibliotheken an.

Ist der Leiter der mathematischen Zentralbibliothek ein energischer Mann, wird es ihm nicht schwer sein, eine ganze Reihe von Aufgaben aufzufinden, zu deren Erledigung er durch seine Berufsstellung besonders geeignet ist; in Bezug hierauf verweise ich nur auf meinen Aufsatz: *Ziele und Aufgaben eines Organs für mathematisch-historische Forschung und für aktuelle Fragen auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften* (Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 7).

Es ist also meines Erachtens sehr wünschenswert, daß der von Herrn F. Klein angeregte Plan der Begründung einer mathematischen Zentralbibliothek nicht allzu lange im Stadium der Beratungen und Diskussionen steckt, sondern recht bald zum Ziele geführt wird. Die Hauptfrage ist natürlich: wie sollen die nötigen Geldmittel herbeigeschafft werden? Ist aber diese Frage befriedigend erledigt, dürfte es ziemlich leicht sein, in betreff der Einzelheiten der Ausführung des Planes zu einer Einigung zu gelangen.

Kleine Mitteilungen.

Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.“

Die erste (fette) Zahl bezeichnet den Band, die zweite die Seite der „Vorlesungen“.
BM = Bibliotheca Mathematica.

1 : 12, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265. — **1 : 15,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 22, 29, 34,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265—266. — **1 : 36, 64,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 103,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 135,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 144, 155, 169, 171,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137—138. — **1 : 190,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 195,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 56. — **1 : 197, 202,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 225, 234,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 255,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1 : 283,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 284, 321,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266—267. — **1 : 370,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 319. — **1 : 383,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 395,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 400,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 429,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324. — **1 : 432,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 436,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 437, 440,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 457,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1 : 463,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139, 324. — **1 : 467, 469,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 475,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267—268; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 476,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 510,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 314. — **1 : 519—520,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **1 : 537, 540, 542,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 622,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143. — **1 : 641,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 661,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 662,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 663,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 405. — **1 : 671,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 687—688,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143—144. — **1 : 694, 704, 706, 708, 714, 735, 736, 744, 748,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 449—500. — **1 : 749,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 756, 757, 767,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 500—501. — **1 : 794,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 804, 805, 807, 808, 812, 823, 852,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268—269. — **1 : 853, 854,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501. — **1 : 854,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324. — **1 : 855,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501.

---

2 : 7, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351. — **2 : 8, 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501—502. — **2 : 14—15,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2 : 20,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502: $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **2 : 25,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 274. — **1 : 31,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351—352; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239—240. — **2 : 34,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2 : 37,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2 : 38,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 39,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2 : 41, 57,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 59,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2 : 70,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 417. — **2 : 73, 82, 87, 88, 89, 90, 92,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502—503. — **2 : 97,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 98,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 269—270. — **2 : 100,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 101,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 105,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503. — **2 : 111,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 116,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 122,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503—504. — **2 : 126, 127,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 128,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 132,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 515—516. — **2 : 143,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 157, 158,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 163, 166,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 175,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 210, 219,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352—353. — **2 : 229, 242, 243,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504—505. — **2 : 253,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353. — **2 : 273,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 505. — **2 : 274,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 282, 283,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353—354. — **2 : 284, 286, 287, 289, 290, 291,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506—507. — **2 : 296,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354. — **2 : 313,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 328,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 334, 353,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507.

2:353. De l'examen de certains calculs, CANTOR a déduit que CHUQUET élevait un binome au cube par deux multiplications successives et non par application de la formule du binome. Cette déduction est explicitement confirmée par le texte suivant du *Triparty* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **13**, 1880, 725): „Il conuient pour le premier reduire ·4·$\tilde{p}$·℞^{2}·6· a racine tierce en le multipliant tiercement cestassauoir premierement en soy monte ·22·$\tilde{p}$·℞^{2}·384· que lon doit encores multiplier par ·4·plus ℞^{2}·6· monte ·136·$\tilde{p}$·℞^{2}·6144·$\tilde{p}$·℞^{2}·2904· . . . . qui abreuiee . . . monte ℞^{3}·136·$\tilde{p}$·℞^{2}·17496." CH. LAMBO.

2:358. „Ceste raison ne conclut riens"; cette façon de parler traduirait également l'impossibilité ou l'indétermination de l'équation. La citation doit être complétée ainsi: "Ceste raison ne conclut riens neccessairement". Les mots: „neccessaire", „neccessairement" reviennent comme des termes consacrés, sous la plume de CHUQUET, chaque fois qu'il rencontre une *indétermination* (cfr. *Triparty*, p. 648, 649, 750, etc.). CH. LAMBO.

2:360. A propos d'imaginaires, on peut signaler l'exercice suivant (*Triparty*, p. 735), où CHUQUET s'est heurté précisément au radical $\sqrt{-1}$; la solution n'est correcte que grâce à une double erreur de calcul: „Partir ℞^{2}·℞^{2}·48·$\tilde{m}$·2· par ℞^{2}·℞^{2}·3·$\tilde{p}$·2." Voici la solution, en notations modernes; je reproduis les fautes:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{48}-2}}{\sqrt{\sqrt{3}+2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{48}-2}\,\sqrt{\sqrt{3}-2}}{\sqrt{\sqrt{3}+2}\,\sqrt{\sqrt{3}-2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{144}-\sqrt{12}-\sqrt{192}+4}}{-\sqrt{1}}$$

$$= \sqrt{-\sqrt{144}+\sqrt{12}+\sqrt{192}-4} = \sqrt{\sqrt{12}+\sqrt{192}-16}.$$

Louvain. CH. LAMBO.

2:381, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2:385**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 81. — **2:386, 395, 401, 405, 425**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507—508. — **2:430**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2:442**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2:449, 474, 480**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140—141. — **2:481, 482**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 508. — **2:482**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 240. — **2:484**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2:486, 489, 490, 497**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509.

2:497. Die Bemerkung: „Als er [TARTAGLIA] . . . sein Testament machte, wird in diesem amtlichen Aktenstücke als Familiennamen Fontana angegeben" dürfte nicht ganz korrekt sein. Im Testamente kommt der Name des TARTAGLIA zweimal vor, nämlich am Anfange unter der Form „Nicolo Tartaia" und am Ende unter der Form: „Nicolaus Tartalea". Dagegen wird seinem Bruder GIAMPIETRO dreimal der Zuname FONTANA beigelegt, und daraus *kann* man ja folgern, daß TARTAGLIAS Familienname FONTANA war. Auf der anderen Seite ist es sehr wohl möglich, daß GIAMPIETRO allein diesen Namen angenommen hatte (vgl. A. FAVARO, *Intorno al testamento di NICCOLÒ TARTAGLIA*, Rivista dell' accad. d. sc. di Padova **32**, 1882, S. 96—100). G. ENESTRÖM.

---

2 : 509, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 270, 509. — **2 : 510,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509. — **2 : 512,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2 : 514,** 516, 517, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509. — **2 : 530,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 354—355; **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2 : 532,** 535, 541, 548, 549, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509—510. — **2 : 550,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 355. — **2 : 554,** 569, 572, 573, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 510. — **2 : 572,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2 : 576,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 355—356. — **2 : 579,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 145. — **2 : 582,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 510. — **2 : 583,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 270; **2**$_3$, 1901, S. 356. — **2 : 592,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 146. — **2 : 594,** 597, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 270. — **2 : 597,** 599—600, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 146. — **2 : 602,** 603—604, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 270—271. — **2 : 611,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 356—357. — **2 : 612,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 277; **2**$_3$, 1901, S. 146. — **2 : 613,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 357. — **2 : 614,** 620, siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2 : 621,** 623, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 277; **2**$_3$, 1901, S. 146—147. — **2 : 638,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 147. — **2 : 642,** 643, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 271. — **2 : 655,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 357. — **2 : 659,** 660, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 147—148. — **2 : 665,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 271.

---

2 : 674. Die Notiz, daß Ph. de Lahire „schon 1671 ein bedeutendes Werk über Kegelschnitte im Drucke herausgegeben hatte“, dürfte auf einem Mißverständnisse der folgenden Bemerkung von Chasles (*Geschichte des Geometrie, übertr. durch* L. A. Sohnke, Halle 1839, S. 117) beruhen: „Auch ist es noch billig, den Zeitgenossen De La Hire's, Guarini, anzuführen, welcher 1671 ein Werk über die Kegelschnitte herausgab.“ Diese Bemerkung bezieht sich auf das Buch Guarinis: *Euclides adauctus et methodicus, mathcmaticusque universalis* (Turin 1671); daß auch Lahire in demselben Jahre 1671 ein Werk über Kegelschnitte veröffentlichte, ist bisher unbekannt, und Cantor selbst hat im 3. Bande der *Vorlesungen* (S. 125) kein solches Werk zu erwähnen.

G. Eneström.

---

2 : 683, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148. — **2 : 700,** 701, 703, 704, 705, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 271—273. — **2 : 719,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 357. — **2 : 721,** 742, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 273. — **2 : 742,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 142. — **2 : 746,** siehe BM **1**$_3$. 1900, S. 273. — **2 : 747,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 173; **2**$_3$, 1901, S. 225.

---

2 : 749. Von der Methode der vollständigen Induktion hat schon Maurolico in seiner Arithmetik (1575) Gebrauch gemacht (siehe M. Cantor, Zeitschr. für mathem. Unterr. **33**, 1902, S. 536).

---

2 : 766, siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 142. — **2 : 767,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148, 357—358. — **2 : 772,** 775, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 358—359. — **2 : 777,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148; **3**$_3$, 1902, S. 204. — **2 : 783,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 359.

---

2 : 783. In Bezug auf den Cantorschen Bericht über die Schriften von Frenicle de Bessy, hat schon Herr Vacca (BM 2_3, 1901, S. 359) bemerkt, daß derselbe nicht alles enthält, was zu erfahren von Interesse ist. Unserer Ansicht nach hat Herr Cantor eben das Interessanteste bei Frenicle de Bessy übergangen, nämlich daß in der Schrift *Traité des triangles rectangles en nombres* (Paris 1676) ein Beweis des Satzes, daß die Gleichung $a^2 = b^4 + c^4$ in ganzen Zahlen unmöglich ist (siehe Mém. Paris 1666—1699, t. V [Paris 1729], S. 178: „un quarré ne peut être la somme de deux quarrez quarrez“) sich findet; aus diesem Satze folgt ja unmittelbar der wichtige Satz, daß die Summe der Biquadrate zweier ganzer Zahlen kein Biquadrat einer ganzen

Zahl sein kann. Daß bei FRENICLE der erste vollständige Beweis des fraglichen Satzes sich findet, hat schon EULER (*Theorematum quorumdam arithmeticorum demonstrationes;* Comment. acad. Petrop. **10**, 1738 [gedruckt 1747], S. 125—126) anerkannt, obgleich dieser den Beweis als so verwickelt bezeichnet, „ut nisi summa attentio adhibeatur, vix perspicue intelligi possit". Auf der anderen Seite hat G. WERTHEIM vor einigen Jahren gezeigt (*Ein von FERMAT herrührender Beweis;* Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899, Hist. Abt. S. 4—7), daß FRENICLES Beweis zwar etwas weitschweifig ist, aber im Grunde mit dem von EULER selbst an der zitierten Stelle gegebenen identisch ist, und daß FRENICLE sich ohne Zweifel einer ihm von FERMAT mitgeteilten Methode bedient hat.

Die hervorgehobene Unvollständigkeit des CANTORschen Berichtes ist um so mehr zu bedauern, weil dadurch die geläufige Ansicht, der erste uns aufbewahrte wirkliche Beweis der Unmöglichkeit der Gleichung $x^4 + y^4 = z^4$ in ganzen Zahlen rühre von EULER her, befestigt worden ist (siehe z. B. L. KRONECKER, *Vorlesungen über Zahlentheorie* I, Leipzig 1901, S. 23; P. BACHMANN, *Niedere Zahlentheorie* I, Leipzig 1902, S. 10; J. TROPFKE, *Geschichte der Elementar-Mathematik* I, Leipzig 1902, S. 306). G. ENESTRÖM.

---

2 : 784, 820, 825, 840, 856, 865, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148—149. — **2 : 876, 878, 879,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511. — **2 : 891,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 901,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511. — **2 : VIII** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : IX, X** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511—512.

---

3 : 9, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **3 : 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 12, 17, 22,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 512. — **3 : 26,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **3 : 45—48, 49, 50,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 512—513. — **3 : 70,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 360. — **3 : 100,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149. — **3 : 116,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 117,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 123,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 124,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 407—408. — **3 : 151,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 174,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149—150. — **3 : 183,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 432. — **3 : 188,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241. — **3 : 201,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 207,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 519. — **3 : 215,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 218,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 220,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 224,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 225, 228,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 232,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 246,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 250,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 303,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 155. — **3 : 330—331,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241—242. — **3 : 447, 455,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 473,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 154—155. — **3 : 477, 479,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151—152. — **3 : 521,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 565, 571, 578,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326—327.

---

3 : 614. Dem Berichte über den EULERschen Beweis der Unmöglichkeit der Gleichung $a^4 + b^4 = c^4$ in ganzen Zahlen wäre es vielleicht angebracht hinzuzufügen, daß EULER spätestens im Jahre 1753 den Beweis der Unmöglichkeit der Gleichung $a^3 + b^3 = c^3$ fand. In seinem Briefe an GOLDBACH vom 4. August 1753 schreibt er nämlich: „Ich habe nun Demonstrationen gefunden, daß $a^3 + b^3 \neq c^3$ und $a^4 + b^4 \neq c^4$, wo $\neq$ unmöglich gleich bedeutet" (FUSS, *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^e siècle,* I [1843], S. 618). Etwa zwei Jahre später bestätigte EULER in einem anderen Briefe an GOLDBACH seine Entdeckung (FUSS, a. a. O. I, S. 623). Zwar hat EULER seinen Beweis nicht vor dem Jahre 1759 veröffentlicht, aber schon der Umstand, daß er in dem von Herrn Cantor behandelten Zeitabschnitte einen Beweis gefunden hatte, scheint uns erwähnenswert zu sein.

G. Eneström.

---

3 : 636—637, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 652**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446. — **3 : 660, 667, 689, 695**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441—442. — **3 : 750, 758, 760, 766**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446—447. — **3 : 774, 798**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 442—443. — **3 : 845**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447. — **3 : 845**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 327—328. — **3 : 848, 881**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443. — **3 : 882**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447. — **3 : 892**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 143. — **3 : IV** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443.

Anfragen und Antworten.

105. Ist Johannes Widman Verfasser der „Dresdener Algebra"? In seiner Abhandlung *Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert* (Zwickau 1887) hat Wappler aus dem Cod. Dresd. C 80 eine anonyme Algebra in lateinischer Sprache veröffentlicht, die einst im Besitz des Johannes Widman war, und Wappler hat auch darauf hingewiesen, daß diese Algebra ohne Zweifel die Unterlage für die von Widman über Algebra gehaltene Vorlesung bildete. Mit Bezugnahme hierauf hat Curtze später bemerkt (*Eine Studienreise*; Centralbl. für Bibliotheksw. **16**, 1899, S. 289—290), daß Cod. Lips. 1470, der sich sofort als ein Kollegienheft kennzeichnet und aus dessen Schlußzeilen hervorgeht, daß er eine im Jahre 1486 von Widman gehaltene Vorlesung enthält, mit der von Wappler herausgegebenen anonymen Algebra identisch ist. Unter solchen Umständen liegt natürlich die Annahme sehr nahe, daß Widman selbst Verfasser der Dresdener Algebra ist, und in der Tat hat sich Paul Tannery (L'intermed. d. mathem. **9**, 1902, S. 300) dieser Annahme angeschlossen. Nun kommen bekanntlich in der Algebra die Zeichen + und — vor, die bisher in keiner älteren Schrift aufgefunden worden sind, sodaß man veranlaßt werden könnte, wenigstens vorläufig Widman als Erfinder dieser Zeichen anzunehmen. Auf der anderen Seite hat Wappler im Jahre 1900 (*Zur Geschichte der Mathematik*; Zeitschr. für Mathem. **45**, 1900, Hist. Abt. S. 7) die Angabe von Curtze dahin berichtigt, daß das Kollegienheft im Cod. Lips. 1470 *ein Auszug* aus der „Dresdener Algebra" ist, und dann ist es ja sehr wohl möglich, daß diese Algebra von einem älteren Mathematiker herrührt, dem also die Erfindung oder wenigstens die erste bekannte Benutzung der Zeichen + und — zuzuschreiben wäre. Die Frage vom Verfasser der „Dresdener Algebra" ist also für die Geschichte der mathematischen Zeichensprache von einem gewissen Interesse.

Ist es möglich zu entscheiden, ob Widman wirklich der Verfasser der fraglichen Algebra ist?

G. Eneström.

---

106. Sur les „Theses de cometis" (1619) de Grégoire de Saint-Vincent. Grégoire de Saint-Vincent fit imprimer en 1619 des *Theses de cometis*; Erycius Puteanus les a eues en mains, et les documents manuscrits conservés aux Archives générales du royaume à Bruxelles mettent d'ailleurs le fait hors de doute. Pour connaître les idées de Grégoire en astronomie, il serait utile d'en retrouver l'un ou l'autre exemplaire. Peut-on m'en signaler quelques-uns?

H. Bosmans.

---

107. Über die Geschichte der Terme Binom, Polynom usw. Seit dem 12. Jahrhundert ist das Wort „binomium“ als mathematischer Term angewandt worden (vgl. z. B. ANARITIUS, *In libros elementorum* EUCLIDIS *Commentarii*, ed. CURTZE, S. 331; LEONARDO PISANO, *Opere*, ed. BONCOMPAGNI I, S. 357), aber lange Zeit nur als lateinische Übersetzung des EUKLIDischen Ausdrucks „ἐκ δύο ὀνομάτων“, also für Binome von der Form $a + \sqrt{b}$ oder $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. Noch um die Mitte des 17. Jahrhunderts behielt das Wort „binomium“ diese spezielle Bedeutung, und was wir jetzt Binom nennen, hieß dann oft „quantitas composita“. Erst gegen das Ende des 17. Jahrhunderts scheint das Wort als Benennung für $a + b$ zur Anwendung gekommen zu sein, und um dieselbe Zeit erscheinen auch die Terme Monom (eine recht sonderbare Abkürzung für Mononom!), Trinom und Polynom (man hatte wohl bei Binom unrichtig an νόμος gedacht) oder Multinom (vgl. OZANAM, *Dictionaire mathématique* [1691], S. 63—64). Im 18. Jahrhundert findet sich auch das Wort Infinitinom für unendliche Reihe.

Genauere literarische Angaben über das Auftreten dieser Bezeichnungen, denen in der höheren Analysis so wichtige Begriffe entsprechen, habe ich nicht finden können. Sie zu geben wäre eine dankenswerte Aufgabe.

Kiel. P. STÄCKEL.

Réponse à la question 104 sur John Wilson. Il n'y a pas de contradiction entre le titre „armiger“ donné en 1770 à WILSON par WARING[1]) et le titre de „chevalier“ conféré en 1786 à WILSON. Le titre d'„esquire“ traduit en latin par „armiger“, écuyer, fut constamment porté par WILSON, qui y avait droit comme propriétaire terrien, ayant hérité d'un petit domaine à Iroutbeck dans le Westmoreland, et aussi comme officier de justice, élevé dès avant 1761 à la magistrature de „Judge of the Court of Common Pleas;“ et ce titre d'esquire, lui permettait d'être appelé sir JOHN WILSON, l'appellation „sir“ n'étant pas encore réservée au chevalier („knight“). Quant au titre de noblesse „knight“, en latin „eques,“ chevalier, il le reçut du roi le 15 novembre 1786. — Voyez la Biographie de JEAN WILSON dans la Nouvelle correspondance mathématique 2, 1876, 110—114, biographie documentée, fournie par M. GLAISHER (datée de Cambridge), en réponse à la demande d'informations sur WILSON, demande formulée par CATALAN (ibid., p. 32, 33, 34). On trouvera là aussi une biographie du même WILSON par le géomètre MORGAN (*A budget of paradoxes*, London 1872, p. 132—133), et un extrait de la liste des gradués en Mathématiques pour 1761 tirée du *Cambridge Calendar*, où WILSON figure comme bachelier parmi les „wranglers“ et où son nom est suivi de l'indication: „sir JOHN WILSON, formerly Judge of Common Pleas.“

Louvain. B. LEFEBVRE.

---

[1]) En réponse au désir de M. CANTOR, voici d'après l'édition originale, 1770, des *Meditationes algebraicae* de WARING les mots consacrés par WARING à WILSON dans la Préface: „Traditur postremò proprietas maxime elegans primorum numerorum, ab amicissimo et in omni Matheseos parte versatissimo viro JOANNE WILSON, Armigero, atque mihi communicata (sic).“ A la page 218 de cette première édition (1770), le théorème de WILSON est accompagné de ces mots: „Hanc . . . proprietatem invenit Vir clarissimus rerumque mathematicarum peritissimus JOANNES WILSON, Armiger.“

Rezensionen.

J. Versluys. Beknopte geschiedenis der wiskunde. Amsterdam, A. Versluys 1902. 8⁰, 208 S. — Fl. 2.50.

Bei der Bearbeitung dieses Buches hat der Verfasser, wie er im Vorworte angibt, in erster Linie die CANTORschen *Vorlesungen* benutzt (leider scheint ihm nur die *erste* Auflage zugänglich gewesen zu sein), aber auch andere Arbeiten, von denen die meisten als zuverlässig bezeichnet werden können, zu Rate gezogen; ein wenig auffallend ist es, daß in der Liste dieser Arbeiten K. KEHRBACH als Verfasser der bekannten GÜNTHERschen *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525* aufgeführt wird. Das Buch hat zehn Abteilungen, nämlich: 1. Semitische Völker. — 2. Griechen. — 3. Römer. — 4. Inder. — 5. Araber. — 6. Christliches Mittelalter. — 7. Renaissance. — 8. Siebzehntes Jahrhundert. — 9. Achtzehntes Jahrhundert. — 10. Neunzehntes Jahrhundert. Innerhalb der einzelnen Abteilungen wird die Geschichte der Mathematik entweder chronologisch oder systematisch oder nach Ländern behandelt, wobei den holländischen Mathematikern besondere Aufmerksamkeit gewidmet wird. Am Ende folgt ein Sach- und Namenregister.

Daß der Verfasser kein grosses Gewicht auf eine methodische Gliederung der Darstellung gelegt hat, dürfte aus der Anordnung der 9. Abteilung (Achtzehntes Jahrhundert) hervorgehen, deren Unterabteilungen folgende Überschriften haben: Allgemeine Bemerkungen. — England. — Nederland. — Deutschland. — Die BERNOULLIS. — EULER. — Andere schweizerische Mathematiker. — LAGRANGE. — Frankreich. Wir stehen darum von einer Kritik des Planes seines Buches ab, und begnügen uns damit, etwas über die Einzelheiten hinzuzufügen.

Wie wir oben erwähnten, können die meisten der von Herrn VERSLUYS benutzten Arbeiten als zuverlässig bezeichnet werden; seine Angaben sind also im allgemeinen richtig. Nur ausnahmsweise kommen solche grobe Fehler vor, wie die zwei auf Seite 79, wo er durch die CAJORIsche *History of mathematics* verleitet worden ist den arabischen Mathematiker ALKARCHI unter dem Namen „Fahri des (!!) Alkarhi“ anzuführen, und die Formel

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = (1 + 2 + 3 + \ldots + n)\,\overline{\tfrac{2n+1}{3}}$$

anzugeben. Allerdings hat CAJORI selbst in der zweiten Auflage seiner Arbeit den ersten Fehler verbessert, und der zweite Fehler ist bei CAJORI gewiß nur ein Druckfehler, den jeder Leser selbst ohne weiteres berichtigen könnte. — Auf der anderen Seite kommen hie und da kleinere Ungenauigkeiten vor, von denen einige darauf beruhen dürften, daß Herrn VERSLUYS nur die erste Auflage der CANTORschen *Vorlesungen* zugänglich war. Von den übrigen bemerken wir nur folgende.

S. 83. Ob es richtig ist hervorzuheben, daß ABRAHAM IBN ESRA zur Verbreitung der arabischen Mathematik in Europa beigetragen hat? Bekanntlich war seine Arithmetik hebräisch geschrieben, und so weit bekannt ist, wurde sie nicht in die lateinische Sprache übersetzt. Auch die Bemerkung, daß darin indische Ziffern in Anwendung kamen, ist dahin zu modifizieren, daß ABRAHAM IBN ESRA sich zwar der Positionsarithmetik bediente, aber fast überall hebräische Buchstaben statt den indischen Ziffern benutzte (vgl. M. SILBERBERG, *Sefer ha-Mispar des ABRAHAM IBN ESRA*, Frankfurt a. M. 1895, S. 2).

S. 87. Daß SACROBOSCO in Paris nicht nur Aritmethik, sondern auch Algebra gelesen hat, war uns unbekannt, und die Notiz scheint uns sehr verdächtig zu sein.

S. 93. Die Bemerkung: „het teeken voor *min* is het oudste" beruht vielleicht auf einer Verwechselung mit dem Term „minus". Soweit bekannt ist, kommen sowohl + als — zum ersten Mal in der „Dresdener Algebra" vor.

S. 155. Da EULER im Jahre 1783 starb, kann wohl der Passus: „het teeken i voor de imaginaire eenheid is ingevoerd door EULER in 1794" mit Recht beanstandet werden. Besser wäre es natürlich zu sagen, daß EULER das Zeichen in einer 1777 gelesenen, aber erst nach seinem Tode gedruckten Abhandlung benutzt hat.

S. 156, 159. Schon vor LAGRANGE hatte EULER die Unmöglichkeit der Gleichung $x^4 + y^4 = z^4$ in ganzen Zahlen bewiesen, und ein älterer, freilich sehr weitschweifiger, Beweis rührt von FRENICLE DE BESSY her (vergl. oben S. 89).

S. 174. J. R. ARGAND ist am 13. August 1822 gestorben (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 145).

S. 198—199. Die zwei letzten Paragraphen (348, 349) widmet der Verfasser einer Übersicht über die Geschichte der Funktionentheorie im neunzehnten Jahrhundert. Nachdem einleitungsweise LAGRANGE behandelt worden ist (11 Zeilen), folgen 9 Zeilen über die Geschichte der elliptischen Funktionen, sowie über LEGENDRE, ABEL und JACOBI, dann noch 3 Zeilen über GAUSS, CAUCHY, RIEMANN und WEIERSTRASS, womit § 348 beendet ist. Der ganze § 349 (16 Zeilen) beschäftigt sich mit SOPHIE KOWALEVSKI (geb. 1850, nicht 1853 wie der Verfasser angibt) und schließt mit folgenden Worten: „Haar vroegtijdige dood heeft een kans verijdeld, dat er onder de wiskundigen van den eersten rang ook een vrouw kon genoemd worden". Die überaus kurze Abfertigung der Geschichte der modernen Funktionentheorie wollen wir nicht tadeln, da der Verfasser im Vorworte bemerkt hat, daß sein Buch hauptsächlich eine Geschichte der Elementarmathematik ist, aber vollständig irreleitend scheint es uns, daß SOPHIE KOWALEVSKI so ausführlich behandelt wird, während GAUSS, CAUCHY und RIEMANN nur im Vorübergehen erwähnt werden. Auch die Schlußworte sind unserer Ansicht nach sehr unangebracht, denn wir halten es für durchaus unwahrscheinlich, daß SOPHIE KOWALEVSKI, wenn ihr eine längere Lebenszeit zugeteilt gewesen wäre, hätte beanspruchen können, unter den Mathematikern ersten Ranges genannt zu werden (vgl. G. LORIA *La trasfiguratione di una scienza. Donne matematiche*, 2ª ed., Mantova 1902, S. 51).

Von kleineren Ungenauigkeiten bemerken wir noch die folgenden. S. 88 (vgl. Register S. 205) steht „Robbio" statt Bobbio. S. 92, 93, 94, 115, steht

„Paciola“ statt Paciolo. S. 155 Z. 20 ist natürlich „Leibniz“ Schreibfehler für Euler. S. 181 steht „R. Sturm“ statt Ch. Sturm. — S. 182 ist bei Cayley das Todesjahr 1895 hinzuzufügen.

Stockholm. G. Eneström.

D. Gambioli. Breve sommario della storia delle matematiche colle due appendici sui matematici italiani e sui tre celebri problemi geometrici dell' antichità. Ad uso delle scuole secondarie. Bologna, Zanichelli 1902. 8⁰, (2) + 239 + (1) S. — Lire 3.

Jeder Versuch, mathematisch-historische Kenntnisse in weitere Kreise zu verbreiten, ist gewiß an sich lobenswert, und von einer Arbeit, die ausdrücklich für Schüler an den Gymnasien bestimmt ist, darf man natürlich nicht zu viel fordern. Aber in jedem Falle wäre es sehr wünschenswert, daß der Bearbeiter einer Geschichte der Elementarmathematik nicht kritiklos Quellen benutzte, die viele unrichtige Angaben enthalten. Leider trifft diese Anmerkung eben hier zu, denn das „Breve sommario“ des Herrn Gambioli ist zum größten Teil eine fast wörtliche Übersetzung des Ballschen *Primer of the history of mathematics* (London 1893); nur für das Ende des 18. Jahrhunderts und für das 19. Jahrhundert kommen wesentliche Abweichungen vor. Freilich nennt Herr Gambioli in seinem Vorwort vier Quellen (von welchen drei Herrn Ball zum Verfasser haben), aber zwei derselben sind eigentlich nur für die „Appendici“ benutzt worden, und das in erster Linie erwähnte Buch (*A short account of the history of mathematics* von Herrn Ball) scheint Herr Gambioli nur selten zu Rate gezogen zu haben. In der Tat hat er an vielen Stellen, wo die 3. Auflage des *Account* Verbesserungen gebracht hat, die Fehler des *Primer* reproduziert. So z. B. gibt er (S. 44) als Lebenszeit von Diofantos „circa 420“ an, obgleich Herr Ball diese ganz gewiß irrige Angabe (vgl. Biblioth. Mathem. 1896, S. 58) in der 3. Auflage des *Account* (S. 107) berichtigt hat. Ebenso hat Herr Gambioli (S. 88, 90) die unrichtigen, in der 3. Auflage des *Account* (S. 241, 244) *nicht* vorkommenden Angaben, daß Girard 1633 und Harriot 1620 gestorben sind, aufbewahrt. Auch die unsinnige Behauptung (S. 137), daß Jakob Bernoulli 1713 (d. h. 8 Jahre nach seinem Tode) „gettò i principî fondamentali del calcolo delle probabilità“ wird von Herrn Gambioli wiederholt, obgleich die 3. Auflage des *Account* (S. 377) eine verbesserte Redaktion dieses Passus enthält. Unter solchen Umständen ist es selbstverständlich, daß Herr Gambioli nie versucht hat, die Ballschen Angaben mit den Cantorschen *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* oder anderen wirklich zuverlässigen Arbeiten zu vergleichen. Für Herrn Gambioli ist Herr Ball offenbar eine Autorität auf dem Gebiete der mathematischen Geschichtsschreibung, und darum übersetzt er auch die Worte des *Primer* (S. 67) „The introduction . . . of the decimal notation . . . is also in my opinion due to Briggs“ auf folgende Weise (S. 90): „La introduzione . . . della notazione decimale . . . e pure dovuta, secondo l'opinione di qualche autorevole storico inglese, a Briggs“.

Da wir schon vor 7 Jahren (siehe Biblioth. Mathem. 1896, S. 55—63) den *Primer* ausführlich besprochen haben, scheint es uns unnötig hier auf die in der italienischen Übersetzung reproduzierten Fehler aufmerksam zu machen. Dagegen erlauben wir uns einige Bemerkungen inbetreff der von Herrn Gambioli angefertigten Übersetzung beizufügen.

Im allgemeinen scheint uns Herr Gambioli den Sinn des Originals richtig wiedergegeben zu haben, aber zuweilen kommen Mißverständnisse oder unangebrachte Änderungen vor. S. 32 des *Primer* sagt Herr Ball mit Bezugnahme auf eine vollständig unbestätigte und von Fachmännern ziemlich allgemein als unrichtig bezeichnete Behauptung von Hankel: „We know of Diophantos . . . that most likely he was not Greek", welchen Passus Herr Gambioli (S. 44) mit: „Di Diofanto si sa . . . che non era di origine greca": übersetzt, eine Angabe die ganz gewiß falsch ist. — S. 91, Z. 16 steht „adoperata circa il 1685" während das *Primer* (S. 68) „used as late as 1685" hat, das entschieden besser ist. — S. 138 bekommt der Leser die Nachricht, daß Johann Bernoulli u. a. „i principî per una geodesia" entdeckte; das *Primer* hat (S. 104): „the conditions for a geodesic", was natürlich „die Haupteigenschaft der kürzesten Linie auf einer Oberfläche" bedeutet.

Woher Herr Gambioli folgende biographische Notiz (S. 142) über Daniel Bernoulli: „Chiamotovi da Eulero andò Pietroburgo nel 1724" entnommen hat, wissen wir nicht. Bekanntlich kam Euler zuerst 1727 nach St. Petersburg, und zwar durch die Vermittelung von Daniel Bernoulli. — Ebenso verdächtig dürfte die Notiz (S. 186) sein: „Lord Kelvin, meglio noto sotto il nome di Lord (!) Thomson".

Etwas unangenehm berührt es den Leser, daß Herr Gambioli zuweilen die englischen Übersetzungen von Büchertiteln beibehalten hat. So z. B. wird S. 93 eine Arbeit von Stevin unter dem Titel „Statics and hydrostatics", S. 128 die Newtonsche *Arithmetica universalis* unter dem Titel „Universal arithmetic", und S. 188 eine russische Zeitschrift unter dem Titel: „Messenger di (!) Kasan" zitiert (auf derselben Seite wird der Titel einer anderen russischen Zeitschrift in *deutscher* Sprache gegeben).

Die Personennamen, die in italienischen Arbeiten oft verdruckt sind, hat Herr Gambioli im allgemeinen richtig angegeben; nur selten kommen solche Fehler wie „De-Grua" (S. 138), „Staund" (S. 160), „Reimann" (S. 192 zweimal) vor. Etwas häufiger erscheinen Druckfehler in Jahreszahlen, z. B. S. 149, Z. 8 „1711" statt 1771; S. 182, Z. 23 „1868" statt 1863; S. 201, Z. 16 „1896" statt 1897. — S. 136 findet sich die überraschende Angabe: „Giacomo Bernoulli nacque a Basilea nel 1687", welche nur auf dem unrichtigen Anbringen eines Komma beruht.

Wie im Titel des Buches angedeutet wird, finden sich darin zwei Anhänge, nämlich über einige italienische Mathematiker (von Campano bis Beltrami) und über die drei berühmten geometrischen Probleme des Altertums.

Stockholm. G. Eneström.

J. C. Poggendorffs Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen usw. aller Völker und Zeiten. Vierter Band (die Jahre 1883 bis zur Gegenwart umfassend) herausgegeben von **A. J. von Oettingen.** Lieferung 1—7. Leipzig, Barth 1902—1903. 8⁰, 504 S. Mark 21.

Die zwei ersten Bände von J. C. Poggendorffs *Biographisch-literarischem Handwörterbuch* (zusammen mehr als 1500 Seiten groß 8⁰) erschienen bekanntlich 1858—1863, und im „Vor- und Schlußwort" hat der Herausgeber den

Plan seiner Arbeit näher angegeben. Diesem Plane gemäß, sollte sie in erster Linie kurze biographische Notizen (wo möglich über bekleidete Ämter und Stellungen, ungewöhnlichere Lebensmomente, sowie Zeit und Ort der Geburt und eventuell des Todes) über Verfasser auf dem Gebiete der exakten Wissenschaften bringen, und sodann ihre hierher gehörenden Schriften verzeichnen. Dagegen war es nicht die Absicht des Herausgebers ein vollständiges Bücherlexikon für die exakten Wissenschaften zu bieten, und darum wurden teils solche Verfasser ausgeschlossen, über welche nicht wenigstens einige der bezeichneten biographischen Notizen aufgefunden werden konnten, teils in gewissen Fällen, um unnötige Weitläufigkeit zu vermeiden, nicht alle Schriften der erwähnten Verfasser verzeichnet; dennoch wurde immer Gewicht darauf gelegt, daß das Angeführte hinreichen könnte, um sich von der wissenschaftlichen Tätigkeit eines Mannes ein richtiges Bild zu entwerfen.

Nach dem Tode POGGENDORFFS (1877) wurde eine Fortsetzung des *Handwörterbuches* von Herrn B. W. FEDDERSEN in Angriff genommen, und später 1896—1898 von Herrn A. J. VON OETTINGEN ergänzt und herausgegeben. Diese als „Band III“ bezeichnete Fortsetzung umfaßte die Literatur der Jahre 1858—1883 und betrug allein etwa 1500 Druckseiten; bei der Bearbeitung derselben waren im allgemeinen die von POGGENDORFF aufgestellten Grundsätze maßgebend, so daß z. B. fast ausnahmsweise nur solche Verfasser aufgenommen wurden, für welche ausreichende biographische Notizen erlangt werden konnten. Bei der Arbeit selbst wurde die Methode befolgt, zuerst die Titel aus den zugänglichen Gesellschafts- oder Zeitschriften zu exzerpieren, alsdann an die Verfasser oder eventuell an Fachgenossen Fragebogen zu versenden, auf welche biographische Daten und Literaturverzeichnisse erbeten wurden, und endlich das so erhaltene Material im Bedarfsfalle zu ergänzen.

Da der dritte Band des *Handwörterbuches*, wie erwähnt, nur die Literatur bis zum Jahre 1883 berücksichtigte, war es natürlich sehr erwünscht, sobald wie möglich eine neue Fortsetzung zu bekommen, eine solche wurde auch unmittelbar nach der Beendigung des dritten Bandes von Herrn A. J. VON OETTINGEN in Angriff genommen, und von derselben liegen jetzt die 7 ersten Lieferungen vor. Plan und Arbeitsmethode sind dieselben wie bei dem dritten Bande gewesen.

Will man sich ein Urteil darüber bilden, in wie weit es dem Herausgeber der neuen Fortsetzung gelungen ist, die von POGGENDORFF begonnene Arbeit befriedigend weiter zu führen, dürfte es angebracht sein, besonders zu untersuchen:

1) ob, so weit möglich, alle Personen aufgenommen worden sind, die der Benutzer des Werkes Veranlassung hat, hier zu suchen;

2) ob die biographischen Notizen, die gegeben werden sollen, so weit möglich vollständig sind;

3) ob die bibliographischen Angaben zuverlässig sind und in Bezug auf die Vollständigkeit dem Zweck des Werkes entsprechen.

Bei dieser Untersuchung, deren Resultat im Folgenden zusammengefaßt werden soll, habe ich mich fast ausschließlich auf solche Personen beschränkt, die auf dem Gebiete der reinen Mathematik tätig gewesen sind.

1.

Um zu entscheiden, welche Personen in das *Handwörterbuch* aufgenommen werden sollen, hat der Herausgeber in erster Linie teils die in den drei ersten Bänden vorkommenden Verfasser berücksichtigt, teils eine große Anzahl von Gesellschafts- und Zeitschriften aus den Jahren 1883—1903 exzerpiert, die Abhandlungen aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften enthalten, und er hat dadurch eine vorläufige Verfasserliste bekommen, die er dann durch Streichungen oder Ergänzungen für seinen Zweck modifiziert hat. Streichungen von Namen sind natürlich nötig oder angebracht gewesen, entweder wenn es unmöglich war, die erwünschten biographischen Notizen zu bekommen, oder wenn es sich um Verfasser gehandelt hat, deren wissenschaftliche Wirksamkeit ziemlich unbedeutend gewesen ist. Auf der anderen Seite waren auch Ergänzungen nötig, sofern gewisse Verfasser nur selbständig erschienene Arbeiten veröffentlicht haben, und andere Verfasser ihre Abhandlungen in Schriften, die vom Herausgeber nicht exzerpiert worden sind, zum Abdruck gebracht haben.

Das soeben auseinandergesetzte Verfahren des Herausgebers ist natürlich an sich gut, da aber die von ihm veröffentlichte Liste der bis Dezember 1900 exzerpierten Zeitschriften sehr unvollständig ist, und es aus den ersten Lieferungen hervorzugehen scheint, daß diese Liste fast alle von ihm wirklich exzerpierten Schriften umfaßt, ist es klar, daß die oben erwähnten Ergänzungen der vorläufigen Verfasserliste eine ziemlich wichtige Rolle spielen müssen. Unter solchen Umständen ist es besonders auffallend, daß der Herausgeber für die Ergänzungen der Mathematikerliste das Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik nie benutzt zu haben scheint. Zwar kommen an gewissen Stellen, wo auf die Quellen für biographische Notizen verwiesen wird, die Buchstaben „F. M." vor, die ohne Zweifel Fortschritte der Mathematik bedeuten, aber diese Verweise sind offenbar ohne weiteres aus meinem Aufsatze: *Bio-bibliographie der 1881—1900 verstorbenen Mathematiker* (Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, 326—350) entnommen.

Welche Bedeutung der jetzt hervorgehobene Umstand für die Vollständigkeit der Verfasserliste des *Handwörterbuches* hat, ist unmittelbar zu ersehen, insofern die Fortschritte der Mathematik über zahlreiche Abhandlungen solcher Mathematiker berichten, die nicht Mitarbeiter der von Herrn Oettingen exzerpierten Zeitschriften sind. Aber nicht nur auf die Ergänzungen, sondern auch auf die Streichungen von Namen muß die Nichtberücksichtigung der Fortschritte der Mathematik einen gewissen Einfluß gehabt haben, weil diese teils biographische Notizen über verstorbene Mathematiker bringen, teils zahlreiche Abhandlungen gewisser Mathematiker verzeichnen, von denen vielleicht nur ein einziger Artikel in den exzerpierten Zeitschriften vorkommt. Es ist also wenigstens wahrscheinlich, daß durch Zuhilfenahme der Fortschritte der Mathematik Streichungen wegen fehlender biographischer Notizen oder wegen unbedeutender wisssenschaftlicher Wirksamkeit in gewissen Fällen unterblieben wären. Beispielsweise fehlt im *Handwörterbuche* der russische mathematisch-historische Verfasser Victor Bobynin, von dem die exzerpierten Zeitschriften nur eine einzige Abhandlung enthalten dürften, während die Fortschritte der Mathematik von ihm teils neun Artikel in der Bibliotheca Mathematica (die in der Zeitschriftenliste des Herrn Oettingen fehlt), teils zahlreiche Abhandlungen in russischer Sprache verzeichnen; biographische Notizen über ihn sind leicht zu haben und zwar im General-Register der Bibliotheca Mathematica 1887—1896 (Stockholm 1897, S. 5).

Aus dem soeben bemerkten geht hervor, daß man im vierten Bande des

Handwörterbuches keine besonders große Vollständigkeit in Betreff der erwähnten Mathematiker erwarten darf, und in der Tat habe ich eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Namen notiert, die ich selbst geneigt gewesen wäre in eine solche Arbeit aufzunehmen. Aber freilich muß ich gestehen, daß mir für viele der betreffenden Personen biographische Notizen fehlen, und daß es vielleicht in gewissen Fällen nicht leicht wäre solche Notizen zu bekommen. Auf der anderen Seite scheint Herr Oettingen selbst nicht immer besonders streng festgehalten zu haben, daß nur solche Personen aufgenommen werden, für welche eigentliche biographische Notizen erlangt werden können. So z. B. nimmt er Seite 267 einen Verfasser auf, von dem er nur angeben kann, daß er „Professor“ (was hier wahrscheinlich Lehrer bedeutet) ist, und Seite 321 findet man eine Person aufgeführt, von dem man nur zu wissen bekommt, daß er Mathematiker (was eigentlich nichts bedeutet) in Pisa ist oder war.

Sehe ich von den oben angedeuteten Mathematikern ab, für welche mir zur Zeit biographische Notizen fehlen, so enthält meine Ergänzungsliste noch ein Paar Dutzend Namen von Verfassern, von denen ich hier aber nur die Verstorbenen notiere.

Abdank-Abakanowicz, Bruno (1852—1900).
[Biographische Notizen:] Wiadomósci matem. 5, 1901, 137—138.

Albeggiani, Giuseppe (1818—1892).
[Biographische Notizen:] *Palermo*, Circolo matem., Rendiconti 7, 1893, 39—47. — *Palermo*, Collegio degli ingegn., Atti 16, 1893, 61—71.

Balbin, Valentin (?—1901).
[Biographische Notizen:] L'enseignement mathém. 3, 1901, 222—223.

Baraniecki, Marian Alexander (1848—1895).
[Biographische Notizen:] Wszechswiat 14, 1895, 145—149.

Castigliano, Carlo Alberto (1847—1884).
[Biographische Notizen:] Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 18, 1885, 293—313.

David, Jean Marie (1819—1890).
[Biographische Notizen:] *Toulouse*, Acad. d. sc., Mémoires 2_9, 1890, 528—533.

Fink, Karl (1851—1898).
[Biographische Notizen und Schriftverzeichnis:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 7, 1899, 33—35.

Gascheau, Gabriel (1798—1883).
[Biographische Notizen:] *Toulouse*, Acad. d. sc., Mémoires $5_8:2$, 1883, 280—281; $6_8:2$, 1884, 17—48.

Gascó, Luis Gonzaga (1844—1899).
[Biographische Notizen:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 8 : 1, 1900, 26—27. — Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, 225—226. — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1900, 63.

Genty, Max (1867?—1902).
[Biographische Notizen:] Nouv. ann. de mathém. 2_4, 1902, Supplément XXXVII.

Man könnte vielleicht bemerken, daß die wissenschaftlichen Leistungen einiger dieser Mathematiker nicht sehr bedeutend sind, so daß sie ohne Ungelegenheit im *Handwörterbuche* fehlen können, aber gerade für die Verstorbenen scheint mir eine größere Vollständigkeit besonders wünschenswert.

2.

Bei der Ergänzung der biographischen Notizen, die entweder in den drei ersten Bänden des *Handwörterbuches* vorhanden waren, oder durch die Fragebogen bekommen wurden, hat Herr OETTINGEN sich verschiedener Quellen, darunter auch meines schon oben erwähnten Artikels *Bio-bibliographie der 1881 — 1900 verstorbenen Mathematiker* bedient. Dagegen hat er, wie schon hervorgehoben worden ist, die biographischen Notizen über verstorbene Mathematiker, die in den Fortschritten der Mathematik zu finden sind, nicht benutzt, obgleich die *Bio-bibliographie* für die betreffenden Personen genau sowohl den Jahrgang als die Seite, wo biographische Notizen in den Fortschritten vorkommen, angibt. Hier unten teile ich in *kursiver* Schrift die Notizen mit, die Herr OETTINGEN fast ohne jede Mühe hätte erhalten können, die aber jetzt in dem *Handwörterbuche* fehlen (FdM bedeutet Fortschritte der Mathematik).

Azzarelli, Mattia [vgl. FdM **29** (1898), 18—19].
Geb. *1811*, *Spello;* Todesjahr fehlt sowohl im *Handwörterbuche* als in FdM, aber aus der *Bio-bibliographie* ist zu ersehen, daß AZZARELLI 1897 starb.

Buchheim, Arthur [vgl. FdM **20** (1888), 23].
Gest. 1888, *Sept. 9.*

Caporali, Ettore [vgl. FdM **18** (1886), 23].
Gest. 1886, *Juli 2,* Neapel.

Casey, John [vgl. FdM **23** (1891), 29].
Gest. 1891, *Jan. 3*, Dublin.

Craig, Thomas [vgl. FdM **31** (1900), 27].
Gest. 1900, *Mai 8, Baltimore.*

Faà di Bruno, Francesco [vgl. FdM **20** (1888), 19].
Gest. 1888, *März 27*, Turin.

Genocchi, Angelo [vgl. FdM **21** (1889), 21—22].
Gest. 1889, *März 7*, Turin.

Ich füge noch einige ergänzende oder berichtigende Notizen über verstorbene Mathematiker hinzu (BM bedeutet Bibliotheca Mathematica).

Amigues, Edouard (vgl. BM 4_3, 1903, 109).
Gest. 1900, Dez. 1.

Antomari, Xavier (vgl. BM 3_3, 1902, 335).
Gest. 1902, Juni 9, Paris.

van den Berg, Franciscus (vgl. BM 2_3, 1901, 348).
Gest. 1892, März 30, Hilversum.

Bjerknes, Karl Anton (vgl. BM 4_3, 1903, 110).
Gest. 1903, März 20, Kristiania.

Brassinne, Emile (vgl. BM 2_3, 1901, 330).
Gest. 188*4* (nicht 1894).

Brianchon, Charles Julien (Bd. I, Sp. 298; vgl. BM 8_2, 1894, 91).
Geb. 178*3* (nicht 1785), *Dez. 19, Sèvres.*
Gest. 1864, April 29, Versailles.

Bucca, Fortunato (vgl. BM 2_3, 1901, 331).
Gest. 1900, Juli (?).

Curtze, Maximilian (vgl. BM 4_3, 1903, 111).
Gest. 1903, Jan. 3, Thorn.

Davidoff, August (vgl. BM 2_3, 1901, 332).
Geb. 1823, Dez. 15 (a. St.), *Libau.*
Gest. 1885, *Dez. 22 (a. St.),* Moskau.

Dobriner, Hermann (vgl. BM 4_3, 1903, 111).
Gest. 1902, Nov. 25, Frankfurt a. M.

Felici, Riccardo (vgl. BM 3_3, 1902, 426).
Gest. 1902, Juli 20, S. Alessio bei Lucea.

Ferrers, Norman Macleod (vgl. BM 4_3, 1903, 111).
Gest. 1903, Jan. 31, Cambridge.

Gerono, Camille.
Geb. 1799, *Dez. 29,* Paris.
Gest. 1892[1]), *Nov. 5,* Paris.

Glaisher, James (vgl. BM 4_3, 1903, 111).
Gest. 1903, Febr. 8.

Auch für viele noch lebende Mathematiker sind Ergänzungen der biographischen Notizen ziemlich leicht zu haben.

Auf der anderen Seite hat Herr Oettingen zuweilen unterlassen, solche Angaben zu streichen, die einzelne Mathematiker ihm mitgeteilt haben, obgleich sie nicht in den Rahmen der Arbeit passen. So z. B. finden sich S. 219, 235, 298, 327, 346, 388, 403, 444, 478 Notizen über Mitgliedschaft gelehrter Gesellschaften, die ja sonst immer fehlen, ohne Zweifel, weil Herr Oettingen denselben keinen Wert beilegt; S. 406 steht nach dem Vornamen „Antonio“ das Wort „Nobile“, was wohl kein Vorname ist, sondern „Edelmann“ bedeutet.

Daß Herr Oettingen für seine biographischen Notizen teils seine Quellen, teils die Schriften, wo weitere biographische Notizen zu haben sind, angegeben hat, ist sehr lobenswert, aber wenn diese Angaben allzu zahlreich sind und schwerverständliche Abkürzungen enthalten, wirken sie etwas störend (vergl. z. B. S. 94, Art. Beltrami). Könnten nicht diese Angaben mit Nonpareille gesetzt werden?

3.

Ich habe schon am Anfange dieses Artikels darauf hingewiesen, daß Poggendorff selbst den Fachgenossen in erster Linie eine biographische und nur in zweiter Linie eine bibliographische Arbeit bieten wollte, und in den zwei ersten Bänden ist das biographische Element auch rein quantitativ vorherrschend; in der Tat handelt es sich ja dort größtenteils um ältere Verfasser, deren literarische Wirksamkeit, wenn man sie mit den gegenwärtigen Verhältnissen vergleicht, im allgemeinen nicht besonders umfangreich war. Inbetreff des dritten und noch mehr hinsichtlich des vierten Bandes des *Handwörterbuches* gestaltet sich die Sache wesentlich anders, und man braucht nur die sieben erschienenen Hefte des letzten Bandes flüchtig durchzublättern, um zu finden, daß die bibliographischen Notizen, obgleich sie mit kleineren Schriften

---

1) Ich habe in meiner *Bio-bibliographie* unrichtig 1891 als Todesjahr angegeben, weil ich ohne weiteres die in den Fortschritten der Mathematik 24 (1892), 30 vorkommende Jahreszahl abschrieb.

gedruckt sind, mehr als $^3/_4$ des Raumes einnehmen. Es ist natürlich, daß das Publikum dadurch gewohnt wird, das Buch in erster Linie als eine bibliographische Arbeit zu betrachten und zu benutzen, so daß der Frage über die Zuverlässigkeit und die Vollständigkeit der bibliographischen Notizen ein großes Gewicht beigelegt werden muß.

In Bezug auf diese Frage ist es aus dem vorhergehenden klar, daß Herr Oettingen keine besonders kräftigen Anstrengungen gemacht, um die Schriften der Mathematiker möglichst vollständig verzeichnen zu können, da es eine sehr große Anzahl von Zeitschriften gibt, die er nicht exzerpiert hat, und da er auch nicht die Fortschritte der Mathematik zu Hilfe genommen hat, um die Lücken auszufüllen. Die Ergänzung der bibliographischen Angaben scheint er im allgemeinen den Verfassern selbst überlassen zu haben, sofern es sich nicht um selbständig erschienene Schriften handelt, und unter solchen Umständen ist von vorne herein anzunehmen, daß diese Angaben in vielen Fällen unnötig unvollständig sein müssen. Eine nähere Untersuchung bestätigt auch die Richtigkeit dieser Annahme; in manchen Fällen sind zwar die Angaben sehr gut, in anderen so unvollständig, daß sie von der wissenschaftlichen Wirksamkeit des betreffenden Verfassers kein richtiges Bild geben können. Um mir wenigstens eine Vorstellung davon bilden zu können, in wie weit man durch Hinwenden an die Verfasser selbst vollständige bibliographische Angaben erlangt, habe ich für eine besondere Zeitschrift, die von Herrn Oettingen nicht excerpiert worden ist, Untersuchungen angestellt; ich habe dabei die Zeitschrift, die mir am nächsten steht, nämlich die Bibliotheca Mathematica, gewählt und gefunden, daß neun Verfasser (Boyer, Braunmühl, M. Cantor, Curtze, Dickstein, Duhem, Eneström, Engel, Gerland), deren Artikel vor Ende 1901 erschienen sind, dieselben aufgeführt haben, während neun Verfasser (Allman, Ball, Bjerknes, Boll, Bosscha, Cajori, G. Cantor, De Marchi, Favaro) aus derselben Kategorie es unterlassen haben. Somit wäre die Wahrscheinlichkeit, von einem Mathematiker vollständige bibliographische Angaben zu bekommen, vorläufig etwa $= \frac{1}{2}$ zu setzen. Natürlich ist auf den so erhaltenen Wert kein *größeres* Gewicht zu legen, aber aus der Untersuchung dürfte jedenfalls hervorgehen, daß beim Hinwenden an die Verfasser große Unebenheiten entstehen müssen. Solche Unebenheiten beeinträchtigen zwar nicht die Anwendbarkeit der Arbeit, sofern man nur verlangt, daß die wirklich vorhandenen Angaben zuverlässig sind, aber für manche Benutzer müssen sie unangenehm sein, die Arbeitsmethode ist also nicht besonders zu empfehlen.

Wollte ich die Schriften hier verzeichnen, die ich im Vorübergehen als unnötigerweise fehlend notiert habe, so würde dies viele Druckseiten erfordern, und die Liste würde dennoch gewiß äußerst unvollständig sein. Da übrigens die fehlenden Schriften fast alle in den Fortschritten der Mathematik zu finden sind, dürfte es unangebracht sein, hier auf die bibliographischen Lücken näher einzugehen, und ich begnüge mich damit, dem Leser vorzuschlagen, beispielsweise das Schriftverzeichnis des Artikels „Gilbert, Phillippe" mit den Seiten 59—79 der Mansionschen *Notice sur les travaux scientifiques de Louis-Phillippe Gilbert* (Paris 1893) zu vergleichen.

Es ist natürlich, daß es bei einer so großen Menge von bibliographischen Notizen unmöglich gewesen ist, Unrichtigkeiten zu vermeiden. In gewissen Fällen scheinen diese auf undeutlichen Angaben der Verfasser zu beruhen, und sie hätten, wenigstens an den von mir notierten Stellen, verbessert werden können, wenn Herr OETTINGEN die Fortschritte der Mathematik zu Rate gezogen hätte. In anderen Fällen ist es schwerer einzusehen, wie die Unrichtigkeit entstanden ist. So z. B. findet man unter den Schriften von MAXIMILIAN CURTZE zuerst

Hoppe, Z. Math. Phys.: D. Tractatus Quadrantis d. Robertus Anglicus aus 1477 (übers.), 23 p. (44). — Mor. Cantor's Schriften, 26 u. 6 p. (44 u. 45, 1899 u. 1900),

und dann

Schlömilch, Ztschr. Math. Der Tractatus Quadrantis d. Robertus Anglicus 1477 (übers.), 22 p. (44, Suppl., 1899). — Mor. Cantor's Schriften 1851—99, 25 u. 6 p. (44 u. 45, Suppl. 1899 u. 1900).

Hier ist natürlich das erste Stück ganz zu streichen, und die zuletzt erwähnten sechs Seiten gehören dem „Tractatus Quadrantis" an. — S. 452 sind im Absatze: „Stockh., Akad. Ofvers (!)" zwei Schriften verzeichnet, die unmittelbar vorher im Absatz: „Stockh., Akad. Öfvers." vorkommen.

Um Raum zu sparen, sind sehr viele Titel wesentlich abgekürzt worden, aber zuweilen dürfte Herr OETTINGEN dabei zu weit gegangen sein. So z. B. wird S. 47 unter „Hoppe, Arch. Math. Phys." eine Abhandlung mit dem abgekürzten Titel „Tetraeder" erwähnt; der vollständige Titel lautet: *Über Tetraeder, deren Seitenflächen teilweise oder sämtlich gleich sind, und über das Hyperboloid der Höhen beim gleichseitigen Tetraeder.* Daß S. 17 „spec." für „speciali" und S. 233 „min." für „minimum" steht, dürfte vielen Lesern nicht unmittelbar einleuchtend sein. Daß die Abkürzungen der Titel in schwedischer Sprache, die Herr OETTINGEN offenbar nicht versteht, nicht immer gelungen sind, sieht der schwedische Leser sogleich. So z. B. kommt S. 383 folgende Abkürzung vor: „Bevis för satsen, att den fullständiga integralen till en differenseqvation af *n*. ordn. innehåller," was deutsch bedeutet; „Beweis des Satzes, daß das vollständige Integral einer Differenzen-Gleichung *n*. Ordnung enthält." Die drei letzten Worte „*n* arbiträra konstanter" (= *n* willkürliche Konstanten) sind von Herrn OETTINGEN weggelassen, und dadurch wird die Abkürzung unverständlich. — Auf der anderen Seite muß ich gestehen, daß ich, abgesehen von Titeln in schwedischer Sprache, keine wirklich entstellte Titel gefunden habe von der Art, wie sie zuweilen in den zwei ersten Bänden vorkommt.[1])

Wie im dritten Bande des *Handwörterbuches* sind auch hier für jeden Verfasser die Schriften so geordnet, daß zuerst die selbständig erschienenen und dann die in Gesellschafts- und Zeitschriften veröffentlichten aufgeführt sind; die letzteren sind alphabetisch nach den Abkürzungen der betreffenden Sammelschriften geordnet. Diese Abkürzungen haben offenbar Herrn OETTINGEN ziemlich viel Mühe verursacht, und nicht immer haben seine Anstrengungen zu den besten Resultaten geführt. In betreff der Gesellschaftsschriften enthält die Abkürzung im allgemeinen zuerst einen Ortsnamen, dann entweder den Namen der Gesellschaft oder den Titel der Publikation oder beide dieser Angaben, und dagegen ist ja nichts einzuwenden. Aber zuweilen finden sich unnötigerweise Abkürzungen anderer Art. So wird (vgl. z. B. S. 245) statt „Milano, Ist. Lomb. Rend." nur „Ist. Lomb. Rend." gesetzt, während (vgl. auch S. 245) *nicht* „Ist. Ven. Atti", sondern nach dem allgemeinen Grundsatze „Venezia, Ist. Atti" steht. Ebenso wenig ist zu ersehen, warum man (vgl. z. B. S. 96) „France, Soc. math. Bull." und nicht „Paris, Soc. math. Bull." setzen soll, da für „Abhand-

1) Im ersten Bande findet sich Sp. 1096 folgender Titel: „Über d. linearen Constanten [! lies: lineäre Construction] d. rechten [! lies: achten] Schnittpunktes dreier Oberflächen 2. Ordn., wenn sieben Schnittpunkte derselben gegeben sind."

lungen der preußischen Akademie der Wissenschaften“ die Abkürzung „Berlin, Akad. Abh.“ (vgl. z. B. S. 463) und nicht „Preußen, Akad. Abh.“ gewählt worden ist. Inkonsequent ist auch S. 309 die Abkürzung: „Liège, Roy. soc. Mém.“, da sonst das Wort „royale“ (königlich etc.) immer fehlt. Diese und ähnliche Inkonsequenzen sind dennoch ziemlich bedeutungslos, aber wenn für eine und dieselbe Publikation zwei verschiedene Abkürzungen benutzt worden sind, kann dies leicht irreleiten. So z. B. steht für „Öfversigt af kungl. vetenskapsakademiens förhandlingar“ teils (vgl. z. B. S. 25, 53, 96, 188) „Stockh. Akad. Förh.“, teils (vergl. z. B. S. 40) „Stockh. Akad. Öfvers.“ und S. 356 werden für einen und denselben Verfasser Schriften teils im „Stockh. Akad. Förh.“, teils im „Stockh. Akad. Öfvers.“ verzeichnet; der nicht sachkundige Leser muß natürlich daraus folgern, daß es sich um zwei verschiedene Publikationen handelt.

Für die eigentlichen Zeitschriften bieten die Abkürzungen des *Handwörterbuches* ein buntes Gemisch. Zuweilen ist nur der Titel abgekürzt worden (z. B. „Nouv. Ann. Math.“, S. 23), zuweilen wird vor dem Titel entweder der Erscheinungsort (z. B. „Wien, Monatsh. Math. Phys.“, S. 394) oder der Name des Herausgebers (z. B. „Schlömilch, Ztsch. Math.“, S. 102) gesetzt. Für gewisse Zeitschriften kommen zwei oder sogar drei Abkürzungen vor, z. B. für die Bibliotheca Mathematica teils „Bibl. Math.“ (S. 328, 354), teils „Stockholm, Biblioth. math.“ (S. 117, 176, 288), teils „Eneström, Bibl. Math.“ (S. 109, 218); ebenso für Giornale di matematiche, teils „Napoli, Giornale di matem.“ (S. 117), teils „Battaglini, G. mat.“ (S. 73, 186), und für Mathesis teils „Gand, Mathesis“ (S. 313), teils „Mathesis“ (S. 321). Auch in dem besonderen Falle, wo der Name des Herausgebers zuerst steht, kommen Variationen vor, z. B. für Mathematische Annalen teils „Clebsch, Math. Ann.“ (S. 79), teils „Clebsch-Neumann, Math. Ann.“ (auch S. 79), teils „Neumann-Clebsch, Math. Ann.“ (S. 248), teils „Neumann, Math. Ann.“ (S. 327) und für Journal für die reine und angewandte Mathematik teils „Crelle (Fuchs), J. Math.“ (S. 33), teils „Crelle-Fuchs, J. Math.“ (S. 279), teils „Fuchs (Crelle), J. Math.“ (S. 331). — Für Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik scheint fast überall „Schlömilch, Ztschr. Math. Phys., Suppl.“ zu stehen, nur S. 384 kommt „Abh. z. Gesch. d. Math.“ vor. — Ausnahmsweise kommen auch Abkürzungen vor, die so unvollständig sind, daß nur der besonders Sachkundige den Sinn erraten kann, z. B. S. 383 „Paris, Congrès“ für „Congrès international d'histoire comparée, Paris 1900, 5e section, Histoire des sciences“ (vgl. S. 218: „Paris, Ann. intern. d'Hist.“).

Unter die Zeitschriften sind noch einige andere Schriften eingereiht, welche mir dort weniger zu passen scheinen, z. B. „Leipzig, Encycl. d. math. Wiss.“ (S. 29, vgl. S. 208: „Encyclopädie d. math. W.“) und „Breslau, Handwörterb. d. Astron.“ (S. 494).

Inbetreff einer biographisch-bibliographischen Arbeit spielt natürlich die Korrekturlesung eine wichtige Rolle, und manches, das man bei dem Durchsehen des Manuskriptes übergangen hat, kann in der Korrektur leicht verbessert werden. Leider scheint Herr Oettingen nicht immer Gelegenheit gehabt zu haben, den Korrekturen die gebührende Aufmerksamkeit zu widmen. Ich habe zwar keine besonderen Anstrengungen gemacht, um Korrekturfehler zu entdecken, aber dennoch eine nicht unbeträchtliche Anzahl notieren können. Verdruckte Namen finden sich z. B. S. 14 („A*la*mbert“), 22 („Die S*aa*liger'sche

Theorie des Saturnringes"), 124 („Ho*f*mann, Ztschr. math. naturw. Unterr."), 174 („Brassi*ne*"), 230 („Sodlerian Prof."), 298 („Daubleb*s*ky"), u. s. w.; S. 53 steht „Islane" statt „plane", und S. 221 dürfte es nicht leicht sein zu erraten, was „sorseurs de Bell" bedeuten soll (lies: „torseurs de Ball"). Die Titel in schwedischer Sprache sind sehr oft mehr oder weniger schlecht abgedruckt (siehe z. B. S. 15, 22, 39, 102, 136, 194, 342, 374, 383, 403, 432); schwedische Ortsnamen sind zuweilen auch für einen Schweden fast unkenntlich, z. B. S. 388 „Braunhyrha" (Brännkyrka?). — Zu den Korrekturfehlern bin ich geneigt auch solche Versehen zu rechnen, wie die S. 231 und 268 vorkommenden, wo bei der Angabe der Zeitschriftenartikel eines Verfassers eine und dieselbe Zeitschrift zweimal aufgeführt wird. — Auch die auffälligen Notizen S. 17, hinsichtlich einer *Aritmetica pratica*, „herausgeg. v. Ed. Morano" und einer *Algebra*, „herausgeg. v. Ed. Pellerano" [natürlich ist hier Ed. = editore = Verleger] hätten wohl leicht von einem aufmerksamen Korrekturleser verbessert werden können; am besten wäre es gewiß gewesen die Zusätze ganz einfach zu streichen, da im *Handwörterbuche* die Verleger der zitierten Schriften sonst nie genannt werden.

Aus dem, was ich jetzt bemerkt habe, dürfte es klar sein, daß die Fortsetzung des Poggendorffschen *Handwörterbuches* nur mit Vorsicht als mathematisch-bibliographisches Handbuch zu benutzen ist. Dem Mathematiker, der z. B. einen Nachruf für einen verstorbenen Kollegen schreiben will, kann es also nicht empfohlen werden, sich ohne weiteres der bibliographischen Angaben des *Handwörterbuches* zu bedienen. Auf der anderen Seite kann das Buch dem sachkundigen Benutzer oft gute Dienste leisten, da es viele Aufschlüsse enthält, die zur Zeit nicht anderweitig zu bekommen, oder wenigstens schwer zu erlangen sind. Freilich wäre es sehr zu wünschen, daß recht bald von einem Fachgenossen ein biographisch-literarisches Wörterbuch der jetzt lebenden Mathematiker in Angriff genommen würde, bei dessen Bearbeitung in erster Linie alle leicht zugänglichen Quellen, also auch die Fortschritte der Mathematik, zur Anwendung kämen, und die Mitteilungen der Verfasser selbst vorzugsweise für die biographischen Notizen benutzt würden, aber leider haben wir augenblicklich keinen Anlaß zu hoffen, daß dieser Wunsch erfüllt werden wird. Unter solchen Umständen kann man nicht umhin die neue Fortsetzung des Poggendorffschen *Handwörterbuches* mit Freude zu begrüßen, auch wenn man überzeugt ist, daß sie ohne allzu große Mühe hätte besser bearbeitet werden können.

Stockholm. G. Eneström.

Neuerschienene Schriften.

Das Zeichen * bedeutet, daß die betreffende Schrift der Redaktion nicht vorgelegen hat.

Autoren-Register.

a) Zeitschriften. Allgemeines.

Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig 8⁰. — [Rezension des Heftes **14**:] Deutsche Litteraturz. 23, 1902, 2871. [1

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Herausgegeben von G. Eneström. Leipzig (Stockholm). 8⁰. [2
3_3 (1902): 4. — [Rezension des Heftes 3_3: 1:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 33, 1902, 573—575. (G. Wertheim.)

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. Loria. Torino (Genova). 8⁰. [3
1902 : 4. — 1903 : 1.

Revue semestrielle des publications mathématiques, rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam par P. H. Schoute, D. J. Korteweg, J. C. Kluyver, W. Kapteyn, P. Zeeman. Amsterdam. 8⁰. [4
11 : 1 (avril — octobre 1902). — Table des matières contenues dans les cinq volumes 1898—1902, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Composées par W. A. Wythoff. Amsterdam 1903. 8⁰, (3) + 155 + (1) p.

Annuaire des mathématiciens 1901—1902 publié sous la direction de C. A. Laisant et Ad. Buhl (1902). — [Rezension:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 218—219. (D. E. Smith.) [5

Compte rendu du deuxième congrès international des mathématiciens tenu a Paris du 6 au 12 août 1900. Procès-verbaux et communications publiés par E. Duporcq (1902). [Rezension:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 214—215. (Charlotte A. Scott.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 6, 1903, 21—23. (G. L.) — Nouv. ann. de mathém. 2_4, 1902; Supplém. XXXIX—XL. [6

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. — 1^2 (1899). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 405. (G. Eneström.) — 2^2 (1900). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 406. (G. Eneström.) — 3^2 (1901). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 407—408. (G. Eneström.) [7

Hoefer, F., Histoire des mathématiques, depuis leurs origines jusqu'au commencement du 19e siècle. Cinquième édition. Paris, Hachette 1902. [8
16°, 3 + 609 S. — [4 fr.]

Zeuthen, H. G., Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge, traduite par J. Mascart (1902). [Rezension:] Bullet. d. sc. mathém. 26_2, 1902, 313—319. (P. Tannery.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 5, 1902, 112—114. (G. L.) [9

Tropfke, J., Geschichte der Elementar-Mathematik. 1. Rechnen und Algebra (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 56—57. (F. Engel.) [10

Versluys, G., Beknopte Geschiedenis der Wiskunde. Amsterdam, A. Versluys 1902. [11
8°, 208 S. — [2,50 flor.] — [Rezension:] Mathesis 2_2, 1902, 275. (J. N.)

Klimpert, R., Storia della geometria. Traduzione di P. Fantasia (1901). [Rezension:] Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 413. (G. Eneström.) [12

Carrara, B., I tre problemi classici degli antichi in relazione ai recenti risultati della scienza. I. [13
Rivista di fisica (Pavia) 5, 1902, 296—316, 481—492, 696—705, 761—776. — Der bisher erschienene 1. Teil ist auch als Sonderabzug herausgegeben (172 S. 8°). — [Rezension:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 318—320. (H. Bosmans.) — Periodico di matem. 5_2, 1902, 198. (K.)

Loria, G., Spezielle algebraische und transscendente ebene Kurven. Theorie und Geschichte. Deutsche Ausgabe von F. Schütte (1902). [Rezension:] Bollett. d. bibliogr. d. sc. matem. 6, 1903, 5—13. (U. Amaldi.) [14

Russell, B. A., Essai sur les fondements de la géométrie. Traduction par A. Cadenat (1901). [Rezension:] Jornal de sc. mathem. 15, 1902, 25. (G. T.) [15

Mackay, J. S., History of a theorem in elementary geometry. [16
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings 20, 1902, 18—22.

Obenrauch, F. J., Die erste Raumkurve der Pythagoräischen Schule, ihre orthogonale und imaginäre Projektion [17
Monatsh. für Mathem. 14, 1903, 187—205. — Zum grössten Teil historischen Inhalts.

Braunmühl, A. von, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. Zweiter Teil. Von der Erfindung der Logarithmen bis auf die Gegenwart. Leipzig, Teubner 1903. [18
8°, XI + 264 S. — [10 *M.*]

Weyh, A., Die wichtigsten Mathematiker und Physiker des Alterthums (1902). [Rezension:] Beibl. zu den Ann. d. Phys. 26, 1902, 1092. (Gd.) — Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 108. — Zeitschr. für mathem. Unterr. 33, 1902, 578—579. (Meyer.) [19

Dannemann, F., Grundriß einer Geschichte der Naturwissenschaften. I. Aufl. 2 (1902). [Rezension:] Beibl. zu den Ann. d. Phys. 26, 1902, 1090—1091. (Gd.) — Deutsche Litteraturz. 23, 1902, 3250. [20

***Hielscher, J.,** Untersuchungen zur geschichtlichen Entwickelung der Logik in den Prinzipien der Mechanik. Zürich 1901. [21
8°, 87 S.

Knibbs, G. H., The history of the atomistic conception and its philosophical import. [22
Australasian association, Report 8 (Melbourne 1901), 18—44.

Mann, C. R., Histories and bibliographies of physics. [23
Science 16_2, 1902, 1016—1021.

Hultsch, F., Die Frauen und die Mathematik. [24
Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 82—85.

Isely, L., Epigraphies tumulaires de mathématiciens. [25
Neuchatel, Soc. d. sc., Bulletin 27, 1899, 167—172.

b) Geschichte des Altertums.

***Villani, N.,** Ricerche matematiche sulle misure antiche e il sistema antico delle misure romane. Lanciano, Carabba 1902. [26
16°, 7 + 66 S. — [1 lira.]

Wood, D., Génération géométrique des courbes ornamentales chez les Grecs. [27
Revue génér. d. sc. 13, 1902, 845.

M[ansion], P., Sur la méthode analytique des anciens. [28
Mathesis 2_2, 1902, 266—273.

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. III–V (1901—1902). [Rezension:] Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 414—422. (A. A. Björnbo.) [Rezension des Teiles V:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 320—321. (H. Bosmans.) [29

***Smith, T.,** Euclid, his life and system. New York, Scribner 1902. [30
12°, 4 + 227 S. — [1¼ doll.]

***Frankland, W. B.,** The story of Euclid. London 1902. [31
16°, 176 S. — [1 sh.] — [Rezension:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 5, 1902, 117. (G. L.)

Fazzari, G., Archimede e la sua misura del cerchio. [32
Il Pitagora 9, 1902, 31—32, 47—51.

Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia. Vol. III. Herons von Alexandria Vermessungslehre und Dioptra. Griechisch und Deutsch von H. Schöne. Leipzig, Teubner 1903.
8°, XXI + 366 S. — [8 *M.*] [33

Hoppe, E., Ein Beitrag zur Zeitbestimmung Herons von Alexandria (1902). [Rezension:] Beibl. zu den Ann. d. Phys. 26, 1902, 1092. (Gd.) [34

Schmidt, W., Zur Geschichte des Dampfkessels im Altertume. [35
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 337—341.

Claudii Ptolemaei Opera quae supersunt omnia. Volumen I. Syntaxis mathematica. Edidit J. L. Heiberg. Pars II, libros VII—XIII continens. Leipzig, Teubner 1902. [36
8⁰, V + 608 S. — [12 ℳ.]

Tannery, P., Simplicius et la quadrature du cercle. [37
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 342—349.

c) **Geschichte des Mittelalters.**

Suter, H., Über die angebliche Verstümmelung griechischer Eigennamen durch arabische Übersetzer. [38
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 408—409.

Curtze, M., Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance. I—II (1902). [Rezension:] *New York,* Americ. matem. soc., Bulletin 9_2, 1902, 123—125. (D. E. Smith.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 5, 1902, 128: 6, 1903, 29—30. — Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 50—52. (S. Günther.) — [Selbstanzeige:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 79—80. [39

Suter, H., Über die im „Liber augmenti et diminutionis" vorkommenden Autoren. [40
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 350—354.

Eneström, G., Hermannus secundus (Dalmata). [41
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 410—411. — Anfrage.

Dünner, L., Die älteste astronomische Schrift des Maimonides. Aus zwei Manuskripten der Nationalbibliothek in Paris. Beitrag zur Geschichte der Astronomie. Würzburg 1902. [42
8⁰, 54 S.

Schmidt, W., Leonardo da Vinci und Heron von Alexandria (1902). — [Rezension:] Beibl. zu den Ann. d. Phys. 26, 1902, 1092—1093. (Gd.) [43

Berthelot, D., Les manuscrits de Léonard de Vinci et les machines de guerre. [44
Journ. d. savants 1902, 116—120.

d) **Geschichte der neueren Zeit.**

Peprny, L., [Beiträge zur Geschichte der Mathematik in Böhmen]. [45
Časopis pro pěstov mathem. 31, 1902, 47—73. — Czechisch.

Mac Mahon, P. A., Les carrés magiques. [46
Revue scient. 17_4, 1902, 744—751. — Hauptsächlich historischen Inhalts.

Eneström, G., Ein verschollener deutscher Cossist aus dem Anfange des sechzehnten Jahrhunderts. [47
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 355—360.

Ortroy, F. van, Bibliographie de l'œuvre de Pierre Apian. [48
Bibliographie moderne 1901, 89—156, 284—333. — [Rezension:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 322—326. (H. Bosmans.)

Pagliano, C., La disfida matematica tra N. Tartaglia e L. Ferrari e la risoluzione dei problemi della geometria elementare mediante la riga e il compasso di apertura fissa. [49
Il bollett. di matem. 1, 1902, 94—104.

Schor, D., Simon Stevin und das hydrostatische Paradoxon (1902). [Rezension:] Beibl. zu den Ann. d. Phys. 26, 1902, 1093. (Gd.) [50

Huber, G., Der Astronom Tycho Brahe. [51
Bern, Naturf. Ges., Mitteil. 1902, 73—97 + Porträt.

Friis, F. R., Tychonis Brahei et ad eum doctorum virorum epistolae ab anno 1588. Nunc primum collectae et editae. Fasc. I—III. Hauniae, Gad 1900—1902. [52
4⁰, 96 S. — [4,80 ℳ.]

Friis, F. R., Nogle Efterretninger om Tyge Brahe og hans Familie. København, Gad 1902. [53
8⁰, 40 S. + Porträt.

Studnička, F. J., Brevissimum planimetriae compendium, sua manu exaravit Tycho Brahe. Pragae 1903. [54
8⁰, 4 S. + 6 facsimilierte Blätter + Porträt.

Gravelaar, N. L. W. A., John Napier's werken (1899). [Rezension:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 326—335. (H. Bosmans.) [55

Le opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume XII. Firenze, Barbera 1902. [56
4⁰, 525 + (1) S. — Herausgegeben von A. Favaro. — [Anzeige der Bände 1—11:] Il politecnico (Milano) 1902. 14 S. (G. Crugnola.)

Goldbeck, E., Galileis Atomistik und ihre Quellen (1902). [Rezension:] Beibl. zu den Ann. d. Phys. 26, 1902, 1093—1094. (Gd.) [57

Bosmans, H., Documents inédits sur Grégoire de Saint-Vincent. [58
Bruxelles, Soc. scient., Annales 27 : 2, 1903. 43 S.

***Maupin, G.,** Opinions et curiosités touchant la mathématique. Seconde série. Paris, Naud 1902. [59
8⁰, 338 S. — [5 fr.] — Hauptsächlich über Albert Girards Zusätze zu den „Oeuvres mathématiques de Simon Stevin".

Vacca, G., Sopra un probabile errore di Gabrio Piola. (Sulla rettificazione della parabola e della spirale d'Archimede.) [60
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 6, 1903, 1—4.

Eneström, G., Die „Leçons de ténèbres" des Desargues. [61
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 411. — Anfrage.

Bosmans, H., Deux documents sur la profession de géomètre-arpenteur dans les Pays-Bas au XVIIe siècle. [62
Bruxelles, Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1902, 340—343. — Das Hauptdokument ist ein Schreiben von M. F. van Langren vom 18. Febr. 1645.

Wislicenus, W. F., Les cartes de la lune de Langrenus. [63
Bruxelles, Soc. d'astron., Bulletin 7, 1902, 39—47. — Übersetzung der Abhandlung in der Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, 384—391. — [Rezension:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 335—340. (H. Bosmans.)

Favaro, A., Giannantonio Rocca (1607—1656). [64
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 412. — Antwort auf eine Anfrage.

Korespondencya Kochańskiego i Leibniza według odpisów E. Bodemanna, po raz pierwszy podana do druku przez S. Dicksteina. [65
Praze matem. - fisyczne **13**, 1902, 237—283. — Der Briefwechsel zwischen Kochansky und Leibniz, nach den Abschriften von E. Bodemann herausgegeben von S. Dickstein.

Godefroy, M., La fonction gamma. Théorie, historique, bibliographie (1901). [Rezension:] *Amsterdam,* Wisk. genoots., Nieuw Archief 5_2, 1902, 321. (Kl.) — Jornal de sc. mathem. 15, 1902, 26—27. (G. T.) [66

Sauerbeck, P., Einleitung in die analytische Geometrie nach J. P. de Gua de Malves (1902). [Selbstanzeige:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 80. — [Rezension:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 31. — Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 304—305. (E. Lampe.) [67

Amodeo, F., Dai fratelli Di Martino a Vito Caravelli. [68
Napoli, Accad. Pontaniana, Atti 32, 1902. (2) + 64 S. — Geschichte der Mathematik in Neapel 1732—1778. Mit 2 Portrats.

„Soho-rules". [Zur Geschichte des Rechenschiebers.] [69
Zeitschr. für Mathem. 48, 1902, 317—318.

Cantor, M., Der Erfinder des Wilsonschen Satzes. [70
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 412. — Anfrage.

Kaučič, Fr., Georg v. Vega. [71
Zeitschr. für mathem. Unterr. 33, 1902, 525—526.

Purser, J., The Irish school of mathematicians and physicians from the beginning of the 19th century. Opening address. [72
Nature **66**, 1902, 478—483.

***Heydweiller, A.,** Die Entwickelung der Physik im 19. Jahrhundert. Vortrag gehalten im Humboldt-Verein für Volksbildung in Breslau. Berlin, Parey 1900. [73
8⁰, 32 S. — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 173. (W. Wien.)

Ellery, R. L. J., A brief history of the beginnings and growth of astronomy in Australasia. [74
Australasian association, Report 8 (Melbourne 1901), 1—17.

Klein, F., Gauss' wissenschaftliches Tagebuch 1796—1814 (1901). — [Rezension:] *New York,* Americ. mathem soc., Bulletin 9_2, 1902, 125—126. (M. Bôcher.) — Vjestnik elem. matem. 28, 1902, 208—209. [75

Gauss, K. F., General investigations of curved surfaces of 1827 and 1825 (1902). [Rezension:] Bullet. d. sc. mathém. 26_2, 1902, 289—290. (G. D.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 5, 1902, 114—116. (G. Vacca.) — Nature **66**, 1902. 316—317. — Science 16_2, 1902, 902—903. (A. S. Hathaway.) [76

Brendel M., Das Gauss-Archiv. [77
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12. 1903, 61—63.

Fazzari, G., Jacob Steiner. [78
Il Pitagora 9, 1902, 33—34.

Jahnke, E., Auszüge aus drei Briefen Steiners an Jacobi. Schreiben Jacobis an den Staatsminister v. Eichhorn betreffend Jacob Steiner. [79
Arch. der Mathem. 4_3, 1903, 268—280.

Bolyai, J., Epistola ad W. Bolyai, in latinum conversa. [80
J. Bolyai in memoriam (Klausenburg 1902), IX—XV + Facsim. — Vom 3. Nov. 1823.

Mansion, P., Sur la découverte de la géométrie non-euclidienne par Jean Bolyai. [81
Bruxelles, Soc. scient., Annales 26, 1902, 146—147.

Sylow, L., Mowa, wypowiedziana na uroczstym obchodzie setnej rocznicy urodzin Abela w Chrystyanii d. 5 września 1902. [82
Wiadomości matem. 6, 1902, 311—316. — Polnische Übersetzung der Rede in Kristiania 1902 (vgl. Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 425).

Fehr, H., Centenaire d'Abel. [83
L'enseignement mathém. **4**. 1902, 445—447.

Wilson, E. B., The centenary of the birth of Abel. [84
New York, Americ. mathem. soc. 9_2, 1902, 154—156.

Bonola, R., Index operum ad geometriam absolutam spectantium. [85
J. Bolyai in memoriam (Klausenburg 1902), 81—154.

Sabinin, E., Shukowskij, N., Lakhtin, L., [M. V. Ostrogradskij]. [86
Moskwa, Mathem. obchtch., Sbornik 22, 1902, 499—573.

Goldziher, K., Weierstrass über das sogenannte Dirichlet'sche Prinzip. [87
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 409—410.

Wassilief, A. und Delaunay, N., P. L. Tschebychef (1900). [Rezension:] Zeitschr. für Mathem. 47, 1902, 500. (R. Rothe.) [88

Stäckel, P., De ea mechanicae analyticae parte quae ad varietates complurium dimensionum spectat. [89
J. Bolyai in memoriam (Klausenburg 1902), 61—79. — Bericht über den gegenwartigen Stand der Mechanik der mehrdimensionalen Raumformen.

Wölffing, E., Bericht über den gegenwärtigen Stand der Lehre von der Fresnel'schen Wellenfläche. [90
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 361—362. — [Rezension:] Deutsche Literaturz. 24, 1903, 370—371.

Macfarlane, A., A report on recent progress in the quaternion analysis. [91
American association, Proceedings **51**, 1902, 305—326.

Miller, G. A., Second report on recent progress in the theory of groups of finite order. [92
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1902, 106—123.

Favaro, A., Intorno ad alcune anomalie presentate dal „Bullettino" del principe Boncompagni. [93
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 383—385.

J. C. Poggendorffs Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte

der exakten Wissenschaften. Vierter Band (die Jahre 1883 bis zur Gegenwart umfassend), herausgegeben von A. J. von Oettingen. Lieferung 4—7. Leipzig, Barth 1902—1903. [94
8^0, S. 217—504. — [12 ℳ.] — [Anzeige der Lief. 1—3:] Naturwiss. Rundschau **17**, 1902, 606.

Meyer, W. Fr. und Klein, F., Bericht über den Stand der Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften. [95
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 22—23.

Wölffing, E., Verzeichnis der in technischen Zeitschriften 1901 sich vorfindenden mathematischen Abhandlungen. [96
Zeitschr. für Mathem. **48**, 1902, 183—192.

e) Nekrologe.

Pierre Marie Edouard **Amigues** (1842—1900). [97
Marseille, Fac. d. sc., Annales **11**, 1901, 125—137. (L. Sauvage, Thermes, André.)

Charles Edward **Bickmore** (?—1901). [98
London, Mathem. soc., Proceedings **34**, 1902, 128—130. (E. B. Elliott, A. Cunningham.)

Ferdinand **Caspary** (1853—1901). [99
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 42—60 [mit Porträt]. (E. Jahnke.) — Leopoldina **37**, 1901, 84.

Alfred **Cornu** (1841—1902). [100
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti 11_5: 1, 1902, 347—349. (V. Cerruti.) — Astrophys. journ. **15**, 1902, 299—301. (J. S. Ames.) — Beibl. zu den Ann. d. Phys. **25**, 1902, 1098. (Gd.)

Maximilian **Curtze** (1837—1903). [101
Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 86—87. (S. Günther.)

Max **Eschenhagen** (1858—1901). [102
Berlin, Deutsche physik. Gesellschaft., Verhandl. **4**, 1902, 79—87. (W. von Bezold.) — Beibl. zu den Ann. d. Phys. **26**, 1902, 1098—1099. (Gd.)

Immanuel Lazarus **Fuchs** (1833—1902). [103
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti 11_5: 1, 1902, 397—398. (V. Cerruti.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **5**, 1902, 126—127. (G. L.)

Max **Genty** (1867 ?—1902). [104
Nouv. ann. de mathém. 2_4, 1902; Supplément XXXVII.

August **Heller** (1843—1902). [105
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 386—394 [mit Porträt]. (S. Günther.) — Mathem. und Naturw. Ber. aus Ungarn 18 (1900), 1903, 473—477. (J. Kürschák.)

Charles **Hermite** (1822—1901). [106
Bologna, Accad. d. sc. dell' istituto, Rendiconti 5_2, 1901, 1 S. (S. Pincherle.) — *Mexico,* Soc. Alzate, Revista 1901, 61—63 [mit Porträt]. (J. Mendizabel Tamborrel.) — *München,* Akad. d. Wiss., Sitzungsber. **32**, 1902, 262—268. (A. Pringsheim.)

Victor August **Julius** (1851—1902). [107
Amsterdam, Akad. van Wetensch., Verslagen **11**, 1902, 3—5. (H. G. van de Sande Bakhuysen.)

Ignaz **Clemenčič** (1853—1901). [108
Innsbruck, Naturw. Verein, Berichte **27**, 1902. 18 S. (P. Czermak, W. Radakovič.) — Beibl. z. den Ann. d. Physik **26**, 1902, 1099. (Gd.) — Leopoldina **67**, 1901, 85.

Charles Hugo **Kummell** (1836—1897). [109
Washington, Philos. soc., Bulletin **13**, 1900, 404—405. (M. Baker.)

Johannes **Pernet** (1845—1902). [110
Berlin, Deutsche physik. Gesellsch., Verhandl. **4**, 1902, 128—135 (M. Thiesen), 225—226 (W. Förster). — Beibl. zu den Ann. d. Phys. **26**, 1902, 1097—1098. (Gd.)

Peter **Pokrowsky** (1857—1901). [111
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 117—119. (A. Przeborski.) — *Kiew,* Univ., Isjvestija 1902 nº 9c, 26 S. (A. Przeborski.) — *Moskwa,* Mathem. obchtch., Sbornik **22**, 1902, I—XXXIII. (A. Przeborski.)

John Daniel **Runkle** (1823—1902). [112
L'enseignement mathém. **5**, 1903, 64.

Oskar **Schlömilch** (1823—1901). [113
Leipzig, Sächs. Ges. der Wissensch., Berichte **53**, 1901, 507—520. (M. Krause.)

Charles Antony **Schott** (1826—1901). [114
Americ. journ. of science 12_4, 1901, 326.

Ernst **Schröder** (1841—1902). [115
Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 86.

Wilhelm **Schur** (1846—1901) [116
Leipzig, Astron. Gesellsch., Vierteljahrsschr. **36**, 1901, 164—172 [mit Schriftverzeichnis von B. Meyermann]. (M. Brendel.) — Nature **64**, 1901, 380. (W. J. S. Lockyer.)

Bernhard **Schwalbe** (1841—1901). [117
Unterrichtsbl. für Mathem. **7**, 1901, 42—44. (F. Pietzker.) — Zeitschr. für physik. Unterr. **14**, 1901, 129—133 [mit Porträt]. (F. Poske.)

James Hamblin **Smith** (1834 ?—1901). [118
Nature **64**, 1901, 285.

Peter Guthrie **Tait** (1831—1901). [119
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 28—29.

Gustav **Wertheim** (1843—1902). [120
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 395—402 [mit Porträt]. (G. Eneström.) — Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 75—77 [mit Porträt und Schriftverzeichnis]. (H. Dobriner.)

William Crawford **Winlock** (1859—1896). [121
Washington, Philos. soc., Bulletin **13**, 1900, 431—434. (J. R. Eastman.)

f) Aktuelle Fragen.

Braunmühl, A. von, Mathematisch-historische Vorlesungen und Seminarübungen an der technischen Hochschule in München 1897—1902. [122
Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 403—404.

Schülke, A., Ein neuer Vorschlag zur Vertiefung des mathematischen Unterrichts. [123
Zeitschr. für mathem. Unterr. **33**, 1902, 513—517. — Über mathematisch-historischen Unterricht in den Schulen.

Schulze, E., Über einige Bezeichnungen in der Schulmathematik. [124
Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 35—37.

[Die deutsche Mathematiker-Versammlung in Karlsbad 1902.] [125
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **12**, 1903, 16—21. (A. Gutzmer.) — *New York,* Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 206—214. (C. M. Mason.) — L'enseignement mathém. **4**, 1902, 447—448. — Naturw. Rundschau **17**, 1902, 565—567. (Kopriwa.)

[Die englische Mathematiker-Versammlung in Belfast 1902.] [126
Nature **66**, 1902, 618—619. (C. H. Lees.)

Wissenschaftliche Chronik.

Ernennungen.

— Dr. G. N. Bauer in Minneapolis zum Professor der Mathematik an der Universität von Minnesota daselbst.

— Privatdozent A. Benteli in Bern zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Bibliothekar F. Boll in München zum Professor der klassischen Philologie an der Universität in Würzburg.

— Dr. H. S. Carslaw in Glasgow zum Professor der reinen und angewandten Mathematik an der Universität in Sidney.

— Prof. Th. Des Coudres in Würzburg zum Professor der Physik an der Universität in Leipzig.

— Privatdozent K. T. Fischer in München zum Professor der Physik an der technischen Hochschule daselbst.

— Privatdozent H. Grassmann in Halle a. S. zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Privatdozent F. Guarducci in Pisa zum Professor der Geodäsie an der Universität in Bologna.

— Professor G. B. Halsted in Austin zum Professor der Mathematik am „St. Johns college“ in Annapolis, Md.

— Privatdozent I. Iwanoff in St. Petersburg zum Professor der Mathematik an der technischen Hochschule daselbst.

— Privatdozent W. Kaufmann in Göttingen zum Professor der theoretischen Physik an der Universität in Bonn.

— Dr. C. J. Keyser in New York zum Professor der Mathematik an der „Columbia university“ daselbst.

— Professor J. Larmor in Cambridge zum Professor der Mathematik am „Pembroke college“ daselbst.

— A. T. de Lury in Toronto zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Privatdocent J. Mechtcherskij in Petersburg zum Professor der Mechanik an der technischen Hochschule daselbst.

— R. E. Moritz zum Professor der Mathematik an der Universität von Nebraska..

— Professor E. F. Nichols zum Professor der Physik an der „Columbia university“ in New York.

— Professor M. B. Porter in New Haven zum Professor der Mathematik an der Universität von Texas in Austin.

— P. A. Smith an der Universität von Illinois zum Lehrer der Mathematik an der Hiroshina Normalschule in Japan.

— Dr. W. Staniewitch zum Professor der Mathematik an der technischen Hochschule in St. Petersburg.

— Privatdocent M. Toepler in Dresden zum Professor der Physik an der technischen Hochschule daselbst.

— Privatdozent J. Tuma in Brünn zum Professor der Physik an der deutschen technischen Hochschule in Prag.

— Prof. A. Voss in Würzburg zum Professor der Mathematik an der Universität in München.

Todesfälle.

— Karl Anton Bjerknes, emeritierter Professor der Mathematik an der Universität in Kristiania, geboren in Kristiania den 24. Oktober 1825, gestorben daselbst den 20. März 1903.

— Nikolaus Budajeff, emeritierter Professor der Mathematik an der Universität in St. Petersburg, geboren 1833, gestorben in St. Petersburg den 29. September 1902.[1])

1) Nicht zu verwechseln mit dem noch lebenden Professor Nikolaus Bugajeff in Moskau.

— Maximilian Curtze, pensionierter Gymnasialprofessor in Thorn, geboren in Ballenstedt den 4. August 1837, gestorben in Thorn den 3. Januar 1903.

— Hermann Dobriner, Oberlehrer an der Realschule „Philantropin" in Frankfurt am Main, geboren in Schmalleningken (Ostpreußen) den 5. November 1857, gestorben in Frankfurt am Main den 25. November 1902.

— Carles Dufour, Professor der Astronomie an der Universität in Lausanne, geboren in Veytaux Oktober 1827, gestorben in Lausanne den 23. Dezember 1902.

— Norman Macleod Ferrers, „Master of Gonville and Cajus college" in Cambridge, geboren in Prinknash Park (Glocestershire) den 11. August 1829, gestorben in Cambridge, den 31. Januar 1903.

— Estevan Antonio Fuertes, Professor der Astronomie an der „Cornell university" in Ithaca, gestorben den 16. Januar 1903, 64 Jahre alt.

— James Glaisher, englischer Meteorolog, geboren in London den 7. April 1809, gestorben in London den 8. Februar 1903.

— Achille Goulard, Professor am Lyceum in Marseille, geboren 1860, gestorben in Marseille Oktober 1902.

— G. W. Green, Professor der Mathematik an der „Illinois Wesleyan university", gestorben in Bloomington Ill. den 10. Dezember 1902, 45 Jahre alt.

— William Harkness, früher Direktor der „Naval observatory" in Washington, geboren in Ecclefechan (Schottland) den 17. Dezember 1837, gestorben in New York den 28. Februar 1903.

— Pierrr Laffitte, Professor für allgemeine Geschichte der Naturwissenschaften am „Collège de France" in Paris, gestorben in Paris den 4. Januar 1903, 80 Jahre alt.

— W. J. C. Miller, Redakteur der mathematischen Abteilung der „Educational times", geboren 1831, gestorben in Bristol den 11. Februar 1903.

— Francis Cranmer Penrose, Astronom in London, geboren in Bracebridge bei Lincoln den 29. Oktober 1817, gestorben in London den 15. Februar 1903.

— Anton Puchta, Professor der Mathematik an der Universität in Czernowitz, geboren in Altsattl bei Haid (Böhmen) den 4. März 1851, gestorben in Czernowitz den 21. Februar 1903.

— Ogden Nicholas Rood, Professor der Physik an der „Columbia university" in New York, geboren in Donbury, Conn. den 3. Februar 1831, gestorben in New York den 12. November 1902.

— George Gabriel Stokes, Professor der Mathematik am „Pembroke college" in Cambridge, geboren in Skreen (Irland) den 13. August 1829, gestorben in Cambridge den 1. Februar 1903.

— Franz Josef Studnička, Professor der Mathematik an der böhmischen technischen Hochschule in Prag, geboren in Janov bei Soběslav den 27. Juni 1836, gestorben in Prag den 21. Februar 1903.

— Henry William Watson, Direktor der Berkswell-Schule in Coventry, geboren in London den 25. Februar 1827, gestorben in Berkswell den 11. Januar 1903.

Mathematisch-historische Vorlesungen.

— Prof. Fr. Graefe hat im Wintersemester 1902—1903 an der technischen Hochschule in Darmstadt eine einstündige Vorlesung über Geschichte der Mathematik gehalten.

Gekrönte Preisschriften.

— *Académie des sciences de Paris.* Le grand prix des sciences mathématiques a été décerné en 1902 à M. E. Vessiot à Lyon pour son mémoire sur le sujet proposé: „Perfectionner en un point important l'application de la théorie des groupes continus à la théorie des équations aux dérivées partielles." Une mention honorable a été accordée à M. F. Le Roux à Rennes. — Une mention honorable a aussi été accordée à M. W. de Tannenberg à Bordeaux pour son mémoire sur la question: „Développer et perfectionner la théorie des surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution".

Preisfragen gelehrter Gesellschaften.

— *Akademie der Wissenschaften in Berlin.* Preisfrage für 1906. Die Theorie der Funktionen mehrerer Veränderlichen, welche lineare Substitutionen zulassen, in ihren wesentlichen Teilen durch bedeutsame Fortschritte zu fördern.

— *Académie des sciences de Danemark à Kjöbenhavn.* Concours pour l'année 1903. Le n⁰ 3289 des Astronomische Nachrichten indique une transformation qui appliquée au problème général des trois corps, le débarrasse des irrégularités provenant de la collision d'un de ces corps avec un des autres. Comme il y a une infinité de ces transformations, on peut espérer que dans le nombre il s'en trouve une capable de remédier également aux conséquences des autres collisions et de dégager le problème de toute singularité.

— *Académie des sciences de Paris.* Concours pour l'année 1904. Perfectionner, en quelque point important, l'étude de la convergence des fractions continues algébriques. — Developper et perfectionner la théorie des surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution. — Déterminer et étudier tous les déplacements d'une figure invariable dans lesquels les différents points de la figure décrivent des courbes sphériques.

Vermischtes.

— An der Jahresversammlung der Deutschen Mathematiker-Versammlung in Karlsbad 1902 wurde von Herrn F. Klein der Plan der Begründung einer mathematischen Zentralbibliothek angeregt. Zur Erörterung dieser Frage wurde eine Kommission, bestehend aus den Herren W. v. Dyck, F. Klein, Felix Müller und A. Wangerin gewählt.

— Die Redaktion des Journals für die reine und angewandte Mathematik ist vom Band **125** ab von Herrn K. Hensel in Marburg übernommen worden.

— Le congrès international d'histoire des sciences mathématiques, physiques et naturelles dont nous avons fait mention dans la Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 256, s'est tenu à Rome 2—9 avril 1903, comme 8ᵉ section du congrès international des sciences historiques. M. G. Loria a été chargé de l'organisation de la soussection pour l'histoire des sciences mathématiques.

— Un des prix de l'académie des sciences de Paris (prix Binoux, 2000 francs) sera décerné en 1903 à un auteur de travaux sur l'histoire des sciences.

Wie soll man die Geschichte der Mathematik behandeln?

Von Moritz Cantor in Heidelberg.

Der Herausgeber dieser Zeitschrift hat schon zweimal (Biblioth. Mathem. 2_3, S. 1—4 und 4_3, S. 1—6) die Frage zu beantworten gesucht, wie man die Geschichte der Mathematik behandeln solle, und hat dabei natürlich auch in etwas polemischer Weise von den bisher vorliegenden Werken über diesen Gegenstand gesprochen. Wenn er als Ergebnis findet, eine ideale Geschichte der Mathematik sei noch nicht geschrieben, so pflichte ich ihm darin vollständig bei. Ich weiß begreiflicherweise nicht, wie andere Verfasser von Geschichten der Mathematik über ihre Schriften denken, wohl aber kenne ich mein Urteil darüber und habe verschiedentlich kein Hehl daraus gemacht, wenn auch vielleicht in etwas schonenderer Form als andere Kritiker sie vorziehen. Was aber meine eigenen Arbeiten betrifft, so war ich stets überzeugt, sie stellten nur ein Erzieltes dar, welches von dem Erstrebten fern blieb, wohl auch fern bleiben mußte! Hat doch Lessing uns belehrt, er würde, wenn Gott ihm mit der einen Hand die volle Wahrheit, mit der anderen die mit Irrtum gemischte darreichte, zu der letzteren greifen, welche allein dem Menschen passe. Auch Goethe hat dem gleichen Gedanken Worte verliehen, wenn er Mephistopheles zu Faust sagen läßt:

Glaub' unser einem, dieses Ganze
Ist nur für einen Gott gemacht!
Er findet sich in einem ew'gen Glanze,
Uns hat er in die Finsternis gebracht,
Und Euch taugt einzig Tag und Nacht.

Diese auf jedes menschliche Werk sich beziehende Mangelhaftigkeit macht sich in der Tat überall bemerkbar. Keine Staatsverfassung, kein Gesetzbuch ist vollkommen, kein Roman, kein Theaterstück erreicht auch nur das Ideal, welches die Zeit, innerhalb deren es entstand, als solches auffaßt; das Gleiche gilt für Schöpfungen der Musik, der bildenden Künste. Man möchte sich sogar der Unfertigkeit freuen, denn ein der Vervollkommnung nicht mehr Fähiges würde Stillstand und dieser den Rückgang, schließlich den Tod des Staatslebens, der Kunst, der Wissenschaft, des Einzelmenschen, des Volkes zur Folge haben. Unfertigkeit, Vervollkommnung! Ist das nicht, oder sollte das wenigstens nicht sein, die Richtschnur jedes Verfassers, der wiederholte Auflagen eines Buches zum Drucke zu geben hat? Ich bin von der Richtigkeit dieser Tatsache so sehr überzeugt, daß mir eine ganz unveränderte neue Auflage das höchste Mißtrauen einflößt, es sei denn, sie werde nicht von dem Verfasser selbst veranlaßt, und sein Stellvertreter trage Scheu, seine eigene Meinung an die Stelle der fremden zu setzen.

Mit diesen letzten Worten habe ich einen zweiten Satz gestreift, dem ich allgemeine Gültigkeit zuschreibe, den von der Verschiedenheit des Hervorgebrachten infolge der Verschiedenheit des Hervorbringers. Si duo faciunt idem, non est idem sagten dafür die Alten, die Neuzeit spricht vom Rechte der Individualität. Jeder malt, baut, komponiert, denkt, schreibt wie seine Begabung es fordert. Wohl gibt es Regeln, denen die Lebenden einer Zeitperiode sich zu fügen mehr oder weniger stillschweigend übereingekommen sind, aber diese Regeln sind meistens Verbote, nicht Gebote, und sie gelten genau so lang wie auf ewige Zeit geschlossene Staatsverträge, nämlich bis sie gebrochen und damit abgeschafft werden.

Was folgt nun aus dem soeben Geäußerten für die Behandlung der Geschichte der Mathematik? Ich denke, man kann zweierlei folgern. Erstlich ist das höchste erreichbare Ziel nur, daß schon vorhandene Leistungen durch das neu Gebotene übertroffen werden. Zweitens kann jeder nur so schreiben, wie seine Individualität es mit sich bringt. Ich habe freilich auch in meiner Rede über mathematische Geschichtschreibung auf dem in Paris gehaltenen internationalen Mathematikerkongresse von 1900 am Schlusse angedeutet, wie ich mir die Fortführung der Geschichte der Mathematik über das Jahr 1758 hinaus denke, aber ich habe es in durchaus subjektiver Weise getan. Ich wollte nur erklären, in welcher Weise *ich* an meine drei Bände Geschichte weitere Bände als Fortsetzung anschließen würde, wenn ich jung genug wäre einen solchen Plan wirklich auszuführen.

H. ENESTRÖM unterscheidet verschiedene Arten, nach welchen Geschichte der Mathematik behandelt werden könne. Er hat darin sicherlich recht. Man kann die verschiedenen Behandlungsweisen selbst in sehr verschiedener Weise schildern, und ich gestatte mir den Gegensatz darin zu finden, daß man von der Wortverbindung Geschichte der Mathematik bald das Wort *Geschichte*, bald das Wort *Mathematik* stärker betont.

Wer das Letztere tut, der könnte vielleicht am zweckmäßigsten so verfahren, daß er die einzelnen Sätze der Mathematik in gedrängter Weise mitteilte, bei jedem Satze als Anmerkung beifügend, wann und durch wen er der Wissenschaft einverleibt worden sei. Er könnte durch geschickte Anordnung der Sätze es dahin bringen, daß zwischen den Anmerkungen scheinbar ungewollt, aber die größte Kunst des Verfassers verratend, ein Zusammenhang sichtbar werde, aus welchem der Leser zu erkennen vermag, wie, wo, durch wen die mathematische Wissenschaft ihre Entwickelung vollzogen hat. Wir haben ein solches Beispiel der Geschichte der *Mathematik* in der großen im Entstehen begriffenen *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, und ohne den übrigen Mitarbeitern an dem monumentalen Werke zu nahe zu treten, möchte ich die von H. Pringsheim bearbeiteten Abteilungen als meiner hier ausgesprochenen Meinung am meisten entsprechend hervorheben.

Etwas ganz anderes ist nach meinem schriftstellerischen Gefühle eine *Geschichte* der Mathematik. In ihr liefert die Mathematik zwar das gesamte Material, aber dessen Benutzung soll nicht ausschließlich der Mathematik zu gute kommen. Das Bild des gesamten Kulturlebens dient als Hintergrund, von welchem mathematische Charakterzüge sich hell abheben und selbst dazu dienen, jenen Hintergrund zu erhellen. *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker* nannte ich 1863, also jetzt vor 40 Jahren, mein erstes geschichtliches Buch und meinte durch diesen Titel mein wissenschaftliches Glaubensbekenntnis und zugleich mein wissenschaftliches Programm zu verkünden. In der Einleitung drückte ich mich noch bestimmter aus. Ich sagte: „Wenn bei Völkerschaften eine Ähnlichkeit auf diesem oder jenem Gebiete der Geistesentwickelung stattfindet, so ist das meistens kein bloßer Zufall, sondern die Folge von gegenseitiger Einwirkung oder gemeinsamem Ursprunge.“ Ich setzte hinzu, diese letztere Beweisführung könne nur von der Spezialforschung geführt werden und benutzte dazu in jenem Werke die Zahlzeichen der verschiedenen Völker. Zwölf Jahre später (1875) erschienen *Die Römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmeßkunst.* Auch hier wieder suchte ich nachzuweisen, wie Übungen, die bis zu einem gewissen Grade zufällige sind, z. B. Seilspannung, sich von Volk zu Volk verpflanzen und zu Belegen für den Einfluß werden, den die Kultur des einen Volkes auf die des anderen ausübte. Es war aber der gleiche Grundgedanke, der in meinem Werke von 1863 zum Ausdruck gelangt war; nur die Beweismittel waren andere geworden. H. Eneström verargt mir, daß ich gerade in den *Agrimensoren* den Römern das Erfinderrecht an gewissen arithmetischen Sätzen absprach nnd den Ursprung der letzteren nach Alexandria verwies. Ich könnte mich ja damit entschuldigen, vor 28 Jahren sei man in der Kenntnis des mathematischen Volkscharakters, wenn ich so sagen darf, noch nicht so weit wie heute gewesen. Hat man doch inzwischen Vieles hinzugelernt, was die damaligen Ansichten über den Haufen wirft, so das Vorhandensein der Quadratwurzel bei den Ägyptern, der Kubikwurzel bei den Griechen. Es wäre also möglich, daß inzwischen römische Arithmetiker aufgefunden worden wären, die meine damalige recht geringe

Meinung von römischen Erfindungen auf diesem Gebiete Lüge straften. Nur ist dem nicht so! Ich bedarf daher bis auf weiteres jener Entschuldigung nicht, ich gestehe vielmehr, daß ich heute noch den gleichen Satz hinschreiben würde, wie er 1875 meiner Überzeugung entsprach. Ich halte überhaupt, heute wie früher, Hypothesen geschichtlicher Natur für gerechtfertigt und sogar für nützlich unter zwei Voraussetzungen, die eine, daß die Hypothese sich auf irgendwelche Tatsachen stütze, die andere, daß man nicht weiter darauf baue, ohne des ausschließlich hypothetischen Fundamentes sich bewußt zu bleiben. Den Nutzen solcher Hypothesen sehe ich darin, daß sie der Spezialforschung, welche um so häufiger, je älteren Datums die vermuteten Tatsachen sind, von Nichtmathematikern geübt wird, einen Fingerzeig gibt, worauf sie etwa achten sollen. So können nicht minder Bestätigungen als Widerlegungen der Hypothese gewonnen werden, die ich beide als wertvoll erachte. Ich hatte, um von Beidem ein Beispiel anzugeben, in Anlehnung an ALBR. WEBER das Zeitalter einiger Verfasser von *Çulvasûtras* viel zu tief angesetzt und darauf gestützt die dort vorhandenen geometrischen Tatsachen, insbesondere den Satz vom rechtwinkligen Dreieck, als aus Griechenland eingeführt, angenommen; nachdem die Herren L. v. SCHRÖDER und ALBERT BÜRK das Datum jener Anweisungen zur Herstellung von Altären bis jenseits PYTHAGORAS hinaufgerückt haben, ist meine frühere Auffassung unmöglich geworden und hat einer anderen Platz gemacht, von der zunächst einige Spezialisten Kenntnis erhalten haben, die ich aber bei gegebener Gelegenheit auch der Öffentlichkeit zu übergeben keinen Anstand nehmen werde. Ich hatte andererseits angenommen, PYTHAGORAS habe die Tatsache, daß $3^2+4^2=5^2$, entweder selbst zuerst bemerkt oder aus Ägypten mitgebracht und Graf SCHACK-SCHACKENBURG hat diesen Satz weit vor PYTHAGORAS in Ägypten gefunden. Diese Bestätigung war mir vielleicht angenehmer als jene Widerlegung, aber für die Wissenschaft waren beide gleich wertvoll.

Die bisherigen Bemerkungen knüpften noch nicht an meine *Geschichte der Mathematik*, welche erstmals 1880—1888, in zweiter Auflage 1894—1901 die Presse verließ, und deren Darstellungsweise ich bis zu einem gewissen Grade erklären möchte. Ich sagte oben, jeder könne nur so schreiben, wie seine Individualität es mit sich bringe. Konnte *ich* aber anders schreiben als ich es getan habe? Ich bin fest überzeugt, die Leser meiner Schriften von 1863 und von 1875 wären sehr erstaunt gewesen, wenn sie in dem größeren darauf folgenden Werke den allgemeingeschichtlichen wie den kulturhistorischen Hintergrund hätten vermissen müssen, wenn nicht auch Biographisches, wenigstens in solcher Ausdehnung als zur Kenntnis der Arbeitsweise der hervorragendsten Schriftsteller notwendig ist, vorkäme. Daß diese Darstellungsweise nicht allgemeine Mißbilligung fand, das könnte ich vielleicht aus dem verhältnismäßig so sehr raschen Absatze der ersten Auflage schließen, wenn ich eine Rechtfertigung beabsichtigte, was mir durchaus fern liegt.

Ich stelle keineswegs in Abrede, man könne eine ganz andere Geschichte der Mathematik schreiben, man könne dabei auch von dem oben erwähnten Beispiele der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* abweichen, nur konnte ich nicht der Verfasser einer solchen Geschichte sein, um so weniger als es meines Wissens kein Muster gibt, nach welchem ich mich zu richten im Stande gewesen wäre; ein Muster aber ist bloßen Ratschlägen immer vorzuziehen, und nicht umsonst antwortete jener Römer: Hic Rhodus, hic salta!

Ein einziger Punkt ist es, auf welchen ich noch eingehen möchte. H. Eneström betont den Unterschied der Darstellungsweise je nachdem ältere oder spätere Zeiten in Frage kommen. Das, was er die kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik nennt, verschwinde mehr und mehr, je näher man der Neuzeit rücke. Das ist vollständig wahr, aber ich glaube, es muß so sein! Ganz voneinander unabhängig war die Entwickelung räumlich benachbarter Völker niemals, die gegenseitige Einwirkung bildet ja geradezu den Kern meines wissenschaftlichen Glaubensbekenntnisses. Allein immerhin waren scheidende Grenzen vorhanden, die es gestatten von der Entwickelung dieses oder jenes Volkes für sich zu reden. Der Erfinder der Buchdruckerkunst riß die Grenzpfähle aus der Erde. Die Freizügigkeit der Gelehrten, welche bald da, bald dort lernend oder lehrend sich niederließen, vollendete das, was man das Weltbürgertum der Wissenschaft nennen könnte. Darin liegt auch die Widerlegung des Einwurfs, mit dem gleichen Rechte, mit welchem den Römern die arithmetischen Sätze des Epaphroditus abgesprochen werden, könne man leugnen, daß Johann Bolyai die absolute Geometrie aus eigenem Geiste schöpfte. Johann Bolyai war in der Tat nicht ganz unabhängig! Er war der Sohn und Schüler seines Vaters, dieser der Freund und Studiengenosse von Gauss in Göttingen, Göttingen der Sitz von Untersuchungen über die Parallelentheorie. Ich will gewiß den Ruhm Johann Bolyais, der weit über seinen Vater hinausging, nicht schmälern, aber wer möchte zweifeln, daß fremde Keime bewußt oder unbewußt in seinem Geiste fruchtbringend wurden? Johann Bolyais Leistung beweist, was sie nach H. Eneströms Meinung als unstatthaft zeigen soll, das heimliche Fortwuchern von Gedanken bis sie in geeignetem Boden zur Entwickelung gelangen, beweist den fesselnden Reiz der Erforschung jener unterirdischen Wurzeln. Gerade darin besteht aber die kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik.

Zu dem Berichte des Simplicius über die Möndchen des Hippokrates.

Von Wilhelm Schmidt in Helmstedt.

Bis vor kurzem herrschte bekanntlich über Simplicius die Auffassung, daß er zwar ein verständiger Philosoph, aber ein ungeschickter Geometer sei; auf dem schwierigen Gebiete *abstrakter* Spekulation gestand man ihm also ein selbständiges Urteil zu, bei der leichteren Betrachtung elementarer *konkreter* Gebilde versagte man es ihm. Da erschien Rudios Abhandlung *Der Bericht des Simplicius über die Quadraturen des Antiphon und des Hippokrates* (Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 7—62),[1] welche die Grundlagen der bisherigen ungünstigen Beurteilung unter gründlicher Erläuterung des ganzen Berichtes des Simplicius und unter Prüfung aller einschlägigen Fragen erschütterte. Freilich meint Tannery, *Simplicius et la quadrature du cercle* (Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 342—349), dadurch sei an der Sache nicht viel geändert. So sehr ich nun auch die großen Verdienste dieses Gelehrten um die Geschichte der exakten Wissenschaft und die der antiken Mathematik insbesondere zu schätzen und mich sonst auch vielfach in Übereinstimmung mit ihm weiß, so muß ich ihm hier widersprechen. Denn erstens, ist es wirklich so unerheblich, von den zahlreichen Irrtümern Bretschneiders, auf den die Mehrzahl der Historiker der Mathematik zurückgeht, viele bisher nicht beachtete berichtigt zu haben? Sodann aber läßt sich entschieden die bisherige Gesamtauffassung nicht halten. Kann es auch etwas Natürlicheres geben als daß ein anerkannt tüchtiger Philosoph seine Urteilsfähigkeit erst recht bei konkreten Größen nicht verleugnet?

Um diese Frage zu entscheiden, wollen wir versuchen, durch Betrachtung eines Abschnittes, der von den bisher erörterten Fragen des Simpliciusschen Berichtes aus Hippokrates-Eudemos unabhängig ist, zunächst einen festen Boden zu gewinnen.

1) Diese Abhandlung wird im folgenden kurz als „*Der Bericht*" zitiert.

1. Ich wähle dazu 58, 1 ff. (bei DIELS; = RUDIO, *Der Bericht*, S. 15, Z. 6 ff. v. u.).[1])

(58, 1 DIELS:) „Es gibt aber noch eine solche Beweisführung, die den Kreis durch Möndchen zu quadrieren glaubt, eine einfältigere und obendrein eine, die (von ALEXANDER) nicht darauf hin geprüft wird, wodurch eigentlich der Trugschluß in ihr entstanden ist.[2]) (58, 3 D.:) Diejenigen nämlich, die eine Quadratur des Möndchens über der Seite des Quadrates fanden, glaubten auch dadurch die Quadratur des Kreises gefunden zu haben, in der Meinung, daß der ganze Kreis in Möndchen zerlegt werden könne. Denn indem sie das dem Möndchen gleiche Quadrat so oft vervielfachten, als die Anzahl aller der Möndchen beträgt, in die der Kreis zerlegt worden ist, glaubten sie, daß das diesen Möndchen gleiche Quadrat auch dem Kreise gleich sei, indem sie dabei fälschlich annahmen, daß der ganze Kreis in Möndchen zerlegt werden könne. Denn bei der Zerlegung des Kreises in die Möndchen bleibt immer inwendig ein mittleres, nach beiden Seiten ausgebogenes Stück übrig, das von den auf beiden Seiten befindlichen Umrissen des Möndchens eingeschlossen ist. Und da dieses weder ein Möndchen ist noch quadriert wird, so dürfte wohl auch der ganze Kreis nicht quadriert werden. (58, 13 D.:) Nicht geschickt aber ist der Einspruch gegen die so beschaffene Quadratur.[3]) Denn wer (einmal wirklich) den Kreis durch die Möndchen quadriert, für den ist es *noch kein* Vorteil, den ganzen Kreis in Möndchen zu zerlegen. Denn selbst dann nicht einmal, wenn dies möglich wäre, selbst dann nicht wird auf diese Weise der Kreis durch die Möndchen quadriert; denn nicht von jedem Möndchen wurde bewiesen, daß es quadriert werde (58, 17 DIELS)."

So muß die Übersetzung dieses Abschnittes lauten; daran ist nicht zu rütteln. Ferner stellen wir fest, daß 58, 1—2 eine Bemerkung des SIMPLICIUS und 58, 3—12 ein freies Referat desselben aus ALEXANDER ist (so auch RUDIO). Mit 58, 13 setzt die weitere Kritik des SIMPLICIUS ein; darin herrscht Übereinstimmung.

Welche Folgerung ergibt sich nun aus obigen Worten? Daß ALEXANDER sich der Situation nicht gewachsen zeigt, daß er den springenden Punkt bei dem Fehlschlusse nicht erfaßt hat. SIMPLICIUS dagegen

1) Ich benutze hierbei RUDIOS Übersetzung, indem ich die wenigen von mir vorgenommenen Änderungen in gesperrtem Drucke gebe. Mit den Änderungen erklärt sich auch RUDIO völlig einverstanden.

2) Ich lese mit den Hss. παρά-τί (infolge wovon).

3) Ἔνστασις ist mathematischer und philosophischer Terminus technicus für „Widerspruch" u. dgl. Wer Belege verlangt, findet sie dutzendweise bei SIMPLICIUS *Phys.* u. sonst, PROKLOS *In Euclid.*, SEXTUS EMPIRICUS u. a.

hat den Kern der Sache getroffen, indem er mit allem Nachdruck darauf hinweist, daß mit dieser Quadratur, die Möglichkeit der Zerlegung des Kreises in n Möndchen vorausgesetzt, nichts gewonnen sei, da sie ja die Art des Möndchens außer acht lasse. Man könne doch eben nur das Möndchen über der Quadratseite quadrieren, nicht jedes beliebige Möndchen. Daß ALEXANDER dieses Sachverhältnis in seiner Kritik unterlassen hat hervorzuheben, damit ist SIMPLICIUS unzufrieden. Während ALEXANDER in breiter Ausführung das Trügerische der Voraussetzung nachzuweisen sucht, so erscheint dies dem SIMPLICIUS als etwas Sekundäres, ja als etwas Gleichgültiges, jedenfalls nicht als das Entscheidende. Und darin hat er recht. Er selbst quält sich daher auch gar nicht damit ab, wie man sich überhaupt eine Zerlegung in n Möndchen + Mittelstück (*τι ἐντὸς μέσον ἀμφίκυρτον*) vorstellen soll, obwohl er andeutet, daß er so etwas eigentlich für unmöglich hält.

Ich sollte meinen, daß sich SIMPLICIUS hier in sehr günstigem Lichte zeigt. Wäre er der ungeschickte Mathematiker, für den man ihn vor RUDIO auszugeben beliebte, so würde er sich vielleicht mit ALEXANDERS Kritik begnügt haben. So aber ist SIMPLICIUS beinahe unwillig darüber, wie wenig ALEXANDER die Hauptsache erkannt hat.

Eine weitere Stelle, die das selbständige Urteil des SIMPLICIUS dartut, ist das Zwiegespräch zwischen AMMONIUS und SIMPLICIUS. Diese Stelle ist zwar im Hinblick auf das *ὅσον ἐπὶ τούτῳ* (soweit es darauf ankommt) von TANNERY bemängelt, aber meines Erachtens muß man auch hier anerkennen, daß SIMPLICIUS, wie RUDIO (*Zur Rehabilitation des* SIMPLICIUS; Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 13—18) treffend nachgewiesen hat, die Sache gut begriffen hat.

Nachdem wir nun gesehen haben, daß es dem SIMPLICIUS auch in mathematischen Dingen gar nicht an einem gesunden Urteile fehlt, wird es nicht mehr erlaubt sein, überall wo man im Texte geglaubt hat Anstöße zu finden, sie ohne weiteres auf Rechnung der Ungeschicklichkeit des SIMPLICIUS zu setzen. Vielmehr haben wir uns zu fragen, ob an den angefochtenen Stellen nicht durch anderweitige Erklärung oder durch leichte Änderung des Textes die angebliche Ungeschicklichkeit beseitigt werden kann.

2. Da ist nun zunächst von TANNERY S. 344 auf 55, 16 (DIELS) *ἀρχὴν εἶναι* verwiesen. Daß *ἀρχὴν* hier nicht „Grundsatz" bedeuten kann, liegt auf der Hand. Es heißt, wie schon RUDIO (*Der Bericht*, Anm. 31) ahnte („prinzipiell"), „überhaupt, durchaus", namentlich wie hier bei negativen Begriffen. Abgesehen von der stilistischen Härte, welche die erste Auffassung mit sich brächte, ist der Gebrauch von *ἀρχὴν* in der zweiten Bedeutung nicht nur sonst etwas Gewöhnliches, sondern auch dem SIMPLICIUS

selber durchaus geläufig. Das *εἶναι* vor *εὐθεῖαν* alsdann zu streichen bietet wegen des unmittelbar vorhergehenden *εἶναι* keine Schwierigkeit, zumal ja die Überlieferung in der Aldina abweicht; es ist durch Verschreiben wiederholt. Simplicius hat also ohne Zweifel gesagt: „Besser ist es also zu sagen, es sei überhaupt unmöglich, daß eine Gerade sich mit einem Kreisbogen decke".[1]) Somit hat der mit *οὐχ ὡς . . . φησιν* begonnene zielbewußte Anlauf einen durchaus wirksamen Abschluß.

3. Ferner hat Tannery 69, 31 das *ἀορίστων* („auf unbestimmten Sehnen") dem Simplicius zur Last gelegt. Wie aber der Zusammenhang lehrt, will Simplicius beweisen, daß Hippokrates die innere Peripherie der Möndchen nicht unbestimmt gelassen habe. Ihre Bestimmtheit ergebe sich aus der Ähnlichkeit des inneren Segmentes mit den äußeren oder, was dasselbe ist, aus dem gegenseitigen Verhältnisse der Quadrate ihrer Sehnen. Bei den (äußeren) Segmenten über den Seiten eines Quadrates der ersten Quadratur des Hippokrates ist nun dieses Verhältnis allgemein gegeben, bei den anderen Quadraturen ist es in jedem Einzelfalle näher bezeichnet. Dadurch ist ja tatsächlich auch die innere Peripherie bestimmt. Wie kann daher Simplicius gesagt haben, die äußeren Segmente der zweiten bis vierten Quadratur lägen auf unbestimmten Sehnen? Nein, das scheint mir in Anbetracht dessen, was er beweisen wollte und konnte und was er doch wahrlich mit hinreichender Deutlichkeit ausgesprochen hatte, geradezu ausgeschlossen. Daß der Fehler in den Worten *ἐπὶ ἀορίστων* einem Abschreiber, nicht dem Simplicius anzurechnen ist, beweist sonst auch 69, 34 das *ὡρισμένοις*. Ich zweifle nicht, daß es 69, 31 ursprünglich *ἐπὶ ⟨οὐκ⟩ ἀορίστων* hieß: „auf nicht unbestimmten Sehnen", d. h. auf Sehnen, die in der mathematischen Kunstsprache zwar keinen bestimmten Namen haben, aber gleichwohl nicht willkürlich, sondern durchaus bestimmt sind.[2]). Ob nicht auch 69, 34 das *ὡρισμένοις πως* („irgendwie bestimmt" Rudio) aus *ὡρισμένοις πάντως* („durchaus bestimmt") entstellt ist, steht dahin; Rudio glaubt, daß *πάντως* gut zu *καὶ αὐτοῖς* (= et ipsis ebenfalls) passe.

4. Die Schwierigkeiten sodann, welche entstehen, wenn man 61, 12/13 *τμήματα* als „Segmente" faßt, sind unverkennbar. Zwei Segmente darauf hin zu prüfen, ob sie n^{te} Teile eines Kreises seien, war gewiß für die Zeit des Hippokrates unmöglich. Die Vermutung aber, daß es in älterer Zeit kein besonderes Wort für „Sektor" gegeben habe, scheint mir sprachlich keineswegs zu gewagt, hier sachlich notwendig. Da S. 61 (Diels)

---

1) Der Text lautete also ursprünglich: *ἀρχὴν εἶναι ἀδύνατον τὸ εὐθεῖαν ἐφαρμόσαι περιφερείᾳ.* Umstellungen wie *τὸ ἀδύνατον* statt *ἀδύνατον τὸ* sind in den Hss. unzählig.

2) Vgl. zum Ausdruck Simpl. *Phys.* 24, 28: *οὐκ ἀόριστον.*

vorher und nachher $\tau\mu\acute{\eta}\mu\alpha\tau\alpha$ stets im Sinne der Segmente gebraucht wird, so müßte allerdings Hippokrates, um seinen Lesern verständlich zu werden, nebenbei einen Hinweis gegeben haben, um anzudeuten, daß die $\tau\mu\acute{\eta}\mu\alpha\tau\alpha$ hier im Sinne der Sektoren gemeint sind. Dieser Hinweis scheint mir nun tatsächlich in dem Zusatze τριτημορίῳ (Drittelkreis) zu liegen. Wie soll man sich damals einen Drittelkreis anders als einen Sektor von 120^0 vorgestellt haben! Wird doch auch der Viertelkreis, τὸ τεταρτημόριον, nur als Sektor von 90^0 gedacht! Nicht minder zeigt das διὸ und der Hinweis auf die gleichen Winkel, daß dem Hippokrates die Beziehung des Peripheriewinkels zum Zentriwinkel bekannt war. Wie hätte denn Hippokrates ohne diese Kenntnis seinen Satz von der Proportionalität der Segmente und der Quadrate ihrer Grundlinien in elementarer Weise beweisen können? Freilich hieß der Sektor später regelmäßig τομεύς, und wenn es bei Archimedes, *Opera* ed. Heiberg, I, 184, 16 τμήματος statt τομέως überliefert ist, so ist es mit Recht verbessert worden. Aber daß τμῆμα trotzdem in weiterem Sinne, nicht bloß in dem des Segments gebraucht worden ist, zeigt doch 55, 27 die Bezeichnung des Möndchens als τμῆμα, wie Rudio (*Der Bericht*, Anm. 37; *Zur Rehabilitation des Simplicius* S. 17) mit Grund hervorhebt. Wenn nun wirklich an den fraglichen Stellen die Bedeutung Sektor zu Grunde liegt, so versteht sich von selbst, daß der Bericht des Eudemos nicht erst 61, 14, sondern 61, 11 mit ὡς γὰρ einsetzt. Gehörten die Worte von ὡς γὰρ bis διὸ dem Simplicius, so wäre es unbegreiflich, weshalb er hier eine so ungeschickte Definition der ähnlichen Segmente vorausschickte, da ihm doch die richtige des Euklid 61, 32 bekannt ist.

5. Bei dem dritten Möndchen (65, 7—23 Diels) ist es augenscheinlich, daß der Kernpunkt der Beweisführung die Ähnlichkeit der beiden inneren mit den drei äußeren Segmenten ist (abgesehen von dem gegenseitigen Verhältnis der beiderseitigen Sehnen). Es ist Rudios Verdienst, dies betont zu haben. Ein Zweifel daran ist nicht erlaubt; die Sache ist ja evident. Nur fragt es sich, ob die Herstellung des genauen Wortlautes möglich ist. Usener und Rudio verschieben einen Satz; darin kann ich nichts Gewaltsames finden. Der Satz war vermutlich zuerst durch ein Versehen ausgelassen, dann an ungenauer Stelle auf dem Rande nachgetragen und ist darauf von dem nächsten Schreiber an falscher Stelle eingeschoben. Mir scheint nichts sicherer als die Rückversetzung jenes Satzes an seine ursprüngliche Stelle. Ebenso wenig gewaltsam ist ferner 65, 7 die Annahme einer Lücke. Statt der von Rudio (*Der Bericht*, S. 56) vorgeschlagenen Ergänzung könnte man, da 65, 8 ὅμοιον im Singular steht, auch an eine Ergänzung denken, die diesem Umstande Rechnung trüge, z. B. unter Verwendung des Ausdruckes ⟨ἑκάτερον τῶν⟩ *EZ ZH* ὅμοιον „jedes der (beiden Segmente)

EZ ZH ähnlich usw."[1]) Fraglich bleibt freilich der weitere Wortlaut. Rudio glaubt, daß ⟨δῆλον ὅτι ἑκάτερον τῶν⟩ *EZ ZH* ὅμοιον usw. ausreiche, der Sache nach; zu dem Wortlaute hat er sich noch nicht endgültig bekannt. Dabei bleibt es dem Leser überlassen, den Grund für die Ähnlichkeit der Segmente selber zu finden. Wenn das für Hippokrates auch aus der Figur hervorging, dürfen wir das auch für die Leser des Eudemos ohne weiteres voraussetzen? Man vermißt die Angabe des Grundes doch ungern. Und ich weiß nicht, ob Rudios Hinweis (*Der Bericht*, S. 48) auf das ungleiche Verhalten des Eudemos bei der Quadratur des Möndchens, die er das eine Mal übergehe, das andere Mal demonstriere, genügt, um das Schweigen des Eudemos bezw. das Fehlen der Begründung in unsern Texten zu erklären. Aber weitere Möglichkeiten, die Lücke zu ergänzen, namentlich eben durch eine entsprechende Begründung der Ähnlichkeit der Segmente, mögen unerörtert bleiben, da sie für die Hauptsache von untergeordneter Bedeutung sind.

6. Hinsichtlich des Abschnittes 66, 14 ff. (Diels = Rudios Übersetzung S. 23, Z. 7 v. u.) hält Rudio an der in Anm. 95 S. 57 gegebenen Auffassung fest. Er weist also 66, 14 (*ὅτι δὲ ἀμβλεῖα* = Rudio 23, Z. 7 v. u. „Daß aber der Winkel") bis 66, 22 (*δυνάμει* = Rudio 24, Z. 2 v. o. „zu *KZ*") auch jetzt noch dem Simplicius zu. Dem hat bereits Tannery widersprochen. Daß Simplicius vereinzelt die alte Weise der Buchstabenbezeichnung angewandt haben könne, gibt Tannery zu, mit gutem Grunde; denn es läßt sich z. B. aus Simplicius, *Phys.* 674, 11 (*κενὸν τὸ ἐφ' οὗ Z*) nachweisen, daß dieser die ältere Ausdrucksweise gebraucht hat, selbst wo seine Vorlage (Aristoteles, *Phys.* 215^b 23 hat *τὸ Z κενόν!*) ihn nicht dazu nötigte, vorausgesetzt, daß er nicht etwa eine andere Lesart in seiner Aisrtoteles-Ausgabe gehabt hat als wir. Aber einen Abschnitt, in dem wie hier die alte Ausdrucksweise so häufig wiederkehre, dem Simplicius zuzuweisen, scheint Tannery „alle Grenzen zu überschreiten". Rudio meint dagegen, ob einmal, ob sechsmal, das sei einerlei. Aber noch ein weiteres Bedenken hat Tannery. 66, 14/15 wiesen die Worte: „zeigt er so" (*δείκνυσιν οὕτως*) darauf hin, daß diese Worte nicht von Simplicius stammen könnten. Dem muß man zustimmen. Ehe ich Tannerys Ausführungen gelesen hatte, habe ich dasselbe Bedenken gehabt und konnte in dem Subjekte von *δείκνυσιν* (zeigt er) nur die Quelle des Simplicius, nämlich Eudemos erkennen. Wenn Simplicius 66, 17 das *ὡς δείξω* (wie ich zeigen werde) gehörte, so hat er seine Absicht nicht zur Ausführung gebracht, er müßte also den Nachweis der Stumpfheit des Winkels *Z* ver-

1) Die Hss. schreiben vielfach beispielsweise *ΔZΓ* statt *ΔZ ZΓ*. Warum soll hier nicht das noch vorhandene, im Texte mit Unrecht eingeklammerte *EZH* als *EZ ZH* gemeint sein?

gessen haben, während er 63, 8 die Stumpfheit von ΓAB erwiesen hat. Gehört es, wie ich glaube, dem HIPPOKRATES-EUDEMOS, so könnte die angekündigte Beweisstelle beim Exzerpieren ausgefallen sein. Das „Folglich“ (66, 21 *ὥστε*, RUDIO 24, 2) in unmittelbarem Anschlusse an 66, 12 (*ἀμβλεῖαν εἶναι*, RUDIO 23, 10 v. u. „ein stumpfer ist“) ist ohne Zweifel unlogisch. Einige Mittelglieder müßten jedenfalls, wie auch RUDIO (*Der Bericht*, S. 59) zugibt, bei HIPPOKRATES-EUDEMOS gestanden haben. Daraus würde folgen, daß SIMPLICIUS nicht bloß wie sonst seinem Exzerpt etwas hinzugefügt, sondern den Wortlaut selber auch wesentlich umgestaltet hätte. RUDIO bürdet seinem Schützlinge damit eine willkürliche Behandlung des EUDEMOS auf. Ein solches Verfahren des SIMPLICIUS widerspricht aber seiner 60, 28 deutlich ausgesprochenen Absicht, nur wenige Zusätze zu machen (*ὀλίγα τινα προστιθεὶς ⟨εἰς⟩ σαφήνειαν*). RUDIOS Unvermögen, bei seiner Auffassung den Text des EUDEMOS herauszuheben, spricht nicht für ihre Richtigkeit.

Der Beweis, den RUDIO unter Verwendung der in den Hss. stehenden Relation $BE > 2BZ$ entwickelt, ist freilich korrekt. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ergibt sich $EK \cdot BK = EB \cdot KZ$ und weiter unter Heranziehung der Relationen $BK = KE$ und $BE > 2BZ$ (weil $KB > BZ$, $EZ > EK$, also $EZ > BZ$) die Relation $EK^2 > 2KZ^2$. Indessen wird auch hier die Stumpfheit des Winkels Z nicht bewiesen, sondern nur als bewiesen angenommen.

Diesen ganzen Beweis anderseits für HIPPOKRATES in Anspruch zu nehmen, ist auch nicht zulässig. RUDIO meint, HIPPOKRATES habe die Relation $BK^2 > 2KZ^2$ aus der Figur entnommen. Das ist für jemand, zu dessen alltäglichem „Handwerkszeuge“ der Satz gehörte, daß die dem stumpfen Winkel gegenüberliegende Dreiecksseite in der Potenz größer ist als die beiden anderen zusammengenommen, nicht so unwahrscheinlich.

Unter diesen Umständen möchte ich für HIPPOKRATES-EUDEMOS folgenden Wortlaut vorschlagen (66, 14 ff. DIELS; = RUDIO 23, Z. 7 v. u.): „Daß aber der Winkel EKH stumpf ist, beweist er so: Da die Gerade EZ in der Potenz anderthalbmal so groß ist als die Radien, die Gerade KB aber größer ist als die Gerade BZ, weil auch der Winkel bei Z größer ist, wie ich zeigen werde, und anderseits BK gleich KE ist, so ist klar, daß (66, 18 DIELS:), *wenn* die Gerade BK mehr als doppelt so groß (in der Potenz) als die Gerade BZ, (wenn) also auch die Gerade KE mehr als doppelt so groß in der Potenz ist als KZ, während die Gerade EZ in der Potenz anderthalbmal so groß ist als die Gerade EK, (so ist klar,) daß also die Gerade EZ in der Potenz größer als die Geraden EK und KZ zusammen“.

Damit hätten wir für HIPPOKRATES-EUDEMOS folgende Relationen:

$$\begin{array}{l}
1)\ EZ^2 = \tfrac{3}{2} EK^2 \\
2)\ KB > BZ, \text{ weil } Z > R \\
3)\ BK = KE \\
\hline
4)\ BK^2 > 2BZ^2 \\
5)\ KE^2 > 2KZ^2 \\
6)\ EZ^2 = \tfrac{3}{2} EK^2 \\
\hline
\quad EZ^2 > EK^2 + KZ^2
\end{array}$$

Es ist augenscheinlich, daß diese Ordnung der Relationen auch für Hippokrates die denkbar kürzeste war. In 4) hätte Hippokrates von vornherein auch $BK^2 > 2KZ^2$ schreiben können. Daß er den Leser an Relation 1)—3) erinnert, ist wohl auch natürlich. 66, 18 sagt Hippokrates nicht „weil" (*διότι*), sondern „wenn" (*ἐὰν*), weil er eben die Stumpfheit des Winkels in Wirklichkeit noch nicht erwiesen hat, sondern erst erweisen wollte (*ὡς δείξω*), aber schon jetzt als erwiesen annimmt.

Diese kurze Fassung läßt sich freilich nur unter einiger Änderung des Textes gewinnen. Indem ich für die Einzelheiten auf den griechischen Text[1]) verweise, genügt es hier zu bemerken, daß sie im wesentlichen der Ausscheidung der Ähnlichkeit der Dreiecke verdankt wird, also der Ausschaltung der Worte: (66, 20 Diels; = 24, 1 Rudio) „wegen der Ähn-

1) Der griechische Text bekommt danach folgendes Aussehen: 66, 15 *ἐπεὶ ἡ μὲν ἐφ' ἧ EZ ἡμιολία ἐστὶ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει, ἡ δὲ ἐφ' ἧ KB μείζων τῆς ἐφ' ἧ BZ, διότι καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Z μείζων, ὡς δείξω, ἴση δὲ ἡ BK τῇ KE, φανερὸν ὅτι,* (66, 18:) *ἐὰν* (statt *κἂν*) *ἡ ἐφ' ἧ BK* (Usener statt *BE*) *μείζων ἢ τῆς ἐφ' ἧ BZ ἢ διπλασία* [*μήκει*] *καὶ* (66, 19:) *ἡ ἐφ' ἧ KE* [*ὥστε*] *τῆς ἐφ' ἧ KZ ἄρα μείζων ἢ διπλασία* [*μήκει* (66, 20) *καὶ*] *δυνάμει*, [*διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων τῶν BEK BKZ* . (66, 21) *ἔστι γὰρ ὡς ἡ EB πρὸς BK, οὕτως ἡ EK πρὸς KZ · ὥστε ἡ ἐφ'* (66, 22) *ἧ EK μείζων ἐστὶ τῆς ἐφ' ἧ KZ ἢ διπλασία δυνάμει*], *ἡ δὲ ἐφ' ἧ* (66, 23) *EZ ἡμιολία δυνάμει τῆς ἐφ' ἧ EK*, (hier beginnt der Folgerungssatz) *ἡ ἄρα ἐφ' ἧ EZ μείζων ἐστὶ δυνάμει τῶν ἐφ' αἷς EK, KZ*. Alle eingeklammerten Worte sind fremde Zutat. Die Entstehung der Textverderbnisse denke ich mir so: Das unsinnige *μήκει καὶ* 66, 19/20 ist durch Verschreiben eines mit dem Auge auf das erste *διπλασία* 66, 18 abirrenden Schreibers entstanden. Ursprünglich stand freilich 66, 18 nach *διπλασία* weder *μήκει* noch *δυνάμει*, vielmehr war bei dem engen Zusammenhange der 66, 18/19 stehenden Relationen, wie auch sonst zuweilen, *δυνάμει* aus 66, 20 zu ergänzen. Aber gerade der Umstand, daß diese Ergänzung nicht erkannt wurde, war für einen unwissenden Schreiber die Veranlassung gewesen, 66, 18 *μήκει* zu interpolieren. So entstand die unsinnige Relation $BK > 2BZ$. Ein anderer, mehr mathematisch gebildeter Schreiber erkannte die Unrichtigkeit dieser Relation, änderte BK in BE und fügte, um die neue Relation $BE > 2BZ$ mit der von ihm erkannten Ähnlichkeit der Dreiecke zwecks eines Beweises für die Relation $EK^2 > 2KZ^2$ zu kombinieren, 66, 20 die Worte *διὰ τὴν ὁμοιότητα . . . δυνάμει* 66, 22 hinzu. Daß die Überlieferung des Textes ohne Änderungen nicht zu halten ist, darüber sind alle (Usener-Diels, Tannery, Rudio) einig. Auf die Zahl der Änderungen kommt es dabei nicht an; entscheidend ist die sachliche Notwendigkeit und sprachliche sowie paläographische Wahrscheinlichkeit.

lichkeit der Dreiecke BEK und BKZ. Denn so wie EB zu BK, ebenso verhält sich EK zu KZ. Folglich ist die Gerade EK in der Potenz mehr als doppelt so groß als die Gerade KZ". Aber statt der Relation $BK^2 > 2BZ^2$ hatte sich durch einen unwissenden Interpolator — Spuren von Interpolation liegen klar zu Tage — die unmögliche Relation $BK > 2BZ$ eingeschlichen. Die Unrichtigkeit derselben erkannte ein mathematisch gebildeter Interpolator, änderte sie in $BE > 2BZ$, da er aus der Voraussetzung die Relationen $BK = KE$, $KB > BZ$ und $EZ > EK$ kannte, und kombinierte folgerichtig damit die von ihm erkannte Ähnlichkeit der Dreiecke, um die Relation $EK^2 > 2KZ^2$ zu erweisen. Dieser Interpolator hatte also schon gar nicht mehr den originalen Wortlaut des Hippokrates, wie wir ihn annehmen, vor Augen.

Es verdient noch hervorgehoben zu werden, daß wir auf diese Weise einen wirklichen Text für Hippokrates-Eudemos bekommen, wie ihn sachliche Erwägungen zu fordern scheinen, während Rudio (vgl. Übers. Anm. 95, S. 59) ihm ohne die durchgreifendsten, mehr oder weniger der Willkür unterworfenen Änderungen von 66, 14 bis 66, 21 auch nicht ein einziges Wort zuzuweisen vermag.

Für die Beurteilung sei es der Selbständigkeit des Urteils, sei es der vermeintlichen Ungeschicklichkeit des Simplicius aber kommt der hier behandelte Abschnitt überhaupt nicht in Frage. Denn auch Tannery ist gerecht genug, „die offenkundigen Fehler (des Textes) nicht auf Rechnung des Kommentators zu setzen".

Der Verfasser des Buches „Gründe der Tafeln des Chowârezmî".

Von Heinrich Suter in Zürich.

In meinen *Nachträgen und Berichtigungen* zu dem Buche *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*, die in den Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, **14,** 1902, p. 157—185, erschienen sind, habe ich p. 170 einen Zusatz zu Art. 218 des genannten Buches über el-Bîrûnî gegeben, und darin das von ihm selbst verfaßte Verzeichnis seiner bis zum Ende des 65. Lebensjahres geschriebenen Werke nach der Textausgabe der *„Chronologie orientalischer Völker"* durch E. Sachau (p. XXXVIII—XLVIII) teilweise aufgenommen. Als erstes Werk ist hier angegeben: „Über die Fehler der Tafeln des Chowârezmî". Ich dachte im Momente der Abfassung jenes Zusatzes zu Art. 218 nicht an die *„Gründe der Tafeln des Chowârezmî"* verfaßt von Muḥ. ben el-Mutannâ (im hebr. Text steht el-Matanî, nicht vokalisiert)[1]), und auch nicht daran, daß das arabische *ʿilla*, pl. *ʿilal*, das ich durch „Fehler" übersetzte, auch „Ursachen, Gründe" bedeutet. Ich übersetzte auch den Titel nicht vollständig, indem ich die nachfolgenden Worte nicht für wichtig hielt, er lautet wörtlich: „Ich verfaßte zu den Tafeln des Chowârezmî ihre Gründe (Begründungen) und zeichnete auf 250 Blättern die nützlichen Fragen und richtigen Antworten (dazu) auf." Was ist dies anderes als das von Abraham ben Esra ins Hebräische übersetzte Werk *„Gründe der Tafeln des Chowârezmî"*, in Fragen und Antworten abgefaßt von dem „berühmten Mathematiker und Astronomen Muḥ. ben el-Matanî"? Dieser berühmte Mathematiker und Astronom ist also ohne Zweifel Muḥ. ben Aḥmed el-Bîrûnî, mit

1) Vergl. M. Steinschneider, *Hebr. Übersetzungen*, p. 572—574, u. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellschaft, **24,** 1870, p. 353—356, der Name Mutannâ ist eine Konjektur Steinschneiders. — Siehe auch meine *Nachträge u. Berichtigungen*, p. 158.

dem Beinamen ABÛ'L-RAIḤÂN, gest. 1048. — Leider ist der Anfang des hebräischen Textes der beiden noch vorhandenen Mss.[1]) in seinen Eigennamen so entstellt, daß man unsern Gelehrten kaum mehr herausfinden kann. Der Hauptname „MUḤAMMED" ist allerdings vorhanden (wenigstens im Ms. von Parma, dasjenige von Oxford scheint eine andere Übersetzung, oder eine starke Umarbeitung derjenigen IBN ESRAS zu sein); dann folgt „BEN EL-MATANÎ"; ich vermute nun, ohne übrigens denjenigen vorgreifen zu wollen, die mit der hebräischen Paläographie besser bekannt sind als ich, daß nach „BEN" ausgefallen sei „AḤMED", und daß „EL-MATANÎ" entstanden sei aus „EL-BÎRÛNÎ"; dies liegt nicht so weit ab: das hebräische *î* nach dem *b* kann mit letzterem leicht zu *m*, und das *û* nach dem *r* mit letzterem leicht zu *t* verschmolzen sein; vielleicht findet ein anderer als ich in den übrigen hebräischen Namen auch noch die Kunje EL-BÎRÛNÎS, ABÛ'L-RAIḤÂN heraus; von einem Vater- oder Großvaternamen 'ABDELKERÎM wissen die arabischen Quellen nichts.

EL-BÎRÛNÎ war bekanntlich über die wissenschaftlichen Kenntnisse der Inder sehr gut unterrichtet, und selbst einer der größten und gründlichsten Gelehrten, die in arabischer Sprache geschrieben haben; um so mehr wäre es zu bedauern, wenn infolge des verstümmelten Zustandes der beiden hebräischen Mss. die Kenntnis dieses Werkes des berühmten Persers[2]) uns für immer vorenthalten bleiben sollte; eine Vergleichung desselben mit der wahrscheinlich noch in Oxford und Paris vorhandenen lateinischen Übersetzung der Tafeln des CHOWÂREZMÎ durch ATELHARD VON BATH würde uns wohl interessante Aufschlüsse über die gegenseitigen Beziehungen zwischen griechischer, indischer und arabischer Astronomie bringen. Arabisch scheint das Buch leider, wie so manches andere dieses Gelehrten, nicht mehr vorhanden zu sein.

EL-BÎRÛNÎ hat sich noch in zwei anderen Werken mit MUḤ. BEN MÛSÂ EL-CHOWÂREZMÎ beschäftigt, dessen engerer Landsmann er ja ge-

---

1) Nach M. STEINSCHNEIDER, l. c., in Parma (DE ROSSI 212) u. in Oxford (Bodl., Michael 835).

2) Hr. CANTOR schreibt in seinen *Vorlesungen*, I_2, p. 668: „Dieser Schriftsteller ist von arabischem Geschlechte im nordwestlichen Indien zur Welt gekommen"; er folgt hierin KREMER, *Kulturgeschichte des Orients*, II, p. 424. Wie KREMER dieses schreiben konnte, ist uns unbegreiflich; BÎRÛNÎ ist der ausgesprochenste Iranier, der je in arabischer Sprache geschrieben hat; E. SACHAU schreibt in seiner Einleitung zur Ausgabe der *Chronologie* BÎRÛNÎS, p XXVII: „Er steht dem Islâm und der Rolle des arabischen Volkes in der Weltgeschichte kühl gegenüber, und sieht in den Arabern nur die Zerstörer eranischer Nationalität und Größe. — — Er stellt das eranische Volkstum in seinen verschiedenen Unterarten den aus der arabischen Wüste gekommenen, ungebildeten Barbaren, welche die Herrlichkeit des Sassanidenreiches zertrümmerten, gegenüber."

wesen ist, die Titel des zweiten und dritten Buches seines Verzeichnisses lauten: „Die Aufhebung (Entkräftigung) der Verläumdung durch Beibringung von Beweisen zu den Regeln (wörtl. Operationen) EL-CHOWÂREZMÎS in seinen Tafeln, in 360 Blättern; es ist dies eine Widerlegung einer Schrift des Arztes ABÛ TALḤA über diesen Gegenstand". — „Eine Schrift der Vermittlung zwischen EL-CHOWÂREZMÎ und ABÛ'L-ḤASAN EL-AHWÂZÎ[1]), welcher den erstern in einem Buche mit Unrecht angegriffen hatte, in 600 Blättern."

1) Vergl. SUTER, *Die Mathematiker u. Astronomen der Araber u. ihre Werke*, p. 57, Art. 123.

Hermannus Dalmata als Übersetzer astronomischer Arbeiten.

Von Axel Anthon Björnbo in København.

Die von Herrn Eneström gestellte Anfrage[1]), ob Hermannus secundus (Dalmata) wirklich astronomische oder mathematische Arbeiten übersetzte und welche diese Arbeiten sind, läßt sich wegen der einander widersprechenden Angaben der Quellen noch nicht ganz entscheidend beantworten; jedoch werde ich mitteilen, was ich in Bezug auf diese Frage weiß, obschon das Meiste schon in Steinschneiders *Hebräischen Übersetzungen* S. 534—535 und 568—569 zusammengestellt worden ist. Es handelt sich, wie es in der Anfrage angegeben wird, in der Tat nur um zwei Werke, die lateinischen Übersetzungen von Ptolemaios' *Planisphaerium* und Abu Maaschars *Introductorium majus.*

Die erste dieser Übersetzungen kenne ich aus drei Hss. und zwar den Cod. Regin. 1285, 14. saec.; Vatic. 3096, 14. saec.; Parmens. 954, 15. saec. Sie findet sich übrigens in Dresden Db. 86, 14. saec.; Paris. 7214, 14. saec.; Paris. 7377 B, 14—15. saec.; Paris. 7413, 14. saec. Von diesen geben Parm. 954,[2]) Dresden Db. 86[3]) und Paris. 7214 und 7413 so viel ich weiß, keine Aufschlüsse über den Übersetzer oder die Jahreszahl der Übersetzung.

In Vatic. 3096 f. 3^r—11^v fehlt sowohl die Überschrift als die Vorrede des lateinischen Übersetzers. Der Text fängt also mit den Worten an: *Cum sit possibile, o Syre*[4]) . . ., und schließt: . . . *cum circulis meridianis signa distingventibus.* Nach diesem Schluß folgt dann als Unterschrift: *Explicit liber Anno domini M̊ C̊ quadragesimo t⁰ kl'. Junii Toleto translatus,* d. h. Toledo 1143.

---

1) Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 410—411.

2) In dieser Hs. ist der Titel des Textes (f. 106^r—115^v): *De vtilitate Astrolabij.* Ob ein Subskriptum da ist, kann ich leider nicht angeben, da ich nur den Schluß des nachfolgenden Kommentars des Maslama al-Madjriti notiert habe.

3) Vgl. Curtzes Beschreibung dieser Hs. in Zeitschr. für Mathem. 28, 1883 Hist. Abt. p. 9.

4) Statt *o Syre* hat die Hs. wie gewöhnlich *iesure.*

In Regin. 1285[1]) f. 153^r—160^v ist die Überschrift: *Planisperium* PTOLOMEI HERMANNI SECUNDI *translatio.* Darauf folgt die Vorrede des Übersetzers: *Quemadmodum* PTOLOMEUS *et ante eum nonnulli* . . . und dann der Text, derselbe wie in der vorigen Hs., und zwar mit der Unterschrift: *Explicit liber anno domini MCXLIII kal'. iunii Tolose translatus,* d. h. Tolosa in Spanien 1143.

In Paris. 7377 B ist nach JOURDAIN[2]) die Überschrift: *Planispherium* PTOLEMAEI *translatus de arabico in latinum per* HERMANNUM SECUNDUM; dann folgt Vorrede, Text und eine Unterschrift, welche nach JOURDAINS Angaben offenbar genau dieselbe ist wie die des vorgehenden Cod. Regin. 1285.

Nach dieser leider keineswegs vollständigen Untersuchung der Hss. ist die Übersetzung von PTOLEMAIOS' *Planisphaerium* unzweifelhaft dem HERMANNUS DALMATA zu vindizieren und 1143 als die richtige Jahreszahl der Übersetzung festzustellen.

Nun aber die Druckausgaben: Die vom Jahre 1507 ist mir nicht zugänglich gewesen, Herr A. v. BRAUNMÜHL hat aber ein in München befindliches Exemplar dieser Ausgabe genau untersucht und mir das Resultat seiner Untersuchung gütigst zur Verfügung gestellt. Es zeigt sich, daß in dieser Ausgabe weder von einem Übersetzer noch von einer Jahreszahl der Übersetzung geredet wird.[3]) In der Ausgabe vom Jahre 1558 fehlt sowohl Vorrede als Überschrift; die Unterschrift ist: *Facta est translatio haec Tolosae Cal. junii anno Domini MCXLIIII.* In der Ausgabe endlich vom Jahre 1536 stehen Vorrede und Text ganz wie in den oben genannten Hss., die Überschrift aber heißt: RODULPHI BRUGENSIS *ad* THEODORICHUM PLATONICUM *in traductionem planisphaerij* CLAUDIJ PTOLEMAEI *Praefatio* und die Unterschrift: *Facta est translatio haec Tholosae Calendas*

---

1) Diese ausgezeichnete Hs., welche aus derselben Zeit und Schreibschule stammt wie der berühmte Cod. Paris. 9335 (vgl. Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 63—75), hat schon NARDUCCI beschrieben; vgl. STEINSCHNEIDER, l. c. — Gelegentlich bemerke ich eine Subskription fol. ult. im Cod. Digby 47: *Iste liber est* JOHANNIS FONTANA *physici Veneti*, durch welche meine Vermutung bezüglich des Besitzers des hier gegenannten Cod. Paris. 9335 bestätigt wird (vgl. Abh. z. Gesch. d. mathem. Wissensch. 14, 1902, p. 137.)

2) CH. JOURDAIN, *Recherches sur l'âge et l'origine des traductions latines d'*ARISTOTE (Paris 1843), p. 103.

3) In der Inhaltsangabe fol. 1 steht als 6. Stück: *Planisphaerium* CLAUDII PTOLEMAEI *noviter recognitum et diligentissime emendatum a* MARCO *Monacho Caelestino* BENEVENTANO. Zwischen der *Geographie* und dem *Planisphaerium* des PTOLEMAIOS steht ein Brief: MARCUS *Monachus Caelestinus* BENEVENTANUS JOANNI BADUARIO *Patritio Veneto, Senatus Veneti apud Pont. Max. Oratori Sal.* Gleich nach diesem Briefe folgt der Text: *Cum sit possibile o* SIRE . . . mit der Unterschrift: „*Explicit Planisphaerium* PTOLEMAEI *recognitum diligentissime a* MARCO BENEVENTANO *Monacho Caelestinorum, quod antea in multis etiam antiquis exemplaribus latinis corruptissimum reperiebatur* . . .“.

Junij anno domini MCXLIIII. Also wird in dieser Ausgabe wenigstens die Vorrede dem Rudolphus Brugensis beigelegt, und wie in der vorigen ist 1144 statt 1143 als Übersetzungsjahr angegeben. [1])

Die Erörterungen sämtlicher neueren Autoren und Bibliographen [2]) können wir nun, glaube ich, ruhig beiseite lassen; sie ruhen sicher ausschließlich auf den hier aufgeführten Quellen, nennen wenigstens keine andere.

Von Interesse für die Entscheidung der vorliegenden Frage ist es, daß in einem Passus der Vorrede der bekannte Robertus Retinensis (oder Cataneus) in einer Weise erwähnt wird, die man eher von Hermannus, dem Kollegen Robertus', als von dem jüngeren Rudolphus, Hermannus' Schüler erwarten sollte; es heißt nämlich [3]): *Tuam ergo virtutem quasi proprium speculum intuentes, ego et unicus atque illustris Robertus Cataneus, nequiciae licet displicere plurimum possit, perpetuum habemus propositum.* Diese Äußerung müssen wir damit zusammenhalten, daß der Abt Petrus Cluniacensis den Robertus im Jahre 1141 in Spanien kennen lernte und ihn bewog in Gemeinschaft mit Hermannus den Koran zu übersetzen, daß derselbe Petrus in einem Briefe an Abt Bernhard von Clairvaux bezeugt, daß Robertus und Hermannus damals in Spanien mit astronomischen Arbeiten beschäftigt waren: *Quos in Hispania circa Hiberum* [Ebro] *Astrologicae arti studentes inveni* [4]), und daß die Koranübersetzung dem Abte Petrus im Jahre 1143 nach Frankreich übersandt wurde. Von Bedeutung wird es dann ebenfalls, daß im Cod. Borbon. VIII. C. 50 [5]) das *Proemium in libro essentiarum Hermanni Philosophi* mit den Worten schließt: *De essentiis liber Hermanni secundi explicit anno domini MCXLIII Bit'ni*ˢ *(?) perfectvs.* Zum dritten Male begegnet uns hier die Jahreszahl 1143, und es scheint also wirklich, daß Hermannus und Robertus in diesem Jahre mehrere Übersetzungen vollendet und nach Frankreich übersandt haben.

Ganz allein gegen alle diese Urkunden steht also die *Planisphaerium*-Ausgabe vom Jahre 1536, wo die Vorrede dem Rudolphus Brugensis zugeschrieben wird. Nun ist aber die Möglichkeit, daß die Übersetzung dem Hermannus, die Vorrede dem Rudolphus gehöre, ausgeschlossen; denn letztere schließt mit den Worten: . . . *his habitis, ne diu differamus,*

1) Die Zahl 1144 erklärt sich vielleicht dadurch, daß t° (tertio) als 4° (quarto) gelesen wurde.

2) Zu vermeiden ist namentlich Wüstenfelds ganz irre leitende Behandlung der hieher gehörenden Fragen in seinen *Übersetzungen arabischer Werke in das Lateinische*, p. 29 und 50—53.

3) Vgl. Jourdain, l. c. p. 104.

4) Vgl. Jourdain, l. c. p. 102—103 und Wüstenfeld, l. c. p. 44—45.

5) Ob diese Hs. früher untersucht worden ist, weiß ich nicht; ich kenne sie nur von Autopsie.

ab ipsis eius verbis tractatus initium statuamus, non alia transferendi lege, quam qua id ipsum Masylem in arabicam transtulit; also hat der Übersetzer selbst die Vorrede geschrieben; und bis etwa Handschriften auftauchen, die mit der Angabe der Ausgabe von 1536 übereinstimmen, ist diese Angabe als minderwertig zu betrachten, und dies um so mehr, weil wir mehrere Hss. besitzen, in denen kein Übersetzer genannt wird, so daß der Herausgeber, welcher nur eine derartige Hs. besaß, darauf hingewiesen war, entweder — wie es in den Drucken 1507 und 1558 geschieht — keinen Übersetzer zu nennen oder zu conjizieren.

Eine weitere Bestätigung dafür, daß in der Tat Hermannus und nicht Rudolphus das *Planisphaerium* übersetzte, ergibt der Vergleich mit der zweiten dem Hermannus beigelegten Übersetzung eines astronomischen Werkes, der kürzeren nämlich der zwei lateinischen Übersetzungen von Abu Maaschars *Introductorium majus*[1]). Durch Vergleich der Vorreden der zwei Werke beweist nämlich Steinschneider, daß der Übersetzer der beiden Texte derselbe ist. Daß aber Hermannus Dalmata der Übersetzer des *Introductorium* ist, behauptet ausdrücklich die Überschrift desselben in dem bisher unbeachteten Cod. Ampl. Q. 363, 14. saec.: *Astrologie Album. Albalachi Herm. Sec. translatio*[2]). Der Vollständigkeit wegen füge ich hinzu, daß das *Introductorium* sich auch im obengenannten Cod. Borbon. VIII. C. 50, fol. 1^r—55^v findet, und zwar direkt vor dem *Liber Hermanni secundi de essentiis*, leider aber mit einer unleserlichen Unterschrift. Nach dem *Liber de essentiis* folgt dann in derselben Hs. Rudolphus Brugensis' Buch über das Astrolabium mit der vom Cod. Digby 51, fol. 26 ff. her bekannten Vorrede, in welcher auf die Planisphärienübersetzung deutlich hingewiesen wird[3]).

Bis auf weiteres ist nach diesen Auseinandersetzungen Hermannus Secundus (Dalmata) als der Übersetzer von sowohl Ptolemaios' *Planisphaerium* als Abu Maaschars *Introductorium majus* und 1143 als das Vollendungsjahr der beiden Übersetzungen zu betrachten.

---

1) Gedruckt wurde diese Übersetzung in den Jahren 1489, 1495 und 1506, und zwar ohne Angabe des Übersetzers; die andere Übersetzung ist von Johannes Hispalensis erledigt.

2) Vgl. Schum, *Beschreibendes Verzeichniss der Amplonianischen Handschriften-Sammlung zu Erfurt* (Berlin 1887), p. 608.

3) Vgl. Steinschneider, l. c. p. 534—535 u. 568—569.

Der Astronom Cyprianus Leovitius (1514—1574) und seine Schriften.

Von Jos. Mayer in Freising.

Über die Lebensumstände des Leovitius hat Wydra in seinem Werkchen *Historia matheseos in Bohemia et Moravia cultae* (2. Aufl. Leipzig 1778) ziemlich ausführliche Nachrichten gegeben.

Nach Wydra erblickte Cyprianus Leovitius, auf böhmisch Lwowiczky, z Lwowicz das Licht der Welt im Jahre 1514 zu Königgrätz (Reginaehradecii) in Böhmen als der erste Sohn des Edelmannes und späteren Bürgermeisters Joh. Karásek. Der Sohn nahm den latinisierten Namen Cyprianus an, weil der böhmisch „Karasek“[1]) genannte Fisch *cyprinus carassius* heißt. Das Prädikat Leovitius a Leonicia-„Lvovicky ze Lvovic“ erhielt die Familie im Jahre 1547 vom Kaiser Ferdinand I. Als Geburtsjahr des Leovitius ist bei Wydra ausdrücklich das Jahr 1514 genannt, während in allen bezüglichen Werken als solches das Jahr 1524 bezeichnet wird.[2]) Veranlassung dazu mag gegeben haben eine Dedikation von einem Samuel Quichelbergus in des Leovitius großem Werke *Ephemeridum novum atque insigne opus* . . ., welche lautet: „D. O. M. Posteritatique Sacrum . . . . Augustae Vindelicor. Anno Christianae salutis M. D. LVI. Recuperatarum et extensarum literarum in Europa (sumpto ab hoc prae-

1) Karásek heißt die Karausche = Gareissel, ein Fisch, der zum Geschlechte der Karpfen gehört.

2) Poggendorff zitiert wenigstens in seinem *Biogr.-literarischen Handwörterbuch* nach Jöcher u. Weidler: „geb. 1524 . . . Leonicia (?) b. Hradisch Böhmen.“ Weidler sagt *(Historia astronomiae)*: „C. L. a Leonicia, Hradicenſis, ex Leovitia, nobili in Bohemia familia, oriundus . . .“ In der *Biographie universelle ancienne et moderne* (von Michaud): „Leowitz (Ciprien), en latin Leovitius, fameux astronome ou plutot astrologue, naquit dans les 16e siècle, à Leonicia, près de Hradisch en Bohême.“ Wolf *(Geschichte der Astronomie* p. 301*)*: „Leovitius wurde 1524 zu *Leonicia* in Böhmen geboren“ u. a. Nach Mitteilung des Dekanatamtes in Königgrätz fangen die dortigen Matrikel erst mit dem Jahre 1667 an, da die früheren verbrannt sind.

sente centenario christiano exordio) anno LVI. cum Leovitius aetatis annum ageret XXXII“. Aber wahrscheinlich findet sich hier ein Druckfehler, so daß es statt „XXXII“ wohl „XXXXII“ heißen muß. Merkwürdigerweise ist auch Wydra aus demselben Grunde einer Irrung verfallen, indem er bei Anführung dieses Werkes über die Ephemeriden vom Jahre *1557* als dem Jahre, in welchem das Werk *gedruckt* wurde, auch obige Ausdrucksweise „cum aetatis secundum et trigesimum annum ageret“ gebraucht, obgleich er eingangs als Geburtsjahr das Jahr 1514 angegeben hat. Daß Leovitius im Jahre 1514 und nicht 1524 geboren ist, dürfte ferner aus folgendem hervorgehen: 1) In der Widmung seines Werkes *Eclipsium omnium* . . . an den Kurfürsten Otto Heinrich spricht er von einer fast totalen Verfinsterung der Sonne im Widder, welche er im Jahre 1540 in Breslau beobachtet habe, die in ihrem Entstehen schauerlich anzuschauen war und welcher eine sehr drückende Hitze mit großer Dürre und Teuerung der Lebensmittel unmittelbar folgte. Es dürfte nicht anzunehmen sein, daß Leovitius, der doch wohl, bevor er zu seiner weiteren Ausbildung nach Deutschland ging, die Schulen seiner Vaterstadt absolviert haben wird, schon als 15—16jähriger Jüngling im Auslande verweilt und dort die Wirkungen von Sonnenfinsternissen verzeichnet haben soll. 2) Ist es nicht wahrscheinlich, daß Leovitius schon im 27. Lebensjahre eines seiner größeren Werke, nämlich die *Tabulae positionum*, und in rascher Aufeinanderfolge dann die verschiedenen umfassenden Werke geschrieben hat, während er, der offenkundig schreibselige Astrolog, in dem schönsten Lebensalter (vom 31. Jahre bis zu seinem im 50. erfolgten Tode, welches Alter nur er nach jener Annahme erreicht haben müßte), von den unter 7 und 8 genannten kleineren Werken abgesehen, sich literarisch untätig verhalten hat. 3) Stellt er im Jahre 1540 oder gar schon früher dem zukünftigen Kaiser Maximilian II. das Horoskop. 4) Daß Leovitius nicht 1524 geboren ist, dürfte auch daraus geschlossen werden, daß J. A. de Thou in seiner *Histoire* (VII, 208) bemerkt: „il (Leovitius) mourut fort âgé à Augsbourg le 21. de May“.

„Der Vater war dem Sohne, der sich um die Wissenschaft sehr verdient machen sollte, eine Leuchte; denn bis zur Zeit der Verwaltung des Bürgermeisteramtes durch Johann mußten die Zöglinge des Hradischer Gymnasiums an bestimmten Tagen von Haus zu Haus die Gaben für den Unterhalt ihrer Lehrer sammeln, welche Einkassierung sie recordatio nannten. Da er diese Einrichtung der Wissenschaft für unwürdig und für die Bürgerschaft lästig hielt, so sorgte er durch einen Magistratsbeschluß für ein jährliches Gehalt der Lehrer.“ Nach dem Herkommen jener Zeit verließ Cyprianus den heimischen Boden und wanderte nach Deutschland, um sich in der Mathematik gründlich auszubilden. Im Jahre 1540 hielt er sich, wie oben bemerkt, in Breslau auf, 1544 in Leipzig, wo er sich des Verkehrs mit hervorragenden Männern zu erfreuen hatte, dann bei Melanchthon in Wittenberg, wo er neben Mathematik und Astronomie auch Latein studierte, 1547 trat er in Nürnberg zu Joh. Schoner und 1551 in Augsburg zu dem Mäcen von Kunst und Wissenschaft, Georg Fugger, mit dem er am 31. August eine Sonnenfinsternis beobachtete, zu Joh. Heinzel („vir omni virtutum genere ornatissimus") und dem Philologen und Gymnasialdirektor Hieronymus Wolf in Beziehung. Insbesondere fand er Unterstützung und Förderung durch die hochedlen Familien Fugger und Rosenberg[1]) und wahrscheinlich wurde er auch durch diese an den Pfalzgrafen Otto Heinrich empfohlen, so daß dieser ihn als Mathematikprofessor in Lauingen an der Donau, seiner zeitweiligen Residenz, in seine Dienste nahm. Bei demselben muß Leovitius in großer Gunst gestanden sein; denn er beschenkte ihn mit einer goldenen Kette. Als diese Leovitius während eines Aufenthaltes in seiner Vaterstadt im Jahre 1558 trug, wurde er von einem Bürger verspottet. Er mußte darob zur Klage greifen und sich Genugtuung verschaffen. Im Jahre 1567[2]) besuchte ihn in Lauingen Tycho Brahe, der in einem Gasthause bis tief in die Nacht über astronomische Fragen sich mit ihm unterhielt und Freundschaft schloß.[3]) In Königgrätz verweilte er vorübergehend in den Jahren 1565, 1567 und 1568 zur Erledigung von Familienangelegenheiten. Sei es nun, daß die Liebe zur Heimat oder andere Gründe, unter welche die Ererbung eines Hauses aus der Hinterlassenschaft seines Vaters zu rechnen sein dürfte, in ihm die Sehnsucht nach seiner Vaterstadt wieder wachriefen, er beschloß, wie aus dem Ratsmanuale seiner Vaterstadt 1568 hervorgeht, dahin zurückzukehren und wandte sich deshalb an den dortigen Magistrat mit der Bitte um die Erlaubnis, wie die anderen Bürger Bier brauen und abgabenfrei verleitgeben zu dürfen. Wenn ihm dieses Zugeständnis gemacht werde, wolle er dem dortigen Gymnasium seine besondere Sorgfalt zuwenden, öffentliche Vorlesungen halten und für seine Vaterstadt das Amt eines Gesandten beim Kaiser versehen. Unter einer anderen litera heißt es in demselben Buche, daß er gegen diese Zusicherung ohne alle Entlohnung aus bloßem Eifer zur Erhöhung des Ansehens seiner Vaterstadt und zur Ausbildung der städtischen Jugend in der Woche zwei Lektionen halten und die gesandtschaftlichen Geschäfte übernehmen wolle,

1) Bei Wydra heißt es: „Opibus nobilissimae Fuggerorum, et Rosensium familiae juvabatur." Es kann hier nur die in der Vorrede zu den Ephemeriden genannte Familie der Rosenberger gemeint sein, auf deren Kosten seine zwei größten Werke (5 u. 6 s. u.) gedruckt worden sind.

2) Nicht 1569 (*Nouvelle biogr. générale* [Firmin Didot], T. **30**, 814).

3) *Astronomiae instauratae progymnasmata* (de stella nova) 1610, p. 705—710.

ohne daß er für sich das Recht in Anspruch nehme, die Reichsversammlung zu besuchen. Auf dieses hin beschlossen Bürgermeister, Rats- und Bevollmächtigten-Kollegium „im Namen der ganzen Gemeinde, in der Erkenntnis, daß CYPRIANUS ein sehr würdiger Mann, von Gott mit besonderen Gaben ausgestattet sei, bei allen in hohem Ansehen stehe und, was vor allem hervorgehoben werden müsse, ein höchst eifriger Förderer des Wohles seiner Vaterstadt und des Staates sei, aus freien Stücken, ungezwungen, unbeschadet ihrer Rechte, ihrer Freiheit und ihrer Privilegien, daß ihm das volle Recht, Bier zu brauen, zugestanden werde, wenn er bei seinem Versprechen beharre. So entschieden im Rate selbst am Tage des hl. Fabian und Sebastian im Jahre 1568 unter dem Bürgermeister JAKOB SELIUS". Aber CYPRIANUS machte von diesem Wohlwollen seiner Mitbürger keinen Gebrauch. Er blieb bis zu seinem am 25. Mai 1574 erfolgten Tode in Lauingen. Wie der kürzlich verstorbene F. J. STUDNIČKA mir vor einem Jahre mitteilte,[1]) widmete seine Vaterstadt ihm in der hl. Geistkirche ein Epitaphium und B. STURM die Aufschrift:

> Instruxere viros plures fecereque magnum
> Tychonem Astrologum scripta Leovicii.
> VrbanI spLenDente DIe, sIC parCa ferebat,
> CarpIt Iter LethI trIste LeoVICIVs.[2])

Die großen Buchstaben geben als Zahlzeichen addiert nach der früher herkömmlichen Weise sein Todesjahr, nämlich 1574 an. WYDRA berichtet, daß er am 25. Mai 1574 in Lauingen gestorben sei, welcher Todestag bei LUPACIUS[3]) in einem eleganten Jahreszahlvers zum Ausdruck gebracht werde, wobei er die zwei letzten Verse der oben genannten Aufschrift zitiert. „Ein sinnreiches und farbenprächtiges Epitaphium haben seine Freunde ihm zum Gedächtnisse aufrichten lassen, welches BALBINUS[4]) in der Kirche des hl. Geistes gesehen zu haben erzählt, da er das Jünglingsalter noch nicht überschritten hatte, mir aber, der hiermit Alles sorgfältig beleuchtete, ist es nicht gegönnt gewesen, es zu sehen." Diese Mitteilung WYDRAS läßt Zweifel entstehen, ob die hl. Geistkirche in Königgrätz oder in Lauingen (nunmehr das Mädchen- und Knabenschulhaus) gemeint ist. An letzterem Orte ist von einem Grabsteine oder Epitaphium nichts mehr

1) Z. T. nach J. SMOLIK in der Zeitschrift Živa (1863).

2) „Die Schriften des LEOVITIUS haben mehr Männer belehrt und namentlich den Astrologen TYCHO groß gemacht. Am Urbansfeste, so wollte es das Schicksal, trat LEOVITIUS die traurige Todesreise an."

3) PROKOPIUS LUPACIUS, ein Böhme, der 1578 *Rerum bohemicarum ephemeridum seu kalendarium historicum* zu Nürnberg in 8⁰ herausgab, welches 1584 zu Prag wieder aufgelegt wurde (JÖCHER).

4) geb. 1621, gest. 1688.

zu entdecken. F. J. Studnička teilte mir noch mit: „Nach seinem Tode verzichtete seine Witwe Diana auf seine Forderungen in Königgrätz per 100 Schock Meissener Groschen und seine Brüder — er hatte deren drei — auf seine Hinterlassenschaft in Lauingen.“ Aus den Steuerbüchern daselbst ersieht man,[1]) daß er 1563—1571 3 fl 17 β 7 h Stadtsteuer und von 1572 an etwas mehr zahlte, während die Nachbarn nicht gesteigert wurden. Seine Witwe „Fraw Cyprianussen“ zahlte noch ungefähr 2 Jahre dasselbe, ein Betrag, der hinter den Ansätzen der reicheren Bürger erheblich zurückblieb, aber die Quoten der gewöhnlichen Bürger und Handwerker wohl wegen des Zuschlages des jährlichen Beisitzgeldes übersteigt. Im Jahre 1565 ist Hr. Cyprianus v. Leowitz mit 8 fl Landsteuer angeführt.

Seine Werke, die zum Teil wiederholte Auflagen erlebten und in fremde Sprachen übersetzt wurden, sind ziemlich viele, gegenwärtig aber nur mehr sporadisch vorhanden. Ich habe sie alle und zwar teils in der Bibliothek (früher Universitätsbibliothek) zu Dillingen a. D., teils in der Münchener Staatsbibliothek, teils in der Augsburger Stadt- und Kreisbibliothek ausfindig gemacht. Indem ich sie nach der Zeit ihres Erscheinens anführe, werde ich auf ihren Inhalt, insofern derselbe weiteres Interesse erregen dürfte oder wissenschaftlichen Wert beansprucht, etwas näher eingehen.

1. Tabulae positionum pro variis ac diversis poli elevationibus ad directiones necessario pertinentes, summa fide, cura et diligentia supputatae, atque nunc primum in lucem editae. Excudebat Augustae Vindelicorum in platea templaria divi Huldarici, Philippus Ulhardus Anno domini 1551. Mense Octobri. In 4°.

Dieses Buch enthält ohne Einleitung, ohne Erläuterung auf 792 Seiten sogenannte Positionstafeln für die Orte vom 33. bis zum 60. Breitengrade von $^1/_2{}^0$ zu $^1/_2{}^0$ der Polhöhe der Orte („gradus latitudinis“). *„Position“* ist hier nicht in dem in der neueren Astronomie gebräuchlichen Sinne zu nehmen, sondern bedeutet den *Stundenwinkel* des Sternes, i. e. den zwischen seinem Deklinationskreise und dem Meridiane des Ortes gelegenen Bogen des Himmelsäquators. Derselbe wird für einen Erdort von der gegebenen geographischen Breite (φ) berechnet aus der Deklination des Sternes oder eines beliebigen Punktes des Himmelsgewölbes und mittels der sogenannten *„Polhöhe“* des *„Positionskreises“*, d. i. des durch den Süd- und Nordpunkt des Horizonts und den Stern oder jenen beliebigen Punkt gehenden größten Kreises, wobei als *„Polhöhe“* der sphärische Abstand des zunächst gelegenen Himmelspoles von diesem Kreise aufzufassen ist. Diese *„Positionen“* sind

1) Nach Benefiziat Rückert in Lauingen.

für Polhöhen von 0^0 bis φ^0 der Positionskreise eines jeden Ortes von der geographischen Breite φ von Grad zu Grad und für Deklinationen zwischen $+32^0$ und -32^0 ebenfalls von Grad zu Grad auf Minuten genau berechnet. Die Deklinationen werden dabei bezeichnet mit „Declinatio Septentrionalis ſupra terram et Meridiana ſub terra“ und „Declinatio Meridiana ſupra terram et Septentrionalis ſub terra“. Durch den Zusatz „ſupra terram“ und „ſub terra“ ist „das Gesäß oder die Gelegenheit ob oder unter der erd“ angedeutet.[1]) Vorgenommene Stichproben sind folgende: Ich finde 1) für $\varphi = 49^0$, Polhöhe φ_1 des Positionskreises $= 34^0$ und declinatio ſeptentrionalis ſupra terram $\delta = 20^0$ den Wert $p = 50^0\ 7'$, 2) für $\varphi = 49^0$, $\varphi_1 = 34^0$, $\delta = -20^0$ (declinatio meridiana ſupra terram) den Wert $p = 21^0\ 41'$, 3) für $\varphi = 49^0$, $\varphi_1 = 49^0$, $\delta = -5^0$ $p = 84^0\ 13'$, für $\varphi = 49^0$, $\varphi_1 = 49^0$, $\delta = -27^0$ $p = 54^0\ 7'$, für $\varphi = 49^0$, $\varphi_1 = 49^0$, $\delta = -32^0$ $p = 44^0\ 2^1/_2{}'$ (3′), was mit den in den Tafeln gegebenen Werten vollständig übereinstimmt. Leovitius verweist in seinen späteren Werken wiederholt auf dieses, das übrigens nur astrologischen Zwecken, insbesondere zur Aufstellung der sog. „Direktion“ diente. Indes zeugen die angeführten Stichproben von der Genauigkeit seiner Berechnungen.

2. Tabula aſcensionum obliquarum, et poſitionum particularis, ad latitudinem grad: 48. minut: 8. In 4⁰, 8 Blätter ohne Angabe des Druckortes und der Zeit.[2]) Es sind speziell für Augsburg berechnete Tafeln. Während das Städteverzeichnis in dem Werke unter **5.** die Polhöhe von Augsburg zu $48^0\ 15'$ enthält, wird sie hier mit $48^0\ 8'$ genommen. Unter *„schiefen Aufsteigungen“* („schählen aufsteigungen“) versteht man die Punkte des Himmelsäquators, angegeben in Rektaszension, welche mit den einzelnen hier in Graden gegebenen Punkten der Zeichen des Tierkreises zugleich aufgehen.

3. Tabulae directionum et profectionum clariſſimi viri ac praeſtantiſſimi mathematici, Joannis Regiomontani, non tam Astrologiae judiciariae, quàm tabulis et inſtrumentis Astronomicis variis conficiendis, plurimum utiles ac neceſſariae ... Omnia ab innumeris mendis repurgata, et in plerisque locis de integro reſtituta. His nunc primum acceſſerunt, brevis ac succincta methodus procedendi in directionibus, illuſtrata plurimis exemplis, obſervato diligenti ordine. Augsburg wie oben unter **1.** 1552. Menſe Aprili. In 4⁰.

Nach dem Abdrucke des kaiserlichen Privilegs, in welchem es u. a. heißt, daß C. Leovitius die durch die Nachlässigkeit der Drucker an fast

1) Der Planet sitzt oder liegt *über* dem Horizont, wenn man durch Berechnung denselben im VII., VIII., IX., X., XI. oder XII. Hause findet; in den übrigen Häusern ist er *unter* dem Horizont.

2) n. a. 1551 erschienen.

unendlich vielen Punkten entstellten *Tabulae Directionum* des Joannes à Monte Regio gleichsam wieder hergestellt und mit sehr vielen Positionstafeln und Tafeln der schiefen Aufsteigungen und mit einer kurzen Anweisung, wie die Tafeln in Verwendung genommen werden müssen, vermehrt hat, und daß er außerdem noch auf manches andere, wodurch das Studium der Astronomie nicht wenig Erleichterung finde, Bedacht genommen hat, folgt das Vorwort von Philipp Melanchthon an die Brüder Georg und Ulrich Fugger als Förderer dieses philosophischen Gegenstandes (Astronomie bezw. Astrologie) gerichtet, in dem er von der Wichtigkeit und dem Nutzen des Studiums der Natur handelt. Auch Leovitius wendet sich in seiner Vorrede an die genannten Brüder Fugger, hebt hervor, daß, obgleich Regiomontanus die Kunst, die Richtung anzugeben (dirigendi) an sich betrachtet hinreichend deutlich und klar gelehrt hat, doch die Art seiner Auseinandersetzungen mehr den Erfahreneren als den Anfängern zu entsprechen scheint, während er zugleich die Ausführung verkehrt („praepoſtero ordine") und weitläufig durchführt. Was daher jener in sehr vielen Problemen wiedergibt, das habe er an wenigen Normen (Canones) in sorgfältiger Ordnung und unter Anwendung etlicher Beispiele für die einzelnen Vorschriften der Unterweisung auseinandergesetzt; er verweist dabei zur Erleichterung dieses Zweckes auf die von ihm berechneten (unter 1 angeführten) „tabulae positionum". Bei diesen Beispielen (nach handschriftlichen Notizen die Nativitäten hervorragender Männer damaliger Zeit) weichen einige Male die von ihm benützten Polhöhen ziemlich stark von der Wahrheit ab, so nimmt er für Königgrätz 50° 0′ statt 50° 12½′, für Nürnberg 49° 30′ statt 49° 27′, während sie für Schwabach mit 49° 20′ richtig ist, wenn er nicht überhaupt bei Unsicherheit auf eine Abrundung bedacht war. Immerhin dürfen die hier angegebenen Polhöhen noch als genau bezeichnet werden gegenüber denen in den Ephemeriden des Regiomontanus (*Ephemerides sive Almanach perpetuus*, Venedig 1498).

Bevor er zu den 6 oben besprochenen Canones mit Cautionen und zahlreichen Beispielen übergeht, gibt er eine Definition des sonst immer verschwommenen Begriffs von *Direktion.*[1]) Auf zwei großen Tafeln verzeichnet er dann den Typus der Direktion zur 2. Geburtsstunde von 4 Personen. Vor den Tafeln schaltet er 4 Briefe von Ph. Melanchthon ein, vom 23. II., 1. III., 2. und 4. III. 1552, in deren erstem Melanchthon die versprochene Vorrede ankündigt und zugleich den Citharöden des Königs von Polen zur Einführung in das Haus der Fugger empfiehlt, und in deren letztem er die Übersendung eines Duplikats dieser Vorrede meldet — ein

1) Über die verschiedenen Definitionen derselben s. (nach Magini) Delambre, *Histoire de l'astronomie*, oder auch Magini, *De Astrologica ratione* (Venedig 1607), D ∂2.

Beweis von nicht besonderer Verkehrssicherheit damaliger Zeit, noch dazu zwischen zwei so verkehrsreichen Städten wie Nürnberg und Augsburg. Den Schluß des Werkes bildet ein langes Druckfehlerverzeichnis.

4. **Secunda Pars tabularum directionum, continens afcenfiones zobliquas ad plures elevationes Poli extenfas, unà cum fuis tabulis pofitionum particularibus, adjecta tabula differentiarum afcenfionalium, et tabula pofitionū generali, ufsque ad. 81. grad: latitudinis, nunc primum in lucem aedita,** ebenfalls in 4^0 ohne Angabe von Ort und Zeit der Drucklegung, auch einzeln erschienen als Fortsetzung und Ergänzung des Werkes unter **3.** Es enthält auf der ersten Seite für die Polhöhen (von Orten) von 61^0 bis 66^0 inkl. und für die Sterne mit den Deklinationen von 1^0 bis 32^0, für beide Größen von Grad zu Grad, die Aszensionaldifferenzen. „Differentia afcensionalis“ ist der Abstand des Sternes vom Ostpunkte des Horizonts in Rektaszension im Momente seines Aufganges. Auf den nächsten 12 Seiten folgt eine „tabula afcenfionum obliquarum“ für Ortspolhöhen von 61^0 bis 66^0 (in ganzen Graden) auf Minuten genau berechnet. „Bis hierher wollte ich diese Tafeln der schiefen Aufsteigungen berechnen. Denn die mehr nördlich gelegenen Gegenden sind ohne Kultur und öde. Sie bewohnen wenige barbarische und wilde Völker, die sich um unsere derzeitigen Bestrebungen nicht kümmern, bei welchen weder Religion noch Menschlichkeit noch Gesetze noch andere soziale Einrichtungen bestehen.[1]) . . . . Wenn man jedoch auf weitere Grade von Polhöhen die schiefen Aufsteigungen wünscht, so kann man diese unter Anwendung der Tafeln von Rektaszensionaldifferenzen, welche ich unten beigefügt habe, leicht berechnen und zusammenstellen, wobei selbstverständlich die Vorschriften des 10. Problems[2]) zu beachten sind.“ Eine Stichprobe für die geographische Breite $\varphi = 61^0$ ergab mir zu ♏ 20^0 unter Zugrundelegung von $\varepsilon = 23^0\ 29'\ 53''$ als Ekliptikschiefe[3]) für das Jahr 1551 den Wert $262^0\ 53'\ 53''$, während Leovitius auf Minuten genau $262^0\ 54'$ angibt. Auf der nächsten Seite findet sich eine übersichtliche Tafel der *„Häuser“*, eigentlich der *Polhöhen*, d. i. der sphärischen Abstände des zunächst gelegenen Himmelspoles von den oberen Bögen, den *„Spitzen“* der 12 Häuser für die Horizonte von 61^0 bis 66^0 Polhöhe nach der seit Regiomontanus allgemein angenommenen Einteilung des Himmelsgewölbes in 12 Häuser. Nunmehr folgen in dem Werke besondere Tafeln der Position, welche den vorausgeschickten Aufsteigungen entsprechen, nämlich von $60\,^1/_2$ bis 66

1) S. die fast gleichlautenden Bemerkungen in den alfonsinischen Tafeln (Mädler, *Gesch. d. Himmelsk.* II, 356).

2) Des Regiomomtanus.

3) Nach Houzeau (Wolf, *Handb. d. Astr.* 375) hat Regiomomtanus $\varepsilon = 23^0\ 30'\ 49''$ und Tycho $\varepsilon = 23^0\ 29'\ 46''$ genommen.

Breitengraden von $^1/_2{}^0$ zu $^1/_2{}^0$. Am Schlusse derselben bemerkt er, daß, wenn man dieselben auf weitere Grade von Polhöhen haben will, man dieselben mittels einer allgemeinen Positionstafel, welche er unten beigefügt habe, leicht berechnen und zusammenstellen könne, natürlich unter Berücksichtigung der Regeln des 29. Problems.[1]) Nach der oben angekündigten Tafel von Aszensionaldifferenzen für geographische Breiten von 67° bis 80° inkl. gibt er diese allgemeine Positionstafel („tabula positionum generalis") für geographische Breiten von 67° bis 80° inkl., hier „latitudo regionis" geheißen, und bis 32° Erhebung über den Positionskreis, „Elevatio ſupra circulum poſitionis", woraus nach Eruierung des Begriffs „elevatio" als Polhöhe des Positionskreises sich ergibt, daß die berechneten Werte die Entfernungen der Schnittpunkte der Positionskreise mit dem Himmelsäquator vom Meridiane sich darstellen. Vorgenommene Proben der Genauigkeit liefern auch hier sehr befriedigende Resultate.

Die Verbesserungen der *Tabulae directionum* des Regiomontanus durch Leovitius in astronomischer und mathematischer Beziehung ließen sich nur durch eine Gegenüberstellung beider Werke nachweisen. Allein er erwähnt an keiner Stelle, welche Ausgabe derselben ihm zugrunde lag. Eine Vergleichung der Ausgabe der *Tabulae directionum* vom Jahre 1490 mit diesen Nrn. **3** und **4** läßt eine Fortführung der „tabulae differentiarum aſcenſionalium" und der „aſcensionum obliquarum" für Polhöhen von 61° bis 66° sowie der „tabula poſitionum generalis" für Polhöhen von 67°—80° in der Secunda pars erkennen; außerdem enthält sie eine Fortsetzung der Positionstafeln unter **1** für Breitengrade von $60\,^1/_2{}^0$—66°, während Regiomontanus solche nur für den 42., 45., 48. und 51. Grad nach seinem 29. Problem berechnete. Eine weitere Ausführung ist der 2. Teil in Nr. 3, „methodus procedendi in directionibus", aber rein astrologischer Natur; auch ist in die genannte Ausgabe von 1490 nicht die Sinustafel aufgenommen.[2])

5. Der Zeit des Erscheinens nach ist als nächstes seiner Werke zu nennen: **Eclipſium omnium ab anno domini 1554. uſque in annum domini 1606. accurata deſcriptio et pictura, ad meridianum Auguſtanum ita ſupputata, ut quibuſuis alijs facilimè accommodari poſſit, unà cum explicatione effectuum tam generalium quàm particularium pro cujuſque geneſi.** Augsburg wie oben unter **1**. 1556. Menſe Februario. In 2°.

In dieser Überschrift heißt es: „deſcriptio et pictura". Von diesem Werke sind kolorierte und nichtkolorierte Exemplare vorhanden, und dieser

1) Des Regiomontanus.

2) S. Cantor, *Gesch. d. Math.* II², 275—276.

Umstand mag zur Bemerkung Mädlers (*Gesch. der Himmelsk.* II, 415), daß von demselben im Jahre 1557 eine weitere Auflage gedruckt wurde, Veranlassung gegeben haben. Aus Kästners Worten in seiner *Geschichte der Mathematik* II, 344—346: „Ich führe hie ein Werk von ihm (Leovitius) an, das doch auch mit astronomisch ist", und aus der kurzen Schlußbemerkung möchte hervorgehen, daß er keine weiteren von ihm kannte. Er widmet nun diesem Werke eine ziemlich eingehende Besprechung. Ich könnte auf diese verweisen, sehe mich aber des Zusammenhanges und des Zweckes dieser Abhandlung halber veranlaßt, eine solche hier vorzunehmen und etwas weiter auszugreifen.

Nach einer Widmung an den Pfalzgrafen Otto Heinrich und einem einführenden in Hexametern abgefaßten Gedichte des obengenannten Gymnasialdirektors Hieronymus Wolf teilt Leovitius in einer Vorrede mit, daß die Verfinsterungen mit größter Genauigkeit und peinlichstem Fleiße sowohl nach seinen Rechnungen als nach denen Peuerbachs und späterhin auch nach denen des Kopernikus bestimmt worden sind. Täglich angestellte Beobachtungen haben ihm Abweichungen von seinen nach den alfonsinischen (Peuerbachschen) Tafeln durchgeführten Rechnungen ergeben. Diese Abweichungen waren derart angewachsen, daß eine am 5. Juni 1555 mit Ulrich Fugger beobachtete Mondfinsternis um mehr als $\frac{1}{2}^{h}$ zu spät eintraf. Deshalb schritt er zu einer Verbesserung dieser Tafeln, aus welchen die Zeitbestimmung einer Mondfinsternis sich mit größter Genauigkeit ergibt. Bezüglich der Sonnenfinsternisse konnte er ähnliche Abweichungen nicht konstatieren, da er wenige zu beobachten Gelegenheit hatte. Die in seinem Werke ausgeführten sind daher nach Peuerbach oder Kopernikus berechnet. Zugleich kündigt er in dieser Vorrede weiter an, daß die nunmehr unter der Presse befindlichen und mit großer Mühe und unermüdlichem Eifer ausgeführten, von 1556—1606 reichenden Ephemeriden alle bisher vorhandenen an Genauigkeit und Vielseitigkeit übertreffen werden. Denn während in den bisher erschienenen der Ort der Sonne bloß auf Minuten ausgerechnet ist, sind den seinigen auch die Sekunden beigefügt. Während ferner in anderen Ephemeriden die Breiten der Planeten nur auf je 10 Tage der Monate angegeben werden und die des Mondes ganz weggelassen ist, sind in seinen die Breiten aller Planeten und des Mondes auf die einzelnen Tage bestimmt, und während schließlich in den übrigen die Aspekten des Mondes mit den Planeten nur auf Stunden und die der Planeten unter sich nicht einmal auf diese festgesetzt sind, werden in den seinigen beide auf Minuten durchgeführt. Endlich wird für die einzelnen Tage Auf- und Untergangszeit der Sonne beigefügt, ebenso die Tag- und Nachtlänge. Indem alle diese Beigaben außer der Verbesserung der alfonsinischen Rechnungen auf den Meridian von Augsburg bezogen sind, so daß sie für beliebig andere

Orte sehr leicht eingerichtet werden können, wird das große Werk noch enthalten: 1) höchst feine Figuren der Finsternisse, 2) eine sehr bequeme Art, die Himmelsfigur darzustellen mit Tafeln, aus welchen der Stand der Planeten sowohl behufs Festsetzung ihrer Bewegung als auch Stellung des Horoskops ohne Mühe entnommen werden kann, 3) die Orte der Fixsterne vom Jahre 1349 bis 2029 genau festgestellt, 4) eine kurze Anweisung, die Nativität zu ermitteln, mit einigen neuen Beobachtungen und einer ebenso allgemeinen als der Geburt des einzelnen angepaßten Methode der Beurteilung, 5) die Nativitätszeichen der vier Jahreszeiten mit einer kurzen Erklärung der Bewegung des Weltalls und einiges andere. Nach dieser Vorrede bespricht er einen im Buche abgebildeten Kometen, welchen er zuerst am 7. März 9 Uhr nachmittags 1556 unweit von Vindemiatrix beobachtet und bis zum 17. März verfolgt hat, aber ohne genaue astronomische Angaben.

In dem 1. Teile des Werkes werden die einzelnen Mond- und Sonnenfinsternisse auf die Polhöhe von Augsburg reduziert sehr übersichtlich und koloriert dargestellt mittels der Himmelsfigur[1]) und mit allen astronomischen Daten, auch des Glücksrades (⊕), d. i. des Punktes, welcher in astronomischer Länge so weit vom Monde absteht, als das Horoskop (der Punkt der Ekliptik, welcher eben aufgeht) von der Sonne. Die rechte Seite enthält immer die bildliche Darstellung der Mond- bezw. Sonnenfinsternis. Merkwürdigerweise ist nach Leovitius offenbar die Mitte der Mondfinsternis dann, wenn der Mond in dem Durchschnitte seiner Bahn mit der auf der Ekliptik im Zentrum des Erdschattens errichteten senkrechten Geraden („orthogonalis occulta") oder mit der Ebene des durch diesen Punkt gehenden Breitenkreises sich befindet, d. i. im Momente der Opposition von Sonne und Mond zur Erde; er nimmt aber doch die Zeiten zwischen diesem Zeitpunkte und den Ein- und Austrittszeiten einander gleich. Auf einem in dem mir vorliegenden Exemplare vorfindlichen einzelnen Blatte desselben Papiers, in welchem das Werk gedruckt ist, befindet sich übrigens die Skizze einer Mondfinsternis in etwas größerem Maßstabe und z. T. in Aquarell, aber mit richtig angegebener Mitte. Unter den Figuren stehen Erläuterungen derselben und die Angaben der Zeit des Ein-, Austrittes und der Mitte der Verfinsterungen, außerdem die Bemerkung, um welche Zeit und in welcher Größe dieselben auf Grund der Peuerbachschen Tafeln auf den Meridian von Augsburg reduziert stattfinden würden. Auffallend ist ferner, daß Leovitius als Zeitunterschied der beiden Städte Augsburg und Wien, für dessen Meridian die Peuerbachschen Tafeln berechnet sind, 26 Minuten angibt. Nehme ich nach Kiepert die Differenz, welche sich jetzt zwischen dem östlichsten Punkte von Wien und dem westlichsten von

1) S. über diese u. a. Wolf, *Handb. d. Astr.* 214.

Augsburg dieser seit jener Zeit noch dazu sehr erweiterten Städte ergibt, so finde ich als diese größtmögliche bloß $22\,^{11}/_{30}$ Minuten. Auch die Polhöhen dieser Städte, wie er sie in einem später zu besprechenden Verzeichnisse von Städten wiedergibt, nämlich $48^0\ 15'$ für Augsburg und $48^0\ 22'$ für Wien, weichen von den tatsächlichen, $48^0\ 21{,}7'$ bezw. $48^0\ 12{,}6'$ (fast scheint eine Verwechslung bei ihm vorzuliegen) wesentlich ab.[1]) Über die Sonnenfinsternis vom Jahre 1556, welche nach den PEUERBACHschen Tafeln eine Größe von 9 Punkten (Puncta) $23^{\text{min.}}$ für Wien und für Augsburg von 9 P. $1^{\text{min.}}$ ergeben würde, bemerkt er, daß sie nach der Lehre des KOPERNIKUS unter unserem Horizonte stattfinden würde.[2]) Ähnliche, wenn auch nicht so auffallende Unterschiede, die nach beiden Theorien sich ergeben, konstatiert er gelegentlich, ebenso auch Sonnenfinsternisse, welche in unserer Gegend nicht sichtbar sind.

Der 2. Teil, „Altera pars, qua eclipsium et initia et progreſſiones et fines, una cum tempore effectuum earum deſcribuntur“, interessiert uns weniger, weil er mehr astrologische Zwecke verfolgt. Es werden die Zeiten der Verfinsterungen nach der kleinen Uhr, horologium minor[3]), die Zeiten, bis zu welchen sie ihre Wirkungen äußern, und die Orte und Gegenden, wo sie sichtbar sind, angegeben. Nicht unerwähnt möchte ich jedoch lassen, was er am Schlusse seiner Ausführungen bemerkt: „Nach dieser Beschreibung der Verfinsterungen will ich nun zu den Anschauungen der übrigen Autoren übergehen ... Ich will nun auch Anfang, Fortgang und Ende der Finsternis nach der Ansicht (sententia) des NIC. COPERNICUS für den Meridian von Augsburg kurz beschreiben, damit die Wißbegierigen bei mir nicht etwas vermissen. Ich habe aber nur die Sonnenfinsternisse berechnet. Denn von den Mondfinsternissen habe ich die meisten gesehen und aufmerksam beobachtet. Aus dieser Erfahrung nun habe ich die Überzeugung gewonnen, daß die Berechnungen derselben nach meinen Tafeln angestellt vollkommen richtig sind und so viel wie möglich auf den Zeitpunkt stimmen, was gerade die Eifrigen bestätigt finden werden, wenn sie den Himmel genauer beobachtet haben. Aber bei den Sonnenfinsternissen habe ich eine solche Erfahrung nicht. Daher kann ich nichts Bestimmtes über deren Berechnungen versprechen, und es erscheint deshalb auch nicht ratsam, aus so wenigen Beispielen irgend eine Gewißheit festzusetzen. Demnach möge über die Zeit der Sonnenfinsternis jeder nach seinem Gut-

1) S. u. das Manuskript „tabula domorum coeleſtium ... ad ...“.

2) Dabei gebraucht er zur Angabe der Größe der Finsternis satt „puncta ecliptica“ und „minut.“ die Bezeichnung mittels „digiti ecliptici“ und „scrup“. (1 digitus = 60 scrup.)

3) Nach welcher von Mittag bis Mitternacht und von Mitternacht bis Mittag je 12 Stunden gezählt wurden.

dünken entscheiden, ob er lieber der Rechnung des Kopernikus oder Peuerbach oder der meinigen folgen will." Daran schließt sich ein großes Verzeichnis der hervorragendsten Städte Europas in alphabetischer Ordnung mit Angabe ihrer geographischen Breite und der Meridiandifferenz zwischen dem Meridian von Augsburg und der betreffenden Stadt in Uhrzeit sowie in Bogenmaß der Mondbewegung ausgedrückt, um die Zeit einer Mond- oder Sonnenfinsternis und den wahren Ort des Mondes für jeden dieser Erdorte bestimmen zu können. Um aber denselben zur Zeit einer Finsternis für eine andere Stadt anzugeben, wird nicht die parallaktische Verschiebung des Mondes für Augsburg und diese Stadt addiert oder subtrahiert, sondern der Bogen, welchen der Mond in der Differenz der Ortszeiten beider Städte am Himmelsgewölbe beschreibt, wodurch natürlich immer ein etwas größerer Wert der Verschiebung sich ergibt. Unschwer seien die Zeiten der Verfinsterungen statt auf die Zeit der halben oder kleineren Uhr (dimidii horologii, auch minoris horologii) auf die der großen Uhr (majoris horologii) zurückzuführen, wobei wir erfahren, daß damals in Breslau und Prag die Zeit mit dem Untergange der Sonne zu zählen angefangen wurde, in Nürnberg aber der Tag mit dem Aufgange der Sonne, die Nacht mit dem Sonnenuntergange.

Den Schluß bildet eine neue Tafel der Tageslängen für Polhöhen von 35^0 bis 63^0.

Die Kontrolle des richtigen Eintreffens der von ihm berechneten Mondfinsternisse geschah nach seinen eigenen Aussagen Tycho [1]) gegenüber durch Beobachtung derselben mittels sorgfältig konstruierter Uhren besonders der Fugger, bezüglich der Sonnenfinsternisse konnte, wie er selbst gesteht, eine solche nicht geübt werden. Jedoch wird seine Autorität über die Schilderung der Sonnenfinsternis von 1530. III. 29 durch Kepler [2]) angerufen, indem er sagt: „Zwar ergibt die Rechnung nach Tycho dieselbe nicht als total, jedoch Cyprianus nennt sie auch eine schwarze, ob aus dem Augenschein, weiß ich nicht."

6. Ephemeridum novum atque insigne opus ab anno domini 1556. usque in 1606. accuratissime supputatum: cui praeter alia omnia. . . . Ausgburg wie oben unter 1. 1557. Mense Martio. In 2^0.

Der Inhalt des Werkes wird mit großem Pomp eingeführt. In der Vorrede äußert sich Leovitius: „Außer dem wahrhaft königlichen Werke der alfonsinischen Tafeln existierten alte Ephemeriden von Regiomontanus als Manuskript desselben, die mir insofern zur Unterstützung dienten, als in ihnen die Grundlage für die einzelnen Bewegungen der Himmelskörper auf das Jahr 1449 festgelegt ist. Als mir diese der hochangesehene,

1) *Astronomiae instauratae progymnasmata* (de stella nova), 1610, p. 705—710.

2) J. Kepleri *Opera omnia* ed. Frisch; *Astronomiae pars optica* cap. III. 2 p. 315.

scharfsinnige und mit den gründlichsten Kenntnissen in verschiedenen Wissenschaften reich ausgestattete JOH. FUGGER mitgeteilt hatte, hielt ich es wegen des hohen Ansehens des Verfassers für angezeigt, denselben zu folgen und zwar um so mehr, als auch die Tafeln von JOH. SCHÖNER ganz mit ihnen übereinstimmen, ausgenommen die Bewegung des Mondes, über welche ein ausführlicheres Rechnungsverfahren in meinen Tafeln über die Berechnungen der Bewegung sowohl nach der Meinung des REGIOMONTANUS als nach meiner gegeben wird." Eigentümlicherweise bezieht sich LEOVITIUS auf dieses Manuskript des REGIOMONTANUS, während ihm doch die 1474 (1475) oder wenigstens die 1498 erschienenen Ephemeriden desselben (s. o.) bekannt sein mußten. Hat er vielleicht dem REGIOMONTANUS selbst mehr vertraut als dem eigentlichen Bearbeiter und Herausgeber jener, dem Heilbronner Mathematiker JOH. SANTRITTER?

Nachdem der Inhalt des großen Werkes schon unter 5 durch LEOVITIUS selbst skizziert ist, erübrigt noch einiger Beigaben und Randglossen in dem mir zur Hand gekommenen Exemplare der Münchener Staatsbibliothek Erwähnung zu tun. Demselben ist vorgebunden ein handschriftlicher Auszug über die wichtigsten Ereignisse aus der Natur und Geschichte vom Jahre 454 nach † bis zum Jahre 1555 aus der Manßfeldischen Chronik (ed. von CYRIACUS SPANGENBERG, Eisleben 1572) und im Werke selbst finden sich verschiedene handschriftliche Hinweise darauf, daß die Tafeln des LEOVITIUS sich bei ORIGANUS (DAVID TOST) finden, welches Plagiat zu kontrollieren mir unmöglich war, da von dessen zahlreichen Bänden nur die Foliobände 13, 14 und 15 in der Münchener Staatsbibliothek vorhanden sind. Indes bezichtigt diesen ORIGANUS auch MAGINI des Plagiats und wirft ihm verschiedene Irrtümer vor.[1])

Über dieses sein größtes Werk haben die hervorragendsten Astronomen seiner und späterer Zeit, TYCHO und KEPLER, etwas verschiedene Urteile gefällt. Indem ersterer einerseits seiner schöpferischen Geschicklichkeit und seiner großen, unermüdlichen Arbeitskraft, mit welcher er viele Canonen aufgestellt und die Ephemeriden vieler Jahre berechnet und damit die Astronomie nach dieser Seite wie kein anderer bereichert hat, alles Lob spendet, bedauert er andererseits diese vergebliche vieljährige und angestrengte Arbeit, da die alfonsinischen Tafeln, denen er allzusehr vertraute, und auch die kopernikanischen nicht erfüllen, was sie versprechen, und die Messungen der Stellungen der Planeten nicht hinreichend genau festgestellt sind.[2]) KEPLER hingegen schreibt in einem Briefe an HERWART 1602[3]): „LEOVITIUS hat uns an ihrer Stelle (der alfonsinischen) einen möglichst hinreichenden

1) DELAMBRE, *Hist. de l'astr. mod.* I, 310.
2) *Astr. inst. prog.* ebenda.
3) J. KEPLERI *Opera omnia* ed. FRISCH III, 694.

Ersatz geliefert", bemerkt aber wohl auch bezüglich der alfonsinischen, daß er sie wenig kenne, weil sie keinen Nutzen bringen, daß ihrer nicht viel Erwähnung geschehe, und daß nach Reinhold dieselben von den wahren Tatsachen in vielen Stücken sehr stark abweichen, und nach Wolf[1]) stützt sich die Berechnung der Keplerschen Ephemeriden auf die entsprechenden Arbeiten von Stadius, Magini und Leovitius. Indes weichen die ersten, hauptsächlich nach dem kopernikanischen Systeme berechneten und 1551 erschienenen, die prutenischen Reinholds, auch nicht unbedeutend von den wahren Stellungen ab, wie es mit Rücksicht auf die Zurückführung derselben auf das Zentrum des exzentrischen Kreises, der Bahn der Erde, als den mittleren Sonnenort statt auf den wahren und die gleichförmige Bewegung in demselben statt der ungleichförmigen in der Ellipse nicht anders zu erwarten war.

7. Im Gegensatze zu dem vorgenannten Werke unscheinbar seiner Größe nach, auf 52 Blättern nur in 4^0, präsentiert sich das Werkchen, welches das nicht geringe Aufsehen, das Leovitius im großen Publikum hervorrief, begründete, nämlich **De conjunctionibus magnis inſigniori-bus ſuperiorum planetarum, Solis defectionibus, et Cometis, in quarta Monarchia, cum eorundem effectuum hiſtorica expoſitione. His ad calcem acceſſit Prognoſticon ab anno Domini 1564. in Viginti ſequentes annos.** Laugingae ad Danubium excudebat Emmanuel Salczer a. d. M.D.L.XIIII. Mit einer Widmung an den Kaiser Maximilian II.

Den Beginn seiner Abhandlung macht er mit der Einteilung der Triangel, die nach der Zahl und Art der Elemente eine vierfältige ist. Der 1. ist der feurige, der 2. der irdische, der 3. der luftige, der 4. der wässerige.[2]) Auf diese Einteilung beziehe er die allgemeine Herrschaft der Triangel, so daß nunmehr in Betracht zu ziehen ist, wann der einzelne Bestand und Geltung hatte. Angefügt wird jedem eine besondere Beschreibung der großen Konjunktionen der oberen Planeten, welche stattfanden oder nachher erwartet werden, wobei kurz deren Wirkungen an augenfälligen Beispielen aus der Geschichte gezeigt werden . . . Er greife mit dem Beginne dieses Werkes nicht weiter zurück als auf das römische Reich, dessen langsames Siechtum wir vor Augen haben, und das der Reihe nach das 4. und nach der Weissagung Daniels das letzte sein wird.

Aus dem Prognostikon vom Jahre 1564 bis auf die kommenden 20 Jahre möchte ich nur den Schluß anführen: „Der Monat Mai des Jahres 1583 wird eine große Konjunktion der oberen Planeten im äußersten Ende

1) *Gesch. d. Astr.* p. 303.

2) Es lassen sich in den Tierkreis nur 4 Triangel einzeichnen, so daß Zeichen die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks sind: Der 1. ist ♈, ♌, ♐, der 2. ♉, ♍, ♑, der 3. ♊, ♎, ♒, der 4. ♋, ♏, ♓ [E. Mayer, *Handb. der Astrologie*].

der Fische bringen, welcher im kommenden Jahre 1584 die größte Vereinigung oder Anhäufung beinahe aller Planeten im Widder um das Ende des Monats März und den Anfang April folgen wird. Und was noch mehr ist, bald nachher wird eine Sonnenfinsternis gesehen werden im 20. Grade des Stiers in der Nähe des Hauptes Algol, des gewaltsamsten und gefährlichsten Fixsterns, unter der Herrschaft der Venus, während 5 Planeten im Widder vereint sind und gegen das 12. Haus[1]) hin sich erstrecken. Da eine solche Konstellation der Gestirne in einem feurigen Zeichen stattfindet, so vermute ich die Erscheinung eines ungeheuren Kometen und verschiedene auffallende Erscheinungen. Daher werden vielfältige und verschiedene Wirkungen aus mehreren Ursachen entstehen. . . . . Diese meine mutmaßlichen Deutungen, welche mit den wissenschaftlich begründeten Prophezeiungen der ältesten Astronomen vollkommen übereinstimmen, habe ich, welchen Wert man ihnen auch beilegen mag, veröffentlichen wollen. Deren deutsche Fassung habe ich meinem Werke der Ephemeriden vor 7 Jahren einverleibt. Dieselben lauten in lateinischer Sprache wiedergegeben folgendermassen:

Post mille expletos á partu uirginis annos,
Et post quingentos rurfus ab orbe datos:
Octogefimus octauus mirabilis annus
Ingruet, is fecum tristia fata feret.
Si non hoc anno totus malus occidet orbis,
Si non in nihilum terra fretumque ruet:
Cuncta tamen mundi furfum ibunt atque retrorfum
Imperia, et luctus undique grandis erit.
Vel brevis ita.
Mille salutis agat, quingentos mundus et annos,
Octauus decies, bisque quaternus eat:
Et tibi uel mundi ruitura notabitur aetas,
Omnia uel miris cladibus acta cadent.[2])

Dieses Werkchen wurde, wie oben bemerkt, 1564 lateinisch gedruckt in Lauingen in 4^0, ferner ebenda im selben Jahre unter dem Titel: „Grundliche | Klerliche beschreibung | und Historischer bericht | der fürnemsten grossen zusammenkunfft der oberen Planeten | der Sonnen Finsternussen |

1) Das 12. Haus hieß das 4. Fallhaus, der böse Geist.

2) „Nach vollen 1000 Jahren von der Geburt der Jungfrau an und nach 500 weiteren von diesem Zeitraum an wird das 88. merkwürdige Jahr eintreffen; daselbe wird traurige Schicksale bringen. Wenn auch in diesem Jahre nicht der ganze schlechte Erdkreis zugrunde geht, wenn auch nicht die Erde und das Meer in das Nichts zurückfallen, so werden doch alle Reiche der Welt umgestürzt werden und wird große Trauer überall sein.“ Oder kürzer: „1500 Jahre des Heils wird die Welt bestehen und 10 mal wird das 8. und 2 mal das 4. kommen, dann wird unsere alte Welt dem Untergange verfallen und alles durch schauerliche Verheerung zusammenstürzen.“

der Cometen | und derselben wirkung | so sich in der vierden Monarchien erzeigt und begeben | sampt einem Prognostico von dem 1564. Jar | bis auff nach volgend zweinzig Jar werende | gesteldt und beschrieben". Dieser deutschen Ausgabe ist noch eine salbungsvolle, mit Ermahnungen an den Leser zur Buße und Einkehr, Bibelsprüchen aus Daniel und einem Citat aus Platos Dialog gewürzte „Beschlußrede" beigefügt. Bayle berichtet, daß es schon im nächsten Jahre ins Französische übersetzt wurde. Nach Michaud (*Biogr. univ.*) und *Nouvelle biographie générale* (Firmin Didot Frères) wurde es 1573 in London, 1586 in 4^0 in Wittenberg (in München vorhanden unter dem Titel *Opus insigne de magnis superiorum planetarum conjunctionibus*), 1618 in 4^0 in Marburg aufgelegt, nach *Bibliogr. générale de l'astronomie par* J. C. Houzeau *et* A. Lancaster (I, Nr. 5579 p. 832 und Nr. 5644 p. 837) im Anschluß an des R. Goclenius *Acroteleution astrologicum*, 1568 in 12^0 ins Französische übersetzt. In dieser Sprache erschien es aber auch unter dem Titel *Préditions pour trente cinq ans des choses plus memorables* in 8^0 in Lyon 1574. Nach F. J. Studnička war es auch ins Böhmische übersetzt. Die beiden Teile wurden auch einzeln in verschiedenen Jahren herausgegeben. Die wiederholte Auflage desselben und zwar in verschiedenen Sprachen zeugt von der großen Abnahme, welche dasselbe gefunden hat. Dieses ist unstreitig in erster Linie auf die Prophezeiung des Weltunterganges im Jahre 1588 (nicht 1584, wie fast durchgehends gesagt wird) zurückzuführen. Dieselbe verursachte in der ganzen zivilisierten Welt eine merkwürdig große Erregung. Auch in seiner Vaterstadt rief sie, wie mir F. J. Studnička schrieb, einen derartig großen Schrecken hervor, daß die Stadtväter in einer am 11. Juli 1584 (?) anberaumten Sitzung beschlossen, in der Stadtkirche Predigten, Bittgänge u. dgl. Akte abzuhalten, um sich darauf vorzubereiten. Sollte der Dechant nicht dafür sein, so soll er in den Carcer abgeführt werden. So schloß ihr Dekret. Diese Prophezeiung war es aber auch, was Leovitius in den Augen vieler dem Fluche der Lächerlichkeit anheim fallen ließ. Übrigens war Leovitius nicht der erste, der den Weltuntergang für das Jahr 1588 (1584) prophezeit hatte, sagt er ja selbst, daß sie mit den wissenschaftlich ganz begründeten Prophezeiungen der ältesten Astronomen übereinstimmen. Nach Wydra wenigstens hatte sich dieselbe schon ein Regiomontanus und Schoner angeeignet; Leovitius suchte sie seinerseits astronomisch und astrologisch zu begründen.

8. Über die bereits am 7. November 1572 gesehene, aber von Tycho erst vom 11. November[1]) an beobachtete stella nova, nach ihm „stella nova

1) Wolf sagt (*Handb. der Astr.*) wie die meisten Schriftsteller richtig „11. November", ein anderes Mal aber „9. November".

Tychonis" benannt, wurden vom 25. November an auch durch Leovitius Beobachtungen angestellt, über welche er ein Schriftchen in lateinischer und deutscher Sprache erscheinen ließ, welch' letzteres („Verfertiget den 20. Februarij | im Jar 1573") betitelt ist: **Von dem newen Stern. Bericht Cypriani von Leowitz Mathematici zu Laugingen | von dem newen Stern oder Cometen | welcher gesehen ist worden im Nouember vnd December des 1572. auch im Jannario vnd Februario des 1573. Jars.** Mit Kayserlicher Majestet Gnad vnd Freyheit nicht nachzutrucken. Getruckt zu Laugingen an der Donav | im Jar 1573."

Nicht weniger als durch sein unter 7 genanntes Werkchen wurde er durch dieses Traktätchen — es hat nur 4 Seiten Inhalt und noch dazu wenig wissenschaftlichen — viel genannt. Ja es bildete sich im Verlaufe der Zeit über ihn die Legende, daß er diesen Sterne mit dem „Sterne der drei Weisen aus dem Morgenlande" in Zusammenhang zu bringen trachtete, spricht ja noch O. Warnatsch in der Zeitschrift Natur und Offenbarung, Bd. **42** (1896), die Vermutung aus, Leovitius habe sich dazu und astrologischer Zwecke halber durch Kometenerscheinungen der Jahre 945 und 1264[1]), die historisch nachgewiesen seien, verleiten lassen, und hielt diese Behauptung noch ein Astronom der Neuzeit, Klinkerfues, der Beachtung wert. Aus des Leovitius Schriftchen aber ergibt sich über die Sternerscheinungen der Jahre 945 und 1264, daß er ein geschriebenes Buch als Quelle hatte, nicht, wie Mädler berichtet, „eine alte Nürnberger Chronik, die jedoch wenigstens gegenwärtig nicht mehr existiert", ferner daß er „des Sternes der drei Weisen" keine Erwähnung macht. Da nun die spärlichen arabischen und chinesischen Berichte über das Auftreten von *neuen Sternen* damals kaum bekannt gewesen sein dürften, so könnte Leovitius seine Mitteilung nur aus einer geschriebenen Chronik geschöpft haben. Jedoch selbst die oben genannte gedruckte umfangreiche Mansfelder Chronik schweigt sich über das Jahr 945 vollständig aus. Aber auch über den Kometen von 1264 scheint Leovitius nur eine verschwommene Nachricht gehabt zu haben, denn diese Chronik berichtet darüber: „Anno 1264: Ist im Augustmonath ein grausamer schrecklich Comet erstlich und volgende 3. Monde lang am himmel gesehen worden, und ist allemal vor der ☉auffgang nach morgen wieder erschienen." Das Sternbild der Kassiopeja, in welcher die stella nova stand und auch bei ihrem früheren Erscheinen hätte gestanden haben müssen, geht aber in unseren Breiten nicht unter. Die Mitteilung ferner, welche Pingré in seiner *Cométographie* über Kometenerscheinungen in den Jahren 945 und 1264 macht, ruhen gleichfalls auf unsicherer Basis. Denn seine Citate führen über Lubienitzky, Hevel, Licetus und Brahe schließlich wieder auf Leovitius zurück.

1) Mädler, *Gesch. d. Himmelsk.*, sagt II, 269 richtig „1264", I, 190 aber „1260".

Gegen die Art und Weise der Beobachtung dieses Sterns durch Leovitius, seine Mitteilungen über dessen Glanz, Farbe, Veränderung derselben, seine scheinbare Bewegung, Abnahme seiner Größe und die daraus gezogenen Schlußfolgerungen geht Tycho in seinen ausführlichen, ja weitläufigen Auseinandersetzungen *De stella nova anni 1572*, in welchen er dieses Schriftchen vollständig anführt, scharf zu Gericht.

9. Im Jahre 1590 erschien zu Leipzig ein astrologisches Werkchen, in welchem eine leichte Art die Nativität zu stellen gelehrt wird, nach dem Vorgange der vorzüglichsten Astronomen Joh. Stoffler und Cyprian Leovitius von Georg Cunäus, Doktor der Medizin.

10. Dem *Inventum* P. Apiani durch M. Georgium Galgemair (Augsburg 1616) ist auf 3 Seiten ein „**Inventum Cypr. Leovitii, a Leonicia. De retinenda vel abijcienda latitudine ſignificatorum et promiſſorum in directionibus**“ beigefügt unter Hinweis auf Schonerus lib. 3. cap. 6.

11. Das in Ae. Strauchius, *Astrologia aphoristica* (Uitembergae 1712. in 8⁰) von M 8 bis C 3 mitgeteilte „**Cypriani Leovitii De judiciis nativitatum doctrina**“ ist nur ein Abdruck des gleichen Themas aus dem Ephemeridenwerke des Leovitius aa bis aa2. Dasselbe ist auch teilweise als Manuskript, aber nicht von der Hand des Leovitius, in der Münchener Staatsbibliothek vorhanden.

12. Das in der *Bibliogr. générale de l'astronomie par* Houzeau et Lancaster I, p. 784 Nr. 4921 als Manuskript aufgeführte und in der Nationalbibliothek in Paris vorhandene „**Liber de judiciis astrorum; praemittitur thema genethliacum Adami a Dietrichstain, nati anno 1527**“ und das hierauf bezügliche ebenfalls als MS in der vatikanischen Bibliothek befindliche „**L'horoskope de Dietristain**“ habe ich in den Werken des Leovitius nicht abgedruckt gefunden; jedoch ist in das vorgenannte Werk desselben aa 8 bis aa 9 ein „Exemplum genituræ secundae quae accidit anno domini 1527“ aufgenommen, das jedenfalls auf diese Geburt Bezug hat.

In dem oben zitierten Werke erwähnt Tycho Brahe, daß sehr viele zu astronomischen Rechnungen, insbesondere zur ausführlicheren und leichteren Herstellung der Tafeln des primum mobile[1]) dienliche Manuskripte des Leovitius in Augsburg in der Bibliothek der Fugger zum großen Nachteil für die Förderung der Wissenschaft verwahrt seien. Dann sind auch die Ephemeriden sehr vieler Jahre nicht bloß nach der alfonsinischen, sondern auch nach der kopernikanischen Rechnung abgeleitet (was alles

---

1) „Sphaera integra primi mobilis“ ist in der ptolomäischen Astronomie „Orbis unicus, in quo decem circuli imaginantur quorū praecipui sunt Aequinoctialis et Zodiacus“ (Schreckenfuchs s. u.), hier jedoch wie sonst öfter ist „Primum mobile“ eine Art sphärischer Astronomie.

ihm bei seiner Anwesenheit in Lauingen Leovitius gezeigt habe) dem Lichte der Öffentlichkeit entzogen. Dieselben befinden sich nunmehr in der k. k. Hofbibliothek in Wien [1]) und zwar sind es 27 verschiedene und 2 Duplikate. Der Übersicht halber teile ich sie in 3 Gruppen: Die eine umfaßt Manuskripte zu den oben besprochenen Werken oder Teile davon, die zweite bilden hauptsächlich Tabellenwerke mit und ohne Kommentar, die der dritten sind astrologischer Natur, entweder Anweisungen zur astrologischen Wahrsagekunst (Geomantia) oder Feststellungen der Nativität verschiedener Persönlichkeiten unter den mannigfaltigsten Titeln (Nativitates. Genethliacon, judicium seu explicatio totius nativitatis, thema coeleſtis et judicium de nativitate). Ich werde nur auf die der 2. Gruppe und die beiden Dedikationswerke an Kaiser Maximilian II., welche der letzten Kategorie angehören, näher eingehen. Die Schriftform ist bei allen durchgesehenen die humanistische Minuskel, nur die „Explicatio nativitatis Maximiliani II. Imp.“ ist in Kurrentschrift geschrieben. Ich führe sie nach der Reihe, wie sie mir übermittelt wurden, auf.

1) Nr. 10 786 d. k. k. H. B.[2]): Ephemerides compendiosae quadringentorum annorū, incipientes ab Anno domini 1349 et extendentes se usque ad annū Domini 1750. Per Cyprianum Leovitium à Leonicia Boemum supputatae. Ohne Jahresangabe.

Diese Ephemeriden enthalten in rotgedruckten Tafeln handschriftlich sorgfältigst eingetragen für den 10., 20. und 31., bezw. 10., 20. und 30., bezw. 10., 20. und 28. Tag der einzelnen Monate der vorbezeichneten Jahre auf der linken Seite die Angabe der astronomischen Längen von ☉, ☽, ♄, ♃, ♂, ♀, ☿ und des aufsteigenden Mondknotens (☊) als „Motus Solis et Lunae ac Planetarum Capitisque in Zodiaco“ in Graden und Minuten und auf der rechten Seite die Latitudines Planetarum ab Ecliptica in Graden und Minuten, daneben für das betreffende Jahr die Angabe der goldenen Zahl, des Sonnenzirkels, Sonntagsbuchstabens, die Daten von Quadragesima, Pascha, Pentecoste und Aventus Doj.

Ihnen folgen „Tabulae ex quibus longitudines ac latitudines planetarum ad ſingulos menſium dies citra ullum laborem colliguntur“ auf 13 Seiten, mittels welcher die angegebenen Größen für den Mittag eines beliebigen Tages der 8, 9, 10 und 11 tägigen Intervalle auf Min. genau berechnet werden können.

Diesem gebundenen Tabellenwerke liegt eine auf 4 Blättern gefertigte

---

1) Nach gefälliger Mitteilung der Direktion sind sie schon im 17. Jahrh. dorthin gekommen, während die Kaiserlichen Dedikationsexemplare im 16. Jahrh. der Wiener Palatina eingereiht wurden.

2) K. k. Hofbibliothek.

handschriftliche Anweisung zur Anwendung dieser letzteren Interpolationstafeln bei.

2) Nr. 10923 der k. k. H. B.: Tabulae Astronomicae alias resolutae dictae, ex quibus tum erraticorum, tum etiam fixorum syderum, motus ad multa praeterita et futura tempora calculari possunt, pro meridiano celeberrimae civitatis Germaniae Augustae Vindelicorum constitutae. Quarum ussus extendit se etiam ad alium quemvis meridianum, praeceptis doctrinae in hoc consultis. In gratiam Generosi ac Magnifici viri D. Georgij Fuggeri, Domini in Kyrchberg et Weysenhorn ū Domini ac Mecaenatis sui perpetua fide et observantia colendissimi. Per Cyprianum Leovicium à leonicia. Ohne Jahresangabe.

Diese Arbeit beginnt mit einer sehr elementaren Einleitung, nämlich über die vier Operationen mit Bogenteilen (^{0}, $'$, $''$, $'''$, $''''$, $'''''$), eine weitere über die Bestimmung des mittleren Standes der Planeten, der „Auges" der Planeten zu einer bestimmten Zeit, des Argumentes der Sonne, des mittleren Argumentes der drei oberen Planeten und dann der drei unteren (☾, ♀, ☿), des mittleren Zentrums der 5 Planeten (außer ☾), des Mondes speziell, über den Ort des gemeinschaftlichen „Aux" zu einer beliebig gegebenen Zeit, über den wahren Ort der Fixsterne, die wahre Bewegung der Sonne und des Mondes zu einer beliebig gegebenen Zeit, über das Genzahar (Drachenkopf) des Mondes, über die wahren Bewegungen der übrigen 5 Planeten, über die Richtung, das Rückwärtsschreiten und den stationären Zustand der 5 Planeten, über die Beschleunigung oder Verzögerung der Bewegung des Mondes, über dasselbe sowie über die Gleichheit der Bewegung der übrigen Planeten, ob ein Planet durch die Zahl vermehrt oder vermindert wird (nämlich ob die Gleichung seines Arguments zu seiner mittleren Bewegung addiert oder subtrahiert wird), über die Aufsuchung der Breite des Mars, eine Regel über die Sonne, über die Aufsuchung der Breite der Venus und des Merkur, ob ein Planet von den drei oberen in seiner Breite aufsteigend oder absteigend ist, dasselbe über die beiden unteren (Venus und Merkur), ob ein Planet sowohl in seinem Deferens als in seinem Epicykel aufsteigend oder absteigend ist, den Auf- und Untergang der drei oberen Planeten, der Venus, des Merkur, über die erste Erscheinung und das Verschwinden der drei oberen Planeten, der zwei unteren, ob ein Planet von den drei oberen sichtbar oder unsichtbar ist in den Strahlen der Sonne, dasselbe von den zwei unteren. [1])

---

1) Über das ptolemäische System und die der neuen Astronomie fremden Begriffe geben drei Tafeln am Schlusse des Werkes Eras. Oswaldi Schreckenfuchsii *Commentaria in novas theoricas planetarum Georgii Purbachii* (Basel 1556), eine treffliche Übersicht.

Dann folgen die nötigen Tafeln, manche bis zum Jahrg. 2060 reichend, zum Schluß eine Tafel der 33 hervorragendsten Fixsterne und des Orionnebels nach Länge, Breite (in Graden und Minuten), Größe (drei Größenklassen) und Natur (natura) mit Angabe derjenigen Planeten, deren Wirkungen sie entsprechen, von ALPHONS nach 1251 Jhr. und 5 Mt. rektifiziert. Zur Charakterisierung der Art der Bezeichnung, der Genauigkeit und Veränderlichkeit der Position sei folgendes Beispiel angeführt: Cauda Leonis 5 S (signa) $11^{0}\ 38'$ Länge $11^{0}\ 50'$ n. Br. I. Cl., Sat., Ven. und Merkur. Nach den neueren Sterntafeln ist dieser Stern β Leonis II. Cl. und hat eine Rektascenzion von $175^{0}\ 47'\ 54''$ und eine nördliche Deklination von $15^{0}\ 12'\ 53{,}5''$, welchen Werten nach meinen Berechnungen ohne Berücksichtigung der Nutation eine Länge $\lambda = 170^{0}\ 1'\ 47''$ und eine n. Breite $\beta = 12^{0}\ 16'\ 34''$ entspricht. Unter Zugrundelegung einer mittleren Präzession von $50{,}2113''$ müßte sich für die Zeit von 1251 Jahr. 5 Mt. nach † eine Länge von 5 S $10^{0}\ 3'\ 47''$ ergeben.

3) Ein anderer Band seiner Manuskripte (Nr. 10924 d. k. k. H. B.) ist betitelt: TABULA AD SCIENDUM QUOT PARTES AEQUATORIS ET EARUM SCRUPULA, SINGULIS HORIS ASTRONOMICIS AC EARUM MINUTIS, RESPONDEANT: ET È CONTRA, QUOT HORAE ASTRONOMICAE AC EARUM MINUTA, SINGULIS PARTIBUS AEQUATORIS ET EARUM SCRUPULIS und TABULA AD COGNOSCENDUM QUOT PARTES ET SCRUPULA ECLIPTICAE, SINGULIS ASCENSIONIBUS RECTIS VEL OBLIQUIS AUT DESCENSIONIBUS OBLIQUIS, RESPONDEANT, beide mit Anweisungen zu ihrem Gebrauche und Interpolationstafeln: TABULA PRO SUPPUTANDIS VARIIS TABULIS ASTRONOMICIS, VALDE UTILIS AC NECESSARIA ebenfalls mit Anweisung, um Interpolationen zwischen je 3^{0}, 5^{0}, 8^{0}, 9^{0}, 10^{0}, 11^{0}, 12^{0}, 20^{0} der Ekliptik vornehmen zu können.

4) Ein großer Band eines Manuskriptes (Nr. 10696 d. k. k. H. B.) führt den Titel: OPUS ASTRONOMICUM ABSOLUTISSIMUM, EDOCENS RATIONEM CALCULANDI MOTUS, NON TAM ERRATICARUM QUAM FIXARUM STELLARUM, AD MULTOS PRAETERITOS ET FUTUROS ANNOS.

HUIC ADJECTA EST DOCTA AC METHODICA DEMONSTRATIO, EX QUIBUSNAM FONTIBUS SEU PRINCIPIJS TABULAE ASTRONOMICAE, MOTIBUS COELESTIUM SYDERUM, CALCULANDIS COMPETENTES, IN ISTO OPERE CONTENTAE, DEDUCANTUR VEL CONSTENT, ET QUALITER ILLAE AD OMNEM MERIDIANUM DEBEANT FORMARI AC DE NOVO COMPONI, EXEMPLIS, IN SINGULA DOCTRINAE PRAECEPTA, APPLICATIS. Ebenfalls GEORG FUGGER gewidmet.

Ihr geht voraus die schon oben zu Nr. 10923 angeführte Einleitung, während sie selbst enthält: eine Anweisung zur Herstellung von Tafeln der mittleren Bewegungen der Planeten, des Drachenkopfes, der „Auges" und der Fixsterne und des Vorwärts- und Rückwärtsschreitens der 8. Sphäre nach 1^{h}, 1^{d}, einem gemeinen Jahre, einem Schaltjahre, 10 Jhr., 20 Jhr., 100 Jhr., 500 Jhr., 1000 Jhr., 2000 Jhr., eine Zusammenstellung von Tafeln der mittleren Argumente der drei unteren Planeten nach denselben Zeiten, des mittleren Argumentes der Breite des Mondes nach 1^h, 1^d, einem gemeinen Jhr., 4 Jhr. einschließlich eines Schaltjahres, eine Tafel aller vorgenannten Größen in weiter auseinander gelegenen Jahren bis zu 2000 Jhr., ferner eine Anweisung zur Herstellung von Tafeln für die mittleren Bewegungen der Planeten und der mittleren Argumente der drei unteren Planeten in den einzelnen Monaten eines gemeinen Jahres und eines Schaltjahres und des mittleren Argumentes der Breite des Mondes nach einem gemeinen Jahre und nach einem Schaltjahre, all dasselbe in den einzelnen Tagen, Stunden und Minuten und eine Anweisung zur Herstellung von Tafeln über diese Größen für bestimmte Jahre.

Seinen Berechnungen der mittleren Bewegungen der Gestirne legt er als „radix primaria“ die Zeit Christi Geburt und den Meridian von Nürnberg zugrunde (einige Astronomen nehmen die r. pr. mit der Zeit der Erschaffung der Welt, einige die Zeit der Sündflut, andere die Zeit des Königs Nabuchodonozor). Dann folgt eine Berechnung der „Auges“ der Planeten zur Zeit Christi Geburt und Herstellung von Tafeln nach dieser für ein bestimmtes Jahr mit Anweisung zu deren Gebrauch, für Differenzen derselben für auseinander liegende Jahre, für die einzelnen Monate eines gemeinen-, eines Schaltjahres, der einzelnen Tage, eine Anweisung über die Berechnung der mittleren Bewegung der Planeten zu jeder gegebenen Zeit und der schon unter 2) der MS genannten astronomischen Grössen, außerdem noch die Aufsuchung der Breite des Jupiter und Saturn — weitere Ausführungen dessen, was in Nr. 10923 enthalten ist, — eine Tafel über die astronomischen Daten zur Zeit der Geburt der Fuggerschen Familienglieder, dann Tabulae Astronomicae motibus coelestium syderum competentes, pro meridiano praeclarissimae civitatis Germaniae, Norimbergae, supputata. Quarum ussus extendit se etiam ad alium quemvis meridianum, praeceptis doctrinae in hoc consultis, welche zu den vorhergehenden Lehren für bestimmte Jahre, beziehungsweise für eine gewisse Zahl von Jahren die obengenannten astronomischen Daten enthalten, dann Tafeln der Gleichungen der 8. Sphäre, der Sonne, des Mondes und der 5 übrigen Planeten, Tafeln der Breiten des Mondes und der übrigen Planeten, beide „omnium civitatum meridianis inservientes“, und zum Schluss die obengenannte Sterntafel, welche ebenfalls in Nr. 10923 sich vorfindet.

5) Nr. 10689 der k. k. H. B.: Tabulae colligendarum ex ephemeridibus latitudinum planetarũ summa fide, cura, et diligentia supputatae, gleichfalls Georg Fugger gewidmet. 1553.

L. gibt hier eine Anweisung, wie durch Interpolation mittels der beigefügten Tafeln aus den Ephemeriden, da dieselben die Breiten der 5 Planeten nicht für die einzelnen Tage, sondern nur für den 1., 10. und 20. Tag eines jeden Monats enthalten, für einen beliebigen Tag berechnet werden können. Einerseits aus den gewählten Beispielen, welche aus den Jahren 1520 und 1524 genommen sind, andererseits aus dem Hinweise auf seine handschriftlichen „Tabulae colligendorum ex ephemeridibus motuum planetarum ad quoduis tempus“, vollends aus der hier einmal auch beigefügten Jahreszahl (1553) kann geschlossen werden, daß sie Vorarbeiten zu seinem großen Ephemeridenwerke waren, das, wie oben erwähnt, mit dem Jahr 1556 beginnt und dieselben für die einzelnen Tage gibt.

6) Nr. 10697 der k. k. H. B.: TABULA DOMORUM RATIONALIUM, QUAE AD ALTITUDINEM POLI GRAD: 48 MINUT: 8 REFERTUR, auch eine Widmung an GEORG FUGGER, ohne Jahreszahl.

Ein sorgfältig bearbeitetes und reichhaltiges Tafelwerk, dessen Inhalt sich auf dem Grenzgebiete zwischen Astrologie und Astronomie bewegt, insofern es eine Berechnung der Spitzen der Häuser, wie sie REGIOMONTANUS nach seinem 14., 15. und 16. Probleme seiner *Tabulae directionum* im Gegensatze zu PTOLEMAEUS, CAMPANUS und GAZULUS sowie JOHANN VON RAGUSA eingeführt hat, nach Rektaszension des 10., astronomischer Länge des 11., 12., 1., 2. und 3. Hauses, sowie der schiefen Aufsteigung des 1. für die Polhöhe von $48^0\ 8'$ (Augsburg) und für die einzelnen Grade der Ekliptik im Momente ihrer Kulmination liefert. In zwei Stichproben für die Kulmination von ♈ 2^0 finde ich als Rektaszension (der Spitze) des 10. Hauses (d. i. des Kulminationspunktes des Äquators) $1^0\ 51'$, für den Ekliptikbogen (Spitze) des 11. Hauses ♉ $13^0\ 28'\ 37''$. LEOVITIUS gibt an $1^0\ 51'$ und ♉ $13^0\ 28'$.

7) Nr. 10694 der k. k. H. B.: TABULAE EXTRAHENDI MINUTA GRADUUM ECLIPTICAE ET CIRCULORUM POSITIONUM. QUAE QUIDEM RATIO, UT ALIAS VALDE DIFFICILIS AC LABORIOSA EST, ITA HIS ADHIBITIS OMNINO FACILIS ET EXPEDITA DEPREHENDITUR, GEORG FUGGER gewidmet, 1553, enthält ohne allen Kommentar auf den 4 ersten Seiten die Bruchteile von 1^0 in Minuten ausgedrückt für alle Vielfachen der Brüche $^1/_2$, $^1/_3$, ... $^1/_{60}$ bis zu einem ganzen, auf den folgenden aber die Zahlen, welche die Teile von $60'$ sind, die sich aus den in Graden und Minuten gegebenen Bogen durch die aufeinanderfolgenden Zahlen dividiert ergeben — die Bogen genommen bis 5^0. Z. B. gehört zu 107 beim Bogen von $4^0\ 10'$ die Zahl 26, d. h. nach unserer Rechnung ist $4^0\ 10' : 107 = 60' : 26$. Was die Abrundung betrifft, so ist sie nicht nach unserer heutigen Regel in der Art durgeführt, daß bei der Division zweier Zahlen die letzte Ziffer des Quotienten um 1 erhöht wird, wenn der Rest gleich oder größer als die

Hälfte des Divisors ist, was schon Regiomontanus angewendet hat, sondern Leovitius erhöht wohl auch, aber nicht nach dieser Regel; denn er erhöht z. B. bei der Division mit 217 wohl beim Rest 183, aber nicht beim Rest 146. Es beruht dieses in Anbetracht seiner sonstigen Genauigkeit vielleicht auf einer gewissen Ausgleichung der Resultate.

8) Nr. 10599 der k. k. H. B., in Seide gebunden und mit reichem Goldschnitte verziert, ist eine Dedikationsschrift an Kaiser Maximilian II. und fast wortwörtlich mit wenigen Abweichungen das Manuskript zu seinem Werke Nr. 7 in lateinischer Sprache.[1]) Nur fehlt auch hier die „Beschlussrede", dafür aber bildet den Schluss ein „Kurzes Prognostikon" vom Jahre des Herrn 1564 bis zum Ende des Jahres 1569 aus den vorhergehenden Berechnungen entnommen, worin er für Deutschland innere Kriege und Verwicklungen prophezeit, welche das Erlöschen des Septemvirats,[2]) den Verlust der Freiheiten der Fürsten und Städte und den Übergang aller Gewalt auf einen einzigen, den Kaiser, zur Folge haben werden.

9) Eine andere handschriftliche Arbeit (Nr. 10610 der k. k. H. B.), in gleicher Grösse und in gleicher Ausstattung, aber in Kurrentschrift geschrieben, enthält eine „Explicatio nativitatis Maximiliani II. imp. per Cyprianum Leovitium".

Es fehlt wohl die Jahresangabe; da jedoch in einer beigegebenen Tafel die Direktionen aller Signifikatoren (Bedeuter) zu denen ihrer Promissoren (Verheißer) für die einzelnen Jahre mit Beginn des 13. Lebensjahres des Kaisers, d. i. des Jahres 1540, dargestellt sind, so dürfte er dieses Horoskop jedenfalls vor diesem Jahre aufgestellt haben. Nun ist weder in diesem noch in dem vorausgehenden, ebenfalls ausdrücklich Maximilian II. gewidmeten handschriftlichen Exemplare, weder in der lateinischen noch in der deutschen Ausgabe seines Prognostikons eine Stelle zu finden, an welcher Leovitius demselben prophezeit, daß er Monarch von ganz Europa werde, weswegen nach Bayle[3]) der französische Geschichtschreiber Bodinus und insbesondere sein Nachbeter L. Guyon die Schale des Spottes über Leovitius ausschütteten; er sollte nach dieser Weissagung sogar über die ganze Welt regieren.[4])

Wenn sich auch schon aus dem Vorgeführten ergeben dürfte, wie weit Leovitius der Beachtung wert erachtet werden darf, so dürfte es doch nicht unangezeigt sein, von Zeitgenossen und Geschichtschreibern über ihn gefällte Urteile zu hören.

---

1) Es ist in der k. k. Hofbibliothek unter Nr. 10600 noch ein anderes handschriftliches Exemplar dieses Werkes vorhanden.

2) Der Kurfürstenwürden.

3) *Dictionnaire historique et critique* III, 664—665.

4) *Nouv. biogr. générale* (Firmin Didot) t. **30**, 814.

Wir haben schon oben bemerkt, daß KEPLER ihn wiederholt zitiert, ja gewissermaßen als Autorität, so z. B. auch in *De stella nova in pede serpentarii* 1604 und 1605 cap. XI. p. 651[1]): „Bisher wurde gezeigt, an welchen Tagen Saturn und Jupiter, an welchen auch Merkur mit beiden zusammentreffe. Weil aber nach der Lehre des CYPRIANUS LEOVITIUS der Hinzutritt des Mars das richtige Maß einer großen Konjunktion ausmacht, so wollen wir auch die Beobachtungen dieses Planeten hinzufügen"; ferner ebenda cap. XXV. p. 703 eine große Konjunktion nach der Lehre des CYPRIANUS definierend. Auch die Worte MAGINIS[2]): „. . uſq; extenſam illarum tabularũ expoſitionẽ CYPRIANI LEOVITIJ, qui praeterea particulares etiam positionũ tabulas maximo numero auxit, et hoc precipuè nomine fit ipſius labor cōmendabilis" zeugen von dem Gewichte seines Namens. TYCHO[3]) bedauert zwar, daß LEOVITIUS den astrologischen Weissagungen allzusehr ergeben war und seine mühsamen Berechnungen der Ephemeriden nicht durch astronomische Beobachtungen mit dem Himmel in Einklang gebracht habe, nennt ihn aber einen durch Gelehrsamkeit und Geburt gleich ausgezeichneten und berühmten Mann, der des Lobes und der Erinnerung würdig sei und dessen ungeheuere Arbeiten im astronomischen Kalkul er immer empfehlenswert erachtet habe. WEIDLER[4]) bestätigt im ganzen Lob und Tadel des TYCHO und zitiert das Lob TRISSIERS *(Éloges* P. I. p. 422) über eines seiner Werke, der außerdem im 3. Band seiner *Abrégé de l'histoire des savans* das Urteil des BODINUS anführt mit den Worten: „BODINUS hat bemerkt, daß dieser Astrologe LEOWITZ einer der größten Mathematiker seines Jahrhunderts war." LEOVITIUS findet dann des öftern Erwähnung in Briefen von GIOVANNI DI STRASSOLDO, von BARTOLOMEO CHRISTINI und von PIETRO MAGNANI an ANTONIO MAGINI und von letzterem an THOMAS FINK[5]). DE THOU nennt LEOVITIUS wegen seiner Werke wiederholt einen rühmlich bekannten Astronomen.

1) J. KEPLERI *Opera omnia* ed. FRISCH.

2) *De astrologica ratione* (Venedig 1607), D ∂ 2.

3) *Astr. instauratae progymnasmata* (de stella nova), 1610, p. 705—710.

4) *Historia astronomiae* (1741), LIX A. 1556. p. 369.

5) Siehe A. FAVARO, *Carteggio inedito di TICONE BRAHE, GIOVANNI KEPLERO e di altri celebri astronomi e matematici dei secoli XVI. e XVII. con GIOVANNI ANTONIO MAGINI* (Bologna 1886), p. 226, 275, 306, 364, 385.

Zusammenstellung von Arbeiten, welche sich mit Steinerschen Aufgaben beschäftigen.

Von Rudolf Sturm in Breslau.

Herr Loria spricht in seinem Aufsatze über Jonquières von dem bedauerlichen Mangel einer Geschichte der Untersuchungen, welche gemacht worden sind, um die zahlreichen unbewiesenen Behauptungen in den Werken Steiners zu beweisen.[1])

Als eine Vorarbeit zu einer solchen Geschichte erlaube ich mir, eine Zusammenstellung der Notizen zu veröffentlichen, welche ich mir seit dem Erscheinen der *Gesammelten Werke* Steiners über einschlägige Arbeiten gemacht habe. Sie macht nicht den Anspruch, vollständig zu sein; ich hoffe aber, daß sie auch so schon willkommen sein und zu Ergänzungen anregen wird.

Die Steinerschen Abhandlungen mögen kurz mit den Nummern bezeichnet werden, welche sie in den Inhaltsverzeichnissen der beiden Bände der *Gesammelten Werke* tragen; bei den bekannteren ist ein abgekürzter Titel zugefügt.

Band I.

Abh. 1.

Fiedler, *Cyklographie* (Leipzig 1882), Vorrede (in der auf den Text verwiesen wird), S. IX.

2. O. Hermes, *Ausdehnung eines Satzes vom ebenen Vierseit auf räumliche Figuren;* Journ. für Mathem. 56, 1859, 218—246.
   O. Hermes, *Sätze über Tetraeder, welche dem von Desargues über ebene Dreiecke analog sind.* Progr. Cöln. Realgymn. Berlin 1856.

S. 15, 16, vgl. Abh. 9, S. 141, 142, und Bd. II Abh. 12, S. 106, 107, 113.

Abh. 2. (Einige geometrische Betrachtungen.)

Diese Abhandlung ist von mir in der Sammlung: Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. **123** neu herausgegeben und mit Anmerkungen, Zusätzen und literarischen Notizen versehen worden. In den Zusätzen werden einige mit ihr zusammenhängende Lehrsätze und Aufgaben

1) G. Loria, *L'œuvre mathématique d'Ernest de Jonquières;* Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, S. 276.

aus andern Aufsätzen STEINERS herangezogen, bei denen es dann hier genügen mag, auf „Klassiker Nr. **123**" zu verweisen.[1])

Zum MALFATTIschen Problem trage ich nach:

F. HALL, *Die älteren rein geometrischen Beweise zu STEINERS Konstruktion der MALFATTIschen Aufgabe.* Progr. Progymn. Wattenscheid 1898. 13 S. 4⁰.

A. WITTSTEIN, *Zur Geschichte des MALFATTIschen Problems.* Zweite Auflage. Nördlingen 1878.

FIEDLER, *Cyklographie* bezieht sich auch vielfach auf diese Abh.; ferner

G. AFFOLTER, *Zur Geometrie des Kreises und der Kugel;* Arch. der Mathem. 57, 1875, 1—61.

K. T. VAHLEN, *Über STEINERsche Kugelketten;* Zeitschr. für Mathem. 41, 1896, 153—160.

Zu S. 61:

CH. GUDERMANN, *Beweis des von Herrn STEINER aufgestellten Lehrsatzes;* Journ. für Mathem. 8, 1832, 160—168.

Verallgemeinerung der konjugierten Kreisbüschel: STEINER-SCHRÖTER, *Vorlesungen über synthetische Geometrie*, 3. Aufl. (kurz: STEINER-SCHRÖTER), § 51.

Abh. 3.

S. ROBERTS, *On the figures formed by the intercepts of a system of straight lines in a plane, and on analogous relations in space of three dimensions;* Proc. of the London mathem. soc. 19, 1888, 405—422.

V. EBERHARD, *Ein Satz aus der Topologie;* Mathem. Ann. 36, 1890, 121—133.

V. EBERHARD, *Eine Klassifikation der allgemeinen Ebenensysteme;* Journ. für Mathem. 106, 1890, 89—120.

Abh. 5.

Vergl. Bd. II Abh. **16**, Anm. ** auf S. 187, Anm. **13** auf S. 731.

CH. GUDERMANN, *Über die niedere Sphärik;* Journ. für Mathem. 8, 1832, 363—369 [speziell S. 367].

Abh. 6.

STEINER-SCHRÖTER, S. 255.

Abh. 7.

1, 2. TH. CLAUSEN, *Auflösung der Aufgaben 1 und 2;* Journ. für Mathem. 6, 1830, 404—407.

O. G. D. AUBERT, *Bemerkungen zu den Aufgaben und Lehrsätzen . . .;* Journ. für Mathem. 5, 1830, 163—173.

3. Vergl. Abh. **11**, Aufg. 4.

---

1) In Anm. 3 habe ich dort nicht richtig gesagt, daß das Manuskript zu dem in der Einleitung von STEINER erwähnten fast druckfertigen Werke: „Das Schneiden der Kreise in der Ebene, der Kugeln im Raume und der Kreise auf der Kugelfläche" nicht gefunden ist. Tatsächlich ist dasselbe, wie Herr F. BÜTZBERGER in einem Aufsatze: *Zum 100jährigen Geburtstage STEINERS* (Zeitschr. für mathem. Unterr. 27, 1896, 161—171) mitgeteilt hat, von ihm in Bern gefunden worden, und man darf hoffen, daß dies Werk bald erscheinen wird.

4. Mit dieser Aufgabe wollen wir mehrere andere Aufgaben und Lehrsätze zusammenstellen: Abh. 8, Lehrs. 11; Abh. 11, Lehrs. 6—8; Abh. 18, vierter Absatz; *System. Entw.*, Anhang 80)—83); darüber: Klassiker Nr. **123**, S. 112.
Fiedler, *Cyklographie*, z. B. Vorrede XI.

5—9. F. Heinen, *Auflösung der Aufgaben . . .;* Journ. für Mathem. **3**, 1828, 285—300.

7. Remy, *Beweis zweier Lehrsätze;* Journ. für Mathem. **3**, 1828, 84—85. Steiner-Schröter, S. 296.

8. Vergl. Abh. **16**, Nr. 19.
O. Hermes, *Das Fünfflach und Fünfeck im Raume entsprechend dem Vierseit und Viereck der Ebene;* Journ. für Mathem. **56**, 1859, 247—262.
Steiner-Schröter, S. 296.
Fiedler, *Cyklographie* Nr. 180.

9. Vergl. Abh. **16**, Nr. 9 und Bd. II Abh. **24**, Nr. 3.

10. Vergl. *System. Entw.*, Anhang 78).

12. Vergl. Abh. **18**, sechster Absatz.
Klassiker Nr. **123**, S. 110.

Abh. 8.

In der Originalabhandlung haben die Lehrsätze andere Nummern, die in älteren Arbeiten zitiert sind, und zwar 1—6 die Nummern 25—30, 8—11 die Nummern 31—34.[1])

3. Klassiker Nr. **123**, S. 108.

8. Vergl. Abh. **15**, § 1.

5. Vergl. Abh. **16**, Nr. 19.

5—10. F. Heinen, *Auflösung der Aufgaben . . .;* Journ. für Mathem. **3**, 1828, 285—300.

11. Vergl. Abh. **7**, Aufg. 4.

Abh. 9.

Vergl. Abh. **1** und in Bd. II Abh. **12**.

Abh. 10 (Treffgeraden von 4 Geraden).

Vergl. *System. Entw.*, Art. 57.

---

1) Der Lehrsatz 7 steht nicht in der Originalabhandlung; aber in Abh. **15**. — Bei dieser Zusammenstellung habe ich einen Mangel der *Ges. Werke* vielfach empfunden, daß nämlich die Seiten des Originals nicht, wie das z. B. jetzt in den Klassikern der ex. Wiss. geschieht, angegeben sind. Stellen, welche in älteren Arbeiten nach der Seite des Originals zitiert werden, sind in den *Werken* nur mühsam zu finden. So habe ich es aufgegeben, die in Baltzers *Elementen der Mathematik*, Bd. II erwähnten Stellen Steiners aufzusuchen, und begnüge mich, hier zu erwähnen, daß sich in diesen *Elementen* manche Beweise Steinerscher Sätze befinden. Willkommen wäre es auch gewesen, wenn man schon aus den Inhaltsverzeichnissen ersehen könnte, wo die Originalabhandlung steht; zumal viele Überschriften wenig aussagen.

Abh. 11.

Im Original 54—65 statt 1—12.

1. Vergl. Abh. 16.

Eberty, *Beweis der Lehrsätze . . .;* Journ. für Mathem. 5, 1830, 107—109.

3. Vergl. *System. Entw.*, Anh. 79).

4. R. Sturm, *Liniengeometrie* I, S. 35 Anm.

R. Sturm, *Berichtigungen zu Steiners Gesammelten Werken;* Zeitschr. für Mathem. 45, 1900, 235—240.

6—8. Vergl. Abh. 7, Aufg. 4.

10. Th. Clausen, *Beweis des Lehrsatzes No. 63;* Journ. für Mathem. 7, 1831, 33—34.

F. Heinen, *Einiges in Bezug auf den . . . Lehrsatz;* Journ. für Mathem. 18, 1838, 176—184.

11. Remy, *Beweis zweier Lehrsätze;* Journ. für Mathem. 3, 1828, 84—85.

Abh. 12.

E. Cesaro, *Studio di trasversali;* Giorn. di matem. 22, 1884, 240—242.

Abh. 14.

Im Original 11—27 statt 1—17.

1. Ch. Gudermann, *Combinatorisch-analytische Abhandlung, enthaltend den Beweis der vier Summationsformeln;* Journ. für Mathem. 5, 1830, 402—403.

2, 7. Fiedler, *Cyklographie,* Vorr. VII, VIII.

5. Th. Scheerer, *Beweise einiger geometrischer Sätze;* Journ. für Mathem. 6, 1830, 98—99.

6. D. C. L. Lehmus, *Beweis des Lehrsatzes . . .;* Journ. für Mathem. 3, 1828, 279.

Remy, *Beweis des Lehrsatzes . . .;* Journ. für Mathem. 3, 1828, 280.

Ungenannt, *Beweis des Lehrsatzes . . .;* Journ. für Mathem. 3, 1828, 281—284.

14, 15. Bauer, *Auflösung der Aufgaben 24, 25;* Journ. für Mathem. 19, 1839, 227—230.

Steiner-Schröter, Nr. 223, 238.

12—15. Vergl. *System. Entw.*, S. 439.

Abh. 15.

Eine Erweiterung von § 1 in Bd. II Abh. 35, § 11. — § 2. Vergl. Abh. 8, Lehrs. 4. — Gergonnes Satz S. 188 ist falsch; vergl.:

R. Sturm, *Über einen vermeintlich richtigen Satz von Gergonne;* Arch. der Mathem. 5_3, 1903, 9—10.

Abh. 16.

Verschiedene Sätze sind von Steiner selbst in den „Geometrischen Constructionen". (Bd. I, S. 461, vergl. S. 492) bewiesen, ferner in Steiner-Schröter; auch Fiedlers *Cyklographie* hat Beziehungen insbesondere zu 6.

Abh. 18.

Erster Absatz. Vergl. Bd. II Abh. 46, S. 704.

A. EHLERT, *Zu den Eigenschaften des vollständigen Vierseits;* Arch. der Mathem. 69, 1883, 332—336.

J. MENTION, *Démonstration d'un théorème de STEINER;* Nouv. ann. de mathém. 1_2, 1862, 16—20, 65—67.

B. SPORER, *Geometrische Sätze;* Zeitschr. für Mathem. 31, 1886, 43—49.

Zweiter Absatz. Vergl. Abh. **14**, Lehrs. 7, 8.

Dritter Absatz, verbessert in *System. Entw.*, Anh. 54).

Vierter Absatz. Vergl. Abh. **7**, Aufg. 4.

Fünfter Absatz. Vergl. den genannten Anh. 76).

O. HERMES, *Über Anzahl und Form von Vielflachen.* Progr. Cöln. Gymn. Berlin 1894. 30 S. 4⁰.

O. HERMES, *Verzeichnis der einfachsten Vielflache.* Progr. Cöln. Gymn. Berlin 1896. 24 S. 4⁰.

O. HERMES, *Die Formen der Vielflache;* Journ. für Mathem. **120**, 1899, 27—59, 305—353.

Sechster Absatz. Vergl. Abh. **7**, Lehrs. 12.

Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten voneinander (zum dritten Male abgedruckt in den Klassikern der exakten Wissenschaften Nr. 82, 83, herausgegeben mit Anm. von A. VON OETTINGEN).

S. 407. Anm. P. MUTH, *Über Tetraederpaare;* Zeitschr. für Mathem. 37, 1892, 117—122.

Anhang.

1) SCHALLIBAUM, *Auflösung der Aufgabe 1;* Journ. f. Mathem. 18, 1838, 127—133.

3) J. PLÜCKER, *Lehrsätze;* Journ. für Mathem. 9, 1832, 411—412.

J. PLÜCKER, *Analytisch-geometrische Aphorismen;* Journ. für Mathem. **11**, 1834, 26—32.

BAUER, *Beweise einiger geometrischer Lehrsätze;* Journ. für Mathem. **19**, 1839, 205—230 [speziell 214].

P. H. SCHOUTE, *Ein STEINERsches Problem;* Journ. für Mathem. **101**, 1887, 154—161.

STEINER-SCHRÖTER, Anhang Nr. 100.

8), 9) z. B. SCHRÖTER, *Oberfl. 2. Ordn.*, § 31, 32.

10) A. KRAMER, *Auflösung der 10. Aufgabe;* Journ. für Mathem. 18, 1838, 185—188.

STEINER-SCHRÖTER, § 24.

15) (Tetraedraler Complex.) Leider in Anm. 25) S. 527 (sowie in SCHRÖTERS *Oberfl. 2. Ordn.*, S. 233) falsch beantwortet, richtig schon vorher durch REYE in der ersten Auflage der *Geometrie der Lage* (1868), Bd. II, Vortr. 15 (3. Aufl.[1]) Bd. III, Vortrag 1).

H. MÜLLER, *Zur Geometrie auf den Flächen zweiter Ordnung;* Mathem. Ann. 1, 1869, 407—423 [speziell S. 413].

R. STURM, *Das Problem der räumlichen Projectivität;* Mathem. Ann. **6**, 1873, 513—550 [speziell § I].

---

1) Sonst wird von diesem jetzt dreibändigen Werke von II und III die 3. Aufl., von I die 4. Auflage zitiert.

R. STURM, *Liniengeom.* Bd. I, letzter Abschnitt.

16), 24), 27) BAUER, *Beweis des . . . Lehrsatzes;* Journ. für Mathem. 19, 1839, 209—210, 211—212, 213—214.

30), 31) W. LUDWIG, *Über die Ebenen, welche aus einer Fläche zweiten Grades einem gegebenen Kegelschnitte ähnliche Kegelschnitte ausschneiden.* Diss. Breslau 1898. 74 S. 8⁰.

34) Vergl. Bd. II, S. 633.

REYE, *Geometrie der Lage* II, 15. Vortr.

35)—37) REYE, *Geometrie der Lage* I, 18. Vortr.

39) Vergl. Bd. II Abh. **45**, III 3.

F. KROES, *Untersuchung des Systems unter einander ähnlicher Kegelschnitte, welche einem Dreiecke umgeschrieben sind.* Diss. Göttingen 1881.

44) SCHÄLLIBAUM, *Über die 44. Aufgabe . . .;* Journ. für Mathem. 18, 1838, 134—141.

46) z. B. STEINER-SCHRÖTER, Nr. 105.

47), 48) z. B. L. CREMONA, *Einleitung in eine geometrische Theorie der ebenen Curven* § 15, 22 und S. 274.

STEINER-SCHRÖTER, § 63.

50), 51) L. CREMONA, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen,* Nr. 139.

REYE, *Geom. der Lage* III, 16. bis 18. Vortr., Anhang Nr. 71 und 81 ff.

52) Vergl. die allgemeineren Sätze Bd. II Abh. **31**, 1a) und Abh. **34**, § 11 I 1).

STEINER-SCHRÖTER, Nr. 87.

54) (Verallgemeinerung des PASCALschen Satzes.) Es genüge, STEINER-SCHRÖTER, § 28, Nr. 114 und Anh. Aufg. 31, sowie SALMON-FIEDLERS *Analytische Geometrie der Kegelschnitte* (5. Aufl.), § 287 und den zugehörigen Literatur-Nachweis 78) anzuführen; dazu:

CREMONA-REYE in REYE, *Geom. der Lage* III, S. 183.

F. LINDEMANN, *Über das PASCALsche Sechseck;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in München (Mathem. Kl.) 32, 1902, 153—161.

59) z. B. O. HESSE, *Anal. Geom. des Raumes* (3. Aufl.), S. 120.

60), 61) Vergl. Bd. II Abh. **47**.

O. HESSE, *Über die lineäre Construction des achten Schnittpunktes dreier Oberflächen zweiter Ordnung, wenn sieben Schnittpunkte derselben gegeben sind;* Journ. für Mathem. 26, 1843, 147—154.

F. SEYDEWITZ, *Construction und Classification der Flächen des zweiten Grades mittelst projectivischer Gebilde;* Arch. der Mathem. 9, 1847, 158—214.

M. CHASLES, *Principe des correspondances entre deux objets variables, qui peut être d'un grand usage en géométrie;* Comptes rendus Paris 41, 1855, 1097—1107 [speziell S. 1103].

H. SCHRÖTER, *Problematis geometrici ad superficiem secundi ordinis per data puncta construendam spectantis solutio nova;* Journ. für Mathem. 62, 1863, 215—231.

H. SCHRÖTER, *Oberfl. 2. Ordn.,* § 53.

TH. REYE, *Geom. der Lage* III, S. 24, 26, 32.

R. STURM, *Das Problem der Projectivität und seine Anwendung auf die Flächen zweiten Grades;* Mathem. Ann. 1, 1869, 533—574.

H. Picquet, *Quelques problèmes sur les surfaces du second degré;* Journ. für Mathem. 73, 1871, 365—369.

H. Picquet, *Sur trois problèmes fondamentaux relatifs aux surfaces du second degré;* Journ. für Mathem. 99, 1885, 225—232.

R. Heger, *Zur Construction einer Fläche zweiter Ordnung aus neun gegebenen Punkten;* Zeitschr. für Mathem. 25, 1880, 98—100.

C. Hossfeld, *Construction der Fläche zweiter Ordnung aus neun Punkten von denen acht imaginär sind;* Zeitschr. für Mathem. 33, 1888, 187.

J. Thomae, *Lineare Construction einer Fläche zweiter Ordnung aus neun Punkten;* Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. 44, 1892, 543—545.

Salmon-Fiedler, *Raumgeometrie* (2. Aufl.) I, Nr. 135.

P. Serret, *Géométrie de direction* (Paris 1869), insbes. Kap. III[1]), IV, XI, XIII.

Th. Reye, *Über Polfünfecke und Polsechsecke räumlicher Polarsysteme;* Journ. für Mathem. 77, 1874, 269—288 [speziell S. 271].

Th. Reye, *Geom. der Lage* II, Anh. Nr. 58 ff.

F. London, *Über constructive Probleme aus der Theorie der reciproken Verwandtschaft und der Flächen 2. Ordnung;* Mathem. Ann. 38, 1891, 334—368.

62) Poncelet, *Traité des propr. proj.* (2. Aufl.) Bd. I, S. 386; Bd. II, S. 90.

Hesse, *Anal. Geom. des Raumes* (3. Aufl.), 16. Vorl.

Salmon-Fiedler, *Raumgeom.* I, Nr. 135.

Schröter, *Oberfl. 2. Ordnung,* § 71.

63) 7 Punkte:

M. Chasles, *Sur la surface et sur la courbe à double courbure lieux des sommets des cônes du second ordre qui divisent harmoniquement six ou sept segments rectilignes pris sur autant de droites dans l'espace;* Comptes rendus Paris 52, 1861, 1157—1162 [speziell S. 1158].

R. Sturm, *Flächen 3. Ordn.*, S. 37.

R. Sturm, *Untersuchungen über das Flächennetz zweiter Ordnung;* Journ. für Mathem. 70, 1869, 212—240.

R. Sturm, *Das Problem der Projectivität und seine Anwendung auf die Flächen zweiten Grades;* Mathem. Ann. 1, 1869, 533—574.

Reye, *Geom. der Lage* III, 15. Vortr.

Salmon-Fiedler, *Raumgeom.* I, Nr. 234.

Cremona, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen,* Nr. 130.

Schröter, *Oberfl. 2. Ordnung,* § 72.

6 Punkte:

Th. Weddle, *On the theorems in space analogous to those of Pascal and Brianchon in a plane;* Cambridge and Dublin mathem. journ. 5, 1850, 58—69.

M. Chasles, a. a. O.

A. Cayley, *Sur les cônes du second ordre qui passent par six points donnés;* Comptes rendus Paris 52, 1861, 1216—1218.

R. Sturm, *Das Problem der Projectivität und seine Anwendung auf die Flächen zweiten Grades;* Mathem. Ann. 1, 1869, 533—574.

F. Caspary, *Nouvelles manières d'exprimer, au moyen des fonctions hyper-*

---

1) Das in Kap. III § 1 ohne genaueres Zitat besprochene „Théorème de Steiner" in den *Werken* zu finden, ist mir nicht gelungen. Vergl. auch Steiner-Schröter, Anh. Nr. 38.

elliptiques de première espèce, les coordonnées d'un point de la surface du quatrième degré décrite par les sommets des cônes du second ordre qui passent par six points; Bullet. d. sc. mathém. 15_2, 1891, 308—317.

E. Laguerre, *Sur les cônes du second degré qui passent par 6 points donnés dans l'espace;* Bullet. de la soc. mathém. de France 1, 1872, 71—75.

Allgemeines für ein Gebüsch:

Reye, *Geom. der Lage* III, 16. Vortr.

Salmon-Fiedler, *Raumgeom.* I, Nr. 233.

Cremona, *Grundzüge*, Nr. 139.

64), 65), 66), 73) A. Cayley, *On the surfaces each the locus of the vertex of a cone which passes through m given points and touches 6 — m given lines;* Proceed. of the London mathem. soc. 4, 1873, 11—47.

C. Hierholzer, *Über Kegelschnitte im Raume;* Mathem. Ann. 2, 1870, 563—586.

H. G. Zeuthen, *Sur la détermination des caractéristiques de surfaces du second ordre;* Nouv. ann. de mathém. 7_2, 1868, 385—403.

J. Lüroth, *Über die Anzahl der Kegelschnitte, welche acht Gerade im Raume schneiden;* Journ. für Mathem. 68, 1868, 185—190.

H. Schubert, *Zur Theorie der Charakteristiken;* Journ. für Mathem. 71, 1870, 366—386.

H. Schubert, *Kalkül der abzählenden Geometrie* (Leipzig 1879), S. 95, 104, 105.

67) G. Affolter, *Zur Theorie der Flächen dritter Ordnung;* Arch. der Mathem. 56, 1874, 113—132.

R. Sturm, *Über die 27 Geraden der cubischen Fläche;* Mathem. Ann. 23, 1884, 289—310 [speziell S. 304].

68a) J. B. Eck, *Über die Vertheilung der Axen der Rotationsflächen zweiten Grades, welche durch gegebene Punkte gehen.* Diss. (Münster) Bonn 1890. 145 S. 8⁰ [speziell S. 139, 142].

72) H. Vogt, *Über die Kugeln, welche ein räumliches Vierseit berühren;* Journ. für Mathem. 92, 1882, 328—342.

75) Th. Reye, *Geom. der Lage* II, 20. Vortr.

R. Sturm, *Liniengeometrie* II, Nr. 309, 310.

76) Vergl. Abh. **18**, fünfter Abschnitt.

78) Vergl. Abh. **7**, Lehrs. 10.

R. Baltzer, *Elemente der Mathem.* II, 5. Buch, § 6, 10 (mit älterer Literatur).

H. Vogt, *Das Tetraeder mit Höhenschnittpunkt.* Progr. Friedrichs-Gymn Breslau 1881.

H. Schröter, *Oberfl. 2. Ordnung,* § 13, 14.

79) Vergl. Abh. **11**, Lehrs. 3.

80)—83) Vergl. Abh. **7**, Aufg. 4.

Die geometrischen Constructionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und Eines festen Kreises sind auch in der Sammlung Klassiker der exakten Wissenschaften erschienen (Nr. **60**), ebenfalls mit Anmerkungen herausgegeben von A. von Oettingen.

Band II.

Abh. 2.

C. G. J. Jacobi, *Über den Steinerschen Satz von den Primzahlen;* Journ. für Mathem. 14, 1835, 64—65.

Abh. 3.

1, 2, 3. M. A. Stern, *Beweis dreier Lehrsätze;* Journ. für Mathem. **14**, 1835, 76—79.

4. Vergl. Abh. **11, 12.**

M. C. Dippe, *Aufgaben;* Journ. für Mathem. **16**, 1837, 74—75.

6. Steiner-Schröter, Nr. 232.

Abh. 4.

G. Loria, *Spez. alg. und transsc. ebene Kurven* (Leipzig 1902), 3. Abschn. Kap. 13.

Abh. 5.

1, 4, 14, 15. Dippe, *Über einige Aufgaben;* Journ. für Mathem. **16**, 1837, 65, 66—68, 68—73.

2, 3. Vergl. Abh. **6** und **12.**

4, 6, 7. Vergl. Abh. **6** und **16.**

5. Vergl. Abh. **16.**

R. A. Luchterhandt, *Beweis der Lehrsätze . . .;* Journ. für Mathem. **18**, 1838, 213—219 [speziell S. 216].

8. Schällibaum, *Beweis eines . . . Lehrsatzes;* Journ. für Mathem. **16**, 1837, 82—85.

R. Sturm, *Würfel und reguläres Tedraeder als Maximum und Minimum;* Journ. für Mathem. **97**, 1884, 1—13 [speziell S. 8].

14. Vergl. Schluß von Abh. **8.**

E. Cesaro, *Les lignes barycentriques;* Nouv. ann. de mathém. 5_3, 1886, 511—520.

Abh. 6.

1. E. Fasbender, *Beweis eines . . . Lehrsatzes;* Journ. für Mathem. **25**, 1843, 186—188.

3, 4. K. H. Schellbach, *Auflösung der Aufgaben . . .;* Journ. für Mathem. **16**, 1837, 360—362.

R. A. Luchterhandt, *Beweis der Lehrsätze . . .;* Journ. für Mathem. **18**, 1838, 213—219.

5. Brune, *Auflösung der Aufgabe Nr. 5;* Journ. für Mathem. **16**, 1837, 80—81.

K. H. Schellbach, *Auflösung der Aufgaben . . .;* Journ. für Mathem. **16**, 1837, 360—362.

6, 7, 8. Vergl. Abh. **16, 17.**

Abh. 7.

Vergl. die Abhandlungen **16, 17**, ferner Anm. 8)[1]) auf S. 727 und den Schluß der Anm. 15).

E. Fasbender, *Auflösung einiger . . . Aufgaben;* Journ. für Mathem. **33**, 1846, 366—370.

17 Anm. Vergl. Abh. **17**, Nr. 62.

---

1) Die Notiz in Anm. 8), die sich auf die Klammer in Nr. 7 dieser Abhandlung bezieht, rührt nicht von Steiner, sondern von H. A. Schwarz her. Vergl. R. Sturm, *Würfel und reguläres Tetraeder als Maximum und Minimum;* Journ. für Mathem. **97**, 1884, 1—13 [speziell S. 12].

Abh. 8.

Vergl. Abh. **12** und Anm. 16 S. 729.

Abh. 11 (Punkt kleinster Entfernungssumme).

Vergl. Anm. 11) S. 729.

R. Sturm, *Über den Punkt kleinster Entfernungssumme von gegebenen Punkten*; Journ. für Mathem. **97**, 1884, 49—62.

Zu der dort angegebenen Literatur trage ich nach: Torricelli, Fermat, Cavalieri, Riccati, Frisi; dazu:

Frenet, *Recueil d'exercices*, Aufg. 230, S. 144.

G. Loria, *Généralisation d'un problème de minimum classique;* Mathesis 9_2, 1899, 131—136.

M. Cantor, *Gesch. der Mathem.* (2. Aufl.) **2**, 848.

G. S. Klügel, *Mathem. Wörterbuch* **5**:2 (1831), Art. Vieleck.

Gauss und Schumacher, *Briefwechsel* III, Briefe 513—528.

Ch. Sturm, *Etant donnés trois points et un plan, trouver dans ce plan un point tel que la somme de ses distances aux trois points donnés soit un minimum;* Annales de mathém. **14**, 1824, 13—16.

E. Uhlich, *Altes und neues zur Lehre von den merkwürdigen Punkten des Dreiecks.* Progr. Grimma 1886. 34 S. 4⁰.

K. Simon, *Über den Punkt kleinster Entfernungssumme und die Flächen* $\Sigma r_n = const.$ Diss. Halle 1887. 45 S. 8⁰.

J. N[euberg], *Bibliographie relative à un problème de Fermat;* Mathesis 2_2, 1892, 162—163.

V. Schlegel, *On the problem of the minimum sum of the distances of a point from given points;* Bullet. of the americ. mathem. soc. 1_2 1895, 33—52.

Abh. 12 (Über den Krümmungsschwerpunkt).

Vergl. Abh. **1** und **9** in Bd. I.

F. Seydewitz, *Einige Eigenschaften des Punktes der kleinsten Entfernung;* Arch. der Mathem. 8, 1846, 174—193.

C. Neumann, *Sul baricentro di curvatura delle curve algebriche;* Annali di matem. **1**, 1868, 280—282.

C. Neumann, *Sul baricentro di curvatura delle superficie algebriche;* Annali di matem. **1**, 1868, 283—284.

R. Sturm, *Über den Punkt kleinster Entfernungssumme von gegebenen Punkten;* Journ. für Mathem. **97**, 1884, 49—62 [speziell S. 60].

Abh. 13.

W. Schell, *Curven doppelter Krümmung* (2. Aufl.), S. 57 Anm.

Abh. 15.

R. Sturm, *Ein Analogon zu Gauss' Satz von der Krümmung der Flächen;* Mathem. Ann. **21**, 1883, 379—384.

Abh. 16, 17 (Die großen Abhandlungen über Maximum und Minimum).

Zum Hauptsatze in der Ebene (**17** in Abh. **16**, **25** in Abh. **17**):

F. Edler, *Vervollständigung der Steinerschen elementar-geometrischen Beweise* *für den Satz, daß der Kreis größeren Flächeninhalt besitzt, als jede andere ebene Figur gleich großen Umfangs;* Nachr. d. Ges. d. Wiss. in Göttingen 1882, 73—80.

Zum Hauptsatze im Raume (70 in Abh. **17**):

H. A. SCHWARZ, *Beweis des Satzes, daß die Kugel kleinere Oberfläche besitzt, als jeder andere Körper gleichen Volumens;* Nachr. d. Ges. d. Wiss. in Göttingen 1884, 1—3.

J. O. MÜLLER, *Über die Maximaleigenschaft der Kugel.* Diss. Göttingen 1903. 51 S. 8°.

Zu 19—25, 30, 63, 64 in Abh. **16**; 3, 20 in Abh. **17**:

R. STURM, *Bemerkungen und Zusätze zu* STEINERS *Aufsätzen über Maximum und Minimum;* Journ. für Mathem. **96**, 1884, 36—77.

E. LAMPE, *Über das Minimum des Inhalts eines Vierecks bei gegebenen Seiten;* Journ. für Mathem. **96**, 1884, 78—80.

Zu 30 und 47 I in Abh. **17**:

R. STURM, *Würfel und reguläres Tetraeder als Maximum und Minimum;* Journ. für Mathem. **97**, 1884, 1—13.

J. LANGE, *Eine Gruppe planimetrischer Maxima und Minima;* Arch. der Mathem. 2_2, 1885, 430—435.

L. CERTO, *Sui poligoni piani semplici;* Giorn. di matem. **23**, 1885, 366—367.

L. CERTO, *Sull' n-agono inscritto isoclino in un n-agono piano semplice dato;* Giorn. di matem. **26**, 1888, 46—60.

R. E. ALLARDICE, *On some properties of the quadrilateral;* Proceed. of the mathem. soc. of Edinburgh 8, 1890, 27—29,

E. NEOVIUS, *Über eine specielle geometrische Aufgabe des Minimums;* Nachr. d. Ges. d. Wiss. in Göttingen 1887, 407—410.

25 in Abh. **16**:

H. UMPFENBACH, *Beweis, daß ein Vieleck mit gegebenen Seiten am größten ist, wenn seine Ecken in einem Kreis liegen;* Journ. für Mathem. **25**, 1843, 184—185.

E. FASBENDER, *Ein Vieleck mit gegebenen Seiten ist am größten, wenn seine Ecken in einem Kreisbogen liegen;* Journ. für Mathem. **26**, 1843, 181—182.

57 in Abh. **17**:

O. BERMANN, *Über Schwerpunktsörter und Umhüllungsflächen bei Triederschnitten.* Progr. Liegnitz 1874.

O. BERMAMN, *Ein Minimumproblem;* Zeitschr. für Mathem. **31**, 1886, 49—53, 381—382.

62 in Abh. **17**. Vergl. Abh. **7**, Nr. 17 Anm.

SALMON-FIEDLER, *Raumgeom.* II, S. 74.

REYE, *Geom. der Lage* III, 8. Vortr.

SCHRÖTER, *Oberfl. 2. Ordnung,* S. 529.

Zu den isoperimetrischen Sätzen:

BALTZER, *Elem. der Mathem.* Bd. II, 4. Buch § 15.

Abh. 20.

Vielfache Beziehung zu Abh. **45**, III; daher die dort erwähnten Schriften von Dörholt und Gundelfinger-Dingeldey. — Zu VIII:

P. Serret, *Géométrie de direction* (Paris 1869), Nr. 218.

Abh. 21.

Steiner-Schröter, § 34 und 38.

Abh. 22.

2. Vergl. Abh. **45**, III (Dörholt); *System. Entw.*, Anh. 39 (Kroes).
3. H. E. M. O. Zimmermann, *Beweis eines Lehrsatzes von Jacob Steiner;* Zeitschr. für Mathem. **31**, 1886, 121—125.
   A. Cayley, *Sur un théorème relatif à huit points sur une conique*; Journ. für Mathem. **65**, 1866, 180—184.
   F. Rathke, *Über zwei Configurationen von Punkten, welche sich aus fünf, resp. sechs beliebigen Punkten eines Kegelschnittes ergeben.* Diss. Marburg 1885.
6. Vergl. Abh. **46**, III.

Abh. 24.

1. G. Loria, *Über einen von Steiner entdeckten Satz und einige verwandte Eigenschaften der Flächen zweiter Ordnung;* Zeitschr. für Mathem. **30**, 1885, 291—300.

1, 2. O. Bermann, *Beweis zweier Steinerscher Lehrsätze;* Arch. der Mathem. **53**, 1871, 129—137.

Abh. 25.

Zum Anhang: Steiner-Schröter, § 55.

Abh. 26 (Steinersche Polygone).

A. Clebsch, *Über einen Satz von Steiner und einige Punkte der Theorie der Kurven dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. **63**, 1864, 94—121.

Ed. Weyr, *Über einige Sätze von Steiner und ihren Zusammenhang mit der zwei- und zweigliedrigen Verwandtschaft der Grundgebilde ersten Grades;* Journ. für Mathem. **71**, 1870, 18—28.

Ed. Weyr, *Zusätze zu dem* [vorangehenden] *Aufsatze;* Journ. für Mathem. **73**, 1871, 87—93.

Ed. Weyr, *Über Curven dritter Ordnung mit einem Doppelpunkte;* Mathem. Ann. **3**, 1871, 235—237.

Clebsch-Lindemann, *Vorlesungen* I, S. 589.

P. H. Schoute, *Die Steinerschen Polygone;* Journ. für Mathem. **95**, 1883, 105—119, 201, 317—324.

C. Küpper, *Über die Steinerschen Polygone auf einer Curve dritter Ordnung C^3 und damit zusammenhängende Sätze aus der Geometrie der Lage;* Mathem. Ann. **24**, 1884, 1—41.

H. Schröter, *Ebene Curven 3. Ordnung*, § 31.

V. Eberhard, *Die Raumkurven vierter Ordnung erster und zweiter Species in ihrem Zusammenhang mit den Steinerschen Schließungsproblemen bei den* *ebenen Curven dritter Ordnung;* Zeitschr. für Mathem. **32**, 1887, 65—82, 129—144.

R. STURM, *Liniengeometrie* I, Nr. 31.

B. SPORER, *Einiges über gewisse Kreissysteme;* Mathem. naturw. Mittheil. (Stuttgart) **2**, 1887, 107—111.

H. G. ZEUTHEN, *Nouvelle démonstration du principe de correspondance de CAYLEY et BRILL, et méthode à la détermination des coïncidences de correspondances algébriques sur une courbe d'un genre quelconque;* Mathem. Ann. **40**, 1892, 99—124 [speziell § IV].

E. CZUBER, *Die STEINERschen Polygone;* Journ. für Mathem. **114**, 1895, 312—332.

Abh. 27.

Vergl. Abh. **46**, III.

Abh. 28.

Die bei Abh. **46** genannte Dissertation von PYRKOSCH.

Abh. 29.

Vergl. Abh. **34**, § 3; Abh. **41**, S. 618—619; Abh. **45**, S. 666; Abh. **46**, S. 711—714.

W. FIEDLER, *Geometrische Mittheilungen;* Vierteljahrsschr. d. naturf. Ges. in Zürich **29**, 1884, 332—365.

W. FIEDLER, *Cyklographie*, Vorrede und § 170.

W. FIEDLER, *Über die Durchdringung gleichseitiger Rotationshyperboloide von parallelen Axen;* Acta Mathem. **5**, 1884, 331—408 [speziell S. 390 ff].

§ 2, 5. Vergl. Abh. **35**, § 12.

§ 6. Zu der richtigen Zahl 3264 an Stelle der STEINERschen 7776 (Anm. 25 S. 739) auch:

H. SCHUBERT, *Kalkül der abzählenden Geometrie,* S. 97 und 338 Lit. Nachr. 31.

Abh. 30.

C. RODENBERG, *Über ein Maximumproblem;* Zeitschr. für Mathem. **24**, 1879, 63—64.

Abh. 31.

1. E. DE JONQUIÈRES, *Démonstration de quelques théorèmes de STEINER;* Nouv. ann. de mathém. **20**, 1861, 94—98, 190—196.

STEINER-SCHRÖTER, Nr. 87, 295.

J. K. MEISTER, *Über die Systeme, welche durch Kegelschnitte mit einem gemeinsamen Polardreieck, bezw. durch Flächen 2. Grades mit einem gemeinsamen Polartetraeder gebildet werden. Erster Teil;* Zeitschr. für Mathem. **31**, 1886, 321—347 [speziell S. 345].

1. c) d). STEINER-SCHRÖTER, Anhang 40, 41.

Zweite Abh. 31.[1])

1, 2, 3. J. F. ONSTEIN, *Behandlung und Erweiterung der von STEINER (J. für Math. XLV 177) mitgetheilten Sätze.* Progr. Realgymn. Aachen 1887.

---

1) Im Inhaltsverzeichnis wegen der gleichen Überschrift mit der vorigen zusammengefaßt.

3. E. Dewulf, *Mémoire sur une transformation géométrique générale, dont un cas particulier est applicable à la cinématique;* Ann. de l'école norm. de Paris 3_3, 1886, 405—431 [speziell S. 424].

V. Retali, *Osservazioni analitico-geometriche sulla projezione imaginaria delle curve del second' ordine;* Mem. dell' accad. d. sc. di Bologna 7_4, 1887, 601—637.

6. H. Schröter, *Über Curven dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 6, 1873, 85—111 [speziell S. 88].

Abh. 32.

E. Netto, *Lehrbuch der Combinatorik* (Leipzig 1901), Kap. 10.

Abh. 33.

B. Sporer, *Über eine besondere Transformation algebraischer Curven und damit in Verbindung stehende Sätze Jacob Steiners*; Zeitschr. für Mathem. 36, 1891, 339—348.

Abh. 34.

Vergl. Abh. **29** und die dort genannten Schriften von Fiedler.

Abh. 35 (Sich doppelt berührende Kegelschnitte).

Chasles, *Sections coniques,* insbes. Kap. XIX.

Steiner-Schröter, § 52.

§ 11 III 2. In Abh. **41** am Ende von 3 steht richtig **4** Lösungen. Dazu:

Poncelet, *Propr. projectives* (2. Aufl.), Bd. I, S. 225.

Chasles, *Sections coniques,* Nr. 497.

Steiner-Schröter, Nr. 256.

H. G. Zeuthen, *Nyt Bidrag til Laeren om Systemer af Keglesnit* (Kopenhagen 1865), S. 33.

Th. Reye, *Geom. der Lage* I, Anh. Nr. 186.

Abh. 36.

2—11. Vergl. Abh. **38,** § 15.

12—14. P. H. Schoute, *Solution d'un problème de Steiner;* Bullet. d. sc. mathém. 10_2, 1886, 242—256.

H. G. Zeuthen, *Note sur un problème de Steiner*; Bullet. d. sc. mathém. 11_2, 1887, 82—86.

B. Sporer, *Jacob Steiners Sätze über die Mitten der Abschnitte, welche eine Curve auf einer Geraden bestimmt;* Zeitschr. für Mathem. 37, 1892, 340—365 [speziell S. 353].

17. C. F. Geiser, *Über zwei geometrische Probleme;* Journ. für Mathem. 67, 1867, 78—89.

19, 20. Vergl. Abh. **38,** § 12 II.

H. Schubert, *Kalkül der abzählenden Geometrie,* S. 139, 140.

Abh. 37 (Allgemeine Eigenschaften der algebraischen Curven).

In ihr und noch direkter in Abh. **40** sagt Steiner (1848), daß er die Formeln aufgestellt hat, die wir nach Plücker benennen, der sie vorher gefunden hat.

J. PLÜCKER, *Theorie der algebraischen Curven* (1839).

A. CLEBSCH, *Über die Singularitäten algebraischer Curven;* Journ. für Mathem. 64, 1865, 98—100.

O. HENRICI, *On certain formulae concerning the theory of discriminants, with applications to the theory of polar curves;* Proceed. of the London mathem. soc. 2, 1869, 104—116 [speziell S. 114].

O. HENRICI, *On series of curves, especially on the singularities of their envelopes with applications to polar curves;* Proceed. of the London mathem. soc. 2, 1869, 177—195 [speziell S. 183].

Aus dieser Abhandlung ist CREMONAS Buch: *Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane* (deutsch von CURTZE: *Einleitung in eine geometrische Theorie der ebenen Curven*, Greifswald 1865) entstanden.

Zum Schlusse der Abh.:

L. BERZOLARI, *Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o un doppio contatto oppure si osculano;* Atti dell' accad. d. sc. di Torino 31, 1896, 476—484.

Abh. 38.

Die große Abhandlung über algebraische Curven, welche einen Mittelpunkt haben, über innere Polaren und Transversalen.

P. GÜSSFELD, *Über Curven, welche einen harmonischen Pol und eine harmonische Gerade besitzen;* Mathem. Ann. 2, 1869, 65—127.

A. MILINOWSKI, *Zur Geometrie der ebenen Curven dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. 78, 1874, 177—222.

K. BOBEK, *Über die STEINERschen Mittelpunktscurven;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 98, 1889, 5—27, 394—418, 526—535.

§ 7. P. H. SCHOUTE, *Deux théorèmes relatifs aux centres des courbes algébriques;* Bullet. de la soc. mathém. de France 10, 1882, 219—220.

P. H. SCHOUTE, *Solution d'un problème de STEINER;* Bullet. d. sc. mathém. 10_2, 1886, 242—256 [speziell S. 256].

§ 12, I—III. B. SPORER, *Über eine besondere Transformation algebraischer Curven und damit in Verbindung stehende Sätze JACOB STEINERS;* Zeitschr. für Mathem. 36, 1891, 339—348.

B. SPORER, *Über einige besondere Curven des dritten Grades und solche der dritten Klasse;* Zeitschr. für Mathem. 40, 1895, 159—176 [speziell S. 168, 169].

§ 15. SCHOUTES zweite Abhandlung (auch zu S. 589 Anm.).

§ 18, 1; § 21, I. B. SPORER, *Über eine besondere mit dem Kegelschnittbüschel in Verbindung stehende Curve;* Zeitschr. für Mathem. 38, 1893, 34—47 [speziell S. 36—38].

Zum Abschnitte über Transversalen:

E. DE JONQUIÈRES, *Solution de quelques questions générales concernant les courbes algébriques planes;* Journ. für Mathem. 59, 1861, 313—314,

und insbesondere zu § 25—27:

B. SPORER, *JACOB STEINERS Sätze über den Schwerpunkt der gemeinschaftlichen Punkte einer Geraden und einer algebraischen Curve;* Zeitschr. für Mathem. 37, 1892, 65—78.

B. Sporer, *Jacob Steiners Sätze über die Mitten der Abschnitte, welche eine Curve auf einer Geraden bestimmt;* Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892, 340—365 [speziell S. 340, 346, 355, 358].

Abh. 39.

5. Vergl. Abh. **36**, Nr. 12.

Abh. 40 (Doppeltangenten der Curve 4. Ordnung).

O. Hesse, *Über die Doppeltangenten der Curven vierter Ordnung;* Journ. für Mathem. **49**, 1854, 279—332 [gleichzeitig mit Steiner].

O. Hesse, *Zu den Doppeltangenten der Curven vierter Ordnung;* Journ. für Mathem. **55**, 1858, 83—88.

A. Cayley, *Note sur l'algorithme des tangentes doubles d'une courbe du quatrième ordre;* Journ. für Mathem. **68**, 1868, 176—179.

Salmon-Fiedler, *Höh. ebene Curven* (2. Aufl.), S. 272—295, 304 ff.

S. H. Aronhold, *Über den gegenseitigen Zusammenhang der 28 Doppeltangenten einer allgemeinen Curve vierten Grades;* Monatsber. der Akad. der Wiss. in Berlin 1864, 499—523.

C. F. Geiser, *Über die Steinerschen Sätze von den Doppeltangenten der Curven vierten Grades*; Journ. für Mathem. **72**, 1870, 370—378.

C. F. Geiser, *Über die Doppeltangenten einer ebenen Curve vierten Grades;* Mathem. Ann. **1**, 1868, 129—138.

G. Frobenius, *Über die Beziehungen zwischen den 28 Doppeltangenten einer ebenen Curve vierter Ordnung;* Journ. für Mathem. **99**, 1886, 275—314.

G. Kohn, *Über die Relationen, welche zwischen den verschiedenen Systemen von Berührungskegelschnitten einer allgemeinen Curve vierter Ordnung bestehen;* Monatsh. für Mathem. **1**, 1890, 71—91, 129—158.

M. Nöther, *Zur Theorie der Berührungscurven der ebenen Curven vierter Ordnung;* Abhandl. der Akad. d. Wiss. in München **17**, 1889, 105—150.

H. Weber, *Lehrbuch der Algebra* II, 12. Abschnitt (Die Doppeltangenten einer Curve 4. Ordnung), 351—402.

Abh. 41.

1. B. Sporer, *Über eine besondere Transformation algebraischer Curven und damit in Verbindung stehende Sätze Jacob Steiners;* Zeitschr. für Mathem. **36**, 1891, 339—348.

9 ff. Vergl. Abh. **29**, S. 411—420 und Abh. **46**, S. 710—714.

Abh. 42 (Über Normalen an Curven und Flächen).

In I Beziehungen zu Abh. **46**, III.

Schläfli im Briefwechsel mit Steiner (S. Abh. **44**), S. 76.

F. Joachimsthal, *Über die Anzahl reeller Normalen, welche von einem Punkte an ein Ellipsoid gezogen werden können;* Journ. für Mathem. **59**, 1861, 111—124.

A. Clebsch, *Über das Problem der Normalen bei Curven und Oberflächen der zweiten Ordnung*; Journ. für Mathem. **62**, 1863, 64—109.

O. Terquem, *Sur le nombre des normales qu'on peut mener par un point donné à une surface algébrique;* Journ. de mathém. **4**, 1839, 175—176.

F. August, *Geometrische Betrachtung der Normalen, welche sich von einem beliebigen Punkte auf eine algebraische Fläche fällen lassen;* Journ. für Mathem. 68, 1868, 242—245.

A. Mannheim, *Quelques résultats obtenus par la consideration du déplacement infiniment petit d'une surface algébrique;* Comptes rendus Paris 70, 1870, 1025—1028.

G. Salmon, *On the number of normals which can be drawn from a given point to a given surface;* Cambridge and Dublin mathem. journ. 3, 1848, 46—47.

L. Marcks, *Bestimmung der Ordnung und Classe der Krümmungsmittelpunktsfläche einer Fläche n ter Ordnung;* Mathem. Ann. 5, 1872, 27—29.

C. F. Geiser, *Sulle normali all' ellissoïde;* Annali di matem. 1_2, 1868, 317—328.

R. Sturm, *Über Fußpunkt-Curven und -Flächen, Normalen und Normalebenen;* Mathem. Ann. 6, 1873, 241—263.

R. Sturm, *Über Normalen an algebraische Flächen;* Mathem. Ann. 7, 1874, 567—582.

R. Sturm, *Zur Theorie der algebraischen Flächen;* Mathem. Ann. 9, 1876, 573—575.

G. Fouret, *Sur le nombre des normales communes à deux courbes, à deux surfaces, à une courbe et à une surface;* Bullet. de la soc. mathém. de France 6, 1878, 43—49.

G. Fouret. *Théorèmes sur les normales aux surfaces algébriques;* Association française; Congrès 6 (1877), 265—268.

P. H. Schoute, *Over het projecteeren op opperflakken;* Nieuw arch. voor wisk. 6, 1879, 19—48.

A. Beck, *Zur allgemeinen Theorie der Curven und Flächen;* Mathem. Ann. 14, 1878, 207—211.

G. A. V. Peschka, *Beitrag zur Theorie der Normalflächen;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 82, 1880, 1128—1162.

G. A. V. Peschka, *Normalenfläche einer Developpabeln längs ihres Durchschnittes mit einer krummen Fläche;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 83, 1881, 1163—1214.

G. A. V. Peschka, *Normalenfläche einer krummen Fläche längs ihres Schnittes mit einer anderen krummen Fläche;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 84, 1882, 30—35.

G. A. V. Peschka, *Neue Eigenschaften der Normalflächen für Flächen zweiten Grades längs ebener Schnitte;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 85, 1882, 381—407.

S. Roberts, *Note on normals, and the surface of centres of an algebraical surface;* Proceed. of the London mathem. soc. 4, 1873, 302—307.

S. Roberts, *Notes on normals of conics*; Proceed. of the London mathem. soc. 9, 1880, 65—75.

Th. Reye, *Geometrie der Lage* II, 15. Vortr.; III, 5. Vortr.

R. Sturm, *Liniengeometrie* I, Nr. 283; III, Nr. 873.

S. 631. Anm.

M. Bernhardt, *Über lineare Scharen von Curven und Flächen.* Diss. Tübingen 1897. 30 S. 4⁰.

Abh. 43 (Hypocykloide mit 3 Rückkehrpunkten).

Vergl. Abh. **45**, IIIb.

H. Schröter, *Über die Erzeugnisse krummer projectivischer Gebilde;* Journ. für Mathem. **54**, 1857, 31—47.

L. Cremona, *Sur l'hypocycloide à trois rebroussements;* Journ. für Mathem. **64**, 1865, 101—123. Anschließend: A. Clebsch, Note dazu, 124—125.

C. Intrigila, *Studio geometrico sull' ipocicloide tricuspide;* Giorn. di matem. **23**, 1885, 263—284.

J. K. Meister, *Über Systeme, welche durch Kegelschnitte mit einem gemeinsamen Polardreieck, bezw. durch Flächen 2. Grades mit einem gemeinsamen Polartetraeder gebildet werden. Erster Teil;* Zeitschr. für Mathem. **31**, 1886, 321—347 [speziell S. 331, 332].

P. Perlewitz, *Die Fusspunktlinien des umbeschriebenen Kreises eines Dreiecks, elementar behandelt.* Progr. Sophien-Realgymn. Berlin 1890. 16 S. 4⁰.

C. Wirtz, *Die Steinersche Hypocykloide* Diss. Straßburg 1900.

G. Loria, *Spezielle algebr. und transscend. ebene Kurven,* 3. Abschn. Kap. 7, 8 und 6. Abschn. Kap. 9.

G. Battaglini, *Sopra una curva di terza classe e quarto ordine;* Giorn. di matem. **4**, 1866, 214—237.

H. Siebeck, *Über die Erzeugung der Curven dritter Klasse und vierter Ordnung durch Bewegung eines Punktes;* Journ. für Mathem. **66**, 1866, 344—362.

F. E. Eckhardt, *Einige Sätze über Epicykloiden und Hypocykloiden;* Zeitschr. für Mathem. **15**, 1870, 129—134.

L. Kiepert, *Über Epicycloiden, Hypocycloiden und daraus abgeleitete Curven;* Zeitschr. für Mathem. **17**, 1872, 129—146.

W. Frahm, *Über die Erzeugung der Curven dritter Classe und vierter Ordnung;* Zeitschr. für Mathem. **18**, 1873, 363—386.

A. Milinowski, *Über die Steinersche Hypocycloide mit drei Rückkehrpunkten;* Zeitschr. für Mathem. **19**, 1874, 115—137.

L. Painvin, *Note sur l'hypocycloide à trois rebroussements;* Nouv. ann. de mathém. 9_2, 1870, 202—211, 256—270.

E. Laguerre, *Sur la courbe enveloppée par les axes des coniques qui passent par quatre points donnés;* Nouv. ann. de mathém. 18_2, 1879, 206—218.

E. Laguerre, *Sur quelques propriétés de l'hypocycloide à trois points de rebroussements;* Bullet. de la soc. mathém. de France **7**, 1872, 108—123.

S. Kantor, *Die Tangentengeometrie an der Steinerschen Hypocycloide;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) **78**, 1878. 204—233.

S. Kantor, *Quelques théorèmes nouveaux sur l'hypocycloide à trois rebroussements;* Bullet. d. sc. mathém. 3_2, 1879, 136—144.

P. A. Mac Mahon, *The three-cusped hypocycloid;* Messenger of mathem. 12_2, 1883, 151—157.

R. A. Roberts, *On polygons circumscribed about a tricuspidal quartic;* Proceed. of the London mathem. soc. **14**, 1883, 56—62.

E. Laguerre, *Extrait d'une lettre;* Nouv. ann. de mathém. 9_2, 1870, 254—256.

H. Brocard, *Démonstration de la proposition de Steiner relative à l'enveloppe de la droite de Simson;* Bullet. de la soc. mathém. de France **1**, 1873, 224—228.

Abh. 44 (Flächen 3. Ordnung, 1856).

Aus dem Briefwechsel zwischen Steiner und Schläfli (herausgegeben von J. H. Graf, Bern 1899) geht hervor, daß Letzterer ein wesentlicher Mitarbeiter bei den Untersuchungen über die Flächen 3. Ordnung gewesen ist, und daß Steiner von den Vorarbeiten der englischen Geometer Kenntnis gehabt hat.

A. Cayley and G. Salmon, *On the triple tangent planes to a surface of the third order;* Cambridge and Dublin mathem. journ. 4, 1849, 118—132, 252—260.

J. J. Sylvester, *Sketch of a memoir on elimination, transformation and canonical forms;* Cambridge and Dublin mathem. journ. 6, 1851, 186—200 [speziell S. 199].

H. Grassmann, *Die stereometrischen Gleichungen dritten Grades und die dadurch erzeugten Oberflächen;* Journ. für Mathem. **49**, 1854, 47—65.

F. Brioschi, *Intorno ad alcune proprietà della superficie del terzo ordine;* Annali di sc. matem. 6, 1855, 374—379.

Diese Schriften sind vor Steiners Abhandlung erschienen.

A. Clebsch, *Zur Theorie der algebraischen Flächen;* Journ. für Mathem. 58, 1861, 93—108.

A. Clebsch, *Über eine Transformation der homogenen Functionen dritter Ordnung mit vier Veränderlichen;* Journ. für Mathem. 58, 1861, 109—126.

A. Clebsch, *Über die Knotenpunkte der Hesseschen Fläche insbesondere bei Oberflächen dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. **59**, 1861, 193—228.

A. Clebsch, *Die Geometrie auf den Flächen dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. **65**, 1866, 359—380.

A. Clebsch, *Über die Anwendung der quadratischen Substitutionen auf die Gleichungen fünften Grades und die geometrische Theorie des ebenen Fünfseits;* Mathem. Ann. **4**, 1871, 284—345 [speziell S. 331].

A. Clebsch, *Über die ebene Abbildung einer Fläche dritter Ordnung;* Mathem. Ann. **5**, 1872, 419—421.

G. Salmon, *On quaternary cubics;* Philos. trans. London **150**, 1860, 229—240.

L. Schläfli, *An attempt to determine the twenty-seven lines upon a surface of the third order; and to divide such surfaces into species in reference to the reality of the lines upon the surface;* Quart. journ. of mathem. 2, 1858, 55—65, 110—120.

L. Schläfli, *On the distribution of surfaces of the third order into species, in reference to the absence or presence of singular points, and the reality of their lines;* Philos. trans. London **153**, 1863, 193—241.

L. Schläfli, *Quand' è che dalla superficie generale di terz' ordine si stacca una parte che non sia realmente segata da ogni piano reale?;* Annali di matem. 5_2, 1873, 289—295.

H. Schröter, *Nachweis der 27 Geraden auf der allgemeinen Oberfläche dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. **62**, 1863, 265—280.

L. Cremona, *Mémoire de géométrie pure sur les surfaces du troisième ordre;* Journ. für Mathem. 68, 1868, 1—133.[1])

1) Die *Grundzuge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen* (Berlin 1870) enthalten die Übersetzung dieser Schrift durch Curtze verbunden mit derjenigen der *Preliminari ad una teoria geometrica delle superficie.*

L. Cremona, *Sulle ventisette rette di una superficie del terzo ordine;* Rendiconti dell' istit. lomb. [Milano] 3_2, 1870, 209—219.

L. Cremona, *Teoremi stereometrici, dai quali si deducono le proprietà dell' esagramma di Pascal;* Mem. dell' accad. d. Lincei [Roma] 1_3, 1877, 854—874.

L. Cremona, *Über die Polar-Hexaeder bei den Flächen dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 13, 1878, 301—314.

R. Sturm, *Synthet. Untersuch. über Flächen 3. Ordnung* (Leipzig 1867).

R. Sturm, *Zur Theorie der Flächen dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. 88, 1879, 213—240.

R. Sturm, *Liniengeometrie* III, Nr. 874.

R. Sturm, *Über die Curven auf der allgemeinen Fläche dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 21, 1883, 457—514.

R. Sturm, *Über die 27 Geraden der cubischen Fläche;* Mathem. Ann. 23, 1884, 289—310.

R. Sturm, *Beispiele zu den Cremonaschen ebenen Transformationen;* Mathem. Ann. 26, 1885, 304—308.

Th. Reye, *Geometrie der Lage* III, 7.—13. Vortr. und Anhang S. 182.

Th. Reye, *Geometrischer Beweis des Sylvesterschen Satzes: Jede quaternäre kubische Form ist darstellbar als Summe von fünf Cuben linearer Formen;* Journ. für Mathem. 78, 1874, 114—122.

Th. Reye, *Darstellung quaternärer biquadratischer Formen als Summen von zehn Biquadraten*; Journ. für Mathem, 78, 1874, 123—129.

Th. Reye, *Projectivische Erzeugung der allgemeinen Fläche dritter, vierter und beliebiger Ordnung durch Flächenbündel niederer Ordnung;* Mathem. Ann. 1, 1869, 455—466.

Th. Reye, *Beziehungen der allgemeinen Fläche dritter Ordnung zu einer covarianten Fläche dritter Classe;* Mathem. Ann. 55, 1901, 257—264.

A. Cayley, *A memoir on the theory of reciprocal surfaces;* Philos. trans. London 159, 1869, 201—230.

A. Cayley, *A memoir on cubic surfaces;* Philos. trans. London 159, 1869, 231—326.

A. Cayley, *On the double-sixers of a cubic surface*; Quart. journ. of mathem. 10, 1870, 58—71.

G. Affolter, *Zur Theorie der Flächen dritter Ordnung;* Arch. der Mathem. 56, 1874, 113—133.

P. Gordan, *Über das Pentaeder der Flächen dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 5, 1872, 341—377.

Salmon-Fiedler, *Raumgeometrie* II, Kap. V.

F. Klein, *Über Flächen dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 6, 1873, 551—581.

F. E. Eckhardt, *Über die Flächen, deren Gleichungen aus denen ebener Curven durch eine bestimmte Substitution hervorgehen;* Mathem. Ann. 7, 1874, 591—604 [speziell S. 600].

H. G. Zeuthen, *Etudes des propriétés de situation des surfaces cubiques;* Mathem. Ann. 8, 1874, 1—30.

H. G. Zeuthen, *Sur les pentaèdres complets inscrits à une surface cubique;* Acta Mathem. 5, 1884, 203—204.

C. Rodenberg, *Zur Classification der Flächen dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 14, 1878, 46—110.

H. Thieme, *Zur Construction des Polarsystems einer Fläche dritter Ordnung;* Mathem. Ann. 20, 1882, 144—145.

H. Thieme, *Die Flächen dritter Ordnung als Ordnungsflächen von Polarsystemen;* Mathem. Ann. 28, 1886, 133—151.

R. de Paolis, *Ricerche sulle superficie del terzo ordine;* Memorie dell' accad. dei Lincei [Roma] 10_3, 1881, 123—160.

E. Caporali, *Teoremi sulle superficie di terz' ordine;* Rendic. dell' accad. d sc. di Napoli 20, 1881, 122—130.

C. Le Paige, *Sur les surfaces du troisième ordre;* Acta Mathem. 3, 1884, 181—200.

C. Le Paige, *Nouvelles recherches sur les surfaces du troisième ordre;* Acta Mathem. 5, 1884, 195—202.

K. Küpper, *Über die Flächen dritter Ordnung und vierter Ordnung mit Doppelkegelschnitt, insbesondere über deren Geraden;* Zeitschr. für Mathem. 34, 1889, 129—160 [speziell S. 149].

V. Martinetti, *Sopra alcune configurazioni piane;* Annali di matem. 14_2, 1886, 161—192 [speziell S. 167].

A. Cayley, *On Dr. Wieners Model of a cubic surface and on the construction of a double-sixer;* Trans. of the philos. soc. of Cambridge 12, 1873, 366—383.

A. Cayley, *Note on the theory of cubic surfaces;* Philos. magazine 27_2, 1864, 493—496.

Chr. Wiener, *Stereoskopische Photographien des Modelles einer Fläche 3. Ordnung mit 27 reellen Geraden.* Leipzig 1869.

F. August, *Disquisitiones de superficiebus tertii ordinis.* Diss. Berlin 1862.

H. Picquet, *Sur un nouveau mode de génération des surfaces du troisième ordre;* Bullet. de la soc. mathém. de France 4, 1876, 128—148.

H. Picquet, *Des sections paraboliques et équilatères dans les surfaces du troisième ordre;* Bullet. de la soc. mathém. de France 4, 1876, 153—156.

E. Beltrami, *Sull' equazione pentaedrale della superficie di terzo ordine;* Rendic. dell' istit. lomb. [Milano] 12, 1879, 24—36.

H. Schröter, *Lineare Constructionen zur Erzeugung der cubischen Fläche;* Journ. für Mathem. 96, 1884, 282—323.

E. Bertini, *Contribuzione alla teoria delle 27 rette e dei piani tritangenti di una superficie di terz' ordine;* Annali di matem. 12_2, 1884, 301—346.

C. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques* (Paris 1870), S. 316.

E. Pascal, *Saggio sul gruppo delle sostituzioni fra le 27 rette della superficie di terz' ordine e sui gruppi ad esso isomorfi;* Annali di matem. 20_2, 1892, 163—226, 269—332, 21_2, 1893, 85—137.

E. Pascal, *Sui poliedri circolari che si possono formare coi 45 piani tritangenti della superficie di terz' ordine;* Rendic. dell' istit. lomb. [Milano] 25_2, 1892, 1098—1102.

E. Pascal, *Configurazione delle 36 bisestuple gobbe formate colle 27 rette della superficie di terz' ordine;* Rendic. dell' istit. lomb. [Milano] 25_2, 1892, 1103—1106.

E. Pascal, *Configurazione delle 216 quintuple gobbe di seconda specie formate colle 27 rette della superficie di terz' ordine;* Rendic. dell' istit. lomb. [Milano] 25_2, 1892, 1136—1139.

F. Klein, *Sur la résolution par les fonctions hyperelliptiques de l'équation du 27e degré dont dépend la détermination des 27 droites d'une surface cubique;* Journ. de mathém. 4_4, 1888, 169—176.

H. Burkhardt, *Zur Reduktion des Problemes der 27 Geraden der allgemeinen Fläche 3. Ordnung auf das Transformationsproblem der hyperelliptischen Funktionen $p = 2$;* Nachr. d. Ges. d. Wiss. in Göttingen 1892, 1—5.

M. Pannelli, *Sulla costruzione della superficie di terz' ordine individuata da 19 punti;* Annali di matem. 22_2, 1894, 237—260.

G. Kohn, *Über Flächen 3. Ordnung mit Knotenpunkten;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 96, 1887, 1298—1304.

G. Kohn, *Beweis eines Satzes von Cayley;* Monatsh. für Mathem. 2, 1891, 343—344.

G. Kohn, *Über eine neue Erzeugung der Flächen 3. Ordnung;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 99, 1890, 683—691.

G. Kohn, *Über die Sextupel von geraden Linien, welche von sämtlichen Punkten einer kubischen Fläche als sechs Tangenten eines Kegelschnitts gesehen werden;* Monatsh. für Mathem. 2, 1891, 293—310.

G. Bauer, *Die Hessesche Determinante der Hesseschen Fläche einer Fläche dritter Ordnung;* Abh. der Akad. d. Wiss. in München 14, 1883, 77—90.

K. Rohn, *Über die Raumkurven auf der Fläche dritter Ordnung;* Ber. der sächs. Ges. d. Wiss. [Leipzig] 46, 1894, 84—119.

P. H. Schoute, *Recherche de la position des 27 droites d'une surface cubique les unes par rapport aux autres, à l'aide de la représentation sur un plan;* Verslagen der akad. d. wet. te Amsterdam 1892—1893, 143—144.

G. Humbert, *Sur un complexe remarquable de coniques et sur la surface du 3e ordre;* Journ. de l'éc. polyt. [Paris] 64, 1894, 123—149.

A. Milinowski, *Zur Polarentheorie der Curven und Flächen dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. 89, 1880, 136—150.

S. Kantor, *Über eine eindeutige Abbildung der Flächen dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. 95, 1883, 147—164.

F. Schur, *Zur Theorie der Flächen dritter Ordnung;* Journ. für Mathem. 95, 1883, 207—217.

C. Rodenberg, *Das Pentaeder der Fläche dritter Ordnung beim Auftreten von Singularitäten.* Diss. Göttingen 1874.

K. Bobek, *Zur Klassifikation der Flächen dritter Ordnung;* Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien (Mathem. Cl.) 96, 1887, 355—386.

F. London, *Zur Theorie der trilinearen Verwandtschaft dreier einstufiger Grundgebilde;* Mathem. Ann. 44, 1894, 375—412.

F. London, *Die Raumcurve sechster Ordnung vom Geschlechte 1 als Erzeugniß trilinearer Grundgebilde;* Mathem. Ann. 45, 1894, 545—597.

G. Herting, *Über die gestaltlichen Verhältnisse der Flächen dritter Ordnung und ihrer parabolischen Curven.* Diss. München 1888. 108 S. 8°. [Auch als Programm Studienanst. St. Anna Augsburg 1887, 1888 erschienen.]

E. Ciani, *Sul pentaedro completo;* Rendic. dell' accad. dei Lincei [Roma] 7_4 : 1, 1891, 209—216.

E. Ascione, *Alcune considerazioni sul pentaedro completo;* Rendic. dell' accad. d. sc. di Napoli 6_2, 1892, 147—152.

H. M. Taylor, *On a special formal of the general equation of a cubic surface and on a diagram representing the twenty-seven lines on the surface;* Phil. trans. London 185, 1895, 37—69.

A. Clebsch, *Mittheilung über eine Fläche dritter Ordnung;* Nachr. der Ges. d. Wiss. in Göttingen 1872, 402—403.

F. E. Eckhardt, *Beiträge zur analytischen Geometrie des Raumes, insbesondere zur Theorie der Flächen 3ten Grades mit 4 Doppelpunkten und der Steinerschen Flächen, sowie zur Lehre von den Raumcurven;* Mathem. Ann. 5, 1872, 30—49.

F. E. Eckhardt, *Über diejenigen Flächen dritten Grades, auf denen sich drei gerade Linien in einem Punkte schneiden;* Mathem. Ann. **10**, 1876, 227—272.

E. Ciani, *Sulle superficie cubiche la cui Hessiana si spezza;* Rendic. dell' accad. d. Lincei [Roma] 6_4 : 2, 1890, 55—63.

E. Ciani, *Sulla superficie diagonale di Clebsch;* Rendic. dell' accad. d. Lincei [Roma] 7_4: 1, 1891, 209—216.

E. Ciani, *Sopra le Hessiane delle superficie cubiche;* Rendic. dell' istit. lomb. [Milano] 26_2, 1893, 498—507, 523—533, 557—567.

E. Ciani, *Sopra quelle superficie cubiche le quali si possono riguardare come parti della Hessiana di un' altra superficie cubica;* Rendic. dell' ist. lomb. [Milano] 27_2, 1894, 222—233.

H. W. Richmond, *A symmetrical system of equations of the lines of a cubic surface which has a conical point;* Quart. journ. of mathem. 23, 1889, 170—179.

J. Borgmeyer, *Geometrische Untersuchung über den Ort der Fusspunkte der Lote, welche von einem Punkte auf die Strahlen einer linearen Congruenz gefällt werden.* Diss. Münster 1893. 51 S. 8°.

H. Thieme, *Über eine besondere Fläche dritter Ordnung mit 4 Knotenpunkten;* Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895, 362—369.

Abh. 45, I.

R. Molke, *Über diejenigen Sätze Jacob Steiners, welche sich auf die durch einen Punkt gehenden Transversalen einer Curve nter Ordnung beziehen.* Diss. Breslau 1897. 81 S.

Abh. 45, II.

H. E. M. O. Zimmermann, *Beweis einiger Sätze von Jacob Steiner;* Zeitschr. für Mathem. 32, 1887, 373—377.

M. Bernhardt, *Über lineare Scharen von Curven und Flächen.* Diss. Tübingen 1897. 30 S. 4°.

Abh. 45, III.

1—7. K. Dörholt, *Über einem Dreieck ein- und umgeschriebene Kegelschnitte.* Diss. Münster 1884.

Gundelfinger-Dingeldey, *Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte* (Leipzig 1895), S. 295ff.

3. Vergl. *System. Entw.*, Anh. Aufg. 39).

5. Steiner-Schröter, Nr. 213.

8, 9. Steiner-Schröter, Nr. 199, 220, 233.

Abh. 45, IV.

E. de Jonquières, *Sur le nombre des coniques qui sont déterminées par cinq conditions, lorsque, parmi ces conditions, il existe des normales données. Construction de ces coniques. Théorèmes relatifs à un contact d'une série de coniques et d'un faisceau de droites;* Journ. de mathém. 5_2, 1859, 49—56.

C. F. Geiser, *Über die Normalen der Kegelschnitte;* Journ. für Mathem. 65, 1866, 381—383.

R. Sturm, *Bemerkungen und Zusätze zu Steiners Aufsätzen über Maximum und Minimum;* Journ. für Mathem. 96, 1884, 46—78 [speziell S. 76].

B. Sporer, *Über die Anzahl der Lösungen gewisser Aufgaben und allgemeine Eigenschaften algebraischer Curven;* Zeitschr. für Mathem. 35, 1890, 237—246, 293—306.

A. Wiman, *Über die Anzahl der Kegelschnitte, welche durch Punkte, Tangenten und Normalen bestimmt sind;* Zeitschr. für Mathem. 40, 1895, 296—301.

Abh. 46.

I, III, X—XV. R. Pyrkosch, *Über Ponceletsche Dreiecke, besonders solche, welche confocalen Kegelschnitten ein- und umgeschrieben sind.* Diss. Breslau 1897. 63 S. 8°.

F. X. Stoll, *Über einige Sätze J. Steiners;* Zeitschr. für Mathem. 33, 1888, 78—108.

II. B. Sporer, *Beweis eines Satzes von Jacob Steiner über die Krümmungskreise einer Ellipse;* Zeitschr. für Mathem. 40, 1895, 123—124.

XIV. Vergl. Abh. **30**, S. 411—420 und Abh. **41**, S. 618, 619.

Abh. 48, I (Steinersche Fläche).

E. E. Kummer, *Über die Flächen vierten Grades, auf welchen Schaaren von Kegelschnitten liegen;* Journ. für Mathem. 64, 1865, 66—76.

K. Weierstrass, *Note zur vorstehenden Abhandlung;* Journ. für Mathem. 64, 1865, 77—78.

H. Schröter, *Über die Steinersche Fläche vierten Grades;* Journ. für Mathem. 64, 1865, 79—94.

L. Cremona, *Sur la surface du quatrième ordre qui a la propriété d'être coupée suivant deux coniques par chacun de ses plans tangents;* Journ. für Mathem. 63, 1864, 315—328.

L. Cremona, *Rappresentazione della superficie di Steiner e delle superficie gobbe di terzo grado sopra un piano;* Rendic. dell' istit. lomb. [Milano] 4, 1867, 15—23.

A. Cayley, *Note sur la surface du quatrième ordre de Steiner;* Journ. für Mathem. 64, 1865, 172—174.

A. Clebsch, *Über die Steinersche Fläche;* Journ. für Mathem. 67, 1867, 1—22.

C. F. Geiser, *Zur Theorie der Flächen zweiten und dritten Grades;* Journ. für Mathem. 69, 1868, 197—221.

Th. Reye, *Geometrie der Lage* III, 16. Vortr.

R. Sturm, *Über die römische Fläche von Steiner;* Mathem. Ann. 3, 1870, 76—123.

S. Lie, *Petite contribution à la théorie de la surface Steinérienne;* Arch. for Mathem. 3, 1878, 84—92.

F. Gerbaldi, *La superficie di Steiner, studiata nella sua rappresentazione analitica mediante le forme ternarie quadratiche.* Turin 1881. 61 S. 8°.

L. Berzolari, *Sui combinanti dei sistemi di forme binarie annessi alle curve gobbe razionali del quart' ordine.* Annali di matem. 20_2, 1892, 101—162.

A. Brambilla, *Intorno alla superficie di Steiner. Estensione di una proprietà della superficie di Steiner;* Rend. dell' accad. d. sc. di Napoli 4_3, 1898, 19—22, 300—303.

D. Montesano, *La superficie di Steiner;* Rend. dell' accad. d. sc. di Napoli 5_3, 1899, 88—98.

F. London, *Die Raumcurve sechster Ordnung vom Geschlechte 1 als Erzeugnis trilinearer Grundgebilde;* Mathem. Ann. **45**, 1894, 545—597.

E. Picard, *Sur les surfaces algébriques dont toutes les sections planes sont unicursales;* Journ. für Mathem. **100**, 1886, 71—78.

E. Lampe, *Über ein Analogon im Raume zu einer speciellen Hypocykloiden-Bewegung;* Journ. für Mathem. **100**, 1886, 359—363 [speziell S. 361].

G. B. Guccia, *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono unicursali;* Rendic. del circ. matem. di Palermo **1**, 1886, 165—168.

P. H. Schoute, *Solution of question 8840;* Educ. times **47**, 1887, 40.

L. Renner, *Über die Gruppe der 24 Collineationen, durch welche ein ebenes Viereck oder Vierkant in sich selbst übergeht.* Diss. Strassburg 1896. 26 S. 8⁰.

A. Goller, *Über die Steinersche Fläche.* Diss. München 1902. 69 S. 4⁰.

R. Sturm, *Liniengeometrie* II, Nr. 453, 454.

A. Cayley, *On Steiners surface;* Proceed. of the London mathem. soc. 5, 1874, 14—25.

Th. Moutard, *Sur la surface de Steiner;* Bullet. de la soc. philomath. de Paris **2**, 1865, 66—67.

F. E. Eckhardt, *Beiträge zur analytischen Geometrie des Raumes, insbesondere zur Theorie der Flächen 3ten Grades mit 4 Doppelpunkten und der Steinerschen Flächen, sowie zur Lehre von den Raumcurven;* Mathem. Ann. **5**, 1872, 30—49.

E. Laguerre, *Recherches analytiques sur la surface réciproque de la surface de Steiner;* Nouv. ann. de mathém. $\mathbf{11}_2$, 1872, 319—327, 337—347, 418—428; $\mathbf{12}_2$, 1873, 55—71.

E. Laguerre, *Sur la représentation sur un plan de la surface du troisième ordre qui est la réciproque de la surface de Steiner;* Bullet. de la soc. mathém. de France **1**, 1872, 21—26.

J. Rosanes, *Über Systeme von Kegelschnitten;* Mathem. Ann. **6**, 1873, 264—312 [speziell S. 303].

K. Th. Vahlen, *Über die Steinersche Fläche;* Acta. Mathem. **19**, 1895, 199—200.

Abh. 48, II.

R. Sturm, *Liniengeometrie* III, Nr. 764.

* * *

Zur Ergänzung verweise ich noch auf:

R. Sturm, *Berichtigungen zu Steiners Gesammelten Werken;* Zeitschr. für Mathem. **45**, 1900, 235—240.

Die zahlreichsten gar nicht oder nur wenig berührten Probleme finden sich wohl in den großen Abhandlungen über Maximum und Minimum, aus denen auch schon eine Steinersche Preisaufgabe gestellt worden ist, und in dem Aufsatze über Curven mit einem Mittelpunkte usw., überhaupt in solchen Aufsätzen, welche metrische Eigenschaften besprechen.

Zum Schluß habe ich noch zu erwähnen, daß der Herausgeber dieser Zeitschrift, Herr G. Eneström, erheblich an dieser Zusammenstellung mitgearbeitet hat, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen Dank ausspreche.

Peter Guthrie Tait, his life and works.

By Alexander Macfarlane in South Bethlehem.

With the portrait of P. G. Tait as frontispiece.

„The life of a genuine scientific man, is, from the common point of view, almost always uneventful. Engrossed with the paramount claims of inquiries raised high above the domain of mere human passions, he is with difficulty tempted to come forward in political discussions, even when they are of national importance and he regards with surprise, if not with contempt, the petty municipal squabbles in which local notoriety is so eagerly sought. To him the discovery of a new law of nature, or even of a new experimental fact, or the invention of a novel mathematical method, no matter who has been the first to reach it, is an event of an order altogether different from, and higher than, those which are so profusely chronicled in the newspapers. It is something true and good for ever, not a mere temporary outcome of craft or expediency. With few exceptions, such men pass their life unnoticed by, almost unknown to, the mass of even their educated countrymen. Yet it is they who, far more than any autocrats or statesmen, are really moulding the history of the times to come.“ Such are the opening sentences of Tait's memoir on the life and works of Rankine, and no sentences could better describe his own mode of life and way of thinking.

Peter Guthrie Tait was born at Dalkeith, near Edinburgh, Scotland, April 28, 1831. Dalkeith is one of the seats of the Duke of Buccleuch, and his father was then the Duke's private secretary. He was educated principally at the Edinburgh academy; and it is related that on his receiving the highest prize the headmaster declared „magnificent intellect, magnificent intellect“. A schoolfellow, little understood by the boys in general but appreciated by Tait, was none other than Clerk Maxwell, the famous electrician. From the academy the two friends entered the university of Edinburgh together, and attended the same classes — mathematics with Kelland, and physics with Forbes. At Edinburgh Maxwell continued his studies for several years; but Tait left after one year for Cambridge, where he became a student of St. Peter's college at the age of 18. He had the advantage of training under WILLIAM HOPKINS, the most skillful coach of the time, with the result that he graduated as senior wrangler, and carried off the first Smith's prize (1852). The senior examiner in the tripos examination was CAYLEY. Appointed a mathematical tutor by his college and awarded a fellowship, TAIT proceeded with his friend W. J. STEELE, second wrangler of the same year, to prepare a treatise on *Dynamics of a particle*; which was published in 1856.

But meanwhile, in 1854, TAIT had been appointed professor of mathematics in the Queen's college, Belfast. His colleague in the chair of chemistry was ANDREWS, the discoverer of the critical temperature in gases. Under the guidance of ANDREWS, TAIT became an enthusiastic experimenter, and the two together made a research on the nature of ozone. About this time two celebrated mathematical books were printed in Dublin — *The laws of thought* by GEORGE BOOLE, professor of mathematics in the Queen's college, Cork; and *Lectures on quaternions* by Sir W. R. HAMILTON, professor of astronomy in the university of Dublin. Both were studied by TAIT; the former left some influence, the latter exerted a paramount influence on his future scientific work. He narrates himself how he picked up the *Lectures* to take with him on a vacation tour as a kind of provision for wet days. The volume proved fascinating even on fair days, not only in vacation but in term time. When he returned to Belfast, he continued his experimental work with ANDREWS in spare hours of the day, but his spare hours at night were devoted to quaternions. He soon mastered the method sufficiently to write memoirs for the Quarterly journal of mathematics, and the Messenger of mathematics; and a volume of examples in quaternions was an idea which naturally suggested itself to the author of *Dynamics of a particle*. There were, however, to TAIT's mind numerous obscure points in the theory, and to elucidate them he wished to correspond with HAMILTON directly. His friend ANDREWS wrote to HAMILTON asking the favor; in this way a correspondence originated which continued till HAMILTON's death in 1865. In 1859 TAIT met HAMILTON personally at the meeting of the British association in Aberdeen; on which occasion he introduced another disciple, CLERK MAXWELL, then professor of physics at Aberdeen.

The year following, 1860, on FORBES resigning the chair of physics at Edinburgh, the former schoolmates and fellow students, TAIT and MAXWELL, both became candidates; the choice of the electors fell on the energetic professor of mathematics at Belfast. This contest, it is pleasant to say, did not diminish their friendship: on the contrary it increased as the years rolled by. Tait dubbed Maxwell $\frac{dp}{dt}$, for according to thermodynamics

$$\frac{dp}{dt} = JCM$$

(where C denotes Carnot's function) the initials of Maxwell's name. On the other hand Maxwell denoted Thomson by T and Tait by T'; so that it became customary to quote Thomson and Tait's *Treatise on natural philosophy* as T and T'.

So then at the age of 29 years, Tait was placed in one of the finest positions in Great Britain for scientific work — a position which he occupied for the long period of 41 years. His principal duty as professor was to teach the elements of physics to the students in arts; who, when they came to him, were generally in their senior year, and in number from 150 to 200. The course embraced about 100 lectures, extending over the winter session; six months of the year were free from the routine of teaching. In his lectures he aimed at imparting sound principles rather than minute information; and he generally employed to demonstrate the fundamental facts of physics those experiments by which they were first established. But he was not satisfied with mere long-range teaching. About 1870 he followed the example of Sir William Thomson, at Glasgow, in instituting a practical class. It was Tait's idea that each student taking the class should be instructed how to use a variety of physical instruments, and then should be set to work upon some real experimental problem. Much of this research work was done in the summer session of the University; and it was then that Professor Tait carried out most of his own experimental researches. A still greater development consisted in the institution of an advanced class, where the lectures provided an introduction and guide to the *Treatise on natural philosophy.* In later years the work of teaching was much increased by the addition of a course of lectures for medical students in the summer session, and by other developments in the university.

Professor Tait was tall, well-built and athletic. His temperament was sanguine and buoyant, and to the last there was a delightful boyishness in his nature. For many years the only sign of age was baldness; to protect his head, while lecturing, it was his custom to wear a velvet skull cap. He dressed in sack-coat and soft felt hat, carried a cane, and walked energetically but with the air of a man who was solving a mathematical problem. He was very punctual in his class-work; a gifted lecturer, and in every respect an inspiring teacher.

Before leaving Belfast he married Miss Margaret Porter, a sister of the late Master of St. Peter's college, Cambridge; and in his domestic relations he was very fortunate and happy. His mode of life at Edinburgh was in a manner a continuation of that at Belfast; he attended to his professorial duties and experimental research during the day; and he worked in his library well on into the night. It was his custom to do much of his writing standing at a plane wooden desk, and the shelves and books were all arranged for work rather than ornament.

He did not, especially in his later years, take any extensive part in the administrative work of the university; but in the affairs of the Royal society of Edinburgh he was for many years the guiding spirit. Through his administration of the duties of general secretary, the society advanced rapidly in prestige and usefulness.

He travelled little, and was not easily induced to break in upon his routine; had it been otherwise, he could never have acccomplished so great an amount of hard scientific work. For many years it was his custom to spend the long vacation at Saint Andrews, on the opposite coast of Fife, where there is a famous golfing course. Whatever he did take up, whether work or play, it was his nature to pursue with enthusiasm. He was a great golfer, long before the game became popular beyond the bounds of Scotland. He noticed the phenomena of the game with the eye of the physicist, and some of his finest researches owe their origin to this pastime.

Professor TAIT's family consisted of four sons and two daughters.

About nine years ago Professor TAIT's health began to fail before the close of the arduous winter session; but to re-establish it a vacation on the links at St. Andrews was sufficient. He had been endowed with a splendid physique, but he had drawn on that endowment lavishly for the sake of science. On the war breaking out in South Africa in 1899, one of his sons was ordered with his regiment to the field of action, and was killed in the operations at the Modder River. The death of this generous and talented son was a serious blow to Professor TAIT, already in failing health; a year afterwards he resigned his appointment. He had often looked forward to devoting his retirement to quaternionic researches, but that period when it did come proved exceedingly short — three months. But, true to that desire, two days before his death he filled a sheet of foolscap with notes concerning the linear and vector function. He died 4 July 1901.

In 1898 the Cambridge university press began the reprinting in collected form of his *Scientific papers*. Two volumes appeared under his own editing; a third and concluding volume is still in preparation. After he went to Edinburgh almost all his scientific papers were printed in the Transactions or Proceedings of the Edinburgh society. Portraits of TAIT hang in the halls of the Edinburgh society and of St. Peter's college at Cambridge; and it has been proposed to erect a physical laboratory at Edinburgh in honor of his memory.

In future times TAIT will be best known for his work in the quaternion analysis. Had it not been for his expositions, developments and applications, HAMILTON's invention would be today, in all probability, a mathematical curiosity; and there are those who think that, now TAIT is gone, such will ere long be its fate. But I venture to think that HAMILTON himself will prove the better prophet: for he wrote to TAIT: „Could anything be simpler or more satisfactory? Don't you feel, as well as think, that we are on the right track, and shall be thanked hereafter? Never mind when".

We have seen that, while professor of mathematics at Belfast, TAIT prepared a collection of examples, with some necessary introduction to the method. On removing to Edinburgh in 1860 he wished to publish at once, but at HAMILTON's desire he delayed publication till the *Elements* should appear, for HAMILTON on account of their correspondence wished to have priority of publication in matters of principle. HAMILTON died in 1865, leaving his volume nearly but not quite finished; it was published in 1866, and TAIT's *Treatise* appeared in 1867. The second edition of the *Treatise* appeared in 1873, and the third in 1890. Taking the third edition, we find that Chapters VII to X comprise the original collection of examples; chapters I to V form the introduction; chapters XI to XII contain physical applications, and chapter VI is a new one contributed by CAYLEY on the analytical theory of quaternions. The chapters on physical applications embody the principal results of the papers which he contributed to the Quarterly journal of mathematics and the Royal society of Edinburgh. The titles of the more original papers are *Formulae connected with small continuous displacements of the particles of a medium; On the rotation of a rigid body about a fixed point; On GREEN's and other allied theorems; On orthogonal isothermal surfaces;* and *On MINDING's theorem.* The third contains what he estimated as one of his finest contributions to the analysis — the development of processes of definite integration, of the kinds required in physics, applicable to quaternion variables. He arrives at the following expressions in terms of surface-integrals for the volume, and the line, integrals of a quaternion:

$$\iiint \nabla q \, d\varsigma = \iint U\nu \cdot q ds,$$

and

$$\int d\varrho q = \iint ds \, V(U\nu \nabla) q.$$

Here ∇ denotes the vector operator $\frac{d}{dx} i + \frac{d}{dy} j + \frac{d}{dz} k$ discovered by

Hamilton, and named „nabla" by Robertson Smith on account of its resemblance to an Assyrian harp. In recognition of the importance of Tait's applications of the symbol, and the primary meaning of the name applied to it, Maxwell addressed one of his poems to Tait as „the chief musician upon nabla".

The fifth chapter deals with another branch of the analysis to which he made important contributions — the solution of quaternion equations of the first degree. Hamilton solved this problem completely, arriving at the theory of the linear vector function: here and in chapter X of Kelland and Tait's *Introduction to quaternions*, Tait applies it to the analysis of strains. A series of his latest papers and indeed his very latest notes are on this subject.

The first four chapters are the least satisfactory part of the book, due to some extent to the fact that Hamilton desired Tait to go on to applications, leaving the establishment of the principles to his *Elements*. Unfortunately Tait in his turn gave the same advice to the critical student; from which it has followed that the principles of the quaternion analysis, presenting as they do many points of the greatest novelty and importance to the algebraist, have never been thoroughly discussed. With some, they are above discussion; with others, beneath discussion; there have been too few who have regarded them as a very important subject for discussion. I think that the introduction of the *Treatise* may be criticized in the following points. The associative law is established by means of the properties of spherical conics. Elsewhere (*Scientific papers*, vol. II, p. 157) Tait quotes with approval a dictum of De Morgan's to the effect that „No primary considerations connected with the subject of *Probability* can be, or ought to be, received if they depend upon the results of a complicated mathematical analysis". Apply this, *mutatis mutandis* to the proof referred to. Again, in proving that vectors may be identified with quadrantal versors, the geometrical proof which is applied to the product forms such as ij is abandoned in the case of the square forms such as ii, and reference is given to a mere dictum. The proof given that a sum of vectors is necessarily commutative must be fallacious; for a sum of vector logarithms cannot be any more commutative than the factors of which they are the logarithms. Again exponential functions of vectors are omitted. Now on the one hand every formula in quaternions is said to have a meaning in spherical trigonometry; and on the other hand $e^{\sqrt{-1}\,x}$ plays as important a part in circular trigonometry as $\cos x + \sqrt{-1} \sin x$ (which is a degraded quaternion); hence it is probable that the exponential function of a vector plays a leading part in any adequate space-algebra.

M. Houel in his exposition of quaternions in *Théorie élémentaire des quantités complexes*, restores the natural order in writing the product $\alpha\beta$, introduces small capitals to denote vectors, and gothic letters for the characteristics S, V, T, etc. He was followed by M. Laisant in his *Introduction à la méthode des quaternions.* Hamilton, although writing $\alpha\beta$, supposes β to be first and α second, in consequence of which, provided that they are unit vectors,

$$\alpha\beta = -\cos\vartheta + \sin\vartheta \cdot \varepsilon;$$

(where ε denotes the unit vector perpendicular to α and β) but when the natural order is restored

$$\alpha\beta = -\cos\vartheta - \sin\vartheta \cdot \varepsilon;$$

from which it becomes evident that the obnoxious minus affecting the scalar part, likewise affects the vector part, and may therefore be more easily got rid of when it is not wanted. Hamilton's inversion of the natural order arose from a mistaken operator idea; it was, I believe, first criticised by Grassmann. The restoration of the natural order is a reform in principle, which brings the quaternion analysis much more into harmony with trigonometry and the algebra of the complex quantity. But Tait did not see it that way; and in the preface to the third edition of his *Treatise* he classes it along with the changes of type as fancied improvements in notation.

In the same preface Tait expressed his view of Gibbs' *Vector-analysis* in the following manner: „Even Professor Willard Gibbs must be ranked as one of the retarders of quaternion progress, in virtue of his pamphlet on *Vector-analysis*; a sort of hermaphrodite monster, compounded of the notations of Hamilton and of Grassmann.“ Prof. Gibbs replied in two letters to Nature, **43**, 1891, p. 511 and **44**, 1891, p. 79. He justified his departure from quaternionic usage by maintaining that whereas the scalar product and the vector product are each fundamental notions in vector analysis: the quaternion product, the quaternion quotient, and the quaternion in general are in comparison trivial and artificial. He admitted that the quaternion afforded a convenient notation for rotations, but added that they can be conveniently represented in another way. In his second letter he made a comparison of Hamilton's and Grassmann's systems as geometrical algebras, concluding thus: „We have then as geometrical algebras published in 1844 an algebra of vectors common to Hamilton and Grassmann, augmented on Hamilton's side by the quaternion, and on Grassmann's by his algebra of points. This statement should be made with the reservation that the addition both of vectors and of points had been given by earlier writers.“

TAIT's principal reply (Nature, 44, 1891, p. 105), founded on an observation of HAMILTON's, is, that it was solely because GRASSMANN had not realized the conception of the quaternion whether as $\beta\alpha$ or as $\beta\alpha^{-1}$ that he felt those difficulties as to angles in space which he says, in the preface to the *Ausdehnungslehre* of 1844, he had not had leisure to overcome. On consulting the passage referred to, I find that GRASSMANN mentions that e^{α} expresses an angle operator, α denoting the angle in the geometrical sense; and that for a constant plane α can be analysed into $a\sqrt{-1}$ where a is the circular measure of the angle. He observes further that the pure imaginary with the circular measure will not suffice for angles in space, and that there are difficulties in the matter which he has not been able to surmount. Now the quaternion stripped of its tensor factor expresses this notion (but in a reduced form) by its sum of a scalar and a vector, the very combination which to Professor GIBBS appears trivial and artificial. Further, an improved analytic notation for the unreduced quaternion is derived from the exponential function looked at by GRASSMANN, by analysing α into $\sqrt{-1}\,a\alpha_0$ where α_0 denotes a unit axis, the whole quantity being an imaginary vector. The step which GRASSMANN failed to take was the introduction of the third element α_0 to denote the axis of the plane. As a consequence GRASSMANN developed his inner and outer products independently.

Mr. HEAVISIDE for the purpose of his electrical investigations, makes use of a vector analysis which is the same in principle as that of GIBBS, differing only in some matters of notation. He describes it as ‚Quaternions without the quaternions'; which looks paradoxical at first, but in fact is an accurate description. The fundamental principles of the analysis are expressed in two sets of independent rules: namely

$$i^2 = 1 \quad j^2 = 1 \quad k^2 = 1$$
$$\text{and} \quad ij = k \quad jk = i \quad ki = j.$$

If we attempt to use these principles in conjunction so as to form a true algebra, we are led to the following principle

$$\alpha\beta = \cos\vartheta + \sin\vartheta\cdot\varepsilon,$$

where α, β and ε are all real unit vectors. When a third real unit vector γ is introduced, the product $\alpha\beta\gamma$ formed on these rules is such that $(\alpha\beta)\gamma$ differs from $\alpha(\beta\gamma)$; a result which is in conflict with spherical trigonometry. The difficulty is removed by making the unit vector on the right-hand side imaginary, giving,

$$\alpha\beta = \cos\vartheta + \sin\vartheta\cdot\sqrt{-1}\,\varepsilon.$$

Then, for imaginary unit vectors $\sqrt{-1}\,\alpha$ and $\sqrt{-1}\,\beta$ we deduce $\sqrt{-1}\,\alpha\sqrt{-1}\,\beta = -\alpha\beta = -\cos\vartheta - \sin\vartheta\cdot\sqrt{-1}\,\varepsilon$ which as is shewn above is the fundamental principle of quaternions, when the natural order of the factors is restored. Hence it is impossible to get rid of imaginary vectors; if we start with real vectors, the very simplest kind of product introduces them. In this way as I have elsewhere shewn at length, vector analysis logically developed is hyperboloidal analysis, while quaternions is spherical analysis; and the question is reduced to the following: ‚Which of these should be made the standard or primary system.' HAMILTON makes the spherical analysis the standard system, by supposing that every vector involves the $\sqrt{-1}$; but the hyperboloidal analysis is more suitable, as agreeing with the conventions, or choices, already made in algebraic analysis. The fundamental principles of Prof. GIBBS are logically indefensible, for further on in the analysis he is obliged to introduce imaginary vectors.

In 1894 TAIT and CAYLEY broke a lance before the Royal society of Edinburgh on coordinates versus quaternions. Prof. CAYLEY had listened to HAMILTON's original lectures on quaternions; had found the rotation operator nearly as soon as HAMILTON himself, and had contributed a chapter on the analytical theory of quaternions, what he objected to was the claim made in the preface to the first edition and reprinted in the subsequent editions to the effect that quaternions are more comprehensive and less artificial than coordinates. He remarked (Proceedings of the royal society of Edinburgh **20**, 1894, p. 272): „The imaginary of ordinary algebra, for distinction call this ϑ, has no relation whatever to the quaternion symbols i, j, k; in fact, in the general point of view, all the quantities which present themselves are, or may be, complex values $a + \vartheta b$, or, in other words, say that a scalar quantity is in general of the form $a + \vartheta b$. Thus quaternions do not properly present themselves in plane or three dimensional geometry at all; although, as will presently appear, we may use them in plane geometry; but they belong essentially to solid or three dimensional geometry, and they are most naturally applicable to the class of problems which in coordinates are dealt with by means of the three rectangular coordinates x, y, z." TAIT replied: ‚To Prof. CAYLEY quaternions are mainly a calculus, a species of analytical geometry; and, as such, essentially made up of those coordinates which he regards as ‚the natural and appropriate basis of the science'. To me quaternions are primarily a mode of representation: immensely superior to, but of essentially the same kind of usefulness as, a diagram or a model. They are, virtually, the thing represented: and are thus antecedent to, and independent of, coordinates: giving, in general, all the main relations, in the problem to which they are applied, without the necessity of appealing to coordinates at all. Coordinates may, however, easily be read into them; when anything such as metrical or numerical detail is to be gained thereby'.

It may be observed that CAYLEY had no conception of the quaternion method as analytical spherical trigonometry; he could not rise above solid geometry and did not see that it degenerates under the appropriate conditions to analytical circular trigonometry. So far from the quaternion symbols i, j, k having no relation to the imaginary of algebra, they involve it, being simply imaginary unit vectors. And this question may be asked: „Was it a q man or an x, y, z man who first developed the theory of the matrix?" HAMILTON gave the complete theory of the matrix of the third order five years before CAYLEY published his *Memoir on matrices.*

Another of the principal contributions which TAIT made to pure mathematics is his investigation of knots. He was led into the research by KELVIN's vortex theory of the structure of matter. He reasoned that if the atoms are vortex rings, their differences in kind which give rise to differences in their spectra must depend on a greater or less complexity in the form of the ring or closed filament, and this difference would depend on the knottiness of the ring. Hence the main question which he took up and answered was: How many different forms of knot are there with any given small number of crossings? The further question of determining which of these are kinetically stable he left to the originator of the hypothesis.

By a knot he meant any form which may be given to a cord by passing it through itself and then joining the ends. Any knot has an even number of crossings (double points only being considered); and if one imagines himself to go round the cord he will alternately go over and under the part of the cord which he meets at the crossing. If the only difference is that the cord followed starts under instead of over, the knot so obtained is the perversion of the other; but the two may be the same after all, in which case the knot is said to be amphicheiral. He devised the following notation for a knot. Starting at any crossing in anyone of the four directions denote the odd crossings by A, B, C, D etc.; the nature of the knot will depend on the manner in which these letters appear in the even places. This notation will in general give four different schemes for the same knot; but in the simpler cases, these are often identical, two and two, sometimes all four. He enunciates rules to be applied to the notation to eliminate impossible and reducible forms; for example, no letter can follow itself, or can occur more than twice. Let A, B, C denote the odd crossings of the trefoil knot; then the even ones must be C, A, B for otherwise a letter would follow itself. Hence there is only one case, but two forms, as the perversion is not deformable into the original. For four crossings let A, B, C, D denote them taken oddly;

then the above two rules limit the even places to C, D, A, B; and D, A, B, C. Hence the two notations $ACBD\ CADB$ and $ADBA\ CBDC$; but these are not different knots, for the formulae differ only in the starting point of the cycle. Hence for four crossings there is only one form; and it is an amphicheiral one. By this method TAIT found the different forms of knot for orders 3, 4, 5, 6 and 7. The investigation was extended to orders 8, 9 and 10 by KIRKMAN and LITTLE. In this field of research TAIT'S memoirs had scarcely any predecessor excepting LISTING'S *Vorstudien zur Topologie.*

His greatest contribution to applied mathematics is the well known *Treatise on natural philosophy* written in conjunction with Sir WILLIAM THOMSON, now Lord KELVIN. The plan of the work was sketched in the year 1860 when TAIT became professor of natural philosophy at Edinburgh, his illustrious colleague having already been for 14 years the corresponding professor at Glasgow. Before 1860 JOULE had made his determination of the mechanical equivalent of heat, thus establishing the first law of Thermodynamics; THOMSON, RANKINE and CLAUSIUS had established the second law; and RANKINE had drawn the outlines of the science of Energetics. In the first edition of the *Dynamics of a particle* there is no mention of the doctrine of energy; it is probable that TAIT'S experimental work with ANDREWS led him to study the papers of THOMSON, JOULE and RANKINE. Anyhow, the main object of the projected treatise was to expound all the branches of physics from the standpoint of the doctrine of energy. The plan contemplated four volumes; the printing of the first volume began in 1862 and was completed in 1867. The other three volumes never appeared. When a second edition was called for, the matter of the first volume was increased by a number of appendices etc., and the book appeared as two separately bound parts. The great success of the work is well known in the mathematical world: a success which has been well expressed in the appellation „The *Principia* of the nineteenth century."

In several portions of the *Treatise*, the influence of quaternions is evident, but nowhere is the method introduced directly. Lord KELVIN has stated in his notice of Professor TAIT, prepared for the Royal society of Edinburgh, that the introduction of quaternions into the volume was a matter on which the joint authors took opposite views. The nearest approach is in the treatment of spherical harmonic analysis. There ∇^2 is simply defined as an abbreviation for $\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}$; ∇ itself is not introduced, but instead

$$\partial=\frac{x}{r}\frac{d}{dx}+\frac{y}{r}\frac{d}{dy}+\frac{z}{r}\frac{d}{dz}.$$

We can imagine TAIT, conscious of the internal consistency of the quaternion analysis, writing

$$\nabla = \frac{d}{dx}i + \frac{d}{dy}j + \frac{d}{dz}k$$

and

$$\nabla^2 = -\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}\right);$$

while THOMSON, standing on the principles of algebraic analysis, objected to the quadrantal character of $i\ j\ k$ and to the minus in ∇^2. A man cannot well make use of two conflicting systems of analysis; one or the other must be given up. I have indicated above how in my opinion the conflict in conventions can be removed.

In 1873 the joint authors published a smaller work for the use of their average student, in which only elementary mathematics is employed. It consists largely of the non-mathematical portions of the large treatise, supplemented where possible by geometrical demonstrations. It did not prove very suitable for the pass student, and the advanced student found the large treatise more enlightening. Some years later TAIT published a series of textbooks on properties of matter, heat, and light.

Another of TAIT's principal contributions to mathematical physics consists in a series of five memoirs, mostly critical in their nature, on the *Foundations of the kinetic theory of gases.* When writing the chapter on the nature of heat for his textbook on heat (1884) he perceived the want of a clear elementary statement of the theory, in which all the assumptions should be explicitly stated; and, if possible, the principles should be so modified as to avoid the outstanding conflict with the results of experiment. The deviations from the laws of BOYLE and CHARLES, shown by condensible gases, were accounted for by an attraction between the particles, so long as the volume diminishes faster than the pressure increases; and by a repulsion between the particles when the volume does not diminish as fast as the pressure increases. He did not believe in repulsion excepting in the form of resilience after impact. He first of all gives a straightforward demonstration of CLERK MAXWELL's theorem, namely, that when two kinds of smooth spherical particles are thoroughly mixed, the particles interchange energy until the average kinetic energy is the same for either kind of particle. The theorem was extended by MAXWELL to the case of rigid particles of any form, where rotation is possible as well as translation, showing that the whole kinetic energy is ultimately divided equally among the various degrees of freedom. Prof. BOLTZMANN extended the investigation to cases in which the particles are supposed to be no longer rigid, but complex systems having a great number of degrees of freedom, arriving at the theorem that the ultimate state will be a partition of the whole energy in equal shares among the classes of degrees of freedom which the individual particle-systems possess. TAIT criticized BOLTZMANN's theorem both in the style of proof, and as conflicting with experimental knowledge of the two specific heats of gases. TAIT finds the rate of equalization of average energy per particle in two mixed systems; and gives an investigation of MAXWELL's theorem that a vertical column of gas, when it is in equilibrium under gravity, has the same temperature throughout. In the second memoir he takes up the problems of viscosity, thermal conductivity and diffusion. In his third memoir he takes up a simple form of molecular attraction; and it is by molecular attraction that part of the behaviour of a condensible gas is explained. The particles at any time under molecular force have a greater average kinetic energy than the rest. In his fourth memoir he applies the results of the third to deduce the generalised form of the law of BOYLE and CHARLES. CLAUSIUS established as a dynamical theorem

$$\tfrac{1}{2}\,\Sigma(mu^2) = \tfrac{3}{2}\,pv + \tfrac{1}{2}\,\Sigma(Rr),$$

where u denotes the velocity of a particle, R the attraction between two particles and r their distance apart. From it VAN DER WAALS deduced the equation

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - \beta) = \tfrac{1}{3}\,\Sigma(mu^2);$$

and, on the assumption that the righthand term is a constant multiple of the absolute temperature,

$$p = \frac{kt}{v-\beta} - \frac{a}{v^2}.$$

CLAUSIUS gave to VAN DER WAAL's equation the modified form

$$p = \frac{kt}{v-\beta} - \frac{a}{t(v+a)^2}.$$

As the result of his investigations, TAIT deduced

$$pv = E + \frac{C}{v+\gamma} - \frac{A-eE}{v+\alpha},$$

where E is the part of the kinetic energy which is independent of the molecular forces. He considers E to be proportional to the absolute temperature, and so obtains

$$pv = R\left(1 + \frac{e}{v+\alpha}\right)t + \frac{C}{v+\gamma} - \frac{A}{v+\alpha}.$$

He tests the several equations by comparing them with the isothermal lines of carbonic acid obtained experimentally by ANDREWS and AMAGAT.

Professor TAIT's experiences as a golfer led him to undertake researches on impact, and the path of a rotating spherical projectile. To obtain data on the duration of impact of elastic bodies he constructed a kind of guillotine, in which a block of wood took the place of the knife, and a cylinder of elastic material that of the head of the victim. The circumstances of the rebound of the block and the corresponding times were recorded graphically on a revolving plate. It was found that when the velocity of impact was 16 feet per second, the duration of impact for a block of plane-tree on a cylinder of vulcanite was about $^{1}/_{500}{}^{\text{th}}$ sec., for vulcanized india-rubber about $^{1}/_{130}{}^{\text{th}}$ sec., for cork $^{1}/_{70}{}^{\text{th}}$ sec. The duration of impact increased when the velocity was reduced, excepting in the case of cork; for which the duration at first increased and afterwards decreased as the velocity was gradually reduced. A second memoir gives the duration of impact for steel on a variety of elastic substances; and the values of the coefficients of restitution.

A well driven golf ball remains a long time in the air, considering the slight elevation of its path at starting. TAIT explained the phenomenon by supposing that the skillful player, when he strikes the ball, imparts to it a rotation round the horizontal axis which is transverse to the velocity of projection and in the direction of the front moving upwards. He thus reduced the phenomenon to that of the twisting ball, familiar to all Americans in the national game of baseball, and observed by NEWTON long ago in the game of tennis. He applied NEWTON's explanation: the conspiring of the velocities under the ball and their conflict above it produce on account of friction a residual force acting upwards normal to the direction of motion. The deflecting force is perpendicular to the velocity of translation and the axis of rotation, and he assumed that it is proportional to the magnitude of either.

When the path is very flat, he obtained, as a first approximation, the equation

$$y = \alpha x + \frac{k\,a^2}{V}\left(e^{\frac{x}{a}} - 1 - \frac{x}{a}\right) - \frac{g\,a^2}{4\,V^2}\left(e^{\frac{2x}{a}} - 1 - \frac{2\,x}{a}\right)$$

where y is the vertical and x the horizontal ordinate of the path; α denotes the initial inclination, V the initial velocity, a the coefficient of friction and k a constant multiple of the velocity of rotation. He found by observation that for well driven balls the time of flight is six seconds and the length of the carry 540 feet; from these data and the equation connecting them he deduced the value of a. To find V he made experiments with a kind of ballistic pendulum, into which a golf ball was driven by a skilled golfer standing at a distance of four feet. In a flight so short he was able to detect one or two complete twists on a long tape attached to the ball; thus verifying his theory experimentally. For a particular value of α (say $\alpha = 0{\cdot}24$) the value of k was deduced by means of the condition $y = 0$ when $x = 540$. By comparing this equation with the equation for the same value of α but for $k = 0$, he showed that the ball of an unskilled player who gave the same initial inclination and velocity as a skilled player but no spin, would remain only half as long in the air and fall short by one fourth of the range. The above equation is an approximation to the path, only when the path is very flat. He conjectured that when the elevation and rotation are great the spherical projectile would describe a path curving upwards to a cusp, and in extreme cases forming a loop. He improved the value of his constants, made a numerical appproximation to the path for considerable elevation, and found that the path might have a cusp or even a loop. The cusp he was able to demonstrate with a golf ball, and the loop with a toy balloon of india-rubber.

Another elaborate research consists of a series of memoirs on the compressibility of water, sea water, and other liquids. He was led into this research by a practical problem propounded to him by Sir Wyville Thomson, the director of the Challenger explorations of the deep sea. The observations of ocean temperature were made with thermometers whose bulbs were protected from increased pressure due to depth in the sea, but whose stems including certain aneurisms (that is, swellings of the bore) were unprotected. Before starting, the thermometers were tested in a hydrostatic press, and from the data obtained it was concluded that their readings required to be corrected for pressure at the rate of half a degree Fahrenheit for every mile under the sea. This would mean at some of the depths explored a correction of three degrees Fahr. — a large quantity compared with any variation of the temperature of the sea. Tait found that almost the whole of the supposed correction was due to heat produced in the compression by the press, particularly in the vulcanite board to which the thermometer was attached; and that the true correction varied from $^1/_7$ deg. Fahr. to $^1/_{20}$ deg. Fahr. according to the greater or less amount of aneurism.

By the time that he had finished the above problem, he found himself provided with apparatus which could be applied to find the answer to several questions about the compressibility of water. He asked himself the following questions. Does, as Canton asserted, the compressibility of water diminish when the temperature is increased, while the compressibility of other common liquids increases; and further has water, as the results of Pagliani and Vincentini indicate, a minimum compressibility about 63^0 C.? Does, as Perkins stated, the compressibility of water diminish as the pressure is increased? His results clearly answered the latter question in the affirmative, and he deduced from them the following formula for the average compressibility of water:

$$\frac{v_0-v}{pv_0} = \frac{e}{\Pi+p},$$

where e and Π are constants for the particular temperature and range of pressure. As regards the former question, he was unable to command any great range of temperatures, but the data obtained at several constant pressures agreed with the result of the Italian experimenters. To M. Amagat he was indebted for more extensive data, the deductions from which confirmed his previous results. He also investigated whether Amagat's data were in agreement with the equation of van der Waals, and concluded that for the region of the critical temperature they made the constants in that equation imaginary.

The amount of conjoint work in which Professor Tait engaged is truly remarkable. With Andrews he investigated the nature of ozone, with Dewar the cause of the movements of Crookes' radiometer; and in his experimental researches he had the cooperation of many graduates and students. With Steele he cooperated in writing *Dynamics of a particle*, with Kelvin in writing the *Treatise on natural philosophy*, with Kelland in preparing the *Introduction to quaternions*. In experimental research conjoint work may be necessary, and in writing scientific text-books it may be desirable; but in pure literature it is exceptional. However, Tait cooperated with Balfour Stewart in writing a brochure entitled *The unseen universe: or physical speculations on a future state*, which went through many editions. As a sequel to it they wrote a novel entitled *Paradoxical philosophy*, in which however the moral is more elaborate than the plot. The kernel of the former book is contained in an anagram which was published in Nature for Oct. 15, 1874, and which interpreted reads — „Thought conceived to affect the matter of another universe simultaneously with this may explain a future state.“ This other universe is the unseen universe, which bears to the luminiferous ether the same relation which the latter bears to ordinary matter: it forms the substance of the human soul, which is connected with coarse matter during life, and is detached at death.

I have noticed briefly some of the principal scientific works of Professor Tait. In his own estimation one of the greatest of them all was the direct education of some eight thousand students to accurate ideas in physical science. But in this direction truly he accomplished far more; for during forty one years the students at the university of Edinburgh were inspired morally as well as intellectually by the noble example of a good man and a great mathematical physicist.

Über zweckmäßige Abfassung der Titel mathematischer Aufsätze.

Von G. Eneström in Stockholm.

Wenn man ein Zeitschriftenheft in die Hand nimmt, um es zu lesen oder durchzublättern, ist es immer angenehm, wenn die Titel der Aufsätze gut abgefaßt sind, so daß daraus der wesentliche Inhalt ersichtlich wird, aber notwendig ist es nicht, denn man kann ja fast ebensogut die Aufsätze selbst sogleich einsehen. Nimmt man dagegen das Zeitschriftenheft nur um zu untersuchen, ob ein gewisser, ziemlich spezieller Gegenstand dort behandelt ist oder nicht, sind genau präzisierte Titel der Aufsätze noch angenehmer, weil man dadurch viele Zeit und Mühe sparen kann, und besonders willkommen sind sie, wenn man für seinen Zweck eine große Anzahl von Zeitschriftenhefte oder Bände einzusehen hat, aber auch in diesem Falle kann man, unabhängig von der mehr oder weniger guten Abfassung der Titel, das gesuchte, wenn auch mit größerer Mühe, auffinden.

Ganz anders verhält es sich dagegen, wenn man die betreffende Zeitschrift nicht zur Verfügung hat, sondern nur die nackten Titel aus einer Bibliographie oder Zeitschriftenschau kennen lernt. In solchen Fällen kann ein schlecht abgefaßter Titel leicht dazu veranlassen, daß ein Artikel über einen gewissen speziellen Gegenstand gerade demjenigen unbekannt wird, der vielleicht den Artikel am besten zu würdigen und zu benutzen versteht. Nun gibt es freilich Mathematiker, denen es ziemlich gleichgültig ist, ob ihre Schriften von anderen Fachgenossen gelesen werden als von denen, mit welchen sie persönlich oder brieflich verkehren; für diese Verfasser genügt es, daß jeder Aufsatz eine Überschrift hat, ganz wie jeder zivilisierte Mensch einen Namen trägt, aber was diese Überschrift besagt, ist für sie von untergeordneter Bedeutung. Von diesen Mathematikern nehme ich prinzipiell Abstand, und betrachte als abgemacht, daß die Überschrift eines Aufsatzes den wesentlichen Inhalt desselben angeben soll, und zwar aus dem oben angedeuteten Grunde, daß dadurch sein Nutzen viel größer als sonst werden kann. Unter solchen Umständen wird die Frage über zweckmäßige Abfassung der Titel mathematischer Aufsätze um so wichtiger, je mehr die Zahl der Zeitschriften zunimmt, und es dürfte nicht ganz unangebracht sein, diese Frage als eine aktuelle zu bezeichnen, wenn man auch zugeben muß, daß sie nicht eine solche ersten Ranges ist.

Wenn also der Hauptzweck des Titels ist, den wesentlichen Inhalt des betreffenden Aufsatzes anzugeben, so müssen in erster Linie solche Titel wie z. B. „Extrait d'une lettre", „Brano di una lettera", „Solution d'une question" oder „Correspondance" unbedingt verworfen werden, da sie ja gar keinen Aufschluß über den Inhalt geben; auch „Vermischte mathematische Notizen" ist gewiß kein guter Titel. Kaum besser ist z. B. der Titel: „Über ein Theorem von Euler", da es bekanntlich fast kein Gebiet der reinen oder angewandten Mathematik gibt, auf dem Euler nicht tätig gewesen ist. Etwas weniger schlecht ist z. B. der Titel: „Über ein Theorem von Steiner", da Steiner sich vorzugsweise mit der synthetischen Geometrie beschäftigt hat, aber auch dieser Titel ist nicht besonders zu empfehlen, und im allgemeinen halte ich es für sehr wünschenswert, daß Artikel, die bestimmte Sätze behandeln, Titel bekommen, welche ausdrücklich aussagen, welchem Gebiete der Mathematik die Sätze angehören. Ausnahmsweise kann ein solcher Titel wie z. B.: „Über das kleine Theorem von Fermat" gebilligt werden, da aus demselben unmittelbar hervorgeht, daß es sich um den zahlentheoretischen Satz $a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$ handelt.

Auf der anderen Seite genügt natürlich im allgemeinen nicht die Angabe des Gebietes allein, und dies um so weniger, je umfassender oder je mehr bearbeitet das fragliche Gebiet ist; so z. B. sind die oft vorkommenden Titel: „Zur Theorie der elliptischen Funktionen" und „Sur un point de la théorie des fonctions" wenn irgend möglich zu vermeiden. Überhaupt ist immer, sofern nicht besondere Gründe dagegen sprechen, im Titel der Gegenstand des Aufsatzes genau anzugeben.

Wenn es also als ein Fehler betrachtet werden muß, daß der Titel unnötig unvollständig ist, kann es auch sehr wohl eintreffen, daß man in Bezug auf die Vollständigkeit zu weit geht. Im sechzehnten und siebzehnten Jahrhundert war es nicht allzu selten, daß die Verfasser ihren Schriften so ausführliche Titel gaben, daß dieselben fast die ganze Titelseite ausfüllten, aber dies Verfahren wird jetzt, und zwar aus guten Gründen, als nicht empfehlenswert angesehen. In der Tat gibt es praktische Gründe, warum es angebracht ist, den Titel möglichst kurz abzufassen. Zuerst werden die Titel der Zeitschriftenartikel gewöhnlich teils auf dem Umschlag, teils im Inhaltsverzeichnis des Bandes der betreffenden Zeitschrift wiederholt, und oft werden sie auch in vielen anderen Zeitschriften mathematischen oder literarischen Inhalts abgedruckt, so daß es schon aus diesem Grunde erwünscht ist, daß die Titel nicht unnötigerweise lang sind. Dann muß man in Betracht ziehen, daß Zitate der Titel möglichst erleichtert werden sollen, und daß die mathematischen Bibliographien weit übersichtlicher werden, wenn der Titel jeder Schrift nur einen kleinen Raum in Anspruch nimmt.

Ganz besonderes Gewicht soll man meiner Ansicht nach darauf legen, daß die Titel nicht mathematische Formeln oder Ausdrücke enthalten, die vom typographischen Gesichtspunkte aus Schwierigkeiten darbieten. Ein Titel wie z. B. „Über die Auflösung der unbestimmten Gleichung $ax + by = c$“ ist nicht zu beanstanden, dagegen ist der Titel: „Sur l'intégration de l'équation différentielle $(a_2 + b_2x + c_2x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (a_1 + b_1x)\frac{dy}{dx} + a_2y = 0$“ nicht zu billigen, und als ein wahres Monstrum muß der folgende Titel (vgl. Fortschr. d. Mathem. **16** (1884), S. 277) betrachtet werden:

> Sur l'équation
>
> $$\frac{d^2y}{dx^2} + \left[2\nu\frac{k^2\,\mathrm{sn}x\,\mathrm{cn}x}{\mathrm{dn}x} + 2\nu_1\frac{\mathrm{sn}x\,\mathrm{dn}x}{\mathrm{cn}x} - 2\nu_2\frac{\mathrm{cn}x\,\mathrm{dn}x}{\mathrm{sn}x}\right]\frac{dy}{dx}$$
> $$= \left[\frac{1}{\mathrm{sn}^2x}(n_3-\nu_2)(n_3+\nu_2+1) + \frac{\mathrm{dn}^2x}{\mathrm{cn}^2x}(n_2-\nu_1)(n_2+\nu_1+1)\right.$$
> $$+ \frac{k^2\,\mathrm{cn}^2x}{\mathrm{dn}^2x}(n_1-\nu)(n_1+\nu+1) + k^2\mathrm{sn}^2x\,(n+\nu+\nu_1+\nu_2)$$
> $$\left.(n-\nu-\nu_1-\nu_2+1) + h\right]y,$$
>
> équation où ν, ν_1, ν_2 designent des nombres quelconques, n, n_1, n_2, n_3 des nombres entiers positifs ou négatifs, et h une constante arbitraire.

Dieser Titel ist besonders unangebracht, nicht nur wegen der Länge und des schwierigen typographischen Satzes, sondern auch darum, weil es hier keinen wirklichen Grund gibt, die Beschränkungen, denen die Konstanten unterworfen sind, im Titel anzugeben.

Ausser den unnötigerweise unvollständigen und den allzu ausführlichen Titeln gibt es auch andere Arten, die vermieden werden sollen. Zuweilen hat ein gewisser Umstand den Verfasser zu einem Aufsatz Anlaß gegeben, und mit Bezugnahme hierauf wird ein Titel gewählt, der durchaus irreleitend ist. So z. B. gibt es eine 1809 in Upsala gedruckte Dissertation mit dem Titel: *De discrimine solutionis geometricae ex delectu principii*, die nur eine *elementare* geometrische Lösung des folgenden Problems enthält: „Eine Gerade und zwei Punkte A, B außerhalb derselben sind gegeben; einen Punkt P auf der Geraden zu finden, so daß $AP + BP$ oder $AP - BP$ von gegebener Länge sind.“ Wenn man nur den Titel dieser Schrift kennt, wird man ohne Zweifel mit Wölffing (*Mathematischer*

Bücherschatz I, S. 8) versucht sein, dieselbe als zur Philosophie der Mathematik gehörig zu betrachten.

Im vorhergehenden habe ich hauptsächlich darauf aufmerksam gemacht, auf welche Weise Titel fehlerhaft werden können, aber natürlich wäre es viel belehrender, genauer anzugeben, wie sie am besten abgefaßt werden sollen. Leider dürften solche allgemein gültige Angaben nicht möglich sein, weil zuweilen besondere Umstände in Betracht gezogen werden müssen. So z. B. kann es passend sein, für eine ausführliche Abhandlung über einen gewissen Gegenstand einen längeren Titel zu wählen, während man sich in betreff eines sehr kurzen Artikels über denselben Gegenstand mit einem knapperen Titel begnügt. Hat ein Verfasser schon früher eine Schrift über ein bestimmtes Thema veröffentlicht, so ist es vom bibliographischem Gesichtspunkte aus zu empfehlen, eine zweite Schrift über dasselbe Thema entweder als Fortsetzung der ersten ausdrücklich zu bezeichnen, oder, wenn dies aus sachlichen Gründen nicht angeht, den Titel derselben abweichend von dem der früheren abzufassen.

Solche und ähnliche Vorschriften sind dennoch meiner Ansicht nach von untergeordneter Bedeutung, das wichtigste ist, daß die Verfasser so viel als möglich versuchen, im Titel den wesentlichen Inhalt des Aufsatzes möglichst kurz anzugeben, und der Zweck dieser Zeilen ist in erster Linie die Aufmerksamkeit hierauf zu lenken.

Kleine Mitteilungen.

Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik."

Die erste (fette) Zahl bezeichnet den Band, die zweite die Seite der „Vorlesungen".
BM = Bibliotheca Mathematica.

1 : 12, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265. — **1 : 15**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 22, 29, 34**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265—266. — **1 : 36, 64**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 103**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 135**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 144, 155, 169, 171**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137—138. — **1 : 190**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 195**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 56. — **1 : 197, 202**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 225, 234**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 255**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1 : 283**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 284, 321**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266—267. — **1 : 370**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 319. — **1 : 383**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 395**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 400**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 429**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324. — **1 : 432**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 436**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 437, 440**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 457**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1 : 463**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139, 324. — **1 : 467, 469**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 475**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267—268; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 476**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 510**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 314. — **1 : 519—520**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **1 : 537, 540, 542**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 622**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143. — **1 : 641**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 661**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 662**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 663**, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 405. — **1 : 671**, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 687—688**, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143—144.

---

1 : 687—689. Um ausfindig zu machen, was das uns verlorene Buch des Alkhwarizmi: „Über die Vermehrung und Verminderung" enthielt, bemerkt Herr Cantor, daß der Ausdruck „Vermehrung und Verminderung" einmal als Überschrift einer Abhandlung (*Liber augmenti et diminutionis*) vorkommt, aus deren Inhalt man auf den der gleichbetitelten aber nicht mehr vorhandenen Arbeiten schließen zu dürfen glaubt. Auf diese Weise findet er, wenn ich seine Angabe S. 689 richtig verstanden habe, daß die Methode der Vermehrung und Verminderung mit der Regel der zwei Fehler identisch ist.

Außer dem Verfasser oder Übersetzer des *Liber augmenti et diminutionis* gibt es aber einen anderen Mathematiker des christlichen Mittelalters, der den Ausdruck „Vermehrung und Verminderung" benutzt hat, nämlich Leonardo Pisano. Im dreizehnten Abschnitt des *Liber abaci* (S. 369 ed. Boncompagni) kommt nämlich folgender Passus vor: „Est enim alius modus elchataym, qui regula augmenti est diminucionis appellatur", und dann folgt die Auseinandersetzung dieser „anderen" Regel. Man sieht hieraus, daß für Leonardo die „regula augmenti et diminutionis" nicht mit der Regel der zwei Fehler zusammenfällt, sondern eine besondere Art derselben ist, und zwar die, wo das Resultat unter der Form

$$x = \frac{e_1 n_2 + e_2 n_1}{e_1 + e_2}$$

hervortritt, während der anderen Art der Regel der zwei Fehler die Form

$$x = n_1 + \frac{n_2 - n_1}{e_1 + e_2} e_1$$

entspricht.

In betreff der Anm. 2) S. 689 mag darauf hingewiesen werden, daß schon Leonardo Pisano (a. a. O. S. 318) die „regula elchataym“ richtig mit „duarum falsarum positionum regula“ übersetzt. G. Eneström.

---

1 : 694, 704, 706, 708, 714, 735, 736, 744, 748, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 449—500. — **1 : 749,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1 : 756, 757, 767,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 500—501. — **1 : 794,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1 : 804, 805, 807, 808, 812, 823, 852,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268—269. — **1 : 853, 854,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501. — **1 : 854,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324.

---

1 : 854. Ein anderes Exemplar des *Tractatus magistri Gernardi (!) de algorismo* findet sich in Cod. reg. Su. Vat. 1261 fol. 266—289; dies Exemplar scheint vollständiger als das von Herrn Cantor erwähnte zu sein (vergl. A. A. Björnbo, Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **14**, 1902, S. 149—150). Ob Gherardo Cremonese Verfasser der Schrift ist, scheint freilich noch nicht zu entscheiden möglich. G. Eneström.

---

1 : 855, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501.

---

2 : 7, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351. — **2 : 8, 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501—502. — **2 : 14—15,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2 : 20,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **2 : 25,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 274. — **2 : 31,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351—352; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239—240. — **2 : 34,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2 : 37,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2 : 38,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 39,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2 : 41, 57,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 59,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502.

---

2 : 63. Nach Boncompagni (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **2**, 1869, 426) erschien in Paris 1570 eine französische Übersetzung des *Algorithmus demonstratus* unter dem Titel *L'arithmetique demonstree tradvite et commentee par* Pierre Forcadel. Diese Übersetzung scheint außerordentlich selten zu sein, und zur Zeit dürfte nur ein einziges Exemplar derselben bekannt sein, nämlich das von Boncompagni erwähnte, der Universitätsbibliothek in Turin angehörige (vgl. Fontès, *Pierre Forcadel* (Mém. de l'acad. d. sc. de Toulouse 8_9, 1896, 370). G. Eneström.

---

2 : 70, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 417. — **2 : 73, 82, 87, 88, 89, 90, 92,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502—503. — **2 : 97,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 98,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 269—270. — **2 : 100,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 101,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 105,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503. — **2 : 111,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 116,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 122,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503—504. — **2 : 126, 127,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 128,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 132,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 515—516. — **2 : 143,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 157, 158,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 163, 166,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 175,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 210, 219,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352—353. — **2 : 229, 242, 243,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504—505. — **2 : 253,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353. — **2 : 273,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 505. — **2 : 274,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 282, 283,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353—354. — **2 : 284, 286, 287, 289, 290, 291,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506—507. — **2 : 296,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354. — **2 : 313,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 328,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 334,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 353,** siehe

BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 87. — **2 : 358, 360,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 87. — **2 : 381,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 385,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 81.

---

2 : 385. Vom bibliographischen Gesichtspunkte aus dürfte die Angabe: „Ein Jahr früher gab der gleiche Pariser Drucker *Opuscula de* CHARLES DE BOUVELLES (1510) heraus“ nicht ganz befriedigend sein. Schon aus sprachlichen Gründen ist es klar, dass „Opuscula de CHARLES DE BOUVELLES“ *nicht* der wirkliche Titel des Buches sein kann, und die von CANTOR zitierte Quelle gibt auch ausdrücklich an, daß dem fraglichen Sammelbande ein Gesamttitel fehlt (vgl. auch *Catalogo della biblioteca di B.* BONCOMPAGNI, I, Roma 1895, S. 487). Um Mißverständnis zu vermeiden, wäre es also besser zu sagen: „Ein Jahr früher (1510) gab der gleiche Pariser Drucker einen Sammelband heraus....“

G. ENESTRÖM.

---

2 : 386, 395, 401, 405, 425, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507—508. — **2 : 430,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2 : 442,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 449,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 454,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 242. — **2 : 474, 480,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140—141. — **2 : 481, 482,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 508. — **2 : 482,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 240. — **2 : 484,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 486, 489, 490,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 497,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509, $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 87. — **2 : 509,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270, 509. — **2 : 510,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 512,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 514, 516, 517,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 530,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354—355; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 532, 535, 541, 548, 549,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509—510. — **2 : 550,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355. — **2 : 554, 569, 572, 573,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 572,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 576,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355—356. — **2 : 579,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145.

---

2 : 580—581. Nach CLAVIUS wird hier über die von CARLO MARIANI gegebene Vorschrift für die Auffindung der Seite des gleichseitigen Siebenecks berichtet, aber über MARIANI selbst bemerkt Herr CANTOR nur, daß jener um das Jahr 1606 bekannter gewesen sein muß als er heute ist. Willkommener für den Leser wäre es gewiß zu erfahren, daß die betreffende Vorschrift in der Arbeit *De aequali eptipartitione peripheriae circuli* (Rom 1592, 42 Bl. 4⁰) vorkommt (vgl. RICCARDI, *Bibliot. matem. ital.* II, 114), und vielleicht könnte hinzugefügt werden, daß MARIANI nach RICCARDI eine Schrift *De circuli quadratura* (Cremona 1599) verfaßt hat. Im Register wird unter „MARIANUS“ auf „Cremonensis“ verwiesen, was wohl nicht angezeigt ist. G. ENESTRÖM.

---

2 : 582, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 583,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356. — **2 : 592,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 594, 597,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270. — **2 : 597, 599—600,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 602, 603—604,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270—271. — **2 : 611,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356—357. — **2 : 612,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 613,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 614, 620,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 621, 623,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146—147. — **2 : 638,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147. — **2 : 642, 643,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 655,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 659, 660,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147—148. — **2 : 665,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 674,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88. — **2 : 683,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148. — **2 : 700, 701, 703, 704, 705,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271—273. — **2 : 719,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 721, 742,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 742,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : 746,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 747,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 173; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 225. — **2 : 749,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88. — **2 : 766,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : 767,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148, 357—358.

---

2 : 770. Nach Riccardi (*Bibliot. matem. ital.* I, 124) erschien der dritte Band der *Apiaria philosophiae mathematicae* des M. Bettini zum ersten Mal 1656 (nicht 1642, wie Cantor nach Poggendorff angibt). Diesen Band kann also G. Ph. Harsdörfer in seinem 1651 und 1653 herausgegebenen Fortsetzungen der Schwenterschen Erquickstunden kaum ausgenutzt haben.

G. Eneström.

---

2 : 772, 775, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 358—359. — **2 : 777,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 204. — **2 : 783,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88—89. — **2 : 784,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148.

---

2 : 802. Dem Berichte über den Inhalt der Huddeschen Abhandlung *De reductione aequationum* verdient hinzugefügt zu werden, daß hier, soweit bekannt ist, zum ersten Mal durch einen und denselben Buchstaben sowohl ein positiver als ein negativer Zahlwert bezeichnet wird. In seiner „XI. regula" (Descartes, *Geometria*, ed. 1659, S. 439) bemerkt Hudde nämlich: „Brevitatis causâ quantitatem cognitam 2^{di} termini, adfectam suis signis + et —, vocabo p; 3^{tii} q; 4^{ti} r; 5^{ti} s; atque sic deinceps: et $-p$, $-q$, $-s$, etc. easdem quantitates designabunt, sed contrariis signis adfectas." Auf diesen Umstand dürfte H. G. Zeuthen zuerst aufmerksam gemacht haben (*Geschichte der Mathematik im 16. und 17. Jahrhundert*, S. 206). Bekanntlich wird vielfach irrigerweise behauptet, Descartes habe sich schon derselben Bezeichnung bedient (vgl. z. B. *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* **1**, 12).

G. Eneström.

---

2 : 820, 825, 840, 856, 865, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148—149. — **2 : 876, 878, 879,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 311. — **2 : 891,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273.

---

2 : 898. Hinsichtlich der Schrift *Exercitatio geometrica de maximis et minimis* (1666) des M. A. Ricci wird bemerkt: „Es scheint, als wenn dort nur antikgeometrische Untersuchungen angestellt wären" und auf den Artikel von D. Besso: *Sopra un opusculo di Michelangelo Ricci* (Periodico di matem. **8**, 1893, 1—16) verwiesen. Aber schon Biot und Lefort haben in ihrer Ausgabe des *Commercium epistolicum J. Collins et aliorum de analysi promota* (Paris 1856, S. 274—278) darauf aufmerksam gemacht, daß Ricci in der fraglichen Schrift das Tangentenproblem für die Curve $y^m = px^n$ gelöst hat, also den von Cantor angedeuteten Satz des S. degli Angeli verallgemeinerte, und ausführlichere Auskunft hierüber gibt ebenfalls der Artikel von Besso. Man sieht daraus, daß die Methode des Ricci eigentlich rein algebraisch ist und eine unmittelbare Anwendung des Satzes, daß das Produkt $(a-x)^m x^n$ ein Maximum für $\frac{a-x}{x} = \frac{m}{n}$ wird, enthält; auch dieser Satz dürfte nicht ohne Interesse sein.

Bei Erwähnung der Schrift von Ricci wäre es vielleicht nicht unangezeigt hinzuzufügen, daß eine neue Auflage derselben im Jahre 1668 als Anhang zur *Logarithmotechnia* von N. Mercator veröffentlicht wurde. Nach Riccardi (*Bibliot. matem. ital.* II, 370) ist die Schrift auch in den Philos. transact. 1668 abgedruckt worden, aber diese Angabe beruht wohl auf einem Mißverständnis (an der fraglichen Stelle findet sich nur ein Bericht über die *Logarithmotechnia*).

G. Eneström.

---

2 : 901, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 511. — **2 : VIII** (Vorwort), siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 142. — **2 : IX, X** (Vorwort), siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 511—512.

---

3 : 9, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 359. — **3 : 10,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 518.

---

3 : 11. Als Ergänzung der Notiz, daß die nachgelassene Schrift Barrows: *Lectio in qua theoremata Archimedis de sphaera et cylindro per methodum indivisibilium investigata exhibentur* 1678 herausgegeben wurde, kann hinzugefügt werden, daß der Druckort London ist, und daß die Schrift der Barrowschen Euklid-Ausgabe vom genannten Jahre angehängt wurde. Da sie aber besonderes Titelblatt und besondere Paginierung hat, ist es wohl möglich, daß Exemplare der *Lectio* allein angetroffen werden können, obgleich kein solches Exemplar mir zur Zeit bekannt ist. G. Eneström.

---

3 : 12, 17, 22, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 512.

---

3 : 22. Die von S. F. Hartmann im Jahre 1679 gestellte Frage scheint noch eine Antwort veranlaßt zu haben. Nach Riccardi (*Bibliot. matem. ital.* I, 243) veröffentlichte nämlich Pietro Paolo Caravaggi (die von Cantor S. 21 angewendete Form Caravaggio dürfte weniger zu empfehlen sein) 1682 in Milano eine Schrift: *Modo di raddoppiare ogni triangulo rettilineo e conseguentemente ogni figura rettilinea, senza passare tanto nel costruire quanto nel dimostrare, i confini del primo libro d'Euclide. Problema dato in luce da Alberto Tirelli.* G. Eneström.

---

3 : 24. Anm. 1 ist nach A. J. Pressland, *On the history and degree of certain geometrical approximations* hinzuzufügen: Edinburgh Mathem. soc. Proceedings **10**, 1892, S. 23—24.

---

3 : 25. Anm. 2. Statt pag. 222 lies tome I, p. 220. Die angedeutete Stelle im 2. Bande der *Opera* des Wallis findet sich S. 470.

---

3 : 26, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 359. — **3 : 45—48, 49, 50,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 512—513. — **3 : 70,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 360. — **3 : 100,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 149.

---

3 : 112. Mit transcendenten Gleichungen hat sich Leibniz nicht nur an der von Herrn Cantor zitierten Stelle, sondern auch in seinem Briefwechsel mit Huygens beschäftigt. Als Beispiel einer transcendenten numerischen Gleichung gibt Leibniz in seinem Briefe vom 8. September 1679 (*Der Briefwechsel von G. W. Leibniz mit Mathematikern, herausgegeb. von* C. I. Gerhardt, I [1899], S. 568) $x^x - x = 24$ an, deren Wurzel $x = 3$ ist. „Voilà donc une équation qui est *nullius certe gradus cogniti*, et dont le degré même est demandé," bemerkt er, und fügt hinzu: „je vous supplie, Monsieur, d'y songer un peu, car vous voyez que ce sont des véritables problèmes determinés, et il faut bien qu'il y ait une méthode dans la nature pour les résoudre". Diese Aufforderung an Huygens hatte indessen nur wenig Erfolg, und in seinem Antworte vom 22. November 1679 (a. a. O., S. 578) bezweifelte dieser, daß die Gleichung bestimmt war, sofern man nicht nur ganzzahlige, sondern auch gebrochene und

irrationale Wurzeln berücksichtigte. Leibniz seinerseits behauptete beweisen zu können, daß die Gleichung nur eine endliche Anzahl von Wurzeln hatte (a. a. O., S. 581), und weiter scheint der Gegenstand in seinem Briefwechsel mit Huygens nicht berührt zu werden. Fünfzehn Jahre später schrieb Leibniz an Johann Bernoulli (Brief vom 7. Juni 1674), Huygens habe diese Rechnungsart auffallend gefunden („Hugenio insolens id calculandi genus videbatur“).

G. Eneström.

---

3 : 116, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 117,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 123,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 124,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 407—408.

---

3 : 131. Nach Ball (*History of the study of mathematics at Cambridge* [1889], S. 47) erschienen 1683 Barrows *Lectiones mathematicae* nicht nur für die Jahre 1664—1666 sondern auch für das Jahr 1667. Nach Boncompagnis Bücherkatalog (I, Roma 1895, S. 30) ist eine englische Übersetzung derselben im Jahre 1734 in London unter dem Titel: *Mathematical learning: or lectures read in the public schools at the university of Cambridge* herausgegeben.

G. Eneström.

---

3 : 151, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 174,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149—150. — **3 : 183,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 432. — **3 : 188,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241. — **3 : 201,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 207,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 519. — **3 : 215,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 218,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 220,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 224,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 225, 228,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 232,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 246,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 250,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 303,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 155. — **3 : 330—331,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241—242. — **3 : 447, 455,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 473,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 154—155. — **3 : 477, 479,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151—152. — **3 : 521,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 565, 571, 578,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326—327. — **3 : 614,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 89—90. — **3 : 636—637,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 652,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446. — **3 : 660, 667, 689, 695,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441—442. — **3 : 750, 758, 760, 766,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446—447. — **3 : 774, 798,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 442—443. — **3 : 845,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 327—328. — **3 : 848, 881,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443. — **3 : 882,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447. — **3 : 892,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 143. — **3 : IV** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443.

Anfragen.

108. Über den Ursprung des Termes „ratio subduplicata“. Bekanntlich bedient sich Eukleides (*Elementa* V, def. 9) des Ausdruckes „λόγος διπλάσιος“, wenn er angeben will, daß zwei Größen sich wie die Quadrate zweier anderer Größen verhalten, und dieser Ausdruck wurde von den lateinischen Übersetzern des Eukleides mit „proportio duplicata“ oder „ratio duplicata“ wiedergegeben. Bei Nikomachos (*Introd. arithm.* I, cap. 18) findet sich der Ausdruck „λόγος ὑποδιπλάσιος“, aber derselbe hat nicht eine entsprechende Bedeutung, sondern bezeichnet das Verhältnis zweier Größen, von denen die zweite das doppelte der ersten beträgt, und dieser Ausdruck wurde lateinisch mit „ratio subdupla“ übersetzt. Auf der anderen Seite dürfte weder bei den Griechen noch im Mittelalter irgend ein Ausdruck angewendet worden sein, um zu bezeichnen, was die Mathematiker des 17. und 18. Jahrhunderts mit „ratio subduplicata" verstanden, d. h. daß zwei Größen sich wie die Quadratwurzeln zweier anderer verhalten.

Ist es möglich anzugeben, wer zuerst den Term „ratio subduplicata" in dieser Bedeutung benutzt hat? G. Eneström.

---

109. Über die verschiedenen Auflagen und Übersetzungen von Descartes' „Géométrie". Dem wesentlichen Inhalte der Descartesschen *Géométrie* haben die Geschichtsschreiber der Mathematik schon seit Montucla die gebührende Aufmerksamkeit gewidmet, aber vollständige und zuverlässige Auskunft über die verschiedenen Auflagen und Übersetzungen dieser Arbeit findet man, soweit mir bekannt ist, bei ihnen nicht. So z. B. dürfte es noch nicht genau untersucht worden sein, ob der ursprüngliche Text in den neuen Ausgaben irgendwo verändert worden ist, und auch die rein bibliographischen Angaben bedürfen zum Teil einer Revision, wobei u. a. festgestellt werden soll, welche Schriften den verschiedenen Ausgaben angehängt sind, wann diese Schriften verfaßt wurden und ob irgend einige derselben früher gedruckt worden sind. Um eine Untersuchung in dieser Richtung anzuregen, verzeichne ich hier die Auflagen oder Übersetzungen, die ich selbst gesehen habe, oder die meines Wissens von anderen Verfassern erwähnt worden sind.

Französische Ausgaben.

Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptique, les Météores et la Géométrie. Leyden, Maire 1637. (78) + 413 S. 4⁰. — Nach Bierens de Haan (*Bibliographie néerlandaise . . . sur les sciences mathématiques* [1883], S. 52) erschienen neue Auflagen des *Discours:* Amsterdam 1656, Amsterdam 1678, Paris 1724, aber diese enthalten wohl nicht die *Géométrie.*

La géométrie. Paris, Angot 1664. 119 + (8) S. 4⁰.

La géométrie divisée en trois livres. Paris 1705. 12⁰. (Siehe J. W. Müller, *Auserlesene mathematische Bibliothek* [1820], S. 66.)

La géométrie. Paris 1728. (Siehe die unten angeführte Übersetzung von L. Schlesinger, S. V.) — Nach einem antiquarischen Bücherkataloge erschien eine Auflage in Paris 1726, möglicherweise handelt es sich um diese Ausgabe.

La géométrie augmentée des commentaires du P. Rabuel. Paris [oder Lyon?] 1730. 4⁰. (Siehe J. W. Müller, a. a. O., S. 66, 67.)

La géométrie. Nouvelle édition. Paris, Hermann 1886. (5) + 91 S. 4⁰.

La géométrie [Paris, Bahl 1894]. — Ist in *La géométrie analytique d'Auguste Comte:* Nouvelle édition, Paris Bahl 1894, S. 1—111 enthalten.

Lateinische Ausgaben.

Geometria a Renato des Cartes 1637 gallica edita cum notis Florimondi de Beaune. Leyden, Maire 1649. XII + 336 + (2) S. 4⁰.

Geometria. I, II. Amsterdam, Elzevier 1659. XII + 520 S.; XIV + 424 S. — Der zweite Teil enthält Schriften von F. van Schooten, E. Bartholin, F. de Beaune, J. de Witt.

Geometria. I, II. Amsterdam, Blaeu 1683. 4⁰.

Geometria. I, II. Frankfurt am Main, Knoch 1695. (16) + 520 S.; (8) + 468 + (1) S. — Mit Anmerkungen von Jakob Bernoulli.

Deutsche Übersetzung.

Die Geometrie von René Descartes. Deutsch herausgegeben von L. Schlesinger. Berlin, Mayer & Müller 1894. X + 116 S. 8⁰ + 2 Taf.

Ausserdem ist die Geometrie auch in einigen Ausgaben von Descartes' gesammelten Werken (z. B. die von V. Cousin) enthalten. G. Eneström.

110. Über die Mathematiker Charpit und Français. In vielen mathematischen Arbeiten werden die französischen Mathematiker Charpit und Français erwähnt, aber biographische Notizen über sie fehlen in den gewöhnlichen Nachschlagebüchern. Am meisten bekannt ist wohl Charpit, da sein Name mit einer besonderen Methode zur Integration gewisser partieller Differentialgleichungen verbunden worden ist (siehe z. B. G. Boole, *A treatise on differential equations*, ed. 2, Cambridge 1865, S. 338, 346, 350; A. R. Forsyth, *A treatise on differential equations*, ed. 3, London 1903, S. 376—181), aber über seine Lebensumstände ist mir nur das bekannt, was Lacroix in seinem *Traité du calcul différentiel et intégral* (éd. 2, Paris 1814, tome II, S. 548) mitteilt, nämlich daß er als junger Mann kurze Zeit nach dem 30. Juni 1784 starb (dies ist das Datum der Einreichung einer von ihm verfaßten, ungedruckt gebliebenen Abhandlung an die Pariser Akademie der Wissenschaften). Überhaupt scheint die zitierte Arbeit von Lacroix die einzige Quelle unserer Kenntnis von Charpits Methode zu sein, und keine mathematische Abhandlung von ihm dürfte gedruckt sein.

Von den Brüdern Français kennt man zwar einige gedruckte Schriften (der Katalog der „Royal society" führt freilich unter J. F. Français auch solche Abhandlungen auf, die dem Bruder angehören), aber sonst nur wenig. Der eine Bruder, der zuweilen „Français de Colmar" genannt wird, war „professeur aux écoles d'artillerie" und starb nach Lacroix (a. a. O., S. 658) als Lehrer der Mathematik in Mainz, wahrscheinlich kurze Zeit vor 1812 aber jedenfalls nicht früher als 1806. Der andere Bruder J. F. Français wird 1812—1815 „professeur à l'école impériale de l'artillerie et de génie" genannt, sein Todesjahr ist mir vollständig unbekannt.

Es wäre nützlich, genaue biographische Notizen über die drei fraglichen Mathematiker zu bekommen.

G. Eneström.

Rezensionen.

J. Tropfke. Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Erster Band. Rechnen und Algebra. Leipzig, Veit 1902. VIII + 332 S. 8⁰. Mark 8.

Von den bisherigen Darstellungen der Geschichte der Elementarmathematik unterscheidet sich das Buch des Herrn Tropfke, teils durch die Reichhaltigkeit des Inhalts und die Zuverlässigkeit der Angaben, teils durch die Anordnung des Stoffes. Herr Tropfke hat sich nämlich nicht begnügt, aus den besten vorhandenen Arbeiten über Geschichte der Mathematik die für seinen Zweck passenden Notizen zu entnehmen, sondern er hat dieselben auch, so weit es ihm möglich war, durch Quellenstudium kontrolliert und zuweilen auch ergänzt. Auf diese Weise hat er eine stattliche Sammlung geschichtlicher Notizen bekommen (die Zahl der Anmerkungen, die hauptsächlich Belege für die im Texte gegebenen Notizen enthalten, beträgt nicht weniger als 1233), und auch dem Fachmann wird hie und da etwas neues geboten.

Bei der Bearbeitung dieses Materials war das Augenmerk des Verfassers ein Werk herzustellen, worin der Leser alle Aufschlüsse über jeden besonderen Punkt schnell finden konnte, und aus diesem Grunde hat er nicht eine chronologische, sondern eine systematische Anordnung des Stoffes gewählt. Der bisher erschienene erste Band enthält also zwei Hauptstücke, nämlich *Rechnen* und *Algebra;* das erste Stück ist in fünf Abteilungen *(Die Zahlen im allgemeinen; Die Maße; Die ganzen Zahlen; Die Brüche; Das angewandte Rechnen)* und das zweite Stück in sechs Abteilungen (*Die algebraische Ausdrucksweise*; *Der Name Algebra; Die Entwicklung des Zahlenbegriffes; Die algebraischen Operationen; Die Proportionen; Die Gleichungen*) geteilt, von welchen die meisten zwei oder mehrere Unterabteilungen haben. So z. B. werden neun Arten des angewandten Rechnens (Regeldetri, Zinsrechnung, Terminrechnung, Gewinn- und Verlustrechnung, Rabattrechnung, Tararechnung, Mischungsrechnung, Gesellschaftsrechnung, Wechselrechnung) unterschieden und in besonderen Paragraphen behandelt.

Am Ende des Bandes finden sich zwei Anhänge, nämlich eine Zeittafel zur Geschichte der algebraischen Zeichenschrift (3 Seiten) und eine Zusammenstellung von Orginalbeispielen aus mathematischen Schriften der verschiedenen Perioden (23 Seiten). Dem zweiten, voraussichtlich vor dem Ende dieses Jahres erscheinenden, Bande wird ein allgemeines Namen- und Sachregister beigefügt werden.

Es ist leicht zu verstehen, daß die von Herrn Tropfke gewählte Anordnung des Stoffes zuweilen nicht unerhebliche Schwierigkeiten mit sich führen muß. Handelt es sich um ein Lehrbuch der Rechenkunst und Algebra, ist es in vielen Fällen Geschmackssache, was man zur Rechenkunst oder zur Algebra rechnen soll, und in solchen Fällen kann der Verfasser ohne Ungelegenheit die Anordnung, die ihm am meisten gefällt, wählen. Wendet er aber dies Verfahren bei der Bearbeitung eines *historischen* Handbuches an, kann es leicht eintreffen, daß die von ihm bevorzugte systematische Anordnung Begriffe von einander trennt, die historisch sehr nahe zusammengehören, und die der Leser darum geneigt ist an einer und derselben Stelle zu suchen. So z. B. geht es ja sehr wohl an, mit Herrn Tropfke die Radizierung zur Algebra zu rechnen, aber tatsächlich war schon im Mittelalter die Radizierung sogar in den kleinen Lehrbüchern der gemeinen Rechenkunst (z. B. der *Algorismus* des Sacrobosco) enthalten; etwas ähnliches gilt auch von den Termen *plus* und *minus*, sowie von den Zeichen + und —. Auf der anderen Seite werden wenige Leser in einer Abteilung, die den Titel „Das Rechnen“ trägt, solche Notizen suchen, die sich S. 54—68 („Eigenschaften der ganzen Zahlen“) finden; da wird z. B. der Wilsonsche Satz erwähnt, der wohl mit Rechnen wenig zu tun hat.

Es gibt auch einen anderen Umstand, der dem Leser zuweilen das Auffinden der gewünschten Aufschlüsse erschwert, nämlich das Fehlen von gewissen Unterabteilungen im Klassifikationsschema, denn hierdurch ist der Verfasser genötigt worden, einige Notizen an Stellen, wo sie nicht zu Hause sind, einzupassen. So z. B. wird unter der Überschrift „Der Name Algebra“ u. a. auch Aufschlüsse über Binom und Koefficient gegeben. Möglicherweise liegt hierin auch der Grund, warum ich gewisse Gegenstände, die meiner Ansicht nach in eine Geschichte der Elementarmathematik gehören, vergebens gesucht habe.

Die soeben bemerkten kleinen Übelstände bei der Benutzung der Arbeit des Herrn Tropfke werden natürlich wesentlich beseitigt, wenn das in Aussicht gestellte Sachregister wirklich gut wird, und es ist also zu hoffen, daß sie für die Brauchbarkeit der Arbeit von untergeordneter Bedeutung sein werden.

Wie ich schon gesagt habe, ist das Buch des Herrn Tropfke zum großen Teile auf Quellenstudium gegründet, und seine Notizen können darum einen hohen Grad von Zuverlässigkeit beanspruchen. Nur ziemlich selten ist er entweder von seinen Vorlagen irre geleitet, oder von einer gewissen Neigung, aus mehr oder weniger richtigen Prämissen rasch bestimmte Folgerungen zu ziehen, zu Behauptungen verlockt worden, die beanstandet werden können. Von der angedeuteten Neigung gibt es schon im Vorworte wenigstens ein Beispiel, nämlich die Hervorhebung des Entstehens der x der Gleichung aus dem italienischen *cosa* als eine „richtige Erklärung“. Wie Herr Tropfke S. 150 ganz richtig angibt, ist Descartes der erste Verfasser, der das Zeichen x benutzt hat, und bei ihm gibt es auch nicht eine Andeutung, daß er das Zeichen anderswo entnommen hat. Die Behauptung des Herrn Tropfke, die freilich S. 150 nur als ein „Erklärungsversuch“ hingestellt wird, muß also eine Folgerung aus gewissen Prämissen sein, und diese sind, wie aus S. 190—195 hervorgeht:

1) In der „Dresdener Algebra“ gleicht das Zeichen für die Unbekannte einem *co*, aus der zuweilen vorkommenden Flexionsendung „ae“ ist zu ersehen, daß das Zeichen jedenfalls nicht der Anfangsbuchstabe von „radix“ sein kann.

2) Dies Zeichen bekam bei späteren Cossisten die Form ꝛe.

3) Das also modifizierte Zeichen wurde, wegen seiner Ähnlichkeit mit einem x, lange Zeit vor DESCARTES wirklich als x gelesen.

4) Aus diesem Grunde bevorzugte DESCARTES das x, als er sich entschlossen hatte die unbekannten Größen mit den letzten Buchstaben des Alphabets zu bezeichnen.

Hier sind mir besonders 3) und 4) sehr verdächtig. Für 3) findet sich bei Herrn TROPFKE, so viel ich finden kann, gar kein Beweis, und auffallend ist, daß er S. 150 als Belegstelle auf S. 32 der TREUTLEINschen Monographie über die deutsche Coss verweist, obgleich TREUTLEIN an dieser Stelle ausdrücklich zugibt, daß das Zeichen für die Unbekannte *nicht* von den Cossisten mit dem Namen des Buchstabens x in Verbindung gesetzt worden ist. Ebensowenig ist 4) von Herrn TROPFKE durch Belege begründet worden, und die Erklärung des Zeichens x als eine Verstümmlung der Anfangsbuchstaben des Wortes *cosa* ist folglich als eine bloße Konjektur zu betrachten.

Unter den übrigen Bemerkungen, die ich beim Durchlesen der Arbeit des Herrn TROPFKE notiert habe, erlaube ich mir die folgenden hier aufzuführen.

S. 4. Es ist wohl etwas uneigentlich den Mathematiker RAINER GEMMA-FRISIUS (1508—1555) als dem Mittelalter angehörig zu bezeichnen.

S. 7. Die erste Auflage des Rechenbuches von JEAN TRENCHANT erschien im Jahre 1558 (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356).

S. 7. In betreff des *Algorismus* des SACROBOSCO (dessen Todesjahr noch nicht ermittelt worden ist) wäre auf die verbesserte Ausgabe von M. CURTZE (1897) zu verweisen.

S. 8. Das Geburtsjahr des LEONARDO PISANO ist vollständig unbekannt, und da bekanntlich die erste Bearbeitung des *Liber abaci* aus dem Jahre 1202 herrührt, ist es wohl anzunehmen, daß er *vor* 1180 geboren ist.

S. 25. Daß das französische Wort *degré* noch die direkte Abstammung vom arabischen Wort *darajah* verrät, halte ich mit CANTOR für eine vollständig unbestätigte und an sich sehr unwahrscheinliche Vermutung.

S. 40. Den Notizen über die termini technici bei Subtraktion könnte hinzugefügt werden, daß LEONARDO PISANO nie das Wort „subtrahere" sondern „extrahere" anwendet (vergl. CANTOR, *Vorles. über Gesch. der Mathem.* 2^2 [1900], S. 10).

S. 62. Den FERMATschen Satz hat LEIBNIZ spätestens 1683 entdeckt (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 242).

S. 64. Nach SUTER (Biblioth. Mathem. $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 500 und $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 12) ist die Vorlage des *Talchis* des IBN ALBANNA von ABU ZAKARIJA EL-HASSAR verfaßt, und der Titel dieser Vorlage unrichtig mit „Der kleine Sattel" übersetzt worden.

S. 81. Ob es sicher ist, daß der Name „Bruch" auf LEONARDOS „numerus ruptus" zurückgeht? Im Mittelalter waren wohl die Benennungen „numeri fracti" und „fractiones" ebenso gewöhnlich.

S. 89. Der *Canon mathematicus* des VIÈTE wurde eigentlich nur einmal, aber der *Titel* dazu dreimal (1579, 1589, 1609) gedruckt (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356).

S. 94. In betreff der periodischen Brüche kann hinzugefügt werden, das schon ein arabischer Mathematiker des 15. Jahrhunderts die Periodizität gewisser Sexagesimalbrüche beachtet hat (vgl. C. DE VAUX, Biblioth. Mathem. $\mathbf{13}_2$, 1899, S. 33—34).

S. 99. Daß das sog. „Bamberger Rechenbuch" von 1483 nicht das älteste gedruckte deutsche Rechenbuch ist, hat der Verfasser selbst S. 15 angedeutet.

S. 100. Bei der Erwähnung der „Walschen Praktik" wäre es angebracht ausdrücklich zu bemerken, daß das Verfahren im Grunde nur eine Zerlegung in Stammbrüche ist, und also sehr alte Ahnen hat.

S. 131—134. Sehr auffallend sind hier die schwebenden Angaben über den Ursprung des Zeichens +, wenn man dieselben mit einem Passus auf S. V des Vorwortes vergleicht, wo die Entstehung des Pluszeichens aus *et* ohne weiteres als eine „*richtige* neuere Erklärung" bezeichnet wird. S. 131 lesen wir nämlich, daß der Ursprung des Zeichens + im Dunkeln liegt, S. 133, daß die Annahme, das Additionskreuz sei aus einer Ligatur für *et* entstanden, näher liegt als eine andere, die der Verfasser als wenig befriedigend betrachtet, und S. 134 bemerkt der Verfasser, daß die Entstehung des + aus *et* nahezu sicher gestellt ist, fügt aber unmittelbar hinzu, daß man mit allen derartigen Erklärungsversuchen sehr vorsichtig sein muß. Aber dann ist wohl die Behauptung im Vorworte ein wenig zu modifizieren?

S. 139. Die Angabe „BOMBELLI, *L'Algebra*, 2. Aufl., Bologna 1579" kann leicht irre leiten, da es eigentlich nur eine Auflage dieses Buches gibt, nämlich die vom Jahre 1572 (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277). Der Verfassser scheint übrigens selbst unsicher zu sein, ob der Zusatz „2. Aufl." richtig ist, denn S. 198 setzt er ein Fragezeichen nach „2.", S. 202 steht nur „*Algebra*, Bologna 1579" und S. 218 schreibt er „Aufl. v. 1579 Bologna." Entschieden unrichtig ist die Angabe S. 325: „*l'Algebra*, Venedig 1572 (Bologna 1579)", da keine Ausgabe in Venedig erschienen ist.

S. 140. Die Notiz über das Vorkommen von Klammern bei GIRARD scheint mir insofern unvollständig, als es nicht erwähnt wird, daß GIRARD die Klammern auch als wirkliche Multiplikationszeichen benutzt hat (siehe *L'invention nouvelle en l'algebre*, Bl. C_3^v, D_3^r, F_4^v).

S. 141. Daß JOHANN BERNOULLI nicht das Zeichen Δ als Differenzenzeichen angewendet hat, habe ich in der Biblioth. Mathem. $\mathbf{10}_2$, 1896, S. 21 nachgewiesen (vgl. CANTOR, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* $\mathbf{3}^2$ [1901], S. 457).

S. 163. Das Wort *surdus* ist schon vor LEONARDO PISANO vom GHERARDO CREMONESE benutzt worden (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 516).

S. 166. Die Angabe, daß DESCARTES einem und demselben Buchstaben bald einen positiven, bald einen negativen Wert verlieh, ist, so weit bekannt, unrichtig, und erst bei HUDDE (1658) ist ein solches Verfahren angetroffen (vgl. oben S. 208).

S. 169. Daß CHUQUET die Kenntnis der Unmöglichkeit von $\sqrt{-a}$ besaß, dürfte lediglich eine Mutmaßung sein, denn der Verweis in Anm. 663 bezieht sich auf eine Randnote, die *nicht* von CHUQUET herrührt.

S. 172—173. Es ist richtig, daß EULER schon 1740 auf einen Zusammenhang der trigonometrischen Funktionen mit der Funktion e^x gestoßen war, aber den wirklichen Beweis hierfür gibt nicht der von Herrn TROPFKE in Anm. 681 zitierte Band der Comment. acad. Patrop., da dieser Band erst 1750 erschien, sondern ein Brief von EULER an JOHANN BERNOULLI vom 18. Oktober 1740, wo die Formel

$$2 \cos x = e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$$

ausdrücklich angegeben wird (vgl. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. 11_2, 1897, S. 48).

S. 188. Da bei LEONARDO PISANO die Unbekannte auch *causa* genannt wird (vgl. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. 13_2, 1899, S. 50), könnte man wohl ebensogut sagen, daß *cosa* die italienische Übersetzung dieses Wortes ist.

S. 201. Daß EULER zum erstenmal 1741, in einem Briefe an GOLDBACH vom 9. Dezember, zu imaginären Exponenten schritt, ist nach der obenstehenden Bemerkung zur Seite 172 zu modifizieren. — Daß LEIBNIZ schon vor JOHANN BERNOULLI (1694) das Thema der Exponentialfunktion angegriffen hatte, geht aus dem hervor, was LEIBNIZ auf den Brief JOHANN BERNOULLIS vom 9. Mai 1694 antwortete; in der Tat hatte LEIBNIZ 15 Jahre früher in einem Briefe an HUYGENS die Gleichungen $x^z + z^x = b$, $x^x + z^z = c$, $x^x - x = 24$ erwähnt (vgl. *Der Briefwechsel von G. W. Leibniz mit Mathematikern, herausg. von* C. I. GERHARDT I [1899], S. 568).

S. 205—206. Die Angaben über Rechnen mit gebrochenen Exponenten stimmen nicht gut überein. S. 205 behauptet der Verfasser, daß der Übergang zum Rechnen mit negativen und gebrochenen Exponenten mit dem Ende des fünfzehnten Jahrhunderts begonnen war, aber S. 206 bemerkt er richtig, daß das Rechnen mit gebrochenen Exponenten schon im vierzehnten Jahrhundert eine ziemlich hohe Stufe der Ausbildung aufzuweisen hatte. Daß der *Algorismus proportionum* des ORESME keinen „Einfluß auf die spätere Entwickelung der Potenzlehre“ hatte, kann ja möglicherweise wahr sein, aber eben dasselbe gilt wohl auch vom *Triparty* des CHUQUET.

S. 210. Bei Erwähnung des Wurzelausziehens durch Anhängen einer Anzahl von Nullen, wäre es vielleicht angebracht zu bemerken, daß diese Methode prinzipiell schon von den drei Brüdern (um 850) benutzt wurde; der Unterschied ist nur, daß bei diesen nicht das Dezimalsystem, sondern das Sexagesimalsystem verwendet wird (vgl. C. DE VAUX, Biblioth. Mathem. 12_2, 1898, S. 1; SUTER, Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, S. 271).

S. 216. Für die Aufklärung der hier erwähnten Bezeichnung gewisser Wurzeln durch eine Anzahl von Punkten sei auf die Bemerkung von M. CURTZE in der Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 505 verwiesen.

S. 228. Die Formel

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$$

kannten die Mathematiker im christlichen Mittelalter schon drei Jahrhunderte vor CHUQUET (vgl. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, S. 238).

S. 236. Es ist mir nicht klar, warum der Verfasser, in betreff der Berechnung des vierten Gliedes einer Proportion aus den drei anderen, unter den christlichen Verfassern vor PEUERBACH nur JORDANUS NEMORARIUS nennt; diese Berechnung, sofern sie in arithmetischer Form auftritt, ist ja nichts anderes als die Regeldetri, und der Verfasser weiß (vgl. S. 99), daß die Regeldetri auch bei LEONARDO PISANO sich findet.

S. 237. Es scheint mir kaum angebracht, den Satz, daß $a : c = a^2 : b^2$ aus $a : b = b : c$ folgt, auf VIÈTE zurückzuführen. Auch wenn man nicht zugeben will, daß dieser Satz *implicite* in dem Ausdrucke *λόγος διπλάσιος* des EUKLEIDES (*Elementa*, V def. 9) liegt, muß man wohl damit einverstanden sein, daß er ein Spezialfall von *Elementa*, VI prop. 19, Corollarium ist. — Anm. 874 ist HULTSCH Schreibfehler für HUNRATH.

S. 239. Die Schreibart $a : b :: c : d$, die Herr TROPFKE erst bei CAGNOLI (1786) gefunden zu haben scheint, kommt nach W. BEMAN (L'intermed. d. mathem. **9**, 1902, S. 220) schon bei OUGHTRED (1657) vor.

S. 245. Daß auch NEPER in seiner vielleicht vor 1594 verfaßten *Algebra* vielfach Gleichungen, die auf Null gebracht sind, anwendet, habe ich in der Biblioth. Mathem. $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 145 bemerkt.

S. 275. ANNIBALE DELLA NAVE war nur bis 1558 Lehrer der Mathematik in Bologna (vgl. FAVARO, Biblioth. Mathem. $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354).

S. 303. Daß die *Algebra* des J. H. RAHN nichts über die sogenannte PELLsche Gleichung enthält, und daß PELL überhaupt nichts mit dieser Gleichung zu tun gehabt hat, dürfte jetzt als allgemein bekannt betrachtet werden können (vgl. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 204—207).

S. 306. Für die Unmöglichkeit der Gleichung $x^4 + y^4 = z^4$ gab schon FRENICLE DE BESSY einen Beweis (vgl. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88—89).

Von den nicht besonders zahlreichen Druckfehlern, die ich im Vorübergehen notiert habe, bemerke ich nur die auf S. 159: „PYTHAGORAS (sechstes Jahrhundert *n.* Chr.)".

Ich habe einleitungsweise erwähnt, daß das Buch des Herrn TROPFKE auch dem Fachmanne hier und da etwas neues bietet. Für mich persönlich war es interessant aus S. 200 zu erfahren, daß schon in einer 1634 (also vor DESCARTES' *Géométrie*) erschienenen Arbeit die Bezeichnungen $a\,2$, $a\,3$, $a\,4$ für a^2, a^3, a^4 vorkommen. Im L'intermed. des mathem. (**2**, 1895, S. 181) hat P. TANNERY eine Anfrage über diese Bezeichnungsart veröffentlicht, und ich hatte daselbst (**4**, 1897, S. 60) auf eine Anwendung derselben in einer schwedischen mathematischen Schrift aus dem 17. Jahrhundert hingewiesen, daß aber die Zeichen $a\,2$, $a\,3$, $a\,4$ schon vor DESCARTES auftreten, dürfte bisher nicht beachtet worden sein. Wahrscheinlich kannte DESCARTES HÉRIGONES *Cours mathematique,* und die Einführung der Exponentialbezeichnung repräsentiert also keinen so großen Fortschritt als man bisher angenommen hatte; in der Tat könnte die von HÉRIGONE vorgeschlagene Bezeichnungsart fast dasselbe wie die DESCARTESsche geleistet haben.

Fasse ich mein Urteil über den ersten Band der *Geschichte der Elementar-Mathematik* des Herrn TROPFKE zusammen, so kann ich sagen, daß es nach dem Erscheinen des Sachregisters ein empfehlenswertes Nachschlagebuch für diejenigen werden soll, die sich für historische Mathematik interessieren, und daß die hinzugefügte kleine mathematisch-historische Chrestomathie als sehr nützlich bezeichnet werden muß. Eine wirkliche Entwickelungsgeschichte der Elementarmathematik bringt die Arbeit dagegen eigentlich nicht, der Verfasser hat jedoch auch nicht beabsichtigt, den Lesern eine solche zu bieten.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

Neuerschienene Schriften.

Das Zeichen * bedeutet, daß die betreffende Schrift der Redaktion nicht vorgelegen hat.

Autoren-Register.

a) Zeitschriften. Allgemeines.

Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig. 8⁰. [1
16 : 1 (1903).

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Herausgegeben von G. Eneström. Leipzig (Stockholm). 8⁰. [2
4_3 (1903) : 1.

Eneström, G., Über kulturhistorische und rein fachmäßige Behandlung der Geschichte der Mathematik. [3
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 1—6.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. — 2^2 (1900). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 87—89. (Ch. Lambo, G. Eneström.) — 3^2 (1901). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 89—90. (G. Eneström.) [4

Gambioli, D., Breve sommario della storia delle matematiche (1902). [Rezension:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 94—95. (G. Eneström.) [5

Tropfke, J., Geschichte der Elementar-Mathematik. I (1902). [Rezension:] Naturwiss. Rundschau 18, 1903, 179—180. (E. Lampe.) [6

Versluys, J., Beknopte geschiedenis der wiskunde (1902). [Rezension:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 92—94. (G. Eneström.) [7

Ball, W. W. R., Breve compendio di storia delle matematiche. Versione dall' inglese con note, aggiunte e modificazioni di D. Gambioli e G. Puliti, riveduta e corretta da G. Loria. Primo volume. Le matematiche dall' antichità al rinascimento. Bologna, Zanichelli 1903. [8
8⁰, (3) + X + (1) + 284 S. — [8 lire.]

Miller, G. A., Some fundamental discoveries in mathematics. [9
Science 17_3, 1903, 496—499.

Konen, H., Geschichte der Gleichung $t^2 - Du^2 = 1$ (1901). [Rezension:] Bullet. d. sc. mathém. 27_2, 1903, 47—51. (P. Tannery.) [10

Loria, G., Spezielle algebraische und transscendente ebene Kurven. Theorie und Geschichte (1902). [Rezension:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 603—609. (H. Bosmans.) — Bullet. d. sc. mathém. 27_2, 1903, 92—97. (J. T.) [11

Braunmühl, A. von, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. II (1903). [Selbstanzeige:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 237—238. [12

***Burckhardt, F.,** Zur Geschichte des Thermometers. Basel 1902. [13
4⁰, 32 S. — Programm.

b) Geschichte des Altertums.

***Müller, A.,** L'arte gnomonica e la sacra scrittura. Studio apologetico sull' orologio di Achaz. [14
Roma, Accad. d. N. Lincei, Memorie 18, 1901, 69—110.

Fazzari, G., Il problema „de bovino" attribuito ad Archimede. [15
Il Pitagora 9, 1903, 94—97.

Vaux, C. de, Le livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques par Philon de Byzance. Edité d'après les versions arabes d'Oxford et de Constantinople et traduit en français. [16
Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale et autres bibliothèques 38, 1902. 211 S.

Schmidt, W., Nivellierinstrument und Tunnelbau im Altertume. [17
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 7—12.

Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia. Vol. III (1903). [Rezension:] Bullet. d. sc. mathém. 27_2, 1903, 87—92. (P. Tannery.) [18

Boll, Fr., Sphaera. Neue griechische Texte und Untersuchungen zur Geschichte der Sternbilder. Leipzig, Teubner 1903. [19
8°, XII + 564 S. + 6 Taf. — [24 ℳ.] — [Rezension:] Nature 67, 1903, 481—483. (W. R. Fischer.)

Rudio, F., Zur Rehabilitation des Simplicius. [20
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 13—18.

c) Geschichte des Mittelalters.

Curtze, M., Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance (1902). [Rezension:] Götting. gelehrte Anz. 1903, 46—50. (A. von Braunmühl.) — *New York,* Americ. mathem. soc., Bullet. 9_2, 1903, 376—381. (D. E. Smith.) [21

Suter, H., Über einige noch nicht sicher gestellte Autorennamen in den Übersetzungen des Gerhard von Cremona. [22
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 19—27.

Eneström, G., Ist Johannes Widman Verfasser der „Dresdener Algebra"? [23
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 90. — Anfrage.

d) Geschichte der neueren Zeit.

***Geiger, K.,** Eine neue Lösung und Geschichte der Aufgabe: Ein Sehnenviereck aus seinen Seiten zu konstruieren. Landshut 1901. [24
8°, 38 S. + 9 Taf. — Programm. — [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 152—153. (H. Wieleitner.)

Tonni-Bazza, V., Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia. [25
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti 10_5: 2, 1901, 39—42.

Bosmans, H., La nouvelle édition des pièces du procès de Galilée par A. Favaro. [26
Bruxelles, Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 578—598.

Klug, J., Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten bei Galilei (1900). [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 151—152. (H. Wieleitner.) [27

Favaro, A., Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. VII. Giovanni Ciampoli. VIII. Giovanfrancesco Sagredo. [28
Venezia, Istituto Veneto, Atti 62: 2, 1902, 91—145. — Nuovo archivio Veneto 4_2: 2, 1902. 132 S.

Favaro, A., Serie decimaterza di scampoli Galileiani. [29
Padova, Accad. d. sc., Atti e memorie 19, 1903, 57—81.

***Ricci-Riccardi, A.,** Galileo Galilei e Fra Tommaso Caccini. Il processo di Galileo nel 1616 e l'abiura segreta rivelata dalle carte Caccini. Firenze, Le Monnier 1902. [30
8°, XV + 280 S. — [Rezension:] Archivio storico italiano 31_5, 1903. 15 S. (A. Favaro.)

Oudemans, J. A. C., et **Bosscha, J.,** Galilée et Marius. [31
Arch. néerl. d. sc. exactes 8_2, 1903, 115—189 + 1 Taf.

***Müller, Adolph,** Johann Keppler, der Gesetzgeber der neueren Astronomie. Freiburg i. B., Herder 1903. [32
8°, VIII + 186 S. — [2,40 ℳ.] — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 617—618.

Bosmans, H., Sur les „Theses de cometis" (1619) de Grégoire de Saint-Vincent. [33
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 90. — Anfrage.

Maupin, G., Opinions et curiosités touchant la mathématique. II (1902). [Rezension:] Revue semestr. d. public. mathém. 11: 1, 1903, 173. (G. Mannoury.) [34

Wallner, C. R., Die Wandlungen des Indivisibilienbegriffs von Cavalieri bis Wallis. [35
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 28—47.

***Du Boberil, R.,** Pascal et Riemann. Paris, Dubois 1902. [36
8°, 22 S.

Stäckel, P., Über die Geschichte der Terme Binom, Polynom usw. [37
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 91. — Anfrage.

Loria, G., Osservazioni sopra la storia di un problema pseudo-elementare. [38
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 48—51.

Lorey, W., Newtons Grabdenkmal in der Westminster-Abbey. [39
Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 181—182.

Lefebvre, B., Sur John Wilson. [40
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 91. — Antwort auf eine Anfrage.

Pfennig, R., Wer hat zuerst die Analysis von der Metaphysik emancipiert? [41
Beiträge zur Bücherkunde und Philosophie (Leipzig, Harrassowitz 1903), 499—514. — Über die Verdienste Lagranges und Arbogasts um die Prinzipien der höheren Analysis.

d'Adhémar, R., L'œuvre mathématique du XIXe siècle. [42
Bruxelles, Soc. scient., Revue des quest. scient. 20_2, 1901, 177—218.

Wölffing, E., Mathematischer Bücherschatz. Systematisches Verzeichnis der wichtigsten deutschen und ausländischen Lehrbücher und Monographien des 19. Jahrhunderts auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften. Erster Teil: Reine Mathematik. [43
Abh. zur Gesch. d. mathem. Wiss. **16**:1, 1903. XXXVI + 416 S. — [14 *M.*]

***Jecklin, L.,** Historisch-kritische Untersuchung über die Theorie der hypergeometrischen Reihe bis zu den Entdeckungen von E. E. Kummer. Bern 1901. [44
8^0, 87 S.

Gauss, C. F., Werke. Band VIII (1900). [Recension:] *New York,* Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 357—369. (J. Pierpont.) [45

Klein, F., Über den Stand der Herausgabe von Gauß' Werken. Fünfter Bericht. [46
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1902; Geschäftl. Mitt. 10—18. — [Wieder abgedruckt:] Mathem. Ann. **57**, 1903, 35—43.

Klein, F., Gauß' wissenschaftliches Tagebuch 1796—1814. Mit Anmerkungen herausgegeben. [47
Mathem. Ann. **57**, 1903, 1—34 + Facsim. — Abgedruckt aus der Festschrift der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 1901 (Siehe Biblioth. Mathem. 3_3 1902, 156). — [Recension:] Deutsche Litteraturz. **24**, 1903, 928.

Schlesinger L., Johann Bolyai. Festrede, gehalten bei der von der königl. ungarischen Franz-Josefs-Universität veranstalteten Bolyai-Feier am 15. Januar 1903. [48
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **12**, 1903, 165—194.

Ein Brief von Niels Henrik Abel an Edmund Jacob Külp. [49
Journ. für Mathem. **125**, 1903, 237—240.

Jahnke, E., Brief von Leverrier an Jacobi. Brief von Liouville an Jacobi. [50
Arch. der Mathem. 5_3, 1903, 37—41.

Pexider, J. V., Übersicht über die Literatur des Abelschen Theorems. [51
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 52—64.

Vincent, J., Aperçu de l'histoire de la météorologie en Belgique. III. [52
Bruxelles, Observatoire, Annuaire météorologique 1903, 61—154.

Muir, Th., Historical note in regard to determinants. [53
Nature **67**, 1903, 512.

Wassilief, A. und Delaunay, N., P. L. Tschebyschef (1900). [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 142. (H. Liebmann.) [54

Königsberger, L., Hermann von Helmholtz. Zweiter, dritter Band. Braunschweig, Vieweg 1903. [55
8^0, XIV + 383 S. + 2 Porträts; IX + (1) + 142 S. + 4 Porträts + Facsim. — [8 + 4 *M.*] — [Rezension des 1. Bandes:] Naturwiss. Rundschau 18, 1903, 113. (J. Bernstein.)

J. C. Poggendorffs Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften. Band 4 (1902—1903). [Rezension der Hefte 1—7:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 95—101. (G. Eneström.) [56

***Maillet, E.,** Notice sur les travaux scientifiques de M. E. Maillet. Paris 1901. [57
4^0, 16 S.

e) Nekrologe.

Eugenio **Beltrami** (1835—1900). [58
Mathem. Ann. **57**, 1903, 65—107 [mit Schriftverzeichnis]. (Deutsche Übersetzung des Nekrologes von E. Pascal in den Rendiconti dell' istituto Lombardo, mit Zusätzen von A. Korn.) — The americ. mathem. monthly **9**, 1902. (G. B. Halsted.)

Ferdinand **Caspary** (1853—1901). [59
Jahnke, E., *Nachruf auf Ferdinand Caspary.* Leipzig, Teubner 1903. 8^0, 30 S. + Porträt. — Zum Teil Sonderabdruck aus dem Arch. der Mathem. — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. **24**, 1903, 617. — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 62—63.

Maximilian **Curtze** (1837—1903). [60
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 65—81 [mit Porträt und Schriftenverzeichnis]. (S. Günther.)

Hermann **Dobriner** (1857—1902). [61
Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 179—180 [mit Porträt]. (C. H. Müller.)

Ernest **Duporcq** (1873?—1903). [62
Nouv. ann. de mathém. 3_4, 1903, 97—98. (C. A. Laisant.)

Hervé **Faye** (1814—1902). [63
Bruxelles, Soc. scient., Revue des quest. scient. 3_3, 1903, 353—403. (J. Thirion.)

Norman Macleod **Ferrers** (1829—1903). [64
Science 17_2, 1903, 318.

Matteo **Fiorini** (1827—1901). [65
Bologna, Scuola d'applicazione per gli ingegneri, Annuario 1902/1903. 19 S. (F. Cavani.)

James **Glaisher** (1809—1903). [66
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 331.

Achille **Goulard** (1860—1902). [67
L'enseignement mathém. **5**, 1903, 132.

Sophus **Lie** (1842—1899). [68
Giorn. di matem. 9_2, 1902, 325—363. (Übersetzung von U. Amaldi des Nekrologes von F. Engel in den Berichten der sächs. Gesellsch. d. Wiss. 1900.)

W. J. C. **Miller** (1831—1903). [69
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 387.

George Gabriel **Stokes** (1819—1903). [70
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 331. — Naturwiss. Rundschau 18, 1903, 217—218. (J. Stark.) — Nouv. ann. de mathém. 3_4, 1903, Supplément VIII. — Science 17_2, 1903, 277—278.

f) Aktuelle Fragen.

Brodmann, C., Der internationale Katalog der naturwissenschaftlichen Literatur. [71
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 195—217.

Eneström, G., Über die Aufgaben einer mathematischen Zentralbibliothek. [72
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 82—85.

Ahrens, W., Über Aufgaben und Einrichtung eines Mathematiker-Adressbuches. [73
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 221—224.

Ahrens, W., Über die Aufgaben und zweckmässige Einrichtung eines Mathematiker-Adressbuches. [74
Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 114—119.

* **Alasia, Chr.,** Saggio terminologico-bibliografico sulla recente geometria del triangolo. Bergamo 1902. [75
8⁰, IV + 43 S. — [Rezension:] Mathesis 3_3, 1903, 69.

Schönflies, A., Zur Statistik des mathematischen Studiums. [76
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 218—221.

Schotten, H., Der Unterricht in der Mathematik. [77
Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 166—179.

Congresso internazionale di scienze storiche [Roma 1903]. [78
Supplemento al Periodico di matem. 6, 1903, 96. — Über die Verhandlungen der Abteilung für Geschichte der mathematischen Wissenschaften.

Wissenschaftliche Chronik.

Ernennungen.

— Privatdozent E. Anding in München zum Professor der Astronomie an der Universität daselbst.

— Privatdozent A. Gockel in Freiburg i. d. Schweiz zum Professor der Physik an der Universität daselbst.

— Dr. F. R. Moulton in Chicago zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Dr. C. A. Noble in Berkeley zum Professor der Mathematik an der „University of California" daselbst.

— Oberlehrer A. Thue in Trondhjem zum Professor der angewandten Mathematik an der Universität in Kristiania.

Todesfälle.

— Luigi Cremona, Direktor des „Scuola d'applicazione per gli ingegneri" in Rom, geboren in Pavia den 7. Dezember 1830, gestorben in Rom den 10. Juni 1903.

— Ernest Duporcq, „ingénieur des télégraphes", Mitherausgeber der „Nouvelles annales de mathématiques", gestorben in Paris den 1. April 1903, etwa 30 Jahre alt.

— Josiah Willard Gibbs, Professor der mathematischen Physik an der „Yale university" in New Haven, geboren in New Haven den 11. Februar 1839, gestorben daselbst den 28. April 1903.

— Heinrich Hartl, früher Professor der Geodäsie in Wien, geboren in Brünn den 23. Januar 1840, gestorben in Wien den 4. April 1903.

Mathematisch-historische Vorlesungen.

— In the „summer school" 1903 of the Harvard university (Cambridge, Mass.), Prof. D. E. Smith of the Columbia university (New York) will delived a course of ten lectures on history of mathematics. The course will relate to the elementary branches, through the calculus, and much attention will he given to the bibliography of the subject. Certain of the lectures will he illustrated by stereopticon pictures of pages from rare and valuable books and manuscripts. The historical work is presented with a view to leading students to consider all mathematics as in a state of evolution, and thus to estimate more intelligently the relative values of the topics taken up in the school.

— Prof. A. Macfarlane has delivered this year (April 20—30) at the „Leigh university" a course of six lectures on the following British mathematicians of the nineteenth century: T. P. Kirkmann, Ch. Babbage, W. Whewell, C. L. Dodgson, G. G. Stokes, Lord Raleigh.

— At the Nebraska university Prof. R. E. Moritz will deliver during the summer session 1903 a course on the history of mathematics.

Preisfragen gelehrter Gesellschaften.

— *Académie de sciences de Danemark à Kjöbenhavn.* Concours pour l'année 1904. Indiquer les conditions nécessaires et suffisantes de la décomposition de deux polyèdres en un nombre fini de parties congruentes deux par deux, ou bien apporter une contribution à la solution de ce problème général en donnant au moins les conditions pour le cas où l'un des solides est un polyèdre convexe et l'autre un cube. On devra aussi indiquer expressément quelles sont les pyramides qui satisfont aux conditions trouvées.

— *Jablonowskische Gesellschaft in Leipzig.* Preisfrage für das Jahr 1906. Eine

Untersuchung der den Bernoullischen Zahlen analogen Zahlen, namentlich im Gebiete der elliptischen Funktionen, welche die komplexe Multiplikation zulassen.

Vermischtes.

— In betreff des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg 1904, sind u. a. folgende Beschlüsse gefaßt. Es werden 6 Sektionen gebildet werden, nämlich für Arithmetik und Algebra, Analysis, Geometrie, Angewandte Mathematik, Geschichte der Mathematik, Pädagogik. Als Einführende für die 5. Sektion (Geschichte der Mathematik) sind die Herren M. Cantor und P. Stäckel gewählt. — Die Teilnehmer des Kongresses bezahlen gegen Aushändigung einer „Hauptkarte" einen Beitrag von 20 Mark. — Die Tagesordnung des Kongresses umfaßt drei allgemeine Sitzungen (9., 11., 13. August), eine Geschäftssitzung (13. August), sowie Sektionssitzungen und freie gesellige Vereinigungen. Mit dem Kongresse wird auch eine Ausstellung der wichtigeren mathematischen Literatur der 10 letzten Jahre verbunden werden, und die Herren A. Gutzmer und A. Krazer sind damit beauftragt worden. — Die badische Regierung hat einen Zuschuß von 3000 Mark in Aussicht gestellt.

— Die Sektion für Geschichte der Wissenschaften an dem internationalen historischen Kongreß in Rom 1903 beschloß, eine internationale Kommission zur Vorbereitung eines Kongresses für Geschichte der Wissenschaften zu bilden. Präsident der Kommission ist Herr Paul Tannery und Schriftführer Herr G. Loria. Der Kongreß wird September 1906 in Berlin gehalten werden.

Zur Frage über die Behandlung der Geschichte der Mathematik.

Von G. Eneström in Stockholm.

Im zweiten Bande der dritten Folge der Bibliotheca Mathematica habe ich eine Reihe von Artikeln begonnen, die sich auf die Methodologie der mathematischen Geschichtsschreibung bezieht, und die auch in den folgenden Bänden fortgesetzt werden soll. Der dritte dieser Artikel hat Herrn Cantor zu einigen Bemerkungen veranlaßt, die im vorigen Hefte zum Abdruck gelangten. Durch diese Bemerkungen habe ich meinerseits einen willkommenen Anlaß bekommen, um meine Stellung in betreff gewisser Fragen, die ich bisher gar nicht oder wenigstens nur flüchtig berührt habe, zu präzisieren; im Anschluß hierzu werde ich mir auch erlauben, mich über ein paar Punkte zu äußern, wo Herr Cantor mich mißverstanden zu haben scheint.

Nach einer ziemlich ausführlichen Motivierung stellt Herr Cantor die zwei Sätze auf: 1. Das höchste erreichbare Ziel bei der Behandlung der Geschichte der Mathematik ist nur, daß schon vorhandene Leistungen durch das neu Gebotene übertroffen werden; 2. Jeder kann nur so schreiben, wie seine Individualität es mit sich bringt. Mit diesen zwei Sätzen hätte ich mich wohl einverstanden erklären können, wenn Herr Cantor sie nur im Vorübergehen erwähnt hatte, ohne auf dieselben größeres Gewicht zu legen; ich kann ihnen nämlich sehr leicht einen solchen Sinn geben, daß sie fast selbstverständlich werden. Aber gerade aus dem Umstande, daß Herr Cantor die Sätze besonders hervorhebt, scheint es mir klar zu sein, daß hier ein wesentlicher Meinungsunterschied zwischen ihm und mir sich vorfindet. In der Tat kann ich nicht umhin anzunehmen, daß das Wort „übertreffen“ auf einen gleichmäßigen stufenartigen Fortschritt der mathematischen Geschichtsschreibung hindeutet, und daß Herr Cantor diese Geschichtsschreibung wesentlich als eine Wirksamkeit ästhetischer Art, also ihr Resultat gewissermaßen als ein Kunstwerk, das keinen äußeren Zweck hat, betrachtet. Ist nämlich dieser Gesichtspunkt richtig, so muß man gewiß die Fachgenossen auffordern, in erster Linie die schon vorhandenen Darstellungen der Geschichte der Mathematik zu studieren, dann zu untersuchen, an welchen Punkten es ihnen angebracht zu sein scheint, die bessernde Hand anzulegen, und endlich zur Ausführung des Werkes zu schreiten, wie die Begabung es fordert. Bloße Ratschläge sind dagegen von zweifelhaftem Nutzen, da es auf einem Zufall beruht, ob sie für die Individualität einer bestimmten Persönlichkeit passen.

Von dieser Betrachtungsweise muß ich aber für meinen Teil Abstand nehmen. Vor fünfzig Jahren, da die Zahl der mathematisch-historischen Forscher sehr gering, und das Interesse der Mathematiker für diese Forschungsart fast gleich Null war, so daß die Verfasser auf dem fraglichen Gebiete eigentlich kein Publikum, sondern nur einzelne Leser hatten, war es vielleicht ziemlich gleichgültig, welchen Zweck die mathematisch-historischen Arbeiten verfolgten; in fünfzig Jahren, da wir voraussichtlich eine hinreichende Anzahl vorzüglicher Gesamtdarstellungen der Geschichte der Mathematik besitzen werden, wird es vielleicht keinen Übelstand mit sich bringen, wenn man die Ansicht zu verbreiten sucht, daß der Verfasser einer neuen Darstellung dieser Art ohne weiteres so schreiben soll, wie seine Begabung (oder vielmehr das, was er als seine Begabung betrachtet) es fordert. Gegenwärtig aber möchte ich einen Versuch in dieser Richtung als inopportun bezeichnen, denn meines Erachtens ist es von Belang, daß man jetzt bei der Behandlung der Geschichte der Mathematik einen ganz besonderen Zweck verfolgt, nämlich eine rein fachmäßige Darstellung der Entwickelung der Mathematik[1]) zu geben. Um aber dies zu erzielen, müssen natürlich für die mathematisch-historische Verfasserwirksamkeit gewisse Normen aufgestellt werden.

Aber wie geht es in diesem Falle mit dem Rechte der Individualität, auf das Herr Cantor so großes Gewicht legt? Bei der Beantwortung dieser Frage will ich zuerst ausdrücklich betonen, daß für die Verfasser auf dem mathematisch-historischen Gebiete die Individualität meiner Ansicht nach im allgemeinen nicht eine so große Rolle spielt, wie Herr Cantor anzunehmen scheint, und daß die Eigentümlichkeiten, die sich wirklich in ihren Schriften vorfinden, nicht immer von ihrer besonderen Begabung, sondern oft von zufälligen Umständen bei der Bearbeitung dieser Schriften abhängen. Hier nur einige Belege für die Richtigkeit meiner Ansicht! Wenn A. G. Kästner nicht als achtzigjähriger Greis, sondern viel früher sich vorgenommen hatte, eine *Geschichte der Mathematik* zu veröffentlichen,

---

1) Über die Bedeutung dieses Ausdruckes, siehe Eneström, *Über kulturhistorische und rein fachmäßige Behandlung der Geschichte der Mathematik;* Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 5—6.

so hätte er ohne Zweifel etwas viel besseres leisten können. — Wenn A. ARNETH für seine *Geschichte der reinen Mathematik* nicht nur etwa 300 Druckseiten, sondern wenigstens das Doppelte zur Verfügung gehabt hatte, so würde er wahrscheinlich die Geschichte der modernen Mathematik eingehender behandelt haben; ja, ich gehe noch einen Schritt weiter und behaupte, daß es nicht seine besondere Begabung war, die ihn veranlaßte, über den ihm zur Verfügung gestellten Raum so unzweckmäßig zu Gunsten der Geschichte der älteren Mathematik zu verfügen. — Wenn ein noch lebender hervorragender Fachgenosse, dessen Namen hier zu nennen überflüssig sein dürfte, schon als Vierzigjähriger Gelegenheit gehabt hatte, die Geschichte der Mathematik 1700—1758 zu bearbeiten, so würden wir meiner Überzeugung nach jetzt eine weniger fragmentarische Darstellung der Geschichte dieses Zeitraumes besitzen, denn aus seinen übrigen Schriften bekommt man gar nicht den Eindruck, daß fragmentarische Darstellungen seiner besonderen Begabung entsprechen.

Auf der anderen Seite muß ich zugestehen, daß es wirklich Forscher auf dem mathematisch-historischen Gebiete gibt, die kaum als Mitarbeiter an einer rein fachmäßigen Darstellung der Geschichte der Mathematik passen, und hier bietet sich also die Frage dar, ob die Begabung dieser Forscher auf irgend eine Weise für den oben angegebenen Zweck verwendet werden kann, oder ob man meiner Ansicht nach dieselben bewegen sollte, sich anderen Arbeiten zu widmen. In Bezug hierauf muß ich vor allem hervorheben, daß sich meine bisherigen Auseinandersetzungen eigentlich auf eine Gesamtdarstellung der Geschichte der Mathematik und auf Untersuchungen, die direkt für eine solche Gesamtdarstellung benutzt werden können, beziehen. Ich habe aber in einem früheren Artikel[1]) auf die Bedeutung, die literarische Einzeluntersuchungen als Material für die Entwickelungsgeschichte haben können, hingewiesen, und auch für Forscher, die sich ausschließlich mit bibliographischen, biographischen und rein literarischen Untersuchungen oder mit Veröffentlichung bisher ungedruckter Schriften älterer Mathematiker beschäftigen können, gibt es gewiß auf dem mathematisch-historischen Gebiete Arbeit genug; ich habe ja selbst in der Bibliotheca Mathematica eine große Anzahl kürzerer oder längerer Artikel dieser Art veröffentlicht. Nur möchte ich jungen Fachgenossen dringend empfehlen, sich nicht auf literarische Forschungen zu beschränken, bevor sie genau konstatiert haben, daß sie nichts anderes leisten können.

Aber es ist natürlich nicht in erster Linie das Recht der literarischen Forscher, das Herr CANTOR verteidigen will, sondern sein Artikel ist

---

1) ENESTRÖM, *Über literarische und wissenschaftliche Geschichtsschreibung auf dem Gebiete der Mathematik;* Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, 2.

offenbar eine *oratio pro domo* eines Kulturhistorikers, und obgleich ich schon im Leitartikel dieses Bandes meine Ansichten über den Wert der kulturhistorischen Behandlung der Geschichte der Mathematik auseinandergesetzt habe,[1]) so scheint es mir angebracht, noch einmal unter besonderer Bezugnahme auf die Cantorschen Bemerkungen auf diese Frage zurückzukommen.

In seinem Artikel unterscheidet Herr Cantor zwei Arten, nach welchen Geschichte der Mathematik behandelt werden können, nämlich Geschichte der *Mathematik* und *Geschichte* der Mathematik. Was er Geschichte der *Mathematik* nennt, entspricht zunächst Entdeckungsgeschichte nach meiner Terminologie, aber aus seiner Erläuterung der Benennung scheint hervorzugehen, daß darin auch einbezogen werden kann, was ich unter „fachmäßiger Entwickelungsgeschichte" verstehe. Jedenfalls handelt es sich hier um eine Behandlungsweise, die entweder gar nicht oder nur nebenbei kulturhistorisch ist. Dagegen dürfte der Cantorsche Term „*Geschichte* der Mathematik" ziemlich nahe mit dem zusammenfallen, was ich „eigentlich kulturhistorische Darstellung" nenne, und die Weise, wie Herr Cantor diese Darstellungsart charakterisiert, muß also näher untersucht werden.

„In der *Geschichte* der Mathematik", bemerkt Herr Cantor, „liefert die Mathematik zwar das gesamte Material, aber dessen Benutzung soll nicht ausschließlich der Mathematik zugute kommen. Das Bild des gesamten Kulturlebens dient als Hintergrund, von welchem mathematische Charakterzüge sich hell abheben und selbst dazu dienen, jenen Hintergrund zu erhellen". Schon aus dieser Charakteristik der fraglichen Darstellungsart sieht man ein, daß dieselbe sich nicht mit einem eingehenden Bericht über die Entwickelung sämtlicher mathematischer Theorien beschäftigen kann, denn ein solcher Bericht ist zum großen Teil nur für den Mathe-

---

1) In einem Falle scheint Herr Cantor mich mißverstanden zu haben. Am Anfange des Artikels wies ich darauf hin, daß von einem höheren Gesichtspunkte aus die fachmäßige Darstellung der Geschichte der Mathematik in eine kulturhistorische übergeht, daß aber eine *solche* kulturhistorische Darstellung für uns ein unerreichbares Ideal ist. Herr Cantor pflichtet mir darin bei, daß eine ideale Geschichte der Mathematik noch nicht geschrieben ist, aber aus dem, was er hinzufügt, geht hervor, daß er meine Meinung nicht ganz richtig aufgefaßt haben dürfte. In der Tat ist *die* kulturhistorische Darstellung, von der ich hier sprach, derart, daß sie jetzt nicht einmal *erstrebt* werden kann, denn sie setzt eine vollständige Kenntnis des Zusammenhanges zwischen den geistigen Vermögen der Menschen voraus, und weder Herr Cantor noch irgend ein anderer Fachgenosse hat einen Versuch machen können, eine solche Darstellung zu liefern. Die Bemerkung des Herrn Cantor, daß die Arbeiten über Geschichte der Mathematik von dem Erstrebten fern geblieben sind und wohl auch fern bleiben müssen, hat also mit dem, was ich gesagt habe, nichts zu tun.

matiker verständlich, oder mit anderen Worten er kommt eigentlich nur der Mathematik zugute, und überdies haben die modernen mathematischen Theorien so geringen Zusammenhang mit dem modernen Kulturleben, daß sie nur ausnahmsweise dazu dienen können, dasselbe zu erhellen. In der Tat gibt Herr CANTOR auch am Ende seines Artikels ausdrücklich zu, die kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik verschwinde mehr und mehr, je mehr man der Neuzeit näher rücke.

Aus der CANTORschen Bemerkung kann man auch ersehen, daß der Zweck der kulturhistorischen Darstellung wesentlich ein anderer als der der rein fachmäßigen sein muß, und dies geht noch deutlicher aus dem folgenden Zitate aus den *Mathematischen Beiträgen zum Kulturleben der Völker* hervor, das Herr CANTOR sein wissenschaftliches Programm nennt: „Wenn bei Völkerschaften eine Ähnlichkeit auf diesem oder jenem Gebiete der Geistesentwickelung stattfindet, so ist dies meistens kein bloßer Zufall, sondern die Folge von gegenseitiger Einwirkung oder gemeinsamem Ursprunge.“ Eine Hauptaufgabe der kulturhistorischen Behandlung der Geschichte der Mathematik ist also, zu ermitteln, auf welche Weise sich die mathematischen Kenntnisse unter die verschiedenen Völker verbreitet haben, aber diese Frage hat für die rein fachmäßige Darstellung der älteren Mathematik nur untergeordnete, hinsichtlich der modernen Mathematik sogar keine Bedeutung.

Wenn also gerade der Zweck, den die kulturhistorische Behandlung der Geschichte der Mathematik verfolgt, für die Schilderung der Entwickelung der mathematischen Theorien so wenig Bedeutung hat,[1]) so dürfte daraus unmittelbar folgen, daß die Hauptresultate jener Behandlung für die rein fachmäßige Darstellung kaum benutzt werden können, auch wenn die Zuverlässigkeit dieser Resultate unstreitig wäre, was gewiß nicht immer der Fall ist, da die fraglichen Resultate oft auf unsicheren Hypothesen oder ungenügenden Beweisführungen gegründet werden müssen. Dagegen kann natürlich die Beschäftigung mit gewissen mathematisch-kulturhistorischen Problemen zu Untersuchungen veranlassen, die wertvolles mathematisch-literarisches Material an den Tag bringen. Wenn also ein Forscher, dessen Begabung entschieden darauf hinweist, daß er nur als Kulturhistoriker wirken kann, imstande ist, so verdienstvolle Einzeluntersuchungen auszuführen, wie die in den *Mathematischen Beiträgen zum Kulturleben der Völker* vorkommenden, so werde ich der letzte sein, ihm davon abraten zu wollen.

---

1) Dagegen leugne ich natürlich nicht, daß kulturhistorische Darstellungen der Entwickelung der Mathematik einen großen Wert für die allgemeine Kulturgeschichte haben können und wirklich gehabt haben, ebenso wie mathematisch-literarische Arbeiten zuweilen sehr wertvolle Beiträge zur allgemeinen Literargeschichte liefern können.

Ich habe mir erlaubt mit dem Worte „inopportun“ die Ansicht zu bezeichnen, daß ein Verfasser auf dem mathematisch-historischen Gebiete ohne weiteres so schreiben soll, wie seine Individualität es zu fordern scheint, und ich dachte dabei an die Wichtigkeit, gegenwärtig alle geeigneten Kräfte in Anspruch zu nehmen, um auf eine rein fachmäßige Darstellung der Geschichte der Mathematik hinzuarbeiten — denn daß dies das Ziel der mathematisch-historischen Forschung sein soll, ist für mich ein Axiom. Daß die fragliche Ansicht, wenn sie verbreitet wird, die Herstellung dieser Geschichte direkt verzögern muß, dürfte unmittelbar klar sein, denn einige Fachgenossen, deren Mitwirken wünschenswert ist, werden dadurch bewogen werden, sich mit solchen Untersuchungen zu beschäftigen, die ihnen am nächsten liegen, unbekümmert darum, ob der Gegenstand dieser Untersuchungen vielleicht auch der Mühe wert ist, die sie darauf verwenden. Aber auch indirekt kann die Ansicht meines Erachtens für die mathematisch-historische Forschung schädlich werden. Hebt man nämlich kräftig hervor, daß diese Forschung einen ganz bestimmten Zweck hat, und zwar einen solchen, der in erster Linie für die Mathematik von Belang ist, so kann man dadurch junge Mathematiker bewegen, sich mathematisch-historischen Untersuchungen zu widmen; auf diese Weise wird es mehr und mehr bekannt werden, daß Geschichte der Mathematik wirklich eine mathematische Disziplin ist, und die Arbeiter auf diesem Gebiete werden dadurch die gebührende Anerkennung von der Seite der Mathematiker bekommen. Verbreitet sich dagegen die Ansicht, daß die Individualität eines mathematisch-historischen Forschers in erster Linie für seine Verfasserwirksamkeit maßgebend sein soll, und wird dazu behauptet, daß die eigentliche *Geschichte* der Mathematik zur Aufgabe hat, die mathematischen Charakterzüge des gesamten Kulturlebens darzulegen und dasselbe dadurch zu erhellen, so ist zu fürchten, daß wenige Mathematiker sich mit historischen Forschungen beschäftigen werden, und daß bei Bewerbung um eine Stelle, für welche herausgegebene Schriften auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften in erster Linie meritierend sind, mathematisch-historische Abhandlungen, auch wenn sie wirklich wertvoll sind, kaum in Betracht kommen werden. Natürlich wird dieser Umstand noch mehr dazu beitragen, junge Fachgenossen von historischen Studien abzuschrecken. Ich will nicht in Abrede stellen, daß durch Betonung der kulturhistorischen Bedeutung der Geschichte der Mathematik einige Historiker und Philologen als Mitarbeiter gewonnen werden können, aber diesen Gewinn schätze ich nicht sehr hoch, da die Geschichte der *modernen* mathematischen Theorien, die ja die größte Bedeutung haben, nicht ohne eingehende mathematische Kenntnisse behandelt und noch weniger gewürdigt werden kann.

Die vorhergehenden Zeilen enthalten das Wichtigste, das ich in betreff des CANTORschen Artikels zu bemerken gehabt habe. Es ist ja möglich, daß Herr CANTOR nicht genau die Meinung hat, die ich in seinem Artikel gefunden zu haben glaube, aber die Absicht dieser Zeilen ist, wie ich schon einleitungsweise angegeben habe, eigentlich nur meine Stellung in betreff gewisser Fragen zu präzisieren, und ich bin überzeugt, daß auch andere Leser des CANTORschen Artikels denselben Eindruck davon wie ich bekommen haben.

Nur einen Punkt, wo Herr CANTOR mich zweimal mißverstanden zu haben scheint, werde ich mir noch erlauben hier zu berühren. In betreff gewisser arithmetischer Sätze der Agrimensoren habe ich im Leitartikel dieses Bandes darauf aufmerksam gemacht, daß es bei einer rein fachmäßigen Behandlung der Geschichte der Mathematik gewiß nicht erlaubt ist, mit Herrn CANTOR zu behaupten, daß diese Sätze *natürlich* keinem Römer angehören, und daß ihr alexandrinischer Ursprung selbstverständlich ist. Ich habe hinzugefügt, aus denselben Gründen könnte man behaupten, JOHANN BOLYAI habe die nichteuklidische Geometrie nicht selbständig erfunden. In Bezug auf diese Ausstellung weist Herr CANTOR auf den Wert historischer Hypothesen hin, und teilt mit, daß er noch von der Richtigkeit der Hypothese (daß die Römer in der Mathematik nichts schufen), auf welche er seine Behauptung in betreff des Ursprunges der arithmetischen Sätze der Agrimensoren gründete, überzeugt ist. Auf die Frage über den Wert historischer Hypothesen bei der Behandlung der Geschichte der Mathematik werde ich hier nicht eingehen, da ich voraussichtlich diese Frage recht bald in einem besonderen Artikel behandeln werde. Diese Frage gehört auch nicht hierher, denn ich habe gewiß nicht Herrn CANTOR bestreiten wollen, eine Hypothese aufzustellen, und dieselbe für eine folgende Argumentation zu benutzen, sondern ich beanstandete in erster Linie die meiner Ansicht nach unrichtige Form, die Herr CANTOR seiner Hypothese gegeben hatte; in der Tat kann man daraus kaum erraten, daß es sich lediglich um eine Hypothese handelt, denn solche Ausdrücke wie: „*Natürlich* keinen Römer,“ „Die Stellung der Römer *ist* eine erhaltende *gewesen*,“ „Daß sie nichts schufen, *ist allgemein anerkannt*,“ usw. deuten wohl kaum auf eine bloße Hypothese hin.

Durch meine Bemerkung über BOLYAI und die Entwickelung der nichteuklidischen Geometrie habe ich freilich versucht zu zeigen, daß die besondere Hypothese, die Herr CANTOR im fraglichen Falle aufgestellt hat, kaum als Beweismittel angewendet werden kann, da eine ähnliche, auch auf unvollständiger Induktion begründete Hypothese zu einem falschen Resultate führt, aber auch hier scheint Herr CANTOR mich ein wenig mißverstanden zu haben. Er macht nämlich darauf aufmerksam, daß JOHANN BOLYAI vielleicht mittelbar von Göttingen aus die Anregung bekommen hatte, sich mit der Parallelentheorie zu beschäftigen, und daß er darum nicht ganz unabhängig war. Aber ich habe nicht behauptet, daß Johann Bolyai unabhängig war, sondern daß er die nichteuklidische Geometrie selbständig erfunden hat, und dies ist ja etwas ganz anderes, denn ein Mathematiker wie Johann Bolyai ist wohl nicht lediglich ein Boden, wo Gedanken anderer Mathematiker in gewissen Fällen zur Entwickelung gelangen. Für einen Kulturhistoriker, der sich mit Vorliebe der Geschichte der älteren Mathematik gewidmet hat, liegt es vielleicht nahe, die Begriffe „abhängig“ und „unselbständig“ zu verwechseln, und zwar aus dem Grunde, weil es sich in der Geschichte der älteren Mathematik zum großen Teil um elementare Sätze oder sehr einfache Methoden handelt. Unter solchen Umständen kann die Anregung sich mit einem bestimmten Satze oder einer bestimmten Methode zu beschäftigen, leicht einen Fingerzeig enthalten, auf welche Weise das Resultat erzielt werden soll, und man ist darum entschuldigt, wenn man den Verdacht hat, daß der abhängige auch wenigstens bis zu einem gewissen Grade unselbständig gewesen ist; zuweilen ist es sogar ebenso leicht, den Satz selbst mitzuteilen, als eine Anregung zu geben, die einschlägige Frage näher zu studieren. In betreff der modernen Mathematik ist es ganz anders, besonders wenn es sich um eine neue Theorie handelt. Hier kann ein Mathematiker sehr wohl von seinen Vorgängern abhängig sein, ohne daß man darum berechtigt ist, die Resultate seiner wissenschaftlichen Wirksamkeit als unselbständig zu bezeichnen, denn diese Resultate können einen so großen Fortschritt repräsentieren, daß die früheren spärlichen Errungenschaften auf einem gewissen Gebiete in eine wirkliche Theorie verwandelt werden. Wäre es also auch wahr — was freilich von der kompetentesten Seite bestimmt verneint wird[1]), — daß Johann Bolyai den Gedanken einer von dem Parallelensatz unabhängigen, widerspruchfreien Raumlehre von Gauss bekommen hatte, so könnte man dennoch mit Recht sein System der nichteuklidischen Geometrie als eine selbständige Entdeckung betrachten. — Herr Cantor fragt in diesem Zusammenhange: „Wer möchte zweifeln, daß fremde Keime bewußt oder unbewußt in seinem (d. h. Johann Bolyais) Geiste fruchtbringend wurden?“ Hierauf antworte ich: Die ganze Frage ist meiner Ansicht nach für die fachmäßige Darstellung der Geschichte der Mathematik von untergeordneter Bedeutung. Das Wichtigste ist, konstatiert zu haben, daß Johann Bolyai

1) Vgl. P. Stäckel, *Die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie durch Johann Bolyai;* Mathem. und naturw. Berichte aus Ungarn **17** (1899), 1901, S. 11: „Mit Sicherheit [läßt sich] schließen, daß der Gedanke einer in sich begründeten, logisch widerspruchfreien Raumlehre, die unabhängig von dem elften Axiom gilt, nicht etwa von Gauss aus durch Vermittelung von Wolfgang auf Johann übertragen, sondern von Johann Bolyai selbständig gefunden worden ist“.

eine Theorie der nichteuklidischen Geometrie ausgebildet hat, bevor er von den Untersuchungen anderer Mathematiker auf diesem Gebiete Kenntnis bekommen hatte. Der Umstand, daß JOHANN BOLYAI ursprünglich von seinem Vater aufgefordert wurde, sich mit der Parallelentheorie zu beschäftigen, kann ja von Interesse sein, aber zu ermitteln, in wie weit die Entdeckung des JOHANN BOLYAI von dem heimlichen Fortwuchern GAUSSscher Gedanken abhängig gewesen ist, gehört meines Erachtens der Wissenschaft nicht an, denn für diesen Zweck fehlt es uns vollständig an Material.

Über die Gestalt der Groma der römischen Feldmesser.

Von WILHELM SCHMIDT in Helmstedt.

Bekanntlich spielte für den Römer bei Anlage von Städten und Tempeln oder Bestimmung der Lagerstraßen oder der Begrenzung der Ackerflächen die Ostwestlinie (Decumanus) und die Südnordlinie (Cardo, Mittagslinie) eine bedeutende Rolle. Man bediente sich dazu der Groma, eines Instrumentes, das wohl im allgemeinem bekannt ist, aber dessen Einrichtung und Verwendung im einzelnen noch Anlaß zu Zweifeln bietet. Man leitet die Groma von den Etruskern her; die Römer nannten sie auch „Stern" (stella, Winkelkreuz), wie die Griechen „asteriskos" (*ἀστερίσκος* Sternchen). Sie diente nicht nur zum Einvisieren einer bestimmten Linie, z. B. der Ostwestlinie bei Sonnenaufgang, sondern auch zur Bestimmung der auf dieser senkrecht stehenden Mittagslinie, also zum Abstecken rechter Winkel.

Ungefähr ließ sich ihre Gestalt bisher aus dem Grabrelief des Feldmessers L. AEBUTIUS FAUSTUS (1. Jahrh. nach Chr.) von Ivrea erschließen.[1]) Daß hier nur zwei Senklote abgebildet sind, hat wohl in äußeren Umständen seinen Grund; in Wirklichkeit hat bis jetzt auch niemand gezweifelt, daß vier Senkel vom Armkreuz herabhingen.

Neuerdings ist nun bei den Limesgrabungen eine wirkliche, im wesentlichen gut erhaltene Groma an den Tag gekommen. Sie ist im Besitze des Gutsbesitzers WINKELMANN zu Pfünz bei Eichstädt und H. SCHÖNE zu eingehender Untersuchung überlassen worden. Das Winkelkreuz (Fig. 1) besteht aus plattiertem Eisen und hat im Kreuzungspunkte ein Loch, in welches der obere Zapfen des eisernen Stativs (ferramentum) faßte. Um diesen Zapfen ließ sich das Kreuz drehen. Die Enden der beiden, aufeinander senkrecht stehenden Lineale sind, abweichend von der Nachbildung

1) Vgl. CANTOR, *Vorles. über die Gesch. d. Mathem.* **1**^{2}, 501 und vollständiger in schönem Lichtdrucke bei H. SCHÖNE, *Das Visierinstrument der römischen Feldmesser;* Jahrb. des archäolog. Instituts **16**, 1901, Tafel II. Diesem interessanten Aufsatze (S. 127—132) sind mit gütiger Genehmigung des Verfassers und der Zentraldirektion auch unsere Figuren 1 und 2 entnommen.

Fig. 1.

auf dem Grabsteine, stark verjüngt, hakenförmig gebogen und mit starkem Nagel versehen. Jeder Arm ist, ohne den verjüngten Teil, 13,5 cm lang, 9 cm dick, jedes Lineal einschließlich des Hakens 35 cm lang. Der Ständer, welcher auch unten einen Dorn hat und wohl in einen Schemel eingefügt wurde, ist 35,5 cm hoch. Die Verjüngung der Kreuzarmenden nebst Haken und Nagel machen die Annahme unabweisbar, daß das Armkreuz in einem starken Holzrahmen befestigt war, wie es SCHÖNES Rekonstruktion (Fig. 2) zeigt. Bei dieser Einrichtung war es aber schwerlich möglich, von einem Faden zum gegenüberhängenden zu visieren, weil die eiserne Stütze im Wege gestanden hätte, sondern es wurde wahrscheinlich von einem Lote zu den benachbarten Senkeln visiert; auch so ergaben sich rechte Winkel.

Was wir aus literarischen Quellen über diese „machinula“ wissen, geht, wie es scheint, meist auf VARRO zurück.

FRONTIN schreibt im 2. Buche über die Begrenzungen („De limitibus“, *Röm. Feldmesser* I): „Zuerst den Ständer (mit der Groma) aufstellen, alle geneigten Teile (der Oberfläche) wagerecht richten und mit einem Auge auf die an allen Enden durch Gewichte gespannten, miteinander verglichenen (gleich langen) Fäden oder Schnüre so sehen, bis es den Sehstrahl des zweiten Fadens auffängt und so die (beiden) einander nächsten Fäden nur allein sieht; dann die Richtlatten einwinken.[1]) Ähnlich noch an anderer Stelle (I: 287,2): „Wenn du den Ständer (mit dem Apparate) aufgehoben hast, wirst du ihn zu einem Steine tragen und daneben stellen. Wenn du ihn hingestellt hast, wirst du ihn (oberflächlich?) wagerecht richten. Wenn du ihn wagerecht gestellt hast, wirst du solange sorgfältig

1) Ferramento primo uti, et omnia momenta perpenso dirigere, oculo ex omnibus corniculis extensa ponderibus et inter se comparata fila seu nervias ita perspicere, donec proxima consumpto alterius visu sola intueatur; tunc dictare moetas.

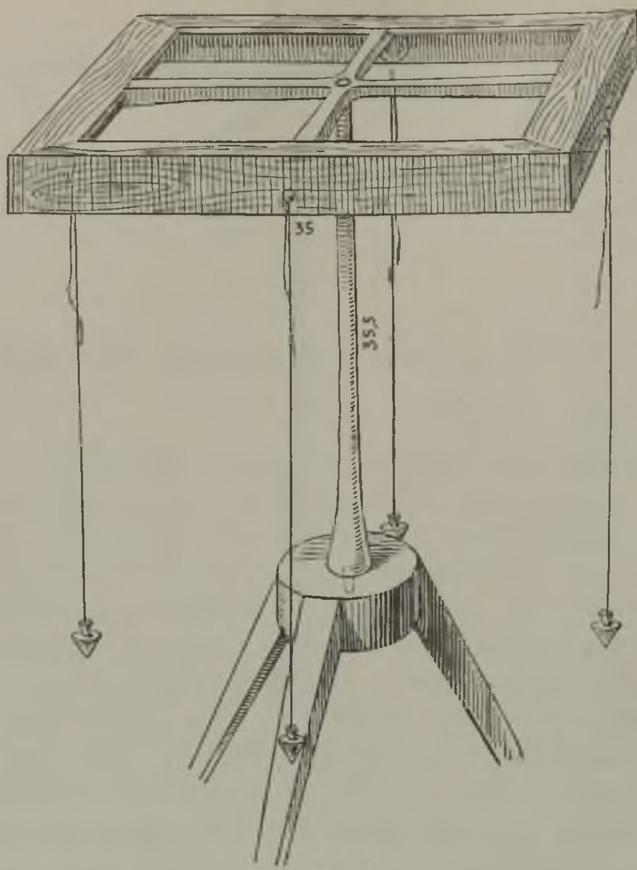


Fig. 2.

operieren (d. h. genau einstellen), daß der Senkel, welcher von dem „umbilicus soli“ hinabgelassen wird, auf den Kreuzpunkt des Steines fällt“.[1])

Damit stimmt im wesentlichen überein, was MARCUS JUNIUS NIPSUS (I: 287,25) sagt: „Du wirst den Eisenständer neben dem Steine in der Weise aufstellen, daß du ihn nicht unmittelbar in die gerade Grenzlinie stellst. Wenn der Ständer steht, wirst du den „umbilicus soli“ über den Kreuzungspunkt des Steines drehen und so das Stativ wagerecht richten. Wenn der Ständer wagerecht steht, wirst du vom „umbilicus soli“ das Lot so hinablassen, daß es auf den Kreuzungspunkt des Steines fällt. Dann wirst du für die (Bestimmung der rechtwinkligen) Grenzlinie vier Punkte in deiner Hand haben, die du aufgestellt hast (nämlich drei an der Groma und eine Richtlatte für die zu suchende Richtung). Mit anderen Senkeln (Schnurenden) wirst du eine andere Grenzlinie haben.“ [2])

---

1) Sublato ferramento transferes ad lapidem et figes. cum fixeris, perpendes. cum perpenderis, diligenter tam diu facies, ut ab umbilico soli emissum perpendiculum supra punctum decussis cadat.

2) Figes ferramentum ad lapidem ita, ne in rigore limitis figas. fixo ferramento convertes umbilicum soli supra punctum lapidis et sic perpendes ferramentum. perpenso ferramento ab umbilico soli emittes perpendiculum ita, ut in puncto lapidis cadat. comprehendes quattuor signa ea quae posuisti in limitem. aliis corniculis tenebis alium limitem. Wenn man vom Visierpunkte über dem Steine absieht, kann man auch an 2 Senkel und 2 Richtlatten (auch eine für die vorhandene Grenzlinie) denken.

Es fragt sich, was unter dem „umbilicus soli" zu verstehen sei. H. Schöne sieht darin ein Kreuzarmende, das eben diesen technischen Namen geführt habe. Das scheint mir im wesentlichen richtig. Nur bleibt im einzelnen noch zu beachten, daß mit Hilfe des „umbilicus soli" auch das „ferramentum" genau wagerecht gestellt wird. Es ist daher vielleicht nicht ausgeschlossen, daß an jenem einen Ende des Winkelkreuzes nach dem Boden zu ein nabel(buckel)förmiger Knopf mit einem vertikalen Einschnitte, ähnlich wie ein gewölbter, mit einem Einschnitte versehener Schraubenkopf, irgendwie angebracht war, damit in seine Nute die Schnur des Senkels einspielte und so wenigstens einigermaßen die wagerechte Lage gewährleistete. Diese Art, die horizontale Lage zu bestimmen, ist jedenfalls noch einfacher als die Verwendung einer Setzwage. Ganz sicher geht man in solchem Falle wohl eigentlich nur bei der Dosenlibelle; aber für gewöhnlich mochte jene Vorrichtung genügen. Auch so kommt der Name — umbilicus soli „Nabel (Buckel?) für den Boden" [1]) — wohl noch zu seinem Rechte.

Nach Heron, *Dioptra* 33 wurde der „Stern" (*ἀστερίσκος*) nur sehr wenig beim Visieren gebraucht. Heron hebt besonders den Übelstand hervor, daß die Senklote, namentlich bei Wind, sich unruhig hin- und herbewegten. Wenn man auch versucht habe, dadurch dieser Gefahr zu begegnen, daß man Hohlzylinder unter die Senkel gestellt habe, damit das Lot in einem solchen schwebend gegen den Wind geschützt sei, so sei doch zuweilen Reibung zwischen den Gewichten und den Zylindern entstanden und dadurch das Abstecken eines rechten Winkels zwischen den durch je zwei gegenüberhängende Lote bestimmte Ebenen vereitelt. Ein Gleiches gilt selbstverständlich auch für die durch je zwei benachbarte Lote gehenden Ebenen.

1) Freilich bezeichnet man mit „umbilicus" auch den Kopf des Stäbchens, welches aus den Buchrollen hervorragte. Sollte eine derartige Beziehung zugrunde liegen, so müßte ein bestimmtes Armende eine ähnliche Form gehabt haben. Davon läßt der Fund nichts erkennen. Auch fragt man sich vergeblich, wie ein solcher „umbilicus" allein geeignet war, bei Festlegung der horizontalen Richtung mitzuwirken. „Nabel (Mittelpunkt) des Bodens" müssen wir aber verstehen, wenn das Armende lediglich als Schnittpunkt zweier Visierlinien gemeint ist, wie H. Schöne will. Aber woran ist es kenntlich? Ein bestimmtes Armende scheint der „umbilicus soli" gewesen zu sein, da er ja eigens nach dem Kreuzungspunkte des Steines gedreht wird. Ohne besondere Vorrichtung (oder Kennzeichen) aber könnte eigentlich jedes Kreuzarmende in obigem Sinne als „umbilicus soli" dienen.

Die mathematischen S. Marcohandschriften in Florenz.

Von Axel Anthon Björnbo in Köbenhavn.

1.

Im Juni 1902 hatte ich in Florenz Gelegenheit mehrere lateinische Handschriften mathematischen Inhalts einzusehen, und zwar lenkte ich in erster Reihe meine Aufmerksamkeit auf die früheren S. Marcohandschriften. Dieselben wurden, als das S. Marco-Kloster vom Staate unterdrückt wurde, teils in die Biblioteca Laurenziana, teils in die Biblioteca Nazionale einverleibt. In ersterer Bibliothek haben die Hss. noch die alten Signaturen, in letzterer aber sind sie in die größere Sammlung mit dem Namen „conventi soppressi" aufgegangen und haben neue Signaturen erhalten. Eine Korrespondenzliste der alten und neuen Signaturen existiert nicht, und der handgeschriebene Katalog über die „conventi soppressi"-Sammlung ist sehr schlecht; es ist deshalb keineswegs leicht, die von Montfaucon oder Boncompagni erwähnten S. Marcohss. zu finden, insofern dieselben an die Biblioteca Nazionale gekommen sind. Die von mir unternommene Durchmusterung mehrerer der wichtigsten dieser Hss. hoffe ich später vervollständigen zu können, so daß es mir nach und nach gelingen kann ein ganzes Verzeichnis sämtlicher S. Marcohss. mathematischen Inhalts zu geben.

Den Anfang mache ich mit den zwei Handschriften, die ich schon in den Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wiss. **14,** 1902, p. 144—145 kurz erwähnt habe.

Codex S. Marco Florent. 184.

(Biblioteca Laurenziana.)

Latein. Pergamenths. in groß Qvarto aus dem 15. Jahrh.; besteht aus einem Vorsatzblatt und 164 numerierten Folien. Die Qvaternionen (in der Hs. angegeben) sind: 1. Hand: fol. 1—10, 11—14; 2. Hand: 15—22, 23—30, 31—38, 39—46; 3. Hand: 47—56, 57—60, 61—68, 69—77, 78—86, 87—96, 97—105, 106—115, 116—125, 126—135, 136—145, 146—153, 154—163, 164. Es fehlen mehrere Blätter, wahrscheinlich 6 zwischen fol. 57 und 58, ferner je 1 Blatt zwischen 63 und 64, 66 und 67, 76 und 77, 79 und 80, 105 und 106. Blattfläche 28,5 × 20,3 cm. Schriftfläche fol. 1—46: 20,1 × 13,0 cm; fol. 47—164 : 18,0 × 11,0 cm Keine Kolumnen. Zeilenzahl fol. 1—46: 41; fol. 47—119: 34; fol. 120—164: 30 à 37. Schrift: minuskel, 3 Hände (vgl. oben) von der Mitte des 15. Jahrh. Für Initialen ist Platz offen gelassen, aber diese sowie Figuren fehlen. Die Buchtitel fol. 120—164 sind rot geschrieben, sonst fehlt jede Art von Ausschmückung.

Auf dem Vorsatzblatt findet sich die gewöhnliche Anteskription sowie ein altes Inhaltsverzeichnis[1]): (Hand B): *In bancho XVIII ex parte occidentis.* (Hand A): *Hic liber est conuentus santi Marci de Florencia ordinis predicatorum, quem donauit uir clarissimus* COSMUS MEDICES *prescripto conuentuj.* (Hand B): *Emit autem ab heredibus ser* PHYLIPPI *ser* VGOLINI PIERUZZI *de Vertine notarii florentinj.*

Canones super tabulas regis ALFONSI *secundum* JOHANNEM DE SAXONIA.
Tabule ALFONSI *regis Castelle.*
Tractatus MILEI *et* CAMPANI.
ANTOLICUS (sic!) *de spera mota.*
CAMPANUS *et alij de proportione et proportionalitate.*
Liber Karastonis.
Liber Embadorum SAUOSARDE (sic!) *Judei.*

Der Inhalt ist folgender:

I (erste Hand).

1. JOHANNES DANCK von Sachsen: *Canones super tabulas Alphonsinas*[2]) (fol. 1^r—13^r).

Überschrift fehlt.

Anfang: *Tempus est mensura motus, ut uult* ARISTOTELES *4° physicorum . . .*

Schluß: . . . *Figuram autem facies secundum doctrinam magistri* JOHANNIS DE LINERIJS, *a quo habeo scientiam meam. Expliciunt canones super tabulas* ALFONSIJ.

fol. 13^v—14^v sind leer.

II (zweite Hand).

2. Alfonsinischen Tafeln (fol. 15^r—46^v).

Überschrift: *Tabulæ illustris* ALPHONSI *regis Castellæ ad meridiem Toleti positæ.*

Anfang (Rubr.): *Tabula differentiarum unius regni* . . . . . (vorletzte Tafel heißt:) *Tabula equationis Mercurij tertia.* . . . . . . (letzte Tafel:) *Tabula equationis dierum cum noctibus suis.*

1) Vgl. BONCOMPAGNI, *Delle versioni fatte da* PLATONE TIBURTINO, Roma 1851, p. 35—36.

2) Über diesen Text siehe STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 619 ff. — Was den Namen DANCK betrifft, so hat Cod. Borbon. VIII. D. 31 (14. Jahrh.) die *Canones* mit der Unterschrift: *Expliciunt canones tabularum illustris principis* ALFONSI, *quos magister* JOHANNES DANEKOW *de Saxonia conpilauit.*

III (dritte Hand).

3. Menelaos' Sphärik I—III, defekt[1]) (fol. 47r—79v).

Überschrift fehlt.

Anfang: *Declarare uolo qualiter faciam* . . . (7 Blätter fehlen).

fol. 64v: . . . *Expletus est tractatus primus libri Milei. Incipit secundus* . . . (1 Blatt fehlt) . . .

fol. 69v: . . . *Expletus est secundus. Incipit tercius* . . . (1 Blatt fehlt).

fol. 79v: . . . *et maior proporcio dyametri spere ad dyametrum circuli, qui* / — der Rest vom letzten Satz (III, 15) stand auf dem nächsten nunmehr fehlenden Blatte.

4. Campanus' *de figura sectoris*, defekt[2]) (fol. 80r—v).

Erste Hälfte des Textes stand auf dem zwischen fol. 79v u. 80r weggeschnittenen Blatt.

fol. 80r — / *ipse sit residuus semicirculi, et corda dupli arcus hb est equalis corde dupli arcus cb*, . . .

Schluß: . . . *et ex proportione corde dupli arcus cf ad cordam dupli arcus ce.*

5. Autolykos' *περὶ κινουμένης σφαίρας*[3]) (fol. 80v—86r).

Überschrift: *Incipit liber Antolici* (sic!) *de spera motu* (sic!)

Anfang: *Punctum equali motu dicitur moueri* . . .

Schluß: . . . *ergo vterque duorum circulorum abg, bed est maior quam centrum spere. Expletus est liber Antolici* (sic!) *de spera mota.*

6. Campanus' *de proportione et proportionalitate*[4]) (fol. 86r—90r).

Überschrift: *Tractatus Campani de proporcione et proporcionabilitate* (sic!)

Anfang: *Proportio est duarum quantitatum eiusdem generis ad inuicem habitudo* . . .

Schluß: . . . *quare d ad f non componitur. De propositis quoque sufficit, quod dictum est. — Isti sunt 18 modi vtiles. — Isti sunt 6 modi invtiles.*

---

1) Vgl. Björnbo, *Studien über Menelaos' Sphärik* p. 12 und 144.

2) Der ganze Text (Anfang: *Cum aliquis semicirculus dividitur* . . .) findet sich in den Codd. Dresd. Db. 86; Torun. R 4⁰ 2; Paris. 7406; Vat. 3098 und ist von Giunti, Venedig 1518 ediert; vgl. übrigens Björnbo, *Stud. über Menelaos* p. 153—154 und Steinschneider, *Hebr. Übers.* p. 589, Note 387.

3) Unediert; derselbe Text wie der in den Codd. Paris. 9335 fol. 19r—21v und Basil. F. II. 33, fol. 114—116. Vgl. Biblioth. Mathem. 3_3 (1902), p. 67.

4) Im Cod. Vindob. 5277 ist dieser Text anonym; im Cod. Vat. 3380 wird er wie hier dem Campanus zugeschrieben (vgl. Björnbo, l. c. p. 144); im Cod. Ambr. A. 203 inf. (15. Jahrh.) ist der Titel: *Tractatus aureus de proporcione et proportionalitate Al-Kindi (!) ad librum Almagesti admodum necessarius.* In den arabischen Verzeichnissen über Al-Kindis Schriften (vgl. Zeitschr. f. Math. u. Ph. 37, 1892, p. 10—15) findet sich eine Schrift über die zeitlichen Verhältnisse (Proportionen).

7. AHMED BEN JUSUFS *de proportione et proportionalitate*, defekt[1]) (fol. 90ʳ—112ᵛ).

Überschrift: *Epistola* AMETI *filii* JOSEPH *de proporcione et proportionalitate.*

Anfang: *Jam tibi respondi, ut scias, quod quesiuisti de causa geometrice proporcionis* . . . (1 Blatt fehlt).

fol. 112ʳ: . . . *ad quod absque eius auxilio peruenire non potes, qui est sufficientia nostra et tutor bonus.*[2]) *Quod proportio linee ab ad medietatem circuli bgd sit sicut* . . .

Schluß: . . . *et sicut proportio ab ad medietatem circuli bgd et hoc est etc. — Et illud est. — Expleta est epistola* AMETI *de proporcione et proporcionalitate.*

8. TĀBIT-ĪBN-KORRAHS *liber karastonis* (fol. 112ᵛ—119ʳ).

Überschrift: *Incipit liber karastonis, editus a* THEBITH *filio* THORE.

Anfang: *Continuet deus conseruationem tuam et multiplicet ex salute portionem tuam* . . .

Schluß: . . . *et faciet te cognoscere casum erroris. Liber est finitus. — Explicit de karastione. Deo gratias.*

fol. 119ᵛ ist leer.

9. ABRAHAM BAR CHIJJA (SAVASORDA): *liber embadorum*[3]) (fol. 120ʳ—164ᵛ).

Überschrift: *Incipit liber embadorum a* SAUASORDA *Judeo in ebraico compositus et a* PLATONE TIBURTINO *in latinum sermonem translatus anno Arabum DX mense saphar.*

Anfang: *Qvi omnes mensurandi diuidendique modos recte* . . .

fol. 159ʳ Zeile 8: . . . *ampligonius iudicetur ebetencet*[4]) *linea db et sit notum* . . .

fol. 164ᵛ: . . . *Si triplum est af ad fc, triplum est be ad ba.* (Schluß).

Codex S. Marco Florent. 213.

(Biblioteca Nazionale, convent. soppr. J. V. 30.)

Latein. Pergamenths. in groß Qvarto aus dem 14. Jahrh.; besteht aus einem Vorsatzblatt und 45 Folien mit den Nummern 1—12 und 25—57. Die Qvaternionen (in der Hs. angegeben) sind 1—12, 25—36, 37—48 und 49—58; fol. 58 ist weggeschnitten, und die Qvaternion 13—24 fehlt. Blattfläche 29,5 × 22,3 à 23,3 cm.

---

1) Eine Ausgabe von diesem Texte hatte M. CURTZE in Vorbereitung. Die Hälfte desselben habe ich für CURTZE nach der gegenwärtigen Hs. collationiert.

2) An dieser Stelle schließt sonst der Text, z. B. im Cod. Paris. 9335. Vgl. Bibl. Math. 3_3, 1902, p. 70. Die folgende 3/4 Seite ist auch nur ein Scholion.

3) Ediert von CURTZE in den Abh. zur Gesch. d. mathem. Wiss. 12, 1901.

4) Mit dem Worte *ebetencet* schließt die Übereinstimmung mit CURTZES Ausgabe (p. 178, 13). Das folgende (fol. 159ʳ—164ᵛ) ist einem anderen Texte entnommen und handelt von Höhen- und Tiefenmessungen des Unzugänglichen.

Schriftfläche fol. 1—12 und 25—34: 17,5 × 11,7 cm; fol. 35—57: 19,0 à 19,5 × 13,0 cm. Keine Kolumnen. Zeilenzahl: 38—43. Eine 1. Hand hat den Text und viele Randnoten geschrieben, und zwar mit schwarzer, einzelne Textüberschriften mit roter, Abteilungszeichen (℄) und Abschnittsinitialen mit roter *oder* blauer, Textinitialen mit roter *und* blauer Tinte. Einzelne Randnoten einer 2. Hand und mehrere Textüberschriften von neueren Händen sind schwarz geschrieben. Die Figuren (mittelmäßig) sind schwarz, in der ersten Qvaternion mit schwarzen, sonst mit roten Figurbuchstaben.

Die Hs. hat kein Inhaltsverzeichnis. Auf dem Vorsatzblatt steht die gewöhnliche Anteskription[1]):

(Hand B): *In bancho XVIIII ex parte occidentis.* (Hand A): *Hic liber est conuentus sancti Marci de Florencia ordinis predicatorum, quem donauit vir clarissimus* COSMUS MEDICES *prescripto conuentuj.* (Hand B):, *quem emit ab heredibus ser* PHYLIPPI *ser* UGOLINI PIERUZZY *notarij florentinj. 19 occ.*

Der Inhalt ist folgender:

1. ARCHIMEDES' sog. *de curvis superficiebus*[2]) (fol. 1^r—4^v).

Überschrift: *Liber* ARCIMENIDIS.

Anfang: *Cviuslibet rotunde pyramidis curua superficies . . .*

Schluß: . . . *Sic que [classis nostra id est nauis]*[3]) *portum tenet, in quem iamdudum vela succinxerat. Iamque cum bibulis hereat harenis anchora* ARCHIMENIDES *remigii,* JOHANNES *nauigationis grates agit summo creatori. Explicit commentarium* JOHANNIS DE THIN[4]) *in demonstrationes* ARCHIMENIDIS.

2. EUKLIDS Katoptrik[5]) (fol. 4^v—7^r).

Überschrift (am Rande mit einer jüngeren Hand): *De speculis.*

Anfang: *Visum rectum esse, cuius media . . .*

Schluß: . . . *Quare in eis stupa posita accendetur. Explicit liber de speculis.*

3. JORDANUS NEMORARIUS' *de ponderibus*[6]) (fol. 7^r—8^r).

Überschrift: *Incipit liber de ponderoso et leui.*

---

1) Ähnliche Anteskriptionen finden sich in fast allen S. Marcohss.

2) Das Buch enthält Sätze aus dem 1. Buche von ARCHIMEDES' *De sph. et cyl.* Vgl. HEIBERGS Ausgabe III, proleg. LXXXVI ff. Es findet sich auch im Cod. Basil. F. II. 33 p. 151—153.

3) Am Rande mit 1. Hand.

4) HEIBERG liest *Thiss.* Cod. Digby 174 und Dresd. Db. 86 haben aber auch *Thin.* Borbon. VIII. C. 22 (13. Jahrh.) hat als Überschrift: *Incipit liber* JOHANNIS DE TINENNIE *(!) de curuis superficiebus,* und als Unterschrift: *Explicit commemtum* GERUASII DE ESSEXTA (sic!)

5) Vgl. HEIBERGS EUKLIDausgabe VII, proleg. L ff. Zu den von HEIBERG erwähnten Codd. sind hinzuzufügen: Reg. 1253, s. XIV, fol. 1^r—13^r; Vat. 3102, s. XIV, fol. 43^r—51^v; Ampl. F. 37, s. XIII, fol. 60—63; Borbon. VIII. C. 22, s. XIII; S. Marco Flor. 206 (= Conv. soppr. J. I. 32), ca. 1270, fol. 43^r—46^v; Parm. 720, s. XIII, fol. 472^v—476^r; Ambr. T. 100. sup., s. XIV, fol. 43^v—54^r.

6) Vgl. BJÖRNBO, *Studien über* MENELAOS, p. 147, Note 1.

Anfang: *Omnis ponderosi motum esse ad medium . . .*

Schluß: . . . *sunt in pondere, equales duabus equis partibus f, g; sic ergo totum toti. Et hoc est quod oportuit demonstrari.*

Zusatz (9 Zeilen): '*Qveritur in longitudine equali et tereti eiusdem materie . . .*

4. JORDANUS NEMORARIUS (?): *de proportionibus*[1]) (fol. 8^r—9^v).

Überschrift (mit ganz neuer Hand): *De proportionibus.*

Anfang: *Proportio est rei ad rem determinata secundum quantitatem habitudo . . .*

Schluß: . . . *iterum XVIII alii a supradictis modis, ut omnes per totum fiant XXXVI. Explicit iste liber.*

5. ARCHIMEDES' Kreismessung[2]) (fol. 9^v—12^v).

Überschrift der Folien 9^v—11^v: *sudor* ARCHIMENIDIS.

Überschrift des Textes: *Incipit;* am Rande mit 2. Hand: *De Quadratura circuli.*

Überschrift der Folien 12^{r-v}: *Liber de quadratura circuli* ARCHIMENIDIS.

Anfang (Satz 3 der Ausgabe): *Omnis linea continens circulum . . .*

fol. 11^v: . . . *minus septima et plus 10 . 71 partibus partium dyametrie, et hoc est quod uoluimus probare* (d. h. Schluß der Ausgabe). *I. Omnis circulus orthogonio triangulo . . .*

fol. 12^r: *II. Proportio aree omnis circuli . . .*

fol. 12^r: . . , *quod manifestum erit per sequentem proportionem. Intraposita: Circulum quadrare eo quod omnis triangulus orthogonius, cuius vnum latus equatur circumferentie, reliquum latus semidyametro equalis est ipsi circulo . . .*

Schluß (fol. 12^v): . . . *ergo quadratum equale triangulo per ultimam secundi, et sic concludes propositum. Explicit.*

6. JORDANUS NEMORARIUS (?): *De Ysoperimetria*, Fragment[3]) (fol. 12^v).

Überschrift: *Incipit liber de ysoperimetris corporibus.*

Anfang: *Ysoperimetra sunt, quorum latera coniunctim sumpta sunt equalia . . .*

. . . *sumatur linea* | *in penthagono a scilicet* | / — Die rubrizierten Worte bilden die Endkustode; der Rest des Textes fehlt.

---

1) Dieser Text findet sich auch in den Codd. Dresd. Db. 86, XIV s.; S. Marco Flor. 206 (= Conv. soppr. J. I. 32), ca. 1300; Paris. 7399, XIII—XIV s. u. Ampl. Q. 376, ca. 1349; nur in dem letzten wird JORDANUS als Verfasser bezeichnet.

2) Ediert von HEIBERG nach. Cod. Dresd. Db. 86. Die Anordnung der Sätze in der gegenwärtigen Hs. ist 3, 1, 2.

3) Dieser Text, derselbe wie Nr. 22. des Cod. Vindob. 5203, ist nicht zu verwechseln mit dem Texte: „*Prelibandum est quoniam ysoperimetrorum, ysopleurorum . . . et solidum poliedrum minus spera*" in den Codd. Borbon. VIII; C. 22; Digby 174 (fol. 135 und 178v); Dresd. Db. 86; Bas. F. II. 33 und Paris. 8680.

7. Theodosios' Sphärik I—III, defekt[1]) (fol. 25^r—34^r).

Anfang fehlt. Zuerst kommen die zwei letzten Worte vom Satze I, 1: / *larii disiuncti.*

Danach I, 2: *Spere proposite centrum reperire . . .*

Satz III, 10 schließt (fol. 33^r): . . . *sicut processimus in demonstratione antepremisse per quartam.*[2])

III, 11: *Si polus circulorum equidistantium supra lineam continentem circulum . . .*

Schluß (Satz III, 15): . . . *quicumque eorum fuerint, propinquior vni duorum polorum, quicunque fuerit, erit maior arcu sui circuli simili ei, qui magis est remotus. Explicit Theodosius de speris.*

8. Menelaos' Sphärik I—III[3]) (fol. 34^r—52^v).

Überschrift: *Incipit liber primus Millei Romani de figuris spericis.*

Anfang: *Declarare uolo qualiter faciam . . .*

Schluß: . . . *et equidistat arcui bg et illud est q. d. u. Explicit liber Millei Romani de figuris spericis, et expletus est tractatus tertius.*

9. Astrolabienbeschreibung[4]) (fol. 52^v—53^v).

Überschrift: *Astrolabium demonstratum.*

Anfang: *Tres circulos in astrolapsu descriptos, duos scilicet. . . .*

Schluß: . . . *alterius translationis nostre hic quoque breuiter commemoremus, ut si diutius insequamur scribendis moram faciamus. Explicit iste liber.*

10. Ahmed ben Jusufs *de arcubus similibus*[5]) (fol. 53^v—55^r).

Überschrift: *Epistola Abuiafar Ameti filii Josephi de arcubus similibus.*

---

1) Die Überschriften der Seiten sind *liber 1us* (bezw. *2us*, *3us*) Theodosij *de speris.* Buch 1 ist am Rande stark kommentiert. Fol. 27^v z. B. steht: *Nota, quod uocat* (wahrscheinlich Campanus; vgl. Björnbo, *Studien über Menelaos*, p. 148 und 152—153) *primum huius 16m, quia continuat ipsum ad libros Euclidis.*

2) An dieser Stelle schließt sonst diese Theodosiosübersetzung, die lange mit 32, 31 und 10 Sätzen von Plato von Tivoli (?); vgl. Björnbo, l. c., p. 145, Note 2. Die gegenwärtige Hs. hat wie die Ausgabe Venedig 1518 bezw. 33, 31 und 15 Sätze.

3) Vgl. Björnbo, l. c. p. 144—145, wo die Angabe 45^r—52^v zu korrigieren ist.

4) Anfang und Schluß dieses vielleicht von Campanus redigierten Textes stimmen mit Cod. Ampl. F. 375.

5) Der Schluß des gegenwärtigen Textes stimmt mit dem in Cod. Paris. 9335; vgl. Bibl. Math. 3_3, 1902, p. 69; der Anfang nicht, weil Paris. 9335 einen Teil der arabischen Einleitung mitgenommen hat. Curtzes *De arcubus similibus* (Mitt. des Coppernicus-Vereins **6**, 1887, p. 48—50) nach Cod. Dresd. Db. 86 mit 5 Sätzen und 7 Figuren ist ein Auszug oder vielmehr eine verkürzte Bearbeitung von Ahmeds Werk; vielleicht rührt diese Bearbeitung von Jordanus Nemorarius her.

Anfang: *Omnes namque geometre diffiniunt, eos esse similes arcus, qui angulos recipiunt equales* . . . (12 Sätze und 11 Figuren).

Schluß: . . . *sunt equalitas et diuersitas et similitudo et dissimilitudo.*

11. 16 Euklidscholien und ein Archimedscholion. (fol. 55^r—57^v).

Die Scholien zu Euklid gehören zu X, 21—22; XI, 23; XIV, 7; XIV, 10; XIV, ultim.; XIII, 8; XIII, 9; XIII, 12 (4 Scholien) und XIII, 2.

Über die Entstehung des Grenzbegriffes.

Von C. R. Wallner in München.

Eine exakte Theorie des Grenzbegriffes setzt, wie die Untersuchungen des abgelaufenen Jahrhunderts gezeigt haben, eine vollständige Theorie der Irrationalzahlen bereits voraus, da eine Zahlenfolge einen Grenzwert von vornherein nur dann besitzen kann, wenn dieser Grenzwert als Zahl überhaupt existiert. Setzt man aber die Definition der Irrationalzahl voraus, so ist der Grenzbegriff kein wesentlich neuer Begriff mehr, wie etwa der Begriff der negativen oder gebrochenen Zahlen, kein Begriff, dessen Eigenschaften erst neu definiert werden müssen, sondern die Grenze einer Folge ist einfach die durch diese definierte Irrationalzahl; der Grenzübergang ist also nicht ein besonderer geheimnisvoller Prozeß, nicht eine eigenartige arithmetische Operation. Deshalb könnte er auch in der Arithmetik wohl entbehrt werden; in der Tat zeigt die Dedekindsche Theorie, daß die Gesetze aller arithmetischen Zahlen völlig eindeutig festgelegt werden können, sobald nur die Stellung einer jeden Zahl im Zahlgebiete vollkommen bestimmt ist; von einem Grenzbegriff oder irgend welchen andern neuartigen Vorstellungen macht diese Theorie nirgends Gebrauch.

Wenn man den Grenzbegriff trotzdem nicht missen will, so rührt das daher, daß man mit seiner Hilfe einmal bei der formalen Neubildung von Zahlen aus Folgen von bestimmter Beschaffenheit eine wesentlich kürzere Fassung erreichen kann. Überdies erlaubt er die fortwährende Trennung zwischen Rational- und Irrationalzahl, die bald lästig fallen würde, zu vermeiden, da der Grenzbegriff (ähnlich wie der Begriff des Schnittes in der Dedekindschen Theorie) sowohl rationale wie irrationale Zahlen in sich begreift.

Die Verwendung des Grenzbegriffes erweist sich nun überall da als zweckmäßig, wo es sich um praktische Rechnung handelt, wo es also von Vorteil ist, eine Zahl als Resultat von Verknüpfungen andrer Zahlen einzuführen, denn das vermag ja gerade der Grenzbegriff zu leisten. Der Begriff des Schnittes wird dagegen überall dort zu verwenden sein, wo es sich um möglichst scharfe logische Untersuchungen handelt, die nicht von mechanischen Rechnungsoperationen mit Zahlen, sondern von dem die Zahl eigentlich Bestimmenden (d. i. ihrer Stellung) auszugehen haben.

An Stelle unsrer Irrationalzahlen wurden im Altertum die sogenannten inkommensurablen Größen benutzt. Zwar herrschte bis in die Zeit DESCARTES' herauf die Ansicht, daß zwei unter sich inkommensurable Größen kein Verhältnis besitzen, daß also mit andern Worten keine zahlenmäßige Beziehung zwischen denselben besteht.[1]) Wohl aber war man von jeher der Ansicht, daß derartige Größen hinsichtlich ihrer Quantität eine ganz bestimmte feste Stellung in Bezug auf alle andern gleichartigen Größen einnehmen.

Das Verhalten krummliniger Gebilde zu einander und zu Geraden faßte man als ein ganz analoges auf; man war außerstande bei gleichartigen aber verschieden geformten Gebilden irgend welche gesetzmäßige Beziehung ihrer Längen- oder Flächenzahl aufzustellen oder auch nur eine Definition dieser Begriffe zu geben. Das einzige Mittel war hier wieder, genau wie bei inkommensurablen Größen mit den Begriffen „größer" und „kleiner" zu operieren. Als Kriterium für die Größenordnung zweier Gebilde wird bei ARCHIMEDES das fundamentale Postulat benutzt,[2]) daß von zwei krummen Linienstücken über derselben Basis, von denen jedes einzelne gegen diese Basis ohne Ausnahmepunkte überall konkav ist, eines dann eine größere Länge besitzt, wenn es das andere vollkommen umschließt; ebenso ist dann der von dieser Kurve und der Basis eingeschlossene Flächenraum größer als der entsprechende bei der andern Kurve.

Diese Art und Weise, von der Aufeinanderfolge der Größen hinsichtlich ihrer Quantität auszugehen, ist der Einführung des Schnittes in die Arithmetik ganz analog, nur daß bei letzterem nicht Quantitäten sondern zunächst lediglich Successionen eine Rolle spielen. Nun haben wir aber gesehen, daß bei dieser Art der Behandlung der Irrationalzahlen bezw. der inkommensurablen Größen ein Hereinziehen des Grenzbegriffes gänzlich unmotiviert nnd unnötig ist, denn dieser Begriff wird erst dann nützlich (bezw. notwendig), wenn die allgemeine Irrationalzahl nicht schon definiert

1) Diese Anschauung änderte sich erst mit der Verbreitung der rechnenden Geometrie, die durch eine Beschränkung ihres Formalismus auf kommensurable Größen fast unbrauchbar wäre, änderte sich erst zu einer Zeit, als man längst gewohnt war, arithmetische Irrationalitäten untereinander zu verknüpfen, und die Erkenntnis der Wichtigkeit geometrischer Strenge schon verloren gegangen war.

2) ARCHIMEDIS *Opera omnia*, ed. HEIBERG, I, Leipzig 1880. p. 9. „Postulo autem haec: 1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam. 2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positae eosdem terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, si utraque in eandem partem caua sit, et aut tota altera ab altera et recta linea eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur".

ist sobald es sich um eine rechnerische Einführung der Irrationalzahl handelt. Eine solche war aber bei dem rein geometrischen Verfahren der Alten völlig zwecklos, eine Einführung eines (arithmetischen) Grenzbegriffes war also zum mindesten unnötig. Derselbe war aber auch in ihrem Sinne ganz undenkbar, denn der Grenzbegriff stellt eine arithmetische Beziehung zwischen den Irrationalgrößen und den Rationalzahlen insofern her, als er jene aus diesen erzeugt. Daß aber die Alten eine solche Beziehung nicht nur nicht kannten, sondern sogar leugneten, beweist die Tatsache, daß sie inkommensurablen Größen kein Zahlenverhältnis zuerkannten. Krumme Linien behandelten sie aber ganz nach Analogie der inkommensurablen Größen, also mußte ihnen eine direkte Beziehung zwischen krummen und geraden Gebilden genau so unsinnig erscheinen wie eine Beziehung zwischen inkommensurablen Größen, bei denen sie auch nur die Existenz einer wohlbestimmten Quantität anerkannten. Somit ist aber auch eine Verwertung des Grenzbegriffes bei den Alten in keiner Weise zu suchen, da dieser ihrer ganzen Auffassung der inkommensurablen Größen zuwider laufen würde. Man könnte noch eine Art geometrischen Grenzbegriffs bei den Alten vermuten; dem ist aber entgegen zu halten, daß der einzige wirklich geometrische Grenzbegriff, den es überhaupt gibt, der Begriff der Grenzlage nämlich, gar kein neuer selbständiger Begriff ist, sondern mit dem Begriff der wohlbestimmten Lage (des Schnittes in der Arithmetik) zusammenfällt. Anders läßt sich aber der Grenzbegriff ohne Zuhilfenahme von Bewegungsvorstellungen nicht in die Geometrie übertragen, und Bewegungsvorstellungen wird man in der Geometrie der Alten am allerwenigsten suchen dürfen; da wäre man immer noch eher berechtigt, in der Art und Weise, wie diese mit den Begriffen „größer" und „kleiner" operierten, einen arithmetischen Grenzbegriff zu sehen.

Im folgenden soll an einem Beispiel gezeigt werden, daß bei der antiken Art der Beweisführung von dem Begriff der Grenze auch wirklich kein Gebrauch gemacht wurde; die völlig elementare Methode soll an der Parabelquadratur des Archimedes erläutert werden.[1]) Doch muß vorher noch darauf aufmerksam gemacht werden, daß weder er noch Euklid ihr Verfahren zum Beweisprinzip erheben, sondern dasselbe in jedem einzelnen Falle mit derselben Ausführlichkeit und Umständlichkeit anwenden. Daraus folgt aber, daß sie das allen diesen Einzelbeweisen Gemeinsame nicht als ein Spezifikum dieser Beweise angesehen haben, das letztere von den gewöhnlichen geometrischen Beweisen unterscheidet. Schon daraus folgt aber mit Notwendigkeit, daß sie den Grenzbegriff überhaupt nicht gekannt haben, denn dieser hätte sie unbedingt zu einer Methodisierung ihrer

1) Archimedes, a. a. O. II, p. 349, 351.

Beweise führen müssen. Ihnen war vielmehr jeder Beweis über die Maßzahlen gekrümmter Gebilde einfach ein indirekter Beweis wie jeder andere indirekte Beweis auch und mußte es sein, da, wie bereits erwähnt, nach Einführung des oben genannten Postulats über Flächen- und Längenzahl der Gleichheitsnachweis zweier beliebiger Raumgrößen vollständig elementar ist.

Wir wählen den Satz, daß (Fig. 1) jedes Parabelsegment $A\Delta BE\Gamma$ um ein Drittel größer ist als das Dreieck $AB\Gamma$ mit gleicher Basis und gleicher Höhe,[1]) d. h. wenn $K = \frac{4}{3} AB\Gamma$, so ist $A\Delta BE\Gamma = K$. Nun wird zuerst gezeigt, daß die Annahme Parabelsegment $A\Delta BE\Gamma > K$ widersinnig ist. Man braucht nämlich nur den Parabelsegmenten mit den Grundlinien AB und $B\Gamma$ Dreiecke $A\Delta B$ und $BE\Gamma$ von gleicher Basis und gleicher Höhe einzuschreiben, über den Seiten $A\Delta$, ΔB, BE, $E\Gamma$ in analoger Weise wieder neue derartige Dreiecke zu errichten und dies Verfahren genügend lang fortzusetzen, um nach einer bestimmten endlichen Anzahl von Einschreibungen ein Polygon vom Inhalt F zu erhalten, das die Eigenschaft hat, daß Parabelsegment $A\Delta BE\Gamma - F$ kleiner ist als irgend eine bestimmte vorgelegte feste Größe. Man wird also speziell die Differenz $A\Delta BE\Gamma - F$ kleiner machen können als $A\Delta BE\Gamma - K$, das ja der Annahme gemäß einen ganz bestimmten festen Wert hat. Man könnte also mit anderen Worten dem Parabelsegment ein Polygon einschreiben, derart, daß $F > K$. Das ist aber unmöglich, wie sich leicht ergibt, wenn man auf die Entstehungsweise dieses Polygons zurückgeht. Wir hatten es gefunden, indem wir zuerst an das Dreieck $AB\Gamma$ zwei Dreiecke $A\Delta B$ und BEI ansetzten, zu dem so entstandenen Polygon $A\Delta BE\Gamma$ dann vier weitere Dreiecke hinzufügten und sofort. Nun läßt sich aber zeigen, daß jeder solche Zuwachs immer der 4. Teil des jeweils vorhergehenden ist, d. h. daß das Dreieck $AB\Gamma$ das 4fache der beiden Dreiecke $A\Delta B$ und $BE\Gamma$ zusammen ist, daß diese beiden zusammen aber wieder das 4fache der nächsten vier Dreiecke sind u. s. f. Dann folgt aber, daß das oben benützte Polygon, das aus einer endlichen Anzahl solcher Zuwachse besteht, $< \frac{4}{3} AB\Gamma$ d. h. $< K$ ist. Da also F immer $< K$, so ist die Annahme $A\Delta BE\Gamma > K$ falsch.

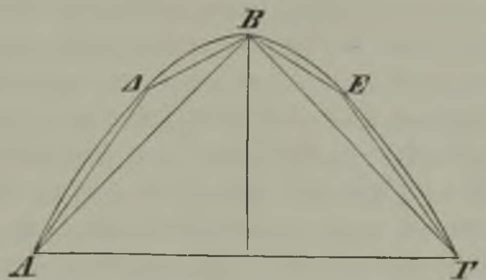


Fig. 1.

Die Annahme $K > A\Delta BEI$ wird in ähnlicher Weise zurückgewiesen.

---

1) Höhe des Parabelsegments heißt der Abstand zwischen Basis und der dazu parallelen Tangente.

Denn wäre sie richtig, so wäre doch $K - A\Delta BE\Gamma$ eine ganz bestimmte feste positive Größe. Nun kann man aber zeigen, daß $F + \frac{1}{3} I = \frac{4}{3} AB\Gamma$, wo I den letzten (kleinsten) der Zuwachse bedeutet, aus denen sich das Polygon vom Inhalt F zusammensetzt, d. h. $F + \frac{1}{3} I = K$ oder $K - F < I$. Man kann aber dieses Polygon immer so wählen, daß der letzte Zuwachs I kleiner als irgend eine vorgelegte Größe, also speziell $< K - A\Delta BE\Gamma$ ist. Dann wäre also $K - F < I < K - A\Delta BE\Gamma$ d. h. $F > A\Delta BE\Gamma$. Da aber das auf die besprochene Weise konstruierte Polygon immer ganz innerhalb des Parabelsegments liegt, so ist die letztere Ungleichung und damit auch unsere zweite Annahme widersinnig. Es bleibt also nur noch die eine Möglichkeit, daß $A\Delta BE\Gamma = K = \frac{4}{3} AB\Gamma$ ist.

Zunächst ist klar, daß in diesem Beweis keinerlei Verwendung des Grenzbegriffes gemacht ist. Fehlt ja doch das wichtigste Moment zur Definition der Grenze: Die erzeugende Folge. Denn wir haben hier immer nur ein einziges, ganz bestimmtes, festes Polygon, das nach seinem Inhalt mit dem Parabelsegment verglichen wird. Um dieses eine Polygon vom Inhalt F zu erhalten, muß Archimedes allerdings eine Folge von Polygonen benützen; dieselbe dient aber lediglich dazu, daß jenes mit Sicherheit aufgefunden werden kann, und beeinflußt den Beweisgang selbst in keiner Weise; überdies besteht sie nur aus einer endlichen Anzahl von Termen. Das ist doch etwas ganz anderes, als wenn eine unbegrenzte Folge von eingeschriebenen Polygonen ihrer ganzen Ausdehnung nach vorgelegt ist und aus ihr erst die betreffende Kurve neu erzeugt werden soll, eine Auffassung die der Archimedischen gerade entgegengesetzt ist. Deshalb möchte ich mich auf das entschiedenste gegen die vielverbreitete Ansicht aussprechen, daß das Beweisverfahren der Alten auf einer Verwendung des Grenzbegriffs beruhe.

Einen wesentlichen Fortschritt nicht für die zwingende Kraft, sondern für die leichtere Handhabung dieser Beweisform bedeutet das Vorgehen des italienischen Mathematikers Lucas Valerius. Dieser erkannte das allen Archimedischen Beweisen Gemeinsame und formulierte es in einer Reihe von Sätzen zu Beginn des zweiten Buches seines Werkes: *De centro gravitatis solidorum libri tres* (Rom 1604). Der erste dieser Sätze[1]) hat folgenden Sinn: Sind A, B, C, D vier gegebene Größen, und es können zwei weitere Größen G und H, die gleichzeitig beide größer oder kleiner als A bezw. C sind, und die in dem Verhältnis $B : D$ stehen, derartig bestimmt

1) Valerius, *De centro gravitatis* l. II, p. 1: „Si duae magnitudines vnâ maiores, vel minores prima, & tertia minori excessu, vel defectu quantacumq; magnitudine proposita eiusdem generis cum illa, ad quam refertur, eandem proportionē habuerint, maior vel minor prima ad secundam, & vna maior, vel minor tertia ad quartam; erit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam".

werden, daß ihre Unterschiede von A bezw. C kleiner als eine beliebig vorgelegte feste Größe sind, so stehen auch A und C in dem Verhältnis $B : D$. Durch derartige Sätze ist aber eine Methodisierung des Archimedischen Gedankengangs geschaffen; denn der Satz kann jetzt überall da verwandt werden, wo Archimedes' eigentlicher Beweis erst begann. Dadurch wird aber die Voruntersuchung für den Beweis selbst, nämlich der Nachweis, ob solche Größen G und H überhaupt existieren, in den Vordergrund gerückt. Dieser Nachweis bestand schon bei Archimedes in einer geometrischen Konstruktion, die derartige Größen (in obigem Beispiel das Polygon vom Inhalt F) successive erzeugen ließ, und konnte überhaupt nur dann Schwierigkeiten machen, wenn der Unterschied von dem zugehörigen A (dem Parabelsegment) sehr klein sein sollte. Da lag es aber jetzt, wo der eigentliche Beweis infolge der erwähnten allgemeinen Sätze zurückgetreten war, nahe, daß *der* Gedanke mehr und mehr betont wurde, daß das betreffende Konstruktionsverfahren zwar unter Umständen sehr langwierig und mühevoll werden kann, schließlich aber doch zum Ziele führen muß. Diese Vorstellung drückt sich schön aus in der Verwendung des unscheinbaren Wörtchens „tandem", wie es von Gregorius a St. Vincentio ab bei der Beschreibung derartiger Konstruktionsverfahren regelmäßig auftritt.[1])

Nun ist ein wichtiges Moment zu beachten. Ziemlich unabhängig von der Mathematik hatte sich in der Philosophie die Frage nach der Zusammensetzung des Continuums entwickelt. Man hatte dabei erkannt, daß alle diesbezüglichen Probleme in ihrem innersten Wesen auf die Beantwortung der einen Kardinalfrage hinausliefen: Was ist das Resultat eines in infinitum fortgesetzten Teilungsprozesses? Hier standen sich die Schulen der Atomistiker und Scholastiker gegenüber; die ersteren hielten an der Existenz gewisser letzter kleinster Teilchen (wie die Punkte einer Linie) fest, die andern waren der Ansicht, man könne durch eine unbegrenzte (genauer wäre langgenug) fortgesetzte Teilung zwar Teile von beliebiger Kleinheit erzeugen, dieselben besäßen aber immer noch alle Eigenschaften des ganzen Gebildes, folglich könne man die Indivisibilien selbst durch Teilung nie erreichen.

Die Kenntnis dieses Problems ist es, die den erwähnten Gregorius a St. Vincentio zu einer falschen Auffassung des Archimedischen Beweisverfahrens geführt hat. Wenn nämlich bei diesem verlangt wird, daß z. B. eine gewisse Grösse halbiert, ihre Hälfte wieder halbiert werden und „dies immer wieder geschehen soll", so ist unter diesem immer wieder doch nur zu verstehen, daß immer auf die nämliche Weise weiter halbiert werden

---

2) Gregorius a St. Vincentio, *Opus geometricum*, t. I, p. 96 unten, 97; t. II, p. 731, 736 unten, 960, 991, 997.

soll, bis der Rest einen gewissen Kleinheitsgrad erreicht hat. GREGORIUS wirft aber diese Forderung mit dem Continuitätsproblem zusammen und glaubt mit dem Ausdruck immer wieder sei eine unbegrenzte Teilung gemeint. So wird dieser geringfügige Zusatz die Veranlassung zur Einführung der unbegrenzten Teilung in die Geometrie[1]) und weiterhin, indem GREGORIUS speziell das Problem der fortgesetzten Halbierung behandelt, zur Erfindung der unbegrenzten geometrischen Progression, d. i. der ersten unendlichen Reihe.

Infolgedessen verwertet er auch speziell bei der Anwendung des ARCHIMEDischen Verfahrens überall unbegrenzte Folgen von einbeschriebenen Polygonen oder er schreibt geschlossenen Kurven unendlich viele unendlich dünne Rechtecke ein. Dies geht aus einer Menge von Stellen hervor, an denen er von einer „inscriptio (ablatio) sine fine continuata“[2]) oder deutlicher noch von einer unbegrenzten Zahl von eingeschriebenen Gebilden[3]) spricht. Daraus geht klar hervor, daß GREGORIUS das eigentlich Überzeugende an dem ARCHIMEDischen Verfahren gar nicht verstanden hat. Wenn seine Methode tatsächlich kürzer ist als dieses, so rührt das nicht von der Einführung der unbegrenzten Folgen her, die ja gar keinen Zweck hat, sondern erklärt sich einfach dadurch, daß prinzipiell wichtige Dinge wie das mehrerwähnte Kriterium für Flächen- und Längenzahl gar nicht erwähnt werden. Der Mangel an mathematischer Strenge, die unnötige Verquickung mit dem Problem der unbegrenzten Teilung machen also die Exhaustionsmethode, wie sie GREGORIUS selbst nennt, ziemlich wertlos; „exhaurire“ heisst er nämlich das allmähliche Ausschöpfen einer Fläche durch beständige Hinwegnahme einzelner Flächenstückchen, die nach und nach bis auf einen kleinen Rest die ganze Fläche ausmachen. Es ist dabei wohl zu beachten, daß dieser Begriff des Ausschöpfens vor GREGORIUS nirgends vorkommt, weshalb das Verfahren der Alten ganz mit Unrecht so häufig als Exhaustionsmethode bezeichnet wird. Wir haben bereits früher erwähnt, daß PASCAL den bei der Exhaustion auftretenden Rest, wenn er hinlänglich klein geworden ist, einfach vernachlässigt und so zu der Zerlegung eines Gebildes in unendlich kleine Elemente gelangt.

Die Methode der Körpermessung selbst ist bei GREGORIUS eine zwei-

---

1) *Opus geometricum* t. I, p. 51. „Occasionem huic considerationi subministrarunt nonnulla, cùm in ARCHIMEDE, tum in EUCLIDE loca, quae iubent in constructione Geometrica, auferri (verbi gratia,) ab aliqua quantitate dimidium, & huius iterum dimidij dimidium, & pro clausula adfertur, & hoc semper fiat. Titillauit me haec particula, & coëgit morosiore cogitatione circa haec versari.“

2) Ebenda t. II, p. 961, 963.

3) Ebenda t. II, p. 736, 739. Sehr interessant ist die Stelle p. 738: „ducantur infinitae, (*hoc est quotcunque*) aequidistantes“.

fache. Die eine, die in dem Buche über den „ductus plani in planum“ gelehrt wird, beruht auf der Erkenntnis, daß zwei Körper von gleicher Höhe, deren sämtliche Schnittfiguren senkrecht zur Höhe Rechtecke sind, dann inhaltsgleich sind, wenn in gleichen Höhen geführte Schnitte einander gleich sind. Das ist ein spezieller Fall des CAVALIERIschen Hauptsatzes, doch sind bei GREGORIUS die betreffenden Körper nicht von vornherein gegeben, sondern müssen erst durch den Prozeß des „ductus plani in planum“[1]) erzeugt gedacht werden. Der Unterschied der Darstellungsweise des GREGORIUS und CAVALIERIS ist so groß, daß ich eine gegenseitige Beeinflussung beider Forscher für ausgeschlossen halte. Den Beweis dieses oder vielmehr eines noch spezielleren Satzes führt GREGORIUS durch Einschreibung unbegrenzt vieler Parallelepipede und Anwendung der ARCHIMEDischen indirekten Schlußweise.

Handelte es sich bei dieser ersten Methode um eine Teilung in unbegrenzt viele Elemente mit Berücksichtigung des dabei entstehenden Restes (Fehlers), so bedient sich die zweite einer unbegrenzten Folge von ein- oder umschriebenen Figuren und wendet dann die ARCHIMEDische Schlußweise oder nach Art des VALERIUS einen allgemeinen Satz an. Ein häufig benutztes[2]) Theorem ist z. B. folgendes[3]): Sind zwei Strecken AB und CD in Punkten $E, G, I, \ldots$ bezw. $F, H, O, \ldots$ derart geteilt, daß $AE : EG : GI \ldots = CF : FH : HO \ldots$, und ist gleichzeitig keine Teilstrecke kleiner als die Hälfte der unmittelbar vorhergehenden (damit die Teilpunkte den Punkten B bezw. D beliebig nahe kommen), so ist auch $AB : CD = AE : CF$.

Der Beweis dieses Satzes findet sich in dem Buch über geometrische Progressionen[4]), das für die Geschichte des Grenzbegriffes sehr wichtig ist, da GREGORIUS dort demselben am nächsten kommt. Die Summation der unbegrenzten geometrischen Progression gelingt ihm durch den Kunstgriff, dass er (Fig. 2) nicht von einer Strecke AB ausgehend weitere Punkte $C, D, E, \ldots$ derart konstruiert, daß $AB : BC = BC : CD = CD : DE \ldots$, sondern eine gegebene Strecke AK in einem Punkt B nach einem bestimmten Verhältnis teilt, dann das Stück BK nach demselben Verhältnis in C teilt u. s. f. Dann erhält er ebenfalls eine Folge von Strecken AB, BC, $CD, \ldots$, die eine geometrische Progression bilden und, falls nur die

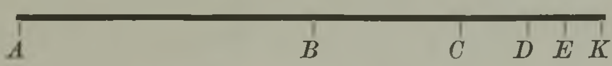


Fig. 2.

1) Man sehe darüber bei CANTOR, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* II², S. 893.

2) Z. B. *Opus geometricum* t. II, p. 961; vgl. II, p. 997.

3) Ebenda t. I, p. 119.

4) Ebenda t. I, l. II. Von Wichtigkeit sind nur p. 51—56 und p. 95—97.

beiden ersten Terme übereinstimmen, mit der vorigen Folge durchaus identisch ist. Diese zweite Behandlungsweise, auf die Gregorius durch das Problem der fortgesetzten Halbierung einer Strecke gekommen ist, bietet aber den wesentlichen Vorteil, daß man sofort sehen kann, daß die auf die erste Weise konstruierten Punkte C, D, E ... alle zwischen A und K liegen. Sie kommen zwar beliebig nahe an den Punkt K heran, können ihn aber nie erreichen, eine Anschauung, die mit dem Grundsatze der scholastischen Philosophie über unbegrenzte Teilung ganz und gar übereinstimmt. So bildet der Punkt K nach Gregorius' Auffassung gewissermaßen ein Hemmnis für das weitere Vordringen der Punkte C, D, E, ... ähnlich einer festen Wand, wie aus folgender Definition zu entnehmen ist: „Terminus progressionis est seriei finis, ad quem nulla progressio pertinget, *licet* in infinitum continuetur; sed quovis interuallo dato propius ad eum *accedere* poterit."[1]) Unter „series" ist dabei die Strecke AK, unter progressio jede der Strecken AB, AC, AD, ... zu verstehen. Von größter Wichtigkeit ist hiebei die Vorstellung, daß sich die Punkte C, D, E, ... dem Punkte K nähern, an ihn heranrücken; und es ist höchst eigentümlich, daß sich eine Bewegungsvorstellung[2]) gerade nur in die Untersuchung über die geometrische Reihe einzuschleichen vermochte, obwohl Gregorius doch auch sonst oft genug ähnliche Teilungen oder Abtrennungen vornimmt. Die Erklärung hierfür ist in dem Umstand zu suchen, daß Gregorius seine für die damalige Zeit wirklich ganz neue Idee der Summation einer unendlichen Reihe an dem berühmten Paradoxon Zenons prüfte, das sich gerade auf ein Bewegungsproblem bezieht. Achilles verfolgt eine Schildkröte, die einen gewissen Vorsprung besitzt. Bis er die Länge dieses Vorsprungs zurückgelegt hat, ist auch die Schildkröte wieder ein Stück vorwärts gekommen. Achilles durchläuft auch diese Strecke, aber auch die Schildkröte war nicht müssig und immer, bis Achilles den ihn noch von der Schildkröte trennenden Raum durchmessen hat, hat auch diese wieder einen kleinen Vorsprung gewonnen, und Achilles wird daher die Schildkröte nie einholen können. Zenon hat vollkommen recht mit seiner Behauptung; denn so wie er die ganze Sache behandelt, wird nur *der* Abschnitt der Bewegung ins Auge gefaßt, der vor sich geht, solange Achilles die Schildkröte noch nicht erreicht hat. Was während der folgenden Zeit geschieht, das wird gar nicht in die Untersuchung mit hereingezogen. Dann ist aber Zenons Behauptung nichts als eine Trivialität. Ganz ähnlich wäre z. B. folgender Fall: Gesetzt, es würde jemand den Begriff der

1) *Opus geometricum* t. I, p. 55.

2) Vgl. auch die Vorstellung, daß die Punkte C, D, E, ... den Punkt K nicht „transilire" können; ebenda t. I, p. 97.

negativen Zahl nicht kennen und trotzdem in der analytischen Geometrie eine Gerade nur durch eine einzige Gleichung ausdrücken, so würde der Betreffende das Paradoxon zweier nichtschneidender Geraden in der EUKLIDischen Geometrie aufstellen, weil er eben die Geraden beim Gebrauch einer einzigen Gleichung nicht in ihrem ganzen Verlauf zu verfolgen imstande wäre. GREGORIUS gibt auch eine Erklärung dieses Paradoxons, die aber dem Mathematiker unverständlich bleibt.

So also wurden Bewegungsvorstellungen in die Frage der fortgesetzten Teilung hineingetragen; die Einsicht, daß auch einer unbegrenzten geometrischen Progression noch ein bestimmter Wert zukommen kann, wurde bei GREGORIUS einerseits durch den Kunstgriff erweckt, von einer gegebenen Strecke auszugehen und diese in infinitum zu teilen; denn dabei konnte er direkt aus der Figur ablesen, daß die unbegrenzt vielen Teilstücke zusammen die gegebene Strecke d. i. einen ganz bestimmten endlichen Wert ausmachen. Andrerseits mag er durch das Problem von Achilles und der Schildkröte völlige Sicherheit gewonnen haben. Denn hier tritt die Strecke zwischen Ausgangs- und Treffpunkt der beiden als unbegrenzte geometrische Progression auf, und diese Strecke existiert doch ganz evident.

Das Resultat der ganzen Untersuchung ist in dem wichtigen Satz enthalten[1]): „Dico magnitudinem AK aequalem esse toti progressioni magnitudinum continuè proportionalium, rationis AB ad BC in infinitum continuatae; siue quod idem est, rationis AB ad BC in infinitum continuatae terminum esse K." GREGORIUS erkennt also die hohe Bedeutung dieses Punktes K vollkommen; das wichtige „quod idem est" beweist, daß er Existenz und Lage eines Grenzpunktes als Kennzeichen von Existenz und Wert der unendlichen Progression ansieht. GREGORIUS hat die ganze Untersuchung allerdings von rückwärts begonnen, insofern als er schon von der fertigen Summe AK ausging, das kann aber den Wert des Resultats in keiner Weise beeinträchtigen und war höchstens insofern nachteilig, als GREGORIUS deshalb zu einer Übertragung seiner neuen Ideen auf analoge Verhältnisse nicht gelangt ist.

Diesen Schritt tat TACQUET, der Schüler des GREGORIUS. In seinen *Elementa geometriae planae ac solidae, quibus accedunt selecta ex* ARCHIMEDE *theoremata*[2]) bringt er die sehr allgemein gehaltene Definition[3]): „Magnitudines figurae alicui inscriptae, aut circumscriptae, siue figurâ minores vel maiores, in figuram desinere dicuntur, cum ab ea tandem differre possunt

1) *Opus geometricum* t. I, p. 97.

2) Mir stand leider nur die 2. Auflage von 1665 zur Verfügung. Die erste erschien in Antwerpen 1654 nach POGGENDORFF, *Biogr.-lit. Wörterbuch* II, 1064—65.

3) *Elementa,* p. 255.

quantitate minori quâcunque datâ, seu quantumuis paruâ." Man beachte an dieser Definition das Auftreten des Wörtchens „tandem"[1]) und in Übereinstimmung damit den einigermaßen auffälligen Zusatz „seu quantumuis parua". Am interessantesten ist aber die Ausdrucksweise „desinere in figuram", die gleichzeitig den Begriff der Grenze und der allmählichen Annäherung an dieselbe enthält; besonders deutlich verrät sich die der Definition zugrunde liegende Bewegungsvorstellung[2]) durch den Gebrauch von „in" mit Accusativ.

Verwertet wird diese Definition in folgendem „porisma universale"[3]): Wenn zwei veränderliche Figuren, welche zwei anderen, festen Figuren eingeschrieben sind, dieselben zur Grenze haben (desinere), und immer dasselbe Verhältnis untereinander besitzen, so kommt auch den beiden festen Figuren dasselbe Verhältnis zu. Ähnlichen Sätzen sind wir bereits bei Valerius und auch bei Gregorius begegnet; aber erst der Begriff der Grenze gestattet eine wirklich klare und übersichtliche Formulierung derselben. So zeigt sich Tacquet auch in ihrer Anwendung viel sicherer, zielbewußter und verständlicher als jene beiden.

Dieser Fortschritt war so bedeutend, daß Tacquet es sogar wagen durfte, die Vorstellung des allmählichen Übergehens einer Größe in eine andere auf das Gebiet der Arithmetik zu übertragen. Er zeigt nämlich in seiner *Arithmeticae theoria et praxis*[4]), wie man die Summenformel für eine geometrische Progression von endlicher Gliederzahl ohne weiteres auf unbegrenzte Progressionen übertragen kann. Er geht einfach von dem Gedanken aus, daß in der Formel

$$(1 - q) : 1 = (a - aq^n) : (a + aq + \ldots + aq^{n-1})$$

das Glied aq^n mit unbegrenzt wachsendem n verschwindet[5]), wenn $q < 1$ ist, so daß die neue Formel entsteht:

$$(1 - q) : 1 = a : \sum_0^\infty aq^\nu$$

---

1) Vgl. auch p. 257, 273, 286, 287, 305.

2) Eine solche liegt auch folgender Stelle zugrunde: Tacquet stellt zunächst zwei Grenzen für π auf und fährt dann fort: „limites iam statutos arctare poterimus, magis magisq; sine termino, atque ita *propius* in infinitum ad veram proportionem *accedere*" (*Elementa*, p. 289).

3) *Elementa*, p. 258

4) Mir stand die Auflage von 1683 zur Verfügung.

5) *Arithmeticae theoria et praxis*, p. 349: „cum in progressione per decrescentes in datâ proportione terminos in infinitum continuatâ, minimus terminus *evanescat*." Tacquet verweist hierbei auf die *Elementa*, p. 195.

Diese Schlußweise ist von höchster Wichtigkeit; wir treffen sie in ausgedehntestem Maße angewandt bei WALLIS. Will dieser z. B.

$$\lim_{n=\infty} \frac{\sum_0^n \nu^2}{\sum n^2}$$

berechnen, so bildet er der Reihe nach[1])

$$\frac{0+1=1}{1+1=2} = \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{6}$$

$$\frac{0+1+4=5}{4+4+4=12} = \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{12}$$

$$\frac{0+1+4+9=14}{9+9+9+9=36} = \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{18}$$

usw.

WALLIS stellt nun zuerst die allgemeine Form des Überschusses über die Zahl $\frac{1}{3}$ fest und fährt dann fort: „Cum autem crescente numero terminorum, excessus ille supra subtriplum ita continuo minuatur, ut *tandem* quolibet assignabili minor evadat, (ut patet;) si in infinitum *procedatur*, prorsus *evaniturus* est". In dem Wort „procedere" liegen dieselben Bewegungsvorstellungen, wie wir sie schon bei GREGORIUS kennen gelernt haben, dessen *Opus geometricum* WALLIS nach eigner Aussage kannte.[2]) Ob WALLIS und TACQUET unabhängig voneinander auf diesen Gedankengang kamen, konnte ich nicht feststellen; die *Arithmetica infinitorum* erschien erstmalig 1655, TACQUETS *Arithmeticae theoria et praxis* 1656.[3])

Somit können wir also folgende Hauptmomente in der Geschichte der Entstehung des Grenzbegriffes konstatieren: ARCHIMEDES benützt zur Vergleichung krummliniger Gebilde ein Verfahren, das von dem Gedanken ausgeht, daß zwischen krummlinigen Gebilden von vornherein keinerlei metrische Relationen bestehen; man kann sie zunächst nur durch Ungleichungen zueinander in Beziehung setzen. Der Beweis bei ARCHIMEDES ist indirekt und völlig elementar; er macht insbesondere keine Verwendung von Grenzbegriff oder Grenzübergang. LUCAS VALERIUS erhebt das ARCHIMEDische Verfahren zu einer wirklichen Methode und bringt dadurch, daß er den wesentlichen Teil des Beweises durch Anwendung einiger allgemeiner Sätze überflüssig macht, nicht nur eine bedeutende Abkürzung, sondern auch eine völlige Verschiebung des Beweisgangs hervor; denn durch dieses Vorgehen wird der vorbereitende Teil des Beweises in den Vordergrund

---

1) WALLIS, *Arithmetica infinitorum* (1655), pr. 19.

2) Ebenda, Dedicatio.

3) Nach einer gütigen Mitteilung des Herrn G. ENESTRÖM haben die Herren H. BOSMANS und CH. LAMBO konstatiert, daß auch diese erste Auflage bereits die erwähnte Ableitung der Summe einer unendlichen geometrischen Progression enthält.

gerückt. Auch bei Gregorius a St. Vincentio findet sich der Hauptabschnitt des Beweises meist umgangen; außerdem ändert aber auch der vorbereitende Teil seine Gestalt ganz wesentlich durch Einführung unbegrenzter Folgen, zu der Gregorius durch ein Mißverständnis des Archimedischen Verfahrens, beinflußt vom Continuitätsproblem der scholastischen Philosophie veranlasst wird. In einem ganz speziellen Fall zieht Gregorius Bewegungsvorstellungen in die Untersuchung herein und kommt zum Begriff des Grenzpunktes, der das Hemmnis für ein weiteres Vordrängen einer Reihe von immer näher an ihn heranrückenden Punkten bildet. Tacquet überträgt diese neuen Ideen auf andre geometrische Probleme und macht bereits einen rein arithmetischen Grenzübergang, wie sich solche in der Folge bei Wallis fortwährend finden. Es wäre noch der englische Mathematiker James Gregory zu erwähnen, der in seiner *Vera circuli et hyperbolae quadratura* den Grenzübergang als eine selbständige arithmetische Operation und als ein bequemes Mittel zur Definition neuer Zahlen ansieht, die nicht zu den gewöhnlichen Irrationalitäten gehören. Diese Ansicht, die nur dadurch entstehen konnte, daß die mathematischen Grundbegriffe nicht genügend streng und scharf festgelegt waren, blieb bekanntermaßen bis ins vorige Jahrhundert herein die herrschende.

Vielleicht hat diese Darstellung zu zeigen vermocht, wie langsam und zähe die Entwickelung des Grenzbegriffes und die Erfindung des Grenzüberganges vor sich gingen[1]; man ist daher überrascht, in einigen Fällen scheinbar schon lange vor Gregorius und Tacquet den Grenzbegriff auftreten zu sehen. Ich habe insbesondere folgende Stelle bei Stifel[2] im Auge, in der man eine Art Grenzbegriff erblicken wollte: „Recte igitur describitur circulus mathematicus esse polygonia infinitorum laterum . . . *Ante* circulum mathematicum sunt omnes polygoniae numerabilium laterum, quemadmodum ante *numerum* infinitum sunt omnes numeri dabiles.“ Um diese Stelle richtig zu verstehen, müssen wir auf den Begriff der Grenze selbst eingehen. Derselbe basiert nämlich, solange der allgemeine Irrationalitätsbegriff fehlt, auf dem Begriff des uneigentlich Unendlichen. In der Geometrie werden ihm daher mechanische Vorstellungen bezw. Begriffe wie verschwindend klein und unbegrenzt wachsend entsprechen. Der Begriff der Atome hingegen als fertiger, fester, letzter Größen hat mit diesen Begriffen gar nichts zu tun, sondern hängt mit dem Begriff des eigentlich Unendlichen zusammen. Nun kann es sich überall da, wo der Kreis als Unendlichvieleck auftritt, nur um eine atomistische Auffassung handeln.

---

1) Einige Grenzübergänge bei Galilei wurden nicht erwähnt, weil sie weder Verständnis noch Nachahmung fanden.

2) *Arithmetica integra* (1544), p. 224.

Denn man kann ein Kurvenstück doch nur aus den festen, fertigen Atomen und nicht aus werdenden, verschwindend kleinen Grössen zusammensetzen, da letztere doch gar nicht als bestimmte fertige Gebilde existieren. Daß es sich in dem obigen Zitat um den Begriff des eigentlich Unendlichen handelt, beweist ferner der Ausdruck „numerus infinitus“, d. h. das Unendliche ist als ganz bestimmter fester Zahlenwert gedacht. Ferner ist mit den Worten „Ante circulum mathematicum . . .“ doch keineswegs ausgedrückt, dass der Kreis aus den Polygonen hervorgeht; im Gegenteil, es ist lediglich gesagt, daß alle gewöhnlichen Polygone eine geringere Seitenzahl haben als das Unendlicheck, d. h. daß eben das Unendliche größer als jede gewöhnliche endliche Zahl ist. Liegt aber dieser Anschauung der Begriff des eigentlich Unendlichen zugrunde, so darf man auch keinen Grenzbegriff dahinter suchen, der ja, wie oben erwähnt, immer die Vorstellung eines uneigentlich Unendlichen voraussetzt. Und in der Tat, es wäre auch wunderbar, wenn der Grenzbegriff, einmal in der Mathematik vorhanden, wieder verschwunden wäre; diese vereinzelten Versuche, wie der Stifels, wurden nämlich nicht weiter nachgeahmt, während die viel weniger sicheren und zielbewußten Untersuchungen von Gregorius und Tacquet rasche Ausbildung und allgemeine Verbreitung fanden.

Neue Beiträge zur Biographie von Wolfgang und Johann Bolyai.

Von Ludwig Schlesinger in Klausenburg.

Als unsere Fakultät im Jahre 1899 den Beschluß faßte den hundertsten Jahrestag der Geburt Johann Bolyais festlich zu begehen, wurde ich mit der Aufgabe betraut, das Geburtshaus Johanns zu erkunden.

Bei Gelegenheit dieser Nachforschungen war Herr L. Bodor so freundlich, das in seinem Besitze befindliche Archiv seines Großvaters durchzusehen und fand daselbst ein Konvolut mit 35 Briefen W. Bolyais an P. Bodor[1]) welches er uns in liebenswürdigster Weise zur Verfügung stellte. Diese Briefe, die aus den Jahren 1815—1825 stammen, enthalten nebst vielen rein geschäftlichen Mitteilungen doch auch manche Daten, die für die Lebensgeschichte von Bolyai Vater und Sohn von erheblicher Bedeutung sind, und auf Grund dieser Briefe war es mir auch möglich das Geburtshaus Johanns endgültig festzustellen.[2]) Nachdem ich Auszüge aus diesen Briefen in der magyarischen Originalsprache im Bande **11** (1902) der Budapester Mathematikai és Physikai Lapok[3]) veröffentlicht habe, möchte ich einige besonders interessante Stellen auch dem internationalen Publikum dadurch zugänglich machen, daß ich dieselben im folgenden in deutscher Übersetzung mitteile.

Die meisten Briefe tragen die französische Aufschrift:

a Monsieur

Monsieur Paule Bodor
Controlleur de la Caisse Provinciale
de Transilvanie

a Clausenbourg,

nur einer zeigt eine magyarische Adresse.

1) P. Bodor war Kontrollor der siebenbürgischen „delegata provincialis cassa“, der besonders lebhaftes Interesse für Literatur und Theater hatte, auch selbst schriftstellerisch tätig war. Besondere Verdienste erwarb er sich um die Begründung des Klausenburger Nationaltheaters, als Kassierer der Bau-Kommission (um 1815).

2) Dieses Haus (jetzt Klausenburg, Tivoligasse 1) befand sich zur Zeit der Geburt Johanns (1802) im Besitze von W. Bolyais Schwiegervater J. Benkö und wurde 1816 von dessen Witwe, geb. Juliane Bachmann, verkauft.

3) p. 197—230.

2. Ohne Datum (dem Inhalte nach Ende 1815 oder Anfang 1816).

. . . . JOHANNS Geige ist auf dem Wege zur Weinlese, weil sie ohne Futteral war, zerbrochen; ich verspreche, daß wir die Deine niemals mit auf den Weg nehmen, wenn Du sie ad summum auf anderthalb Jahre sobald als möglich hergibst; ich schicke sie heil zurück; darüber hinaus brauchen wir sie nicht, da ich JOHANN dann zu GAUSS bringe.

7. Maros-Vásárhely, 1816, 23. Febr.

. . . . Gestern hat JOHANN mit Erlaubnis der Ober-Kuratoren mit den Studenten in der Physik eminenter zensuriert; abgesehen davon, daß er aus dem Auctor ad aperturam von anderen geprüft wurde, antwortete er aus der Physica sublimior überall mit großer Fertigkeit, Sauberkeit und *Bescheidenheit* — und zwar antwortete er lateinisch[1]).

10. Ohne Datum. (Da dieser Brief unmittelbar nach dem Verkaufe des BENKÖschen Hauses geschrieben ist, dürfte er gegen Mitte April 1816 zu datieren sein.)

. . . . Graf ADAM KENDEFFI hat von selbst die Gnade gehabt meinem Sohne, für die Zeit, wann er zu GAUSS reisen wird, seine Hülfe zu versprechen.

13. Maros-Vásárhely, 1816, 3t. 9bris.

. . . . Gut, daß ich Arbeit habe, ich unterrichte und lasse an einigen Orten Öfen machen, sonst würde ich tief in die Hypochondrie verfallen. Du könntest ein paar sonderbare Öfen sehen — wenn ich soviel freie Zeit hätte, und mich die Sorgen des Lebens nicht aus meinen Träumen aufschrecken würden, vertiefte ich mich in irgend ein Mathematicum oder Poëticum; so ist auch dies nicht möglich . . . .

Ich habe fünf Trauerspiele fertig (unter fertig verstehe ich per se nicht perfectum ad unguem, in diesem Sinne wären sie niemals fertig) circiter fünfzig Bogen geschrieben; auch etwas mathematisches ist vorhanden; das ist auch ebensoviel geworden; aber jene möchte ich sub anonymo drucken lassen, so daß es nur wenige wissen . . . . Drei haben historische Sujets; wüßte ich, daß die Sache dieses Konkurses ernst ist, so würde ich sie einsenden[2]) . . . .

---

1) Vgl. hierzu *GAUSS-BOLYAI Briefwechsel* p. 99, Brief vom 10. April 1816.

2) Der „Konkurs" von dem die Rede ist, war ein 1814 zur Eröffnung des Klausenburger Nationaltheaters ausgeschriebener dramatischer Preis von 1000 rhein. Gulden. Die fünf Trauerspiele BOLYAIS sind 1817 in Hermannstadt erschienen; dies ihre Titel: 1) Pausanias, oder das Opfer des Ehrgeizes, 5 Aufzüge; 2) Mohammed, oder der Sieg des Ruhmes über die Liebe, 3 Aufzüge; 3) Simon Kemény, oder das Opfer der Vaterlandsliebe, 3 Aufzüge; 4) Der Sieg der Tugend über die Liebe; 5) Der Sieg der Liebe über die Tugend.

14. Ohne Datum.

.... Ich habe die eingesandten Piècen zurückverlangt, und viel darin korrigiert, da ich gegen die fides historica furchtbar verstoßen habe, so verbessert sende ich sie Dir durch eine dritte ergänzt, die vorne angeheftet ist; wenn Du willst, so lies sie; .... in der Vorrede zu allen fünf Tragödien, die schon fertig abgeschrieben sind und in einem Stück erscheinen werden, motiviere ich die Anonymität .... in Zukunft lasse ich mich auf solche Narrheiten nicht wieder ein, ich kehre zu meiner Gemahlin der Mathesis zurück und gebe einige Dinge, die ich habe, heraus, verschwende aber meine Kräfte nicht auf Neues. Was das Poetisieren anlangt, so wäre es geradezu närrisch [fortzufahren] bis ich mich nicht (mit den fünf Piècen) im Spiegel gesehen habe, wie ich bin ....

16. Maros-Vásárhely, 1817, 2. Apr.

.... Ich bin elend genug, ... Die Erde wird mir zur kahlen Wüste — nur die frostige Pflicht hält mich noch hier, und auch diese (so beginne ich zu fühlen) wird von nun ab meinen Leiden nicht die Wagschale halten — als hätte mir das Schicksal meinen Sohn als Kette gegeben, die mich im Gefängnis zurückhält ....

17. Maros-Vásárhely, 1817, 3t. Julii.

Lieber Freund!

.... Aus zuverlässiger Quelle erfahre ich, daß von den geprüften Piècen eines für schlecht, die übrigen für gewöhnlich erklärt wurden, und daß unter den letzteren *Simon Keméný* war. — Was seither noch geprüft worden ist, weiß ich nicht; ich hätte nur gerne Geld bekommen mögen, im übrigen alteriert es mich wenig; denn indem ich verloren habe, habe ich das gewonnen, daß mir, ehe es zu spät ist, und ehe ich weiter gegangen wäre, gezeigt wurde, daß ich nicht auf dem rechten Wege bin. — Ich verlange nur zu wissen, wo ich irgend etwas nützen kann, und wenn ich erfahre, wie groß mein Radius ist, sei er auch noch so klein, so betrachte ich es als Ruhm und Größe, über diesen nicht hinaus strebend meine enge Bahn zu beschreiben. Zu dieser Erkenntnis trägt noch mehr das hier beigelegte Onus naturae depositum bei, welches ich dem Publikum vorlegte, mich selbst verbergend .... Meinen Sohn kann ich in diesen bedrängten Zeiten unmöglich hinauf schicken ....

Meinen Sohn bringe ich nicht in die Ingenieur-Akademie, wo gewiß bis jetzt ein solches Lumen noch nicht gewesen wäre; ich habe von Bodoki eine sehr humane Antwort erhalten; er schreibt, daß auch der Sohn des Karl H. in keine höhere als die IV. Klasse aufgenommen wird und selbst, wenn er so viel Mathesis wüßte wie HAUSER[1]) selbst; auf diese Weise brauchte ich noch circiter 8 Tausend rhein. Gulden: Consequenter lasse ich [ihn?] im 7ber subskribieren. Er hat sich ganz allein aus allen drei Stücken des HAUSER vorbereitet um in Wien deutsch zu zensurieren. „Armut legt Blei“.

19. Ohne Datum.

Lieber Freund!

. . . . LENGYEL[2]) hat mir die nicht prämiierten Piecen zurückgeschickt, kein Geld und kein Lorbeer, kein Ersatz für die verschwendete Zeit und das verschwendete Papier. —

21. Maros-Vásárhely, 1819, 14t. Junii.

. . . . Die Hysterie hat meine Frau ganz erdrückt; ich hätte die Keime dieses höllischen Gewächses von Hysterie schon in ihrer Mädchenzeit erkennen können, wenn ich in der Botanik der Ufer des Cocytus bewandert gewesen wäre, — jetzt ist es horrende gewachsen, der Gärtner war gut (Du weißt wer die Mater ist), Luft und Boden waren Armut und Faten — überdies hat auch meine Hypochondrie dazu beigetragen und die Sehnsucht nach dem JOHANN . . . . genug, meine Frau ist ganz darnieder, schläft Wochen lang nicht, nimmt ab, wird schwach, ist furchtbar unruhig, fürchtet den Tod, läßt sich ganz gehn . . . . ruiniert sich und ihre ganze Umgebung — es ist nicht tödlich, aber schlimmer als der Tod, denn SZOTYORI[3]) fürchtet Wahnsinn; . . . . JOHANN schreibt schon seit dritthalb Monaten nicht, obwohl er nachgerade auf meine vielen Briefe antworten müßte, kürzlich sind auch FRANZ KEMÉNY, TELEKI und PETRASKO herunter gekommen[4]) wovon er Kenntnis hatte — wenn er nur nicht krank ist — die Sache ist nicht in Ordnung; aber meiner Frau sage ich nichts davon, damit ihr nicht noch etwas zustößt . . . .

Durch LILI[5]) habe ich Dir geschrieben, daß Du pränumerieren lassen sollst, wenn möglich könnte LILI auch Frau GYÁRFÁS darum bitten; nächste Woche erscheint es ganz, für 2 rhein. Gulden gebunden: *POPES „Essay on man“*, als Anhang einiges aus anderen Poëten, alles aus dem

---

1) MATTHIAS Freiherr von HAUSER († 1826), Oberst des k. k. Ingenieurkorps, verfaßte ein in mehreren Auflagen erschienenes Werk: *Analytische Abhandlung der Anfangsgründe der Mathematik* in 3 Teilen: 1) die allgemeine Rechenkunst, 2) die Meßkunst, 3) die Einleitung zur höheren Geometrie.

2) Professor am Kollegium in Klausenburg.

3) BOLYAIS Hausarzt.

4) d. h. von Wien nach Siebenbürgen.

5) BODORS Tochter.

Englischen übersetzt, ausgenommen Schillers Ideale, [an die] Freude, Glocke und Resignation, der Schluß der letzteren gemildert. — Die Schillerschen Sachen sind in Versen, in ähnlichen wie das Original[1]) . . . .

21 a. Maros-Vásárhely, 3t. 7bris 1819.

. . . . Mein Sohn hat mir zwei Bände mit Zeichnungen geschickt; sie sind über Erwarten gut; Köpfe, Hände, Füße, ganze Körper, aber nur Konturen; zum Herbst verspricht er auch schraffierte und granierte zu schicken . .... .

Im Pope steckt mein Geld, ich kann ihn nicht distrahieren: . . . . vielleicht schreibe ich an Szentgyörgyi, er möge die V Trauerspiele, den Pariser Prozeß[2]) und Pope in der Zeitung publizieren lassen . . . .

23. Maros-Vásárhely, 1821 d. Martii.

. . . . Von meinem Sohne höre ich gute Nachrichten; er ist auch im Zeichnen gut, jetzt ist er hinein gekommen; in der Musik ist nur einer etwas besser, und der nimmt bei Meiseler, dem ersten Geiger in Wien, per 5 rhein. Gulden die Stunde Unterricht; mein Sohn ist natürlich nicht in der Lage Stunden zu nehmen, aber dieser eine, der etwas besser spielt als er, nimmt ihn Sonntags mit zu Meiseler, wo sie mit noch einem vierten die schönsten Quartette machen; das ist ihm eine gute Übung ohne Kosten. In Bezug auf Studium und Talent distinguieren ihn der General und die übrigen Offiziere und Professoren; ich weiß es aus gewissen Daten. Über die Forst-Inspektion[3]) schreibt Szentgyörgyi, daß die Sache noch in Schwebe sei, und daß auf mein Gesuch noch keine Antwort gekommen ist. Ich möchte gerne magyarisch etwas über das ganze Forstwesen herausgeben (besonders über die Holzsparung) . . . ., auch einen Traktat mit Abbildungen über die Öfen . . . . Zwei von meinen früheren Ofenmodellen, will ein fremder Herr nach Wien bringen, der Töpfer macht sie jetzt . . . ., aber dies Jahr habe ich ein neues und viel besseres Modell erdacht und ausführen lassen.[4]) . . . .

24. Maros-Vásárhely, d. 15. Julii.

Meiner armen Frau ging es besser, sie war außer Bett, ging umher, aß gut und hatte keine Schmerzen, jetzt liegt sie wieder seit zehn Tagen,

1) Erschienen 1818 in Maros-Vásárhely.

2) „Der Pariser Prozess, ein sentimentales Spiel in 5 Aufzügen“ erschien anonym 1818 in Maros-Vásárhely.

3) 1820 bewarb sich Wolfgang Bolyai um die Stelle eines ärarischen Forstinspektors im Ober-Weißenburger Komitat, vergl. Bedöházy, *A két Bolyai* (1897) p. 76.

4) W. Bolyai soll auch eine Art Automobil (Draisine) konstruiert haben, womit er auf den Landstraßen umherfuhr.

das ganze Haus hat Tag und Nacht ihretwegen keine Ruhe, sie weint, schreit, stöhnt und flucht . . . . wir sind durch die Schlaflosigkeit ganz heruntergekommen, ...

Lengyel schreibt, daß Graf A. Kendeffi die Güte haben wollte für meinen Sohn 250 rhein. Gulden zu applacidieren; . . . . die Frau Baronin wünscht, daß das Geld an sie geschickt werde, ... ich habe Lengyel beauftragt, daß er es durch Dich in die Hände der Frau Baronin gelangen lassen soll, die ja doch demnächst Geld für Johann nach Wien schicken muß. Dieses Geld kommt sehr zur rechten Zeit, indem ich gerade vor zwei Stunden einen Brief von Johann erhalten habe, worin er schreibt, daß alle aus seiner Klasse schon längst reiten, nur er allein nicht, was fatal ist, ...; er hatte nämlich schon im Winter geschrieben, daß der General ihn habe rufen lassen — als die Reihe noch gar nicht an ihm war — und ihm gesagt habe, daß er es sehr gerne sähe, wenn Johann auf die damalige Kavallerie-Vakanz ginge, seine Eltern möchten doch das kleine Opfer bringen — er schrieb auch damals, wie viel dieses kleine Opfer auf ein Jahr beträgt, es ist nicht einmal ganz so viel, wieviel Graf Kendeffi applacidiert hat . . . .

25. Maros-Vásárhely, 1821, d. 3$^{\text{t}}$. 7$^{\text{bris}}$.

. . . .

Meine Frau hatte den sehnlichen Wunsch nach Domáld hinaus zu gehen; mit großer Anstrengung habe ich sie hinaus und wieder zurück gebracht; bei aller Traurigkeit haben wir dort schöne Stunden verlebt: in einem Teile des Gartens beugen sich die Bäume unter der Last des Segens, in einem andern Teile, im Dickicht sich schlängelnde Wege, ein Bach, Wasserfälle von Fels zu Fels, als wäre man im einem Alpenwalde; bei einem Wasserfalle eine Einsiedlerhütte mit Steintisch; dort aßen wir zu Mittag, zu dritt, indem wir nämlich Johanns Bild aufstellten, rings umher mit Johann gleichaltrige Birken, die ihre Wipfel zum Himmel erheben, — und ein kleines schönes Mädchen badete unbekleidet beim Wasserfall; kleine noch nicht betrogene Eva! und wir nach dem Falle noch einmal im Paradies.

26. Maros-Vásárhely, 1821, d. 8. 7$^{\text{bris}}$.

. . . .

Frater, mein Kreuz ist entsetzlich; ich fürchte meine ganze Kraft mein ganzes Feuer zu verlieren, ich tauge bald zu gar nichts mehr. Die Alte will mir auch jeden Weg versperren, auf dem ich einigermaßen aus meinem Elend heraus kommen könnte; heute sagte sie, daß sie auch für den Fall, daß ihre Tochter sterben sollte, bei ihrem Fluche bestimmt, daß ich das Silber und die Perlen ihrer Tochter nicht verkaufen darf, sondern es dem Johann, wann er das Mannesalter erreicht haben wird, in die Hände gebe, ja, daß sie die Sachen mir nicht einmal in die Hand gibt, — sie hat sie nämlich schon längst an sich genommen — sondern unter Siegel weglegt . . . .

28. Maros-Vásárhely, 1821, d. 10. 8^{bris},

Lieber Freund!

Unter dem Kouvert des Herrn Peter Szász ist auch mein Brief angekommen; aber meiner armen verwaisten[1]) Alten, die ich so ansehe, als stände sie verwaist über dem Grabe ihrer 9 unglücklichen Kinder, kann ich die Sache jetzt noch nicht vorlegen; ich halte es für meine heilige Pflicht, ihre nicht alltägliche Wunde zu schonen . . .

Ich ersehe nicht aus Deinem Briefe, daß Du meinen seinerzeit . . . an Prof. Lengyel gesandten für Dich bestimmten Brief erhalten hättest, da Du auf einige Punkte desselben nicht antwortest — und auch das nicht, daß Prof. Lengyel Dir die von Graf A. Kendeffi für den Reitunterricht meines Sohnes gütigst geschenkten 250 rhein. Gulden übergeben hätte; . . . . jetzt wäre es besonders gut, dem armen Kinde, welches dort unter den Stein-Statuen allein weint, einigen Trost und Distraction zu bieten. In seinem letzten Briefe klagt er, daß er auch kein Reißzeug hat und darum die Architektur nur mit Bleistift zeichnen kann . . . . .

Mein Freund! Mein großes Kreuz habe ich, auch als Jedermann, sogar die Mutter selbst sich abwandte, mit sanfter Ergebung und Geduld getragen; ich empfand eine gewisse himmlische Befriedigung dabei, demütig stand ich unter der verwundenden väterlichen Hand — je elender sie war, um so mehr näherte ich mich ihr, und wie immer sie mich auch beschimpfte, bis in die Mitte meines Herzens beleidigte, schlug, zerrte, alles habe ich mit Sanftmut ertragen, immer nur sie bedauert. — Es gab auch solche Augenblicke, wo sie dies selbst einsah, mit solchen Worten: „Du gutherziger Sohn meines lieben Schwiegervaters Kaspar Bolyai, ich sah Deine Tränen, die Du um mich vergossen hast, dies sind meine teuersten Perlen, mit denen ich in die Morgenröte der Ewigkeit einziehe."

Wenn ich an ihre unzähligen schönen Empfindungen, nacheinander hervorströmenden schönen Reden, schönen, heiligen Gesänge und an ihre schweren Leiden denke, jammern alle Schmerzens-Saiten meiner Seele ihr nach. Du kannst es kaum glauben, ich selbst hätte es nicht geglaubt, wie es mich schmerzt; . . . .

1) Am 19. September 1823 war W. Bolyais erste Frau, geb. Susanna Benkö, gestorben.

Verklärt und mit ruhiger, tapferer Seele sah sie dem Tode ins Auge, und wie eine Heilige lächelte sie dem Tore der Ewigkeit entgegen, mit einer Freude, die nichts irdisches hervorzubringen vermag — mit einem langen Friedens- und Abschieds-Händedruck schieden wir voneinander, und wunderbares sprach sie dabei — ohne jeden Kampf wurde sie nur verklärt.

Ihrem Wunsche gemäß habe ich sie nach Domáld gebracht, und an der Stelle beigesetzt, die sie bezeichnet hatte . . . . in meinem Garten ist ein hoher Berg, und in dessen Mitte ein schöner Platz — sie hat ihre Augen verschlossen vor den Tränen, die für die meinen geblieben sind, — nach all' ihren vielen Leiden ist sie jetzt glücklich — siegreich hat sie ihren Kampf gefochten und bekränzt ruht sie nun in den Armen der Mutter Erde — sie selbst eine unglücklich glückliche Mutter, in vieler Hinsicht ein Selbstopfer für ihren Sohn, der es das Schicksal nicht gestattet hat ihr Kind, als es ihr Freude bereiten konnte, zu umarmen — und zugleich selbst ein Kind, von neunen das letzte, das eine arme Mutter verwaist zurückließ. — Möge jeder Frühling Blumen auf ihren stillen Schlaf streuen; zu dem Regen des Himmels träufle auch ich, so lange ich lebe, einige Tropfen auf sie — und wenn der leise Windeshauch die blühenden Gräser über ihr sich bewegen läßt, schweben die befreiten Fittige meiner Seele zu ihr hinauf in die Ewigkeit.

Als das Volk versammelt war, kam es mir in den Sinn, das Bild ihres Sohnes unter das ihre mit zitternder Hand anzuheften; vorher hielt ich es — als noch niemand da war — vor die geschlossenen Augen der Mutter und ließ es sie küssen — jetzt habe ich das Bild auf das Mädchenbildnis der Mutter getan, den Sohn in die Arme der Jungfrau; dies ist mein Altarbild, vor dem ich oft mit Tränen opfere.

Dein unglücklicher Freund

Wolfgang B.

30. Maros-Vásárhely, 1824 d. Jan.[1])

. . . .

P. S.

Bodor lasse ich freundschaftlich grüßen, und wünsche ihn zu sehen — wenn es noch möglich ist, daß wir uns vor unserm Grabe eine welkende Rechte reichen. — Mein Sohn schreibt aus Temesvár dicke Briefe voll Mathesis.

---

1) Dieser Brief ist nicht an Bodor, sondern an einen unbekannten Adressaten gerichtet.

31. Maros-Vásárhely, 28. Maji 1824.

. . . .

Der Zweck meines Schreibens ist ein doppelter: 1^0 daß ich noch einmal zu Dir spreche, ehe ich auf ewig verstumme — und ehe auch Du, mit Deinen einst so musikalischen Ohren, nur allein noch die Trompete des Engels der Ewigkeit zu hören anfängst.

2^0 Es war so bestimmt, daß Prof. Antal und ich zusammen hineingehen, um Gehaltserhöhung zu erbitten, es kam aber Gegenordre; bitte tue, was Du tun kannst . . . . Ich spreche ja kaum mehr pro mea domo; vor wenigen Tagen waren es 20 Jahre ($^1/_5$ Jahrhundert), daß ich hier verkümmere . . . damals war das Gehalt 400 ungarische Gulden in valore nominali, also soviel wie nichts . . . schmerzerfüllt sehe ich auf das unter kümmerlichen Verhältnissen hier verbrachte $^1/_5$ Jahrhundert zurück. Aber das Wohl des Landes erfordert es, daß die Lehrer besser bezahlt werden, seit einigen Jahren ist unser Gehalt 200 rheinische Silbergulden, und auch das haben wir nie . . . . accurate bekommen . . . . im ganzen Lande steht sich der Professor nicht so schlecht wie in Vásárhely; in Udvarhely ist Holz und alles andere billig, das Gehalt ist größer und wird accurate bezahlt. . . . .

Wenn Du Herrn Zeyk triffst, so kapacitiere ihn, daß ein Professor mit 200 Silber-Gulden kein Haus führen kann, so daß er dabei sich noch der Wissenschaft widmet, — billig Fleisch gibt dünne Brühe!

32. Maros-Vásárhely, 1825, 22. Febr.

. . . .

Da Du in Enyed gewesen bist, sehe ich keinen Grund, weshalb ich nicht davon schreiben sollte, daß dieses Jahr, wie es scheint, die von seinen hingeschiedenen Geschwistern hinterbliebenen Schulden abzahlen will, indem es mir meine Frau[1]) und meinen Sohn zurückgibt — repente liberalis stultis gratus est — wenn der erklärte Feind lächelt, ist er schrecklicher, als wenn er donnert — und das Fatum ist mein Feind — ich vermute, daß es mich nur darum erhoben hat, um mich, wie der Adler die Schildkröte, die er anders nicht zu zerbrechen imstande war, aus der Höhe hinabzustürzen. Soviel ist schon sicher, daß meine Frau krank war, und es wohl auch bleiben wird, selten hat sie einen guten Tag — und mein Sohn geht am 11. März weg — wahrscheinlich für immer — quasi ein Tod — nach Klausenburg kann er, so sehr wir — er und ich — es auch bedauern, nicht kommen, teils wegen der Kürze der Zeit, teils wegen Geldmangels, — ein großer, kräftiger, schöner Jüngling, die soldatische

1) Bolyai hatte sich am 31. Dezember 1824 zum zweiten Male verheiratet.

Tapferkeit mit der Schamhaftigkeit der Unschuld überhaucht, er ist kein Kartenspieler, trinkt weder Wein, noch Branntwein, noch Kaffee, raucht nicht und schnupft nicht, er rasiert sich auch noch nicht, hat nur einen Flaum — ein außerordentlicher Mathematiker, ein wahres Genie, excellenter Violinspieler — liebt von allen Ämtern am meisten das Militär; nur das Otium würde er noch vorziehen, um arbeiten zu können, hat aber auch neben dem Dienste schon sehr viel gearbeitet. Er läßt Dich grüßen. Mehr kann ich nicht schreiben. Viele Unannehmlichkeiten, man lebt schwer von kleinem Gehalt — und der tief Gefallene stellt sich schwer wieder auf die Füße.

Ich bleibe stets

Dein wahrer Freund

Mein Sohn grüßt! WOLFGANG BOLYAI.

33. Maros-Vásárhely, 1825, 24. Apr.

Lieber Freund!

Mit meinem Sohne bin ich Gott sei Dank wieder ausgesöhnt; er hat schon zweimal aus Temesvár geschrieben — aus diesen seinen Briefen ersehe ich auch, daß er mit heimatlichen Gefühlen auf Siebenbürgen zurückblickt — jetzt könnten in dem jungen Herzen, wie in einem leeren Tempel, sich auch die Götzen leicht einnisten, darum war es gut das Vaterland hineinzuzetzen, das, wenn das Herz erst mit anderem voll gewesen wäre, keinen Platz mehr hätte finden können. — Bitte sage data occasione alles dies dem Herrn Grafen NICOLAUS KEMÉNY, und überdies auch noch, daß mein Sohn noch von Temesvár aus um Entschuldigung bittet, daß er der Kürze der Zeit wegen und weil Se. Hochgeboren eben in Klausenburg war, nicht seine Aufwartung machen konnte. — Se. Hochgeboren ließ durch JOSEPH SZATHMÁRI sagen, daß er ungehalten sei, daß ich meinen Sohn nicht vorgestellt habe; ich danke sehr, daß er ihn zu sehen wünschte und daß er an meinem väterlichen Glücke Anteil nimmt, wozu er als sein wahrer Patron auch das würdigste Recht hat; ich bedauere es selbst aufs lebhafteste; verdiene aber nicht den Zorn, weiß auch daß Se. Hochgeboren viel zu gut ist, um wirklich zu zürnen; . . . . .

Ich habe auch noch eine Bitte an Dich. Da Du das Klausenburger Gesetz kennst, so bitte unterrichte mich je eher darüber 1^0 wie viel meinem Sohne von dem zukommt, was mir von dem Nachlasse seiner Mutter bei ihrem Tode gegeben worden ist; 2^0 Du weißt, daß meine Schwiegereltern miteinander Mutua fassio hatten; wird nun nach dem Tode meiner Schwiegermutter der ganze Anteil seiner Mutter de jure meinem Sohne zukommen? Ich glaube zwar, daß die Mutua fassio quasi testamentum ist, und folglich, da ich darin gewiß nicht genannt bin, alles meinem Sohne gehört; 3⁰ habe ich eine Schuld bei Herrn B. K. S. als Creditoren, die wir mit Johanns Mutter gemacht haben: die Hälfte davon muß er demnach tragen, um so eher, als ich von meiner verstorbenen Frau eine Schrift älteren Datums besitze, wonach wir alle Schulden gemeinsam kontrahieren.

Ich möchte alles genau wissen, um es ihm schreiben zu können; wenn man über alles im Reinen ist, so kräftigt das auch den Frieden, darum bitte zögere nicht mit Deiner Antwort . . . .

Durch den Besuch meiner Schwiegermutter und meines Sohnes, wie auch durch meine Heirat bin ich in großer Geld-embarras — dem Johann habe ich 200 rhein. Gulden und noch manches andere gegeben.

Meine Gattin ist eine sparsame, kluge, sittsame, schöne Frau, aber sehr schwach und kränklich — und des Lebens Sorgen drücken sehr; Gott bewahre uns nur vor Kindern! Nil est ab omni parte beatum.

Trachte in Sachen der Gehaltserhöhung, was möglich ist, zu tun; vacuus venter (curis pleno capite) non studet libenter.

Herrn Zeyk lasse ich ergebenst grüßen, sage ihm, der Joseph sei ein excellenter Junge, anders wie sein Vater; und sage ihm auch, daß mein Vulkan-Sohn sanfter geworden ist, schon zweimal hat er aus Temesvár geschrieben.

Wolfgang Bolyai.

Über Vorlesungen zur Einführung in die mathematische Literatur.

Von Felix Müller in Steglitz.

Mit dem wachsenden Interesse der Mathematiker an der Geschichte ihrer Wissenschaft hat auch die Kenntnis und die Berücksichtigung der mathematischen Literatur wieder zugenommen, allerdings erst in neuester Zeit.

Im 18. Jahrhundert und in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts pflegten schöpferische Genies, wie Euler, Cramer, Lagrange, Poncelet, Cauchy, Abel, Jacobi u. a. in ihren grundlegenden Werken historische und kritische Bemerkungen über das, was ihre Vorgänger geleistet hatten, zu geben, um klarzulegen, wo ihre eigene Arbeit einsetzt. Die Epigonen der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts hielten es meist nicht mehr für nötig, die Kenntnis der Originalarbeiten zu vermitteln. Vor ungefähr vier Jahrzehnten konnte einer meiner Lehrer mit Recht sagen, es sei nicht mehr Mode, in wissenschaftlichen Arbeiten diejenigen zu nennen, welche sich vor uns mit derselben Frage beschäftigt haben. Wir besitzen aus jener Zeit umfangreiche Lehrbücher mathematischer Disziplinen, auch größere Kompendien, in denen kaum eine Literaturangabe zu finden ist; höchstens zitiert der Verfasser seine eigenen Schriften. Charakteristisch für die geringe Bedeutung, welche man dem Studium der mathematischen Literatur beilegte, ist das encyklopädische „Handbuch der Mathematik“ von Schlömilch (*Encyklopädie der Naturwissenschaften* I. Abt., II. Teil, Breslau 1881). Hier sind unter „Literatur“ (der reinen Mathematik) nur deutsche Werke angeführt, und zwar: 6 Lehrbücher und 14 Aufgabensammlungen aus der elementaren Mathematik nebst 3 Logarithmentafeln, 9 Werke über höhere Algebra, 4 über Zahlentheorie, 17 über höhere Geometrie, 2 über algebraische und 9 über höhere Analysis, 16 über Funktionentheorie, ferner 2 Geschichtswerke, 3 mathematische Zeitschriften (Crelle, Grunert, Schlömilch) und die „Gesammelten Werke“ von Gauss, Jacobi und Riemann. Solche Literaturangaben sind doch wohl für eine Encyklopädie der Mathematik zu dürftig.

Von weit größerem Werte für die Orientierung in der mathematischen Literatur ist das neuere *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur* von RUDOLF WOLF (2 Bde, Zürich 1890—92). Leider ist dieses Nachschlagewerk unter unseren Fachgenossen wenig bekannt.

Daß in der neuesten Zeit wieder mehr Nachdruck auf die Kenntnis der Geschichte und Literatur gelegt wird, zeigen die größeren Referate in dem Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und die zum Teil mustergiltigen Darstellungen einzelner Disziplinen und Methoden in der im Erscheinen begriffenen *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften.*

Freilich werden in den meisten Universitäts-Vorlesungen noch immer sehr spärliche historische und literarische Notizen gegeben. Nur wenige Mathematikprofessoren kümmern sich um die Arbeiten ihrer Fachgenossen. Möglich, daß die Verfolgung und Darstellung ihrer eigenen Ideen, die sich in der Regel auf einem weit abgelegenen Gebiete bewegen, ihnen keine Muße läßt, die Entdeckungen ihrer Fachgenossen auf anderen Gebieten kennen zu lernen. Aber in Rücksicht auf ihre Schüler sollten sich die Herren Dozenten etwas mehr für die Geschichte und die Literatur ihrer Wissenschaft interessieren. Die ältere mathematische Literatur ist ihnen oft ganz unbekannt. Lasen wir doch kürzlich in der Rektoratsrede eines Mathematikprofessors, das Journal de l'école polytechnique sei die *erste* mathematische Zeitschrift gewesen und CRELLE habe 1826 die *erste* deutsche Zeitschrift für Mathematik gegründet. Wer in der mathematischen Literatur Bescheid weiß, der kennt die allerdings minderwertige, aber sehr umfassende englische Journalliteratur, die bis in den Anfang des 18. Jahrhunderts zurückreicht, der kennt die ältesten holländischen mathematischen Zeitschriften und die Memorie di matematica der „Società Italiana", der kennt — abgesehen von mehreren älteren kleineren deutschen Zeitschriften für Mathematik — das Leipziger Magazin für die reine und angewandte Mathematik, das von JOH. BERNOULLI und HINDENBURG herausgegeben wurde, in welchem Aufsätze außer von diesen beiden Mathematikern noch von LAMBERT, OLBERS, NIC. FUSS, KÄSTNER, SCHEIBEL, TETENS u. a. enthalten sind. Auch weiß er, daß an HINDENBURGS Archiv der reinen und angewandten Mathematik (1794—1800) Gelehrte wie JAC. BERNOULLI, LAMBERT, KÄSTNER, SCHEIBEL, J. F. PFAFF, KLÜGEL, v. ZACH u. a. mitgearbeitet haben.

Fragt man einen Kandidaten der Mathematik nach mathematischen Zeitschriften, so weiß er deren selten mehr als zwei oder drei zu nennen. In der Hand gehabt hat er auch diese nicht, denn es ist ihm gar nicht eingefallen, neben dem in den Vorlesungen Gebotenen die Originalabhandlungen zu studieren, welche sich meist in mathematischen Zeitschriften finden. Ein mit voller Fakultas in Physik ausgestatteter Schulamtskandidat mußte beim Hinweis auf eine Arbeit in POGGENDORFFS Annalen gestehen, daß er während seiner Studienzeit niemals etwas von dieser Zeitschrift gehört habe. Ein anderer war hochbeglückt, als er bei mühsamem Suchen nach der Literatur über BERNOULLIsche Funktionen zum ersten Male auf unser Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik hingewiesen wurde, wo er die seit 1868 erschienenen Schriften über diesen Gegenstand ohne Mühe fand. Wer trägt die Schuld an der Unwissenheit unserer Kandidaten in der Literatur?

In einem auf der Versammlung der Deutschen Mathematiker zu Halle i. J. 1891 gehaltenen Vortrage habe ich bereits u. a. auf das Bedürfnis einer Einführung in die mathematische Literatur hingewiesen. Da die Erfahrungen, welche wir mit den mathematischen Kandidaten hinsichtlich ihrer Kenntnisse in der mathematischen Literatur gemacht haben, auch heute noch nicht besser geworden sind, so ist die Frage berechtigt, ob nicht Vorlesungen zur Einführung in die mathematische Literatur an unsern Hochschulen einem wirklichen Bedürfnisse entsprächen. Ein detailliertes Programm einer solchen Vorlesung würde den hier gebotenen Raum weit überschreiten. Der vorstehende Artikel soll daher nur einige Gesichtspunkte berühren, welche für solche Vorlesungen maßgebend sein dürften, und zu einem Meinungsaustausch über diese Frage anregen.

Man wird häufig, besonders in Universitätskreisen, der Ansicht begegnen, es bedürfe einer besonderen Vorlesung über die mathematische Literatur nicht, da in den mathematischen Vorlesungen selbst genügende Hinweise auf die einschlägige Literatur gegeben würden. Hier scheint mir die Frage berechtigt, welcher Art diese an die üblichen Vorlesungen zu knüpfenden literarischen Notizen sein müßten, um zu genügen. In den einleitenden und allgemeinen Vorlesungen, der analytischen Geometrie, der Differential- und Integralrechnung, der Algebra, der Theorie der krummen Flächen und Raumkurven, der projektiven Geometrie, der darstellenden Geometrie, der Zahlentheorie, der bestimmten Integrale, der Theorie der totalen und partiellen Differentialgleichungen, der Funktionentheorie und Mechanik müßten verschiedene Arten von Literaturwerken zur Kenntnis gebracht werden. Erstens die einführenden Lehrbücher. Diese kennen zu lernen ist durchaus nicht überflüssig, selbst wenn man die gehörten Vorlesungen fleißig ausgearbeitet hat. Die Bekanntschaft mit anderen Methoden der Darstellung erweitert den Gesichtskreis. Bei Empfehlung von Lehrbüchern ist zu beachten, ob es dem Studierenden darauf ankommt, sich in die Prinzipien zu vertiefen, oder ob er die Methode lediglich in Rücksicht auf baldige praktische Anwendungen sich aneignen will. Für letzteren Fall ist die Lehrbuchliteratur der polytechnischen Schulen zu empfehlen.

Zweitens die Kompendien oder umfassenden Darstellungen. Sie dienen dazu, etwaige Lücken auszufüllen, und sollen nicht ein Lehrbuch, sondern ein Nachschlagebuch sein. Die bekannten SALMONschen Lehrbücher z. B. sind mit der Zeit, besonders in ihren deutschen Bearbeitungen, zu solchen Kompendien angewachsen. Drittens Schriften, welche die logischen Prinzipien der vorgetragenen Lehren behandeln, also die Metaphysik der Differentialrechnung, den Begriff des Raumes, der Zahl, der Zeit, des Maßes, die Axiome der Geometrie und der Arithmetik, den Logikkalkul, die Prinzipien der Mechanik, den Kraftbegriff, die Grundlagen der Naturerkenntnis u. ä. Viertens die Quellenschriften, d. h. historisch wichtige grundlegende Werke und Fundamentalabhandlungen. Der Studierende muß den wirklichen Schöpfer der Disziplin oder Methode, die ihm vorgetragen wird, kennen lernen. Wer analytische Geometrie vorträgt, darf DESCARTES' *Géométrie* nicht unerwähnt lassen, noch EULERS *Introductio in analysin infinitorum*, CRAMERS *Introduction à l'analyse des courbes algébriques* u. a. In der höheren Analysis und Funktionentheorie sind außer den grundlegenden Schriften von LEIBNIZ und NEWTON die älteren Werke von DE L'HOSPITAL, JOH. BERNOULLI, EULER, L'HUILIER, LAGRANGE, CAUCHY usw. zu nennen. Wer Vorlesungen über elliptische Funktionen gehört hat, muß die grundlegenden Arbeiten von ABEL, JACOBI, RIEMANN kennen. In der neueren Geometrie muß auf PONCELETS *Traité des propriétés projectives des figures*, auf STEINERS *Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten voneinander* hingewiesen werden, in der darstellenden Geometrie auf MONGES *Leçons de géométrie descriptive*, in der Mechanik auf LAGRANGES *Mécanique analytique*, in der Zahlentheorie auf LEGENDRES *Théorie des nombres*, auf GAUSS' *Disquisitiones aritmeticae* usw. Der Studierende kann nicht oft genug und nicht eindringlich genug auf das Studium der grundlegenden Schriften hingewiesen werden, das ja jetzt durch die Herausgabe der K l a s s i k e r d e r e x a k t e n W i s s e n s c h a f t e n so sehr erleichtert wird. Bietet doch das Studium der Originalarbeiten einen weit größeren Genuß, als das Ausarbeiten von Vorlesungen oder das Durcharbeiten eines Lehrbuches. Hier ist es vergönnt, einen Blick in die Geisteswerkstatt des Meisters zu werfen und mit den schöpferischen Genies selbst zu verkehren, die über dem Gegenstand stehen und freier und klarer zu reden wissen. Eine fünfte Gattung von Literaturwerken sind die Übungsbücher und Aufgabensammlungen. Auf sie hinzuweisen ist von besonderer Wichtigkeit. Häufig nimmt, — besonders an Universitäten, selten an technischen Hochschulen, — die abstrakte Theorie den größten Teil des Semesters in Anspruch, so daß für Übungen und Anwendungen nicht genügende Zeit übrig bleibt. Oft wird in der Differentialrechnung über dem interessanten Nachweis, daß es nicht-differentiierbare Funktionen gibt, die

Übung im Differentiieren verabsäumt. Der Hörer weiß oft hernach mit der reinen Theorie, die er sorgfältig ausgearbeitet hat, bei speziellen Problemen nichts anzufangen. Auch von der allgemeinen Flächentheorie, von der Variationsrechnung und anderen Disziplinen gilt der NEWTONsche Satz: „Exempla plus prosunt quam praecepta“, auf den uns damals während und nach unserer Studienzeit der „alte SCHELLBACH“ wiederholt und dringlichst hingewiesen hat. Die Anwendung der vorgetragenen Theorie wird häufig dem Studierenden allein überlassen; in den Seminarübungen ist nicht genügende Zeit übrig, auch sind sie „zu schade zum einpauken und drillen“. Deshalb gebe man dem Studierenden Übungsbücher und Aufgabensammlungen in die Hand. — Hieran schließt sich eine andere Gattung von Literaturwerken, die Formelsammlungen, Tabellen und Tafeln. Erstere sind gut für Repetitionen; trigonometrische, zahlentheoretische und Integraltafeln aber wird jeder benutzen. Ferner sind diejenigen, in die vorgetragenen Disziplinen einschlagenden Werke und Abhandlungen zu nennen, welche Gegenstände betreffen, die über den Rahmen der Vorlesung hinausgehen. Einzelne werden freilich in speziellen Vorlesungen behandelt, wie Invariantentheorie, Liniengeometrie, Minimalflächen, Gammafunktionen, LAMÉsche Funktionen, hyperelliptische und ABELsche Funktionen, Kugelfunktionen, Methode der kleinsten Quadrate, komplexe Multiplikation u. a. Oder sie sind Gegenstand der Seminarübungen. Jedenfalls muß dem Studierenden das Mittel in die Hand gegeben werden, sich weiterzubilden. Da diese Gebiete meistens erst in der neueren Zeit ausgebildet wurden, so muß auf die referierenden Zeitschriften, das Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, das Bulletin des sciences mathématiques von DARBOUX, die Revue semestrielle des publications mathématiques u. a. hingewiesen werden, in denen die einschlägige Literatur leicht zu finden ist. Während seines Aufenthaltes auf der Universität kann der Studierende sich nur in speziellen Disziplinen bis zum gegenwärtigen Standpunkt derselben emporarbeiten. Daß er wenigstens in einer Disziplin bis zur Höhe gelangt, ist sehr wünschenswert. Bei dem sogen. Staatsexamen kann man, wegen des großen Umfangs sogar der allgemeinen Vorlesungen, nicht verlangen, daß der Examinand in allen Zweigen beschlagen sei. Wenn er hier und da Lücken zeigt, so ist das verzeihlich; aber unverzeihlich ist für einen durchgebildeten Mathematiker, wenn er nicht die Mittel und Wege kennt, sein Wissen zu ergänzen. Er muß soweit mit den literarischen Hilfsmitteln vertraut sein, daß er imstande ist, seine Lücken auszufüllen und sich weiterzubilden. Sonst hört er bald auf, ein Mathematiker zu sein.

Wir haben schließlich noch einer Gattung von Literaturwerken Erwähnung zu tun, welche in Vorlesungen sollten berücksichtigt werden: das sind die Schriften, welche die historische Entwickelung der Wissenschaft behandeln. Was die Entwickelung derselben bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts betrifft, so genügt für diejenigen, die sich nicht speziellen historischen Studien widmen, der Hinweis auf das Meisterwerk M. CANTORS. Seine *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* sollten allerdings in der Bibliothek keines Mathematikers fehlen. Was die Zeit seit der Mitte des 18. Jahrhunderts betrifft, so muß in den Vorlesungen auf die wichtigsten neueren Schriften aufmerksam gemacht werden, welche die Geschichte des vorgetragenen Gegenstandes enthalten.

Daß sich der deutsche Universitätsprofessor bei der Auswahl der zu empfehlenden Studienwerke nur auf die in deutscher Sprache geschriebenen beschränkt, wie es in dem oben genannten Handbuch geschah, ist wohl heut nicht mehr zu befürchten. Man darf voraussetzen, daß der gebildete Mathematiker auch französische und englische, vielleicht auch italienische Schriften zu lesen versteht. Zeigen doch die französischen Lehrbücher meist ein weit größeres Geschick in der Darstellung als die deutschen, und sind die englischen Studienwerke glücklicher in der Auswahl von praktischen Beispielen.

Das Dargestellte mag genügen, um zu zeigen, bis zu welchem Grade die mathematische Literatur in den Vorlesungen zu berücksichtigen ist. Wären alle Universitätsdozenten gewillt und befähigt, so weit auf die Literatur des vorgetragenen Gegenstandes einzugehen, so dürften diejenigen, welche das Bedürfnis einer besonderen Vorlesung zur Einführung in die mathematische Literatur negieren, vielleicht recht haben. Allerdings würde eine Vorlesung, welche in systematischer Reihenfolge die Literatur der wichtigsten mathematischen Disziplinen und Methoden darstellte, eine sehr schwierige Aufgabe sein. Jedenfalls wäre sie nur für die letzten Semester geeignet, da man sonst befürchten müßte, von der Literatur solcher Disziplinen zu sprechen, die der jüngere Student nicht einmal dem Namen nach, geschweige denn inhaltlich kennt. Aus dem gleichen Grunde hat man ja auch eine für das erste Semester bestimmte encyklopädische Vorlesung über Mathematik für unmöglich gehalten.

Trotz alledem möchte ich eine für Anfangssemester bestimmte Vorlesung zur Einführung in die mathematische Literatur, sobald sie sich auf das beschränkt, was dem Verständnis und den Kenntnissen des jungen Studierenden adäquat ist, für möglich und empfehlenswert halten. Ich hoffe, daß, wenn ich über die Einrichtung und den Inhalt einer solchen Vorlesung einige Vorschläge gemacht habe, man mir auch darin beistimmen wird, daß eine solche Vorlesung sogar einem dringenden Bedürfnis entspricht.

Zunächst könnte man an Disziplinen der elementaren Mathematik zeigen, welche Arten von einschlägigen Literaturwerken es gibt. An eine kritische Übersicht über die wichtigsten Gesamttraktate der Elementarmathematik würde sich eine ebensolche über die bekanntesten Lehrbücher des elementaren Rechnens, der elementaren Geometrie, Algebra, ebenen und sphärischen Trigonometrie, Stereometrie und politischen Arithmetik anschließen. Eine derartige Übersicht wäre zugleich von großem pädagogischen Interesse. Auch die wichtigsten Aufgabensammlungen und Übungen aus allen Gebieten der Elementarmathematik wären zu besprechen, desgleichen die Tabellen und Tafeln, wie Faktoren-, Multiplikations-, Divisions-, trigonometrische und Logarithmentafeln. Bei der Einführung in die ältesten und älteren grundlegenden Werke über Geometrie, Arithmetik und Algebra wäre bei EUKLIDS Elementen länger zu verweilen. Eine gründliche Kenntnis derselben ist für jeden Mathematiker unentbehrlich; in Dänemark wird dieselbe beim Examen von jedem Lehramtskandidaten gefordert.

Ein folgendes Kapitel würde die Schriften über die Grundlagen der Geometrie, über das Parallelenaxiom, über die Axiome der Arithmetik und die Entwickelung des Zahlbegriffs u. ä. behandeln. Hieran ließe sich anschließen die Literatur berühmter Aufgaben, der Quadratur des Zirkels, der Verdoppelung des Würfels, der Dreiteilung des Winkels, der Aufgaben des PAPPUS, APOLLONIUS, MALFATTI, POTHENOT u. a. Ferner könnten verschiedene Fragen der Elementarmathematik berührt werden, für welche Verständnis und Interesse leicht zu gewinnen ist, wie die Kreisteilung, die angenäherte Konstruktion der regulären Figuren, Sternpolygone, die Transcendenz von π, figurierte Zahlen, Kettenbrüche, Maxima und Minima, magische Quadrate, mathematische Spiele, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, elementare Reihen, Exhaustionsmethode usw. Eine Übersicht über die Geschichte und Literatur dieser Gegenstände würde gewiß sehr willkommen sein.

Eine solche zunächst an den elementaren Disziplinen dargelegte Einführung in die Literatur wird den Studierenden zugleich in den Stand setzen, sich später selbst in das Studium der Literatur der höheren Mathematik einzuarbeiten. In noch höherem Maße aber werden die nun folgenden Kapitel unserer Vorlesung zur Orientierung in der Literatur der gesamten Mathematik dienlich sein.

Zunächst mag eine Übersicht gegeben werden über die älteren und neueren Versuche, die Gesamtheit der mathematischen Wissenschaften darzustellen, also über die mathematischen Wörterbücher und Encyklopädien, von OZANAMS *Dictionaire mathématique* (1691) bis zu der jetzt erscheinenden *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften.*

Ein weiteres Kapitel, das ebenfalls ohne Voraussetzung von Kenntnissen aus der höheren Mathematik vorgetragen werden kann, bilden die bibliographischen Hilfsmittel. Hier sind zuerst die größeren mathematischen

Bücherverzeichnisse zu nennen, wie MURHARD, ROGG, SOHNCKE u. a. Ferner ist hinzuweisen auf die periodisch erscheinenden allgemein-wissenschaftlichen und speziell mathematischen Bibliographien. Die wertvollen Artikel über die Bibliographie spezieller mathematischer Lehren und Theorien in der Bibliotheca Mathematica von LORIA, VIVANTI, STÄCKEL, WÖLFFING, sowie die schon oben erwähnten, an Literaturnachweisen reichhaltigen Referate in dem Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung dürfen hier nicht unerwähnt bleiben. Außer der Bibliotheca Mathematica muß der Studierende die übrigen der Geschichte und Bibliographie der Mathematik gewidmeten Zeitschriften kennen, das Bulletin von FÉRUSSAC, BONCOMPAGNIS Bullettino, TERQUEMS Bulletin, das Bulletin von DARBOUX, unser Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, die Amsterdamer Revue, die Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, das Intermédiaire des mathématiciens usw. Für ältere Literatur kommt in Betracht RICCARDIS *Biblioteca matematica italiana*, und für die neuere seit 1800 der *Catalogue of scientific papers* der „Royal society" zu London.

Gegenstand eines anderen Kapitels unserer Vorlesung sind die für die Geschichte der Mathematik wichtigen Biographien verstorbener Mathematiker, Physiker und Astronomen, das *Biographisch-literarische Handwörterbuch* POGGENDORFFS, die gesammelten Werke bedeutender Mathematiker, die Ausgaben der Fundamentalwerke in der Sammlung der Klassiker der exakten Wissenschaften.

Ein umfangreicheres Kapitel bilden die Zeitschriften mathematischen Inhalts, deren Bedeutung für die mathematisch-historische Forschung hervorgehoben werden muß. Dieselben beginnen mit dem Journal des savants und den Philosophical transactions der Londoner „Royal society" i. J. 1665. Sie lassen sich gruppieren in Zeitschriften mit vorwiegend mathematischem Inhalt, in physikalisch-naturwissenschaftliche, in astronomisch-geodätische, in technisch-militärische, in allgemein-wissenschaftliche und in Gesellschaftsschriften. Jeder Mathematiker sollte die wichtigsten französischen, deutschen, englischen und italienischen Zeitschriften der Mathematik kennen, ebenso die Veröffentlichungen der mathematischen Gesellschaften in Amsterdam, London, Paris, Edinburg, Palermo, New-York, der Leopoldina, der Jablonowskischen Gesellschaft, der deutschen Mathematiker-Vereinigung. Bei einer Übersicht über diese Zeitschriften bietet sich zugleich Gelegenheit, die Geschichte der Akademien und gelehrten Gesellschaften zu berühren, von der der Mathematiker auch einiges wissen müßte.

Das wäre ungefähr der Inhalt einer Vorlesung zur Einführung in die mathematische Literatur. Sie hätte unter anderen den Vorzug, daß in ihr zugleich der Geschichte der Mathematik ein größerer Platz eingeräumt würde, die leider immer noch sehr selten Gegenstand von Universitätsvorlesungen ist. Wir zweifeln nicht, daß eine solche Vorlesung zur Einführung in die mathematische Literatur auch von Hörern besucht würde, welche die Mathematik nicht zu ihrem Berufsstudium erwählt haben, sondern denen es lediglich daran gelegen ist, ihre wissenschaftliche Bildung und Weltanschauung durch festere Prinzipien zu erweitern. Auch ihnen wird die Darbietung der literarischen Hilfsmittel zur Selbsteinführung in die höhere Mathematik willkommen sein.

Kleine Mitteilungen.

Congresso internazionale di storia delle scienze matematiche e fisiche in Roma 1903.

Il Congresso internazionale di scienze storiche ebbe luogo in Roma nei giorni 2—9 Aprile 1903. La sezione VIII riguardava la storia delle scienze matematiche, fisiche, naturali e mediche. Essa tenne sette sedute ordinarie e due straordinarie. La prima seduta fu aperta dal prof. P. Blaserna. Furono eletti a presidenti successivamente i signori P. Tannery, K. Sudhoff, R. Blanchard, S. Günther, E. Lampe, M. Benedikt; a vice-presidenti i signori P. Giacosa, E. Lebon, G. Loria, E. Millosevich, V. Volterra: a segretari i signori L. Carpi, V. Tonni-Bazza, G. Vacca, G. Vailati. Erano annunciate 54 comunicazioni, di cui un terzo circa interessanti la storia delle scienze matematiche e fisiche, le rimanenti, le scienze naturali e mediche.

Si discussero inoltre quattro temi.

Sul primo tema, dopo una relazione del prof. Millosevich, accenannte ai difetti dell' iconografia degli eclissi di sole di T. Oppolzer per accertamento delle date, si approvò un ordine del giorno facente voti perchè nell' interesse del rapido accertamento delle date per uso storico, nel periodo e nelle regioni in cui si svolse la civiltà classica, si ripubblichi dagli editori Mayer e Müller, col consenso dell' Autore, l' atlante annesso all' opera di F. K. Ginzel intitolata: *Spezieller Kanon der Sonnen- und Mondfinsternisse für das Ländergebiet der Klassischen Altcrthumswissenschaften*, etc. L' atlante, preceduto da una semplice prefazione esplicativa delle tavole, messo in commercio a prezzo modesto, dovrebbe trovare larga accoglienza nel mondo storico.

Sul secondo tema relativo al modo col quale la storia delle scienze matematiche e fisiche, naturali e mediche possa costituire oggetto di un corso universitario, riferirono i professori D. Barduzzi, P. Giacosa e G. Loria.[1]) Si approvò a grande maggioranza, il seguente ordine del giorno:

> „La sezione VIII del congresso di scienze storiche, considerando essere di eccezionale importanza che alla storia delle scienze venga accordato nell' insegnamento il posto che le spetta di diritto; e tenendo conto della deliberazione presa dalla V sezione del »Congrès d'histoire comparée« tenutosi a Parigi nel Giugno 1900,
>
> emette il voto che tale insegnamento venga istituito con la creazione di corsi universitari divisi in quattro serie:

---

1) Tale Relazione venne già integralmente pubblicata nel fascicolo 1⁰ Maggio 1903 della rivista L'università italiana (Bologna).

1. Scienze matematiche ed astronomiche.
2. Scienze fisiche e chimiche.
3. Scienze naturali.
4. Medicina.

La sezione fa inoltre voti che dei rudimenti di storia delle scienze vengano introdotti nei programmi dei singoli insegnamenti delle scuole medie."

Riguardo all' Italia in particolare venne formulato il voto che gl'insegnamenti della storia delle matematiche, della fisica, ecc. vengano annoverati fra i corsi complementari e che la libera docenza possa essere concessa anche per la storia delle scienze.

Sul terzo tema riferì il prof. Gino Loria. Egli dimostrò come la pubblicazione delle opere di Evangelista Torricelli sia una impresa nazionale di universale interesse. Accenna alle singolari circostanze per cui le opere di Torricelli non riuscirono mai a vedere la luce, malgrado la ferma volontà che il sommo geometra morente esprimeva che esse fossero pubblicate.

Il prof. Tannery, associandosi alla proposta del prof. Loria, comunicò che egli ebbe occasione di studiare parecchi documenti inediti importanti relativi alla disputa di priorità fra Roberval e Torricelli, e che egli aveva intenzione di pubblicare un insieme completo concernente le relazioni fra Torricelli e i dotti francesi suoi contemporanei, in un volume di *Papiers scientifiques du XVIIième siècle,* da inserire nella collezione dei Documents inédits de l'histoire de France. Questo insieme troverebbe un posto più naturale in una edizione completa delle opere di Torricelli. Egli offrì il suo concorso ai dotti italiani.

Si approvò il seguente ordine del giorno:

«La sezione VIII del congresso di scienze storiche radunato in Roma nell' aprile 1903, fa voti che il governo di S. M. il Re d'Italia affidi alla R. Accademia dei Lincei il cómpito di esaminare le opere manoscritte di Evangelista Torricelli nell' intento di determinare quali fra esse siano meritevoli di stampa; e di presiedere alla pubblicazione completa di tutte le di lui opere già edite e di quelle inedite, giudicatene degne, senza escludere il suo carteggio scientifico, completando così il lavoro intrapreso con la edizione nazionale delle opere di Galileo.»

Sul quarto tema riferì il prof. Giacosa.[1]) Egli propose la compilazione di un catalogo per materia dei manoscritti scientifici esistenti nelle biblioteche ed archivi del regno d'Italia, e dimostrò la necessità che un numero ristretto di persone, competenti per ciascuna materia, ed a ciò appositamente delegate, intraprendano, la ricerca di tutto il materiale raccolto negli archivi e nelle biblioteche, comprendendo la paleografia greca e latina, e lasciando per ora da parte i codici arabi.

Tale proposta fu approvata alle unanimità.

Si discusse infine in una delle sedute straordinarie, una proposta dei professori Tannery e Giacosa per la costituzione di una Associazione internazionale di storia delle scienze. L'attuazione di tale proposta essendo parsa ai più immatura, dietro proposta del prof. Benedikt, si nominò una commissione internazionale coll' incarico di gettare le basi di questa associazione, chiamandone

1) Anche questa Relazione si legge nel succitato fascicolo di L'università italiana.

a far parte i signori: M. Benedikt, R. Blanchard, P. Tannery, K. Südhoff, S. Günther, P. Giacosa e G. Loria, e lasciando alla commissione così nominata l'incarico di aggregarsi altri membri per altre nazioni.

Tale commissione tenne una prima seduta Giovedi 9 aprile, nominando i signori P. Tannery presidente, e P. Giacosa e G. Loria, a segretari.

Ecco ora l'elenco delle comunicazioni relative alla storia della matematica.

Moritz Cantor. *Hieronimus Cardanus. Ein wissenschaftliches Lebensbild aus dem 16. Jahrhundert.* (Presentata dal prof. Loria.)

M. Darvai. *La vita dell' insigne matematico Giovanni Bolyai.*

G. Vacca. *Sulla storia della numerazione binaria. Cenni storici.* Analisi di un problema di Luca Paciolo, e sopratutto dell' *arithmetica localis* di Neper (*Rabdologia,* Edinburgi 1617).

V. Tonni-Bazza. *Su Nicola Tartaglia.* Esame di un manoscritto inedito di Oxford, che coincide in molti punti col *General trattato di numeri e misure* e ne differisce in altri. Notizie sulle ricerche dei resti del Tartaglia, e sul monumento che Brescia sta per erigergli.

A. Braunmühl. *Beiträge zur Geschichte der Integralrechnung.* In relazione specialmente all' epoca Newtoniana e al primo stadio di sviluppo del calcolo integrale. (Presentata dal prof. Loria.)

F. Müller. *Über die Abkürzung der Titel mathematischer Zeitschriften.* Catalogo di oltre 1100 titoli di riviste e periodici matematici abbreviati sistematicamente[1]).

R. Almagià. *Sulle dottrine delle maree nell' antichità e nel medio-evo.*

A. Mori. *Per una bibliografia geodetica italiana.*

S. Günther. *Sviluppo del celebre istrumento astronomico-geodetico nominato „Radius Astronomicus" ovvero „Jacobstab".* Dimostrazione del plagio di Regiomontano. Il primo inventore di questo strumento sembra dover essere Levi ben Gerson, il quale non avrebbe conosciuto gli analoghi metodi degli antichi.

G. Uzielli. *Sopra la lunghezza del corpo di Cristo come base delle misure medioevali in Italia.*

G. Eneström. *Über kulturhistorische und rein fachmäßige Behandlung der Geschichte der Mathematik.* (Presentata dal Prof. Loria.)[2])

G. Pittarelli. *Il trattato di prospettiva del pittore quattrocentista Pier della Francesca.* Esame della sua vita, e delle sue relazioni con Luca Paciolo e con Leonardo da Vinci. Analisi dell' opera: Petrus Pictor Burgensis, *De prospectiva pingendi*, pubblicata dal Dr. Winterberg (Straßburg, Heitz & Müntzel 1899). Esame di un manoscritto inedito sui cinque corpi regolari Nel trattato *de prospectiva* sembra trovarsi la prima idea di *inviluppo.*

A. Mori. *Il carteggio scientificio di Leonardo Ximenes.* È conservato nella Biblioteca Nazionale di Firenze. Ne è già stata pubblicata la parte relativa alle operazioni astronomiche e geodetiche de eseguirsi in Toscana. Deve considerarsi come una fonte per la storia delle scienze nella seconda metà del secolo XVIII.

P. Tannery. *Histoire des termes analyse et synthèse en mathématique.* Il significato originario della parola *analisi* si riferirebbe ad una operazione manuale, cioè la messa in dettaglio di gruppi di monete. Soltanto molto più tardi si adoperò la parola *analisi* per indicare un metodo di ricerche.

---

1) V. Jahresber. d. deutschen Mathematiker-Vereinigung 1903, p. 426—444.

2) V. Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, p 1—6.

E. Lampe. *Sull' organizzazione del „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik".*

C. Somigliana. *Notizie sulle letteratura Voltiana.* Studio per la pubblicazione delle opere complete di Alessandro Volta. La sezione VIII approvò un ordine del giorno perchè l' Accademia dei Lincei se ne assuma l'incarico.

E. Lebon. *Piano di una bibliografia analitica degli scritti contemporanei sulle storia dell' astronomia.*[1])

G. Vailati. *Sul carattere logico della dimostrazione del principio della leva, data da Archimede nel primo libro dell' Equilibrio dei piani.* Le critiche mosse a questa dimostrazione non reggono. La dimostrazione è perfetta: essa si appoggia su alcuni teoremi contenuti in un' opera perduta di Archimede.

V. Tonni-Bazza. *Benedetto Castelli plagiario?* Difesa dalle accuse di plagio mosse dal Lombardini a B. Castelli.

Genova. G. Vacca.

Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik."

Die erste (fette) Zahl bezeichnet den Band, die zweite die Seite der „Vorlesungen". BM = Bibliotheca Mathematica.

1:12, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 265. — **1:15,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 323. — **1:22, 29, 34,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 265—266. — **1:36, 64,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 137. — **1:103,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 266. — **1:135,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 266; **3**$_3$, 1902, S. 137. — **1:144, 155, 169, 171,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 137—138. — **1:190,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 266. — **1:195,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 56. — **1:197, 202,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 266.

---

1 : 207. Bretschneiders Übersetzung von κατὰ συμβεβηκός „durch Übereinstimmung" ist unklar. Es muß heißen, daß die Methode der Zurückführung auf das Unmögliche die Wahrheit *auf Seite des* (mit der Behauptung) *Übereinstimmenden* (und nicht auf Seite der gegenteiligen Annahme) findet.

A. Sturm.

1:225, 234, siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 138. — **1:255,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 238. — **1:283,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 499. — **1:284, 321,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 266—267. — **1:370,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 319. — **1:383,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 267. — **1:395,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 323. — **1:400,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 267. — **1:429,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 324. — **1:432,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 267. — **1:436,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 138. — **1:437, 440,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 267. — **1:457,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 238. — **1:463,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 139, 324. — **1:467, 469,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 267. — **1:475,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 267—268; **3**$_3$, 1902, S. 139.

---

1 : 475. Der Kommentar des Maximus Planudes zu den zwei ersten Büchern des Diofantos ist nunmehr auch im griechischen Originale herausgegeben und zwar von P. Tannery im 2. Bande (S. 125—255) von *Diophanti Alexandrini Opera omnia* (Leipzig 1895).

---

1) V. Bulletin de la société astronomique de France 1903, p. 233—236.

1:476, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 268. — **1:510,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 314. — **1:519—520,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 239. — **1:537, 540, 542,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 268. — **1:622,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 143. — **1:641,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 139. — **1:661,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 499. — **1:662,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 499; **3**$_3$, 1902, S. 139. — **1:663,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 405. — **1:671,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 499. — **1:687—689,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 143—144; **4**$_3$, 1903, S. 205—206.

1:694. In betreff der Angabe, daß „kardaga" den Arabern den 96. Teil des Kreisumfanges bedeutete, ist zu bemerken, daß die arabischen Mathematiker, deren Schriften im christlichen Mittelalter übersetzt wurden, ziemlich allgemein mit „kardaga" den 24. Teil des Kreisumfanges bezeichnet haben dürften. So z. B. wird in den *Canones super tabulas Toletanas* des Al-Zarkali, welche von Gherardo Cremonese übersetzt worden sind, angegeben, daß: „kardaga est portio circuli ex 15 gradibus constans" (siehe Biblioth. Mathem., **1**$_3$, 1900, S. 339). Darum wurde auch von christlichen Verfassern, die sich im Mittelalter mit der Trigonometrie beschäftigten (z. B. Johannes de Lineriis und Peuerbach), der Term „kardaga" in dieser Bedeutung benutzt (siehe z. B. Biblioth. Mathem., **1**$_3$, 1900, S. 354, 409; A. G. Kästner, *Geometrische Abhandlungen* I, Göttingen 1790, S. 544). Auf der anderen Seite scheint es, als ob einige arabische Mathematiker mit dem Worte „kardaga" die Sinus gewisser Bogen bezeichnet hätten (vgl. Braunmühl, *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie*, I, S. 44, 45). G. Eneström.

1:694, 704, 706, 708, 714, 735, 736, 744, 748, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 449—500. — **1:749,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 268. — **1:756, 757, 767,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 500—501. — **1:794,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 139. — **1:804, 805, 807, 808, 812, 823, 852,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 268—269. — **1:853, 854,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 501. — **1:854,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 324; **4**$_3$, 1903, S. 206. — **1:855,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 501.

2:7, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 351. — **2:8, 10,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 501—502. — **2:14—15,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 144. — **2:20,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 502; **3**$_3$, 1902, S. 239. — **2:25,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 274. — **2:31,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 351—352; **3**$_3$, 1902, S. 239—240. — **2:34,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 144. — **2:37,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 502. — **2:38,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 352. — **2:39,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 502. — **2:41, 57,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 352. — **2:59,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 502. — **2:63,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 206. — **2:70,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 417. — **2:73, 82, 87, 88, 89, 90, 92,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 502—503. — **2:97,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 406. — **2:98,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 269—270. — **2:100,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 140. — **2:101,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 325. — **2:105,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 503. — **2:111,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 352. — **2:116,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 406. — **2:122,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 503—504. — **2:126, 127,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 406. — **2:128,** siehe BM **1**$_3$. 1900, S. 504. — **2:132,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 515—516. — **2:143,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 504. — **2:157, 158,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 352. — **2:163, 166,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 504. — **2:175,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 140. — **2:210,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 352—353.

2:218. Der bekannte Prediger Geiler von Kaisersberg (1445—1510) sagt, daß die Hausierer auch „rechenpfening" verkaufen (Schultz, *Deutsches Leben*, S. 97). A. Sturm.

2:219, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 353. — **2:229, 242, 243,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 504—505. — **2:253,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 353. — **2:273,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 505. — **2:274,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 325. — **2:282, 283,** siehe BM **1**$_3$, 1900,

S. 506; **2**$_3$, 1901, S. 353—354. — **2**: **284, 286, 287, 289, 290, 291,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 506—507. — **2**: **296,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 354. — **2**: **313,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 507. — **2**: **328,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 140.

---

2 : 328. Nach einer anderen Erklärung bedeutet das *Hazard*spiel ein Teufelsspiel; es soll seinen Namen von dem bösen Geiste *hasehart* haben (von der Hagen, *Gesammtabenteuer* III, p. XXIII). A. Sturm.

2: **334,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 507. — **2**: **353,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 507; **4**$_3$, 1903, S. 87. — **2**: **358, 360,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 87. — **2**: **381,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 507. — **2**: **385,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 81; **4**$_3$, 1903, S. 207. — **2**: **386, 395, 401, 405, 425,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 507—508. — **2**: **430,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 145.

---

2 : 440. Stifels Ansichten über die Quadratur des Kreises sind tadellos. Er spricht sich darüber (*Arithmetica integra*, Blatt 224 u. 225 im „Appendix de quadratura circuli") abschließend also aus: „Constat, quadraturam circuli nihil aliud esse, quam constitutionem quadrati, aequalis circulo dato . . . Inventio autem aequalitatis istius praesupponit numerum aliquem, repraesentantem longitudinem circuli praecise, sive rationalem sive irrationalem, qui neutro modo est dabilis. Unde sequitur primo, impossibile esse, ut assignetur proportio circumferentiae circuli ad diametrum suam . . . Secundo sequitur, impossibile esse, ut inveniatur medium proportionale inter semidiametrum circuli et semicircumferentiam eius. Sequitur tertio, impossibile esse, ut quadretur circulus mathematicus. — Possibile est, et factu facile, ut sumta proportione aliqua propinqua inter semidiametrum et circumferentiam circuli physici quadretur circulus ille, ita ut quadratio illa satisfaciat sensibus." A. Sturm.

2: **442,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 325. — **2**: **449,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 140. — **2**: **454,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 242. — **2**: **474, 480,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 140—141. — **2**: **481, 482,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 508. — **2**: **482,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 354; **3**$_3$, 1902, S. 240. — **2**: **484,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2**: **486, 489, 490,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509. — **2**: **497,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509; **4**$_3$, 1903, S. 87. — **2**: **509,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 270, 509. — **2**: **510,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509. — **2**: **512,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2**: **514, 516, 517,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509. — **2**: **530,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 354—355; **3**$_3$, 1902, S. 141. — **2**: **532, 535, 541, 548, 549,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 509—510. — **2**: **550,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 355. — **2**: **554,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 510.

---

2 : 555. Clavius hieß ursprünglich *Klau*, nicht Schlüssel, auch nicht Nagel oder Nagler, wie S. Günther meint (Zeitschr. für mathem. Unterr. **23**, 1892, S. 519). Allerdings spielt Kepler in einem Briefe an Mästlin (Kepleri *Opera*, ed. Frisch, IV, 7) an die Ableitung von Nagel an, aber nur scherzweise, da er auch die Ableitung von Keule beifügt. A. Sturm.

---

2 : 565. Eine Geometrie (und Arithmetik) von Ramus erschien bereits 1569, gleichzeitig mit den *Scholae mathematicae: P. Rami Arithmeticae libri duo: Geometriae septem et viginti* (Basileae MDLXIX). Das Urteil Cantors über Ramus als Mathematiker wird durch dieses Werk nach jeder Richtung hin bestätigt. A. Sturm.

---

2 : 567. Die große Arbeit des G. Benedetti: *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber* erschien in Turin 1580 (siehe Riccardi, *Bibliot. matem. ital.* I, 111). Die meisten Verfasser, darunter auch Cantor, geben als Druckjahr 1585 an, und in der Tat gibt es Exemplare, die auf dem Titelblatte diese Jahreszahl tragen, aber nach Riccardi (a. a. O., Appendice 165) gehören diese Exemplare der Originalausgabe von 1580 an, so daß nur das Titelblatt neu gedruckt ist, und eben dasselbe gilt nach Riccardi (a. a. O. I, 111; Appendice 92) von den Exemplaren, deren Titelblätter die Angaben: „Venetiis, apud Franciscum Zilettum, MDLXXXVI" oder „Venetiis, apud Baretium et Socios, MDXCIX" haben. G. Eneström.

---

2 : 568. Zeile 10—12 bemerkt Herr Cantor: „Hier vermutlich ist die Aufgabe gelöst, mit vier gegebenen Strecken als Seiten ein Sehnenviereck zu zeichnen". Wenn das Wort „hier" sich auf die Arbeit *Speculationes diversae* bezieht, kann das Wort „vermutlich" ohne weiteres gestrichen werden; sonst soll die Bemerkung modifiziert werden, denn aus Libris *Histoire des sciences mathématiques en Italie* III, 130, geht hervor, daß die Aufgabe nicht im 1. sondern im 6. Abschnitte (S. 211) der Benedettischen Arbeit behandelt wird. In diesem Abschnitte und zwar gegen das Ende desselben (S. 368) kommt übrigens auch die von Herrn Cantor mitgeteilte Lösung der Gleichung $(A + x)\, x = B^2$ vor. G. Eneström.

---

2 : 569, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 572—573,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 576,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355—356. — **2 : 579,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2 : 580—581,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 207. — **2 : 582,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 583,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356. — **2 : 592,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 594, 597,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270. — **2 : 597, 599—600,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 602, 603—604,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270—271. — **2 : 611,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356—357. — **2 : 612,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 613,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 614, 620,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 621, 623,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146—147. — **2 : 638,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147. — **2 : 642, 643,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 655,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357.

---

2 : 656. In betreff der Angabe, daß der *Cours mathématique* von P. Hérigone zuerst 1634, dann 1644 gedruckt ist, mag auf eine Notiz von B. Boncompagni im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 2, 1869, 472—476, sowie auf einen kleinen Artikel von P. Tannery in L'intermed. d. mathém. 2, 1895, 55—56, hingewiesen werden. Man ersieht daraus, daß eigentlich nur eine Auflage des *Cours mathématique* existiert, dessen B. I—IV 1634, B. V 1637 und B. VI 1642 erschienen, daß es aber drei neue Auflagen des Titelblattes gibt, die bezw. 1643, 1644, 1644 datiert sind.

Bei der Erwähnung des *Cours mathématique* lohnt es der Mühe darauf hinzuweisen, daß schon im ersten Bande, der 3 Jahre vor der Descartesschen *Géométrie* herausgegeben ist, die successiven Potenzen von a durch $a2$, $a3$, $a4$ u. s. w. bezeichnet sind (vergl. Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 218).

G. Eneström.

---

2 : 659, 660, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 147—148. — **2 : 665**, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 271. — **2 : 674**, siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 88. — **2 : 683**, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148.

---

2 : 693. Es wird angegeben, BENJAMIN BRAMERS *APOLLONIUS CATTUS oder Kern der ganzen Geometrie* sei, obwohl im Jahre 1634 entstanden, erst 1684 gedruckt worden; die Vorrede führe die Jahreszahl 1646. — Hierzu ist Folgendes zu bemerken.

Die erste Auflage des Buches erschien unter dem Titel *APOLLONIUS CATTUS oder geometrischer Wegweiser* und wurde „zu Cassel bey Johann Saurn, in verlegung desz Authoris, im Jahr Christi MDCXXXIV“ gedruckt. Die Vorrede ist „Cassel den 1. Januarii Anno 1634“ datiert. Das Buch ist also schon *vor* 1634 entstanden. Von dieser Auflage hat mir nur der erste Teil ([8] + 96 S. 4⁰) vorgelegen.

Die zweite revidierte und vermehrte Auflage erschien unter demselben Titel in 2 Teilen 1646—47. Die Vorrede ist den 31. Dezember 1645 datiert.

Eine dritte Auflage wurde nach KÄSTNER (siehe die von CANTOR zitierte Stelle) 1684 in drei Teilen herausgegeben; der dritte Teil enthielt einen Neudruck des schon 1648 veröffentlichten *Berichtes zu M. JOBSTEN BÜRGI geometrischen Triangularinstrument.*

CANTORS frühere Mitteilung vom J. 1876 in der Allgemeinen deutschen Biographie (Art. BRAMER), daß BRAMER selbst den *APOLLONIUS CATTUS* zum erstenmal 1634 herausgegeben hat, ist also richtig.

Stockholm. C. GRÖNBLAD.

---

2 : 700, 701, 703, 704, 705, siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 271—273. — **2 : 719**, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 357.

---

2 : 720. Herr CANTOR spricht hier von einer „als besonderes Bändchen von 1664“ erschienenen Arithmetik des ANDREAS TACQUET, aber diese Redeweise beruht wohl nur auf einer unvollständigen Angabe von KÄSTNER. An der von Herrn CANTOR angedeuteten Stelle der KÄSTNERschen *Geschichte der Mathematik* (statt III, 449 lies III, 448 oder III, 448—449), wird nämlich angegeben, daß das Privilegium des Buchdruckers vom Jahre 1664 ist. Aber die Arithmetik erschien schon bei TACQUETS Lebzeiten (er starb bekanntlich 1660) unter dem Titel: *Arithmeticae theoria et praxis auctore ANDREA TACQUET Antverpiensi, e societate Jesu, Matheseos professore.* Lovanii, Apud Cyp. Coenetenium, Anno M.DC.LVI. Einer freundlichen Mitteilung des Herrn H. BOSMANS entnehme ich, daß die Bibliothek der Universität in Löwen ein Exemplar dieser seltenen ersten Ausgabe besitzt. Die zweite Auflage, auf die sich das von KÄSTNER erwähnte Privilegium des Buchdruckers bezieht, trägt das Druckjahr 1665 (nicht 1664) und wird ausdrücklich als „Editio secunda correctior“ bezeichnet (siehe RICCARDI, *Saggio di una bibliografia euclidea* I, Bologna 1887, 45). Über eine dritte Auflage vom Jahre 1683 („Editio ultima correctior“) berichtet KÄSTNER an der angegebenen Stelle.

Nach RICCARDI (a. a. St.) ist die „Approbatio“ vom Jahre 1655, und vielleicht ist dies der Grund, warum J. W. MÜLLER *(Auserlesene mathematische Bibliothek*, Nürnberg 1820, 24) eine Auflage von 1655 aufführt, aber Herr H. BOSMANS teilt mir freundlichst mit, daß keine solche Auflage existiert.

G. ENESTRÖM.

---

2 : 721, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 742,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : 746,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 747,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 173; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 225. — **2 : 749,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88. — **2 : 766,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : 767,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148, 357—358. — **2 : 770,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 208. — **2 : 772, 775,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 358—359. — **2 : 777,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 204. — **2 : 783,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88—89. — **2 : 784,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148. — **2 : 802,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 208. — **2 : 812,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 37. — **2 : 820, 825, 840, 856, 865,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148—149. — **2 : 876, 878, 879,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511. — **2 : 891,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 273. — **2 : 898,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 37, 208. — **2 : 901,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511. — **2 : VIII** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 142. — **2 : IX, X** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 511—512.

---

3 : 9, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **3 : 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 11,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 209. — **3 : 12, 17, 22,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 512. — **3 : 22, 24, 25,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 209. — **3 : 26,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 359. — **3 : 45—48, 49, 50,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 512—513. — **3 : 70,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 360. — **3 : 100,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149. — **3 : 112,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 209—210. — **3 : 116,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 117,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 518. — **3 : 123,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 124,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 407—408.

---

3 : 126. Da Herr Cantor die Schrift de Lahires vom Jahre 1673 als ungemein selten bezeichnet (ein anderer Verfasser hat die Vermutung ausgesprochen, diese Schrift sei jetzt verloren), mag darauf hingewiesen werden, daß sowohl die königliche Bibliothek in Berlin als die Bibliothek der Technischen Hochschule daselbst ein Exemplar derselben besitzt. Der vollständige Titel lautet: *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques qui ont pour bases des cercles ou des paraboles, des ellipses & des hyperboles. Par Ph. de La Hire, Parisien.* Paris, Th. Moette, MDCLXXIII.

G. Eneström.

---

3 : 131, siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 210. — **3 : 151,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 174,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149—150. — **3 : 183,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 432. — **3 : 188,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241. — **3 : 201,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 207,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 519. — **3 : 215,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 218,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 220,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 224,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 225, 228,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 232,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 246,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 250,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 303,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 155. — **3 : 330—331,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241—242. — **3 : 447, 455,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 473,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 154—155. — **3 : 477, 479,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151—152. — **3 : 521,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 565, 571, 578,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326—327. — **3 : 614,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 89—90. — **3 : 636—637,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 652,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446. — **3 : 660, 667, 689, 695,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441—442. — **3 : 750, 758, 760, 766,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446—447. — **3 : 774, 798,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 442—443. — **3 : 845,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 327—328. — **3 : 848, 881,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443. — **3 : 882,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447. — **3 : 892,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 143. — **3 : IV** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443.

Vermischte historische Notizen.

Ein Lehrgang der Mathematik und Astrologie im Mittelalter. Eine nicht ganz unwichtige Randnote fand ich kürzlich in einer lateinischen Kopenhagenerhs. vom Anfang des 14. Jahrh. (Gamle kgl. Samling 2⁰, 277, fol. 146ʳ). Sie bezieht sich offenbar auf den Unterricht in Mathematik und Astrologie an irgend einer Universität oder Klosterschule. Sie lautet:

Hic est ordo mathematicam addiscendi: Primo audiantur que sunt introductoria, scilicet

algorismus
spera
compotus
arismetica boetij
musica eiusdem
geometria enclidis (!)
Astrolabium ptholomei
liber de proportionibus
Theodosius de speris
Milleus de speris
almagestum
geber
alpetragius

Hij predicti libri sunt demonstratiui. Post quos addiscantur sequentes libri iudiciorum per ordinem scilicet

liber introductorius Albumazar ad iudicia astrorum
Zael introductorius
Idem[1]) *de interrogationibus, que uocantur iudicia arabum*
Idem[1]) *de electionibus horarum*
coniudices Albumazar de pluuijs
liber florum
liber experimentorum eiusdem
Idem[1]) *de coniunctionibus*
Item (!) de sompno inueniendo
Mesahala de interpretatione cogitationis
Idem de occultis
Idem de eclipsibus
Idem[1]) *de reuolutionibus annorum mundi*
Albolay (!) de natiuitatibus
Aomor (!) de natiuitatibus
Centilogium (!) ptholomej.

Diese Aufzählung von Lehrbüchern, welche dem mündlichen Unterricht („audiantur") zugrunde gelegt wurden, erinnert gewissermaßen an die Aufzählung der mittleren Bücher, welche den Schriften des Honain ben Isak (Johannicius) entnommen wurde (vgl. Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 68. — Außer in Paris. 9335 steht letztere Aufzählung im Cod. Reg. 1253 fol. 69^v und Ampl. F. 37 fol. 60^r). Jedoch verbürgt uns die Mitnahme von Boetius' Schriften, daß die Liste nicht einer arabischen Schrift entnommen worden ist. Übersehen wir die Liste, so zeigt es sich auch sofort, daß sie von Büchern zusammengestellt ist, die wir in den lateinischen Hss. des 13. und 14. Jahrhunderts antreffen, und die zu der vom Arabischen hergekommenen Übersetzungsliteratur gehören. Sämtliche Bücher sind wohl bekannt. Am seltensten trifft man Albumasars *De pluviis;* jedoch findet sich in Bern (cod. 483) eine *Epistula Messehalahu in pluviis et ventis a magistro Drogone (?) transl. de arab. in lat.* (vgl. Suter, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber*, p. 6). Auf

1) *Idem* korrigiert aus *Item.*

den sehr verschiedenartigen Inhalt der recht interessanten Hs., in welche die gegenwärtige Randnote eingetragen ist, will ich hier nicht näher eingehen; der Vollständigkeit wegen sei schließlich nur bemerkt, daß die Note unter einem Texte steht, der die Überschrift hat: *Incipit septima liberalium artium scientia, id est astrologia* [Anfang: *Tribus modis locuntur autores de superioribus, scilicet fabulose, astrologice, astronomice....*].

Köbenhavn. Axel Anthon Björnbo.

Anfragen und Antworten.

111. Über den italienischen Mathematiker Leonardo Mainardi. Im zweiten Teil der *Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance* (1902) hat M. Curtze eine *Practica geometriae* von Leonardo Mainardi aus Cremona veröffentlicht. Als einzige Quelle für das Leben dieses Verfassers zitiert Curtze eine Arbeit von F. Arisi (*Cremona literata*, Parma 1702), wo Mainardi unter dem Jahre 1488 aufgeführt ist, und aus diesem Grunde wird ohne weiteres festgestellt, daß dieser in der zweiten Hälfte der 15. Jahrhunderts gelebt hat. Aber so leicht dürfte die Frage nicht erledigt werden können, und zwar sind es zwei Umstände, die die Angabe des Arisi verdächtig machen. Zuerst wird, wie Curtze auch ausdrücklich bemerkt, in dem von E. Narducci bearbeiteten Kataloge der Boncompagnischen Handschriftensammlung angegeben, daß Cod. 302, der die Schrift des Mainardi enthält, aus dem 14. Jahrhundert stammt; freilich behauptet Curtze, daß diese Angabe nicht richtig ist, begründet aber seine Behauptung nicht paläographisch, sondern nur dadurch, daß Mainardi nach Arisi erst in der 2. Hälfte des 15. Jahrhunderts gelebt hat. Weiter zitiert Arisi selbst eine Arbeit von H. Vida, worin folgender Passus vorkommt: „Fuit ante Blasium Leonardus Mainardus“, aber mit „Blasius“ kann wohl nur Biagio da Parma gemeint sein, der schon 1374 Professor wurde und 1416 starb. Es gibt also zwei Umstände, die dafür sprechen, daß Mainardi schon im 14. Jahrhundert gelebt hat.

Ist es möglich, andere Quellen für das Leben des Mainardi aufzufinden (z. B. Cod. S. Marco Florent. 212) und dadurch mit Bestimmtheit festzustellen, wann er gelebt? G. Eneström.

112. Über den deutschen Mathematiker Andreas Alexander. Am Ende meines Aufsatzes: *Ein verschollener deutscher Cossist aus dem Anfange des sechzehnten Jahrhunderts* (Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, 356—360) habe ich bemerkt, daß es wünschenswert wäre, Auskunft über die Lebensumstände des deutschen Mathematikers Andreas Alexander zu bekommen. Gedruckte Schriften von ihm konnte ich damals nicht mit Bestimmtheit nachweisen, und für die Gerhardtsche Angabe, daß er Lehrer an der Universität in Leipzig war, hatte ich keine Bestätigung gefunden.

Seitdem habe ich aber in Panzers *Annales typographici* (Band 7, Nürnberg 1799, S. 148) eine Notiz gefunden, die als Ausgangspunkt für weitere Nachforschungen über Andreas Alexander dienlich sein dürfte. Panzer verzeichnet nämlich an der zitierten Stelle eine 1504 in Leipzig bei M. Lotter gedruckte Schrift in Folio mit dem Titel *Mathematologium prime partis* Andree Alexandri *Ratisbonensis mathematici super novam et veterem logicam* Aristotelis. Da die Schrift in Leipzig gedruckt ist, kann man wohl daraus folgern, daß Andreas Alexander im Jahre 1504 dort wohnhaft war, und aus dem Titel scheint hervorzugehen daß er ein Regensburger von Geburt war.

Ist es möglich ein Exemplar der fraglichen Schrift aufzufinden und kann man daraus oder auf anderen Wegen weitere Aufschlüsse über die Lebensumstände und die wissenschaftliche Wirksamkeit des Andreas Alexander bekommen? G. Eneström.

Réponse à la question 110 sur les frères Français. M. H. Brocard a bien voulu m'envoyer les suivants renseignements biographiques sur J.F. Français, auxquels j'ai annexé une liste des écrits de celui-ci, aussi complète qu'il m'a été possible.

Français, Jacques-Frédéric. Né à Saverne le 20 juin 1775, entré à l'école polytechnique de Paris en 1797, sorti en 1800 dans le génie militaire. Etant capitaine, il est passé en 1810 à l'Instruction publique et a été professeur d'art militaire à l'école d'application de l'artillerie et du génie de Metz, de 1808 à sa mort, survenue à Metz le 9 mars 1833.

Ecrits:

De la ligne droite et du plan rapportés à des coordonnées obliques; Correspondance de l'école polytechn., **1**, 1804—1808, 337—349, 418—421.

Sur la transformation des coordonnées; Journal de l'école polytechn., Cah. **14**, 1808, 182—190.

Solutions de deux problèmes de géométrie; Correspondance de l'école polytechn. **2**, 1809—1813, 63—69.

Autre manière de déterminer la ligne de séparation d'ombre et de lumière sur le filet d'une vis triangulaire; Correspondance de l'école polytechn. **2**, 1809—1813, 69—70.

Extrait de lettre [sur la solution analytique du problème de la sphère tangente à quatre sphères données]; Correspondance de l'école polytechn. **2**, 1809—1813, 409—410.

Examen d'un cas singulier, qui nécessite quelques modifications dans la théorie des maxima et des minima des fonctions de plusieurs variables; Ann. de mathém. **3**, 1812—1813, 132—137.

Solution analytique complète du problème où il s'agit de déterminer une sphère qui touche quatre sphères données; Ann. de mathém. **3**, 1812—1813, 158—160.

Démonstration de deux théorèmes de polyédrométrie; Ann. de mathém. **3**, 1812—1813, 189—191.

Mémoire sur les maxima et minima des fonctions à un nombre quelconque de variables; Ann. de mathém. **3**, 1812—1813, 197—206.

Théorèmes nouveaux sur la rotation des corps solides; Ann. de mathém. **3**, 1812—1813, 209—212.

Mémoire tendant à démontrer la légitimité de la séparation des échelles de différentiation et de l'intégration des fonctions qu'elles affectent, avec des applications à l'intégration d'une classe nombreuse d'équations; Ann. de mathém. **3**, 1812—1813, 244—272. Lacroix (*Traité du calcul différentiel et du calcul intégral,* éd. 2, t. **3**, p. 726) attribue à tort ce mémoire à Français de Colmar.

Sur le mouvement de rotation d'un corps solide libre autour de son centre de masse. Paris 1813. 4⁰.

Nouveaux principes de géométrie de position, et interprétation géométrique des symboles imaginaires; Ann. de mathém. **4**, 1813—1814, 61—71. — Réimprimé par J. Houel à la fin (p. 63—74) de la seconde édition de l'ouvrage de J. R. Argand: *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires,* Paris 1874.

Sur la théorie des quantités imaginaires; Ann. de mathém. 4, 1813—1814, 222—227. — Réimprimé par J. Houel dans l'écrit cité ci-dessus (p. 96—101).

Solution directe des principaux problèmes du calendrier; Ann. de mathém. 4 1813—1814, 273—276, 337—338.

Sur la théorie des imaginaires; Ann. de mathém. 4, 1813—1814, 364—366. — Réimprimé par J. Houel dans l'écrit cité ci-dessus (p. 109—110).

Du calcul des dérivations ramené à ses véritables principes, ou théorie du développement des fonctions, et du retour des suites; Ann. de mathém. 6, 1815—1816, 61—111.

Solution d'un problème de dynamique [sur le pendule et sur le pont-volant]; Ann. de mathém. 6, 1815—1816, 126—129.

Recherches sur la poussée des terres, sur la forme et les dimensions des murs de revêtement et sur les talus d'exvacation; Mémorial de l'officier du génie 4, 1820, 157—206.

Précis du cours de castramétation, de fortification passagère et de ponts militaires, à l'usage des élèves de l'artillerie et du génie. Metz 1824. Cahier lithogr. in-folio.

Précis des leçons du cours de topographie militaire, à l'usage des élèves de l'artillerie et du génie. Metz s. a. Cahier lithogr. in-folio.

Cours de géodésie, à l'usage des élèves de l'école royale de l'artillerie et du génie. Ed. 2. Metz 1828. Cahier lithogr. in-folio. — Ed. 3 par Th. Gosselin. Metz 1834. Cahier lithogr. in-folio, (4) + 189 p. + 6 pl.

Quant à l'autre frère Français, des renseignements biographiques semblent faire faute presque entièrement. D'après M. Brocard, ce Français est mort à Mayence (Mainz) en 1810. S. F. Lacroix, qui le connaissait personnellement, semble attacher beaucoup d'importance à ses recherches sur l'intégration des équations aux dérivées partielles et parle de plusieurs mémoires, sans doute manuscrits, rédigés par Français dès 1794 (l. c. **2**, p. 658; **3**, p. 598). Trois de ses mémoires posthumes ont été publiés, savoir:

Méthode de différentiation, indépendante du développement des fonctions en séries; Ann. de mathém. 2, 1811—1812, 325—331.

Véritable solution du problème de la tractoire; Ann. de mathém. 4, 1813—1814, 305—310.

Théorèmes relatifs aux polygones réguliers; Ann. de mathém. 5, 1814—1815, 341—350.

Probablement on doit lui attribuer aussi le mémoire suivant, dont l'auteur est appelé „Français, citoyen français, professeur de mathématique à l'école centrale":

Mémoire sur un moyen nouveau de transformer le mouvement circulaire continu en mouvement rectifique alternatif et en mouvement elliptique; Procès-verbaux de la société d'émulation de Colmar, An XI, p. 35—47.

G. Eneström.

Rezensionen.

Ibn al-Qifṭî. Ta'rîch al-ḥukamâ'. Auf Grund der Vorarbeiten Aug. Müllers herausgegeben von **Julius Lippert.** Mit Unterstützung der Kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Leipzig, Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung 1903. 22 + 496 S. 4°. Mark 36.

Man hat schon längst auf das Erscheinen dieses Werkes als einer wertvollen Ergänzung der Quellen für die Geschichte der arabischen Mathematiker, Astronomen, Philosophen, etc., wie für die arabische Kulturgeschichte überhaupt, gewartet; nun ist es erschienen, aber nicht in der Form, in der wir und vielleicht mit uns noch viele es gewünscht haben, nämlich von einem ausführlichen Kommentar, einem kritischen Apparat begleitet, ähnlich wie Flügels *Fihrist*ausgabe, durch den besonders die Unrichtigkeiten Ibn al-Qiftîs in Bezug auf Namen und Schriften der behandelten Gelehrten durch Vergleichnng mit anderen biographischen Werken hätten hervorgehoben und richtig gestellt werden können. Statt eines solchen materiellen Kommentars gibt uns Herr Lippert in Fußnoten nur rein formale Bemerkungen, nämlich die abweichenden Lesarten der verschiedenen von ihm benutzten Handschriften; nur an wenigen Stellen, so bei einigen unsicheren griechischen Autorennamen, versteigt er sich zu der Angabe, wer darunter verstanden sei, so bemerkt er S. 99 in Note a), daß mit Ptolemaios Badallos gemeint sei Ptolemaios Philadelphos; S. 93, Note b), daß mit Aristiġânes gemeint sei Archigenes; aber gerade diese Art von Anmerkungen hat Lippert nicht konsequent durchgeführt, so fehlt S. 15 eine Note, daß unter Abîdaqlîs zu verstehen sei Empedokles, und die Leser dieser Rezension werden sich wundern, wenn S. 99 zu dem Namen Banas (im Text nicht vokal., also „Bns") keine Note sich vorfindet, während doch schon seit Woepckes Zeiten darüber gestritten worden ist, ob darunter Valens oder Pappos verstanden sei, welch' letzteres heute kaum mehr bezweifelt werden wird. Bei dieser Gelegenheit haben wir auf eine Nachlässigkeit oder Flüchtigkeit des Herausgebers hinzuweisen, die sich durch das ganze Werk hindurchzieht, auf die Unvollständigkeit der Randverweisungen: bei dem auf „Bns" folgenden Artikel Badrûġûgia (?), aus dem bis jetzt nichts gemacht werden konnte, verweist Lippert am Rande auf die Parallelstelle im *Fihrist* (S. 269, 25), während bei „Bns", der im *Fihrist* auf der gleichen Seite behandelt ist, keine Verweisung steht, er heißt eben im *Fihrist* „Bbs", der Artikel stimmt aber in der Anführung der Werke des Autors vollständig mit dem im vorliegenden Buche überein. Solches Fehlen von Verweisungen oder Unvollständigkeit derselben habe ich an mehr als dreißig Stellen gefunden, und dieselben würden sich noch sehr vermehren, wenn von den biographischen Quellen nicht nur der *Fihrist*, Ibn Abi Uṣaibiʿa und Abulfarag, sondern auch Ibn Challikân, el-Kutubî, Abulfidâ', Maqqari und Andere berücksichtigt worden wären.

Was die Handschriften anbetrifft, die dem Herausgeber zu Gebote standen, so müssen wir bedauern, daß er die Pariser und diejenige des Escorials nicht benutzen konnte, die erstere wenigstens wäre gewiß zu erreichen gewesen. Bei den Nummern der beiden Wiener Handschriften (1061 und 1062) ist es uns aufgefallen, daß diese Nummern nicht stimmen mit denen, die diese Handschriften im Katalog von G. Flügel tragen, nämlich 1161 und 1162; es werden dies wohl Druckfehler sein, wie auch die Angabe S. 17 der Einleitung, die *Bibliotheca arabico-hispana* des Casiri biete 33 (statt 133) Biographien von griechischen und arabischen Gelehrten aus Qiftî.

Wir gehen nun zur Besprechung einzelner Artikel über, und beschränken uns dabei mit wenigen Ausnahmen auf die Mathematiker und Astronomen (Astrologen). Dabei werde ich auch einige Biographien aufnehmen, die im *Fihrist* und bei Casiri sich nicht vorfinden, und daher auch nicht in meiner Übersetzung eines Teils des 7. Buches des *Fihrist* (Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften **6**, 1892, und in meinem Buche *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke* (Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften **10**, 1900) stehen; da dieselben für die Geschichte der mathematischen Wissenschaften nicht von wesentlichem Werte sind, so habe ich nicht für nötig erachtet, ihnen einen besonderen Artikel zu widmen.

S. 59. Atâfrûdîtos. Wahrscheinlich, wie auch Lippert vermutet, Epaphroditos, der Artikel lautet: „Ein griechischer Philosoph; er wird erwähnt von Jahjâ b. ʿAdî, welcher ihm ein Buch *„über die himmlischen Erscheinungen“* (Meteorologie) zuschreibt, das einen Kommentar zu der Abhandlung des Aristoteles über den Regenbogen bildet, es wurde übersetzt von Tâbit b. Qorra“.

S. 59. Eudemos. Es ist jedenfalls Eudemos von Rhodos gemeint; der Artikel lautet: „Ein Gelehrter (Weiser) von den Gelehrten Rûms (d. h. Ostroms = Griechenlands), nahm zu seiner Zeit eine ehrenvolle Stellung ein in Bezug auf die Bereicherung dieses Gebietes (des philosophischen), war hervorragend in der Kenntnis der Philosophie des Aristoteles, dessen Schriften er zum Teil kommentierte.“ Also nichts von einer Geschichte der Geometrie.

S. 62—65. Euklides. Hier hat S. 64 Ibn al-Qiftî folgende Stelle: „Und von Abû Hafṣ el-Hârit el-Chorâsânî — er wird noch erwähnt werden — hat man einen Kommentar zum Buche des Euklides“; diese Stelle ist wörtlich dem *Fihrist* entnommen, nur ist der Name des Kommentators verdorben, er heißt im *Fihrist* Abû Ğaʿfar el-Châzin el-Chorâsânî, und dies ist auch das richtige, aus diesem konnte sehr leicht die falsche Lesart des Qiftî entstehen, der auch Hâğî Chalfa I, 382 gefolgt ist; meine Anmerkung 8 (*Die Mathem. und Astron. der Araber*, S. 210) wird somit in ihrem mittleren Teile hinfällig; einen Beweis für die Richtigkeit der Lesart des *Fihrist* bildet auch die Tatsache, daß sowohl in diesem Buche als bei Ibn al-Qiftî Abû Ğaʿfar el-Châzin nachher erwähnt wird, nicht aber ein Abû Hafṣ el-Ḥârit; auch sind Bruchstücke eines Kommentars zum Euklid von Abû Ğaʿfar el-Châzin vorhanden (s. meine genannte Abhandlung, S. 58). — S. 65. Die Stelle über die Kommentare des Pappos und des Muh. b. ʿAbdelbâqî (vergl. Biblioth. mathem. 4_3, 1903, S. 22—27) heißt in wörtlicher Übersetzung: „Ich sah einen Kommentar des 10. Buches von einem Griechen Namens Balis (d. i. Pappos), er wurde ins Arabische übersetzt, ich besitze denselben, geschrieben von der Hand des Ibn Kâtib Halîm (?); ich sah auch einen Kommentar desselben Buches von dem Qâdî Abû Muh. b. ʿAbdelbâqî el-Bagdâdî el-Faradî (dem Erbteiler), bekannt unter dem Namen „Qâdî des Hospitals“; es ist ein schöner und trefflicher Kommentar, er gab darin Zahlenbeispiele zu den Lehrsätzen; ich besitze davon ein Exemplar geschrieben von der Hand des Verfassers selbst. Es erwähnt Abû'l-Hasan el-Qošairî el-Andalusî, daß von einem Andalusier ebenfalls ein Kommentar zu diesem Buche existiere, er nannte seinen Namen, ich habe ihn aber vergessen; er machte mir diese Mitteilung in Jerusalem im Jahre 595 (1198/99)“.

S. 76. Ibrâhîm b. Zahrûn el-Harrânî: Lippert zitiert Ibn Abî Usaibiʿa I, 227 nicht.

S. 79. Ahmed b. Muh. el-Sagânî: Abûlfarag 329 ist nicht zitiert.

S. 80. Omeija b. ʿAbdelʿazîz: Hier sind Ibn Challikân (Bulaker Ausgabe I, 80, Übers. I, 228), Abûlfarag 375 und Maqqarî (Ausgabe von Kairo, I, 372) nicht zitiert.

S. 95—98. Ptolemaios. Am Schlusse des Artikels wird die Übersetzung der Geographie dieses Autors ausdrücklich dem el-Kindî zugeschrieben, während der *Fihrist* sie als für el-Kindî übersetzt bezeichnet; wir halten das letztere für das richtige, Lippert bemerkt hierüber nichts.

S. 108. Hier erscheint Theodosios zweimal, das erstemal Thadosios, das zweitemal Thiodofros geschrieben; an den angeführten Schriften erkennt man, daß es sich um denselben Autor handelt; zu diesem Versehen des Ibn el-Qiftî (oder vielleicht des Zauzanî, des Verfassers des Auszuges) hat Lippert nichts zu bemerken; einem ähnlichen Fehler werden wir nochmals begegnen.

S. 111. Tâbit b. Ibrâhîm b. Zahrûn: Abûlfarag 324 und Abûlfid. II, 546 sind nicht zitiert.

S. 115—122. Tâbit b. Qorra: Ibn Challikân I, 100, Übers. I, 288 und Abûlfarag 288 sind nicht zitiert. — S. 119 macht Ibn el-Qiftî die Angabe, daß Tâbit auch den *Almagest* des Ptolemäus ins Arabische übersetzt habe, neben seiner Verbesserung der Übersetzung des Ishâq b. Honein.

S. 157. Gaʿfar el-Qattâʿ. Ich habe das Wort *el-ad'ur* (Z. 4) mit Casiri *el-adwâr* gelesen, und dabei an *hisâb el-daur* (ein bestimmtes Gebiet der Erbteilung oder Testamentsrechnung) gedacht, und daher in meinem Buche (*Die Mathem. und Astron. der Araber*, S. 131) geschrieben, dieser Autor sei auch als Erbteiler bekannt gewesen. Nach dem vorliegenden Text müßte man übersetzen: „er hatte auch große Kenntnisse in der Teilung der Gehöfte (Häuser, Grundstücke) und ihrer Bebauung“, was mir das wahrscheinlichere zu sein scheint.

S. 165—168. El-Hasan b. el-Hasan b. el-Haitam. Abûlfarag 340 ist nicht zitiert. — Das Verzeichnis der Schriften dieses Autors weist verschiedene Fehler auf: S. 167, Z. 18 muß es statt *el-mugassam el-mutakâfî* heißen *el-mugassam el-mukâfî* (= der parabolische Körper, das Paraboloid); Lippert nimmt die unrichtige Lesart auf, und setzt die richtige des Ibn Abî Usaibiʿa zu den Lesarten in die Fußnote, was ihm noch öfters passiert ist (vergl. auch die Rezension de Goejes in der Deutschen Litteraturzeitung 1903, Nr. 25). S. 167, Z. 19 muß es statt *el-ʿadad el-mugassam* (= die körperliche Zahl) nach Ibn Abî Usaibiʿa II, 98 heißen *fî mas'ala ʿadadîja mugassama* (= über ein körperliches Zahlenproblem, wahrscheinlich eines vom dritten Grade). S. 167, Z. 19: „Teilung der Linie, welche Archimedes über die Kugel *(fî'l-*

kura) angewandt hat“, ist unvollständig, es soll heißen: *fî kitâb el-kura we'l-ustuwâna* (= im Buche über die Kugel und den Zylinder). S. 168, Z. 2: *Hall šakk min el-mugassam* (= Lösung einer Schwierigkeit aus dem Körper?) ist verdorben, es soll heißen: „Lösung einer Schwierigkeit *fî mugassamât kitâb uqlîdis*“ (= in dem stereometrischen Teile des Buches des Euklides). S. 168, Z. 3 soll es statt *adla'* (oder *adlu'*) *el-muka''ab* heißen *dil' el-muka''ab* (= Würfelseite, Kubikwurzel). S. 168, Z. 8 soll es statt *usûl el-kawâkib* (Anfänge der Gestirne) heißen *adwâ' el-kawâkib* (Lichter der Gestirne). S. 168, Z. 13: *irtifâ' el-qutr* (Höhe des Durchmessers?): die richtige Lesart des Ibn Abi Usaibi'a *el-qutb* (des Pols) setzt Lippert in die Fußnote, die Arbeit handelt über die Bestimmung der Polhöhe. Außerdem sind die Titel einer Reihe von Abhandlungen, wenn auch nicht unrichtig, so doch sehr gekürzt; so ist die Abhandlung (S. 168, Z. 14) *ta'lîq fî'l-gebr* (Glosse zur Algebra) sehr wahrscheinlich identisch mit der Abhandlung bei Ibn Abi Usaibi'a betitelt: „Randglossen, welche Ishâq b. Iûnis, der Arzt in Kairo, nach Ibn el-Haitam dem Buch des Diophantos über algebraische Aufgaben hinzugefügt hat“.

S. 168. El-Hasan b. el-Emîr Abî 'Alî b. Nizâm el-mulk, der Enkel des Wezîrs Nizâm el-mulk (s. Art. 266 in meinem Buche: *Die Mathem. und Astron. d. Araber)*, hatte schöne Kenntnisse in den philosophischen und astronomischen Wissenschaften. Er starb sehr geehrt in Bagdad im Safar d. J. 613 (1216).

S. 169. El-Hosein b. Ishâq b. Ibrâhîm. Ibn el-Qifti schreibt das Werk „wie man mit Hilfe der bestimmten Höhe (der Sonne) erkennen kann, wie viel Stunden des Tages vorüber sind“, das der *Fihrist* dem Abû'l-Hosein b. Karnîb (s. Art. 80 in meinem Buche) zuteilt, seinem Sohne el-Hosein b. Ishâq b. Ibrâhîm, Abû'l-Hasan, einem bedeutenden Naturphilosophen, zu, was auch Ibn Abi Usaibi'a (nach Ibn el-Qifti) tut; ich hatte vergessen, dies in Art. 80 zu erwähnen.

S. 170. Habaš: Abûlfarag 247 ist nicht zitiert.

S. 171. Honein b. Ishâq: Abûlfarag 263 und Ibn Challikân I, 167, Übers. I, 478 sind nicht zitiert.

S. 177. Hobeiš, der Neffe Honein b. Ishâqs, hieß Hobeiš b. el-Hasan el-A'sam, wonach Abûlfarag 263 und mein Buch (S. 22) zu ergänzen sind.

S. 181. Dâ'ûd, der Astrolog, lebte in 'Irâq zur Zeit der Bujiden, war berühmt in seiner Kunst, in der Herstellung astronomischer Tafeln und in der Kenntnis des Laufes der Gestirne; er starb ums Jahr 430 (1038/39). — Vergleicht man diesen Artikel mit dem auf derselben Seite stehenden über el-Chaqânî, den Astrologen (in meinem Buche S. 95), so könnte man fast auf die Vermutung kommen, daß diese beiden Persönlichkeiten identisch seien.

S. 190. Sinân b. Tâbit. Hier sind Abûlfarag 299 und Abûlfid. II, 425 nicht zitiert. — Bei dem Werke Sinâns: „Verbesserung des Buches des Aqâton (?) über die Elemente der Geometrie“, wo alle Mss. diese Lesart haben, und ich mit Ibn Abi Usaibi'a eine Lücke offen gelassen habe, ersetzt Lippert „Aqâton“ durch „Iflâton“ (= Platon), indem er darauf hinweist, daß der *Fihrist* (S. 246) und Ibn el-Qifti (S. 18) dem Platon ein Werk über die Elemente der Geometrie, übersetzt von Qostâ, zuschreiben; ich habe in meiner Übersetzung eines Teils des siebenten Buches des *Fihrist* (S. 7) darauf hingewiesen, daß hier wohl eine Verwechslung des Verfassers des *Fihrist* vorliegen könnte, indem Qostâ eine eigene Abhandlung unter diesem Titel geschrieben habe; dies ist insofern nicht ganz genau, als der Titel des Qostâ'schen Buches lautet: *Einleitung in die Geometrie.* Es wäre also möglich, daß die Araber zur Zeit des Qostâ ein aus dem Griechischen übersetztes Buch über die Elemente der Geometrie gekannt hätten, das sie dem Platon zuschrieben. — S. 195, Z. 18 sind die Worte *min kitâb* (aus dem Buche) zu streichen, sie folgen in der letzten Zeile nochmals an richtiger Stelle.

S. 219. El-ʿAbbâs b. Saʿîd el-Ġauharî. Das letzte Werk, das ihm zugeschrieben wird, heißt bei Ibn el-Qiftî *„das Buch der Sätze, welche im ersten Buche des Euklides sind"*; es soll aber nach dem *Fihrist* heißen, *welche er zum ersten Buche des Euklides hinzugefügt hat"*. Lippert bemerkt über diese Abweichung nichts.

S. 225. ʿAbderrahmân b. Ismâʿîl b. Bedr. Sein Neffe Abû'l-ʿAbbâs Ahmed heißt hier b. Abî Hâtim statt wie bei Hammer (V, 303) b. Abî Hâkim (vergl. mein Buch, S. 73).

Ibid. ʿAbderrahmân b. Muh. b. ʿAbdelkerîm. Lippert vergißt, Ibn Abî Usaibia II, 49 zu zitieren; nach diesem habe ich das Jahr 387 als Geburtsjahr angegeben, während Ibn el-Qiftî 389 hat.

S. 230. ʿAlî b. ʿAbderrahmân b. Iûnis. Hier sind Ibn Challikân I, 375, Übers. II, 365 und Abûlfid. II, 619 nicht zitiert.

S. 240. ʿAlî b. Ahmed b. ʿAlî b. Muh. b. Dawwâs el-Wâsitî, Abû'l-Hasan, studierte die Wissenschaften der Alten und war besonders ausgezeichnet in der Astronomie (Astrologie?). Er ließ sich in Bagdad nieder und hatte viele Schüler. Er starb im Rabîʿ II, 612 (1215).

S. 245. ʿÎsâ b. Zurʿa b. Ishâq: Es wird nicht bemerkt, daß der *Fihrist* hiervon abweichend hat: ʿÎsâ b. Ishâq b. Zurʿa; auch wird Abûlfarag 338 nicht zitiert.

S. 254. El-Fadl b. Muh. b. ʿAbdelhamîd, Abû Barza, tritt S. 406 nochmals auf unter dem Namen Abû Barza el-Hâsib; Lippert bemerkt nichts über die Identität beider.

S. 255. El-Fadl b. Naubacht: *kitâb el-bahtamân*; der *Fihrist* hat *el-nahmatân*, was der wahrscheinlichen Lesart *el-numûdâr* (pers. = Horoskop) näher kommt.

S. 256. Farruchânšâh b. Nadîr (od. Nasîr?) b. Farruchânšâh, ein persischer Astrolog, wohnte in Bagdad zur Zeit der Deilemiten (Bujiden) und war sehr geschickt in seiner Kunst. Er starb daselbst im Gumâdâ I, 367 (Jan. 978) nach Hilâl b. el-Muhsin (od. Muhassan).

S. 260. Fanôn = Theon von Alexandria, ist S. 108 schon behandelt, was nicht bemerkt wird.

S. 261. Falis el-Rûmî. Dies ist der Astrolog Vettius Valens. Statt der besseren Lesart des *Fihrist el-zabrag* nimmt Lippert *el-barîdag* auf; ich habe in meiner Übersetzung aus dem 7. Buche des *Fihrist* (S. 65, Anmerkg. 188) darauf hingewiesen, daß es wohl heißen muß *el-zâirga* (von dem pers. *zâjige* od. *zâjiče)*, worüber man die zitierte Anmerkung nachsehen möge, wie auch Dozy's *Suppl.* und Vullers *Dict. pers.*

S. 262. Qostâ b. Lûqâ: In diesem Artikel hat bei der Aufzählung der Werke Qostâs Lippert eine Reihe von Varianten des *Fihrist* nicht angegeben; so z. B. heißt es bei Ibn el-Qiftî (S. 263, Z. 8) nur *„das Buch der Auflösung von Zahlenaufgaben"*, während im *Fihrist* hinzugefügt ist *„aus dem* *dritten Buche des Euklides*"; S. 262, Z. 16, hat Ibn al-Qifṭî „*Einleitung in die Geometrie, in Fragen und Antworten, ausgezeichnet in seiner Art*", während der *Fihrist* nur hat „*Einleitung in die Geometrie*"; S. 262, Z. 17, hat Ibn al-Qifṭî „*Einleitung in die Astronomie und die Bewegungen der Sphären und der Gestirne*", der *Fihrist* hat „*Einleitung in die Wissenschaft der Gestirne*" (Astrologie?); „*der Kommentar zu dreieinhalb Büchern des Werkes des Diophantos über die Algebra*", der im *Fihrist* steht, fehlt bei Ibn al-Qifṭî.

S. 264. Qanṭwân ist identisch mit dem Qiṭwâr im *Fihrist* (S. 270), wo unter den Lesarten ebenfalls der erstere Name vorkommt; Lippert erwähnt dies nicht und zitiert auch den *Fihrist* nicht.

S. 265. Kankah, der Inder. Der *Fihrist* (S. 270) ist nicht zitiert.

S. 267. Katifât. Z. 9: El-Fasâsiri ist der bekannte Türke Basâsiri, der Bagdad um die Mitte des 5. Jahrhunderts der H. eine Zeit lang in seiner Gewalt hatte; Lippert erwähnt die richtige Form Basâsîrî nicht.

S. 269. Mubaššir b. Fâtik. Hier ist Ibn Abî Uṣaibiʿa II, 98, nicht zitiert.

Ibid. Mubaššir b. Aḥmed b.ʿAlî, Abû'l-Rašîd, hat noch den Beinamen el-Burhân. Ich übersetzte (in meinem Buche, S. 126) nach Casiri I, 428: „Der Chalife überließ ihm die Auswahl der Bücher, die er der hohen Schule *el-Nizâmîje* in *Châtûn* schenken wollte;" nach dieser Angabe soll es heißen: „die er der *Châtûnischen* Seldschukischen Grenzfeste, und der hohen Schule *el-Nizâmîje* (wahrscheinlich in Bagdad), und seinem Hause (Hofe) *el-musannât* (?) schenken wollte".

S. 270. Muh. b. Ibrâhîm el-Fazârî. In diesem Artikel wird zitiert: el-Ḥosein b. Muh. b. Ḥamîd, es sollte aber heißen: Muh. b. el-Ḥosein b. Ḥamîd, wie er auch S. 282 genannt ist.

S. 281. Muh. b. Châlid b.ʿAbdelmelik el-Merwarrûdî. Hier muß vor *bi-damišq* ein *wa* stehen, denn es handelt sich um die beiden astronomischen Beobachtungen beim Tor Šammâsîja in Bagdad (214 d. H.) und auf dem Berge Qâsjûn bei Damaskus (217 d. H.).

S. 282. Muh. b. el-Ḥosein, Ibn el-Âdamî. Hier wird unrichtig *Fihrist* 280 zitiert, der hier behandelte Autor heißt el-Ḥosein b. Muh. el-Âdamî, und ist der Vater von Muh. b. el-Ḥosein.

S. 284. Muh. b.ʿÎsâ el-Mâhânî. Ich übersetzte in meinem Buche (S. 27) nach dem *Fihrist fî ʿurûs el-kawâkib* mit: „über die Throne der Gestirne"; nun gibt Lipprrt die Lesart *ʿurûd* = Breiten (astronomisch-geographische), also „über die Breiten der Gestirne". Allerdings ist auch *ʿurûs* ein astrologischer Begriff (vergl. Sédillot, *Mém. sur les instrum. astron. des Arabes* T. I, p. 221).

S. 286. Muh. b. Keṯîr el-Fergânî ist identisch mit Ahmed b. Muh. b. Keṯîr el-Fergânî, S. 78.

S. 287. Muh. b. Nâḥije. Der *Fihrist* hat Nâǵije, ebenso das Münchener Ms. 440 des Ibn al-Qifṭî, was Lippert unberücksichtigt läßt; Casiri hat Naǵim.

Ibid. Muh. b. Akṯam b. Jaḥjâ. Der *Fihrist* hat Muh. b. Jaḥjâ b. Akṯam, was Lippert nicht anführt.

Ibid. Muh. b. Muh. b. Jaḥja, Abû'l-Wefâ' el-Bûzǵânî. In diesem Artikel hat (S. 288, Z. 9) Lippert für den Verfasser des Buches über Algebra, das Abû'l-Wefâ' kommentiert haben soll, die Konjektur Flügels im *Fihrist*, nämlich „HIPPARCHOS“ aufgenommen. Ich beharre auf dem, was ich schon in meiner Übersetzung aus dem *Fihrist* (S. 54, Anmerkung 97) und in dem Buche *Die Mathem. u. Astron. d. Araber* (S. 213, Anmerkung 36) gesagt habe, daß sehr wahrscheinlich „IBN JAHJÂ“ zu lesen sei, wie auch SÉDILLOT (*Prolégom. des tables astron. d'OLOUG-BEG*, Paris 1847, p. LIX) und CASIRI (*Bibl. arabico-hispana* I, 433) nach dem Mss. von Paris und Escorial haben. Wer mit „IBN JAHJÂ“ gemeint sei, darüber habe ich in der zweiten der genannten Stellen eine Vermutung ausgesprochen,; ich füge hier noch hinzu, daß auch noch einer anderen Konjektur nicht geringe Wahrscheinlichkeit zukommt: IBN JAHJÂ könnte der Lehrer ABÛ'L-WEFÂS in Arithmetik und Geometrie sein, der hier bei IBN EL-QIFTÎ ABÛ JAHJÂ EL-BÂWARDÎ (od. MÂWARDÎ), in anderen Mss. aber IBN JAHJÂ EL-BÂWARDÎ heißt (nach dem *Fihrist* war er der Lehrer des Oheims von ABÛ'L-WEFÂ). — Wir müssen bei dieser Gelegenheit auch auf den dieser Ausgabe beigegebenen Index der Personennamen zu sprechen kommen; wir finden in demselben unsern Autor ABU'L-WEFÂ' EL-BÛZĠÂNÎ, an drei verschiedenen Stellen: S. 452 unter ABÛ'L-WEFÂ' EL-BÛZĠÂNÎ, S. 478 unter MUH. B. MUH. EL-HÂSIB ABÛ'L-WEFÂ', S. 479 unter MUH. B. MUH. B. JAHJÂ, an allen drei Orten mit verschiedenen Seitenverweisungen, was uns zur Annahme zwingt, LIPPERT habe diese drei Autoren als drei von einander verschiedene Personen betrachtet.

S. 315—316. MÛSÂ B. ŠÂKIR und seine Söhne. Hier (S. 316, Z. 8) hat LIPPERT die falsche Lesart *farastûn* in den Text aufgenommen, und die richtige *qarastûn* (vom griechischen χαριστίων) in die Fußnoten gesetzt, während er umgekehrt S. 263 die richtige im Text und die falsche des *Fihrist* in den Noten hat.

S. 319. MOSES B. MEIMÛN. Ich habe mich durch IBN EL-QIFTÎ verleiten lassen, das unrichtige Todesjahr 605 in meine *Math. u. Astron. d. Araber* (S. 132) aufzunehmen. Wie STEINSCHNEIDER nachgewiesen hat, starb er 601 (13. Dezember 1204); dies hat LIPPERT nicht berücksichtigt. — In diesem Artikel befindet sich ein weiterer Fehler, auf den LIPPERT nicht aufmerksam macht: *kitâb el-istikmâl* (= Buch der Vollendung) steht zweimal da, beim Buche des IBN AFLAH und dem des IBN HÛD; beim ersteren sollte stehen: *kitâb el-hei'a* (Buch der Astronomie), oder einfach *el-kitâb* (das Buch), da nachher noch folgt „über die Astronomie“.

S. 321. MILÂOS = MENELAOS. Nur durch einen Artikel von diesem Autor getrennt erscheint nochmals MENÂLÂOS = MENELAOS, ein Beweis, daß schon zur Zeit IBN EL-QIFTÎ's diese griechischen Namen in den arabischen Schriften verstümmelt vorkamen, so daß manchmal ihre Identität nicht erkannt wurde. Daß die beiden genannten identisch sind, ist zweifellos, der erste Artikel beginnt: „MILÂOS, mathematischer Gelehrter, geschickt in der Geometrie“; der zweite: „MENÂLÂOS, der Mathematiker, einer von den Führenden in der Geometrie“; daß beim ersten Artikel die Angabe der verfaßten Werke fehlt, mag zu dem Irrtum verleitet haben, es seien dies zwei verschiedene Gelehrte. LIPPERT übergeht dies alles stillschweigend.

S. 322. MARÂJÂ EL-BÂBILÎ. Der *Fihrist* (S. 270) ist nicht zitiert, also auch seine abweichende Lesart MAZÂBÂ nicht angegeben.

Ibid. MAGNUS aus Emessa. Der *Fihrist* (S. 293) ist nicht zitiert.

S. 326. MASLAMA B. AHMED EL-MARĠÎTÎ. Die Lesart MAĠRÎTÎ, die allgemein adoptiert ist, und die auch die Mss. von Paris und Escorial (nach SÉDILLOT und CASIRI) haben, erwähnt LIPPERT nicht.

S. 337. Nazîf el-Nafs (od. Nafas?). Lippert bemerkt zu Nafs gar nichts, obgleich Ibn Abî Usaibi'a, I, 238, den Lippert zitiert, statt el-Nafs el-Qass (= der Priester) hat. Abûlfarag 326 (Ausgabe von Pocock) hat allerdings el-Nafs, die Ausgabe von Beirût 1890, S. 305, dagegen el-Qass.

S. 338. Hârûn b.'Alî b. Hârûn b. Jahjâ b. Abî Mansûr. Durch falsche Lesarten ist hier eine Verwirrung entstanden: Lippert wie auch ich (vergl. *Die Mathem. u. Astron. d. Araber*, S. 34), hielt diesen Astronomen für identisch mit dem im *Fihrist*, S. 144, behandelten Enkel Jahjâ b. Abî Mansûrs, mit Hârûn b.'Alî b. Jahjâ; dieser ist aber schon 288 (901) gestorben, und es wird im *Fihrist* auch gar nichts davon gesagt, daß er Astronom gewesen sei. Unser Autor kann aber auch nicht, wie den Namen nach angenommen werden müßte, der Urenkel Jahjâs sein, denn nach dem *Fihrist*, S. 143, hatte Jahjâ keinen Sohn Namens Hârûn, sondern die vier Söhne Muh., 'Alî, Sa'îd el-Hasan; es bleibt uns also nichts anderes übrig, als nach dem zweiten Hârûn noch „b. 'Alî" einzuschieben, was in der Tat das Münchener Ms. 440 f. 127[a] (Lippert bemerkt dies in der Note nicht) und das Pariser Ms. 2112 nach Sédillot (l. c. p. LXI) haben; dann wäre unser Autor also der Ururenkel Jahjâs, Hârûn b.'Alî b. Hârûn b.'Alî b. Jahjâ, gestorben 376 (987); dieses Todesjahr stimmt recht gut, denn sein Vater 'Alî b. Hârûn b.'Alî b. Jahjâ starb nach dem *Fihrist* (S. 144, Z. 12) im Jahre 352. In meinem Artikel 65 ist also der Name des Astronomen in der angegebenen Weise zu ergänzen, statt Enkel Ururenkel zu setzen, und das Todesjahr 288 (901) zu verändern in 376 (987). Es ist allerdings sonderbar, daß der *Fihrist* diesen Astronomen nicht erwähnt, der ja ein Zeitgenosse seines Verfassers gewesen ist, es wäre denn, daß mit dem S. 144, Z. 20 genannten Abû 'Abdallâh Hârûn b. 'Alî b. Hârûn unser Astronom gemeint wäre, von Beschäftigung mit Astronomie steht aber in diesem Artikel gar nichts.

S. 379. Jûhannâ (od. Jahjâ) b. el-Batrîq: Ibn Abî Usaibi'a I, 205, ist nicht zitiert. Auch im *Fihrist* ist er an acht Orten genannt, es ist ihm aber kein eigener Artikel gewidmet.

S. 391. Jûsuf el-Herawî. Der Artikel ist hier etwas vollständiger als im *Fihrist*; er wird ein bedeutender Astrolog seiner Zeit genannt, und das Werk, dessen Titel ich (vergl. meine *Math. u. Astron. d. Araber*, S. 57) mit *„Buch über die astrologische Betrügerei (Heuchelei)"* übersetzt habe, heißt hier vielleicht richtiger: *„über das astrologische Glück"* (*rizq* = unverhofftes Glück, das das Geschick bringt; der *Fihrist* hat *zarq*); da er ein hervorragender Astrolog war, wird er wohl nicht gegen seine Kunst geschrieben haben.

S. 404. Abû'l-Hakem el-Magrebî el-Andalusî. Hier ist weder Ibn Abî Usaibi'a II, 144, noch Ibn Challikân I, 274, Übers. II, 82, noch Abûlfarag, 396, zitiert. Es ist zu meinem Artikel 290 (*Math. u. Astron. d. Araber*, S. 121) noch nachzutragen, daß nach Ibn el-Qiftî einer der Schüler Abû'l-Hakems in Bagdad Negm ed-dîn Ahmed b. el-Serî b. el-Salâh (s. in meinem Buche Art. 287, S. 120) war, der nach den Quellen ein Jahr vor seinem Lehrer gestorben ist.

S. 408. Abû Sahl el-Masîhî. Hier ist Ibn Abi Usaibi'a I, 327, nicht zitiert.

S. 410. Abû 'Abdallâh b. el-Qalânisî. Hier wäre am Platze gewesen, die Lesart el-Balensî (der Valencianer), die Casiri (I, 407) statt el-Qalânisî hat, anzuführen.

Ibid. ABŪ ʿALĪ EL-MUHANDIS EL-MIṢRĪ. IBN CHALLIKĀN, II, 192, Übers. III, 599 und ABŪLFARAG, 385, nicht zitiert.

S. 426. ABŪ'L-FAḌL EL-CHĀZIMĪ. Dieser Astrolog, der aus einer Konjunktion der 7 Gestirne (Sonne und Mond und die fünf Planeten) im Sternbild der Wage im Jahre 582 schreckliche Stürme und anderes Unglück prophezeite, was aber nicht eintraf, ist kaum identisch mit ʿABDERRAHMĀN EL-CHĀZINĪ, ABŪ'L-FATḤ oder ABŪ MANṢŪR, wie ich in meinem Buche *(Die Math. u. Astron. d. Araber,* S. 122, Note c) vermutet hatte.

S. 428. ABŪ'L-FUTŪḤ NEĠM ED-DĪN, IBN EL-ṢALĀḤ. IBN ABI UṢAIBIʿA, II, 164, ist nicht zitiert.

S. 429. ABŪ'L-QĀSIM EL-QAṢRĪ. Ich habe in meinem Buche (Art. 184, S. 80) EL-QAṢARĪ geschrieben, die erstere Lesart ist wohl die richtige; ich halte ihn auch nicht mehr für identisch mit dem im *Fihrist* (284) und bei CASIRI (I, 419) genannten Astrologen QAṢRĀNĪ, es ist also auch im Artikel 133 (S. 61) meines Buches der Name ABŪ'L-QĀSIM EL-QAṢRĀNĪ in ABŪ'L-QĀSIM EL-QAṢRĪ zu verwandeln, auf was ich übrigens daselbst schon in einer Klammerbemerkung hingedeutet habe.

S. 435. ABŪ JAHJĀ EL-MERWAZĪ. *Fihrist* 263 ist nicht zitiert.

S. 436. ABŪ JAʿQŪB EL-AHWĀZĪ. IBN ABĪ UṢAIBIʿA I, 238 ist nicht zitiert.

S. 437. IBN ABĪ ḤAJJA (od. ḤAIJA), der Astrolog aus Bagdad (fehlt in meinem Buche), war ein Schüler von ĠAʿFAR B. EL-MUKTAFĪ (siehe Artikel 142 meines Buches).

S. 439. IBN ABĪ ṬAHIR. Dies ist der in meinem Buche (Artikel 497, S. 198) genannte MOẒAFFAR B. ʿALĪ B. EL-MOẒAFFAR; es heißt hier von ihm: „er beschäftigte sich eifrig mit Astrologie in Bagdad, er hatte Glück in der Vorhersagung des Verborgenen, und er fand daher meistens Glauben“.

S. 440. IBN EL-SIMBĀDĪ. Hier hätte LIPPERT anführen dürfen, daß CASIRI I, 417 hat: IBN EL-NEBDĪ; aus SIMBADĪ, geschrieben SINBADĪ, konnte leicht NEBDĪ entstehen, welches die richtige Lesart sei, ist nicht zu entscheiden.

S. 441. BANŪ MŪSĀ B. ŠĀKIR. Bei diesem wichtigen Artikel ist weder der *Fihrist* 271, noch ABŪLFARAG 280, noch IBN CHALLIKĀN II, 79, Übers. III, 315, noch ABŪLFID. II, 241, zitiert!

S. 443. IBN RIḌWĀN EL-MIṢRÎ. Hier ist weder IBN ABĪ UṢAIBIʿA II, 99, noch ABŪLFARAG 356, zitiert. Der Schluß dieses Artikels lautet bei IBN EL-QIFṬĪ: „IBN RIḌWĀN hatte eine mittelschöne Schrift, aber gerade und deutlich; ich sah von seiner Hand geschrieben die Abhandlung des IBN EL-HAIṬAM über das Licht des Mondes. — — — Am Ende stand geschrieben: Es schrieb dieses ʿALĪ B. RIḌWĀN B. ʿALĪ B. ĠAʿFAR, der Arzt, für sich selbst, und kam zu Ende damit in der Mitte des Šaʿbān 422“ (1032).

In Bezug auf den Index habe ich schon erwähnt, daß ABŪ'L-WEFĀ an drei verschiedenen Stellen vorkommt, ich habe noch einige ähnliche Fälle zu notieren: JŪSUF B. JAHJĀ B. ISḤĀQ EL-SEBTĪ, der Schüler des MOSES B. MEIMŪN, steht an zwei Stellen auf S. 485, zuerst unter dem Namen JŪSUF EL-NĀŠĪ EL-ISRAʾĪLĪ, und dann unter dem Namen JŪSUF B. JAHJĀ B. ISḤĀQ EL-SEBTĪ etc. LIPPERT wurde durch die Lesart EL-NĀŠĪ, die er S. 167 statt der richtigen EL-FĀSĪ in den Text aufgenommen hat, irregeführt; hätte er aber den Artikel S. 392 über diesen Gelehrten, der ein Freund IBN EL-QIFṬĪS in Ḥaleb war, näher angesehen, so hätte er dort gefunden, daß daselbst hinter seinem Namen wie S. 167 *nazil ḥaleb* (d. h. Gast von Haleb, oder wohnend in Haleb) steht, auch liest man dort: „er war (seiner Zeit) Arzt in Fâs (Fes) im Magreb", es ist also EL-FÂSÎ das richtige und nicht EL-NÂSÎ; man nannte ihn eben bald EL-SEBTÎ, bald EL-FÂSÎ, in der Tat hat auch IBN ABÎ UṢAIBIʿA II, 213: „er stammte aus dem Magreb, aus der Stadt Fâs". — Auf der gleichen Seite (485) des Index steht: JÛSUF EL-SÂHIR, bekannt unter dem Namen EL-QASS, und drei Zeilen weiter unten: JÛSUF EL-QASS, dieselbe Persönlichkeit. — Und nochmals auf der gleichen Seite steht: JÛSUF B. IBRÂHÎM, der Freigelassene des IBRÂHÎM B. EL-MAHDÎ, und sechs Zeilen weiter unten: JÛSUF EL-ṬABÎB (der Arzt) ABÛ'L-HASAN, wieder dieselbe Persönlichkeit; LIPPERT hätte noch aufnehmen können: JÛSUF EL-TABÎB EL-MUNAǴǴIM, wie der gleiche Autor S. 382 genannt wird, der kein anderer ist als der in meinem Buche (S. 42, Art. 78) genannte ABÛ'L-HASAN (so bei IBN ABÎ UṢAIBIʿA II, 34, u. a. a. O.), JÛSUF B. IBRÂHÎM B. EL-DÂJA, der Verfasser der Geschichte der Ärzte; ja er wird sogar oft von IBN ABÎ UṢAIBIʿA auch genannt JÛSUF B. IBRÂHÎM EL-ḤÂSIB (der Rechner). Wir geben aber zu, daß man sich bei der Abfassung eines Index auch auf den Standpunkt stellen kann, alle Namen genau so in den Index aufzunehmen, wie sie im Texte stehen, ohne Rücksicht auf Identität; wir müssen in der Tat annehmen, LIPPERT habe diesen Standpunkt zur Richtschnur genommen, sonst würde er nicht DIOPHANTOS an zwei Orten anführen, das eine Mal unter D, das andere Mal unter Ḏ.

Wenn man alle unsere Aussetzungen zusammenhält mit denjenigen DE GOEJES in der Deutschen Litteraturzeitung, so kann man nicht gerade von einer glücklichen Lösung der Aufgabe sprechen, die der Herausgeber dieses Werkes mit Unterstützung der Berliner Akademie der Wissenschaften übernommen hatte. Hätte sich LIPPERT bloß darauf beschränkt, in den Noten die abweichenden Lesarten der benutzten Handschriften zu geben, so hätten wir mit ihm nur über die Berechtigung eines so eng begrenzten Planes streiten können; indem er aber durch Herbeiziehung von IBN ABÎ UṢAIBIʿA und des *Fihrist* diese Grenzen selbst überschritten hat, so mußte sofort die Mangelhaftigkeit seiner Arbeit zu Tage treten, und unser Urteil konnte nicht milder ausfallen. Es ist ja wohl zu begrüßen, daß dieses Werk endlich zur Veröffentlichung gelangt ist, und wir verkennen die große Arbeit nicht, die auf diese Ausgabe verwendet worden ist, allein ohne genaue Vergleichung mit den in diesem Buche zitierten und mehr noch mit den nicht zitierten Quellenwerken ähnlicher Richtung kann dasselbe von denjenigen nicht benutzt werden, die auf irgend einem Gebiete der arabischen Kulturgeschichte arbeiten wollen.

Zürich. H. SUTER.

E. Wölffing. Mathematischer Bücherschatz. Systematisches Verzeichnis der wichtigsten deutschen und ausländischen Lehrbücher und Monographien des 19. Jahrhunderts auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften. **I. Teil: Reine Mathematik.** Mit einer Einleitung: Kritische Übersicht über die bibliographischen Hilfsmittel der Mathematik. Leipzig, Teubner 1903. [= Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften **16** : 1]. 8⁰, XXXVI + 416 S. Mark 14.

Es kommt zuweilen vor, daß man bei der Einsichtnahme eines Buches versucht wird, sich sofort von dem Inhalt desselben eine Vorstellung zu bilden, bevor man es wirklich gelesen hat, und wenn sich später diese Vorstellung als unrichtig erweist, liegt es sehr nahe, den Verfasser zu beanstanden, weil er nicht das leistete, was man erwartet hatte. Ein solches Buch ist das Wölffingsche, und zwar sind es drei verschiedene Umstände, die dazu beitragen können, von demselben etwas anderes zu erwarten, als der Verfasser darin bietet. Zuerst gibt schon der Haupttitel „Mathematischer Bücherschatz“, zusammengestellt mit dem im Untertitel vorkommenden Worte „wichtigsten“, die Vorstellung ein, daß es sich um eine auserlesene mathematische Bibliothek handelt. Weiter wird man aus dem Umstande, daß man hier ein Heft der Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften vor sich hat, geneigt werden anzunehmen, daß das Buch etwa von derselben Art, wie die Riccardische *Bibliotheca matematica italiana* ist, also eine durchgearbeitete und darum besonders zuverlässige Sammlung von bibliographisch-literarischen Angaben enthält. Endlich läßt uns die ausführliche Einleitung, die eine 26 Seiten lange kritische Durchmusterung der sonstigen literarischen Hilfsmittel auf dem Gebiete der Mathematik bringt, vermuten, daß die folgende Bibliographie auch wirklich kritisch bearbeitet worden ist.

Fängt man mit diesen Voraussetzungen an, den *Mathematischen Bücherschatz* näher zu studieren, muß man sich bald enttäuscht fühlen, und zwar um so mehr, je eingehender man sich mit mathematischer Bibliographie beschäftigt hat. In der Tat verzeichnet das Buch gar keine ausgewählte Sammlung mathematischer Schriften, denn teils ist die ganze periodische Literatur absichtlich ausgeschlossen worden, teils werden alle Schriften, die sich auf spezielle Teile der höheren Mathematik beziehen, unabhängig von ihrem größeren oder geringeren Wert aufgeführt; nur hinsichtlich elementarer Lehrbücher und mathematisch-historischer Schriften ist eine Auswahl getroffen worden. Weiter sieht der Sachkundige recht bald, daß Herr Wölffing zwar ein interessierter und fleißiger Sammler ist, daß er aber noch nicht die Kenntnisse und die Übung besitzt, die nötig sind, um eine wirklich kritische Bibliographie zu bearbeiten, so daß er von seinen Quellen auch in solchen Fällen abhängig gewesen ist, wo ein Bibliograph *ex professo* leicht die wünschenswerten Verbesserungen eingeführt haben könnte. Freilich muß auch in Betracht gezogen werden, daß Herr Wölffing für diese so umfassende Arbeit nur eine sehr beschränkte Zeit zur Verfügung gehabt hat.

Emanzipiert man sich aber von der Vorstellung, daß der *Mathematische Bücherschatz* uns ein kritisches Verzeichnis der wirklich wertvollen mathematischen Literatur des 19. Jahrhunderts bieten will, die im Buche selbst keinen Rückhalt findet, so liegt es wohl am nächsten, das Urteil über das Buch davon abhängig zu machen, ob der Plan gut und die Ausführung derselben so weit möglich gelungen ist.

In betreff des Planes ist schon bemerkt worden, daß Herr Wölffing absichtlich die periodische Literatur ausgeschlossen hat, und der Grund dazu wird in der Einleitung angegeben. Herr Wölffing hebt hier ausdrücklich hervor, daß er nur die nichtperiodische Literatur berücksichtigt hat, nicht weil die Zeitschriftenliteratur weniger wichtig wäre, auch nicht, weil man für dieselbe bereits ein Repertorium besäße, sondern lediglich auf Grund der Erwägung, daß er ohne eine solche Beschränkung ein uferloses, die Kräfte eines Einzelnen vielleicht übersteigendes Werk in Angriff zu nehmen fürchtete, während er sich vielmehr vorgesetzt hatte, sein Unternehmen in einer gegebenen Anzahl von Jahren wirklich zu Ende zu führen.

Dieser Bemerkung des Herr Wölffing stimme ich vollständig bei; will man entscheiden, ob die fragliche Beschränkung angebracht ist oder nicht, muß man sich in der Tat nicht fragen: „ist es nützlich eine mathematische Bibliographie auf die nichtperiodische Literatur zu beschränken?“, sondern: „ist es nützlich, daß eine Bibliographie der nichtperiodischen Literatur zur Verfügung steht, oder ist es besser, dieselbe ganz zu vermissen?“, und wie diese Frage zu beantworten ist, scheint mir nicht zweifelhaft zu sein. Vielmehr glaube ich, daß die Fachgenossen damit einverstanden sein werden, daß eine solche Bibliographie, trotz ihrer notgedrungenen Beschränkung auf die nichtperiodische Literatur, ihnen ein sehr willkommenes und nützliches Nachschlagebuch werden kann.

Aber nur wenig bin ich damit zufrieden, daß Herr Wölffing auch in solchen Fällen, wo es ausnahmsweise aus rein sachlichen Gründen besonders angebracht ist, eine gewisse Schrift aufzuführen, dieselbe ausschließt, nur weil sie der periodischen Literatur angehört. So z. B. findet sich S. 153 die Göttinger Dissertation von A. Sachse: „Versuch einer Geschichte der Darstellung willkürlicher Funktionen einer Variabeln durch trigonometrische Reihen“ (1879), während die neue, unter Bezugnahme auf die bekannte Entgegnung von P. du Bois-Reymond (vergl. S. 106) berichtigte, Auflage der Sachse'schen Schrift fehlt, offenbar aus dem rein formalen Grunde, weil sie in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **3**, 1880 (S. 229—276) erschienen ist. Ebenso fehlt die Abhandlung von W. Fr. Meyer: *Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie*, die bekanntlich im ersten Bande (S. 79—292) des Jahresberichtes der deutschen Mathematiker-Vereinigung veröffentlicht wurde, während S. 89 zwei Übersetzungen dieser Abhandlung aufgeführt sind; beiläufig sei bemerkt, daß auch diese Übersetzungen eigentlich der periodischen Literatur angehören, denn sie sind Sonderabzüge aus dem Bulletin des sciences mathématiques und dem Giornale di matematiche.

Ob und wie weit Lehrbücher der Elementarmathematik aufgeführt werden sollen, ist meiner Ansicht nach eine Geschmackssache, und das Verfahren eine Auswahl von solchen zu geben, kann ich darum sehr wohl billigen.

Dagegen bin ich nicht ganz damit einverstanden, daß Herr Wölffing, wie er in der Einleitung ausdrücklich hervorhebt, die Werke über Mathematik im allgemeinen, ebenso geschichtliche und biographische Schriften, die sich auf einzelne Orte und Personen beziehen, sowie Gesamtausgaben der Werke von Mathematikern ausgeschlossen hat. Daß die Aufführung dieser Arten von Schriften eine uferlose Arbeit gewesen wäre, kann natürlich nicht behauptet werden. In betreff der allgemeinen und gesammelten Werke könnte sein Verfahren möglicherweise so erklärt werden, daß er bei der Inangriffnahme seiner Arbeit nur an solche Benutzer des Buches dachte, die direkte Auskunft über die Literatur einer gewissen Frage wünschen. Streicht man aber die allgemeinen und gesammelten Werke, kann man wohl ebensogut die historischen Schriften fortlassen, die sich nicht auf eine bestimmte Theorie beziehen; führt man auf der anderen Seite solche historische Schriften auf, wie z. B. die S. 2 vorkommenden unbedeutenden Monographien über das Studium der Mathematik in Schweden und in Finnland in älterer Zeit, so sollte man meiner Ansicht nach nicht solche biographische Arbeiten, wie z. B. die über Newton von Brewster oder die über Leibniz von Guhrauer ausschließen. Indessen gebe ich gerne zu, daß meine Bemerkung praktisch genommen nicht von großem Belang ist.

Wie schon aus dem Titel hervorgeht, bietet das Buch ein systematisches Verzeichnis der betreffenden Schriften; die Anzahl der Abteilungen oder Stichwörter beträgt zusammen 313, beginnend mit „Geschichte der Mathematik" und abschließend mit „Mathematischen Belustigungen"; von den Stichwörtern gehören 78 der Arithmetik und Algebra, 54 der Analysis, 173 der Geometrie an, und innerhalb jeder Abteilung sind die Titel alphabetisch nach den Verfassernamen geordnet. Für jede Schrift sind, außer Verfassernamen und Titel (der oft wesentlich abgekürzt ist), womöglich Druckort und Druckjahr (event. der letzten Auflage), sowie Verleger und Ladenpreis angegeben. Im Bedarfsfalle sind die Titel an mehr als einer Stelle aufgeführt, und überdies kommen zahlreiche Verweise vor. Am Ende des Buches finden sich zwei Register, nämlich ein Sachregister (12 Seiten) und ein Autorenregister, das nicht weniger als 43 dreispaltige Seiten in Anspruch nimmt.

Ohne Zweifel werden die meisten Benutzer des *Mathematischen Bücherschatzes* Herrn Wölffing dafür Dank wissen, daß er die Titel systematisch und nicht durchgehend alphabetisch geordnet hat. Selbstverständlich können gegen sein Klassifikationsschema (Herr Wölffing bemerkt in der Einleitung, daß er dabei die Anordnung des Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik im wesentlichen zugrunde gelegt hat) wie gegen alle anderen vorgeschlagenen Einteilungen der Mathematik Ausstellungen gerichtet werden, aber hinsichtlich einer Bibliographie dient ja die Klassifikation nur dazu, daß die Benutzer die Literatur eines besonderen Gegenstandes leicht auffinden werden, und in den meisten Fällen wird dies Auffinden durch das Sachregister erleichtert.

Warum Herr Wölffing auf Angabe der Seitenzahlen verzichtet hat, gibt er in der Einleitung nicht an; möglicherweise beruht es darauf, daß in den von ihm benutzten Quellen diese Zahlen oft fehlen. Als einen teilweisen Ersatz dafür sind die Ladenpreise anzusehen, aber für meinen Teil würde ich Herrn Wölffing empfohlen haben, überall die Seitenzahl, sofern diese ihm bekannt war, anzugeben.

Ich habe im vorhergehenden über den Plan der Wölffingschen Arbeit berichtet, und gehe jetzt zur Ausführung desselben über. Dabei will ich zuerst einen Umstand berühren, wodurch dieser Plan nicht unerheblich modifiziert worden ist. Es ist oben bemerkt worden, daß Herr Wölffing die Zeitschriftenliteratur nicht berücksichtigt hat, aber bekanntlich ist es zuweilen etwas schwierig, Separatabzüge aus Zeitschriften als solche zu erkennen, und es bringt ja eigentlich keinen Übelstand mit sich, wenn sich einige Titel von Separatabzügen unter die anderen Titel einschleichen. Herr Wölffing ist auch dieser Ansicht gewesen, geht aber noch einen Schritt weiter. In der Einleitung teilt er nämlich mit, daß er nicht nur keine kräftigeren Anstrengungen gemacht hat um Separatabzüge auszumerzen, sondern sogar absichtlich eine Anzahl von Abhandlungen aus Gesellschaftsschriften aufgeführt hat, welche im Buchhandel einzeln zu haben sind. Dies Verfahren macht ja seine Bibliographie wertvoller für die Benutzer im allgemeinen, aber man könnte bemerken, daß der Leser dadurch in gewissen Fällen eine vollständig unrichtige Vorstellung von der Reichhaltigkeit der nichtperiodischen Literatur über einen gewissen Gegenstand bekommt. So z. B. enthält die Abteilung „Mengenlehre" (S. 156), abgesehen von einem Verweise, 12 Titel, aber von diesen beziehen sich nicht weniger als 7 auf Separatabzüge aus Gesellschafts- oder Zeitschriften, nämlich Annales de la faculté des sciences de Marseille (**2**, 1892, 33—43; E. Amigues);

Öfversigt af [svenska] vetenskapsakademiens förhandlinger (**40**, 1883, 2 : 31—35; I. Bendixson); Mathematische Annalen (**47**, 1896, 20—32, C. Burali-Forti; **21**, 1883, 545—591, G. Cantor); Acta Mathematica (**2**, 1883, 305—314; G. Cantor); Archiv der Mathematik (**11**$_2$, 1892, 353—407; H. Kühn); Bibliotheca Mathematica (**6**$_2$, 1892, 9—25; G. Vivanti). Nimmt man hierzu, daß die aufgeführten Schriften von R. Bettazzi *(La teoria delle grandezze)* und A. Buchholz *(Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre)* gewiß nicht hauptsächlich die Mengenlehre behandeln (in den Fortschritten der Mathematik wird die erste zur Philosophie der Mathematik und die zweite zur Analytischen Geometrie des Raumes gerechnet), so stellt es sich heraus, daß für die Abteilung „Mengenlehre“ nur drei Schriften übrig bleiben, nämlich zwei Doktordissertationen und eine französische Übersetzung aus den Mathematischen Annalen.

Auf ganz dieselbe Weise kann das Mitnehmen von Sonderabzügen leicht dazu veranlassen, daß man eine unrichtige Vorstellung von der Produktivität gewisser Verfasser bekommt. So z. B. wird für A. F. Berger im Autorenregister auf 11[1]) verschiedene Seiten verwiesen, aber von diesen Verweisen beziehen sich 7 auf Sonderabzüge.

Wie ich schon angedeutet habe, hat der jetzt hervorgehobene Umstand für die meisten Benutzer der Wölffingschen Bibliographie wenig zu bedeuten, wichtiger ist zu wissen, inwieweit die Arbeit vollständig und zuverlässig ist. In Bezug hierauf habe ich einige Stichproben gemacht, und es scheint mir daraus hervorzugehen, daß Herr Wölffing die ihm zur Verfügung stehenden oder gestellten Quellen, so weit es ihm möglich gewesen ist, ausgenutzt hat. Ich setze absichtlich hinzu: „so weit es ihm möglich gewesen ist“, und diese Worte deuten darauf hin, daß er teils eine ziemlich beschränkte Zeit zur Verfügung gehabt hat, teils noch kein Bibliograph von Fach ist. Was ich damit meine, werde ich an einigen Beispielen näher erläutern. Wenn ein wirklicher Bibliograph aus verschiedenen Quellen die zwei Titel (vergl. S. 6 und 12) notiert hätte:

> **Dickstein, S.,** Die mathem. Begriffe und Methoden. I. Warschau 1891.
> **Dickstein, S.,** Begriffe und Methoden der Mathem. (poln.). Warschau 1891. Gebethner. 10 M.,

so würde er entweder sogleich erkannt, oder ohne Mühe ermittelt haben, daß sich beide Angaben auf eine und dieselbe Arbeit in polnischer Sprache (vergl. S. 132): *Pojeçia i metody matematyki* beziehen. — Wenn er in einer Bibliographie die zwei Titel finden würde (vergl. S. 147 und S. 406 des Autorenregisters):

> **Schlesinger, L.,** Über lineare homogene Differentialgleichungen 4. Ordnung, zwischen deren Integralen homogene Relationen höheren als des 1. Grades bestehen. Diss. Berlin 1887. Mayer & Müller. 2,4 M.
> —, Zur Theorie der linearen homogenen Differentialgleichungen 3. Ordnung. Diss. (Kiel) Berlin 1888. Mayer & Müller. 1,8 M.,

---

1) Eigentlich würde im Register noch auf S. 97 und 98 verwiesen werden (an der ersten Stelle wird eine Schrift von A. F. Berger unrichtig C. H. Berger zugeschrieben, und der an der anderen Stelle aufgeführte A. Berger ist mit A. F. Berger identisch); auch in diesen beiden Fällen handelt es sich um Separatabzüge.

so würde er wahrscheinlich im voraus wissen[1]) daß diese zwei Dissertationen von zwei verschiedenen Verfassern herrühren, sonst aber sicherlich die zwei „Diss." verdächtig finden und dann leicht ermitteln, daß die erste Schrift LUDWIG SCHLESINGER, die zweite LIPMANN SCHLESINGER zum Verfasser hat. — Ebenso würde er sofort sagen können, daß (vergl. S. 176) eine Abhandlung von A. VON BRAUNMÜHL aus dem Jahre 1887 nicht eine Dissertation sein kann (BRAUNMÜHL war damals seit einigen Jahren Privatdozent). — Ein geübter Bibliograph würde ohne weiteres eine solche Angabe wie die folgende (vergl. S. 35) in Verdacht haben:

Libri, G., Mémoire sur la théorie des nombres (ital.). Paris 1833,

denn es wäre in der Tat merkwürdig, wenn LIBRI, der französisch ebenso leicht wie seine Muttersprache schrieb, in *Paris* eine Arbeit in *italienischer* Sprache veröffentlicht hätte. In der Tat ist die 1833 erschienene Arbeit von LIBRI in französischer Sprache abgefaßt und gehört eigentlich der periodischen Literatur an (siehe Mémoires présentés par divers savants à l'académie des sciences de l'institut de France **5**, 1838, 1—75), während die italienische *Memoria sopra la teoria dei numeri,* die wirklich als besondere Schrift erschien (24 S. 4^0), nicht in Paris 1833, sondern in Florenz 1820 herausgegeben wurde (vgl. z. B. A. STIATTESI, *Commentario sulla vita e le opere di G. LIBRI*, ed. 2 [1880], 106, 109). — Dagegen konnte wohl auch ein wirklicher Kenner der mathematischen Literatur ohne nähere Untersuchung die folgende Angabe (vgl. S. 7) abschreiben:

Hill, C. J., Geometri på philosophiskt sätt betraktad. 4 upl. Stockholm 1830. Deleen. 28 skill.,

wenn er keine Auskunft über das Druckjahr der ersten Auflage erhielte. Wußte er dagegen, daß das erste Heft der ersten Auflage schon 1802 unter dem Titel: *Geometri på ett alldeles nytt sätt betraktad* erschien (ich weiß nicht, ob dieser Umstand Herrn WÖLFFING bekannt war), so würde er gewiß die Angabe als unrichtig bezeichnen, denn C. J. HILL war im Jahre 1793 geboren, und konnte also nicht der Verfasser der fraglichen Schrift sein. Tatsächlich hat C. J. HILL mit derselben nichts zu tun gehabt[2]) (es war mir unbekannt, daß sie jemals mit seinem Namen in Verbindung gesetzt worden ist), die erste Auflage gibt als Verfasser „P. ENANDER" an, während die drei folgenden anonym sind, und der wirkliche Name des Verfassers ist MÅRTEN STURTZENBECKER (1760—1836).

Mit den vorangehenden Bemerkungen habe ich gar nicht beabsichtigt, die Arbeit der Herrn WÖLFFING zu bemängeln, sondern ich wollte nur an einigen Beispielen zeigen, was ich mit der Redeweise „so weit es ihm möglich gewesen ist" meinte; zugleich dürfte es klar sein, daß ich Recht hatte, als ich am Anfange dieser Besprechung behauptete, Herr WÖLFFING sei von seinen Quellen

1) Vergl. Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik **20** (1888), S. 1341 des Namensregisters, woraus hervorgeht, daß die Redaktion der Fortschritte die zwei Schriften verschiedenen Verfassern zuschreibt.

2) Beiläufig erlaube ich mir den Benutzern des *Mathematischen Bücherschatzes* abzuraten, sich desselben zu bedienen um zuverlässige Auskunft über die Schriften von C. J. HILL zu bekommen. S. 325 wird eine Dissertation „Om oscularande parabler" HILL zugeschrieben, ist aber von dem Respondenten C. W. ENEBERG verfaßt; auf der anderen Seite ist HILL Verfasser des S. 96 erwähnten Universitätsprogrammes: „Bidrag till binomial-theoremets historia" (Lund 1850), als dessen Verfasser W. FAXE angegeben wird.

auch dann abhängig gewesen, wo der wirklich Sachkundige dieselben leicht berichtigt haben könnte. Herrn Wölffing würden dagegen solche Berichtigungen eine sehr große Mühe und Zeitaufwand gekostet haben, und ich kann darum sehr wohl billigen, daß er keinen ernsten Versuch in dieser Richtung gemacht hat. Mehr zu empfehlen wäre vielleicht ein Versuch, die Literatur gewisser spezieller Fragen zu ergänzen; so z. B. gibt es über das Apolloniossche Taktionsproblem (vgl. S. 222—223) wenigstens drei deutsche Schriften, die Herr Wölffing in seinen Quellen nicht gefunden hat, nämlich:

C. H. Haumann, *Versuch einer Wiederherstellung der Bücher des Apollonius von Perga von den Berührungen.* Breslau 1817.

Stürmer, *Das Berührungsproblem des Apollonius von Perga.* Grünberg 1859.

G. U. A. Vieth, *Leitfaden zu vollständiger Bearbeitung des wiederhergestellten Apollonius.* Dessau 1820.

Die letzte Schrift wird von dem deutschen Übersetzer der *Elemente der Geometrie* von J. H. van Swinden (Jena 1834; S. 255) besonders empfohlen. Vielleicht findet Herr Wölffing Gelegenheit, für eine neue Auflage seiner Arbeit einige Nachforschungen in der von mir jetzt angedeuteten Richtung anzustellen.

Bei der Bearbeitung einer neuen Auflage wäre es auch angebracht, die Angaben von Druckort und -jahr wenigstens in den Fällen zu ergänzen, in denen die Fortschritte der Mathematik und das Poggendorff'sche *Handwörterbuch* allein die nötigen Aufschlüsse bringen. Beispielsweise wird S. 105 eine Schrift von A. Dronke: „Einige hypergeometrische Reihen nebst Zahlenwerten" verzeichnet, ohne daß Druckort und -jahr angegeben werden; aus der Poggendorffschen Arbeit (B. III, S. 381) ersieht man sogleich, daß es sich hier um einen kleinen Artikel in der Zeitschrift für Mathematik **8**, 1863 (S. 401—408) handelt. Ebensoleicht ersieht man aus den Fortschritten der Mathematik **15** (1883), S. 438, daß die S. 73 aufgeführte Schrift von P. A. Nekrasow: „Über die Gleichung $u^m - pu^n - q = 0$", deren Druckort nicht angegeben wird, in *russischer* Sprache abgefaßt ist und im **11**. Bande (S. 1—173) der „Sammlung" der Mathematischen Gesellschaft in Moskau erschien.

Daß Herr Wölffing die Titel oft wesentlich abkürzt, hat ohne Zweifel seinen Grund darin, daß er Raum hat sparen wollen, und die Absicht ist natürlich lobenswert. In gewissen Fällen aber ist er vielleicht zu weit gegangen, so daß der Benutzer irre geleitet werden kann. So z. B. wird S. 121 die rein historische Schrift von H. Weissenborn: *Die Principien der höheren Analysis in ihrer Entwickelung von Leibniz bis auf Lagrange* unter dem abgekürzten Titel: „Die Prinzipien der höheren Analysis" aufgeführt.

Es ist klar, daß bei der Bearbeitung einer Bibliographie das mühsamste ist, die Titel der betreffenden Schriften zu sammeln, aber auch die Klassifikation derselben bietet zuweilen Schwierigkeiten dar, besonders wenn man die Schriften selbst nicht einsehen kann, und auch die Arbeit des Herrn Wölffing bestätigt an vielen Stellen die Richtigkeit dieser Beobachtung. In einigen Fällen beruhen die Schwierigkeiten wohl auf dem Klassifikationsschema selbst; so z. B. dürfte es nicht leicht zu entscheiden sein, wo die Grenze zwischen den Abteilungen „Zahlbegriff" (S. 33) und „Allgemeine Zahlentheorie" (S. 34—36) zu ziehen ist, und ich für meinen Teil würde die Schrift *Talets teori i enlighet med nyare åsigter* (S. 35) in erster Linie unter „Zahlbegriff" gesucht haben. In anderen Fällen aber sind die Titel so unbestimmt, daß man daraus den wirklichen Inhalt der betreffenden Schriften nicht erkennen kann. So z. B. befindet sich S. 5 unter „Philosophie der Mathematik“ eine Dissertation *De analogia mathematica* verzeichnet, die in Wirklichkeit eine Darstellung der Proportionslehre bringt, und S. 359 unter „Mathematischen Belustigungen“ ein Programm *Delectamenta analytica*, das nur einige Sätze über oskulierende Kurven und Flächen enthält.

Im vorhergehenden habe ich beispielsweise auf einige Stellen hingewiesen, wo Verbesserungen der WÖLFFINGschen Arbeit angebracht werden können. Alle solche von mir notierten Stellen hier zu verzeichnen, wäre zwecklos, nur in betreff der mathematisch-historischen Schriften erlaube ich mir einige Bemerkungen hinzuzufügen. Natürlich sind diese Schriften in erster Linie in der Abteilung „Geschichte der Mathematik“ verzeichnet; aber auch in anderen Abteilungen kommen historische Schriften vor, und die ganze Abteilung „Porismen“ (S. 207) bezieht sich eigentlich auf Geschichte der Mathematik.

S. 1. Die 1810 erschienene Arbeit von CH. BOSSUT hat den Titel: *Histoire* [nicht „Essai sur l'histoire“] *générale des mathématiques depuis leur origine jusqu'à l'année 1808.* Gewiss kann sie als zweite Auflage des *Essai sur l'histoire générale des mathématiques* vom Jahre 1802 angesehen werden, aber BOSSUT selbst gibt dies weder auf dem Titelblatte noch im Vorwort an. — Nicht die dritte, sondern die zweite Auflage von CAJORIS *History of mathematics* erschien 1895. — Die zweite Auflage der CANTORschen *Vorlesungen* wurde nicht 1900, sondern 1901 beendet (das Vorwort des 3. Bandes ist vom Juli 1901).

S. 2. Zeile 14 lies „Entwickelungsgeschichte“ statt „Entwickelung“. — Das *Saggio sulla storia delle matematiche* von P. FRANCHINI erschien in Lucca 1821.

S. 3. Nach P. RICCARDI (*Contributo degl'Italiani alla storia delle scienze matematiche pure ed applicate;* Memorie dell' accad. d. sc. di Bologna 6_5, 1897, S. 762) erschien die italienische Übersetzung von LIBRIS *Histoire des sciences mathématiques* 1842. Der auffällig billige Ladenpreis (3,9 Mark) dieser Übersetzung beruht darauf, daß nur einige Lieferungen herausgegeben werden konnten, weil die österreichische Regierung die Fortsetzung verbot (siehe RICCARDI a. a. O.). — Die angebliche „Histoire des mathématiques dans l'antiquité et en moyen-âge“ von P. MANSION ist nur ein Bericht über HANKELS Buch: *Zur Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter,* der im Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. 8, 1875, 185—220, erschien, und von dem auch Sonderabzüge (60 S. 8^0) existieren. — Von der italienischen Übersetzung der *Histoire des mathématiques* MONTUCLAS ist nur ein Bogen gedruckt worden.

S. 4. Die Arbeit von P. TANNERY: *La géométrie grecque.* I. ist ganz dieselbe, die S. 206 unter dem irreleitenden Titel: *Histoire générale de la géométrie élémentaire* aufgeführt ist. Der vollständige Titel lautet: *La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons. Essai critique. I. Histoire générale de la géométrie élémentaire.*

S. 11. Es ist mir nicht klar, warum unter dem Stichwort „Algorithmen“ die Schrift von C. F. MÜLLER, *HENRICUS GRAMMATEUS* („Grammaticus“ ist natürlich Schreibfehler) *und sein algorithmus de integris* aufgeführt wird, während die Schrift von CURTZE: *Der Algorismus proportionum des NICOL. ORESME* unter „Potenzen“ (S. 93) zu suchen ist. Bekanntlich verstand man im Mittelalter unter „Algorismus“ das Rechnen nach indisch-arabischer Weise, und später, als diese Rechnungsart die gewöhnliche geworden war, bedeutete „Algorithmus“ Rechnen mit („gemeinen“ oder „cossischen“) Zahlen. Die MÜLLERsche Schrift ist also ein Beitrag zur Geschichte der Arithmetik und Algebra.

S. 16. Im Titel: UNGER, F. A., „Methodik der praktischen Math.“ ist das letzte Wort Schreibfehler für „Arithm.“, und dadurch wird offenbar die Angabe vollständig irreleitend. Übrigens wird dieselbe Schrift S. 28 unter dem Titel: „Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung“ aufgeführt, und der nicht Sachkundige kann wohl kaum erraten, daß es sich an beiden Stellen um eine und dieselbe Schrift handelt.

S. 43. Hier wird die Abhandlung von C. WESSEL „Essai sur la représentation analytique de la direction“ unter „Imaginäre Größen“, aber die Schrift von S. A. CHRISTENSEN „CASPAR WESSEL og de komplekse tals teorie“ unter „Komplexe Größen“ gesetzt, obgleich diese nur einen Bericht über jene Abhandlung enthält.

S. 68. Hier finden sich die zwei Titel:

Ferrari, L., I sei cartelli di matematica. Milano 1876.

Giordani, E., I sei cartelli di matematica alla risoluzione delle equazioni cubiche. Milano 1878(!). Bernardoni.

Diese beiden Titel beziehen sich auf eine und dieselbe Schrift; deren Titel lautet: *I sei cartelli di matematica disfida primamente intorno alla generale risoluzione delle equazioni cubiche di LUDOVICO FERRARI coi sei contro-cartelli in risposta di NICOLÒ TARTAGLIA comprendenti le soluzioni de' quesiti dall'una e dall'altra parte proposti. Raccolti, autografati e pubblicati da ENRICO GIORDANI* (Milano 1876, 220 S. 8⁰). Um die abgekürzten Titel verständlich zu machen, muß man also an beiden Stellen nach „matematica“ das Wort „disfida“ hinzufügen, und an der zweiten Stelle vor „alla“ das Wort „intorno“ setzen. Übrigens muß natürlich der Umstand, daß die zweite Abkürzung „1878“ hat, wesentlich dazu beitragen, daß der nicht sachkundige Leser die zwei Titel auf zwei verschiedene Schriften beziehen wird.

S. 89. Die Abhandlung von W. FR. MEYER, *Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie* ist auch ins polnische (von S. DICKSTEIN) übersetzt unter dem Titel: *O stanie obecnym teoryi niezmienników* (Warszawa 1899).

S. 117. Hier fehlt das grosse *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* von S. F. LACROIX, dessen zweite Auflage 1810—1819 in drei starken Quartbänden erschien. Obgleich diese Arbeit eigentlich nicht historisch ist, leistet sie dem Historiker oft gute Dienste, da sie eine grosse Anzahl von wertvollen bibliographischen und literarischen Notizen, besonders inbetreff der mathematischen Schriften aus dem Ende des 18. Jahshunderts, enthält, und darum erwähne ich hier ihr Fehlen. Unter **„Lacroix“** führt Herr WÖLFFING freilich ein „Traité du calcul différentiel et du calcul intégral“ auf, dessen 8. Auflage angeblich in zwei Teilen in Paris (Verleger nicht erwähnt) 1878-1879 erschienen sein soll, aber diese Angabe bezieht sich ohne Zweifel auf die 8. Auflage des *Traité élémentaire du calcul différentiel et du calcul intégral,* die 1874 in zwei Bänden bei Gauthier-Villars in Paris erschien. — Ganz beiläufig bemerkte ich, daß von diesem „Traité élémentaire“ auch eine italienische Übersetzung *(Trattato elementare del calcolo differenziale e del calcolo integrale,* Firenze 1829) existiert.

S. 130. Unter „Maxima und Minima“ wird hier: GIESEL, K. F., „LEIBNITII nova methodus pro maximis et minimis. Pr. Leipzig 1884“ aufgeführt. Bekanntlich wurde die Schrift zur Feier des 250jährigen Jubiläums der Erfindung der Differentialrechnung veröffentlicht, und sie enthält zuerst eine Einleitung über die Geschichte der Mathematik vor Leibniz, dann einen Neudruck der epochemachenden Abhandlung *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus* (Acta Eruditorum 1684, 467—473) mit erläuternden Anmerkungen. In *erster* Linie gehört also die Schrift der Abteilung „Höhere Analysis" (S. 115) an, wo aber weder der Titel noch ein Verweis zu finden ist, obgleich Herr Wölffing selbst in der Einleitung (S. XXXI) ganz richtig bemerkt, daß er mit Verweisen (er könnte „und mit Wiederholungen von Titeln" hinzugefügt haben) gar nicht sparsam gewesen ist.

Ich habe schon bemerkt, daß in den meisten Fällen das Auffinden der Literatur einer gewissen Frage durch das Sachregister erleichtert wird. Da aber die Verweise dieses Registers sich nicht auf die Seitenzahlen, sondern auf die Nummern der Stichwörter beziehen, kann das Auffinden zuweilen mühsam werden. So z. B. wird im Sachregister für „Geometrie, experimentale" auf die Abteilung **146** verwiesen, die aber mehr als 13 zweispaltige Druckseiten mit mehr als 600 Titeln umfaßt; natürlich wäre es für den Benutzer viel bequemer gewesen, Auskunft über die Seitenzahl zu bekommen.

Bei der Bearbeitung des Autorenregisters, dessen Herstellung gewiß große Mühe gekostet hat, hat Herr Wölffing versucht, Autoren von gleichen Vor- und Zunamen auseinander zu halten, hebt aber selbst in der Einleitung hervor, daß es ihm nicht in allen Fällen gelungen sein dürfte; die Richtigkeit seiner Vermutung wird auch bestätigt durch meine Bemerkung über die zwei Verfasser L. Schlesinger. Auf der anderen Seite spaltet das Autorenregister ausnahmsweise einen Verfasser in zwei; so z. B. ist (S. 373) J. Åstrand identisch mit J. J. Åstrand (1819—1900) und der S. 98 aufgeführte A. Berger (statt 1853 lies 1883) identisch mit A. F. Berger (1844—1901).

In diesen zwei Fällen ist freilich besondere Personenkenntnis nötig, um bestimmt wissen zu können, dass es sich nicht um zwei Verfasser mit demselben Namen handelt. Dagegen scheint es mir, als ob man ohne weiteres feststellen könnte, dass der im Register aufgeführte „Erlerus" mit dem unmittelbar vorangehenden H. W. Erler identisch ist. Nach S. 37 hat nämlich der angebliche „Erlerus" 1841 in Halle eine Schrift: „Elementa doctrinae numerorum de quovis modulo" veröffentlicht, während zufolge S. 35 H. W. Erler 1841 in Halle eine Schrift „Elementa doctrinae numerorum de quovis modulo exposita" herausgab. Aber die Wahrscheinlichkeit, daß zwei verschiedene Verfasser mit *demselben* Namen (denn die Form „Erler*us*" erklärt sich ja leicht, da man weiß, daß die Schrift lateinisch abgefaßt war) in *demselben* Jahre und an *derselben* Stelle Abhandlungen mit *demselben* Titel (daß das Wort „exposita" in der für die S. 37 benutzten Quelle fehlt, hat ja keine Bedeutung) veröffentlichten, kann wohl gleich Null gesetzt werden. Übrigens vermute ich, dass die S. 37 benutzte Quelle keine andere als der *Librorum in bibliotheca speculae Pulcovensis anno 1858 exeunte contentorum catalogus systematicus* (St. Petersburg 1860) ist, wo S. 306 die Schrift des „Erlerus" sich findet, und wenn diese Vermutung richtig ist, so braucht man keine Konjektur, denn im Namenregister des Katalogs wird S. 915 unter „Erler, H. G." (G. ist wohl = Guilelmus = Wilhelm) gerade auf S. 306 verwiesen, während der Name „Erlerus" im Register gar nicht vorkommt.

Daß eine Arbeit, die fast nur Personennamen und Büchertitel in verschiedenen Sprachen enthält, nicht von Druckfehlern frei sein kann, ist fast selbstverständlich. Am häufigsten finden sich wohl solche Fehler in den Titeln, die schwedisch oder dänisch abgefaßt sind, aber hierfür hat Herr WÖLFFING nicht überall die Schuld; kleine Fehler in den Verfassernamen sind zwar nicht sehr häufig, aber auch nicht besonders selten — beiläufig bemerkte ich, daß Herr CONSTANTIN LE PAIGE überall (S. 90, 104, 299, 319, 401) „O. le Paige" genannt wird.

Wie ich schon angegeben habe, enthält die Einleitung eine ausführliche Übersicht über die vorhandenen literarischen Hilfsmitel auf dem Gebiete der Mathematik. Die Übersicht ist an sich dankenswert, paßt aber meiner Ansicht nach nicht zu der folgenden Bibliographie, denn das Publikum, an welches sich diese eigentlich wendet, wird sich nur wenig für jene interessieren. Auf der anderen Seite werden, wie ich am Anfange meines Artikels betont habe, die wirklichen Bibliographen, die sicherlich mit Interesse von der Übersicht Kenntnis nehmen werden, dadurch zu Erwartungen veranlaßt, denen die Bibliographie nicht Genüge leisten kann.

Eine eingehende Besprechung dieser Übersicht der mathematisch-literarischen Hilfsmittel wäre ohne Zweifel sehr angebracht, besonders da sie an vielen Stellen wertvolle Anregungen zur Verbesserung der vorhandenen oder Herstellung neuer Hilfsmittel dieser Art enthält, aber auf eine solche Besprechung muß ich hier verzichten, da sie sich auf ganz andere Gegenstände als die oben berührten beziehen würde, und also am besten in einem besonderen Artikel zu behandeln ist. Nur einige kleine Bemerkungen inbetreff der in der Einleitung vorkommenden mathematisch-bibliographischen Notizen füge ich hier ein. Von der S. VII erwähnten Zeitschrift Pantobiblion. Internationale Bibliographie der polytechnischen Wissenschaften. Monatliche Übersicht der auf diesen Gebieten neu erschienenen Buch- und Journalliteratur, herausgegeben in St. Petersburg von A. KERSCHA, kam, so viel ich weiß, nur eine Nummer (IV. S. + 288 Sp.) des 1. Jahrganges (1891) heraus. Das Bücherverzeichnis nimmt 80 Spalten, die Rezensionen 208 Spalten ein. — S. XVIII wird angegeben, daß 18 Bände vom Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche des Fürsten B. BONCAMPAGNI erschienen sind, aber bekanntlich ging die Zeitschrift erst nach der Herausgabe des 20. Bandes ein, und im 20. Bande (nicht im 18. Bande, wie es S. XI steht) findet sich auch das Generalregister. — Außer der S. XVIII erwähnten Arbeit von GUIMARÃES gibt es eine ältere mathematische portugiesische Bibliographie von F. DE CASTRO FREIRE in der *Memoria historica da faculdade de mathematica* (Coimbra 1872, S. 135—195: „Bibliographia mathematica desde 1772 até outubro de 1872"). — Den S. XXVIII aufgeführten mathematischen Wörterbüchern sind noch folgende hinzuzufügen: P. HÉRIGONE, *Dictionnaire contenant les étymologies et significations des noms et termes plus obscurs de mathématiques* (Anhang zur Schrift: *Les six premiers livres d'EUCLIDE*, Paris 1639); J. MOXON, *Mathematical dictionary* (London 1680, 2. Aufl. herausgegeben von H. COLEY 1692); F. PICATOSTE, *Vocabulario matemático-etimológico* (Madrid 1862).

Ich bin jetzt zum Schlusse meiner Besprechung gekommen, und es erübrigt nur, mein Gesamturteil zu formulieren. Daß der *Mathematische Bücherschatz* keine durchgearbeitete und besonders zuverlässige Arbeit ist, habe ich schon hervorgehoben und durch Belege bewiesen, aber eine solche Arbeit hat Herr Wölffing nicht leisten können. Ja, ich wage es zu behaupten, daß wenn ihm dies wirklich möglich gewesen wäre, so würde seine Bibliographie uns nicht vorliegen, denn ein Bibliograph *ex professo* hätte nicht während der Herrn Wölffing zur Verfügung gestandenen Zeit eine Arbeit beenden können, die er für druckreif halten könnte. Dagegen hat Herr Wölffing den Mathematikern ein sehr nützliches und, soweit es ihm ohne wesentliche Mitwirkung von Kennern auf diesem Gebiete möglich war, im großen und ganzen gutes literarisches Hilfsmittel geschenkt. Daß der *Mathematische Bücherschatz* eigentlich nur die nichtperiodische Literatur berücksichtigt, ist gewiß zu bedauern, und darum wäre es zu wünschen, daß wir auf dem Gebiete der mathematischen Bibliographie noch fünf so interessierte und fleißige Sammler wie Herrn Wölffing hätten; dann würden wir schon eine Bibliographie der gesamten mathematischen Literatur des 19. Jahrhunderts bekommen haben, die zwar nicht kritisch bearbeitet wäre, aber dennoch bis auf weiteres als Ersatz für die noch immer mit Spannung erwartete mathematische Bibliographie des Herrn G. Valentin dienen könnte.

Stockholm. G. Eneström.

Neuerschienene Schriften.

Das Zeichen * bedeutet, daß die betreffende Schrift der Redaktion nicht vorgelegen hat.

Autoren-Register.

a) Zeitschriften. Allgemeines.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Herausgegeben von G. Eneström. Leipzig (Stockholm). 8⁰. [1
4_3 (1903): 2.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. Loria. Torino (Genova). 8⁰. [2
1903: 2—3.

Физико-математическія науки въ ходѣ ихъ развитія. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8⁰. [3
1_2: 10 — Die physisch-mathematischen Wissenschaften im Laufe ihrer Entwickelung. Zeitschrift herausgegeben von V. V. Bobynin.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik herausgegeben von E. Lampe und G. Wallenberg. Berlin. 8⁰. [4
32 (1901): 1. — Die Seiten 1—65 enthalten Referate der im Jahre 1901 erschienenen mathematisch-historischen Schriften.

Revue semestrielle des publications mathématiques, rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam par P. H. Schoute, D. J. Korteweg, J. C. Kluyver, W. Kapteyn, J. Cardinaal. Amsterdam. 8⁰. [5
11: 2 (octobre 1902 — avril 1903).

Annuaire des mathématiciens 1901—1902 publié sous la direction de C. A. Laisant et Ad. Buhl (1902). — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1492—1493. [6

Compte rendu du deuxième congrès international des mathématiciens 1900. Procès-verbaux et communications publiés par E. Duporcq (1902). [Rezension:] Bullet. d. sc. mathém. 27_2, 1903, 131—134. (J. T.) — Nature 67, 1903, 245. — Philos. magazine 5_6, 1903, 290. — The mathem. gazette 2, 1903, 249. [7

Cantor, M., Wie soll man die Geschichte der Mathematik behandeln? [8
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 113—117.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. — 1^2 (1894). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 205—206. (G. Eneström.) — 2^2 (1900). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 206—209. (G. Eneström.) — 3^3 (1901). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 209—210. (G. Eneström.) [9

Tropfke, J., Geschichte der Elementar-Mathematik. I (1902). [Rezension:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 213—218. (G. Eneström.) [10

Versluys, J., Beknopte geschiedenis der wiskunde (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1674. [11

Ball, W. W. R., Breve compendio di storia delle matematiche. Versione dall' inglese di D. Gambioli e G. Puliti. I (1903). [Rezension:] Periodico di matem. 5_2, 1903, 342. [12

Tannery, P., Notions historiques [de mathématiques]. [13

Tannery, J., Notions de mathématiques (Paris, Delagrave 1903), 324—348.

Klimpert, R., Storia della geometria. Traduzione di P. Fantasia (1901). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1248. [14

Reye, Th., Die synthetische Geometrie im Altertum und in der Neuzeit (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1315—1316. [15

Loria, G., Spezielle algebraische und transscendente Kurven. Theorie und Geschichte. Deutsche Ausgabe von F. Schütte (1902). [Rezension:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 492—501. (E. B. Wilson.) — Mathesis 3_3, 1903, 116—118. — Wiadomosci matem. 7, 1903, 94—99. (S. D.) — Nyt Tidsskr. for Mathem. 14, 1903, 24—26. (C. Juel.) — The mathem. gazette 2, 1903, 267—268. [16

Braunmühl, A. von, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. II (1903). [Rezension:] *Bruxelles*, Soc. scient., Revue des quest. scient. 4_3, 1903, 277—280. (H. Bosmans.) [17

Dannemann, F., Grundriß einer Geschichte der Naturwissenschaften. I. Aufl. 2 (1902). [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 273—274. (K. Weise.) [18

Musmacher, C., Kurze Biographien berühmter Physiker (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1973. [19

b) Geschichte des Altertums.

Mahler, E., Die Entstehung der Zeit- und Kreisteilung [bei den Babyloniern]. [20

Orientalistische Litteraturzeitung 6, 1903, 9—17.

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. [Rezension der B. I—V:] Jornal de sc. mathem. 15, 1903, 38—40. (G. T.) — [Rezension der B. IV—V:] Arch. der Mathem. 5_3, 1903, 309—310. (M. Cantor.) — [Rezension des B. V:] Le matematiche pure ed applicate 3, 1903. 6 S. (C. Alasia.) [21

Günther, S., Das Polarlicht im Altertum. [22

Beiträge zur Geophysik (Leipzig) 6, 1903, 98—107.

Wieleitner, H., „Lunulae Hippocratis." [23

Blätter für das Gymnasial-Schulwesen (München) 39, 1903, 541—543.

Milhaud, G., Aristote et les mathématiques. [24

Archiv für Geschichte der Philosophie 9_2, 1903, 367—392.

Heiberg, J. L., Paralipomena zu Euklid. [25

Hermes (Berlin) 38, 1903, 46—74, 161—201, 321—356.

Vaux, C. de, Le livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques par Philon de Byzance (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1553—1555. (H. Suter.) [26

***Tannery, P.**, Héron d'Alexandrie. [27

Journal des savants 1903.

***Manilius, M.**, Astronomicon. Recensuit A. E. Housman. London, Grant Richards 1903. [28

8⁰. — [4 1/2 sh.]

Rudio, F., Der Bericht des Simplicius über die Quadraturen des Antiphon und des Hippokrates (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 2041. (W. Schmidt.) [29

Schmidt, W., Zu dem Berichte des Simplicius über die Möndchen des Hippokrates. [30

Biblioth. Mathem 4_3, 1903, 118—126.

Mortet, V., La mesure des voutes romaines d'après des textes d'origine antique. [31

Bibliotheque de l'école des chartes 61, 1900, 37 S.

Mortet, V., Notes sur le texte des „Institutiones" de Cassiodore. II. Notes et corrections relatives au „De geometria." III. Observations sur le caractère de la Géométrie dans l'œuvre de Cassiodore et sur l'enseignement de cette science dans les premiers siècles du moyen âge. IV. Observations sur la Géométrie de Cassiodore. [32

Revue de philologie (Paris) 24_2, 1900, 272—281; 27_2, 1903, 65—78, 141—150.

c) Geschichte des Mittelalters.

Suter, H., Der Verfasser des Buches „Gründe der Tafeln des Chowârezmî." [33

Biblioth. Mathem 4_3, 1903, 127—129.

***Seybold, C.**, Die Drusenschrift „Kitâb Alnoqat Waldawâir. Das Buch der Punkte und Kreise". Nach dem Münchener und Tübinger Codex. Tübingen 1902. [34

4⁰, 111 S. — Festschrift.

Curtze, M., Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance. (1902). [Rezension:] Götting. gelehrte Anz. 1903. (A. von Braunmühl.) — The mathem. gazette 2, 1903, 214—215. [35

Björnbo, A. A., Hermannus Dalmata als Übersetzer astronomischer Arbeiten. [36

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903. 130—133.

Lambo, Ch., Une algebre française de 1484. Nicolas Chuquet (1902). [Rezension:] Bollett. di bibliogr. de sc. matem. 6, 1903, 96. [37

d) Geschichte der neueren Zeit.

***Frizzo, G.**, De numeris libri duo authore Joanne Noviomago, esposti ed illustrati. Appendice. Verona, Drucker 1903. [38

8⁰, 25 S.

Mayer, J., Der Astronom Cyprianus Leovitius (1514—1574) und seine Schriften. [39
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 134—159. — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. **24**, 1903, 1860.

Richter, P. E., Tycho Brahes „Astronomiae instauratae mechanica" von 1598. [40
Centralbl. für Bibliothekw. **20**, 1903, 56—63.

Müller, Adolph, Johann Keppler, der Gesetzgeber der neueren Astronomie (1903). [Rezension:] Naturwiss. Rundschau **18**, 1903, 268. (A. Berberich.) [41

***Förster, W.**, Ptolemäus und Keppler. [42
Das Weltall (Berlin) **3**, 1902.

***Schmidt, J.**, Keplers Erkenntnis- und Methodenlehre. Jena 1903. [43
8⁰, 45 S. — Dissertation.

Eneström, G., Über den Ursprung des Termes „ratio subduplicata". [44
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 210—211. — Anfrage.

Bosmans, H., Une particularité de l'astronomie chinoise au XVII^e siècle. [45
Bruxelles, Soc. scient., Annales **27**, 1903. 4 S.

Maupin, G., Opinions et curiosités touchant la mathématique. II (1902). [Rezension:] Periodico di matem. 5_2, 1903, 342. — Nature **67**, 1903, 531—532. [46

Œuvres des Descartes publiées par Ch. Adam et P. Tannery, sous les auspices du ministère de l'instruction publique. V. Correspondance. Mai 1647 — février 1650. VI. Discours de la méthode et Essais. Paris, Cerf 1903, 1902. [47
4⁰, 669 S.; XIV + 727 S. — [Rezension des B. VI:] *Bruxelles*, Soc. scient., Revue des quest. scient. 4_3, 1903, 280—285. (G. Lechalas.)

Eneström, G., Über die verschiedenen Auflagen und Übersetzungen von Descartes' „Géométrie". [48
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 211. — Anfrage.

Bosmans, H., La carte lunaire de van Langren conservée aux archives générales du royaume, à Bruxelles. [49
Bruxelles, Soc. scient., Revue des quest. scient. 4_3, 1903, 108—139 + Karte.

Favaro, A., Vincenzio Viviani e la sua „Vita di Galileo". [50
Venezia, Istituto Veneto, Atti **62**: 2, 1903, 683—703.

Hoyer, Andreas Gärtner, der „sächsische Archimedes" (1903). [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 370—371. (M. Richter.) [51

***Meth, B.**, Über ein älteres Verfahren der Zerlegung ganzer rationaler Funktionen in irreduktible Faktoren. Berlin 1902. [52
4⁰, 27 S. — Programm des Kaiser Wilhelms-Realgymnasiums. — Das fragliche Verfahren wurde im Jahre 1719 von P. Halcke in den *Deliciae mathematicae* angegeben. — [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. **34**, 1903, 284—285. (Stegemann.)

Segre, C., Congetture intorno alla influenza di Girolamo Saccheri sulla formazione della geometria non-euclidea. [53
Torino, Accad. d. sc., Atti **38**, 1903. 15 S.

***Lebon, E.**, Sur un manuscrit d'un cours de J. N. Delisle au Collège royal. Paris, Delain 1902. [54
8⁰. — Über die „Eléments géométriques de la sphère céleste dictés en College royal". — [Rezension:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 64.

Loria, G., Giambattista Caraccioli. Schizzo biografico. [55
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 33—38.

Amodeo, F., Dai fratelli Di Martino a Vito Caravelli (1902). [Rezension:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 95—96. [56

Sauerbeck, P., Einleitung in die analytische Geometrie der höheren algebraischen Kurven nach J. S. de Gua de Malves (1902). [Rezension:] *Stuttgart*, Mathem. Verein, Mitteil. 5_2, 1903, 63—64. (E. Wolffing.) — Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 166. (M. Cantor.) [57

***Fink, E.**, Eliah Wilna und sein elementargeometrisches Kompendium. Frankfurt a. M., Kauffmann 1903. [58
8⁰, 29 S. — Festschrift zur Jubiläums-Feier der Unterrichtsanstalten der israelitischen Religionsgesellschaft in Frankfurt a. M. — Eliah Wilna lebte 1720—1797. — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. **24**, 1903, 1735.

Mehmke, R., [Über eine Maschine aus dem Jahre 1770 zur Auflösung von Gleichungen]. [59
Zeitschr. für Mathem. **49**, 1903, 98. — Anfrage.

***Bortolotti, E.**, Influenza dell' opera matematica di Paolo Ruffini sullo svolgimento delle teorie algebriche. Discorso letto il 4 novembre 1902 in occasione della sollenne apertura degli studi nella r. università di Modena. [60
Modena, Univ., Annuario 1902/1903. — [Anzeige:] *Milano*, Istit. lomb., Rendiconti **36**, 1903. — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 64.

Eneström, G., Über die Mathematiker Charpit und Français. [61
Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 212. — Anfrage.

Wölffing, E., Mathematischer Bücherschatz. I (1903). [Selbstanzeige:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **12**, 1903, 302. [62

Loudon, J., A century of progress in acoustics. [63
Toronto, Royal soc. of Canada, Proceedings 7_2, 1901, 43—54.

Muir, Th., The theory of orthogonants in the historical order of its development up to 1832. [64

Edinburgh, Royal soc., Proceedings 24, 1902, 244—288.

Muir, Th., The theory of Jacobians in the historical order of its development up to 1841. [65

Edinburgh, Royal soc., Proceedings 24, 1902, 151—195.

Dickstein, S., O korrespondencyi Jana Sniadeckiego z Akademią nauk w Petersburgu. [66

Wiadomosci matem. 7, 1903, 22—31.

***Streit, H.,** Die wissenschaftlichen Forschungen und Entdeckungen des älteren Seebecks auf dem Gebiete der Elektricität und des Magnetismus. Schlawe 1902. [67

4⁰, 22 S. + 1 Taf. — Programm des Progymnasiums in Schlawe. — [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 290—291. (Stegemann.)

Klein, F., Über den Stand der Herausgabe von Gauß' Werken. Fünfter Bericht (1903). [Rezension]: Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 1315. (H. Fleischer.) [68

Cantor, M., Ferdinand Schweins und Otto Hesse. [69

Heidelberger Professoren aus dem 19. Jahrhundert (Heidelberg 1903) 2, 221—242.

Модзалевскій, Б. Л., Н. И. Лобачевскій. (Письма его къ И. Е. Великопольскому.) [70

Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 12_2, 1902, 85—101. — Modzalevskij, B. L., Briefe von N. I. Lobatchevskij an J. E. Welikopolskij. — Welikopolskij (geb. 1797, gest. 1868) war Schwiegersohn von Lobatchevskij.

Stäckel, P., Johann Bolyais Raumlehre. [71

Mathem. und naturwiss. Berichte aus Ungarn **19** (1901), 1903. 12 S.

Niels Henrik Abel. Mémorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance (1902). [Rezension:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 82—83. (G. L.) [72

Sturm, R., Zusammenstellung von Arbeiten, welche sich mit Steinerschen Aufgaben beschäftigen. [73

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 160—184.

***Jahraus, K.,** Das Verhalten der Potenzreihen auf dem Konvergenzkreise, historisch-kritisch dargestellt. Ludwigshafen 1902. [74

8⁰, 56 S. — Programm.

Васильевъ, А. В., М. В. Остроградскій. [75

Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 11_2, 1902, C: 3—10. — Wasilieff, A. V., M. V. Ostrogradskij.

Teixeira, F. G., Apontamentos biographicos sobre Daniel Augusto da Silva [1814—1878]. [76

Boletim da direcção geral de instrucção publica (Lisboa) 1, 1903, 829—840 + Portrat.

G., P., XXVᵉ anniversaire de la mort du p. Angelo Secchi. [77

Bruxelles, Soc. scient.. Revue des quest. scient. 4_3, 1903, 215—228.

Бобыининъ, В. В., Первый русскій элементарноматематическій журналъ. [78

Fiziko-matem. naouki 1_2, 1902, 289—302. — Bobynin, V. V., Die erste russische elementarmathematische Zeitschrift.

Königsberger, L., Hermann von Helmholtz (1902 — 1903). [Rezension des B. I:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. **6**, 1903, 68—70. (G. L.) — Bullet. d. sc. mathém. 27_2, 1903, 143—144. — [Rezension der B. II—III:] Naturwiss. Rundschau **18**, 1903, 361. (J. Bernstein.) [79

Бобыининъ, В. В., Литература и дѣятели Исторіи математики въ XIX вѣкѣ. Бальдассарре Бонкомпаньи. [80

Fiziko-matem. naouki 1_2, 1902, 303—316. — Bobynin, V. V., Die Literatur und die Arbeiter auf dem mathematisch-historischen Gebiete im 19. Jahrhundert. Baldassarre Boncompagni.

J. C. Poggendorffs Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften. Vierter Band, herausg. von A. J. von Oettingen. Lieferung 8—11. Leipzig, Barth 1903. [81

8⁰, S. 505 — 792. — [12 *M.*]

Sintzoff, D., Bibliographia mathematica rossica 1900. [82

Kazan, Fiz.-mathem. obchtch., Isvjestia 12_2, 1902. 30 S.

International catalogue of scientific literature. A. Mathematics. B. Mechanics. Published by the Royal society of London. London, Harrison 1902. [83

8⁰, 16 + 201 S.; 14 + 128 S.

Wölffing, E., Abhandlungsregister [aus dem Gebiete der angewandten Mathematik] 1902. [84

Zeitschr. für Mathem. **49**, 1903, 112—144.

e) Nekrologe.

Antoni **Baranowski** (1835—1902). [85

Wiadomości matem. 7, 1903, 108—109. (S. D.)

Nikolaus **Bugajeff** (1837—1903). [86

L'enseignement mathém. 5, 1903, 295.

Manuel Maria **Contreras** (1833—1902). [87

Mexico, Soc. Alzate, Revista 1902, 44—46 [mit Portrat]. (J. de Mendizabal-Tamborrel.)

Alfred **Cornu** (1841—1902). [88

México, Soc. Alzate, Revista 1902, 27—28 [mit Portrat]. (Abdruck aus dem „Bulletin de la société astronomique de France" 1902.)

Luigi **Cremona** (1830—1903). [89

L'enseignement mathém. 5, 1903, 294—295. (H. Fehr.) — Periodico di matem. 1_3, 1903, 53—56 [mit Schriftverzeichnis]. — Supplemento al Periodico di matem. 6, 1903, 113—114. — Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 390—391. — Americ. journ. of mathem. 25 : 1, 1903 [nur Porträt].

Attilio **Crepas** (1880—1903). [90

Periodico di matem. 5_2, 1903, 344.

Maximilian **Curtze** (1837—1903). [91

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 357—368 [mit Porträt]. (M. Cantor.) — Altpreußische Monatsschrift 1903. (M. Jacobi.)

Ernest **Duporcq** (1873?—1903). [92

L'enseignement mathém. 5, 1903, 218. (A. Buhl.)

Hervé **Faye** (1814—1902). [93

Mexico, Soc. Alzate, Revista 1902, 29—31 [mit Porträt]. (Abdruck aus dem „Bulletin de la société astronomique de France" 1902.) — Revue génér. d. sc. 13, 1902, 897—898. (Ch. Nordmann.)

Matteo **Fiorini** (1827—1901). [94

Torino, Accad. d. sc., Atti 36, 1901, 416—418. (N. Jadanza.)

Josiah Willard **Gibbs** (1839—1903). [95

New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 9_2, 1903, 517. — Naturwiss. Rundschau 18, 1903, 322. (A. Cohn.)

Walther **Gröbli** (1852—1903). [96

Schweizerische Bauzeitung 42, 1903, 2 S. (F. Rudio.)

William **Harkness** (1837—1903). [97

Science 17_2, 1903, 601—604. (A. N. Skinner.)

Ernest **de Jonquières** (1820—1901). [98

Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus 136, 1903, 1021—1031. (E. Guyou.)

Hermann **Klein** (1832—1902). [99

Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 302—304 [mit Porträt]. (R. Heger.)

G. B. **Marangoni** (1865—1903). [100

Periodico di matem. 5_2, 1903, 344.

Peter Sergejewitsch **Nasimoff** (1851—1901). [101

Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 12_2, 1902, 1—6 + Porträt. (A. Wasilieff.)

Johannes **Pernet** (1845—1902). [102

Zürich, Naturf. Ges., Vierteljahrsschr. 47, 1902, 438—439. (F. Rudio.)

Josef **Petzval** (1807—1891). [103

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 324—344. (L. Gegenbauer; Abdruck aus „Zeitschr. des österr. Ingenieur-Vereins" 54, 1902.)

Ernst **Schröder** (1841—1902). [104

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 249—265, 468 [mit Porträt und Schriftverzeichnis]. (J. Lüroth.)

George Gabriel **Stokes** (1819—1903). [105

Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1903; Geschäftl. Mitt. 70—80. (W. Voigt.) — Nature 67, 1903, 337—338. (W. Kelvin).

Peter Guthrie **Tait** (1831—1901). [106

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 185—200 + Porträt. (A. Macfarlane.)

Henry William **Watson** (1827—1903). [107

Nature 67, 1903, 274—275. (G. H. Bryan.)

Heinrich **Wild** (1833—1902). [108

Zürich, Naturf. Ges., Vierteljahrsschr. 47, 1902, 443—451. (F. Rudio.)

f) Aktuelle Fragen.

Eneström, G., Über zweckmäßige Abfassung der Titel mathematischer Aufsätze. [109

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 201—204.

Müller, F., Über die Abkürzung der Titel mathematischer Zeitschriften. Mit Erläuterungen und historischen Notizen. [110

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 426—444.

Alasia, C., Saggio terminologico-bibliografico sulla recente geometria del triangolo (1902). [Rezension :] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 6, 1903, 82. (G. L.) [111

Forsyth, A. R., Report of the British association committee on teaching of mathematics. [112

British association, Report 72 (Belfast 1902), 1903, 473—480. — The mathem. gazette 2, 1903, 197—201.

Congresso internazionale di scienze storiche [1903]. [113

Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 6, 1903, 92—94.

Wissenschaftliche Chronik.

Ernennungen.

— Privatdozent C. H. Anding in Cambridge (Mass.) zum Professor der Mathematik an der Universität von Kansas in Lawrence.

— Professor Mathias Cantor in Straßburg zum Professor der Physik an der Universität in Würzburg.

— Privatdozent C. C. Engberg in Lincoln zum Professor der Mathematik an der Universität von Nebraska daselbst.

— W. E. Franklin zum Professor der Physik an der „Lehigh university" in South Bethlehem.

— Professor N. E. Gilbert zum Professor der Physik am „Dartmouth college" in Hanover (New Hampshire).

— Professor J. Harkness in Bryn Mawr zum Professor der Mathematik am „Mc Gill university" in Montreal (Canada).

— Privatdozent J. I. Hutchinson in Ithaca zum Professor der Mathematik an der „Cornell university" daselbst.

— Privatdozent A. Korn in München zum Professor der Physik an der Universität daselbst.

— Privatdozent E. Lindelöf in Helsingfors zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Privatdozent E. Nätsch in Dresden zum Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule daselbst.

— Privatdozent G. Rost in Würzburg zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Professor O. Sintzoff in Ekaterinoslaw zum Professor der Mathematik an der Universität in Charkoff.

— Privatdozent V. Snyder in Ithaca zum Professor der Mathematik an der „Cornell university" daselbst.

— G. W. Stewart zum Professor der Physik an der Universität von North Dakota.

— Privatdozent H. M. Tory in Montreal (Canada) zum Professor der Mathematik an der „Mc Gill university" daselbst.

— Privatdozent E. von Weber in München zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

Todesfälle.

— Nikolaus Bugajeff, Professor der Mathematik an der Universität in Moskau, geboren in Duschet (Gouv. Tiflis) den 2. September (a. St.) 1837, gestorben in Moskau den 29. Mai (a. St.) 1903.

— Ainslie Common, Astronom in London, gestorben in London den 2. Juni 1903, 61 Jahre alt.

— Friedrich Deichmüller, Professor der Astronomie an der Universität in Bonn, geboren in Stadtilm (Schwarzburg-Rudolstadt) den 25. Februar 1855, gestorben in Bonn im Mai 1903.

— Leopold Gegenbauer, Professor der Mathematik an der Universität in Wien, geboren in Asperhofen (Nied.-Österreich) den 2. Februar 1849, gestorben in Wien den 3. Juni 1903.

— Meyer Hamburger, Dozent der Mathematik an der technischen Hochschule in Berlin, geboren in Posen den 5. April 1838, gestorben in Berlin den 9. Juni 1903.

— Filippo Keller, Professor der Physik an der Universität in Rom, geboren in Nürnberg den 27. Januar 1830, gestorben 1903.

— Oskar Röthig, Professor an der Friedrich Werder'schen Oberrealschule in Berlin, geboren in Berlin den 31. Oktober 1834, gestorben daselbst den 14. Juni 1903.

— Hermann Scheffler, Oberbaurat in Braunschweig, produktiver Verfasser auf dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik, geboren in Braunschweig den 10. Oktober 1820, gestorben daselbst den 13. August 1903

— Wojciech Urbański, früher Direktor der Universitätsbibliothek in Lemberg, geboren in Chodorów (Galizien) den 28. März 1820, gestorben in Lemberg den 26. Juni 1903.

— Stanislav Vecchi, Professor der darstellenden Geometrie an der Universität in Parma, geboren in Parma den 10. Juli 1843, gestorben daselbst den 23. Mai 1903.

— Eduard Weyr, Professor der Mathematik an der tschechischen Technischen Hochschule in Prag, geboren in Prag den 21. Juli 1852, gestorben in Zabor den 23. Juli 1903.

Mathematisch-historische Arbeiten in Vorbereitung.

— Herr J. Drach in Poitiers bereitet eine „Histoire des sciences mathématiques en France au 19e siècle“ vor, die etwa 20 Druckbogen betragen und in den Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften erscheinen wird.

Mathematisch-historische Vorlesungen.

— At the Columbia university (New York) Professor D. E. Smith will deliver during the academic year 1903—1904 a course (two lectures each week) on the history of mathematics.

— At the universitiy of Chicago Mr. S. Epsteen has delivered during the summer session 1903 a course (two lectures each week) on the history of mathematics.

— At the Stanford university Professor G. A. Miller will deliver during the first semester of the academic year 1903—1904 a course (two lectures each week) on the history of mathematics.

Gekrönte Preisschriften.

— *Jablonowskische Gesellschaft in Leipzig.* Herr Ernst Neumann in Breslau hat für die Bearbeitung der Preisaufgabe: „Die in der Abhandlung von Poincaré *La méthode de Neumann et le problème de Dirichlet* (Acta Mathem. 20, 1896) enthaltenen Untersuchungen sollen nach irgend welcher Seite hin wesentlich vervollkommnet werden“ den Preis bekommen.

Preisfragen gelehrter Gesellschaften.

— *Académie de Belgique à Bruxelles.* Concours de l'année 1904. On demande une contribution à l'étude algébrique et géométrique des formes n-linéaires, n étant plus grand que 3.

— *Accademia Pontaniana di Napoli.* Tema del concorso per l'anno 1904. Importante contributo alla teoria intrinseca generale delle curve piane.

Vermischtes.

— Auf der 47. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Halle a. S., Oktober 1903, wird Herr Felix Müller einen Vortrag über die Frage: „Welche Bedeutung hat für den Lehrer der Mathematik die Kenntnis der Geschichte, Literatur und Terminologie seiner Wissenschaft?“ halten.

Über den griechischen Mathematiker Dionysodoros.

Von Wilhelm Schmidt in Helmstedt.

Außer den berühmten Problemen der Quadratur des Kreises, der Dreiteilung des Winkels und der Verdoppelung des Würfels scheint die Alten in nicht geringem Maße auch die Aufgabe interessiert zu haben, wie man eine Kugel in zwei Segmente zerlege, die zueinander im gegebenen Verhältnisse stehen. Soweit wir es verfolgen können, ist sie zuerst von Archimedes (*De sphaera et cylindro* II, 4 ed. Heiberg) gestellt und, freilich mit Auslassung der Analysis, gelöst. Nach Eutokios (Archim. *Op.* III, 154, 2; 178, 20) sollen aber schon Diokles und Dionysodor die Analysis des Archimedes, der sich an des Menechmos (Archim. *Op.* III, 94) Lösung von dem Delischen Probleme angeschlossen zu haben scheint, nicht in ihren Ausgaben vorgefunden und deshalb selbständig neu bearbeitet haben. Eutokios gibt beide Lösungen, die des Dionysodor, welcher wie Archimedes den Schnitt einer Parabel und Hyperbel verwendet und dieselbe kubische Gleichung löst, und die des Diokles.

Man hat wohl geglaubt, auf die Lösung der erwähnten Aufgabe durch Dionysodor beziehe sich auch die Notiz Vitruvs IX, 8, 1 (S. 234[2], 3 ed. Rose): Dionysodorus conum reliquit. Es handelt sich bei Vitruv um die verschiedenen Arten der Sonnenuhren, die er nebst ihren Erfindern nur kurz nennen will, ohne sie näher zu beschreiben. Außer solchen auf geraden Platten werden auch Sonnenuhren mit halbkugel-, beil-, kegel-, köcherförmiger Vertiefung, ja mit spinngewebeartiger konischer (conarachne) genannt. Hohle Sonnenuhren, z. B. hemisphärische, kennt ja auch die moderne Zeit. Eine Beziehung der Notiz des Vitruv zu der obigen Aufgabe wäre nur dann möglich, wenn eben Kegelschnitte dazu gedient hätten, um für die vertiefte Sonnenuhr ein bestimmtes Kugelsegment abzuschneiden. Aber das kann der Ausdruck: 'conum reliquit' weder sprachlich noch überhaupt nach dem Zusammenhange bedeuten. Jedenfalls war die Sonnenuhr des Dionysodor nicht sphärisch, sondern konisch.

Schließlich wird in HERONS *Metrika* II, 13 eine Schrift „Über den Wulst“ (die Speira, *Περὶ τῆς σπείρας*) einem DIONYSODOR zugeschrieben und folgendes daraus angeführt: „Es ist aber von DIONYSODOR in dem Buche, welches betitelt ist „Über den Torus“, gezeigt worden, daß das Verhältnis, welches der Kreis $B\Gamma\Delta E$ (Fig. 1) zur Hälfte des Parallelogramms $\Delta EH\Theta$ hat, auch der von dem Kreise $B\Gamma\Delta E$ erzeugte Torus zu dem Cylinder hat, dessen Achse $H\Theta$, dessen Grundflächenradius $E\Theta$ ist“. Die nicht gerade eindringende Weisheit wird dann zu einer höchst umständlichen Inhaltsberechnung der als Unterlagen von Säulen verwendeten Speiren benutzt und auch durch ein Zahlenbeispiel veranschaulicht ($r = Z\Gamma = 6$ Einheiten; $R = AZ = A\Gamma + Z\Gamma = 8 + 6 = 14$; Höhe des Cylinders $= 2r$; die Länge des als Zylinder betrachteten Torus (gedacht als Höhe dieses Zylinders) $= 2\,R\,\pi$), nach der Formel:

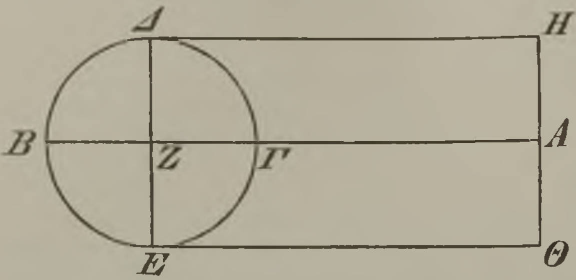


Fig. 1.

$$1)\quad V(\text{Speira}) = \frac{r^2\pi \,.\, R^2\pi \,.\, 2r}{R \,.\, 2r/2},$$

dann nach der einfacheren:

$$2)\quad V(\text{Speira}) = r^2\pi \,.\, 2\,R\pi\,.$$

Da die erste Formel gegenüber der zweiten, ohne ausgleichenden anderweitigen Vorteil, eine kaum zulässige Weitläufigkeit aufweist, so versteht man ihren Zweck nicht recht.

Dies ist in der Hauptsache alles, was uns die antiken Schriftsteller an mathematischen Kenntnissen von einem DIONYSODOR berichten. Leider steht an den erwähnten Stellen niemals eine nähere Bezeichnung dabei, weder der Name des Vaters noch der Heimat. Danach müßte wohl ein damals allbekannter Mann gemeint sein.

Sehen wir jetzt die literarisch erwähnten DIONYSODORE[1]) ein wenig an.

Da ist zunächst DIONYSODOR aus Melos. STRABO XII, 3, 16 S. 770, 1—5 nennt ihn Geometer (*τῷ Μηλίῳ γεωμέτρῃ*), PLIN. XII 248 (Kap. 109) sagt: Melius hic fuit; geometriae scientia nobilis, und erzählt dann

1) Vergl. CANTOR, *Gesch. d. Mathem.* I², 383; ZEUTHEN, *Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertume,* S. 250; SUSEMIHL, *Griech. Litteratur d. Alexandr.* I, 728, 762, 763; TANNERY in einer kleinen Bemerkung zu CANTOR, Biblioth. mathem. 1_3, 1900, S. 267; LORIA, *Le scienze esatte nell' antica Grecia,* IV, Modena 1900, S. 64; F. HULTSCH, zwei Artikel über DIONYSODOROS bei PAULY-WISSOWA, *Realencyclopädie*, Bd. V (ihre Aushängebogen standen mir durch die Güte des Verfassers zur Verfügung).

die amüsante Anekdote von dem nach seinem Tode auf seinem Grabe gefundenen, d. h., wie HULTSCH meint, von einem guten Freunde auf Verabredung daselbst niedergelegten Briefe, in dem DIONYSODOR seinen hinterlassenen (weiblichen) Erben weisgemacht habe, er habe bis zu seinem Grabe im Mittelpunkte der Erde 42 000 Stadien zurückgelegt. Da er nun den Erdumfang mit ERATOSTHENES zu 252 000 Stadien annahm, so hat er (worauf HULTSCH aufmerksam macht) π zu 3 gerechnet. Das flößt uns nicht gerade Achtung vor seinen mathematischen Kenntnissen ein, obwohl neuerdings noch aus dem 3. Jahrh. nach Chr. ein Beispiel, wo $\pi =$ rund 3 gerechnet wird, in den *Oxyrrhynchos Papyri III*, 1903, London, S. 143 von GRENFELL und HUNT ans Licht gezogen ist.

Weiter kennen wir aus STRABO a. a. O. einen DIONYSODOR aus der Landschaft Amisene in Pontus (mit der Hauptstadt Amisos, südlich vom Schwarzen Meere). STRABO rechnet ihn unter die hinsichtlich ihrer mathematischen Bildung denkwürdigen Männer jener Landschaft (*ἄνδρες ἄξιοι μνήμης κατὰ παιδείαν ἐνταῦθα μαθηματικοί*). Diesem DIONYSODOR pflegte man bisher die Lösung der ARCHIMEDischen Aufgabe auf analytischem Wege zuzuschreiben, so CANTOR, so LORIA und HULTSCH.

Aber neuerdings ist dem Amisener noch ein Konkurrent erstanden in DIONYSODOR aus Kaunos im südlichen Karien (unweit Perge), einem Zeitgenossen eines EUDEMOS. Hiermit kann, da DIONYSODOR mindestens nach dem Erscheinen der ARCHIMEDischen Schrift *De sphaera et cylindro* tätig gewesen sein muß, nur EUDEMOS von Pergamon, der Freund des APOLLONIOS von Perge, gemeint sein, dem dieser die drei ersten Bücher seiner Kegelschnitte widmete. Der Kaunier wird in einem von CRÖNERT aus der Herkulanensischen Rolle No. 1044 veröffentlichten Fragmente[1]) als Lehrer des auch von APOLLONIOS geschätzten, später (etwa um 175—150) am Seleukidenhofe tätigen PHILONIDES folgendermaßen erwähnt: „PHILONIDES[2]) hörte zuerst EUDEMOS, darauf aber DIONYSODOR, den Sohn des DIONYSODOR, aus Kaunos“. APOLLONIOS hatte den PHILONIDES nach APOLLONIOS *Conic. II prooem.*[3]) dem EUDEMOS selber empfohlen; denn er schreibt ihm: „Wenn der Geometer PHILONIDES, den ich Dir in Ephesos vorgestellt habe, in die Gegend von Pergamon kommen sollte, so teile

1) Frgm. 25 bei CRÖNERT, *Der Epikureer PHILONIDES* in den Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1900, S. 952: *Φιλωνίδης ἤκουσε μὲν Εὐδήμου πρῶτον, μετὰ δὲ ταῦτα Διονυ⟨σο⟩δώρου τοῦ Διον⟨υσοδώρ⟩ου Καυνίο⟨υ⟩.*

2) PHILONIDES scheint aus Laodicea zu stammen. Vgl. U. KÖHLER, *Ein Nachtrag zum Lebenslauf des Epikureers PHILONIDES;* Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1900, S. 999 (ist mir leider nicht zur Hand).

3) *Φιλωνίδης ὁ γεωμέτρης, ὃν καὶ συνέστησά σοι ἐν Ἐφέσῳ, ἐάν ποτε ἐπιβάλῃ εἰς τοὺς κατὰ Πέργαμον τόπους, μετάδος αὐτῷ.*

ihm (das 2. Buch der Kegelschnitte) mit". Nach einem anderen Fragmente[1]) hatte PHILONIDES Vorlesungen des DIONYSODOR, den er um 180 vor Chr. gehört haben mag, nachgeschrieben und bekannt gemacht.

Wenn wir nun sehen, daß ein Schützling des genialen APOLLONIOS von Perge seine Studien zuerst bei EUDEMOS[2]) macht, dann bei DIONYSODOR fortsetzt, so ist die Vermutung nicht von der Hand zu weisen, daß durch Vermittlung ihres gemeinsamen Schülers oder Freundes, zumal bei der Nähe ihrer Wohnsitze Kaunos und Perge, auch ein wissenschaftlicher Verkehr zwischen DIONYSODOR und APOLLONIOS sich angebahnt haben wird. Auf alle Fälle hat ja DIONYSODOR, wie sich aus mehrfachen Zitaten ergibt, die Kegelschnitte des APOLLONIOS studiert, und er mag daraus die Anregung zu seiner eigenen analytischen Lösung der ARCHIMEDischen Aufgabe, die wohl damals die gelehrte Welt in Erregung versetzt haben wird, empfangen haben, mag nun wirklich zur Zeit des DIONYSODOR die Analysis des ARCHIMEDES verschollen gewesen sein (was wir aus chronologischen Gründen für wenig wahrscheinlich halten) oder mag die dahingehende Notiz auf bloßer Kombination des EUTOKIOS beruhren. Auch ZEUTHEN a. a. O., S. 247, zieht des letzteren Angabe in Zweifel, indem er meint, „das von EUTOKIOS gefundene Manuskript könne (unter Umständen) ein Bruchstück von einer selbständigen Behandlung trinomischer Gleichungen sein". Hatte aber auch DIONYSODOR die ARCHIMEDische Lösung vor sich, so hat seine eigene, sich ebenfalls mit MENECHMOS berührende Lösung gleichwohl selbständige Bedeutung. Also dieser DIONYSODOR aus Kaunos, nicht der aus der Amisenischen Landschaft ist nach unserer Auffassung der Fortsetzer ARCHIMEDischer Forschung.

Sollte die Schrift „Über den Wulst" lauter solche banale Dinge, wie das Fragment es zeigt, enthalten haben, so würden wir Bedenken tragen, es einem so bedeutenden Manne, wie es der Kaunier gewesen zu sein scheint, zuzuweisen. Aber es könnte diese Schrift ja Stellung zu den spirischen Schnitten genommen und das Fragment in einem anderen Zusammenhange

---

1) Fragm. 7, S. 945, bei CRÖNERT (vgl. H. USENER, Rh. Mus. 1901, S. 147): *Ἐν μέντοι βυβλίοις ὑπομνήματα φέρει δύ' ἀρχαῖα . . τῶν παρ' Ἀρτέμωνι ἀπὸ τοῦ πρὸς τὸ πρῶτον μέχρι πρὸς τὸ τρίτ⟨ον⟩ καὶ⟨τρια⟩κοστὸν ἐκλ⟨εκ⟩τῶν ⟨ὁμε⟩ιλιῶν καὶ σχ⟨ολ⟩ῶν τῶν ⟨π⟩αρὰ Διονυσ⟨οδ⟩ώρῳ* „Doch gibt er heraus (eig. bringt) unter den Büchern zwei alte Kommentare (Kolleghefte) der ausgewählten, bei ARTEMON über das 1. bis 33. (Buch EPIKURS „Über die Natur" gehaltenen) Vorträge und der Vorlesungen bei DIONYSODOR." Aus Fragm. 32, S. 954, geht noch hervor, daß dieser Mathematiker DIONYSODOR den Epikureern zugetan war, obwohl sich diese sonst gegen die Mathematik ablehnend verhielten. Vgl. USENER, a. a. O. S. 146.

2) EUDEMOS von Pergamon scheint um 180 vor Chr. gestorben zu sein. Das Todesjahr des APOLLONIOS von Perge setzt CRÖNERT um 170 an.

gestanden haben. Daß über spirische Schnitte ein wissenschaftlicher Freund des Apollonios Selbständiges und Wichtiges zu sagen gewußt hat, wird jedermann zugeben. Dies ist freilich, da die spirischen Schnitte nach ausdrücklicher Angabe des Proklos (im Anschluß an Geminos?) von Perseus erfunden sind, an die Voraussetzung geknüpft, daß auch Perseus schon um 200 vor Chr. geblüht hat.

Über ein bibliographisches Repertorium der handschriftlichen mathematischen Literatur des Mittelalters.

Von Axel Anthon Björnbo in Köbenhavn.

Mit vollem Recht haben die Pfleger der Geschichte der Mathematik dem Studium des Mittelalters verhältnismäßig wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Im Vergleich mit der griechischen und der neueren Mathematik bietet die des Mittelalters in der Tat sehr wenig Interessantes dar. Von einer Entwickelung in dieser Epoche ist kaum zu reden; bedeutende mathematische Fortschritte wird man hier vergebens suchen. Durch schlechte Übersetzung und wiederholtes Kommentieren verunstaltete Überreste der griechischen und arabischen Mathematik bilden den Hauptbestandteil der mittelalterlichen Überlieferung; und was die im Mittelalter neu hinzugekommenen Werke betrifft, schrieb mir kurz vor seinem Tode Curtze sehr bezeichnend, daß man beim Studium eines solchen niemals fragen soll: „was hat der Verfasser selbst geleistet?“ sondern immer: „aus welchen griechischen oder arabischen Büchern hat er sein Werk kompiliert?“ Mehr und mehr habe ich deswegen die Überzeugung gewonnen, daß man die Mathematik des Mittelalters nicht so sehr um ihrer selbst willen zu studieren habe, sondern weil wir einerseits in ihr viele Überreste aus älteren Zeiten besitzen, die sonst verloren gegangen sind, andererseits nur durch genaue Kenntnis der mittelalterlichen Überlieferung die auf sie fußenden Neubildungen der Renaissance analysieren können. So z. B. ist Al-Narizis Kommentar, welcher wenigstens teilweise nur in lateinischer Übersetzung existiert, eine Hauptquelle für die Kenntnis der griechischen Mathematik, während Regiomontans *De triangulis* und mehrere andere Werke derselben Zeit nur durch Vergleich mit den mittelalterlichen lateinischen Übersetzungen von Gebers Astronomie, Theodosios' und Menelaos' Sphärik richtig beurteilt werden können. Ptolemaios' Optik und Planisphärium, welche nur in lateinischen Übersetzungen erhalten sind, sind auf der einen Seite Hauptquellen für unsere Kenntnis der griechischen Optik und Astronomie, auf der anderen Seite unentbehrlich, um die optischen und astronomischen Arbeiten der Renaissance zu verstehen.

Das hier Gesagte ist nichts Neues; jeder Kenner der Geschichte der exakten Wissenschaften wird es einfach Trivialitäten nennen. Ich habe aber diese allgemeinen Bemerkungen vorausschicken müssen, um aus ihnen den Schluß zu ziehen, daß, während es beim Studium der Mathematik des Altertums und der neueren Zeit in erster Reihe darauf ankommt, aus jedem Buche die Quintessenz heraus zu ziehen, um die mathematischen Entdeckungen feststellen und analysieren zu können, es bei den meisten der zu der mittelalterlichen Überlieferung gehörenden Texte nicht so sehr darauf ankommt, den hauptsächlichen Inhalt zu bestimmen, sondern vielmehr gilt, entweder den Umfang des Urtextes zu rekonstruieren oder die Gestalt genau zu präzisieren, in welcher der Text auf die Mathematiker der Renaissance kam — oder aber es gilt sowohl das eine als das andere.

Deswegen sind gereinigte textkritische Ausgaben eine „conditio sine qua non“; jedoch ist es in vielen Fällen — wenn die Urtexte *nicht* verloren sind — viel wichtiger, an den überarbeiteten und kommentierten Texten in ihren verdorbenen Formen festzuhalten. Weil es somit öfters nicht nur um die Textreinigung zu tun, sondern ein zweifaches Ziel zu erreichen ist, so wird die Textbehandlung umständlicher als sonst. Es genügt z. B. nicht das Planisphärium des Ptolemaios von Maslems Kommentar und von Übersetzungsfehlern u. dgl. zu befreien; wir müssen auch das Werk genau in der Gestalt kennen, in welcher es von den jüngeren Mathematikern benutzt wurde.

Wer mir bis auf diesen Punkt Recht gibt, der wird auch noch der Behauptung beistimmen, daß wir in der Behandlung der mittelalterlichen mathematischen Überlieferung auf einem Irrwege sind, wenn wir diese Überlieferung hauptsächlich um des Mittelalters selbst willen untersucht haben, und daß man viele Texte zu leichtsinnig herausgegeben hat, ohne erst die notwendigen Vorarbeiten erledigt zu haben. Ich sage nicht zu viel, wenn ich behaupte, daß es oftmals ein reiner Zufall ist, ob die modernen Ausgaben der mittelalterlichen lateinischen Texte gut und brauchbar geraten sind oder nicht.

Curtzes Ausgabe vom *Liber trium fratrum* z. B. ist schlecht, weil er nur schlechte Handschriften verwendet und die guten nicht verglichen hat, seine Anaritiusausgabe ist nur leidlich, weil er mit den Herausgebern des arabischen Urtextes nicht zusammengearbeitet hat, und weil sich später herausstellte, daß eine bessere Handschrift als die einzige von ihm benutzte existiert, seine Ausgabe von Savasordas *Liber embadorum* ist gut, wäre aber, wie er selbst zugegeben hat, entschieden besser geworden durch Heranziehung einer Florentinerhandschrift, die er später als die beste aller vorliegenden Savasordahandschriften erkannt hat.[1]) Govis Ausgabe von Ptolemaios' Optik ist ganz unbrauchbar, weil er nur eine einzige Handschrift benutzte, die er außerdem nicht lesen konnte. Heibergs Ausgabe der lateinischen Übersetzung von Archimedes' Kreismessung ist allem Anschein nach gut; es ist aber dies ein reiner Zufall, denn Curtzes Ausgabe von Ahmed ben Jusufs *De arcubus similibus*, die derselben Handschrift entnommen ist, ist ganz mißglückt, weil in anderen Handschriften die echte Redaktion vorliegt, während der von Curtze herausgegebene Text eine jüngere Bearbeitung ist. Sehr gut ist dagegen Tannerys Ausgabe von Robertus Anglicus' *Tractatus quadrantis*; sie beruht aber auf einer ziemlich umfangreichen Untersuchung und Vergleichung vieler Handschriften. — Unsere „modernen“ Ausgaben sind also noch denselben Zufälligkeiten unterworfen wie die des 16. Jahrhunderts. Gibt der Zufall dem Herausgeber eine gute Handschrift in die Hand, so wird die Ausgabe leidlich gut, wie es z. B. dem Peter Apian mit seiner Ausgabe von Gebers Astronomie (1534) erging — wenn nicht, so wird die Ausgabe eben so schlecht wie z. B. die von Albattanis Astronomie (Nürnberg 1537).

Daß das Studium der mittelalterlichen mathematischen Überlieferung bisher noch nicht ernstlich genug in Angriff genommen wurde — man hat allerdings vorläufig auch Wichtigeres zu tun gehabt — ist nicht zu leugnen. Wir sind deshalb gezwungen, die Grundlage zu schaffen, welche allein eine genügende und erschöpfende Textbehandlung gewähren kann. Das Schlimme dabei ist aber, daß in dieser Beziehung ein wahrer Notstand herrscht, indem die Überlieferungen der mittelalterlichen Mathematik in einem Chaos liegen. Nur ganz einzelne der vielen hier in Frage kommenden Sammlungen lateinischer Handschriften sind so gut katalogisiert, daß wir ihren Inhalt ziemlich genau feststellen können, und nur wenige lateinische Handschriften mathematischen Inhalts sind von Fachmännern untersucht und beschrieben; und doch sind genaue und detaillierte Handschriftenbeschreibungen durchaus notwendig, weil in zahlreichen Fällen die Texte mit keinen oder gar mit falschen Autorennamen und Titeln versehen sind und öfters in mehreren voneinander stark abweichenden Redaktionen vorliegen. Von Euklid-Jordanus' *De ponderibus* z. B. kann ich 6 oder 7 wesentlich verschiedene Redaktionen konstatieren, und zwar alle mit demselben Anfang.

Nach vergeblichen Versuchen, mich in dieser Verwirrung zurecht zu

---

1) Vgl. unten p. 332.

finden, ist es mir klar geworden, daß es nur eine einzige Methode gibt die notwendige Ordnung herbeizuschaffen, und zwar folgende: Die Texte müssen ohne Rücksicht auf Über- und Unterschriften nach ihren Anfangsworten alphabetisch zusammengestellt werden. Ferner müssen Texte mit demselben Anfang und verschiedenen Schlußworten auseinander gehalten werden. Die auf diese Weise bestimmten Texte und verschiedenen Textredaktionen müssen dann mittels des Inhaltes und durch Zusammenstellung sämtlicher Datierungen, Über- und Unterschriften näher bestimmt werden.

Mit Hilfe der bekannten Codd. Paris. 9335 und Dresd. Db. 86, ca. 50 anderer Handschriften, die ich in Italien untersucht habe, und der gut katalogisierten Handschriften in Erfurt und Oxford habe ich mir auf diese Weise einen alphabetischen Zettelkatalog über ca. 400 verschiedene Texte (oder Textredaktionen) mathematischen, astronomischen oder astrologischen Inhalts verschafft. In dieses System gilt es nun nach und nach die Texte anderer Handschriften ähnlichen Inhalts einzufügen. Ob es auf diese Weise gelingen wird, einmal eine *Bibliotheca mathematica latina mediiaevalis* zu verfertigen, darüber wage ich noch nichts zu versprechen. Es hängt dies von vielen Faktoren ab, derer ich nicht Herr bin.

Als Probe lasse ich ein paar Artikel folgen, die schon zur Veröffentlichung reif sind.

1.

Declarare *volo qualiter faciam . . . et aequedistat arcui bg.*

Titel: *Liber Milei* (varr. *Millei*, *Mileij*, *Milleii*, *Myleii*, *Myllaei*) *de figuris spericis* (varr. *de speris*, *de arcubus*, *de spericis*, *de sphaeralibus figuris*).

3 Bücher (ohne Vorrede) mit bezw. 44 à 46, 8 u. 15 Propp.

d. i. ***Menelaos'*** Sphärik (σφαιρικά) I—III in lat. Übersetzung aus dem Arab. durch ***Gherardo Cremonese*** († 1187). Einzige lat. Übersetzung vor der des Maurolycus (1558). Der Übersetzer wird nicht genannt, in den Verzeichnissen über die Übersetzungen Gherardos steht aber: *liber Milei tractatus III.*

Mss: A (ohne Kommentar) Par. 9335** [1]), XIV, 32^v—54^v; Arsen. 1035,** XIV—XV, 81^r—104^r; Reg. 1268,** XIV, 212^r—238^r; S. Marc. Flor. 213** (= Conv. soppr. J. V. 30), XIV, 34^r—52^v; S. Marc. Flor. 184** (Bibl. Laur.) XV, 47^r—79^v (defekt); Marc. 328** (= Valent. XI. 63), XV, 120^r—157^r; Marc. 329** (= Valent. XI. 5), XV, 219^r—283^r; Vat. 3380,* XVI, 281^r—315^v.

1) * bedeutet, daß die Handschriften von Fachmännern untersucht (oder ** verglichen) sind.

B (mit Kommentar von Campanus am Rande) Palat. 1351,** XIV, 234ʳ—287ᵛ; Vindob. 5277,** XVI, 171ʳ—185ʳ & 361ʳ—378ᵛ.

C (mit Kommentar von Campanus im Texte) Reg. 1261,* XIV, 223ʳ—257ᵛ; Vat. 4571,* XIV, 1ʳ—20ᵛ; Marc. VIII. 32** (= Valent. XI, 90), XIV, 35ʳ—84ᵛ.

D (unsicher, weil nicht genau untersucht) Rheno-Traject. 725, XV, 111—164. — Vgl. auch R. Beer, *Die Handschriftenschätze Spaniens*, Wien 1894, p. 127.

E (Fragmente) Digby 168, XIII—XIV, 119—120: *Excerpta*; Digby 178, XIV—XV, 112—115: *Propositiones additis hic illic demonstrationibus brevibus*; Par. 7406, XIV?, 95—98: I, propp. 1—10.

Unediert. Ausgabe in Vorbereitung. Literatur: Steinschneider, Z. M. P.[1]) **10,** p. 483 ff; Boncompagni, *Platone Tiburtino*, p. 35—36; *Gherardo*, p. 5 & 63—64; Wüstenfeld, p. 60; Leclerc II, p. 410 & 492; Montfaucon I, p. 427; Fabricius, *Bibl. Graec.* IV, p. 24; Björnbo, A. G. M. W. **14,** p. 1—154; B. M. 3_3, p. 65 & 69; 4_3, p. 240 & 244.

Menelaos aus Alexandria ca. 100 n. Chr. Hauptwerk Sphärik. Griech. Urtext verloren; Fragmente in Theons Kommentar zu Ptolemaios VI, cap. 11; Auszüge im Pappos VI, 1—5. — Arab. Übersetzung und Rezension: s. Steinschneider, Z. M. P. **10,** p. 481; Z. D. M. G. **50,** p. 196 ff; B. M. 12_2 (1898), p. 73 ff; Suter, A. G. M. W. **10,** p. 27, 39, 82, 152, 155 & 228; Wenrich, p. 210; Leclerc I, p. 229; Björnbo, A. G. M. W. **14,** p. 14—16. — Hebr. Übersetzung: s. Steinschneider, H. Ü. p. 515—16; Björnbo, A. G. M. W. **14,** p. 16—17. — Lat. Druckausgaben der Sphärik, alle von Gherardos Übersetzung unabhängig: ¹) Maurolycus, Messina 1558. ²) Mersenne, Paris 1644 (Abdruck von ¹), nur die Propositionen). ³) Halley, Oxford 1758. Vgl. Björnbo, A. G. M. W. **14,** p. 19—22.

Anm. ***Propositis** in sphaerae superficie . . . in nostris duobus sphaericorum libellis exponemus,* d. i. Menelaos' *Sphärik* I—III in der Ausgabe von Maurolycus (1558). 3 Bücher mit bezw. 47, 48, 23 Propp. — verkürzt und bearbeitet. Mss: Par. 7251, XVI* (Abschrift oder Druckms.); Erlang. 909, XVI (Abschrift); Bodl. (Kat. 1697) 6556. 9 (Abschrift? verschollen?).

2.

***Oportet** postquam optamus complere . . . maior angulo maiore qui est bag.*

Titel: *Liber Jacob* (var. *Jacobi*) *Alkindi* (var. *Alchindi*) *de aspectibus* od. *de aspectu* od. *de causis diversitatum aspectus et dandis demonstrationibus geometricis super eas.*

1 Buch ohne Satzaufzählung, aber mit Vorrede.

d. i. ***Alkindis*** Optik in lat. Übersetzung aus dem Arab. durch ***Gherardo Cremonese*** († 1187). Einzige lat. Übersetzung. Der Übersetzer wird nicht genannt, in den Verzeichnissen über die Übersetzungen Gherardos steht aber: *Liber Alchindi de aspectibus tractatus I.*

---

[1]) Über die Verkürzungen siehe unten S. 333.

Mss: A (vollständig) Par. 9335,** XIV, 75r—82r; Ambr. T. 100. sup.,* XIV, 1r—18v; Bas. F. II. 33,** XIV, 122—127; Coll. Corp. Chr. 254, XIV & XVI—XVII, 191—199 (enthält nicht, wie Coxe und Wüstenfeld angeben, zwei Werke von Alkindi. Ursache dieses Mißverständnisses ist, daß die Vorrede (197—199) im XVI—XVII Jh. hinter dem Texte (191—196) hinzugefügt wurde); Ambr. P. 21. sup.,* XV, 135r—162r; Harl. (Brit. Mus.) 1, ? , f. 41—53? (enthält nach dem Kataloge *liber Jacobi Alkyndi de aspectibus).*

B (defekter Text: .. *secundum rectitudinem perueniet .... ad ipsam partem, quod sic probatur. Desideratur finis.*) Vat. 2975,* XVI, 216r—231v; Coll. Rom. H. C. 93* (= Bibl. Vitt. Em. Rom. 2548 (Mss. Gesuitic. 419)), XVI, 107r—122v.

C (Fragmente) Digby 168, XIII—XIV, f. 129: *Ex libro Jacob Alchindi de perspectiva.*[1])

Unediert. Ausgabe in Vorbereitung. Literatur: Boncompagni, *Gherardo*, p. 5 & 64—65; Wüstenfeld, p. 62; Leclerc II, 404 & 414; Steinschneider, B. B. 5, p. 436; Suter, A. G. M. W. **10**, p. 26.

Ja'qûb b. Ishâq b. el-Sabbâh el-Kindî, Abû Jûsuf aus Basra lebte in Bagdad, starb ca. 873/74. Er trug den Beinamen „Philosoph der Araber" und schrieb über Philosophie, Mathematik, Astronomie, Medizin und Musik. Ob seine im *Fihrist* angeführte *Abhandlung über die Verschiedenheiten der Bilder* oder der im Cod. Par. arab. 2467 vermutlich aus demselben Werk erhaltene *Auszug aus der Verbesserung der Optik* mit Gherardos lat. Übersetzung identisch ist, ist noch nicht festgestellt. Vgl. Flügel, *Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes* I, 2; Suter, A. G. M. W. **10**, p. 23—26; Z. M. P. **37**, p. 10—15; Steinschneider, B. B. **5**, p. 433—37; B. M. 5_2 (1891), p. 44—45 & 8_2 (1894), p. 100; H. Ü. p. 562 ff.; Leclerc I, p. 160—68; Nagy, Accad. d. Lincei, Rendiconti (sc. storiche) 4_5 (1895), p. 157—70; Loth, *Al-Kindi als Astrolog*, Leipzig 1845.

3.

Qvi omnes mensurandi dividendique ... satis sufficere ad hoc non dubitetur.

Titel: *Liber embadorum a Sauasorda* (var. *Sauasorda Judeo) in hebraico compositus et a Platone Tiburtino in latinum sermonem translatus anno Arabum DX* (eine Handschrift hat *DC*) *mense saphar.* Hinzu fügt die Unterschrift einiger Handschriften: *die XV eiusdem mensis, hora tertia, Sole in XX gradu et XV minuto Leonis, Luna in* etc. vgl. Curtzes Ausgabe.

4 Kapitel (Bücher) mit kurzer Einleitung und Satzaufzählung (s. die Ausgabe).

---

1) Aus Cod. Ambr. D. 451. inf.*, XVI saec. ist Alkindis Optik ausgeschnitten worden (verschollen?).

d. i. ***Abraham bar Chijja*** ha-Nasi (der Fürst): *Chibbur ha-Meschika we-ha-Tischboret* in lat. Übersetzung aus dem Hebr. durch ***Platone Tiburtino*** (tätig ca. 1100—1125). Einzige lat. Übersetzung, nach obiger Angabe am 20. Juni 1116 vollendet.

Mss: A (sichere) Par. 11246,** XIV, 1^r—37^v; Par. 7224,** XVI Abschr. des vorigen); S. Marc. Flor. 207** (= Conv. soppr. J. VI. 36), XII—XIII, 23^r—40^v (nur die ersten $^2/_3$ des Textes); S. Marc. Flor. 184** (Bibl. Laur.), XV, 120^r—164^r (geht fol. 159^r lin. 4 = Ausgabe p. 178, lin. 13 in einen anderen Text über, ist also im Schluß defekt).

B (unsicher, weil nicht genau untersucht) Dubl. (Trinity Coll.) 390, Jahr 1565: *Savassorda Judaeus Liber de areis a Platone Tiburtino latine versus;* eine Handschrift soll Graf Isolani in Bologna besitzen.

Ediert von M. Curtze in Abhandlungen z. Gesch. d. mathem. Wissensch. **12**, Leipzig 1902, p. 10—183 mit deutscher Übersetzung; Auszüge in der Biblioth. Mathem. $\mathbf{1}_3$, 1900, p. 321—337. (Curtze benutzte Par. 11246 & 7224 — S. Marc. Flor. 207 & 184 habe ich mit der Ausgabe verglichen; 207 ergab sich als die beste dieser 4 Handschriften.) Literatur: Steinschneider, Serapeum 1858 (No. 3 & 6); Hebr. Bibliogr. VII, p. 85; Z. M. P. **12**, p. 18; B. M. $\mathbf{10}_2$ (1896), p. 37; Boncompagni, *Platone Tiburtino*, p. 31—39; Wüstenfeld, p. 43—44; Libri II, p. 480—86; Bubnov, *Opera Gerberti* (Berl. 1899), p. 302 ff.; Leclerc II, p. 393—394.

Abraham bar Chijja lebte Ende des XI. und Anfang des XII. Jahrhunderts meist zu Barcelona. Sein Ehrentitel „Sahib al Schorta“ (Oberst der Leibwache) wurde in „Savasorda“ verdreht. Wahrscheinlich war er Plato von Tivoli mit der Übersetzung seines Werkes behilflich. Der hebr. Urtext existiert in mehreren Handschriften (s. B. M. $\mathbf{10}_2$ (1896), p. 36). Das von Plato ausgelassene Vorwort und der Epilog sind herausgegeben; vgl. die hebr. Zeitung Hammagid 1858 und Steinschneider *Mischnat ha-Middot* (Berlin 1864) und *Mekize Nir damim* (Berlin 1895). Über Schriften und Leben des Abraham s. auch Steinschneider, Z. M. P. **10**, p. 466 & **12**, p. 1—44 & **16**, p. 370; B. M. 4_2 (1890), p. 41—43; Z. D. M. G. **28**, p. 633; Leclerc II, p. 387—389.

Wie man leicht sehen wird, ist die Abfassung dieser Artikel ganz systematisch. Angegeben wird:

Textanfang . . . Textschluß (event. mit Varianten).

Texttitel (mit Varianten), event. Subskriptionen.

Bücheranzahl, Vorrede, Satzaufzählung.

Feststellung des Textes, event. des lat. Übersetzers.

Lateinische Handschriften (event. in Klassen eingeteilt) und bei jeder Handschrift die betreffende Bibliothek oder Sammlung, wenn möglich Zeit (Jahrhundert) und Platz des Textes (fol. — fol.). In Klammern nähere Aufschlüsse über die betreffende Handschrift, wenn solche notwendig sind. Wenn die Handschrift unsicher ist, dann Texttitel nach dem betreffenden Katalog.

Ausgaben und Literaturstellen, wo der im Artikel behandelte Text (oder Übersetzung), die **lat.** Handschriften und Ausgaben desselben genannt werden — ausgenommen sind jedoch die betreffenden Handschriftenkataloge.

Notwendigste Aufschlüsse über Verfasser und Textgeschichte mit den wichtigsten Literaturstellen.

Besondere Anmerkungen und Verweise auf andere Artikel.

Zu beachten sind folgende Verkürzungen.

B. M. = Bibliotheca Mathematica.

Z. M. P. = Zeitschrift für Mathematik und Physik [mit Supplement].

A. G. M. W. = Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften.

B. B. = Bullettino des Fürsten B. Boncompagni.

Z. D. M. G. = Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft.

H. Ü. = Steinschneider: *Die Hebräischen Übersetzungen des Mittelalters.*

Kat. 1697 = *Catalogus Mss. Angliae et Hyberniae*, Oxoniae 1697.

Boncompagni, *Gherardo* = *Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese.*

Boncompagni, *Platone Tiburtino* = *Delle versioni fatte da Platone Tiburtino.*

Leclerc = *Histoire de la médecine arabe.*

Libri = *Histoire des sciences mathématiques en Italie.*

Montfaucon = *Bibliotheca Bibliothecarum mss. nova.*

Wenrich = *De auct. Graec. verss. Syriac. Arab.*

Wüstenfeld = *Die Übersetzungen arabischer Werke in das Lateinische* (in Abh. d. Gesellsch. d. Wissensch. zu Göttingen 22).

Sul matematico cremonese Leonardo Mainardi.

Di Antonio Favaro a Padova.

Nella seconda edizione del *Catalogo di manoscritti ora posseduti da D. Baldassarre Boncompagni* Enrico Narducci, che lo compilò e che era assai competente in materia di paleografia, attribuisce l'esemplare del trattato „Artis metrice pratice seu mensurative“ di Leonardo Mainardi da Cremona contenuto nel codice 302 (253) al secolo XIV, e ripetutamente lo afferma nella descrizione di esso: singolare però ch'egli non abbia avvertito come sul dorso del manoscritto una indicazione da lui riportata lo attribuisce, non già a Leonardo, ma a Gherardo Cremonese, e quindi non abbia in qualche modo richiamata la attenzione degli studiosi sopra questa strana differenza tra la esterna e la interna indicazione. Più singolare mi sembra ancora che, descrivendo un altro esemplare del medesimo trattato contenuto nel codice 303 (254) egli riferisca senza alcuna osservazione le tre prime linee del *recto* della car. 1ª di tale manoscritto e nelle quali si legge: „Leonardi Maynardi Astronomi et Physici ac Mathematici opus. Florebat sub anno 1488. Franciscus Arisius in *Cremona litterata*, fol. 347 Tomo p.º“; poichè questa indicazione così positiva discordava tanto essenzialmente dall' apprezzamento da lui fatto intorno all' età del codice poco prima descritto.

Non pretendo di poter risolvere la questione sollevata dal Sig. G. Eneström intorno al tempo nel quale veramente fiorì Leonardo da Cremona, oppure il vero autore del citato trattato, e mi terrò a riportare quanto si legge del Mainardi, oltre che presso l'Arisi, nelle altre fonti di storia letteraria Cremonese meglio accreditate.

1. Vida, M. Hier., *Cremonensium orationes III adversus Papienses in controversia principatus* (Cremonae 1550), car. 50*t.*:
   „Fuit ante Plasium Leonardus Mainardus qui suo tempore non tantum inter nostros, sed etiam inter omnes in iis studiis tenuit principatum.“
2. Cavitelli, *Annales* (Cremonae 1588) car. 222*t.* sub a. 1496: „Leonardus Maynardus excellens Physicus Cremonensis fuit in magna extimatione ob ejus doctrinam.“

2. Corte, Bart., *Notizie istoriche intorno a' medici scrittori milanesi* (In Milano 1718) pag. 284:
„Ad lecturam Mathematicarum. Magister Frater Leonardus de Majnardis de Cremona. Floren. 60. — Hujus Opera, gothico charactere exarata et per Clarissimum Virum Franciscum Arisium, eruditorum Cremonae Principem relata in tom. I *Cremon. literat.* pag. 347 sub an. 1488, apud me autographa servantur, prout etiam ibidem in nube Arisius ipse testatur.“
4. Dalle schede mss. della „Biografia Cremonese“ di Vincenzo Lancetti. VI. lettera M. (Libreria Civica di Cremona. BB. 8 . 2):
   a) Mainardi, Leonardo. Alla pag. 222 degli *Annali* del Cavitelli leggesi: „Leonardus Maynardus excellens Physicus Cremonensis fuit in magna extimatione ob ejus doctrinam.“ Nella seconda Orazione del Vida contro i Pavesi, trovasi quest' altra testimonianza: „Fuit ante Plasium Leonardus Maynardus, qui suo tempore non tantum inter nostros, sed etiam inter omnes in iis studiis (mathematicis) tenuit principium (*sic*). Fu dunque il Mainardi uomo di grido, e come fisico e come matematico, e fiorì verso il 1530 (*sic*). Il nostro diligente Arisi ebbe notizia dal dotto suo amico Lazaro Agostino Cotta di un opuscolo inedito del Mainardi, da esso trovato in Milano (non certamente nell' Ambrosiana, ove non esiste) intitolato: „Leonardi Cremonensis Artis metricae practica compilatio“, della quale questo è il principio.“ Artem metricam, seu mensurativam, occasione quadam prospiciens iam a multis videram expositam diversis regulis et figuris, ut compendiose habentur, deliberavi hac summula praestringere, corrigendo aliqua ab aliis non bene posita, quam quippe tripartior, iuxta triplam mensurae rationem, videlicet longitudinem, latitudinem et corporeitatem. Aggiunge che in margine all' opuscolo erano delineate le convenienti figure. (Aris. T. 1. p. 347).
   b) Mainardi, da Bresciani, lib. delle famiglie nob. [mss. inedito]. 1496. Leonardo med. coll. scrisse de Aegritudine infantium, de febri ethica, de partu mulierum, e lesse filosofia morale in Milano.
   c) Mainardi, Leonardo — Astronomo; aggiungasi: Giulio Salerno Pavese, nella sua terza Orazione contro i Cremonesi, nominando il Mainardi lo dice Ferrarese. Ciò è falso. Il Borsetti, se tal fosse, lo avrebbe compreso nella sua storia del Ginnasio Ferrarese.
   d) Mainardi, fra Leonardo, Cremonese.
   Sua Opera. Vedi Corte, *Medici Milanesi*, p. 284.
   e) Mainardo, Leonardo lodato.
   Vida, *Orat. 1 in Pap.*, pag. 50 tergo, 1ª edizione.

Di qui adunque sembrerebbe potersi conchiudere che le fonti Cremonesi fanno appartenere LEONARDO MAINARDI, perfettamente individuato per il matematico in questione, alla seconda metà del secolo XV: farebbe soltanto eccezione il LANCETTI il quale con evidente errore lo fa fiorire verso il 1530, e diciamo con evidente errore, perchè nessuna delle fonti ch'egli cita lo autorizzava a tale erronea affermazione. Siccome pertanto il citato CAVITELLI menziona ripetutamente sotto l' anno 1530 il famigerato MARAMALDO, vi ha luogo a dubitare che il LANCETTI l'abbia confuso con MAINARDO e si sia perciò indotto alla ingiustificata assegnazione.

Stima tuttavia il Sig. ENESTRÖM che il LEONARDO MAINARDI da Cremona debba assegnarsi al Secolo XIV, fondandosi, oltre che sulla opinione del NARDUCCI basata sull' esame paleografico del manoscritto sopra l'affermazione del VIDA, credendo egli che in essa si legga: „Fuit ante BLASIUM LEONARDUS MAINARDUS" ed aggiungendo che per „BLASIUS" non possa intendersi altri che BIAGIO PELACANI da Parma, morto nel 1416. Però il VIDA scrisse effettivamente „ante PLASIUM", ed il „PLASIUS" quivi menzionato altri non è che BATTISTA PIASIO da Cremona vissuto fra il XV ed il XVI secolo e del quale il BALDI (*Cronica de Matematici, overo epitome dell'istoria delle vite loro.*, Urbino, MDCCVII) scrive: „BATTISTA PIASIO [D. C. 1501], nobile cremonese, filosofo, medico ed astrologo, fu lettore di filosofia e di astrologia nello Studio di Ferrara, chiamatovi dal marchese LEONELLO. Predisse molte cose, le quali riuscirono vere. Scrisse molto, e fra l'altre cose, prese la difesa di GERARDO contra il MONTEREGIO: ma queste fatiche non sono uscite alla luce." Più precisamente ne scrive l' ARISI (*Cremona literata*, T. I, p. 333—334): „In stadio suorum annorum fere nonagenario major cucurrit 1492 Kalend. Februar. sepultus in Ecclesia S. Augustini ad Sacellum Divi Nicolai Tolentinatis".

Di qui adunque, salvo l'affermazione del NARDUCCI, nella quale non è nemmeno da escludersi in via assoluta un errore di stampa, sembrerebbe accertato che LEONARDO MAINARDI da Cremona abbia effettivamente fiorito nella seconda metà del secolo XV.

Qui però potrebbe sorgere un' altra questione, cioè se il LEONARDUS CREMONENSIS, autore del trattato „*Artis metrice practice*" sia proprio il LEONARDO MAINARDI, conforme abbiamo trovato affermato e fu dal CURTZE creduto. Io non sono per il momento in grado di risolvere tale difficoltà, e non intenderei di farlo nemmeno nella presente occasione; voglio però anticipare una notizia che non mi sembra priva di importanza. Il Codice presentemente nella Biblioteca Mediceo-Laurenziana di Firenze, e che era altrevolte nella Biblioteca del Convento di San Marco, pure di Firenze, segnato col n⁰. 212, membranaceo del secolo XV, contiene a car. 133—135 delle scritture geometriche stese negli anni 1404 e 1405 da un „Leonardus de Antoniis de Cremona, ordinis minorum, bacalarius", intorno al quale nessuna notizia ci fu dato di rinvenire appresso gli scrittori di cose Cremonesi. Fosse dunque mai questo Leonardus de Antoniis *de Cremona* il vero autore del trattato attribuito a Leonardus Mainardus *de Cremona?*

Léonard de Vinci et la composition des forces concourantes.

Par P. Duhem à Bordeaux.

En un récent article sur *Les origines de la statique*,[1]) nous avons consacré un chapitre étendu à Léonard de Vinci. A la fin de ce chapitre, nous avons analysé un fragment où Léonard semble avoir entrevu une démonstration satisfaisante de la loi du plan incliné; nous terminions ainsi cette analyse:

„Quel principe dicte à Léonard de Vinci cette affirmation exacte? Il est difficile de le déclarer avec une entière certitude. Toutefois, les lignes que nous venons de citer nous semblent indiquer que la règle à laquelle il est fait appel, d'une manière plus ou moins consciente, est non point la règle du parallélogramme des forces, mais bien cette proposition: le moment d'une résultante de deux forces est égal à la somme des moments des composantes."

„Léonard était-il donc parvenu à la connaissance de cet important théorème? Dans ceux de ses manuscrits qui ont été publiés, nous n'en avons relevé aucune trace autre que celle qui vient d'être relatée. Les manuscrits encore inédits, ceux, en particulier, qui composent le célèbre *Codex Atlanticus*, renferment-ils des passages capables de confirmer cette opinion? Il est permis de l'espérer et, partant de souhaiter la publication de ces précieuses reliques."

Pour confirmer l'opinion que nous émettions dans ce passage, il n'est pas besoin d'attendre la publication de nouveaux manuscrits de Léonard. Cette confirmation est donnée avec une entière évidence par les notes contenues en plusieurs feuillets du manuscrit E[2]) de la bibliothèque de l'Institut, feuillets dont nous n'avions pas, tout d'abord, reconnu l'extrême importance. L'analyse de ces notes va nous montrer qu'avant Stevin et Roberval, Léonard a connu et employé ce théorème:

---

1) P. Duhem, *Les origines de la statique*. Aristote et Archimède. Léonard de Vinci. Jérôme Cardan. L'impossibilité du mouvement perpétuel (Revue des questions scientifiques 43, 1903, 462—516.

2) *Les manuscrits de Léonard de Vinci*, publiés par Ch. Ravaisson-Mollien; Ms. E de la bibliothèque de l'Institut (Paris 1883).

Si l'on considère deux forces concourantes et leur résultante, le moment de la résultante par rapport à un point pris sur l'une des deux composantes est égal au moment de l'autre composante par rapport au même point.

Dans les pensées de Léonard, comme d'ailleurs dans les raisonnements de Stevin, les deux composantes sont les tensions de deux cordes, tensions dont la résultante est égale et directement opposée à un poids que supportent ces deux cordes.

A maintes reprises, il applique le théorème que nous avons énoncé à un poids N suspendu au milieu B d'une corde dont les extrémités A, C sont sur une même horizontale (Fig. 1). Du point A, il abaisse une perpendiculaire AF sur la corde CB ou sur son prolongement, et une autre perpendiculaire AD sur la verticale du point B. Il déclare que la tension de la corde CB et le poids N maintiendraient en équilibre un corps formé des deux bras de levier *potentiels* AF, AD, s'il était susceptible de tourner autour du point A. Voici quelques passages[1]) dont la netteté ne me semble laisser place à aucun doute:

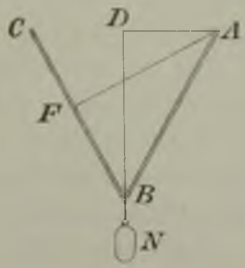


Fig. 1.

„Première: A est le pôle de la balance angulaire AD et AF; et leurs appendices sont DN et FC."

„Seconde: Plus grossit l'angle de la corde qui, au milieu de sa longueur, soutient le poids N (Fig. 2), d'autant plus diminue son levier potentiel et croît le contre-levier potentiel qui soutient le poids." Et Léonard, ayant tracé la figure de telle sorte que AB soit le quadruple de AC, marque 1 le poids N et met sur la corde FD le chiffre 4 qui mesure sa tension.

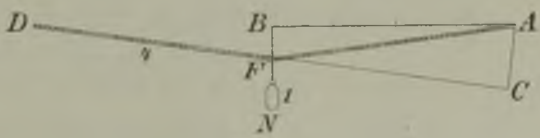


Fig. 2.

Il poursuit en ces termes, nous marquant clairement quelle substitution d'un cas d'équilibre à un autre lui a donné le théorème dont il s'occupe: „Cette figure (Fig. 3) représente la précédente ACB potentielle; mais parce que la réelle pèse et la potentielle non, j'y ajoute le bras MN pour le contre-poids du bras O."

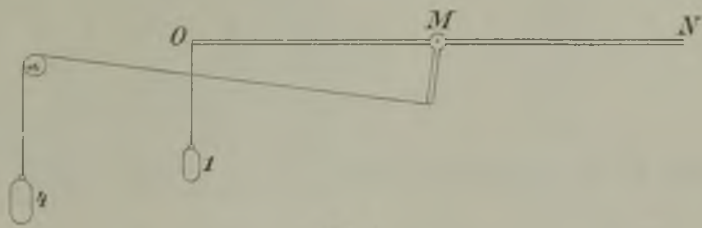


Fig. 3.

1) Ms. E, fol. 65, recto.

Revenant à la Fig. 2, il ajoute; „*AFD* sont les soutiens réels du poids *N* et les lignes *AC* et *AB* sont le levier et le contre-levier potentiel du poids *N*, et les appendices demi-réels *CD* et *BF* sont ceux dont l'un est joint au levier potentiel et l'autre au contre-levier potentiel *AB*."

„Jamais le contre-levier *AB* ne peut avoir de changement, par quelque changement que puisse avoir l'angle fait par la corde réelle *AFD*; et jamais le levier *AC* ne peut avoir une longueur permanente par le changement du susdit angle *AFD*; mais il se fera plus petit d'autant que l'angle *AFD* se fera plus grand."

Si les deux points *A* et *D* restent fixes, ainsi que le poids *N*, la tension de la corde *DF* sera inversement proportionelle au levier potentiel *AC*: „Où le levier potentiel est en être,[1]) la force sera aussi en être. La force sera d'excellence d'autant plus grande que le levier potentiel sera de moindre quantité."

La corde *DFA* ne peut jamais être rectiligne, car le levier potentiel *AC* étant nul, la tension de la corde *DF* serait infinie: „Jamais[2]) la corde ou puissance quelconque, posée dans la situation d'égalité avec ses extrémités opposées, ne se pourra redresser ayant quelque poids au milieu de sa longueur." — „Jamais[3]) le levier potentiel n'est consumé par aucune puissance."

En aucun cas, la tension de chacune des deux cordes n'est la moitié du poids supporté; il faudrait, pour qu'il en fût ainsi, que les deux cordes fussent parallèles, ce qui ne peut être:

„Si le levier *AD* (Fig. 4) était double[4]) de son contre-levier *AB*, alors la corde *DE* sentirait la moitié du poids *F*, et cela ne peut pas arriver si le levier *AD* n'est pas dans la position d'égalité [la position horizontale], chose qui ne peut être si les appendices qui concourent à la suspension du poids *F* ne sont pas équidistants entre eux."

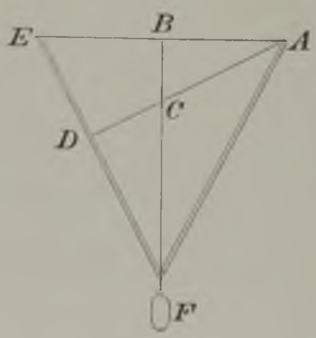


Fig. 4.

Jusqu'ici nous avons vu Léonard appliquer le théorème énoncé à un cas particulier; la verticale, menée par le poids soutenu, était bissectrice de l'angle des deux cordes qui supportent ce poids; mais il en a également fait usage dans le cas général; le passage que nous allons citer[5]) en témoigne.

1) Ms. *E*, fol. 60, verso.
2) Ms. *E*, fol. 60, verso.
3) Ms. *E*, fol. 60, recto.
4) Ms. *E*, fol. 61, verso; cf. fol. 63, recto.
5) Ms. *E*, fol. 63, recto.

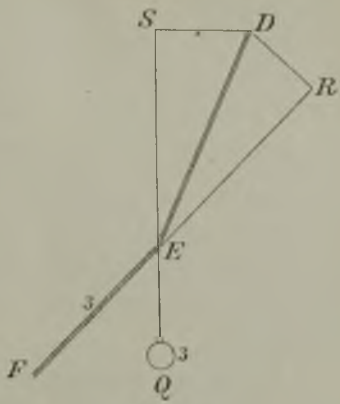


Fig. 5.

Léonard trace deux figures, en chacune desquelles deux cordes, faisant un certain angle, soutiennent un poids dont la verticale n'est nullement bissectrice de cet angle. En l'une de ces figures (Fig. 5), le levier DR de la corde FE et le contre-levier SD du poids Q sont égaux entre eux; aussi Léonard affecte-t-il du même chiffre 3 le poids Q et la tension de la corde FE. En l'autre figure (Fig. 6), le levier AB de la corde FG est triple du contre-levier BC du poids E, et Léonard, évaluant toujours à 3 le poids E, marque 1 sur la corde FG, afin d'en indiquer la tension. Cette seconde figure est accompagnée de ce commentaire: „Il est d'autant plus facile de tendre la corde faite angulaire par le poids qui se soutient au milieu d'elle, que la situation de ses extrémités opposées est moins oblique; donc la corde BGF a moins de fatigue à reprendre la droite extension que la corde précédente DEF, et ceci se manifeste par le levier et le contre-levier de l'une et de l'autre obliquité. En effet, le levier AB sur le pôle B est triple de son contre-levier BC. Donc l'appendice AF demi-réel, avec puissance d'un, peut contre 3 dans l'appendice opposé semi-réel CE; et, dans la précédente, 3 de puissance sont contre 3 de résistance.“

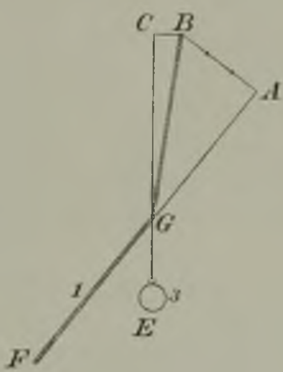


Fig. 6.

Ces diverses citations montrent avec la dernière évidence que Léonard a eu une connaisance très exacte du théorème que nous avons énoncé; or ce théorème entraîne avec lui toutes les règles de composition des forces concourantes.

On peut, comme l'on sait, en déduire ce corollaire: *Par rapport à un point pris sur la direction de la résultante, les deux composantes ont des moments de signes contraires qui ont même valeur absolue.* Léonard a-t-il aperçu ce corollaire? La réponse affirmative à cette question me paraît seule capable d'expliquer un fragment[1]) contenant une figure très explicite (Fig. 7) et un commentaire malheureusement plus obscur. Voici

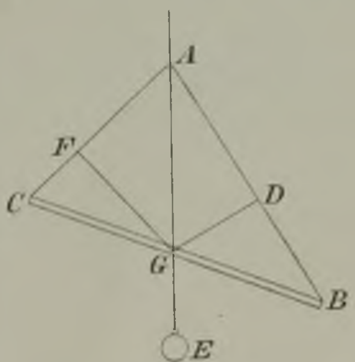


Fig. 7.

1) Ms. E, fol. 67, verso.

ce commentaire: „Si deux cordes d'obliquités différentes et contraires descendent d'un même endroit et se joignent aux extrémités opposées de la poutre située en une obliquité quelconque, toujours le centre de gravité de la poutre se trouve dans la ligne entre-centrique en même temps que le centre des suprêmes hauteurs des cordes qui la suspendent.“

La ligne *entre-centrique* dont parle Léonard est la verticale du point de suspension A; quant aux *suprêmes hauteurs* dont il est ici question, et qui ne peuvent être que les lignes GF, GD de la figure, pourquoi auraient elles été tirées, sinon parce qu'elles sont les leviers potentiels des deux cordes AB, AC?

Les divers fragments que nous venons de citer et de commenter énoncent les idées les plus exactes sur la composition des forces concourantes. Pourquoi faut-il que Léonard, abandonnaut ces idées aussitôt qu'émises, se soit immédiatement rallié à une règle toute différente de la précédente et tout à fait erronée? *En la page même*[1]) où se trouve le fragment que nous venons d'analyser, Léonard écrit: „Pour les deux cordes qui concourent avec différentes obliquités à la suspension d'un même grave, la proportion entre les poids soutenus par elles sont telles que sera celle de leurs obliquités. On le prouve: Soient les deux cordes d'obliquités différentes AD et CD (Fig. 8) qui sont telles que l'une d'elles est double de l'autre, comme nous montrent les bras de la balance, BC étant double du bras BA, les obliquités d'appendices AD et CD descendant des extrémités de ces bras. Donc la corde CD sent la moitié du poids que sent la corde AD.“ Le chiffre 3 marqué par Léonard au dessous du poids E semble indiquer qu'il regarde ici ce poids comme égal à la somme des tensions des deux cordes.

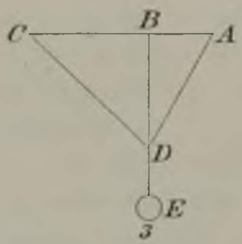


Fig. 8.

A la page précédente,[2]) nous lisons:

„Le grave suspendu dans l'angle de la corde divise le poids pour les cordes en telle proportion qu'est la proportion des angles inclus entre lesdites cordes et la ligne centrale du poids. On le prouve: Soit l'angle de ladite corde BAC (Fig. 9), dans lequel est suspendu le grave G, à la corde AG. Soit donc cet angle coupé dans la position de l'égalité [la position horizontale] par le ligne FB, puis

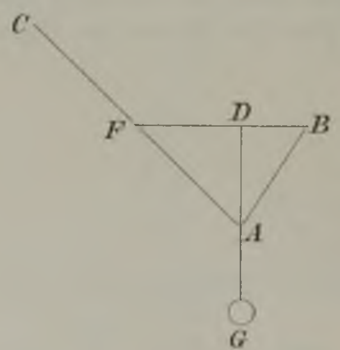


Fig. 9.

1) Ms. E, fol. 67, verso.
2) Ms. E, fol. 66, verso.

tire la perpendiculaire DA, à l'angle A, qui soit en droite continuation avec la corde AG, et la proportion qu'a l'espace DF avec l'espace DB, le poids que sent la corde BA l'aura avec le poids que sent la corde FA."

Dans les feuillets suivants[1]), Léonard use sans cesse de cette règle incorrecte.

En résumé, il n'est aucun théorème fondamental de la statique des corps solides dont Léonard de Vinci n'ait eu, au moins à une certaine époque de sa vie, une claire aperception. Il en est au sujet desquels sa pensée n'a pas subi de fluctuations; telle la condition d'équilibre d'un système mobile autour d'un axe et sollicité par des forces situées dans un plan perpendiculaire à cet axe. Il en est, au contraire, au sujet desquels son esprit a éprouvé des hésitations et des variations, abandonnant la vérité un instant saisie pour s'attacher de nouveau à l'erreur; de ce nombre sont la règle du plan incliné et la règle de composition de deux forces concourantes.

Les géomètre du XVI^e siècle qui, comme Cardan et Benedetti, ont nourri leur statique des pensées de Léonard de Vinci, nous ont conservé celles des découvertes de ce génie auxquelles il avait toujours et fermement adhéré. Celles, au contraire, au sujet desquelles il avait hésité ne nous ont pas été transmises par eux, sans doute parce qu'au milieu des pensées incertaines et contradictoires de Léonard, ils n'étaient pas capables de démêler la vérité de l'erreur. Ces découvertes là ont dû être refaites sur nouveaux frais.

C'est ainsi que la loi de composition des forces concourantes a dû être retrouvée par Stevin et par Roberval. Stevin en a donné l'énoncé général, mais il n'a pu en fournir une démonstration convaincante, sauf dans le cas où les deux composantes sont rectangulaires. La démonstration de Roberval est plus concluante; comme celle de Léonard de Vinci, elle ramène, en dernière analyse, la question aux lois d'équilibre d'un système mobile autour d'un axe; mais cette réduction est obtenue par la voie la plus pénible et la plus compliquée; au contraire, la méthode de Léonard, qui éclate aux yeux à la comparaison des figures 2 et 3, est d'une admirable simplicité. Non seulement Léonard avait devancé Stevin et Roberval, mais il les avait surpassés.

---

1) Ms. E, fol. 68, recto et verso; fol. 69, recto et verso; fol. 70, recto; fol. 71, recto.

Der Briefwechsel zwischen Leonhard Euler und Johann I Bernoulli.

Von G. Eneström in Stockholm.

I. 1727—1731.

Vor sechs Jahren habe ich in dieser Zeitschrift[1]) ein Verzeichnis der in Stockholm aufbewahrten Briefe von Leonhard Euler an Johann I Bernoulli veröffentlicht und Aufschlüsse über deren Inhalt gegeben. Dabei wurde hervorgehoben, daß die Briefe zwar keine wesentlich neuen Beiträge zur Geschichte der Mathematik des 18. Jahrhunderts bringen, dennoch von historischem Gesichtspunkte aus von Interesse sind, besonders weil man dadurch instand gesetzt wird, den Zeitpunkt gewisser Entdeckungen von Euler näher zu präzisieren; als Belege hierfür können zwei Artikel von mir, nämlich über die Entdeckung der allgemeinen Lösung einer linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten[2]) und über die Entdeckung der Gleichung der kürzesten Linie auf einer Oberfläche[3]), dienen.

Anläßlich der oben genannten Aufschlüsse bin ich zuweilen von Fachgenossen um nähere Auskunft über den Inhalt gewisser Briefe ersucht worden, und dieser Umstand hat mich angeregt, die Briefe selbst der mathematisch-historischen Forschung zugänglich zu machen. Eigentlich genügt es, den Namen des Briefschreibers zu nennen, um eine Veröffentlichung der Briefe zu motivieren[4]). Ich beabsichtige darum dieselben nebst erläuternden Anmerkungen in der Bibliotheca Mathematica zum Abdruck zu bringen, und beginne jetzt mit den sieben ersten Briefen, die

---

1) Eneström, *Sur les lettres de Leonard Euler à Jean I Bernoulli;* Biblioth. Mathem. 1897, S. 51—56.

2) Eneström, *Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants*; Biblioth. Mathem. 1897, S. 43—50.

3) Eneström, *Sur la découverte de l'équation générale des lignes géodésiques;* Biblioth. Mathem. 1899, S. 19—24.

4) Vgl. M. Cantor in der Allgemeinen deutschen Biographie 6, Leipzig 1877, S. 424 (Art. Euler).

1727—1731 geschrieben sind. Diese bilden gewissermaßen ein abgeschlossenes Ganzes, denn nach dem 11. August 1731 scheint der Briefwechsel zwischen EULER und BERNOULLI für längere Zeit aufzuhören, und von den späteren Briefen besitzen wir keinen, der älter als 1737 ist.

Die Briefe von BERNOULLI an EULER sind schon teils von FUSS[1]), teils von mir[2]) veröffentlicht, und es könnte also möglicherweise als überflüssig betrachtet werden, dieselben hier abzudrucken. Auf der anderen Seite bilden die nämlichen Briefe eine wichtige Ergänzung der EULERschen, und ich habe mich darum entschlossen auch jene hier einzuführen.

Der erste aufbewahrte Brief von EULER ist vom 5. November 1727, und sicherlich ist dieser auch der erste des ganzen Briefwechsels. Freilich antwortet EULER darin auf eine briefliche Anfrage von JOHANN BERNOULLI, und im Briefe kommt der Ausdruck „quemadmodum in novissimis literis significasti" vor, aber ohne Zweifel handelt es sich um ein Schreiben von JOHANN BERNOULLI an seinen Sohn DANIEL, nicht an EULER. Die folgenden fünf Briefe von EULER sind bezw. vom 10. Dezember 1728, 18. Februar 1729, 16. Mai 1729, 21. Oktober 1729 und 11. Juli 1730 datiert. EULER hatte also 1727—1730 sechs Briefe an BERNOULLI gesandt, bekam aber 1728—1729 nur drei Antworten, nämlich vom 9. Januar 1728, 18. April 1729 und 17. Dezember 1729, und der Brief von 1730 scheint nicht beantwortet worden zu sein. Alle bisher erwähnten Briefe sind lateinisch geschrieben, aber am 25. Mai 1731 richtete EULER an BERNOULLI einen Brief in deutscher Sprache und bekam darauf eine deutsche Antwort vom 11. August 1731. Damit dürfte, wie ich schon bemerkt habe, der Briefwechsel für längere Zeit aufgehört haben.

Unter den Fragen, die in den Briefen behandelt wurden, sind in erster Linie die folgenden drei zu nennen: 1) über die Logarithmen negativer Größen; 2) über Integration gewisser Differentialgleichungen zweiter Ordnung; 3) über die Gleichung der kürzesten Linie auf einer Oberfläche.

In betreff der ersten Frage nimmt BERNOULLI hauptsächlich denselben Standpunkt ein, wie etwa 16 Jahre früher in seinem Briefwechsel mit LEIBNIZ, während EULER die Schwierigkeiten hervorhebt, welche entstehen, wenn man $\log x = \log (-x)$ annimmt. Zu einer Verständigung gelangten

---

1) *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIème siècle publiée par* P. H. FUSS, T. II (St.-Pétersbourg 1843), S. 1—94. — Hierzu gehört noch die von mir in der Biblioth. Mathem. 1898, S. 58—60 veröffentlichte „scheda" des JOHANN BERNOULLI vom 16. April 1740.

2) *Trois lettres inédites de JEAN Ier BERNOULLI à LEONARD EULER par* G. ENESTRÖM; Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar 5, 1880, Nr. 21.

die Briefschreiber nicht, und erst ein paar Jahrzehnte später kam Euler dazu, die Frage näher zu untersuchen und damit endgiltig zu erledigen.

Die Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die behandelt werden, sind wesentlich dieselben, mit denen sich Euler im 3. Bande der Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae beschäftigt hat; besonders interessieren sich die Briefschreiber für die Gleichung

$$y^m \frac{d^2y}{dx^2} = ax^n \left(\frac{dy}{dx}\right)^r.$$

Die Frage der Gleichung der kürzesten Linie auf einer Oberfläche wurde von Bernoulli angeregt, und was sich hierüber in den Briefen findet, stimmt wesentlich mit dem überein, das später von Euler im 3. Bande der Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae und von Bernoulli im 4. Bande seiner *Opera omnia* auseinandergesetzt wurde.

Auch mit Problemen über tautochrone und isochrone Kurven beschäftigen sich die Briefe, in nahem Anschlusse an die einschlägigen Abhandlungen von Euler in den Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, und die zwei Briefe in deutscher Sprache sind ausschließlich der mathematischen Theorie der Musik gewidmet.

Mehr im Vorübergehen werden einige andere Gegenstände behandelt, z. B. über die Bewegungen von Kanonenkugeln; über die Glieder der Reihe $1, 1.2, 1.2.3, \ldots, 1.2.3\ldots n$, die gebrochenen Werten von n entsprechen; über eine Verallgemeinerung des Problems von der kürzesten Linie auf einer Oberfläche; über die Bewegung eines Körpers auf einer Kurve, die in einem beweglichen Vertikalplane liegt.

Noch andere Fragen werden beiläufig erwähnt als von Euler oder von seinen Kollegen in Angriff genommen.

1.

Euler an Bernoulli 5. November 1727.

Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm.

Inhalt. Euler spricht seinen herzlichsten Dank aus für das Wohlwollen, das ihm Bernoulli bei vielen Gelegenheiten erwiesen hat. — Gewisse kritische Bemerkungen von N. Harscher in betreff der Abhandlungen von Bernoulli. — Schwierigkeiten bei der mathematischen Behandlung der Ausströmung von Flüssigkeiten durch Öffnungen von Gefäßen. — Eine von Euler in Angriff genommene Abhandlung über die Theorie des Schalles. — Die Lösung von J. Hermann des Problemes die tautochrone Kurve im resistenten Medium zu bestimmen. — Die geometrische Bedeutung der Gleichung $y = (-1)^x$.

Vir Excellentissime Celeberime Fautor atque Patrone summe semper Colende!

Postulat officium meum, ut, quod coram negligentius peregeram, id absens literis diligentius, et quantum tenui calamo fieri potest, accuratius perficiam, Tibique, Vir Excellentissime, gratias, quantas mente concipere possum, maximas agam, pro summis quae largiter in me contulisti, beneficiis. Non solum mihi, de Praestanstissima Tua et Carissima, qua prae omnibus longe excellis, scientia, interiora penetralia benevole patefacere et largiri haud dedignatus es, verum etiam sine ullo meo merito, sollicite eo incubuisti, ut officium quoddam in Patria, si fortuna favisset, nec non alibi occuparem. Pro ingentibus hisce innumerisque aliis beneficiis, quomodo me, quodammodo saltem, sufficienter enim vires meas longe superat, gratum Tibi sistam, nescio. Id tamen agam, et ita me geram, ut Te eorum, quibus me mactare voluisti, beneficiorum nunquam poeniteat, atque Tibi me observantissimum et quavis occasione obstrictissimum, exhibebo. Deum autem Ter Optimum Maximum ex animo precor, ut Vitam tuam in Carissimae tuae familiae emolumentum et solatium, in Litterarum promotionem et augmentum, in multos annos protrahere velit, Tibique bonam valetudinem, felices laborum tuorum successus, et quaecunque ad vitam hanc commodo transigendam sequentemque coelestem adipiscendam conducunt, clementer largiri. Ad haec Tuo me favori, meaque studia submisse commendo, rogoque ut, quo hactenus me complexus fuisti amore, favore et patrocinio, in posterum me impertire benevole perrecturus sis.[1])

Petis, Vir Excellentissime, ut perscribam ea, quae Exp. D. HARSCHER[2]) aliquando in Te mecum locutus est. Quantum recordor, res ita se habuit: In bibliotheca publicâ primum incepit de trajectoriis reciprocis loqui, de quibus se tot schediasmata in Actis Erudit. deprehendere ajebat,[3]) sibi autem totam rem plane nullius usus neque in vita communi neque in medicina videri (quasi quae illuc applicari nequeant, nihili essent facienda), ut merito quae de illis excogitata sunt, veritates fatuae vocari possint,

---

1) Bei dem Durchlesen der etwas übertriebenen Ausdrücke von EULERS Dankbarkeit muß man in Betracht ziehen, daß der Briefschreiber am 15. April 1707 geboren war und also noch nicht 21 Jahre erfüllt hatte.

2) NIKOLAUS HARSCHER, geboren in Basel den 1. Mai 1683, wurde 1698 Philosophiae Magister, 1704 Doctor Medicinae, 1707 Professor der Historie und Eloquenz in Marburg, 1711 Professor der Eloquenz in Basel und starb in Basel den 27. Oktober 1742. Er hat viele Abhandlungen und Reden medizinischen und literarischen Inhalts veröffentlicht. Als Student beschäftigte er sich ein wenig mit der Mathematik und verteidigte 1698 die vierte Abhandlung von JAKOB BERNOULLI über unendliche Reihen (vgl. CANTOR, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* 3^2, S. 90).

3) Das Problem der reziproken Trajektorien wurde im Jahre 1720 von NIKOLAUS II BERNOULLI gestellt, und gab zu einigen Artikeln in den Acta Eruditorum Anlaß (vgl. CANTOR, a. a. O. 3^2, S. 473—474).

seque mirari Te in hujusmodi inutilibus studia Tua collocare. Hisce autem longe deteriorem esse dissertationem *De motu musculorum*[1]) quippe quâ in re medica vix absurdius quid excogitatum sit. Haec sunt, quae mihi recordanti inciderunt, et quae se exacte sic habere affirmare possum.

Cum ordo conventu nostro aliquid proponendi me tetigisset, primum de effluxu aquarum ex vasis perforatis quaedam proposui,[2]) quam materiam Cl. Tuus Filius jam perscripsit.[3]) Multis autem haec Theoria difficultatibus premitur, quemadmodum in novissimis literis significasti. Experientiam enim, quando cylindrorum fundis alii graciliores infiguntur, minus conspirantem habet, siquidem theoria tempus duplo fere minus exhibet.

Nuper incepi dissertationem meam de sono exponere,[4]) ubi primum aeris naturam ex tua Theoria deductam explicavi, circa eam inveni quod velocitas materiae subtilis in globulis aereis gyrantis tanta esse debeat, ut mota in directum lato possit tempore unius minut. sec. ad summum 1116, ad minimum 1070 ped. absolvere possit, quae velocitas apprime eadem est cum velocitate soni, num eae a se invicem forte dependeant nescio.

Celeb. Hermannus[5]) nuper solutionem tautochronarum in medio resistente[6]) dedit, exactissime eandem quam ego dederam.[7])

Incidi forsan in hanc aequationem $y = (-1)^x$, qualem ea figuram exhibeat, difficile determinatu videtur, cum y nunc affirmativum, nunc negativum, nunc imaginarium existat, mihi ea videtur non lineam continuam exprimere, sed infinita puncta discretim posita ad distantiam $= 1$ ex utraque axis parte, quae autem simul sumta aequentur axi.

Datum Petropoli: d. 5. Novemb. vet. st. A. 1727.

Vale Vir Excellentissime et favere perge Tui observantissimo et obstrictissimo servo

Leonh. Euler.

---

1) Die *Dissertatio de motu musculorum* von Johann Bernoulli wurde 1694 in Basel herausgegeben.

2) Dieser Vortrag von Euler scheint nicht gedruckt worden zu sein.

3) Siehe die Abhandlung von Daniel Bernoulli, *Theoria nova de motu aquarum per canales quoscumque fluentium;* Comment. acad. sc. Petrop. 2, 1727 (gedruckt 1730), S. 111—125.

4) Euler hatte 1727 in Basel eine *Dissertatio physica de sono* herausgegeben.

5) Über Jakob Hermann (geboren in Basel den 16. Juli 1678, gestorben daselbst den 11. Juli 1733) siehe Cantor, a. a. O. 3^2, S. 275—276.

6) Vgl. die Abhandlung von Hermann, *Theoria generalis motuum qui nascuntur a potentiis quibusvis in corpore indesinenter agentibus;* Comment. acad. sc. Petrop. 2, S. 139—173, wo S. 158 eine Methode zur Lösung der Aufgabe angedeutet wird.

7) Vgl. die Abhandlung von Euler, *Curva tautochrona in fluido resistentiam faciente secundum quadrata celeritatum;* daselbst 4, 1729 (gedruckt 1735), S. 67—89.

Aufschrift:

Monsieur
Monsieur JEAN BERNOULLI
Tres Celebre Professeur des Mathematiques, et Membre des Academies Royales de Franche(!), *d'Angleterre et de Prusse etc.*
à
Bâle.

2.

Bernoulli an Euler 9. Januar 1728.

Antwort auf EULERS Brief vom 5. November 1727. Original im Archiv der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg; Konzept in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. Veröffentlicht von FUSS a. a. O. S. 3—7.[1])

Inhalt. Die Ernennung von HERMANN zum Professor der Moralphilosophie an der Universität in Basel. — EULERS Untersuchungen über die mathematische Theorie der Ausströmung von Flüssigkeiten und der Geschwindigkeit des Schalles. — Experimente über vertikal abgeschossene Kanonenkugeln und Berechnung der Bewegungen solcher Kugeln. Eine Abhandlung von CHR. FATIO DE DUILLIER über Schwingungs- und Stoß-Mittelpunkt. — Wert der Größe $y = (-1)^x$ für verschiedene Werte von x. — Berichtigung eines Versehens von DANIEL BERNOULLI in betreff der Bewegungen von vertikal geworfenen Körpern. — Übersendung einer dynamischen Abhandlung von JOHANN BERNOULLI. — EULER wird aufgefordert mit DANIEL BERNOULLI in Eintracht zu leben.

Doctissimo atque ingeniosissimo Viro Juveni
LEONHARDO EULERO S. P. D. JOH. BERNOULLI.

Pergratae fuerunt literae Tuae Petropoli ad me datae die 5. Novembris st. v., quae me certiorem reddiderunt mei memoriam in Te nondum esse obliteratam neque temporis, neque loci longinquitate; si quid, ut agnoscis, in sublimiore mathesi a me profecisti, gaudeo, eoque magis, quod pro ea qua es ingenii felicitate, mirum in modum illud amplificas, quo spero futurum ut semina a me sparsa brevi tempore in immenses abeant segetes, quid enim a fundi Tui fertilitate expectare non licet?

Dedi 20. praeteriti mensis Decembris literas ad filium meum DANIELEM, quas eum accepisse spero. Significabam in illis electionem Celeb. HERMANNI ad professionem Ethices, atque monebam ut huic viro meo nomine ea de re gratularetur, quod factum fuisse non dubito; nunc idem ut repetas apud illum enixe Te rogo, cum plurima salute meis verbis illi denuncianda, non minus quam Filio meo.

Gratias ago pro perscripta crisi iniqua et fastuosa quam HARSCHERUS de me meisque editis scriptis tam inhumaniter ad Te dixit. Dabitur occasio, eam illi pro merito exprobrandi, atque invidi hominis judicio opponendi judicium mihi perquam honorificum tot aliorum virorum in mathematicis et anatomicis celeberrimorum.

Quae de motu aquarum effluentium ut et de velocitate soni memoras,

1) Einige kleine Fehler bei FUSS sind in dem folgenden Abdrucke verbessert worden

digna utique sunt ut excolas. Nullus dubito quin si recte tractentur, omnia quae experientia monstrat ex Theoria mea virium vivarum deduci possint.

Scripsit nuper Daniel meus facta fuisse experimenta, circa globos tormentarios in altum verticaliter explosos, eaque occasione communicavit quaedam a se commenta de modo supputandi tempora ascensus et descensus, habita ratione resistentiae aëris. Dicit inter alia se demonstrare posse globum verticaliter explosum, licet vi infinita, hoc est, cujus velocitas initialis infinita sit, impendere tamen tempus tantum finitum in totum ascensum absolvendum in aëre resistente. Ego vero ex eo tempore meditatus detexi methodum determinandi quaecunque circa hanc materiam desiderabat Filius. Notabo hic summatim tantum pro casu proposito principaliora, communicaturus methodum ipsam forsan prima vice qua ad Danielem scribam. Esto globus ferreus, qualis Petropoli adhibitus fuit, habens diametrum 3 poll. seu $\frac{1}{4}$ ped. Paris. (assumo hic mensuram Paris. quia haec mihi nota est, non item anglica). Suppono aërem per omnes dimensiones uniformiter densum, cujus densitas se habeat ad densitatem ferri ut 1 ad 7000, quemadmodum Filius assumit (quamvis verius se habeat ut 1 ad 6000), suppono etiam aërem esse perfecte elasticum, cujus nempe minimae particulae, ceu globuli consideratae, potentissimo elaterio sint praeditae; aliter enim se res haberet, quam hic descripturus sum, si aër esset instar fluidi non elastici ut aquae, cujus nempe particulae post impulsum in corpora non resilirent sed tantum a sequentibus ad latera removerentur et postea praeterlaberentur. Suppono item quod calculus et experientia ab Hugenio instituta docet, corpus grave a quiete cadens in vacuo descendere primo minuto secundo per $15\frac{1}{12}$ ped. Paris. Ponamus jam exempl. gr. globum tanta vi sursum explodi ut in vacuo ascendere posset per 1000 ped. His ita praemissis dico sequentia: 1. Ad ascensum 1000 ped. in vacuo requiritur tempus $8\frac{1}{6}$ sec., est enim

$$\sqrt{15\tfrac{1}{12}} : \sqrt{1000} :: 1 : 8\tfrac{1}{6}$$

quam proxime. 2. Idem globus eadem vi explosus in aëre resistente ascendet ad altitudinem $582\frac{3}{8}$ ped. 3. Pro hoc ascensu in aëre requiruntur $5\frac{3}{4}$ sec. quam proxime. 4. Pro subsequente descensu insumuntur $6\frac{17}{25}$ sec. ita ut uno fere secundo citius ascendat quam descendat. 5. Hinc a momento explosionis ad momentum recidentiae globi elabentur $12\frac{83}{100}$ sec. in aëre, sed in vacuo $16\frac{1}{3}$ sec.; differentia est $3\frac{149}{300}$, seu proxime $3\frac{1}{2}$ sec. quibus in vacuo serius recidit quam in aëre. 6. Si globus noster careret pondere et suam tantum quantitatem materiae retineret, ille pergeret moveri in infinitum, sed ita retardaretur, ut post percursos pedes $4667\ ln: 17371780$ ipsi residua foret velocitas quae se haberet ad velocitatem initialem ut 1 ad n (per ln intelligo logarithmum numeri n ex tabulis logarithm.

sumendum). Hoc nihil aliud est quam casus particularis formulae illius generalis quam dedi in dissertatione mea de motu[1]) Cap. XII § 13 7. Tempus vero, quo globus noster non gravis percurreret hanc altitudinem, foret $= 228683 \times \overline{n - 1} : 48000$ sec. 8. Velocitas maxima, ad quam globus descendens in aëre continuo vergit, et quidem data quavis quantitate propius, si in infinitum descenderet, se habet ad velocitatem initialem quacum exploditur ut 61 ad 80. Adeoque descendendo in aeternum primam suam velocitatem nunquam recuperabit globus. 9. Hinc velocitas illa, quae tempore infinito acquireretur in aëre, aequalis est illi, quam globus acquireret si in vacuo caderet ex altitudine $583\frac{5}{8}$ ped. h. e. uno tantum pede majore quam est ascensus in aëre, quem quippe invenimus esse $582\frac{5}{8}$ ped. 10. Velocitas initialis est ad velocitatem finalem, quam nempe acquirit globus recidens ad eundem locum unde fuerat explosus, ut 135 ad 82. Hinc velocitas finalis ad velocitatem maximam *ad quam non* ut 1312 ad 1645, h. e. proxime ut 4 ad 5.

Communica haec quaeso cum DANIELE meo, ut conferat cum suis, dicasque ei Illustr. Comitem à Pergen desiderare, ut describi curet dissertationem illam gallicam de centro oscillationis et percussionis, quam olim Ill. CHRISTOPHORUS FATIO[2]) sub ductu et auspiciis meis conscripserat et cujus apographum mihi traditum mei filii Petropolim abeuntes secum deportarunt. Quando descripta erit, poterit DANIEL alterutrum exemplar commoda sed promta et tuta occasione ad me transmittere, alterum sibi retinere.

Quaeris de $y = (-1)^x$, quid illa sit? Ego sic statuo: sit

$$y = (-n)^x,$$

erit

$$ly = xl(-n),$$

adeoque

$$\frac{dy}{y} = dxl(-n).$$

Est vero

$$l(-n) = l(+n),$$

---

1) Es handelt sich hier um die Preisschrift des JOHANN BERNOULLI, *Discours sur les loix de la communication du mouvement*, gedruckt in Paris 1727 im 1. Bande des Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'académie des sciences, und abgedruckt im 3. Bande (S. 7—107) seiner *Opera omnia*.

2) Aus einem Briefe von JOHANN BERNOULLI an LEIBNIZ vom Januar 1695 geht hervor, daß CHRISTOPHER FATIO DE DUILLIER (ein älterer Bruder von NIKOLAUS) nach den Lektionen des BERNOULLI einen ziemlich starken Band mathematischen Inhalts geschrieben hatte; möglicherweise handelt es sich hier um eine Abteilung dieses Bandes.

nam in genere

$$dl(-z) = \frac{-dz}{-z} = \frac{+dz}{+z} = dl(z), \text{ hinc } l(-z) = l(z);$$

adeoque

$$\frac{dy}{y} = dxl(+n),$$

et integrando

$$ly = xln,$$

unde

$$y = n^x = (\text{in casu quo } n = +1)\ 1^x = 1. \quad \text{Ergo } y = 1.$$

Caeterum novi anni auspicia, decursum ac finem cum multis aliis sequentibus ex animi sententia Tibi procedere voveo. Vale et fave. Dabam Basileae a. d. 9 Jan. 1728.

P. S. Filius meus credit globum in aëre sursum explosum vi licet infinita vel cujus velocitas initialis infinite sit magna, tamen nonnisi tempus finitum insumere in ascensum totalem, sed fallitur; invenio enim in hoc casu tempus ascensus esse etiam infinitum, quamvis (quod forsan illum fefellit) sit infinities minus, quam tempus ascensus in vacuo, si eadem illa velocitate initiali infinita exploderetur. Misi nuper per cursorem publicum specimen meum gallicum de Motu[1]) ad Clar. Schumacherum, Bibliothecarium vestrum, ab Illustri Academia vestra examinandum. Adventaverit fortassis ante has literas. Spero te alere pacem et concordiam cum Filio meo, ita enim ambo excitabitis admirationem vestri apud minus exercitatos in profundiori mathesi: praeterquam quod hoc suadeat obligatio erga Filium, qui unicus Petropolim te protraxit.

3.

Euler an **Bernoulli** 10. Dezember 1728.

Antwort auf Bernoullis Brief vom 9. Januar 1728. Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. Auszüge veröffentlicht von Eneström in der Biblioth. Mathem. 1899, S. 46.

Inhalt. Geldangelegenheiten. — Die Logarithmen negativer Größen und die Gleichung $y = (-1)^x$. — Einige Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die integriert werden können.

Vir Excellentissime Celeberime.

Misi ego ante septimanam tessaram nummariam primam, nunc mitto alteram centum Rubelonum, ad 54. Stüberos, cujus summae dimidium Cl. Filius Tuus transmittit, idque quam primum Pater meus argentum accipiet, Tibi persolvet.

1) Das hier erwähnte „specimen gallicum de motu“ ist wohl die S. 351 zitierte Preisschrift. Aus welchem Grunde diese Schrift von der Petersburger Akademie geprüft werden sollte, ist mir unbekannt.

Quae mihi nuper de potentiis quantitatum negativarum perscripsisti, solvunt quidem dubium propositum, et ipse interim in aliquot argumenta incidi, quibus mihi probare posse video, esse $lx = l - x$. Alia autem quoque sese obtulerunt, contrarium asserentia, et quibus assentiar prorsus nescio. Pro affirmativa praeter argumenta tua mihi perscripta, est hoc forte quoque argumentum. Sit $lxx = z$, erit

$$\tfrac{1}{2} z = l \sqrt{xx},$$

sed $\sqrt{xx}$ est tam $-x$ quam $+x$, quare $\frac{1}{2} z$ est lx et $l-x$. Posset quidem objici, xx habere duos logarithmos, sed hoc qui asser[ere vult][1] infinitos adjudicare deberet.[2] Haec autem ratio, quod differentialia lx et $[l-x$ sunt] aequalia, minus mihi probare videtur aequalitatem lx et $l-x$, cum ab aequalitate differentialium ad aequalitatem integralium concludere non liceat, ut $a+x$ non aequatur x, eo quod differentialia aequantur. Similis autem est casus noster, est enim $l-x = lx + l-1$, unde ad aequalitatem lx et $l-x$ prius concludere non licet, quam demonstratum sit, $l-1$ esse 0. Contraria argumenta sunt haec absurdum deducentia. Si enim esset $lx = l-x$ foret $x = -x$ et $\sqrt{-1} = 1$. Posset autem hic objici, sed nescio an felici succesu, ab aequalitate logarithmorum ad aequalitatem numerorum conclusionem fieri non posse. Et tum adhuc dubium meum concernens curvam $y = (-1)^x$ valent. Concesso autem non esse $x = -x$, etiam si sit $lx = l-x$, vereor tamen ne hoc principium in calculo applicatum in errorem deducat. Uti sit radius circuli a, sinus y, cosinus x, exit ex methodo Tuâ quadraturam circuli ad logarithmos reducendi,[3] area sectoris

$$= \frac{aa}{4\sqrt{-1}}\, l \frac{x + y\sqrt{-1}}{x - y\sqrt{-1}},$$

et posito $x = 0$ habebitur quadrans circuli

$$= \frac{aa}{4\sqrt{-1}}\, l -1.$$

Si ergo fuerit $l-1 = 0$, oportet ut sit quoque $\sqrt{-1} = 0$, et tandem $1 = 0$. Quomodo me ex his contradictionibus explicam, plane ignoro, ideoque, Vir Celeberime, abs te intelligere desidero quid de iisdem sentias.

Memini cum adhuc Basileae degerem, aliquando me in hanc aequationem

---

1) Die in eckigen Klammern stehenden Worte sind von mir ergänzt; der Brief ist nämlich an einem Rande ein wenig beschädigt.

2) Hier hat Euler also das wahre Verhältnis gestreift, verfolgt aber nicht weiter den Gedanken.

3) Vgl. Johann Bernoulli, *Solution d'un probleme concernant le calcul integral;* Mém. de l'acad. d. sc. de Paris 1702 (gedruckt 1704), S. 289—297 [speziell S. 297].

$$yyddy = xdx^2,$$

existente $ddx = 0$ incidisse, quam ad differentialem primi gradus reducere institueram sed irritu conatu. Hic autem nuper in methodum incidi tria genera aequationum differentio-differentialium ad differentiales reducendi.[1]) Primum genus comprehendit sub se omnes aequationes duobus terminis constantes, cujusmodi est aequatio proposita. Alterum genus est omnium earum aequationum, in quibus alterutra indeterminata in singulis terminis eundem dimensionum numerum obtinet; unius autem dimensionis tam x quam dx et ddx pono, cujusmodi haec est aequatio[2])

$$ddx = x^n Y dx^{m-n} dy^{2-m} + x^p \mathfrak{Y} dx^{q-p} dy^{2-q}$$

ubi Y et $\mathfrak{Y}$ denotant functiones quasvis ipsius y. Ad tertium genus refero omnes eas aequationes, quarum singuli termini eundem dimensionum numerum continent. Methodum ipsam alio tempore perscribo, hic enim propter spatii angustiam finire cogor.

Vale Vir Excellentissime Celeberrime et favere perge

Die 10. Decembris A. 1728. Petropoli. Obstrictissimo servo Tuo L. Eulero.

Aufschrift:

A Monsieur
Monsieur Jean Bernoulli
Tres Célebre Professeur des Mathematiques
à
Bâle.

4.

Euler an Bernoulli 18. Februar 1729.

Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. — Auszüge veröffentlicht von Eneström in der Biblioth. Mathem. 1899, S. 20.

Inhalt. Lösung der Aufgabe: Die kürzeste Linie auf einer Oberfläche zu finden. — Einige Spezialfälle dieser Aufgabe, und besonders der Fall, wo die Oberfläche erzeugt wird von einer Geraden, die immer einen Punkt mit einer gegebenen ebenen Kurve gemeinsam hat, und durch einen außerhalb der Ebene der Kurve befindlichen festen Punkt geht. — Eine Eigenschaft homogener Gleichungen nullten Grades.

Vir Excellentissime Celeberime.

Quanquam non diu est, quod literas ad te dedi, atque ea propter nefas videri posset tam brevi intervallo bis literis te obruere: Tamen cum

1) Vgl. hierüber die Abhandlung von Euler, *Nova methodus innumerabiles aequationes differentiales secundi gradus reducendi ad aequationes differentiales primi gradus;* Comment. acad. sc. Petrop. 3, 1728 (gedruckt 1732), S. 124—137.

2) In seinem Briefe vom 16. Mai 1729 bemerkt Euler, daß die folgende Gleichung unrichtig abgeschrieben ist.

problema a Cl. filio tuo mihi tuo nomine propositum[1]) feliciter solvisse mihi visus sim, non potui hoc tempore intermittere, quia solutionem meam tibi perscriberem, quapropter a te veniam mihi datum iri confido. Problema illud postulabat, ut in superficie quacumque a puncto dato ad datum ducatur linea brevissima. Tametsi vero mihi non ignotum erat, idem problema jam olim a te fratreque tuo in Act. Lips. fuisse agitatum, non dubitavi tamen, quin hoc tempore faciliorem et elegantiorem solutionem consecutus sis, eo quod de novo nunc iterum proposueris. Atque propter id ipsum primo intuitu difficilius mihi visum erat hoc problema, quam cujus solutionem viribus meis adipisci possem. Interim tamen omnem operam meam in eo collocavi, et brevi tempore elapso sequentem solutionem nactus sum. Data superficie quacumque, accipio planum quoddam tanquam primarium et in eo rectam loco axis. In hoc axe sumo abscissas t, hisce normales in plano assumto voco x, et inde perpendiculares donec superficiei occurrant, appello y. Aequatione inter has tres coordinatas naturam superficiei expressam esse suppono, et nil aliud ago, nisi ut hanc aequationem certo modo restringam, quo lineam brevissimam tantum praebeat. Id quod fiet alterutram indeterminatam eliminando, et aequatio inter duas residuas projectionem lineae brevissimae in plano exhibebit. Ad hoc praestandum aequationem propositam ad differentialem reduco, quam hanc formam habere pono:

$$Pdx = Qdy + Rdt,$$

in qua P, Q et R functiones quascumque ipsarum x, y et t significare possunt. Ut haec restringatur ex conditione problematis sequentem aequationem naturam lineae brevissimae involventem erui[2])

1) Es ist nicht unwahrscheinlich, daß Johann Bernoulli das Problem in seinem Briefe an Daniel Bernoulli vom 20. Dezember 1727 (siehe oben S. 349) gestellt hatte; jedenfalls dürfte Euler erst nach dem 10. Dezember 1728 davon Kenntnis erhalten haben (vgl. Eneström, Biblioth. Mathem. 1899, S. 21).

2) Hier hat Johann Bernoulli notiert: „Ego inveni (servatis litteris Eulerianis, sed posito $\sqrt{dt^2 + dx^2}$ constante, hanc aequationem:

$$\frac{Pdx - Rdt}{Pdt + Rdx} \times \frac{ddt}{dx} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2} = \frac{Pddt + Rddx}{Pdt + Rdx}.$$

Am Rande der dritten Seite von Eulers Brief hat Johann Bernoulli noch notiert: „Ego inveni (servatis iisdem literis, sed nulla posita constante) hanc aequationem:

$$\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{Qddt - Rddy}{Qdt - Rdy},$$

quae congruit cum Euleriana, non vero cum altera. Hoc inde venit, quia in substitutione valoris suarum literarum ex inadvertentia erratum est; debet itaque deleri $dxddx$. Posita $\sqrt{dt^2 + dx^2}$ constante invenio

$$\frac{dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2} = \frac{Pddt + Rddx}{Pdt + Rdx}.$$

$$\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

in qua dt ponitur constans. Haec aequatio cum superiori conjuncta lineam brevissimam determinabit.

Hoc igitur ad solutionem problematis sufficere posset, quum autem in casibus particularibus admodum facilis evadat aequatio, nonnullos eosque primarios hic derivabo. Sit superficies proposita cylindrica, cujus axis t; abibit in hoc casu aequatio generalis in hanc

$$Pdx = Qdy.$$

Ex hac substituantur valores loco P et Q in inventa; habebitur

$$\frac{dxddx + dyddy}{dx^2 + dy^2} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$$

seu

$$dxddx + dyddy = 0,$$

quae integrata dat hanc

$$dx^2 + dy^2 = nndt^2,$$

et

$$nt = \int \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Sit superficies proposita rotunda, cujus sectiones transversae per planum primarium sint circuli, transmutabitur aequatio generalis in hanc

$$xdx = -ydy + Rdt,$$

ut ergo sit $P = x$ et $Q = -y$, quare altera abibit in hanc

$$\frac{xddy - yddx}{xdy - ydx} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

quae etiam integrari potest, resultante

$$l(xdy - ydx) = l\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

seu

$$xdy - ydx = a\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2};$$

ponatur

$$yy + xx = zz \text{ et } \sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2} = du,$$

erit

$$du = \frac{z\sqrt{dt^2 + dz^2}}{\sqrt{zz - aa}};$$

pro sphaera est

$$zz + tt = bb,$$

ergo

$$du = \frac{bdt}{\sqrt{bb - aa - tt}},$$

ex qua aequatione monstrare possum lineam brevissimam in globo semper esse circulum maximum. Si in aequatione pro solidis rotundis ponatur $a = 0$, erit

$$xdy - ydx = 0, \text{ seu } y = nx,$$

quae etiam meras lineas brevissimas exhibet.

Corpora conoidica mihi denotant solida lineis ex curvae cujusvis singulis punctis ad punctum extra planum curvae fixum ductis, terminata, unde habentur coni consueti, si curva assumta fuerit sectio conica. Hujusmodi solida hanc habent proprietatem, ut sumto initio abscissarum t in vertice coni, aequatio sit inter t, x et y homogenea seu ejusdem ubique dimensionum numeri. Haec aequatio eo reducatur, ut t exprimatur in meris x et y; functio igitur ista x et y, ipsi t aequalis, unius tantum est dimensionis, quae si dividatur per x, evadit nullius dimensionis. Sit ea F, erit

$$\frac{t}{x} = F,$$

differentietur haec aequatio posito

$$dF = Mdx + Ndy,$$

erit

$$\frac{xdt - tdx}{xx} = Mdx + Ndy.$$

Sed propter id, quod F sit functio nullius dimensionis, inveni quod sit

$$Mx + Ny = 0.$$

Aequatio autem illa cum superiori generali

$$Pdx = Qdy + Rdt$$

comparata dat

$$P = Mxx + t \text{ et } Q = - Nxx.$$

Quia autem ex duabus aequationibus

$$Mdx + Ndy = \text{etc.} \quad \text{et } Mx + Ny = 0$$

valores ipsorum M et N erui possunt; erit facta substitutione

$$P = \frac{xydt - xtdy}{ydx - xdy} \quad \text{et} \quad Q = \frac{xxdt - txdx}{ydx - xdy}.$$

His valoribus subrogatis in altera aequatione generali obtinebitur

$$\frac{ydtddy - tdyddy + xdtddx - tdxddx}{ydtdy - tdy^2 + xdtdx - tdx^2} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

cujus integratio me diu torsit, tandem vero sic obtinui. Sit

$$dt^2 + dx^2 + dy^2 = ds^2$$

et

$$tt + xx + yy = zz,$$

eritque

$$\frac{zdtddz + dz^2dt - ds^2dt - tdsdds}{zdzdt - tds^2} = \frac{dds}{ds},$$

et porro habebitur

$$ds = \frac{zdsddz + dz^2ds - zdzdds}{ds^2},$$

quae integrata dat

$$s = \frac{zdz}{ds} \quad \text{seu } ss = zz + C, \text{ unde}$$

$$s = \sqrt{tt + xx + yy + C},$$

atque ex hac proprietate in quovis casu applicatio facile absolvitur.[1])

Aequationes generales pro cylindris et conis ad ducendam lineam brevissimam etiam alio modo obtinui, ex eo quod superficies eorum in planos transmutari possunt, unde quidem facilius obtinentur. Ei tamen exposita methodus praeferri debet ob generalitatem.

Plura non scribo, nisi quod Cl. filius Tuus omnesque quos hic nosti valeant. Vale igitur favere perge

Vir Celeberime et Excellentissime

Obstrictissimo servo tuo

L. Eulero.

Petropoli ad d. 18
Februarii A. 1729.

Aufschrift:

A Monsieur
Monsieur Jean Bernoulli
Tres celebre Professeur des Mathematiques
à
Bâle.

5.

Bernoulli an Euler 18. April 1729.

Antwort auf Eulers zwei Briefe vom 10. Dezember 1728 und 18. Februar 1729. Original verloren; Konzept in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. Veröffentlicht von Eneström im Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar 5, Nr. 21 (1880), S. 5—10.

Inhalt. Die Logarithmen negativer Größen. — Integration zweier Differentialgleichungen zweiter Ordnung. — Die Gleichung der kürzesten Linie auf einer Oberfläche.

Clarissimo ac Doctissimo Viro Leonhardo Eulero S. P. D.
Joh. Bernoulli.

Debeo responsum ad binas litteras quas a te accepi; ad priores, quibus significabas me acceptum 50 Rubelos a filio meo transmissos, quos Rev. tuus pater octiduo post rite persolvit, partim jam respondi in litteris meis ad filium datis, ubi ei ostendi dubia vestra (nam et ipse similes formavit difficultates circa logarithmos imaginarios) inde tantum oriri, quod conceptus quem habuistis de logarithmis quantitatum negativarum cum rei natura non satis bene congruebat, dixique si statuatur (& recte quidem)

$$lx = l - x,$$

1) Über den vorangehenden Inhalt des Briefes vgl. die Abhandlung von Euler, *De linea brevissima in superficie quacumque duo quolibet puncta jungente;* Comment. acad. sc. Petrop. 3, S. 110—120, sowie Eneström, Biblioth. Mathem. 1899, S. 19—24.

intelligendum esse

$$l-(x)$$[1],

non vero

$$l(-x),$$

vos autem utrumque confudisse, etiamsi magna sit inter utrumque differentia, sic. e. gr.

$$l-(x)^{\frac{1}{2}}$$

est reale quid, sed

$$l(-x^{\frac{1}{2}})$$

imaginarium. Hoc bene observato, cessant omnes vestrae difficultates & monstrosae inde deductae consequentiae. Quod attinet ad scrupulum quem porro moves desumtum ex area sectoris circularis per logarithmum expressa, ubi posito sinu $=y$ & cosinu $=x$ invenitur per methodum meam quadraturam circuli ad logarithmum reducendi, area sectoris

$$=\frac{aa}{4\sqrt{-1}}\,l\,\frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}},$$

de eo pariter jam monui filium meum in casu quo

$$x=0,$$

hanc aream revera exhiberi tanquam $=0$, quamvis deberet esse $=$ quadranti; hinc autem nihil aliud concludi debere, quam quod expressio ista

$$\frac{aa}{4\sqrt{-1}}\,l\,\frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$$

augeri debeat quantitate constante nQ, seu multiplo quadrantis, quod vel ideo patet, quia sinus & cosinus inter se convertuntur, atque non uno tantum modo sed infinitis modis fieri potest ut sit

$$x=0 \;\&\; y=1,$$

vel vice versa

$$x=1 \;\&\; y=0;$$

nam hoc fit assumto sectore $=$ vel $1\,Q$, vel $2\,Q$, vel $3\,Q$, etc. vel etiam quando vis $=0\,Q$, adeoque nulla ratio est cur

$$\frac{aa}{4\sqrt{-1}}\,l\,\frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$$

---

1) Was Johann Bernoulli mit $l-(x)$ meint, hat er weder hier noch, so viel ich weiß, an irgend einer anderen Stelle auseinandergesetzt, aber aus dem folgenden Inhalt des Briefes geht hervor, daß er, vorausgesetzt daß seine Auseinandersetzungen überhaupt irgend einen Sinn haben, unter $l-(x)$ den reellen Teil von log $(-x)$ verstehen muß. Auch die Bemerkung von Johann Bernoulli: „hujusmodi expressiones imaginariae usum potius habent, si in series expendantur, in quibus quippe termini imaginarij se destruunt" deutet darauf hin, denn was nach der Entwickelung zurückbleibt, ist natürlich gerade der reelle Teil.

unum potius exprimat quam alterum; malo itaque dicere quod area sectoris statuenda sit generaliter

$$= \frac{aa}{4\sqrt{-1}}\, l\, \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}} + nQ,$$

adeo ut quotiescunque pars prior in nihilum abit, id, quod deest, suppleri possit per nQ, hoc est, per multiplum, submultiplumve quadrantis, prout necessitas id exigit; semper enim invenies differentiando sectoris tui differentiale[1]) quod est

---

1) Die vorangehenden Bemerkungen von Johann Bernoulli scheinen nicht genau durchgedacht zu sein. Was er mit dem Passus „quia sinus et cosinus inter se convertuntur“ meint, ist nicht klar, denn der Wert von $\log \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$ wird natürlich nicht unverändert, wenn man x statt y und y statt x setzt, und für $x=0$, $y=1$, kann die Fläche des entsprechenden Sektors nicht $0Q$ oder $2Q$ sein. Ferner hat Bernoulli hier die bestimmte Integration (denn es handelt sich ja um eine solche) mit der unbestimmten verwechselt. Sein Ausdruck

$$\frac{a^2}{4\sqrt{-1}}\, l\, \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}} + nQ$$

muß darum modifiziert werden, und zwar kann man den richtigen Ausdruck auf folgende Weise herleiten. Setzt man in dem Ausdrucke

$$\log \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$$

$x = \cos\vartheta$, $y = \sin\vartheta$, so wird daraus

$$\log \frac{\cos\vartheta + i\sin\vartheta}{\cos\vartheta - i\sin\vartheta} = \log \frac{e^{i\vartheta}}{e^{-\vartheta i}} = \log e^{2\vartheta i} = (2\vartheta + 2k\pi)i;$$

der reelle Teil des Ausdruckes ist also $= 0$, d. h.

$$l\, \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}} = 0.$$

Aber der vollständige Wert von

$$\frac{a^2}{4\sqrt{-1}} \log \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$$

ist

$$\frac{a^2}{4\sqrt{-1}}(2\vartheta + 2k\pi)i = \frac{a^2}{2}(\vartheta + k\pi)$$

und für $x=0$, $y=1$, wird $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, so daß, wenn man mit Johann Bernoulli $Q = \frac{a^2\pi}{4}$ setzt, in diesem Falle

$$\frac{a^2}{4\sqrt{-1}} \log \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}} = \frac{a^2}{4\sqrt{-1}}\, l\, \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}} + (2k+1)\,Q.$$

Der von Johann Bernoulli angegebene Ausdruck ist also richtig, wenn n eine ungerade ganze Zahl bedeutet.

$$\frac{aadx}{2\sqrt{aa-xx}},$$

sicuti decet. In casu semiquadrantis, ubi

$$x = y = \sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

habebis etiam partem priorem = 0, aut si mavis

$$= \frac{aa}{4\sqrt{-1}}\, l\sqrt{-1},$$

quocirca adjiciendnm $\frac{1}{2}Q$[1]; sed hujusmodi expressiones imaginariae usum potius habent, si in series expendantur in quibus quippe termini imaginarij se destruunt. De his satis.

Probum erit intelligere methodum, quam tibi inventam dicis ejusque communicationem promittis, reducendi hujusmodi aequationes differentio-differentiales

$$yyddy = xdx^2,$$

existente

$$ddx = 0,$$

ad differentiales primi gradus, interim non satis capio mentem tuam de duobus aliis generibus differentio-differentialium pluribus quam duobus terminis constantibus; imprimis non video quomodo quadret exemplum

$$ddx = x^n\ Ydx^{m-n}\ dy^{2-m} + x^p\ \mathfrak{Y}dx^{q-p}\ dy^{2-q} \text{ etc.}$$

ad eas, quas innuis, aequationes, in quibus alterutra indeterminata in singulis terminis eundem dimensionum numerum obtinet; unius autem dimensionis tam x quam dx & ddx dicis te ponere, cum tamen in exemplo, quod proponis, neque x, neque dx, neque ddx unius sit dimensionis nec etiam eundem dimensionum numerum obtineat. Cave autem ne in his asystata vel incompatibilia comparare inter se suscipere velis, nam e. gr. comparare velle ddx cum Ydx vel cum Ydx^3 aeque absurdum est quam velle lineam invenire aequalem superficiei, sed ddx comparabile est cum Ydx^2. Ut verbo dicam comparabilia sunt tantum illa differentialia in quibus littera d ubique aequaliter reperitur, cujuscumque gradus sint differentialia, sic e. gr. ddx cum Ydx^2 vel Ydy^2 vel $Ydxdy$ vel $Y\frac{dy^3}{dx}$; et d^3x cum Ydx^3, vel Ydx^2dy, vel $Ydxddx$, vel $Y\frac{d^4x}{dy}$; atque ita in aliis. Hinc itaque primus terminus tui exempli generaliter loquendo est incomparabilis cum ddx, nam ut cum ddx subsistere possit

$$x^n Ydx^{m-n}dy^{2-m},$$

1) Aus der Anmerkung auf Seite 360 ist ersichtlich, daß man hier

$$\frac{a^2}{4\sqrt{-1}}\, l\sqrt{-1} + \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = (2k + \tfrac{1}{2})\, Q$$

zu setzen hat.

oportet supponere

$$m-n+(2-m)=2,$$

sed cum sit $=2-n$, vides nullam posse fieri comparationem inter ddx & hunc terminum nisi in casu quo $n=0$; idem etiam de altero termino dicendum, quare haec attentiori curae tuae commendo, ne possibilia velis facere quae sua natura sunt impossibilia.

Venio nunc ad litteras tuas novissimas. Solutio tua problematis de ducenda linea brevissima in superficie data videtur bona. Quod ad meam [1]) attinet, ea consistit in hac aequatione

$$\frac{Tddy}{Tdzdy-zds^2}=\frac{ddz}{ds^2+dz^2},$$

ubi notandum per x, y, z me intelligere tres coordinatas, quae tibi sunt t, x, y: item T esse subtangentem curvae illius datae, quae fit in superficie data, quando secatur per planum subjecto plano perpendiculare & ipsis y parallelum; porro per ds (quod constans suppono) intelligo elementum curvae projectae seu

$$\sqrt{dx^2+dy^2}.$$

Possum etiam naturam curvae quaesitae exprimere hac aequatione

$$\frac{\Theta ddx-Tddy}{\Theta dx-Tdy}=\frac{dzddz}{ds^2+dz^2},$$

quae aliquando commodior est, ubi litterae x, y, z, T idem mihi significant quod ante, & praeterea Θ est subtangens alterius curvae datae quae fit secando superficiem per planum priori coordinatum, h. e. ipsis x parallelum. Es his aequationibus facile omnes casus particulares, quos solutos das, deducuntur. Non unum tantum solvendi fundamentum habeo; quantum conjicio, tuus solvendi modus nititur natura minimi, quo etiam agnatus [2]) meus feliciter usus est, & problema legitime solvit, sed hic solvendi modus non satis est generalis, ad alia quippe hujusmodi problemata sese non extendens, quale esset e. gr. hoc: Ducere in data superficie lineam curvam, cujus in puncto quolibet planum osculans datam habeat inclinationem ad planum tangens superficiem datam in eodem puncto. Voco autem planum osculans, quod transit per tria curvae quaesitae puncta infinite sibi invicem propinqua. Patet hoc problema includere prius, nam si angulus inclinationis est rectus, erit quilibet arcus curvae quaesitae minimus inter duo puncta sua extrema. Poteris ergo etiam vadum tentare pro hoc problemate ita generaliter concepto, ego illud pariter reduxi ad aequationem

1) Vgl. den Aufsatz von Johann Bernoulli in seinen *Opera omnia* T. IV, S. 108—128.

2) Wahrscheinlich der Neffe von Johann Bernoulli, Nikolaus I Bernoulli, der damals Professor der Logik an der Universität in Basel war.

differentio-differentialem. Caeterum in applicatione quam facis aequationis tuae ad superficiem cylindricam, qui tamen casus est omnium facillimus, posset dubium moveri, utrum liceat in aequatione ad quam pervenis

$$\frac{dxddx + dyddy}{dx^2 + dy^2} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

supponere

$$dxddx + dyddy = 0,$$

cum hoc nihil aliud sit quam communis divisor utriusque membri; ideoque mallem ego citra hanc suppositionem immediate integrare utrumque membrum per logarithmos, nempe sic: Assumto logarithmo constante numeri arbitrarii c habebo

$$lc + l(dx^2 + dy^2) = l(dt^2 + dx^2 + dy^2),$$

ideoque

$$cdx^2 + cdy^2 = dt^2 + dx^2 + dy^2.$$

Hinc

$$\overline{c-1} \times \overline{dx^2 + dy^2} = dt^2,$$

vel

$$\frac{1}{\sqrt{c-1}}\, dt = \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

et

$$\frac{1}{\sqrt{c-1}}\, t = \int \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

prorsus ut tu invenisti. Quod enim tibi est n, id hic est $\frac{1}{\sqrt{c-1}}$. Si superficies proposita sit conoidea, cujus sectiones transversae per planum primarium sint circuli, habeo praeter methodum generalem aliam particularem pro hoc casu, quae immediate deducit ad aequationem differentialem primi gradus, ubi indeterminatae non sunt permixtae, & quae suppeditat constructionem, quam olim frater meus dedit,[1]) nescio ex quo fundamento erutam, quod quia non exhibuit, incertum est an sit legitimum, nam observavi posse perveniri etiam ad eandem illam constructionem per viam aliquam quae est paralogistica. Interim quod attinet ad tuam pro hoc casu aequationem

$$xdy - ydx = a\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

non video, quomodo (positis $yy + xx = zz$ & $\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2} = du$) inde sequatur

$$du = \frac{z\sqrt{dt^2 + dz^2}}{\sqrt{zz - aa}},$$

1) Siehe Jakob Bernoulli, *Solutio sex problematum fraternorum, in Ephem. Gall. 26. Aug. 1697 propositorum;* Acta Eruditorum 1697, S. 226—230: „Probl. I. In superficie dati conoidis vel sphaeroidis, ex. gr. parabolici, inter duo data puncta geometrice describere lineam omnium in illa superficie sic ductarum brevissimam."

multo minus, quomodo haec aliquid conferat ad constructionem curvae quaesitae, si quidem du est elementum ipsius curvae & dt, dz elementa diversarum indeterminatarum. Mea vero, quam habeo aequatio, in qua indeterminatae sunt separatae, expedit more solito constructionem per quadraturas, cujus ope in casu particularissimo globi statim videre est, lineam brevissimam in superficie sphaerica esse circulum maximum. Porro si in aequatione pro solidis rotundis (quorum scilicet axis est perpendicularis ad basin, nam si est obliquus, res est altioris indaginis, quam non facile ad differentias primas reduces), ponatur $a = 0$, ita ut sit

$$xdy - ydx = 0,$$

seu $y = nx$, haud dubie dat meras (ut dicis) etiam lineas brevissimas, sed omnes nonnisi unam eandemque efficiunt, nempe eam ex cujus revolutione generatur solidum rotundum. Eas vocat frater meus in suo schediasmate *meridianos;* circulos vero, quos singula puncta in revolutione describunt — *parallelos;* corpora *conica*, quae tu non satis apte *conoidica* vocas, sunt utique omnia illa quae generantur ex circumductu lineae rectae circa curvam aliquam datam in aliquo plano & perpetuo transeuntis per punctum (quod vertex conici corporis vocatur) extra planum existens.

Quae hic habes de ducenda linea brevissima in superficiebus horum corporum conicorum sunt intricata & obscura; putat agnatus meus, cui epistolam tuam legendam tradidi, in iis aliquem paralogismum latitare. Quidquid vero sit, problema pro hujusmodi superficiebus non minus quam pro simplicibus conis & cylindroidibus facillimam admittit solutionem, ita ut non egeat tam operoso quod suscipis molimine; possunt enim eae omnes superficies transmutari in planas, ut tu ipse nunc etiam probe animadvertisti, postquam idem ego jam diu insinuavi, vid. Act. Lips. a. 1698 p. 469,[1]) ac revera hic casus nihil aliud est quam corollarium unius ex solutionibus meis generalibus, nam plures habeo.

Quod superest vale & omnes amicos meos verbis saluta.

Dab. Bas. a. d. 18 Apr. 1729.

P. S. Tenta num possis problema de ducenda linea brevissima reducere ad aequationem differentialem primi gradus in superficie aliqua quae non sit vel cylindroidica vel conoidica sed alia aliqua.[2])

---

1) Es handelt sich hier um einige Zeilen im Aufsatze von Johann Bernoulli, *Annotata in solutiones fraternas problematum quorundam suorum, editas proximo Actorum Maio;* Acta Eruditorum 1698, S. 466—474.

2) Diesem Wunsche von Johann Bernoulli hat Euler am Ende seiner schon zitierten Abhandlung in dem Comment. acad. sc. Petrop. 3 („ad annum 1728") Genüge geleistet. Die Abhandlung war also im April 1729 noch nicht fertig (vgl. Eneström, Biblioth. Mathem. 1899, S. 23).

6.

Euler an Bernoulli 16. Mai 1729.

Antwort auf Bernoullis Brief vom 18. April 1729. Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. Einige Zeilen veröffentlicht von Eneström im Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar 5, Nr. 21 (1880), S. 21, und in der Biblioth. Mathem. 1899, S. 23—24.

Inhalt. Die Logarithmen negativer Größen. — Drei Arten von Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die integriert werden können. — Die kürzeste Linie auf einer Oberfläche; noch einmal ausführliche Behandlung des Falles, wo die Oberfläche konisch ist.

Viro Celeberrimo Joh. Bernoulli S. P. D.
Leonh. Euler.

Acceptis heri Festo Ascensionis Christi Tuis literis statim ad eas respondendum duxi, etsi magis deceret paulisper differe responsionem, propter literarum tuarum res tam arduas talesque ut tempore opus sit non parvo, debito modo ad eas respondendum. Tamen, cum animus sit crastina die hinc proficisci, et mensem circiter rure degere cum Cl. Filio Tuo aliisque amicis, nimis longum mihi videbatur differendae responsionis tempus. Quamobrem hoc quidem tempore respondeo quae iri promtu sunt; quae majore industria opus habent temporisque plus requirunt, rure reversus perscribam.

Quod primo scribis de logarithmis imaginariis, id mihi nondum satis est perspicuum, praecipue discrimen, quod ponis inter $l-(x)$ et $l(-x)$ nondum percipere possum, neque quo calculo ductum ad unum potius horum logarithmorum, quam ad alterum pervenire oporteat. Praeterea expressio sectoris circularis $\frac{aa}{4\sqrt{-1}}\, l\, \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$ debita constante jam mihi videtur esse aucta, cum facto $x=0$ exhibeat sectorem evanescentem. Deinde si modo, nQ adjici deberet, id quod vero nondum perspicio, n mihi praeter multiplum quaternarii nihil aliud denotare posse videtur, cum demum post quatuor quadrantes percursos una revolutio absolvatur. Sin vero n, $\frac{1}{2}$ esse potest, poterit quoque $\frac{1}{4}$ et omnes numeros significare, unde superfluum est etiam $\frac{aa}{4\sqrt{-1}}\, l\, \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$ adhibere, ad sectorem exprimendum, cum solum nQ sufficiat ad sectorem quemvis repraesentandum[1]). Quicquid autem sit, res ita mihi se habere videtur, ut neque Tu ex tuo conceptu, neque nos nostro hac in re in paralogismum incursuri simus.

1) Vgl. über diese Bemerkungen von Euler die Anmerkungen S. 360 und 361. Merkwürdigerweise hat Johann Bernoulli in seiner Antwort die kritischen Bemerkungen von Euler gar nicht beantwortet.

Aequationum differentio-differentialium utique tria genera ad differentiales primi gradus reducere possum quorum primum comprehendit omnes aequationes duobus terminis constantes, cujusmodi est

$$y^m ddy = x^n dx^p dy^{\,2-p},$$

quae est homogenea[1]).

Alterum genus est aequationum, in quibus alterutra indeterminata in singulis terminis eundem habet dimensionum numerum ut

$$ddx = Yx^m dx^{\,1-m} dy^{\,1+m} - \mathfrak{Y} x^n dx^{\,1-n} dy^{\,1+n} \text{ etc.}$$

quae itidem est homogenea, et in singulis terminis x unius habet dimensionis[2]). Sic se habet aequatio in schediasmate meo praelecto coram conventu, et quoniam id non amplius in manibus erat, cum postremas mandarem literas, fieri potuit ut in perscriptione harum aequationum falsus sim.

Tertium genus complectitur aequationes simili modo homogeneas, quo Tu aequationes differentiales 1^{mi} gradus tales vocare soles, ut[3])

$$ax^m y^n dx^p dy^q ddy + bx^r y^{\,m+n-r} dx^s dy^{\,p+q-s} ddy \text{ etc.}$$
$$= cx^t y^{\,m+n-1-t} dx^v dy^{\,p+q+2-v} \text{ etc.}$$

Has aequationes sic reduco, ut eas in alias transmutem, in quibus alterutra indeterminata finitae quantitatis nusquam reperitur, quae ergo facto $dy = p dx$, posito dx const., ad differentiales primi gradus reducuntur. Totum meum artificium unici casus reductione illustrasse sufficiat. Sit reducenda haec aequatio:

$$y^m ddy = x^n dx^p dy^{2-p},$$

ubi $ddx = 0$, pono

$$x = c^v \text{ et } y = c^{\frac{n+p}{m+p-1}v}\, t,$$

posito c numero cujus log. $= 1$, erit, posito brevitatis gr. $\frac{n+p}{m+p-1} = \alpha$,

$$dy = c^{\alpha v} dt + \alpha c^{\alpha v} t dv$$

et

$$dx = c^v dv$$

et

$$ddx = c^v ddv + c^v dv^2 = 0,$$

ergo

$$ddv = -\, dv^2,$$

1) Vgl. über diese Gleichung S. 128—130 der schon zitierten Abhandlung *Nova methodus innumerabiles aequationes differentiales secundi gradus reducendi ad aequationes differentiales primi gradus.*

2) Vgl. über diese Gleichung S. 134—136 der soeben zitierten Abhandlung, wo Euler $m - h$ statt n eingeführt hat.

3) Nur einen sehr speziellen Fall dieser Gleichung hat Euler in seiner Abhandlung (S. 130—134) behandelt.

ergo
$$ddy = c^{\alpha v}(ddt + 2\alpha dtdv + (\alpha\alpha - \alpha)\,tdv^2).$$
Quibus valoribus substitutis habebitur
$$c^{\overline{m+1}.\alpha v}(t^m ddt + 2\alpha t^m dtdv + (\alpha\alpha - \alpha)\,t^{m+1}dv^2)$$
$$= c^{(n+p+2\alpha-p\alpha)v}dv^p(dt + \alpha t dv)^{2-p}.$$
Quia vero est
$$\alpha = \frac{n+p}{m+p-1},$$
erit
$$\overline{m+1}\,.\,\alpha = n + p + 2\alpha - p\alpha.$$

Unde diviso per $c^{\overline{m+1}.\alpha v}$ restabit haec aequatio
$$t^m ddt + 2\alpha t^m dtdv - (\alpha\alpha - \alpha)\,t^{m+1}dv^2 = dv^p(dt + \alpha t dv)^{2-p}.$$
Fiat porro $dv = zdt$, erit
$$ddv = zddt + dzdt = -dv^2 = -zzdt^2,$$
ergo
$$ddt = -zdt^2 - \frac{dzdt}{z}.$$
Ex quo fit
$$-t^m z\,dt^2 - \frac{t^m dzdt}{z} + 2\alpha t^m zdt^2 + (\alpha\alpha - \alpha)\,t^{m+1}zzdt^2$$
$$= z^p dt^2(1 + \alpha tz)^{2-p}$$
seu
$$z^{p+1}(1 + \alpha tz)^{2-p}dt = (\alpha\alpha - \alpha)\,t^{m+1}z^3dt + (2\alpha - 1)t^m zzdt - t^m dz.$$

Quae aequatio, quia est differentialis primi gradus, si construi posset, etiam proposita
$$y^m ddy = x^n dx^p dy^{2-p}$$
construi posset. Hujus aequationis est casus specialis $yyddy = xdx^2$, quae reducta abit in hanc (ob $m = 2$, $n = 1$, $p = 2$ et inde $\alpha = 1$)
$$z^3dt = ttzz\,dt - tt\,dz.$^{1)}$$

Ex hisce facile erit concludere, quomodo altera duo genera pertractem.

Aequatio Tua pro linea brevissima generalis egregie cum mea convenit, in eam enim transmutatur expressa litera T ex aequatione mea assumta
$$Pdx = Qdy + Rdt.$$

1) Hier hat Johann Bernoulli notiert: „Inventa relatione inter z et t, sumendum est $x = c^{\int zdt}$, et $y = c^{\int zdt}t$; caeterum ad hanc aequationem facilius pervenio methodo dudum mihi usitata ut in adjecta scheda apparet.“ Diese „scheda“ ist nicht aufbewahrt, wahrscheinlich ist ihr Inhalt für den Aufsatz in dem 4. Bande (S. 79—80) der *Opera omnia* von Johann Bernoulli benutzt worden.

Aequationem meam quidem ex natura minimi deduxi, sed aliis quibusdam modis ad eandem perveni aequationem. Problema, quod hac occasione proponis, nunc cogitationes meas occupabit, et si quid invenero proxime recensebo.

Aequationem

$$\frac{dxddx + dyddy}{dx^2 + dy^2} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$$

eodem, quo doces, modo, in dissertatione mea reduxi, sed cum viderem divisione per $dxddx + dyddy$ idem resultare, eam ob brevitatem adhibui. Ex aequatione

$$xdy - ydx = a\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2}$$

non eo hanc

$$du = \frac{z\sqrt{dt^2 + dz^2}}{\sqrt{zz - aa}}$$

derivo, quo faciliorem constructu eam arbitror, sed ea commodius ad casus speciales accommodatur. Modus autem ejus eruendae ex illa, factis

$$xx + yy = zz$$

et

$$\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2} = du,$$

hic est. Ob

$$xx + yy = zz,$$

est

$$xdx + ydy = zdz$$

ergo

$$xxdx^2 + 2\,yxdxdy + yydy^2 = zzdz^2.$$

Altera aequatio dat

$$du^2 - dt^2 = dx^2 + dy^2,$$

unde

$$zzdu^2 - zzdt^2 = xxdx^2 + yydx^2 + xxdy^2 + yydy^2,$$

a qua si illa auferatur restabit

$$\begin{aligned} xxdy^2 - 2yxdydx + yydx^2 &= zzdu^2 - zzdt^2 - zzdz^2 \\ &= (xdy - ydx)^2 = aadu^2, \end{aligned}$$

ergo

$$du = \frac{z\sqrt{dt^2 + dz^2}}{\sqrt{zz - aa}}$$

Caeterum methodus mihi quoque est lineae brevissimae in superficiebus conoideis per quadraturas construendae. Aequatio mea canonica pro superficiebus conoideis haec est

$$xx + yy = T,$$

ubi T denotat functionem quamcunque ipsius t. Posito ergo

$$xx + yy = zz,$$

erit
$$T = zz,$$
ergo t aequalis erit functioni cuidam ipsius z, quam pono $\int Zdz$.

Sit jam (Fig. 1) BMC planum ad axem solidi perpendiculare et A vertex, sit porro BMC projectio lineae brevissimae in qua sit $AP = x$, $PM = y$, erit $AM = z$. Sit elementum curvae hujus

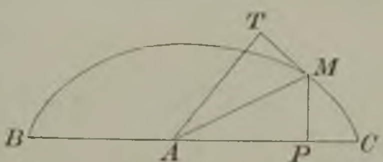


Fig. 1.

$$\sqrt{dx^2 + dy^2} = ds = \sqrt{du^2 - dt^2},$$
unde
$$du = \sqrt{dt^2 + ds^2} = \frac{z\sqrt{dt^2 + dz^2}}{\sqrt{zz - aa}},$$
seu $$(zz - aa)\, ds^2 = aadt^2 + zzdz^2 = aaZZdz^2 + zzdz^2,$$
ob $dt = Zdz$. Ergo
$$ds = dz\sqrt{\frac{aaZZ + zz}{zz - aa}}.$$

Demittatur ex A in tangentem MT perpendiculum $AT = p$, erit
$$ds = \frac{zdz}{\sqrt{zz - pp}} = \frac{dz\sqrt{aaZZ + zz}}{\sqrt{zz - aa}}.$$
Consequenter
$$aazzZZ - aappZZ = ppzz - aazz,$$
seu
$$p = az\sqrt{\frac{ZZ + 1}{aaZZ + zz}}.$$
Ex qua aequatione curva facile construitur.

Quod ad corpora conica attinet,[1] aequationes pro iis, sumto initio abscissarum in vertice, tales esse debent, ut variabiles t, x, y in singulis terminis eundem dimensionum numerum constituant, uti $tt = xx + yy$. De hoc dubium non est, de novo rem scrutatus sum. Inde ergo eruitur $t =$ functioni cuidam ex x et y compositae unius tantum dimensionis, erit igitur $t : x =$ functioni nullius dimensionis, ut $\frac{x}{y}$, $\frac{x}{\sqrt{xx+yy}}$, ubi in numeratore tot sunt dimensiones, quot in denominatore. Haec functio dicatur F, eritque
$$t : x = F,$$
unde
$$\frac{xdt - tdx}{xx} = dF;$$
ponatur
$$dF = Mdx + Ndy,$$

1) Das Folgende stimmt wesentlich mit dem Ende des Briefes vom 18. Februar 1729 überein (siehe oben S. 357—358).

cum F ex x et y componatur. Ex eo vero quod F sit functio nullius dimensionis, fluit esse

$$Mx + Ny = 0,$$

ergo

$$M = -Ny : x;$$

erit autem

$$xdt - tdx = Mxxdx + Nxxdy = Nxxdy - Nxydx,$$

ergo

$$(Nxy - t)dx = Nxxdy - xdt,$$

seu

$$\left(xy - \frac{t}{N}\right) dx = xxdy - \frac{xdt}{N}.$$

Erat autem canonica aequatio

$$Pdx = Qdy + Rdt,$$

quae huc traducta dabit

$$P = xy - \frac{t}{N} \text{ et } Q = xx;$$

est vero

$$N = \frac{xdt - tdx}{xxdy - xydx}.$$

His valoribus in generali aequatione pro linea brevissima, quae est

$$\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$$

substitutis, habetur[1])

$$\frac{ydtddy - tdyddy + xdtddx - tdxddx}{ydtdy - tdy^2 + xdtdx - tdx^2} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}.$$

Ponatur

$$tt + xx + yy = zz,$$

ut sit z distantia puncti cujusvis lineae brevissimae a vertice, et

$$\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2} = ds$$

elementum lineae brevissimae. His substitutis, dat:

$$ds = \frac{zdsddz + dz^2 ds - zdzdds}{ds^2},$$

quae integrata dat

$$\frac{zdz}{ds} = s,$$

et porro

$$ss = zz + C = tt + xx + yy + C.$$

Quae aequatio cum ea, quam alia methodo faciliori investigavi, con-

1) An der entsprechenden Stelle in der gedruckten Abhandlung von Euler ist die Gleichung auf Grund eines Versehens unrichtig. Dort ist nämlich (S. 120) das linke Glied:

$$\frac{yxdtddx - tydxddx - txdyddy + xydtddy}{yxdtdx - tydx^2 + txdy^2 - xydtdy}.$$

gruit, neque usquam paralogismum deprehendere potui. Hic ergo hanc epistolam finio, alio tempore uberius hac de re scripturus.

Vale itaque, Vir Celeberrime, mihique favere perge atque Tibi persuade me Tui esse observantissimum.

Petropoli die 16. Maj.
A. 1729.

7.

Euler an Bernoulli 21. Oktober 1729.

Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm.

Inhalt. Integration einer Differentialgleichung zweiter Ordnung. — Tautochrone und isochrone Kurven. — Reihe, deren allgemeines Glied $1 . 2 . 3 \ldots n$ ist, und das Glied dieser Reihe, das $n = \frac{1}{2}$ entspricht.

Vir Excellentissime Celeberrime.

In ultimis Tuis, quas ad Clar. Filium dedisti, literis mentionem fecisti methodi meae innumerabiles aequationes differentiales secundi ordinis ad primum reducendi, quibus Te quoque, Vir Celeberrime, earumdem reducendarum modo potiri significasti. Hoc ni fallor, exemplum attulisti

$$ax^m dx^p = y^n dy^{p-2} ddy,$$

cui semper aequatio quaedam parabolica satisfacere Tibi observata sit. Hic quidem casus est particularis, nam aequatio differentio-differentialis, ut Tute innuis, multo latius patet. Exponam hic universalem ejus reductionem, ut cum Tuis conferre possis[1]). Pono

$$x = c^{(n+p-1)\int z dt} \text{ et } y = c^{(m+p)\int z dt} t,$$

ubi c denotat numerum cujus logarithmus hyperbolicus est 1. His factis substitutionibus, exponentialia per divisionem tolli poterunt, et si dx ponitur constans, aequatio tantum differentialis emerget, haec

$$a(n+p-1)^p z^p t = t^n (1 + (m+p)tz)^{p-2} [-\frac{dz}{z} + (2m-n+p+1) z dt + (m+p)(m-n+1) tz^2 dt].$$

Quae si construi poterit, etiam aequationis differentio-differentialis constructio in promptu erit. Simili modo reliquas, de quibus scripsi, aequationes reduco.

Habeo praeterea, Vir Celeb. quaedam, quae ad tautochronas spectant, Tibi explicare, quae haud displicitura spero. Incidi nuper in hanc ques-

1) Vgl. S. 128—130 der Eulerschen Abhandlung *Nova methodus innumerabiles aequationes differentiales secundi gradus reducendi ad aequationes primi gradus.*

tionem, quomodo data curva, in qua fit descensus corporis in vacuo tantum, aliam inveniri oporteat ei jungendam, in qua ascensus fiat ut omnes oscillationes absolvantur eodem tempore. Ut data (Fig. 2) curva BA, requiritur altera AC eiusmodi, ut corpus super BAC oscillans integras oscillationes perficiat eodem tempore, utut eae sint inaequales. Hic statim perspicuum est, si altera fuerit semicyclois, et alteram talem fore. Problema hoc Clar. Filio Tuo communicavi simulque cum eo in illo operam collocavi. Solutionem vero et ipse et ego statim post adepti sumus, eamque coram societate proposuimus[1]). Mihi quoque haec meditanti ejus conditionis in mentem venit, ut inquirerem, quibus casibus hae duae curvae sint partes ejusdem curvae continuae. Non difficile quidem erat innumerabiles hujusmodi curvas invenire quae oscillationes reddant isochronas, sed algebraicas curvas eruere minus facile visum erat. Assecutus autem sum[2]) unicam algebraicam quae est quarti ordinis et dictis AP, x; PM, y, hac exprimitur aequatione

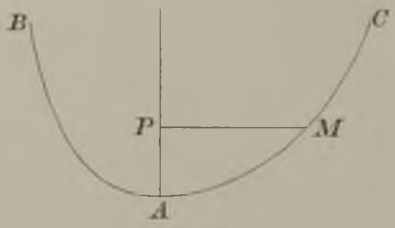


Fig. 2.

$$81\,y^4 \pm 54\,ay^3 - 216\,axyy - 256\,ax^3 + 9\,aayy - 72\,aaxy + 48\,a^2xx - 9\,a^3x = 0,$$

in qua $\frac{1}{2}\,a$ significat longitudinem penduli isochroni. Hujusmodi ergo curvae, quarum numerus est infinitus, aeque sunt tautochronae atque cyclois, cum oscillationes integrae omnes sint aequalis durationis. Sed hoc differt inter eas et cycloidem, quod in hac etiam dimidiae oscillationes a puncto infimo sumtae sint isochronae, quod ibi locum non habet. Ad usum vero pendulorum omnes debent esse aequaliter idoneae.

In hac questione tali usus sum methodo, quae omnes prorsus casus complectatur, quod non exigui hac in re momenti mihi esse videtur, cum inde simul demonstrationem sim assecutus, praeter cycloidem nullam aliam curvam hoc modo tautochronismum producere posse, id quod ante Cl. Filio Tuo non penitus certum visum est. Non alio autem usus sum principio nisi hoc ut tempus oscillationis debeat esse constans, sive ut in functionem

1) Vergl. die Abhandlungen von Euler: *De innumerabilibus curvis tautochronis in vacuo;* Comment. acad. sc. Petrop. 4, 1729 (gedruckt 1735), S. 49—66; *Quomodo, data quacumque curva, invenire oporteat aliam, quae cum data quodammodo juncta ad tautochronismum producendum sit idonea;* daselbst 5, 1730/1731 (gedruckt 1738), S. 143—159, und *Solutio singularis casus circa tautochronismum;* daselbst 6, 1732/1733 (gedruckt 1738), S. 28—36.

2) Vgl. S. 63 der soeben zitierten Abhandlung *De innumerabilibus curvis tautochronis in vacuo.*

tempus exprimentem, nulla quantitas quae ab arcu descripto pendet, ingrediatur. Ex quo deinde deduxi, quale debeat esse elementum temporis. Et sane haec methodus hoc utilitatis mihi praestitit, ut etiam tautochronam in medio secundum quadrata velocitatum resistente invenerim.[1])

Sit (Fig. 3) curva AMC talis, ut globus super ea descendens semper aequali tempore ad infimum punctum A perveniat. Hujus sequentem inveni aquationem:[2])

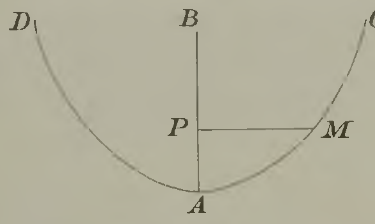


Fig. 3.

$$8m^2asds + 3(m-n)nfxds = 8(m-n)mafdx,$$

in qua s denotat arcum quemvis AM, x respondentem abscissam AP, a diametrum globi oscillantis, f longitudinem penduli dimidias oscillationes aequali tempore absolventis, et m ad n rationem gravitatum specificarum globi et fluidi. Curva haec CMA ultra A continuatur in AD, quae hanc habet proprietatem, ut omnes ascensus super ea sint isochroni. Ex quo intelligitur omnes oscillationes super curva CAD esse isochronas, dum descensus super CA et ascensus super AD fiant. Hinc ejus quoque problematis, quod in vacuo proposui, solutionem sum nactus. Infinitos nimirum casus binarum curvarum jungendarum dare possum, super quibus oscillationes fiant isochronae. In aliis quidem medii resistentes hypothesibus methodo mea idem nondum assequi potui; cujus rei ratio est, quod ibi mobilis velocitas finite exprimi non possit, quemadmodum, si resistentia quadrato velocitatis proportionalis est, fieri potest.

Unicum adhuc, Vir Excellentissime, quod ad progressiones attinet nunciandum restat. Agitata est a Clar. GOLDBACHIO in literis ad Clar. Filium Tuum datis[3]) haec progressio

$$1,\ 1.2,\ 1.2.3,\ 1.2.3.4. \text{ etc. seu } 1,\ 2,\ 6,\ 24,\ 120 \text{ etc.},$$

cujus ut termini medii determinarentur, requirebat. Variis quidem modis et ipse et Filius Tuus iis proximos dederunt. Verum tautochronis

1) Siehe die Abhandlung von EULER, *Curva tautochrona in fluido resistentiam faciente secundum quadrata celeritatum;* Comment. acad. sc. Petrop. 4, 1729, S. 67—89.

2) Vgl. S. 77 der soeben zitierten Abhandlung *Curva tautochrona in fluido resistentiam faciente secundum quadrata celeritatum.*

3) Die Frage wurde zum ersten Mal gestellt in einem Briefe von CHR. GOLDBACH an DANIEL BERNOULLI vom 18. November 1728 (siehe FUSS, a. a. O. II, S. 273). Vgl. noch über diese Frage FUSS, a. a. O. II, S. 278, 283, 285, 325, 328.

quaerendis in modum incidi eosdem accurate inveniendi.[1]) Terminum enim ordine $\frac{1}{2}$ aequalem esse demonstrare possum lateri quadrati circulo aequalis cujus diameter = 1. Hujus sesquialterum dat terminum ordine $1\frac{1}{2}$, unde reliqui exponentium $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ etc. invenientur.

Haec igitur sunt, Vir Celeberrime, quae hoc tempore judicio Tuo submittere volui, quae si placuerint accuratius sum expositurus.

Vale et favere perge, Vir Excellentissime Celeberrime,

Dabam Petropoli d. 21. Octobr.
A. C. 1729. Tibi Obstrictissimo Eulero.

Aufschrift:

A Monsieur
Monsieur Jean Bernoulli
Très Celebre Professeur des Mathematiques
à
Bâle.

8.

Bernoulli an Euler 17. Dezember 1729.

Antwort auf Eulers zwei Briefe vom 16. Mai und 21. Oktober 1729. Original verloren; Konzept in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. Veröffentlicht von Eneström im Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar 5, Nr. 21 (1880), S. 10—15.

Inhalt. Integration zweier Differentialgleichungen zweiter Ordnung. — Bemerkung über eine dritte von Euler erwähnte Gleichung zweiter Ordnung. — Tautochrone und isochrone Kurven. — Über die Reihe, deren allgemeines Glied $1 . 2 . 3 \ldots . n$ ist.

Viro Cel. Leonhardo Eulero S. P. D. Joh. Bernoulli.

Egregia sunt quae habuisti in binis litteris ad me postremo datis; cum autem novissimas ante paucos demum dies acceperim, brevis ero in mea responsione, atque communicabo vicissim quae ea occasione inveni, etsi breve admodum meditandi spatium concessum fuerit. Quod attinet ad reductionem hujus aequationis differentio-differentialis[2])

$$y^m ddy = q x^n dx^p dy^{2-p},$$

eam tum temporis cum acciperem anteriores tuas litteras, ita obtinui: Posui statim $y = tx^a$, ut et valores ex hac suppositione prodeuntes ipsarum dy et ddy (supposito $ddx = 0$) substitui in aequatione proposita. In aequatione transmutata posui porro $dx = xzdt$, ita ut inde emergat

1) Vgl. die Abhandlung von Euler, *De progressionibus transcendentibus seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt;* Comment. acad. sc. Petrop. 5. 1730/1731 (gedruckt 1738), S. 36—57.

2) Vgl. den Aufsatz von Johann Bernoulli „Reductio aequationis $y^m ddy = qx^n dx^p dy^{2-p}$ ad aequationem differentialem primi gradus, ubi supponitur $ddx = 0$" in seinen *Opera omnia* T. IV, S. 79—80.

aequatio continens nullum dx, sed quae constet tribus indeterminatis x, t & z, quare ut eliminetur x, ponendae sunt (te quoque ita observante) exponentes ejus dimensionum ubique aequales, & hoc modo invenitur conditio ipsius a, nempe

$$a = \frac{n+p}{m+p-1};$$

sequestratis itaque x ex singulis terminis, superest aequatio duabus tantum indeterminatis t et z constans, quae erit tantum primi gradus. Curva ergo ei conveniens, si qua arte construi potest, dabit coordinatas z et t, ex quibus habentur valores ipsarum x et y, nimirum

$$x = c^{\int z\,dt}, \text{ et } y = tc^{\frac{n+p}{m+p-1}\int z\,dt},$$

ubi etiam c est numerus cujus logarithmus $= 1$. Fortassis non absimili modo invenisti tuum x et y, quando sumere jubes

$$x = c^{(n+p-1)\int z\,dt}, \text{ et } y = c^{(m+p)\int z\,dt}\,t.$$

Vides tunc rem peractam per substitutiones mihi primo dudum usitatas. In casibus quibusdam particularibus possunt separari z et t, sed non sine aliqua dexteritate. Sic pro hoc exemplo, quod satis memorabile est[1])

$$xxddy = qydx^2,$$

invenio aequationem finitam hanc

$$y = bx^{(\frac{1}{2} + \sqrt{q + \frac{1}{4}})} + cx^{(\frac{1}{2} - \sqrt{q + \frac{1}{4}})},$$

ubi b et c sunt coefficientes arbitrarii, quae omnino fit algebraica, si $\sqrt{q + \frac{1}{4}}$ est rationale. Caeterum aequatio parabolica quae semper satisfacit, haec est

$$(n - m + 1)\,y^{m+p-1} = (q(n+p)^{1-p} \times (m+p-1)^p)\,x^{n+p}.$$

Licet autem illa non omnes possibiles curvas complectatur, ideo tamen non est contemnenda, quia saltem solvit aequationem propositam et quidem semper per aequationem finitam[2]), etiam iis in casibus ubi in formula

---

1) Mit dieser Gleichung hatte sich JOHANN BERNOULLI schon 1716 beschäftigt, wie aus seinem Briefe an LEIBNIZ vom 20. Mai 1716 hervorgeht; eine weit allgemeinere Gleichung derselben Art hatte er nach eigener Angabe schon vor 1700 integriert (vgl. Biblioth. Mathem. 1898, S. 58—60). Es ist aber zu bemerken, daß für die im Texte angegebene Gleichung

$$n = -2,\ p = 2,\ m = -1,$$

so daß

$$\frac{n+p}{m+p-1} = \frac{0}{0};$$

die von JOHANN BERNOULLI angegebene Methode ist also in diesem Falle nicht anwendbar. Vgl. hierüber JOHANN BERNOULLI, *Opera omnia* T. IV, S. 81—83.

2) Auch hier ist zu bemerken, daß die fragliche Gleichung für den von JOHANN BERNOULLI behandelten Spezialfall die Form $0 = 0$ annimmt.

generali indeterminatae t et z videntur inseparabiles, adeo ut pro constructione parum utilitatis allatum sit, rem reduxisse ad differentias primas.

Non satis intelligo in penultimis tuis literis, quam requirant conditionem duo altera genera aequationum, in quorum prioris generis aequationibus vis ut alterutra indeterminata in singulis terminis eundem habeat dimensionum numerum, cujus exemplum quod affers, hoc est

$$ddx = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + \mathfrak{Y} x^n dx^{1-n} dy^{1+n} \text{ \&c},$$

quam dicis *itidem esse homogeneam & in singulis terminis x unam habere dimensionem*, cum tamen utrobique x nec unam nec eandem habeat dimensionem; tertii generis exemplum, quod mentem tuam illustrare deberet, simili laborat obscuritate, praeterquam quod exponentes differentialium ita se habeant & reddant quantitates heterogeneas & ideo incomparabiles; oportet itaque ut te explices clarius, si ea de re judicare debeam.

Speculationes tuae de tautochronis mirifice quidem placent, sed illud quod proponis inveniendum, *data scilicet qualicumque curva, invenire aliam ei jungendam, per quam utramque oscillationes integrae sint isochronae in vacuo,* non admodum difficile est, nam statim ac legi e vestigio solvi adeoque non mirum est, si idem & Tu & filius meus solvistis. Tota res huc redit ut (Fig. 4) ad axem AG verticalem curvae datae ABH constituatur arcus cycloidalis AEF, verticem habens in A, et postmodum quaeritur alia curva ACL, ejus naturae, ut ducta quavis horizontali EC, secante curvas & axem in punctis E, B, C & P, arcus compositus BAC sit semper aequalis arcui cycloidico EA, ab eadem horizontali EC resecto vel sit ejusdem multiplex qualiscumque. Ducta enim proxima parallela ec, erit $Bb + Cc = Ee$ vel $n \times Ee$; concipiuntur jam duo mobilia cadere ex eodem horizonte FL, unum incipiens ab F, alterum ab H, habebunt illa in punctis E, B & C velocitatem aequalem, quae est $\sqrt{GP}$; erit igitur

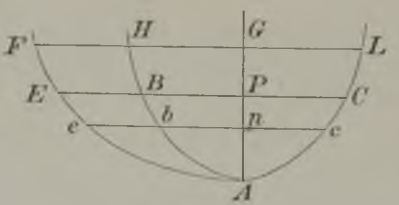


Fig. 4.

$$\frac{Bb + Cc}{\sqrt{GP}} = \frac{Ee}{\sqrt{GP}}, \text{ vel} = \frac{n \times Ee}{\sqrt{GP}},$$

unde tempuscula duo per Bb & per Cc simul sumta sunt = tempuscula per Ee vel hujus multiplo, ideoque tempus per arcum compositum BAC = tempori per arcum cycloid. EA vel = hujus temporis multiplo; quandoquidem igitur tempora per singulos arcus cycloidales EA sunt aequalia, erunt etiam tempora per singulos arcus combinatos BAC aequalia h. e. oscillationes integrae (descensu et ascensu simul peragendo) sunt isochronae etiamsi tempus per descensum sit inaequale tempori per ascensum. Quod nunc attinet ad modum id praestandi, ut duo arcus BA & AC faciant arcus unius ejusdemque curvae continuae BAC, & ut quaeratur talis BAC quae sit algebraica, de quo ita loqueris, quasi Tu solus id praestiteris, ita ut nesciam annon in solutione harum duarum posteriorum conditionum habueris etiam socium filium meum aeque ac in priori, cujus solutionem ipsi non minus quam Tibi adscribis. Etenim hisce quoque conditionibus satisfacere haud adeo difficile deprehendes, ubi ante omnia hoc dico, in inquisitione hujus non opus esse ea quam innuis cautela, *ut nimirum in functionem tempus exprimentem nulla quantitas, quae ab arcu descripto pendet, ingrediatur.* Quin imo ego contrarium facio, dum curvam BAC determinaturus, assumo pro longitudine arcus AB vel AC, aliquam functionem convenientem solius arcus cycloidalis AE, quae functio id praestet, ut arcus illi duo AB et AC inde mutuo continuentur ex suppositione arcus AE negative sumti; sic post superiorem meam solutionem tempus non amplius in considerationem venit; ecce ergo meam methodum. Sit arcus cycloidis $AE = s$, fiatque ad lubitum aliqua ejus functio $= S$, quae componatur ex meris potentiis ipsius s dimensionum parium. Quo facto ponatur arcus $AC = s + S$, erit utique idem ille continuatus in partem oppositam seu negative sumtus $AB = -s + S$, adeoquo arcus ipse absolute seu affirmative sumtus $AB = s - S$. Hinc $AC + AB$ seu curva tota continua $CAB = 2s = 2AE$. Ergo curva CAB vel BAC erit isochrona. Q. E. I.

Restat ut modum ostendam naturam curvae exprimendi per aequationem inter coordinatas AP & PC, seu inter x et y ex assumta functione S, quod non est arduum. Differentietur S, voceturque $dS = Tds$; sit diameter circuli generatoris cycloidis $AEF = \frac{1}{4}a$, erit arcus AE seu $s = 2\sqrt{\frac{1}{4}.ax} = \sqrt{ax}$, unde $ds = \frac{1}{2}dx\sqrt{\frac{a}{x}}$ & dS seu $Tds = \frac{1}{2}Tdx\sqrt{\frac{a}{x}}$, adeoque

$$Cc = ds + dS = \frac{1+T}{2}dx\sqrt{\frac{a}{x}},$$

a cujus quadrato

$$\frac{1+2T+TT}{4x}adx^2$$

auferatur quadratum Pp seu dx^2, erit radix quadrata reliqui

$$dx\sqrt{\frac{a+2aT+aTT-4x}{4x}} = dy,$$

id quod dat aequationem pro natura curvae AB, quae ut algebraica fiat, id quidem dependet ab electione quantitatis liberae S; sumamus ergo $S = ss:a$ utpote simplicissimam inter functiones ipsius s praescriptam conditionem habentes; eritque $dS = Tds = 2sds : a = dx$, et $T = 2s : a = 2\sqrt{\frac{x}{a}}$; quibus substitutis in aequatione generali

$$dx\sqrt{\frac{a + 2aT + aTT - 4x}{4x}} = dy,$$

abit illa in hanc

$$dx\sqrt{\frac{a + 4\sqrt{ax}}{4x}} = dy,$$

quae ut commode integrari possit, scribatur tantisper (quod quidem jam supra fieri potuisset) $\frac{ss}{a}$ pro x, $\frac{2sds}{a}$ pro dx, et s pro $\sqrt{ax}$, & tunc habebitur

$$ds\sqrt{\frac{a+4s}{a}} = dy,$$

cujus integrale

$$\tfrac{1}{6}.\overline{a + 4s}.\sqrt{\frac{a+4s}{a}} = y + \tfrac{1}{6}a,$$

seu

$$(a + 4s)^{\frac{3}{2}} = (6y + a) \times \sqrt{a};$$

resubstituto pro $4s$ ejus valore $4\sqrt{ax}$ prodibit aequatio algebraica inter coordinatas x & y, quae haec est

$$(a + 4\sqrt{ax})^{\frac{3}{2}} = (6y + a) \times a\sqrt{a}.$$

Haec autem sublata asymmetria producit accurate tuam aequationem

$$81y^4 + 54ay^3 - 216axyy - \&c = 0.$$

Coroll. Hinc patet quia diameter circuli generatoris cycloidis $= \frac{1}{4}a$, fore pendulum simplex longitudini $\frac{1}{2}a$ isochronum cum oscillatione integra per curvam BAC vel CAB. Quod ad tautochronas in medio secundum quadrata velocitatum resistente spectat, non vacavit per paucos hos dies de solutione hujus casus cogitare, verum ubi per otium licuerit, tentabo, neque de successu despero.[1]) Interim quando de tua inventa curva dicis, quod descensus per CA sibi invicem sint isochroni, pariterque etiam isochroni sint ascensus per AD, non addis, an etiam isochroni fiant regressus, h. e. descensus per DA & ascensus per AC, hoc enim omnino necessarium esset ad reciprocationem oscillationum.

Non habeo multum quod addam de progressione

$$1,\ 1.2,\ 1.2.3,\ 1.2.3.4,\ \&c.,$$

de qua dicis te habere modum accurate determinandi terminos medios, sed definiendum fuisset, quid per terminos medios intelligendum sit; idea

1) Vgl. die Abhandlung von Johann Bernoulli, *Méthode pour trouver les tautochrones dans les milieux résistans comme le quarré des vitesses* (Mém. Paris 1730, S. 78—101 = *Opera omnia* III, S. 173—197).

enim hujus rei nimis est vaga. WALLISIUS in sua *Arithmetica infinitorum* adhibet suas interpolationes pro simili negatio & ni fallor eandem hanc rem jam pertractavit.

Vale. Dabam Basil. a. d. XVII. Xbr. 1729.

9.

Euler an Bernoulli 11. Juli 1730.

Antwort auf BERNOULLIS Brief vom 17. Dezember 1729. Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm. Einige Zeilen veröffentlicht von ENESTRÖM im Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar 5, Nr. 21 (1880), S. 22—23.

Inhalt. JOHANN BERNOULLIS französische Preisschrift. — Drei Differentialgleichungen zweiter Ordnung. — Tautochrone und isochrone Kurven. — Lösung zweier von JOHANN BERNOULLI gestellter Probleme, von denen das erste eine Verallgemeinerung der Aufgabe von der kürzesten Linie auf einer Oberfläche enthält, das andere sich auf die Bewegung eines Körpers bezieht, der sich auf einer in einer beweglichen Vertikalebene liegenden Kurve bewegt. — Eine Differentialgleichung erster Ordnung.

Vir Excellentissime Celeberrime.[1])

Iam pridem officium meum fuisset ad postremas literas Tuas respondere, idque maxime eo tempore, quod ad nos fama pervenit de praemio Parisino[2]) Tibi adjudicato. Sed variae occupationes me impediverunt, quominus ea, quae scribere statueram, perficere potuerim. Solam vero gratulationem mittere non volebam. Praecipuam enim causam hujusmodi gratulationum praestantiam ingenii esse existimo, ex qua orta est ea disquisitio, quae optima est pronunciata. Neque vero haec laus in Te, Vir Celeberrime, competit; sed in eos praesertim, qui ex ea famam de se divulgari quaerunt. Quicquid autem est, quo Te hoc judicio auctum esse sentis, de eo ex animo gratulor, atque ut idem Tibi adhuc saepenumero usu veniat, vehementer exopto.

Aequationem $xxddy = qydx^2$ sine methodo mea, qua hujusmodi aequationes omnes, si fieri potest, vel reduco vel integro, sequenti modo, nulla adhibita substitutione, statim integravi. Addo utrinque terminum $\alpha xdxdy$ et multiplico der x^n. Hoc facto quaero, qui numeri α et n esse debeant[3]) aequationis

1) Am oberen Rande der ersten Seite des Briefes finden sich die folgenden Worte von EULER: „Vorigen Posttag hat Herr Prof. BERNOULLI von hier auch geschrieben, welche er mich gebetten zu berichten".

2) Im Jahre 1730 hatte JOHANN BERNOULLI für die von der Pariser Akademie der Wissenschaften gestellte Frage über die Ursachen der elliptischen Gestalt der Bahnen der Planeten und der Veränderung der Aphelien den Preis bekommen. Die Abhandlung ist unter dem Titel: *Nouvelles pensées sur le système de M. DESCARTES et la manière d'en déduire les orbites et les aphélies des planètes* gedruckt.

3) Hier spielt also x^n die Rolle eines integrierenden Faktors. Vor 1730 hatte sich JOHANN BERNOULLI zweimal eines solchen bedient (vgl. CANTOR, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* 3[2], S. 227 und ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. 1898, S. 58), aber davon hatte EULER wahrscheinlich keine Kenntnis.

$$\alpha x^{n+1} dx dy + x^{n+2} ddy = q x^n y dx^2 + \alpha x^{n+1} dx dy,$$

ut utrumque membrum integrari possit. Inveni autem

$$\alpha = \tfrac{1}{2} + \sqrt{q + \tfrac{1}{4}} \text{ et } n = -\tfrac{3}{2} + \sqrt{q + \tfrac{1}{4}},$$

et integratione facta prodit haec aequatio

$$(\tfrac{1}{2} + \sqrt{q + \tfrac{1}{4}})\, x^{-\frac{1}{2} + \sqrt{q + \frac{1}{4}}}\, y dx = b dx + x^{\frac{1}{2} + \sqrt{q + \frac{1}{4}}}\, dy;$$

haec divisa per

$$x^{-\frac{1}{2} + \sqrt{q + \frac{1}{4}}}$$

dat

$$(\tfrac{1}{2} + \sqrt{q + \tfrac{1}{4}})\, y dx - x dy = b x^{\frac{1}{2} - \sqrt{q + \frac{1}{4}}}\, dx.$$

Multiplicetur per

$$x^{-\frac{3}{2} - \sqrt{q + \frac{1}{4}}},$$

integrari poterit aequatio atque resultabit

$$c - x^{-\frac{1}{2} - \sqrt{q + \frac{1}{4}}}\, y = -b x^{-2\sqrt{q + \frac{1}{4}}}$$

$\left(\text{posui tantum } b \text{ pro } \dfrac{b}{2\sqrt{q + \frac{1}{4}}}\right)$, porroque haec

$$y = b x^{\frac{1}{2} - \sqrt{q + \frac{1}{4}}} + c x^{\frac{1}{2} + \sqrt{q + \frac{1}{4}}}.$$

Quando dico in aequatione

$$ddx = Y x^m dx^{1-m} dy^{1+m} + \mathfrak{Y} x^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{ etc.}$$

indeterminatam x unicam dimensionem habere in singulis terminis, non tantum x sed etiam dx et ddx unam dimensionem ipsius x efficere intelligi volo. Sic in termino $Y x^m dx^{1-m} dy^{1+m}$ numerus dimensionum ipsius x non est m sed $m + 1 - m$ seu 1 ut in primo termino ddx.

Nescio quomodo factum est, ut aequatio tertii generis, quam perscripseram, sit absurda, puto me ita scripsisse

$$a x^m y^{-m-1} dx^p dy^{2-p} + b x^n y^{-n-1} dx^q dy^{2-q} + \text{etc.} = ddy,$$

in qua nullam heterogeneitatem deprehendere possum. Atque in ea x, y, dx, dy, ddy in singulis terminis eundem dimensionum numerum tenent nempe 1.

Quae de pluribus tautochronis novis in vacuo scripsi, utique facilia sunt, et propterea non tam methodum, quam rem ipsam aestimandam esse puto. Non dubito, quin Filius Tuus Clar. problematis casum, quo utraque curva est una continua, solverit statim, si de eo cogitasset; sed quia hujus casus ei in mentem non venit, factum est, ut de his novis tautochronis tanquam ad me solum pertinentibus loquutus sim. Casus vero hujus, quo utraque curva debet esse continua, solutio Tua, Vir Celeberrime, prorsus cum ea, qua usus sum, congruit. Quod ad tautochronam in medio secundum quadrata celeritatum resistente attinet, quam in postremis literis Tecum communicavi, ea tantum oscillationes versus eandem plagam euntes reddit isochronas, revertentes vero tales non sunt. Propterea igitur ad usum pendulorum more consueto accommodata non est idonea. Nihilo tamen minus augmentum quoddam ea re Analysi accesisse arbitror, propter peculiarem atque latissime patentem methodum, qua in ea invenienda sum usus. Si vero utilitas in praxi desideratur, eadem methodo curvam determinavi, in qua pendulum oscillans binas oscillationes ex itu penduli et reditu constantes semper absolvit aequalibus temporibus, quamvis neque soli itus neque reditus sint isochroni.

In ultimis ad Cl. Filium datis literis me admonere jussisti de problemate mihi in prioribus literis proposito, ut ejus solutionem, si quam invenire possum scriberem. Is vero simul mihi aliud elegans problema te auctore proposuit de definiendo motu corporis super plano inclinato mobili. Utriusque problematis solutionem hic appono.

Problema primum, cujus solutionem jam diu investigare debuissem, est hoc: In superficie cujuscunque solidi lineam ducere hujus naturae, ut planum, in quo sita sunt duo elementa contigua, cum plano tangente superficiem in eo loco angulum datum efficiat.[1]) Solutio mea haec est. Sit (Fig. 5) curva quaesita BM. Assumto plano quocunque APQ pro lubitu, in eoque recta AP tanquam axe, demittatur ex puncto quocunque curvae quaesitae M in planum APQ normalis MQ, et ex Q ad AP etiam normalis QP. Dicantur AP, x, PQ, y et QM, z. Exposita sit natura superficiei datae, in qua est curva BM, aequatione inter tres indeterminatas x, y, z, quae sit haec

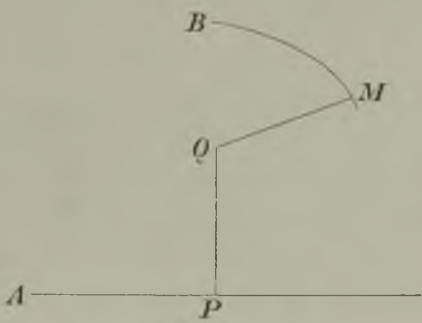


Fig. 5.

$$Pdx = Qdy + Rdz.$$

1) Vgl. über dies Problem Johann Bernoulli, *Opera omnia* T. IV, S. 113—114. Bernoulli gibt als Gleichung der gesuchten Kurve

$$(Tdx^2ddz - zds^2ddy + Tdydzddy)\sqrt{ds^2 + dz^2}$$
$$= nzds^2dxddz - nTdydxdzddz + nTdxddy(ds^2 + dz^2),$$

$$\text{wo } ds^2 = dx^2 + dy^2,\ T = -\frac{zR}{Q},\ n = \frac{1}{q}$$

und ds als konstant angenommen wird.

His positis inveni anguli plani curvae cum plano tangente in M cotangentem esse

$$= \frac{Pdyddz - Pdzddy + Qdxddz - Rdxddy}{(Qddy + Rddz)\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}$$

posito sinu toto $= 1$. Si ergo requiratur, ut haec cotangens sit q, erit,

$$Pdyddz - Pdzddy + Qdxddz - Rdxddy$$
$$= (Qddy + Rddz)\, q \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2};$$

ex qua aequatione cum locali superficiei

$$Pdx = Qdy + Rdz$$

conjuncta determinabitur curva quaesita. Si requiratur, ut dictus angulus ubique sit rectus, erit $q = 0$ habebiturque aequatio

$$P(dyddz - dzddy) = Rdxddy - Qdxddz,$$

quae est ea ipsa, quam pridem pro linea brevissima inveni.

Alterum problema generalius quam mihi erat propositum solvi hoc sensu. Super plano horizontali (Fig. 6) BC sit perfecte mobilis curva $AMCB$. Super ejus parte convexa AMC descendat pondus quod ad pondus figurae $AMCB$ rationem habeat ut C ad Δ. His positis requiritur motus utriusque et ponderis descendentis et figurae horizontaliter progredientis.[1]) Inveni autem corpus revera propter figuram cadentem moveri in curva AND cujus applicata PN ad respondentem PM habet rationem constantem; est nimirum $PN : MN = \Delta : C$. Tangentes ergo ex M et N ductae concurrent in T puncto axis AB producti. Est autem celeritas corporis A in N ad celeritatem figurae ABC ut NT ad MN. Sumta vero PO media proportionali inter PN et PM ductaque TO, erit celeritas corporis in N ad celeritatem, quam haberet, si ex altitudine AP libere cecidisset, ut NT ad OT.

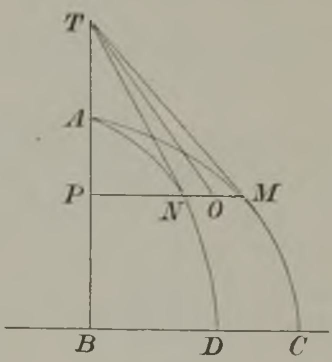


Fig. 6.

1) Das von Johann Bernoulli gestellte Problem war: Sit ACK triangulum materiale, rectangulum in K, quod super plano horizontali DH sine omni frictione moveri possit. Sit etiam corpus grave m, quod super hypothenusa AC positum sua gravitate descendat, pariter sine frictione; quo fiet ut, descendente corpore m, triangulum jugiter ab eo pressum retrocedere cogatur. Quaeritur tunc corporis, tum

Solutionem quidem hanc non ex principiis mechanicis et effectu sollicitationum gravitatis deduxi. Principia, quibus usus sum, sunt haec duo. I. Vim vivam, quae adest, si corpus est in N tam in corpore quam in figura, equivalere vi vivae, quam solum corpus haberet, si ex altitudine AP libere cecidisset. II. Hanc vim vivam ita distribui inter corpus et figuram ABC, ut corpus minimo tempore ad lineam horizontalem BC perveniat, vel ut corpus celerrime descendat. Hac vero solutione non contentus, quaero genuinam, eamque mox invenire spero.

Incidi nuper in hanc aequationem

$$ccdz - zzdz - xzdx = cdx\sqrt{xx + zz - cc},$$

quae est ad curvam quandam tautochronam. Eam construere possum, sed tamen nullo modo adhuc indeterminatas a se invicem separare potui. Ejusmodi praeterea innumerabiles dare possum, quarum omnium constructiones habeo, neque tamen vix eas separare spero.

Vale et favere perge

Vir Excellentissime Celeberrime

Petropoli d. 11. Julii 1730.

Tuo obstrictissimo

L. Eulero.

10.

Euler an Bernoulli 25. Mai 1731.

Original in der Bibliothek der Akademie der Wissenschaften in Stockholm.

Inhalt. Vorläufiger Bericht über eine mathematische Theorie der Musik

Hochedelgebohrner Hochzuehrender Herr.

Dass ich so lange Zeit an Ew. Excellenz zu schreiben aufgeschoben und dabey derselben meines schuldigen Respects zu versicheren, ist die Ursach, weilen ich seit der Zeit nichts gearbeitet habe, welches derselben zu überschreiben würdig geschätzet hätte. Ich habe fast diese ganze Zeit angewendet zu Verfertigung eines Systematis Musici womit ich jetzund fast zu Ende gekommen.[1]) Was ich darinn vermeine gethan zu haben,

---

trianguli velocitas, tum etiam via AP, quam corpus ex motu composito describit, atque utriusque lex accelerationis. Vgl. über dies Problem die Abhandlungen von Johann Bernoulli in den Comment. acad. sc. Petrop. 5, 1730/1731 (gedruckt 1738), S. 11—25, und in seinen *Opera omnia* T. IV, S. 341—347.

1) Diese Arbeit erschien in St. Petersburg 1739 unter dem Titel: *Tentamen novae theoriae musicae, ex certissimis harmoniae principiis dilucide exposita.* Wie Poggendorff (*Biographisch-literarisches Handwörterbuch* I, Sp. 689) für diese Arbeit drei Druckjahre (1729, 1734, 1739) hat angeben können, verstehe ich nicht. Jedenfalls geht aus Eulers Brief hervor, daß sie im Mai 1731 noch nicht fertig war.

nehme ich hiemit die Freyheit Ew. Excellenz zu überschreiben, weilen ich vermuthe, dass dieselbe darauf curios seyn möchte, indeme ich neulich von dero Herrn Sohn vernommen, dass dieselbe von dem Herrn Hermann etwas davon gehöret. Mein Endzweck in diesem Werke war dieser, dass ich suchte die Musik als einen Theil der Mathematik auszuführen, und alles was eine Zusammenfügung und Vermischung der Thōne kann angenehm machen, aus richtigen Gründen ordentlich herzuleiten. Zu dieser ganzen Abhandlung habe ich einen metaphysischen Grundsatz nōthig gehabt, worinnen die Ursach enthalten, warum einer an einer Music ein Wohlgefallen haben könne und worinn der Grund zu setzen sey, dass uns eine Sach angenehm, eine andre aber unangenehm vorkomme. Mit den Thōnen habe ich dargethan, dass es diese Bewandtniss habe, dass uns viel zusammengefügte Thōne gefallen, wenn wir die Verhältniss der Höhe und Tiefe derselben, nehmlich die rationem intervallorum pulsuum, welche die Saiten geben, einsehen. Und aus diesem habe ich die Reglen gezogen, wie die Thōne würden zusammen gefügt werden, dass sich derer ein verständiges Ohr belustigen könne. Es ist aber noch ein anderer Grund weswegen wir an einer Music eine Lust empfinden, welcher in der Daurung der Thōne bestehet, und kann uns deswegen auch eine Music bloss darum gefallen, weilen wir die Verhältniss der Daur der Thōne begreiffen. Nach dem ersten principio ist also die verschiedene Hōhe und Tiefe der Thōne das was uns belustiget, nach dem andren aber die verschiedene Daur derselben. Bey einer vollkommenen Musick muss beydes beysammen seyn und uns gefallen, so wohl ratione acuminis et gravitatis als ratione durationis sonorum. Eine Music, die uns nur nach dem ersten gefällt, ist der Choral, worinnen es nur auf die Zusammenstimmung der Stimmen ankommt und auf die Daur nicht gesehen wird. Ein Exempel aber einer Music, welche nur nach dem andren Grundsatz ein Gefallen erwecken kann, ist das Trommelspiel, worinnen nur auf die Daur und nicht auf die Höhe der Thōne gesehen wird. Ich habe erstlich die Music nach dem ersten Principio allein abgehandlet, hernach nach dem andren und endlich werde ich noch beyde zusammen nehmen. Im ersten Theil, welcher ohne Zweifel der fürnehmste ist, sind folgende Stück abzuhandeln vorgekommen. Für das erste von den Accorten, worinnen ich gewiesen, wie 2 oder mehr Thōne müssen beschaffen seyn, dass sie, wenn sie zusammen klingen, eine angenehme Harmonie erwecken. Zum zweiten habe ich untersuchet wie 2 Accorte beschaffen seyn müssen, dass sie nacheinander geschlagen annehmlich klingen. Zum dritten habe ich eine ganze Suite von Accorten betrachtet, und was zur Annehmlichkeit derselben erfordert wird gewiesen. Die Schrambe, in welchen sich eine solche Suite befindet, machet die Modos aus, von welchen ich darauf gehandlet, und habe dabey auch gewiesen, was für Thöne man für einen jeden modum nöthig habe auf den Instrumenten, wobey ich das genus chromaticum mit 12 Thönen in einer Octav sehr schön heraus gebracht. Zu den folgenden Betrachtungen habe ich alles nach dem Systemate chromatico tractirt. Hernach habe ich was vorhergegangen specialer ausgeführet, und auf die Praxin mehr appliciert. Und da ich darinn eine perfectam enumerationem modorum gemacht, so kann man daraus sehen, wie viel weiter man annoch in der Music kommen könne, und dass von so vielen Modis jetzund nur 2 im Schwange sind. Dieses verstehet sich von der Musick, welche sich auf das Genus chromaticum gründet, denn wenn man über die 12 Thöne, so sich in eine Octav befinden, mehr oder an deren Statt andre gebrauchen wollte, so würde man unendlich viel verschiedene Arten Music haben können. Alles dieses habe ich aber aus dem ersten Principio allso heraus gebracht. Es seyen viel verschiedene Thöne, davon die zu gleicher Zeit absolvierte numeri pulsuum seyen wie diese ganze Zahlen a, b, c, d, etc. durch welche auch die Thöne selbsten exprimiret zu werden pflegen. Dieser Zahlen minimus communis dividuus sey A. Diese Zahl nenne ich den Exponentem derselben Thönen, weilen daraus die Anmuth erkennet wird, welche verursachet wird, wenn dieselben Thöne entweder zugleich oder nach einander klingen. Ich habe darauf gradus suavitatis festgesetzt, davon der erste die perfecteste Zusammenstimmung, nehmlich wenn alle Thöne einander gleich sind, begreifft. Die folgenden begreiffen die weniger vollkommenen nach ihrer Ordnung unter sich. Aus dem Exponente nun wird auf folgende Weise der Gradus suavitatis erkannt; ich solvire denselben in seine factores simplicissimos. Diese addire ich in eine Summ und subtrahire davon $n - 1$ (n bedeutet den numerum factorum), die Zahl alsdann, die heraus kommt, gibt den gradum. Zum exempel die Thöne seyen 1, 2, 3, 4, 6, so wird derselben exponens seyn 12. Dieses factores simplicissimi sind folgende 3: 2. 2. 3. Deren Summ weniger 2 ist 5, woraus erhellet, dass die harmonie dieser Thöne im 5:ten grad angenehm sey.

Auf diese Weise kann man den Exponentem eines ganzen Musicalischen Stücks finden, wenn man alle Thöne durch ganze Zahlen exprimirt und davon das minimum commune dividuum nimmt. Dieser exponens aber ist nicht anderes als der modus musicus desselben Stücks; zu einem Stück, da alle Thöne auf dem Clavier vorkommen, ist der Exponens $2^n. 3^3. 5^2$, wo n von der Anzahl der Octaven dependirt. Nach diesem müssen in eine Octav folgende 12 Thöne seyn

480, 512, 540, 576, 600, 620, 675, 720, 768, 800, 864, 900,

der 13te ist eine Octav höher als der Erste nehmlich 960.

Dieses ist was ich aus meiner Musica Theoretica Ew. Excellenz habe überschreiben wollen. Ich verbleibe also nebst Vermeldung meines schuldigen Respects an dieselbe und dero sämtliche Familie

Hochwohlgebohrner Hochzuehrender Herr

Petersburg, d. 25ten Maj. 1731.

dero gehorsamster und verbundenster Diener
Leonhard Euler.[1])

11.

Bernoulli an Euler 11. August 1731.

Antwort auf Eulers Brief vom 25. Mai 1731. Original im Archiv der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg. Veroffentlicht zuerst im Journal für Mathematik 23, 1842, S. 199—200 und dann abgedruckt von Fuss, a. a. O. S. 8—11.

Inhalt. Über die von Euler angekündigte mathematische Theorie der Musik. Kritische Bemerkungen zu den Auseinandersetzungen in Eulers vorangehendem Brief.

Clarissime et Doctissime Domine Professor,
Amice Carissime.

Dessen letzteres vom 25. Mai ist mir von Seinem Herrn Vatter zurecht überlieffert worden; Er hat nicht nöthig sich wegen Saumseligkeit im Schreiben zu excusiren, da ich selbsten eine Antwort schuldig wäre: hoffe aber Er werde mir zu gut halten, was ich diesorts an meiner Pflicht etwas lasse abgehen, in Betrachtung meiner vielfältigen Occupationen, sonderlich bei dem mir neulich aufgetragenen, oder vielmehr aufgedrungenen Decanat, welches mir in meinem angehenden hohen Alter sehr beschwerlich ist.

Es ist mir sehr lieb gewesen zu vernehmen, dass der Herr Prof. an Verfertigung eines Systematis Musici (welches fast zu Ende soll gekommen seyn) arbeitet; ich zweifle nicht, es werde ein schönes Werk zu Tage

---

1) Am Anfange der vierten Seite des Briefes finden sich folgende von Daniel Bernoulli geschriebene Zeilen: „Da mir der Hr. Prof. Euler gesagt, dass er diesen Brief an den Vatter ablassen wolle, so habe diese paar Zeilen hinzusetzen wollen, umb Ihnen und der Mutter meines Respects zu versichern und meine Geschwistern nebst allen guten Freunden zu grüssen, auch anbey meine Gott lob gute Gesundheit zu berichten. Sonsten berufe mich auf mein letzteres vom 1. Juni oder 8. (das ich mich nicht recht erinnere). Wenige Tage darauf habe ich von dem Johannes einen Brief empfangen, dero ich beantworten werde, wenn ich seine Antwort auf mein erstgedachtes Schreiben werde empfangen haben. Wir haben alhie vernommen, dass die Müller banquerotiret haben, ich fürchte der Vatter werde auch interessiret seyn und bedaure den guten H. Hermann als welcher vor 800 Rtl. sp. interessiret seyn solle. Sonsten recommendire noch einmahl mein voriges beachten wegen des Johannes Herkunft und verbleibe mit gebührenden Grüssen

M. M. T. C. E. T. H. B. V. T. H. E. T. O. F.

D. Bernoulli."

kommen, so des Auctors fürtreffliches ingenium sattsam zeigen wird. Ich kann mir leicht einbilden, dass dergleichen opus kaum wird gefunden werden, darin alles auss mathematischen Gründen hergeholet ist, da wenig Scriptores Musici oder wohl gar keine zu finden sind, welche mit so grosser und aussbündiger mathematischer Wissenschaft begabet sind, wie der Hr. Professor ist, desswegen mich sehr verlanget Sein Werk selbsten dermahleneins zu sehen. Ich könnte zwar nicht leicht errathen, worin derjenige Grundsatz bestehe, so metaphysisch seyn solle, wie Er sagt, dadurch die Ursach könnte gegeben werden, warum Einer an einer Music ein Wohlgefallen haben könne, und dass uns eine Sach angenehm, eine andere aber unangenehm vorkomme: Man hat zwar eine General-idée von der Harmonie, dass sie lieblich ist, wenn sie wohl eingerichtet und die Consonanzen wohl menagirt seind, denn, wie bekandt, so haben auch die Dissonanzen in der Music ihren Gebrauch, damit die Lieblichkeit der gleich darauf folgenden Consonanzen desto besser herauskomme, nach dem gemeinen Sprichwort: opposita juxta se posita magis elucescunt; also verhält sich es auch mit dem Schatten in der Malereykunst, welcher das Licht releviren muss. Es kommt, glaube ich, in musica practica meistens auf die Art und Modification an, daran man gewöhnet ist, und diese Art dependiret viel von dem Naturel und Temperament der Leute, deren einige dieses, andere ein anderes für süss und angenehm halten; also ist die Italienische Music-Art discrepant von der Französischen, und diese von der Englischen. Mit einem Wort, de gustibus non est disputandum. Wenn hiemit die Lieblichkeit eines Musicstückes in der Natur selbsten soll gegründet seyn, so muss man wohl definiren, was man durch Lieblichkeit verstehe und nicht sagen: dies oder jenes ist lieblich, weil es mir gefällt, denn eben dieses könnte einem anderen mißfallen, zum Exempel dem Midae hat des Pans Schnader-Music besser gefallen, als des Appollinis Harfenklang. Der Hr. Professor sagt, man könne urtheilen von dem Wohlgefallen oder Missfallen der viel zusammengefügten Töne, wenn man die Verhältniss der Höhe und Tiefe derselben, nämlich die rationem intervallorum pulsuum, welche die Saiten geben, einsiehet; daraus habe Er die Regel gezogen, wie die Töne müssen zusammengefügt werden, dass sie ein verständiges Ohr belustigen können. Dieses lasse ich gelten für einen Meister, der mehr auf die Accuratesse eines Musicstückes Achtung gibt, als auf den Effect, den es auf die Zuhörer thut; ein Solcher wird sich ohne Zweifel daran ergötzen und belustigen, wenn er es nur auf dem Papier geschrieben siehet und examiniret, und befindet dass es nach den Grundregeln wohl componirt ist; aber da ein Musicstück meistens gespielet wird vor unverständigen Ohren, welche die rationem intervallorum pulsuum der Saiten nicht einsehen, viel weniger zählen können, so wird, glaube ich, dergleichen

Ohren das Musicstück entweder gefallen oder missfallen, je nachdem sie an diese oder jene Gattung der Music gewöhnt sind. Im übrigen gefällt mir sein dessein ganz wohl, weilen aufs wenigste die Theoria musices dadurch perfectionniret und gewiesen wird, dass ein Mathematicus schier alle Wissenschaften auszuführen im Stande ist, dahingegen andere Meister, die nur Practici seind von ihrer eignen Kunst nicht anderst schreiben als wie ein Blinder von der Farb.

Wenn dieser Tractatus Musices zu End seyn wird, wird der Hr. Professor seine vorhabende Mechanicam[1]) (von deren mir ist geschrieben worden) ohne Zweifel mit Ernst für die Hand nehmen, von denen ich mir etwas Sonderbares promittiere, dazu ich denn beharrliche Gesundheit von Herzen anwünsche. Verbleibe indessen unter Empfehlung Göttl. Protection des hochgeehrten Hrn. Professors

bereitwilligster

J. Bernoulli Dr.

Basel, d. 11. August 1731.

1) Diese Arbeit erschien schon vor der *Theoria musicae* unter dem Titel: *Mechanica sive motus scientia analytice exposita* (St. Petersburg 1736).

Zur Frage der Begründung einer mathematischen Zentralbibliothek.

Von Felix Müller in Friedenau-Berlin.

Wie die Leser dieser Zeitschrift erfahren haben, wurde auf der Versammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zu Karlsbad im September 1902 von Herrn Felix Klein der Gedanke angeregt, eine mathematische Zentralbibliothek zu begründen, um die Mitglieder bei ihren wissenschaftlichen Arbeiten zu unterstützen. Um die Verwirklichung dieses Planes zu erörtern, wurde eine Kommission gewählt, welche in Kassel womöglich praktisch durchführbare Vorschläge unterbreiten sollte. Durch den Aufsatz des Herrn Eneström: *Über die Aufgaben einer mathematischen Zentralbibliothek*, Bibl. math. 4_3, 1903, 82—85, wurde ich zur Aufstellung einiger Vorschläge veranlaßt, welche den Mitgliedern auf der Versammlung in Kassel überreicht wurden. Am letzten Versammlungstage gestattete leider die Kürze der Zeit, die für die Beratung des Planes einer Zentralbibliothek erübrigte, weder ein Verlesen der einzelnen Vorschläge, noch eine Diskussion derselben. Der Plan zur Begründung einer Zentralbibliothek wurde so lange vertagt, bis hinreichende Geldmittel vorhanden wären, doch wurde eine bibliographische Kommission eingesetzt, welche Berichte über die Benutzbarkeit der mathematischen Bibliotheken und über ihre Bestände an seltenen Einzelwerken und Zeitschriften sammeln und veröffentlichen soll.

Da indessen mehrere Mitglieder den Wunsch geäußert hatten, daß der Plan der Begründung einer mathematischen Zentralbibliothek nicht gänzlich fallen gelassen werde, so sollen folgende Vorschläge zur Realisierung dieses Planes mitgeteilt werden, um womöglich zu neuen Vorschlägen anzuregen.

1. An alle Mathematiker, besonders an die Mitglieder der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, sowie an alle Verleger mathematischer Werke wird ein Aufruf erlassen mit der Bitte, durch Geschenke von Büchern oder Zusendungen von Geld die Begründung der mathematischen Zentralbibliothek zu unterstützen.

2. Um die Vermehrung der Bibliothek durch Neuanschaffungen dem Bedürfnis entsprechend zu gestalten, werden Bibliothekskataloge von selteneren oder schwer zugänglichen mathematischen Einzelwerken und Zeitschriften mathematischen Inhaltes mit Angabe der Bibliotheken, in denen sich dieselben befinden, hergestellt.

3. Um einen fortlaufenden Bericht über den Fortgang des Unternehmens den Mitgliedern zugänglich zu machen und ihnen den Nutzen der zugleich mit einer mathematischen Zentralbibliothek zu errichtenden Zentralstelle für mathematische Bibliographie wiederholt vor Augen zu führen wird ein *Korrespondenzblatt zur Verbreitung mathematisch-bibliographischer Kenntnisse* herausgegeben.

4. Es wird eine ständige Bibliotheks-Kommission ernannt, welche die Einrichtung und Erhaltung der Zentralbibliothek zu überwachen hat und die mit einer solchen Zentralbibliothek zweckmäßig zu verbindenden Aufgaben, wie die Auskunft über mathematische Literatur, die Erstattung eines fortlaufenden Berichtes über den Stand des Unternehmens, die Redaktion des Korrespondenzblattes, später die Herausgabe einer mathematischen Bibliographie, die Veröffentlichung eines mathematischen Gesamtkataloges mit Hinzufügung der Bibliotheken, die Herstellung eines Wörterbuches der mathematischen Literatur und ähnliche Untersuchungen im Auge zu behalten und nach Möglichkeit durchzuführen hat.

Die verschiedenen Gegenstände, welche in dem *Korrespondenzblatte* zur Verbreitung mathematisch-bibliographischer Kenntnisse zu besprechen wären, dürften etwa folgende sein:

1. *Die mathematische Zentralbibliothek.* Berichte über den Plan und die Realisierung desselben, über den Zuwachs durch Geschenke, über Neuanschaffungen, über Verwendung der etwa eingegangenen Gelder. Grundsätze und sonstige Mitteilung über die Benutzung der Bibliothek u. ä.

2. *Öffentliche Bibliotheken.* Belehrungen über Benutzung der Bibliotheken des In- und Auslandes. Resultate der an die Vorstände ergangenen Aufforderungen. Bibliotheksverzeichnisse seltener Schriften. Materialien zu einem mathematischen Gesamtkatalog.

3. *Literarische Desiderata.* Verzeichnisse derjenigen Schriften, deren Beschaffung unmöglich oder sehr schwierig war, nach Mitteilungen der Leser des Blattes. Diese Verzeichnisse sind als Material für das Schreiben an die Bibliotheks-Vorstände zu verwerten. Dadurch würden zugleich die Vorstände auf bedauerliche Lücken in ihren Bibliotheken aufmerksam gemacht werden. Wünsche zur Anschaffung für die Zentralbibliothek u. ä.

4. *Bibliographisches.* Mitteilung von älteren und neueren Schriften, in denen wichtige bibliographische Aufsätze oder Notizen über mathematische Gegenstände enthalten sind. Fortlaufende Berichte über den

mathematischen Inhalt älterer Zeitschriften, Berichte über die im Erscheinen begriffenen großen Bibliographien, Übersicht über neu erschienene Schriften. Materialien zu einer systematisch geordneten mathematischen Jahresbibliographie.

5. *Fragen und Auskünfte.* Anfragen (mit Angabe des Namens oder pseudonym) über mathematische Literatur, wie solche zum Teil schon im Intermédiaire des mathématiciens sich finden. Antworten auf eingegangene Fragen, seitens der Leser des Blattes.

6. *Literaturangaben.* Ergänzungen und Verbesserungen unvollständiger oder fehlerhafter Zitate in Repertorien, Encyklopädien und anderen mathemathischen Schriften.

7. *Wörterbuch der mathematischen Literatur.* Sammlung von Materialien zu einem lexikographischen Verzeichnis mathematischer Termini technici mit Angabe der einschlägigen Literatur.

8. *Vorlesungen.* Mitteilungen über Berücksichtigung der mathematischen Literatur in Vorlesungen.

9. *Anzeigen.* Verkäufe von Bibliotheken, Buchhändleranzeigen, Antiquariatskataloge etc. etc.

Vielleicht wäre es möglich, *wöchentlich eine* Nummer des *Korrespondenzblattes* erscheinen zu lassen, damit Auskünfte auf literarische Fragen möglichst schnell gegeben werden können. Der jährliche Abonnementspreis dürfte Mk. 6.—. nicht übersteigen. Durch *Austausch* des Jahresberichtes und des Korrespondenzblattes mit anderen mathematischen Journalen ließe sich die Zentralbibliothek vermehren. Die der Redaktion eingesandten Werke würden ebenfalls der Zentralbibliothek zu gute kommen.

Über Ausstellungen mathematischer Literatur.

Von G. Eneström in Stockholm.

Betrachtet man als Zweck einer Ausstellung, die Übersicht über das, was bisher auf einem gewissen Gebiete geleistet worden ist, zu erleichtern und dadurch Anregungen zu Verbesserungen oder zu neuen Arbeiten auf diesem Gebiete zu geben, so hat man in betreff der reinen Mathematik eigentlich nur wenig Gegenstände, die ausgestellt werden können. Für die Geometrie kommen in Betracht Modelle von Flächen und Kurven, sowie Instrumente zur Herstellung oder Berechnung räumlicher Gebilde, und auch für die Analysis haben solche Modelle und Instrumente eine Bedeutung, sofern dadurch Funktionen veranschaulicht werden können. Hierher gehören ferner zahlentheoretische Diagramme, und auch Rechenmaschinen oder Maschinen, die gewisse andere analytische Operationen ausführen, können ja als der reinen Mathematik angehörig betrachtet werden. Aber einen Einblick in das, was bisher auf dem Gebiete der Mathematik überhaupt geleistet worden ist, wird man natürlich nicht durch eine Ausstellung solcher Gegenstände bekommen.

Fordert man dagegen von einer Ausstellung nur, daß sie an einer und derselben Stelle eine ziemlich große Anzahl von solchen Sachen, aus denen der Fachmann Belehrungen erhalten kann, zusammenführen soll, so gibt es für die Mathematik auch eine andere Art von Gegenständen, die ausgestellt werden können, nämlich mathematische Schriften. Freilich finden sich in den großen Bibliotheken nicht unbedeutende Sammlungen solcher Schriften, und wer Auskunft über die mathematische Literatur wünscht, hat jetzt zur Verfügung wertvolle literarische Hilfsmittel, aber die Bücherbestände der großen Bibliotheken sind nur ausnahmsweise dem Fachmanne zugänglich, und die literarischen Hilfsmittel können nicht immer den Nutzen gewähren, den man hat, wenn man die Schriften selbst gesammelt vor sich findet. Um dies zu ermöglichen, gibt es vielleicht augenblicklich, so lange wir keine mathematische Zentralbibliothek besitzen, keinen besseren Ausweg als von Zeit zu Zeit Ausstellungen mathematischer Literatur anzuordnen.

Ohne Zweifel kann es von Interesse sein, auch die ältere mathematische Literatur auszustellen, aber sofern es sich nicht um eine Spezialausstellung handelt, ist es wohl im allgemeinen angebracht, sich auf die neuesten Schriften zu beschränken. Am einfachsten wäre es, zuerst ein Rundschreiben an Verleger und Verfasser ausgehen zu lassen, worin diese ersucht werden, ihre mathematischen Publikationen einzusenden, und dann zu versuchen, die so erhaltene Sammlung auf andere Weise zu ergänzen, so daß sie wenigstens alle wichtigeren Erscheinungen der letzten Zeit umfaßt. Gelingt ein solches Verfahren, so kann man die Schriften auf verschiedene Weise ordnen, je nach dem Zweck, den man in erster Linie verfolgen will. Will man die Entwickelung der literarischen Wirksamkeit auf dem mathematischen Gebiete hervorheben, empfiehlt es sich selbstverständlich die Schriften chronologisch zu ordnen, sonst dürfte unter allen Umständen eine eigentlich systematische Anordnung vorzuziehen sein. Zuerst werden dann Zeitschriften und allgemeine Arbeiten gestellt, und darauf die übrigen Schriften nach den behandelten Gegenständen geordnet; hierbei ist es wünschenswert, nicht nur die besonders erschienenen Arbeiten sondern auch Separatabzüge aus Gesellschafts- und Zeitschriften zu sammeln. Auf diese Weise bekäme man eine Übersicht über die neueste literarische Wirksamkeit auf den verschiedenen Gebieten der Mathematik, und die Sammlung würde auch zu einem näheren Studium der einschlägigen Literatur einladen.

Erweist es sich dagegen unmöglich, auch nur annäherungsweise die wichtigeren mathematischen Schriften der letzten Jahre zu bekommen, so sollte man wenigstens auf einem besonderen Gebiete Vollständigkeit erstreben, denn auch eine Spezialausstellung kann gewiß von großem Interesse sein. Die Grenzen einer solchen Ausstellung können natürlich auf verschiedene Weise gezogen werden; sie können zeitlich sein, so daß man sich z. B. auf die Schriften des letzten Jahres beschränkt. Sonst liegt es auch nahe, die Literatur eines gewissen Zweiges der Mathematik z. B. der Funktionentheorie, auszustellen; hat man irgend einen Grund die Grenzen noch enger zu ziehen, kann man die Ausstellung nur die Schriften von oder über einen bestimmten Mathematiker, z. B. Euler, oder über eine besondere Frage, z. B. die Grundlagen der Geometrie, umfassen lassen.

Es kann auch Spezialausstellungen geben, die mehr pädagogische oder praktische Zwecke verfolgen. In den verschiedenen Ländern werden bei dem Universitätsunterricht eine Menge von Lehrbüchern oder Vorlesungshefte benutzt, von denen die meisten dem großen Publikum fast unbekannt, und schwer zu bekommen sind; an einer Stelle die wichtigsten dieser Lehrbücher und Vorlesungshefte zu sammeln, würde für die Universitätslehrer der Mathematik und auch für andere Mathematiker sehr belehrend sein können.[1]) Einen unleugbaren Nutzen, wenn auch etwas anderer Art als der bisher in Betracht gezogenen, würde es auch mit sich bringen, wenn die größeren Verleger auf dem Gebiete der Mathematik besondere Ausstellungen ihrer Verlagsartikel anordnen wollten, worin sie die Zweige der Mathematik hervorheben, mit welchen sie sich vorzugsweise beschäftigen, denn daraus könnten junge Mathematiker, die ausführlichere Arbeiten in Angriff genommen haben, ersehen, wohin sie sich wenden sollen, um ihre Schriften veröffentlicht zu bekommen. Kurz, die Zahl der verschiedenen Ausstellungen mathematischer Literatur, die dem Fachmanne wertvolle Belehrungen geben würden, ist so groß, daß man sehr wohl eine ganze Reihe solcher Ausstellungen anordnen könnte, die verschiedene Zwecke verfolgen.

Sind also Ausstellungen mathematischer Literatur im allgemeinen nützlich, so müssen sie ganz besonders zu empfehlen sein, wenn sie mit größeren Mathematiker-Versammlungen in Verbindung gesetzt werden, und es ist darum sehr erfreulich, daß der Ausschuß für die Vorbereitung des dritten internationalen Mathematikerkongresses in Heidelberg 1904 beschlossen hat, mit dem Kongresse eine Literaturausstellung zu verbinden.

Wenn ich sage, daß die Ausstellungen in diesem Falle besonders zu empfehlen sind, so denke ich nicht in erster Linie daran, daß die Besucher viel zahlreicher als sonst werden müssen, obgleich dieser Umstand gewiß nicht ohne Belang ist. Ungleich größeres Gewicht lege ich darauf, daß die bei einem Kongresse gehaltenen Vorträge in vielen Fällen die Fachgenossen zu unmittelbarem Studium der einschlägigen Literatur anregen müssen, und daß ein solches Studium, wenn es schon während des Kongresses möglich wird, zu wertvollen Bemerkungen seitens der Zuhörer Anlaß geben könnte, wodurch das wissenschaftliche Resultat der Verhandlungen wesentlich erhöht würde. Aber die Literaturausstellung kann auch direkt für gewisse Vorträge verwertet werden, z. B. wenn es sich um Berichte über den gegenwärtigen Stand bestimmter Theorien handelt.

Indessen wird die Literaturausstellung meiner Ansicht nach ihre größte Bedeutung bei dem geselligen Verkehr der Kongreßmitglieder bekommen. Wo eine Anzahl Personen, die sich mit denselben Gegenständen beschäftigen, versammelt sind, werden natürlich gesprächsweise viele Fragen berührt werden, zu deren Erledigung es nicht selten nötig ist, die betreffende Literatur zur Verfügung zu haben, und wenn dies durch eine Literaturausstellung ermöglicht wird, so können solche private Colloquia einen weitaus größeren Wert haben, als manche offiziell angekündigten Vor-

---

[1]) Den Gedanken einer solchen Spezialausstellung entnehme ich einer freundlichen Mitteilung des Herrn A. Krazer.

träge. Besonders willkommen wird die Ausstellung für diejenigen werden, die sich mit historischen und literarischen Forschungen beschäftigen, und ich denke mir, daß im Ausstellungslokal zu bestimmten Zeiten Zusammenkünfte angeordnet werden, wo keine Vorträge gehalten werden, sondern die Gleichgesinnten sich in kleine Gruppen vereinigen, um Fragen mehr literarischer Art zu diskutieren. Gewiß könnte auf diese Weise manche Frage sogleich erledigt werden, die unter anderen Umständen umfassende Nachforschungen erfordern würde.

Bisher habe ich von der Weise gesprochen, worauf Literaturausstellungen zweckmäßig angeordnet werden können, und von dem Nutzen, den sie gewähren, aber es gibt auch eine andere Sache, die in Betracht gezogen werden muß, nämlich die Schwierigkeiten bei dieser Anordnung und die große Mühe, die damit verbunden ist. Es wäre darum unangezeigt zu verlangen, daß die jetzt in Aussicht genommene Literaturausstellung alles bringen wird, das man *a priori* geneigt ist von einer solchen zu erwarten, aber schon der Umstand, daß eine mathematische Literaturausstellung zustande kommen wird, ist sehr erfreulich; später, nachdem man Erfahrung auf diesem Gebiete erworben hat, können ja ziemlich leicht Erweiterungen oder Verbesserungen angebracht werden.

Kleine Mitteilungen.

Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik."

Die erste (fette) Zahl bezeichnet den Band, die zweite die Seite der „Vorlesungen".
BM = Bibliotheca Mathematica.

1 : 12, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265. — **1 : 15,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 22, 29, 34,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 265—266. — **1 : 36, 64,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 103,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 135,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137. — **1 : 144, 155, 169, 171,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 137—138. — **1 : 190,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 195,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 56. — **1 : 197, 202,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266. — **1 : 207,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 283. — **1 : 225, 234,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1 : 255,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238.

---

1 : 272. Die von John Dee angefertigte lateinische Übersetzung der Schrift des Muhammed Bagdadinus wurde zum erstenmal von F. Commandino herausgegeben unter dem Titel: *De superficierum divisionibus liber Machometo Bagdedino ascriptus* (Pisauri 1570). Fast gleichzeitig erschien eine italienische Übersetzung von F. Viani de' Malatesti da Montefiore (*Libro del modo di dividere la superficie attribuito a Machometo Bagdadino*, Pesaro 1570). — Zu den in Anm. 2 genannten Schriften über die verlorene Aufgabensammlung *περὶ διαιρέσεων βιβλίον* können noch folgende hinzugefügt werden: Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid* (Leipzig 1883), S. 12—16; Favaro, *Preliminari ad una restituzione del libro di Euclide sulla divisione delle figure piane,* Atti dell' Istituto Veneto $\mathbf{1}_6$, 1883, S. 393—397; Favaro, *Notizie storico-critiche sulla divisione delle aree*, Memorie dell' Istituto Veneto **22**, 1883, S. 129—154. Die letzte Schrift habe ich vergebens in den Fortschritten der Mathematik gesucht, und sie scheint auch Herrn Loria (*Le scienze esatte nell' antica Grecia* II; Memorie dell' accademia di scienze di Modena $\mathbf{11}_2$, 1895, S. 221) unbekannt gewesen zu sein.

G. Eneström.

---

1 : 283, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1 : 284, 321,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 266—267. — **1 : 370,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 319. — **1 : 383,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 395,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 323. — **1 : 400,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1 : 429,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324. — **1 : 432,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267.

---

1 : 434—435. Nach dem Erscheinen der 2. Auflage des 1. Bandes der *Vorlesungen* hat P. Tannery in den *Diophanti opera omnia* Vol. II (1895), S. 37—42 einen Brief von Michael Psellos veröffentlicht, wo gesagt wird,

daß Anatolios eine arithmetische Schrift über die ägyptischen Rechenmethoden abfaßte und dieselbe dem Diofantos widmete. Nach Tannery (a. a. O. S. IX) hat Psellos diese Notiz wahrscheinlich dem Kommentar der Hypatia entnommen. Ist Psellos hier als zuverlässig anzusehen, so folgt daraus, daß Diofantos in der 2. Hälfte des 3. Jahrhunderts n. Chr. gelehrt hat, denn Anatolios war um 280 Bischof von Laodikeia; Hultsch (Art. *Diophantos* in Pauly-Wissowa, *Realencyklopädie* B. 5, Sp. 1052) setzt darum Diofantos' Blüte um 250 n. Chr. an.

G. Eneström.

1:436, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 138. — **1:437, 440,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1:457,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 238. — **1:463,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139, 324.

---

1 : 466. Hier wäre es angebracht einige Worte über den griechisch-jüdischen Mathematiker Domninos aus der syrischen Stadt Larisa einzufügen. Domninos, ein Zeitgenosse von Proklos, hat eine kurze Übersicht über die Elemente der Zahlentheorie verfaßt, die von J. F. Boissonade im 4. Bande (S. 413—429) der *Anecdota graeca* herausgegeben wurde, und über deren Inhalt P. Tannery (*Domninos de Larissa;* Bullet. d. sc. mathém. 8_2, 1884, S. 288—298) und F. Hultsch (Art. *Domninos* in Pauly-Wissowa, *Realencyklopädie*) berichtet haben. Hultsch bemerkt, daß die Schrift von Domninos für die Geschichte der Arithmetik beachtenswert ist, weil sein Verfasser außer Eukleides, Nikomachos und, wie es scheint, Theon von Smyrna noch eine jetzt verloren gegangene Quelle benutzt hat, die auch dem Jamblichos vorgelegen hat.

G. Eneström.

1:467, 469, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267. — **1:475,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 267—268; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 283. — **1:476,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1:510,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 314. — **1:519—520,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **1:537, 540, 542,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1:622,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143. — **1:641,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1:661,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1:662,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1:663,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 405. — **1:671,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499. — **1:687—689,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 143—144; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 205—206. — **1:694,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 284. — **1:704, 706, 708, 714, 735, 736, 744, 748,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 499—500. — **1:749,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268. — **1:756, 757, 767,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 500—501. — **1:794,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 139. — **1:804, 805, 807, 808, 812, 823, 852,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 268—269. — **1:853, 854,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501. — **1:854,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 324; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 206. — **1:855,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501.

2:7, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351. — **2:8, 10,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 501—502. — **2:14—15,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2:20,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239. — **2:25,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 274. — **2:31,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 351—352; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 239—240. — **2:34,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 144. — **2:37,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2:38,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2:39,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2:41, 57,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2:59,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502. — **2:63,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 206. — **2:70,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 417. — **2:73, 82, 87, 88, 89, 90, 92,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 502—503. — **2:97,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2:98,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 269—270. — **2:100,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2:101,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325.

---

2 : 104—105. Die zwei Bemerkungen: „Am Schlusse des IV. Buches [seiner Euklidausgabe] lehrt Campanus die Dreiteilung des Winkels,“ und

„Merkwürdigerweise fehlt die Winkeldreiteilung in den Handschriften der Euklidausgabe des Campanus“ müssen den Leser veranlassen zu fragen: Woher weiß man denn, daß Campanus sich mit der Dreiteilung des Winkels beschäftigt hat?, und über diese Frage findet man in den *Vorlesungen* keinen Aufschluß. In der Tat sind sowohl der soeben zitierte Ausdruck „Campanus lehrt“ als der S. 103 vorkommende Ausdruck „Stellen in der Euklidausgabe des Campanus“ ein wenig irreleitend; bekanntlich hat Curtze etwa 20 Handschriften dieser Euklidausgabe untersucht, ohne darin etwas über die Winkeldreiteilung zu finden (vergl. Centralbl. für Bibliotheksw. **16**, 1899, S. 262; Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wiss. **12**, 1902, S. 259), und soweit jetzt bekannt ist, kommt der Anhang über die Dreiteilung des Winkels zuerst in der bei Ratdolt gedruckten Ausgabe vom Jahre 1482 vor. Auf diesen Umstand deutet die zweite Bemerkung des Herrn Cantor hin (die in der 2. Auflage der *Vorlesungen* hinzugefügt ist), aber dann wäre eigentlich auch eine neue Redaktion der ersten Bemerkung erforderlich gewesen. G. Eneström.

---

2 : 105, siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503. — **2 : 111,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 116,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 122,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 503—504. — **2 : 126, 127,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 406. — **2 : 128,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 132,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 515—516. — **2 : 143,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 157, 158,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352. — **2 : 163, 166,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504. — **2 : 175,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 210,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 352—353. — **2 : 218,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 284. — **2 : 219,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353. — **2 : 229, 242, 243,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 504—505. — **2 : 253,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353. — **2 : 273,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 505. — **2 : 274,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 282, 283,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 353—354. — **2 : 284, 286, 287, 289, 290, 291,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 506—507. — **2 : 296,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354. — **2 : 313,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 328,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 285. — **2 : 334,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 353,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 87. — **2 : 358, 360,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 87. — **2 : 381,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507. — **2 : 385,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 81; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 207. — **2 : 386, 395, 401, 405, 425,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 507—508. — **2 : 430,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2 : 440,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 285. — **2 : 442,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 325. — **2 : 449,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140. — **2 : 454,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 242. — **2 : 474, 480,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 140—141. — **2 : 481, 482,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 508. — **2 : 482,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 240. — **2 : 484,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 486, 489, 490,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 497,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509; $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 87. — **2 : 509,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270, 509. — **2 : 510,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 512,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 514, 516, 517,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509. — **2 : 530,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 354—355; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 532, 535, 541, 548, 549,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 509—510. — **2 : 550,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355. — **2 : 554,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 555, 565, 567, 568,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 285—286. — **2 : 569,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 572—573,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 576,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 355—356. — **2 : 579,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 145. — **2 : 580—581,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 207. — **2 : 582,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 510. — **2 : 583,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356. — **2 : 592,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 594,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270. — **2 : 597,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 599—600,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 602, 603—604,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 270—271. — **2 : 611,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 356—357. — **2 : 612,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146. — **2 : 613,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 614, 620,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 141. — **2 : 621, 623,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 277; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 146—147. — **2 : 638,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147. — **2 : 642, 643,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 655,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 357. — **2 : 656,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 286. — **2 : 659, 660,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 147—148. — **2 : 665,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 271. — **2 : 674,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 88. — **2 : 683,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 148. — **2 : 693,** siehe

BM **4**$_3$, 1903, S. 287. — **2:700, 701, 703, 704, 705,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 271—273. — **2:719,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 357. — **2:720,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 287. — **2:721,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 273. — **2:742,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 273; **3**$_3$, 1902, S. 142. — **2:746,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 273. — **2:747,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 173; **2**$_3$, 1901, S. 225. — **2:749,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 88. — **2:766,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 142. — **2:767,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148, 357—358. — **2:770,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 208. — **2:772, 775,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 358—359. — **2:777,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148; **3**$_3$, 1902, S. 204. — **2:783,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 359; **4**$_3$, 1903, S. 88—89. — **2:784,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148. — **2:802,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 208. — **2:812,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 37. — **2:820, 825, 840, 856, 865,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 148—149. — **2:876, 878, 879,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 511. — **2:891,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 273. — **2:898,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 37, 208. — **2:901,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 511. — **2:VIII** (Vorwort), siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 142. — **2:IX, X** (Vorwort), siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 511—512.

3:9, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 359. — **3:10,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 518. — **3:11,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 209. — **3:12, 17,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 512. — **3:22,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 512; **4**$_3$, 1903, S. 209. — **3:24, 25,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 209.

3:25. Da Philipp Ronayne hier als „sonst ganz unbekannt" bezeichnet wird, so sei bemerkt, daß dieser Mathematiker im Jahre 1717 in London ein ziemlich verbreitetes *Treatise of algebra* veröffentlichte, dessen zweite vermehrte Auflage daselbst 1727 in zwei Bänden erschien. G. Eneström.

3:26, siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 359. — **3:45—48, 49, 50,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 512—513. — **3:70,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 360. — **3:100,** siehe BM **2**$_3$, 1901, S. 149. — **3:112,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 209—210. — **3:116,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 513. — **3:117,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 518. — **3:123,** siehe BM **1**$_3$, 1900, S. 513.

3:123. In Zeile 8—13 muß es statt des Textes heißen: „die in dieser Entwicklung auftretenden Koeffizienten von x^n, x^{n-1}, ... heißen Cascaden". Dann wäre nur Zeile 23 noch zu lesen: „die Wurzeln irgend einer *gleich Null* gesetzten Cascade ..." Zur näheren Erläuterung mag noch folgendes bemerkt werden. Ist $f(v) = 0$ die gegebene Gleichung, so setzt Rolle $v = x + z$ und bildet also $f(z + x)$

$$= f(z) + x\frac{f'(z)}{1!} + x^2\frac{f''(z)}{2!} + x^3\frac{f'''(z)}{3!} + \dots + x^{n-1}\frac{\overset{(n-1)}{f}(z)}{(n-1)!} + x^n\frac{\overset{(n)}{f}(z)}{n!}.$$

Nach seiner Bezeichnung ist dann $\frac{\overset{(n-1)}{f}(z)}{(n-1)!}$ die erste, $\frac{\overset{(n-2)}{f}(z)}{(n-2)!}$ die zweite Cascade usw. Somit dient ihm die obige Substitution nur zur *Bildung* der Cascaden oder Abgeleiteten, wie wir sagen. Benutzt werden dieselben dann, um Grenzen, zwischen denen die reellen Wurzeln der Gleichung liegen, abzuleiten. Dazu bedient er sich des Theorems: „Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Wurzeln a und b von $f'(z) = 0$ kann nur eine einzige Wurzel von $f(z) = 0$ liegen". Dieses Theorem allein gehört Rolle an, nicht aber das gewöhnlich (so bei Serret, *Handbuch der höheren Algebra,* deutsch von Wertheim I, 1868, 216 und bei Netto, *Vorlesungen über Algebra* I, 1896, 208) als solches bezeichnete allgemeinere Theorem: „Zwischen zwei aufeinanderfolgenden reellen Wurzeln a und b von $f(z) = 0$ liegt eine ungerade Anzahl von Wurzeln der Gleichung $f'(z) = 0$, also stets mindestens eine". Rolles Satz ist eine Folgerung von diesem. A. v. Braunmühl.

---

3 : 124, siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 407—408.

---

3 : 124. Anmerk. 1 muß es heißen pag. 151 statt 152.

---

3 : 126, siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 288. — **3 : 131,** siehe BM **4**$_3$, 1903, S. 210. — **3 : 151,** siehe BM **3**$_3$, 1902, S. 326.

---

3 : 167. Z. 29 soll nicht 1725 sondern 1722 stehen. Offenbar bezieht sich die Angabe auf die zweite Auflage des *Commercium epistolicum*, wo dem Auszuge aus dem Tangentenbrief von 1672 hinzugefügt wurde: „Missum fuit apographum hujus epistolae ad Tschirnhausium mense maio 1675" (siehe die Ausgabe von J. B. Biot und F. Lefort, Paris 1856, S. 84). Nun gibt es bekanntlich Exemplare dieser zweiten Auflage, die auf dem Titelblatte das Druckjahr 1725 tragen, aber die Auflage selbst erschien, wie Herr Cantor ganz richtig S. 326 des 3. Teiles seiner *Vorlesungen* angibt, schon 1722, und übrigens hat F. Lefort (a. a. O. S. IX) konstatiert, daß die Exemplare mit dem Druckjahre 1725 sich von den übrigen nur in betreff des Titelblattes unterscheiden. G. Eneström.

---

3 : 172—173. In der ersten Auflage des 3. Bandes seiner *Vorlesungen* hatte Cantor (S. 166) nach Weissenborn (*Die Principien der höheren Analysis in ihrer Entwickelung von Leibniz bis auf Lagrange*, Halle 1856, S. 39—41) angegeben, daß Newton in der *Methodus fluxionum* sich mit partiellen Differentialgleichungen beschäftigt, und beanstandete die Newtonsche Behandlung dieser Gleichungen. Hiergegen machte Zeuthen in seiner Abhandlung *Sur quelques critiques faites de nos jours à Newton* (Bullet. de l'acad. d. sc. de Danemark 1895, S. 263) darauf aufmerksam, daß die angeblichen partiellen Differentialgleichungen in Wirklichkeit totale Differentialgleichungen mit mehr als zwei Veränderlichen waren, und daß Newtons Behandlung derselben durchaus einwandfrei war; mit Bezugnahme auf diese Bemerkung, die übrigens gar nicht neu war (vgl. z. B. Lacroix, *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, 2^e éd. t. **2**, S. 691), gab Cantor im Vorwort (S. VII) zur ersten Auflage des 3. Bandes der *Vorlesungen* zu, daß Newtons Gleichungen mit mehr als zwei Veränderlichen als totale und nicht als partielle Differentialgleichungen betrachtet werden müssen. Besonders auffällig ist es darum, daß die betreffenden Gleichungen auch in der zweiten Auflage als partielle Differentialgleichungen bezeichnet werden. Worauf dies beruht, weiß ich nicht, aber jedenfalls scheint mir Zeuthens Bemerkung richtig zu sein. Natürlich sagt Newton nicht selbst, daß die Gleichungen totale Differentialgleichungen sind, aber ebenso wenig dürfte bei ihm irgend ein Ausdruck vorkommen, der darauf hindeutet, daß es sich um partielle Differentialgleichungen handelt, und unter solchen Umständen muß wohl die Tatsache, daß die Newtonsche Behandlung gerade für totale aber nicht für partielle Differentialgleichungen paßt, entscheidend sein. Es wäre ja in der Tat merkwürdig, wenn man ganz unnötigerweise von der Voraussetzung ausgehen sollte, daß Newton unrichtig verfahren ist. — In betreff der Bemerkung S. 173, daß das Newtonsche Verfahren „geeignet ist zur Integration zu führen, aber damit noch keineswegs Berechtigung gewinnt", dürfte es genügen, auf die zitierte Stelle in Zeuthens Abhandlung zu verweisen. G. Eneström.

---

3 : 174, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 149—150. — **3 : 183,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 432. — **3 : 188,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241. — **3 : 201,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 207,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 519. — **3 : 215,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 218,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 513. — **3 : 220,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326. — **3 : 224,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 225, 228,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 150. — **3 : 232,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 246,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514; $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 250,** siehe BM $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 514. — **3 : 303,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 155. — **3 : 330—331,** siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 241—242. — **3 : 447, 455,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151. — **3 : 473,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 154—155.

---

3 : 473. Die Zeile 16 erwähnte Differentialgleichung $z^2 d^2 x = 2 x dz^2$ ist ein spezieller Fall der Seite 892 Zeile 19 erwähnten, von JOHANN BERNOULLI bereits vor 1700 integrierten Gleichung. A. v. BRAUNMÜHL.

---

3 : 477, 479, siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 151—152. — **3 : 521,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441.

---

3 : 535. Daß SIMPSONS Unabhängigkeit in betreff der Anwendung von Hilfswinkeln nicht gegen jeden Zweifel gesichert ist, hat Herr CANTOR selbst in seiner Besprechung vom 2. Teile der BRAUNMÜHLschen *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie* im Archiv der Mathematik $\mathbf{6}_3$, 1903, S. 328—330 anerkannt. In der Tat hat BRAUNMÜHL (a. a. O., S. 44) nachgewiesen, daß THOMAS STREETE schon 1661 in seiner *Astronomia carolina* Hilfswinkel benutzt hat, um logarithmische Rechnungen zu erleichtern. Nach CAJORI (Bulletin of the american mathematical society $\mathbf{10}_2$, 1903, S. 155—157) wird dieser Astronom THOMAS STREETE gewöhnlich mit dem Richter THOMAS STREET (1626—1696) verwechselt (so auch von BRAUNMÜHL a. a. O.). CAJORI gibt an, daß THOMAS STREETE am 5. März 1621 in Castle Lyons (Irland) geboren war und am 17. August 1689 in Chanon-row bei Westminster starb. G. ENESTRÖM.

---

3 : 565, 571, 578, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 326—327. — **3 : 614,** siehe BM $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 89—90. — **3 : 636—637,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441. — **3 : 652,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446. — **3 : 660, 667, 689, 695,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 441—442. — **3 : 750, 758, 760, 766,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 446—447. — **3 : 774, 798,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 442—443. — **3 : 845,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447; $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 327—328. — **3 : 848, 881,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443. — **3 : 882,** siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 447.

---

3 : 890. Im letzten Absatz dürfte die Bemerkung, daß EULER der erste war, der die Zurückführung von Differentialgleichungen zweiter Ordnung auf solche erster Ordnung sich als eigentliche Aufgabe stellte, etwas abgeändert werden, da, wie S. 892 angegeben wurde, bereits JOHANN BERNOULLI vor 1700 dieses Verfahren eingeschlagen hatte. A. v. BRAUNMÜHL.

---

3 : 892, siehe BM $\mathbf{3}_3$, 1902, S. 143. — **3 : IV** (Vorwort), siehe BM $\mathbf{2}_3$, 1901, S. 443.

Anfragen und Antworten.

113. Über einen Brief von Gerbert an Adelbold. Am 10. Mai 1896 schrieb mir Max Curtze: „Es ist mir geglückt, die Antwort Gerberts „auf den Brief Adelbolds von Utrecht *de crassitudine spaerae* in zwei Ab„schriften, davon eine aus der ersten Hälfte des XI. Jahrhunderts, aufzufinden. „Es ist wunderbar, daß alle, welche die Briefe Gerberts gesammelt haben, „an diesen beiden Exemplaren haben achtlos vorüber gehen können, da sie doch „in den betreffenden Bibliothekskatalogen deutlich und klar als solche be„zeichnet sind".

So viel ich weiß, hat Curtze diesen Fund in keinem seiner zahlreichen Artikel erwähnt, und auch in Bubnovs Ausgabe von Gerberts mathematischen Schriften habe ich vergebens Auskunft über den betreffenden Brief an Adelbold gesucht. Es ist wohl also anzunehmen, daß Curtze von den angedeuteten Bibliothekskatalogen irre geleitet worden ist, bald aber das Versehen entdeckt hat. Kann diese Annahme auf irgend eine Weise definitiv bestätigt werden?

G. Eneström.

---

114. Über die Geschichte des Begriffes „zweite Krümmung" und des Termes „Torsion". Daß bei Raumkurven neben den schon bei ebenen Kurven auftretenden Begriff der Krümmung ein weiterer, analoger Begriff tritt, hat wohl zuerst Monge in seinem *Mémoire sur les développées, les rayons de courbure, et les différens genres d'inflexions des courbes à double courbure* (verfaßt 1771, gedruckt im **10.** Bande, 1785, des Mém. div. sav.) erkannt, ohne daß er allerdings diese Erkenntnis ausdrücklich formuliert und für den neuen Begriff einen besonderen Namen eingeführt hätte; der bei Pitot (1724) und Clairaut (1731) auftretende Terminus „Kurve doppelter Krümmung" hat mit der sogenannten zweiten Krümmung nichts zu tun (vgl. Cantor, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* **3**², 428, 755). Erwähnung verdient dagegen vielleicht, daß Tinseau in seiner Abhandlung *Solution de quelques problèmes relatifs à la théorie des surfaces courbes et des courbes à double courbure* (Mém. div. sav. **9,** 1780) bei Kurven doppelter Krümmung Punkte linearer und Punkte planarer Inflexion unterscheidet, aber eine besondere Bezeichnung für die zweite Krümmung habe ich zuerst bei Lancret (*Mémoire sur les courbes à double courbure* [1802]; Mém. div. sav. $\mathbf{1}_2$, 1805) gefunden, der von erster und zweiter *Flexion* spricht, und für diese Unterscheidung sich auf mündliche Mitteilungen von Fourier beruft (vgl. auch Dupin, *Développements de géométrie,* Paris 1813, S. 334).

Es wäre von Interesse, vollständige Auskunft über die Entstehung des Begriffes „zweite Krümmung" zu haben, sowie festzustellen, wann und wo der jetzt gebräuchliche Name „Torsion" zuerst aufgetreten ist. Weder in den Lehrbüchern noch in der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* habe ich darüber eine Angabe gefunden.[1])

Kiel. P. Stäckel.

---

1) Auch die Geschichte der Theorie der Krümmung von Flächen und Raumkurven von S. A. Christensen (*Om den historiske Udvikling af Theorien for Fladers og Rumkurvers Krumning*; Tidsskr. for Mathem. 1883, S. 97—127) enthält keine bestimmten Aufschlüsse hierüber; ebenso wenig die Dissertation von A. Haas, *Versuch einer Darstellung der Geschichte des Krümmungsmasses* (Tübingen 1881). G. E.

Antwort auf die Anfrage 93 über einen geometrischen Quadranten von 1594. Durch KÄSTNERS *Geschichte der Mathematik* III (Göttingen 1799), S. 379, bin ich zu der Vermutung veranlaßt, die betreffende Schrift rühre von LEVINUS HULSIUS her, und diese Vermutung scheint durch eine Angabe bestätigt zu werden, die ich in einem kürzlich erschienenen antiquarischen Kataloge gefunden habe. Dort wird nämlich eine Schrift mit folgendem Titel ausgeboten: HULSIUS, LEV., *Theoria et praxis quadrantis geometrici ... D. i. Beschreibung, Unterricht und Gebrauch des gevierdten Geometrischen u. a. Instrument*, ... Norimbergi, typ. Gerlach., sumptibus Cornelii de Judaeis 1594. 4⁰, 70 S. + 37 Taf.

G. ENESTRÖM.

Antwort auf die Anfrage 112 über den deutschen Mathematiker Andreas Alexander.[1]) Die Hof- und Staatsbibliothek in München besitzt zwei Exemplare des *Mathemalogium prime partis* ANDREE ALEXANDRI *Ratisbonensis mathematici super novam et veterem logicam* ARISTOTELIS. Am Ende der Schrift steht: „Opus mathemalogii ANDREE ALEXANDRI Ratisbonensis mathematici in novam et veterem logicam ARESTOTELIS finit. Melchior Lotter Liptzen. impressor solertissimus impressit Anno salutis millesimo quingentesimo quarto Nonis Marci".

Das Titelblatt enthält ein Epigramm auf ANDREAS ALEXANDER von HERMANNUS BUSCHIUS (vgl. über diesen S. GÜNTHER, *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525*, Berlin 1887, S. 212), das aber keinen Aufschluß über jenen gibt. Dagegen bietet die Einleitung etwas von Interesse dar. Sie beginnt mit den Worten: „ANDREAS ALEXANDER liberalium artium professor PAULO SCHRVOFFHEYM Gorlicensi (dieser war nach der Leipziger Universitätsmatrikel im Jahre 1504 Dekan der Universität) philosopho acutissimo et auditori suo S. P. D.", und am Ende bemerkt der Verfasser, daß „presertim Colonie: in qua academia in bonarum artium professorem promotum glorior et exulto: semper hec mathematica floruerunt et floreant". Man ersieht daraus, daß ANDREAS ALEXANDER im Jahre 1504 zum Professor der Mathematik an der Universität in Köln ernannt wurde, und dies stimmt auch mit den Angaben der Leipziger Universitätsmatrikel, wo er zum letzten Mal für das Sommersemester 1504 aufgeführt wird. Nach dieser Matrikel war er im Wintersemester 1502 Lehrer der „arithmetica communis"; im Sommersemester 1503 las er „mathemathicam" und im Sommersemester 1504 „perspectivam communem".

C. R. WALLNER.

---

1) Nach einer freundlichen Mitteilung des Herrn G. VALENTIN wird ANDREAS ALEXANDER auch in dem *Lexicon baierischer Gelehrten und Schriftsteller bis zum Ende des siebzehnten Jahrhunderts von* A. M. KOBOLT. *Mit Nachträgen von* G. M. GANDERSHOFEN (Landshut 1825, S. 311) erwähnt. Freilich wird hier nur angegeben, daß ANDREAS ALEXANDER ein Mathematiker aus Regensburg war, der 1504 in Leipzig ein *Mathemalogium* veröffentlichte. G. E.

Rezensionen.

J. Tropfke. Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Zweiter Band. Geometrie. Logarithmen. Ebene Trigonometrie. Sphärik und sphärische Trigonometrie. Reihen. Zinseszinsrechnung. Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Kettenbrüche. Stereometrie. Analytische Geometrie. Kegelschnitte. Maxima und Minima. Leipzig, Veit 1903. VIII + 496 S. 8⁰. Mark 12.

Im ersten Bande seiner *Geschichte der Elementar-Mathematik* hatte Herr Tropfke Rechnen und Algebra behandelt, und man hätte darum erwarten können, daß der zweite Band als Untertitel „Analysis und Geometrie“ tragen würde. Warum der Verfasser es vorgezogen hat, den Inhalt dieses Bandes sogleich in 12 Teile von so wesentlich ungleichem Umfange und Bedeutung zu sondern und alle diese Teile schon auf dem Titelblatte zu verzeichnen, ist mir unbekannt. Im Vorwort bemerkt er, daß die gewählte Anordnung sich im großen und ganzen dem Verlaufe des Schulpensums anschließt, aber dadurch scheint mir sein Verfahren nicht genug motiviert zu sein; in der Tat enthält ja sein Buch sehr vieles, das über den Rahmen des Schulunterrichts hinausgeht. Meines Erachtens wäre es besser gewesen, in eine Arbeit, die auf dem Titelblatte eine *systematische* Darstellung verspricht, die einzelnen Teile etwas weniger unsystematisch zu ordnen.

Etwas auffällig erscheint es mir auch, aus den 7 Druckseiten, worauf Maxima und Minima behandelt werden, einen besonderen „Teil“ zu bilden, und die Benennung „Geometrie“ für den ersten Teil ist wohl wenig glücklich gewählt, da später die Stereometrie in einem anderen Teile behandelt wird. Aber natürlich sind diese Ausstellungen von geringem Belang und wesentlich formaler Art.

Wie der erste Band, zeichnet sich auch dieser durch Reichhaltigkeit des Inhalts und Zuverlässigkeit der Angaben aus; die Zahl der Anmerkungen unter dem Texte übersteigt hier 1800. Auch aus dem zweiten Bande kann der Fachmann hie und da Belehrungen bekommen; so finden sich darin zahlreiche Beiträge zur Geschichte der mathematischen Terminologie, die offenbar auf unmittelbarem Studium der Quellen beruhen. Inwieweit der Verfasser allen Gegenständen, die in eine Geschichte der Elementarmathematik gehören, die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt hat, ist eine Frage, worüber natürlich die Ansichten verschieden sein können. Daß die Darstellung an gewissen Stellen ziemlich ausführlich, an anderen sehr knapp ist, beruht ohne Zweifel zum Teil darauf, daß der Verfasser von den früheren mathematisch-historischen Forschungen abhängig gewesen ist, und diese auf einigen Gebieten recht geringe Resultate an den Tag gebracht haben. Möglicherweise ist dies der Grund, warum der Verfasser z. B., obgleich er eine besondere Abteilung für Maxima und Minima hat, gar nichts über die reine elementare Methode zur Lösung von Maximalfragen sagt (vgl. Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, S. 360).

Auch in betreff der Darstellungsweise ist die Arbeit des Herrn Tropfke verdienstvoll; sein Stil ist nicht selten schwungvoll, und nur ausnahmsweise geht er dabei zu weit, so daß er um der Phrase willen das wahre Sachverhältnis in einer nicht ganz richtigen Beleuchtung darstellt. Nur in einem Falle möchte ich eine rein sprachliche Ausstellung gegen ihn machen, nämlich in betreff seiner Anwendung des Wortes „Mittelalter“, wodurch der Leser ganz unnötigerweise irregeleitet wird. Unter „Mittelalter“ versteht er nämlich nicht nur das, was man gewöhnlich damit meint, sondern auch die folgende Zeit wenigstens bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts, denn S. 97 wird nicht nur Lahire sondern auch Maclaurin zum „Mittelalter“ gerechnet. Welchen Nutzen es mit sich bringt, dem Worte eine solche Bedeutung zu geben, habe ich nicht erraten können.

Diesem zweiten Bande ist ein ausführliches Namen- und Sachregister (29 zweispaltige Druckseiten) der ganzen Arbeit hinzugefügt worden, wodurch das Auffinden der erwünschten Aufschlüsse dem Leser sehr erleichtert wird. In meiner Besprechung des ersten Bandes (siehe Biblioth. Mathem 4_3, 1903, S. 214) bemerkte ich, daß ich gewisse Sachen, die meiner Ansicht nach in eine Geschichte der Elementarmathematik gehören, vergebens gesucht hatte, und ich sprach die Vermutung aus, daß möglicherweise die Stellen, wo sie behandelt waren, meiner Aufmerksamkeit damals entgingen. Durch das Register bin ich jetzt in den Stand gesetzt, hierüber genauere Auskunft zu bekommen, und es zeigte sich dabei, daß meine Vermutung in einigen Fällen richtig war. Auf der anderen Seite fehlte wirklich etwas, was ich gesucht hatte, darunter fast gänzlich Notizen über die „Regula falsi“. Bekanntlich hat diese Rechenmethode in der Geschichte der Arithmetik eine bedeutende Rolle gespielt, und man hat dieselbe nicht ohne Grund als einen Vorläufer zur Newton'schen Approximationsmethode bezeichnet (vgl. H. Weber und J. Wellstein, *Encyklopädie der Elementarmathematik* I, Leipzig 1903, S. 295). Auch für die Geschichte der mathematischen Zeichensprache ist die „Regula falsi“ von Bedeutung gewesen, insofern die Zeichen + und — lange Zeit eigentlich nur dort angewendet wurden. Unter solchen Umständen ist es ein wenig auffallend, daß, wie man aus dem Register (S. 474: „Falsi, regula“) ersieht, der Name „Regula falsi“ freilich einmal (Bd. I, S. 33) zitiert wird, aber ohne die geringste Erklärung, so daß der nicht sachkundige Leser annehmen muß, es handle sich um etwas durchaus unwesentliches.

Im Vorworte gibt der Verfasser an, die herangezogene Literatur erstrecke sich in beiden Bänden bis zum Jahre 1900, mit welchem Zeitpunkte die Ausarbeitung abgeschlossen sei. Da nun die mathematisch-historische Forschung in den Jahren 1900—1903 bedeutende Errungenschaften auch auf dem Gebiete der Elementarmathematik aufzuweisen hat, so wäre das definitive Abschließen der Ausarbeitung mit dem Anfange des Jahres 1900 sehr zu bedauern gewesen. Glücklicherweise war es dem Verfasser, wie er auch im Vorworte andeutet, bei der Drucklegung möglich, hie und da unter Bezugnahme auf die neueste Literatur Verbesserungen anzubringen; freilich sind diese Verbesserungen (aus typographisch-technischen Gründen ?) zuweilen nicht in den Text, sondern nur in die Anmerkungen eingeführt,, so daß der Leser, der nur den Text liest, die ältere, unrichtige Auskunft bekommt. So z. B. wird S. 118 im Texte gesagt, daß bei Vitruvius einmal der Wert $\pi = 3^1/_8$ vorkommt, während in der Anmerkung 493 diese Angabe dahin berichtigt wird, daß nach der richtigen Lesart der betreffenden Stelle bei Vitruvius der Wert $\pi = 3$ benutzt wurde. Ebenso gibt Herr Tropfke S. 410 an, daß bis zur Zeit des Diofantos anscheinend eine Algebra gänzlich vermißt wurde, aber S. 412 (Anmerkung 1623[a]) wird auf einen Umstand hingewiesen, der beweist, daß schon zu Herons Zeit die Algebra ziemlich hoch ausgebildet war. Ich bin natürlich nicht imstande zu entscheiden, ob die typographischen Schwierigkeiten, die eine kleine Änderung des Textes mit sich geführt hätte, unmöglich zu beseitigen waren, aber jedenfalls ist der von mir jetzt hervorgehobene Umstand zu bedauern.

In betreff der Einzelheiten der Tropfkeschen Arbeit erlaube ich mir hier unten einige kleine Bemerkungeu hinzuzufügen; wie man daraus ersehen wird, stammt die dabei herangezogene mathematisch-historische Literatur zum größten Teil aus dem Zeitraume 1900—1903 her.

S. 5. Anm. 4 sollte über Hippokrates nicht nur auf Bretschneider sondern auch auf G. Allman (Hermathena 4, 1881, S. 180—228) und P. Tannery (Mémoires de la société des sciences de Bordeaux 5_2, 1882, S. 211—236) verwiesen werden. — Die weiter unten S. 110 (Anm. 475) zitierte Abhandlung von Rudio scheint dem Verfasser bei der Drucklegung des ersten Bogens noch nicht zugänglich gewesen zu sein, sonst hätte er sie natürlich schon S. 5 anführen sollen.

S. 8. Die Bemerkung, daß auf dem geometrischen Gebiete „Leonardo Pisano wegen der selbständigen Behandlung des von seinen Vorgängern übernommenen Stoffes rühmend genannt werden muß“ ist nach den neuesten Untersuchungen von M. Curtze zu modifizieren. Curtze hat nämlich gezeigt (siehe *Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance* I, Leipzig 1902, S. 6—9), daß Leonardo ausgiebig und zum Teil wörtlich die ihm zugänglichen lateinischen Übersetzungen des Platone Tiburtino und Gherardo Cremonese aus dem Hebräischen und Arabischen benutzt hat. — In dem Passus: „erst über arabische Autoren hinweg gelangte griechische Geometrie in reinerer Form zum Abendlande“ wäre es vielleicht angebracht, nach „arabische“ die Worte „und jüdische“ hinzuzufügen.

S. 9. Daß Leonardo Pisano und Jordanus Nemorarius bis zur zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts „die Gewährsmänner abendländischer Gelehrten, die aus ihnen ihre ganze Weisheit entlehnen, bilden“ ist vielleicht zu viel gesagt (vgl. z. B. die Angaben von M. Curtze über Dominicus de Clavasio in der Biblioth. Mathem. 1897, S. 107—110).

S. 20. In betreff der Form „punctum“ kann es von Interesse sein zu erwähnen, daß „Punkt“ in der dänischen Sprache noch gen. neutr. ist („et Punkt, Punktet“), während das Wort in der schwedischen Sprache ganz wie in der deutschen gen. masc. ist.

S. 43. Brianchon wurde nicht 1785 sondern 1783 geboren und starb 1864, nicht 1870 (vgl. Biblioth. Mathem. 1894, S. 91 und 4_3, 1903, S. 99).

S. 44—45. Im Anschluß an eine Bemerkung von Curtze in der Anaritius-Ausgabe (Vorwort S. XIV) behauptet Herr Tropfke, die Verwendung eines Zirkels mit unveränderlicher Spannweite bei Heron sei gesichert. Diese Behauptung ist aber meiner Ansicht nach falsch. Es ist richtig, daß Anaritius dem Heron eine Lösung eines überaus einfachen Problems (Konstruktion der Senkrechten in dem Endpunkte einer Strecke) zuschreibt, wo nur ein Zirkel benutzt wird, aber bei ANARITIUS gibt es gar keine Andeutung, daß es sich hier um eine besondere Konstruktionsmethode handelt. Hätte HERON beabsichtigt zu zeigen, mit welchem Erfolge man sich eines festen Zirkels bedienen kann, so würde er wohl auch den Punkt *e* auf diese Weise und nicht durch Halbierung des Winkels *agd* bestimmt haben. Die von CURTZE hervorgehobene Teilung einer Strecke in beliebig viele gleiche Teile (S. 75 der ANARITIUS-Ausgabe) kann ich ebenso wenig als eine bewußte Anwendung eines Zirkels mit unveränderter Spannweite ansehen, und übrigens behauptet ANARITIUS nicht, daß diese Teilungsmethode von HERON herrührt.

S. 46. Was der Verfasser mit dem Ausdrucke: „CAMPANUS in der ersten EUKLIDausgabe (um 1270) benutzte *tetragonus longus*" meint, ist mir nicht klar; daß CAMPANUS nicht der erste Übersetzer der *Elementa* aus dem arabischen war, hat Herr TROPFKE schon im 1. Teile (S. 13) angegeben, und übrigens ist es noch nicht entschieden, ob CAMPANUS wirklich eine eigene Übersetzung verfertigt hat (vgl. CURTZE, Centralbl. für Bibliotheksw. **16**, 1899, S. 262). Jedenfalls scheint der Term *tetragonus longus* schon bei ATELHARD von Bath vorzukommen (vgl. WEISSENBORN, *Die Übersetzungen des EUKLID aus dem Arabischen in das Lateinische durch ADELHARD von Bath;* Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **3**, 1880, S. 148).

S. 69. Über die Behauptung, daß das Abendland dem LEONARDO PISANO „erst wieder eingehendere mathematische Kenntnisse verdankt", vergleiche meine Bemerkung zu S. 8.

S. 102. Da die erste Schrift, worin Herr TROPFKE den Term „Goldener Schnitt" gefunden hat, aus dem Jahre 1854 herzurühren scheint, kann es vielleicht von Interesse sein, darauf hinzuweisen, daß A. WIEGAND 1849 eine Schrift mit dem Titel: *Der allgemeine goldene Schnitt und sein Zusammenhang mit der harmonischen Theilung* veröffentlichte, (vgl. POGGENDORFFS *Biogr.-lit. Handwörterbuch* II, 1320); und daß derselbe Verfasser zwei Jahre früher den Ausdruck „Goldener Schnitt" in seinen *Geometrischen Lehrsätzen und Aufgaben* (Bd. II, Halle 1847, S. 142) benutzt hatte.

S. 111. Wenn Herr TROPFKE hier von einer Methode redet, „die unter dem Namen der Exhaustionsmethode in der griechischen Mathematik eine bedeutende Rolle gespielt hat" so ist seine Redeweise ein wenig irreleitend — der Name „Exhaustionsmethode" kommt in der griechischen Mathematik nicht vor. Übrigens hat kürzlich Herr C. R. WALLNER (siehe Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, S. 252) versucht zu zeigen, daß die Exhaustionsmethode nicht von den griechischen Mathematikern, sondern zuerst von GRÉGOIRE DE SAINT-VINCENT angewendet wurde.

S. 119. Die Kreisquadratur des IBN AL-HEITAM ist 1899 von H. SUTER veröffentlicht und übersetzt (Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899, Hist. Abt. S. 33—47; vgl. Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 500). — Die *Practica geometriae* des DOMINICUS DE CLAVASIO ist nicht vom Jahre1378; eine Handschrift rührt aus dem Jahre 1368 her, und in einer anderen Handschrift wird angegeben, die Arbeit sei 1346 verfasst worden (vgl. unten die Anmerkung zu Seite 208).

S. 133. Die Verdienste des J. H. LAMBERT um die Lehre von der Irrationalität der Zahl π hat Herr TROPFKE nicht ganz richtig gewürdigt, offenbar weil ihm die Abhandlung des Herrn A. PRINGSHEIM *Über die ersten Beweise der Irrationalität von e und π*; Sitzungsberichte der bayerischen

Akademie der Wissenschaften **28**, 1898 (Math. Cl.), S. 325—337 unbekannt war. Die Arbeit von LAMBERT, die in erster Linie berücksichtigt werden soll, nämlich der *Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques* aus dem Jahre 1768 nennt Herr TROPFKE nicht, und die Angabe, daß LEGENDRE den strengen Beweiß, daß ein unendlicher Kettenbruch, wie der gefundene, wirklich irrational ist, nachholte, ist unter Bezugnahme auf die Abhandlung von PRINGSHEIM zu modifizieren.

S. 148, 150. Auffälligerweise findet sich hier die unrichtige Angabe, daß die Basis der NEPERschen Logarithmen $1-\frac{1}{10^7}$ ist, und sich also „nur wenig" von $\frac{1}{e}$ unterscheidet, obgleich Herr TROPFKE S. 214 das KOPPEsche Programm: *Die Behandlung der Logarithmen und des Sinns im Unterricht* (1893) zitiert, wo die Sache richtig aneinander gesetzt wird.

S. 177. COTES wurde nicht 1652 sondern 1682 geboren. Derselbe Fehler findet sich weiter unten S. 334 sowie S. 227 des 1. Bandes.

S. 183 (vgl. S. 326). Herr TROPFKE gibt an, daß die NEWTONsche *Analysis per aequationes numero terminorum infinitas* 1704 gedruckt wurde, und wahrscheinlich hat er diese Angabe der „Table des matières" (S. XI) der Ausgabe des *Commercium epistolicum* von BIOT und LEFORT (1856) entnommen. Indessen ist die Angabe unrichtig; im Jahre 1704 wurde die *Quadratura curvarum* als Anhang zur Optik herausgegeben, während die *Analysis per aequationes numero terminorum infinitas* zuerst 1711 erschien (vgl. z. B. CANTOR, *Vorles. über Gesch. d. Mathem.* 3^2, S. 302).

S. 200 (vgl. S. 254). Das *Analemma* des PTOLEMAIOS enthält nicht nur, wie Herr TROPFKE angibt, eine konstruktive Lösungsmethode sphärisch-trigonometrischer Aufgaben, sondern auch eine rein rechnerische Methode (siehe ZEUTHEN, *Note sur le trigonométrie de l'antiquité;* Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 20—27).

S. 203. Daß der Radius schon lange Zeit vor JOHANN VON GMÜNDEN den Namen „sinus totus" führte, dürfte jetzt ziemlich bekannt sein. In der Tat hat sich schon GHERARDO CREMONESE in seiner Übersetzung der *Canones* des ZARKALI dieses Namens bedient (siehe z. B. Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 345: „[Chorda] equalis dimidio diametri circuli . . . est sinus totus"). — In betreff der Teilung des Radius verdient hier erwähnt zu werden, was Herr TROPFKE später (S. 299) selbst angibt, daß im christlichen Mittelalter auch eine solche in 150 Einheiten vorkommt, und zwar rührt diese Teilung von ZARKALI her.

S. 208. Hier sind verschiedene Verbesserungen wünschenswert. Zuerst ist Herr TROPFKE durch einen kleinen Flüchtigkeitsfehler von BRAUNMÜHL (*Vorl. üb. Gesch. d. Trigon.* I, S. 98) verleitet worden anzugeben, daß ROBERTUS ANGLICUS um 1231 gelebt hat (um diese Zeit lebte GUILELMUS ANGLICUS), obgleich die in Anm. 781 zitierte Quelle die richtige Angabe (um 1271) hat. Ferner ist die Notiz, daß DOMINICUS DE CLAVASIO am Ende des vierzehnten Jahrhunderts lebte zu modifizieren, da dieser Mathematiker schon 1349—1350 als Magister der Artistenfakultät in Paris angehörte, und eine Handschrift seiner *Practica geometriae* angibt, daß die Arbeit im Jahre 1346 vollendet wurde (siehe CURTZE *Über den DOMINICUS PARISIENSIS der „Geometria Culmensis";* Biblioth. Mathem. 1895, S. 107—110). Mehr zu bedauern ist indessen, daß Herr TROPFKE nicht schon hier die CURTZEsche Arbeit *Urkunden zur Geschichte der Trigonometrie im christlichen Mittelalter;* Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 321—416), die er weiter unten S. 299 zitiert, zu rate gezogen hat.

Dort hätte er finden können (S. 342—343), daß ZARKALI wirklich die Verwendung der *umbra* lehrte, und daß diese trigonometrische Funktion schon lange Zeit vor ROBERTUS ANGLICUS im Abendlande bekannt war, nämlich durch die oben zitierte von GHERARDO CREMONESE verfertigte Übersetzung der *Canones* des ZARKALI; in einem Kommentar dieser Übersetzung, der wahrscheinlich von GUILELMUS ANGLICUS herrührt (also um 1231), kommen (S. 352—353) sowohl „Proportio umbre ad rem“ (= Kotangente) als auch „proportio rei ad umbram“ (= Tangente) vor.

S. 210 (vgl. S. 230, 256, 277). Die verschollene Trigonometrie des JOHANNES WERNER wurde vor ein paar Jahren von A. A. BJÖRNBO in der Vatikanischen Bibliothek in Rom wiedergefunden (siehe Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, S. 242—243).

S. 214. Die Bemerkung, es sei leicht möglich, daß das einmal im Druck der ALBATTANIschen Astronomie von 1537 vorkommende Wort „sinus“ irrtümlich in den Text gelangt ist, scheint mir mit unnötiger Vorsicht formuliert; meiner Ansicht nach kann man bestimmt behaupten, daß das Wort wirklich auf diese Weise in den Text gelangt ist (vgl. BRAUNMÜHL, a. a. O. I, S. 50).

S. 224, 236. Als Erscheinungsjahr der Trigonometrie des PITISCUS gibt Herr TROPFKE 1599 an, aber ohne Zweifel ist 1600 richtiger. Zur Zeit kennt man, so viel ich weiß, kein Exemplar, das auf dem Titelblatte die Jahreszahl 1599 trägt, und die Bibliographen können ihre Angaben aus dem Vorworte, das vom 23. August 1599 ist, entnommen haben (vgl. Biblioth. Mathem. 1_3, 1900, S. 271). — S. 267 spricht Herr TROPFKE noch von einer Auflage 1595 aber bekanntlich erschien in diesem Jahre eine andere trigonometrische Schrift (ein Abriß der sphärischen Trigonometrie) des PITISCUS (vgl. BRAUNMÜHL, a. a. O. I, S. 223).

S. 243. Daß man die HERONische Formel $I = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ im Mittelalter ganz allgemein für eine Entdeckung des JORDANUS NEMORARIUS hielt, ist, so viel ich weiß, unrichtig, und Herr TROPFKE gibt keinen anderen Beweis für diese Behauptung, als ein Zitat aus SCHWENTERS *Geometria practica.* Aus diesem Zitate geht aber nicht einmal hervor, daß SCHWENTER selbst die Formel für eine Entdeckung des JORDANUS NEMORARIUS hielt, sondern nur, daß er behauptete, die Formel sei der „Geometria JORDANI“ entnommen, was wohl auf einer Verwechselung beruht. Herr TROPFKE hätte freilich noch erwähnen können, daß nach CHASLES schon RAMUS in seinen *Scholae mathematicae* die Formel dem JORDANUS zuschreibt, aber auch nicht dieser Umstand genügt, um die TROPFKEsche Behauptung aufrecht zu halten.

S. 246. Bei der Erwähnung der Formel für die Fläche des Sehnenvierecks wäre es vielleicht von Interesse zu bemerken, daß schon REGIOMONTANUS sich mit dieser Frage beschäftigte, freilich ohne irgend eine Formel anzugeben (vgl. CANTOR, a. a. O. 2^2, S. 282).

S. 313. Es ist zu bedauern, daß Herrn TROPFKE die CURTZEsche Ausgabe des *PETRI PHILOMENI DE DACIA in Algorismun vulgarem JOHANNIS DE SACROBOSCO commentarius* (Kopenhagen 1897) nicht zugänglich gewesen ist, denn daraus hätte er eine wertvolle Ergänzung seiner Darstellung der Geschichte der arithmetischen Reihen entnehmen können. CURTZE weist nämlich nach (S. XV der Einleitung), daß schon bei PETRUS DE DACIA ein bedeutender Schritt über SACROBOSCO hinaus sich vorfindet, den Herr TROPFKE erst bei CHUQUET gefunden zu haben scheint.

S. 320. Daß NEWTON in seinen *Principia* die nach ihm benannte Interpolationsformel nur andeutet, ist unrichtig; die Formel wird dort vollständig ausgeschrieben, und unterscheidet sich nur in betreff der Bezeichnung von der jetzt geläufigen Form. — Kaum richtiger ist die Bemerkung S. 397, daß NEWTON in der *Methodus differentialis* seine Ideen in den *Principia* zu der nach ihm benannten Interpolationsformel vervollkommnete; der Fortschritt, den die *Methodus differentialis* repräsentiert, bezieht sich nicht auf die NEWTONsche Interpolationsformel, sondern auf zwei andere Formeln für die sogenannte Interpolation aus der Mitte (vgl. BRAUNMÜHL, *Historische Untersuchung der ersten Arbeiten über Interpolation*; Biblioth. Mathem. 2_3, 1901, S. 86—96).

S. 321. Daß TARTAGLIA nicht die Vorschriften des LEONARDO PISANO um die Summationsregel für die Quadrate der durch 3 und 4 teilbaren Zahlen vermehrt hat, dürfte aus folgenden Zeilen aus dem *Liber abbaci* (ed. BONCOMPAGNI, S. 167—168) hervorgehen: „Similiter potes habere summam omnium quadratorum, qui fiunt a numeris ascendentibus ordinate per ternarium, uel per quaternarium, uel per alium quemlibet numerum. Vt si uis habere summam quadratorum, qui fiunt a numeris ascendentibus per quaternarium, incipiendo a quadrato quaternarii, qui est 16, usque quadratum alicuius numeri . . . 20, que est 400; pones primum 20, et eum ipsum scribes sequentem numerum per quaternarium ascendendem, scilicet 24: sub ipsis quidem pones 44, scilicet numerum coniunctum ex eis; et multiplicabis 20 per 24; quod totum per 44, et diuides summam per 6, et per numerum ascendentem per 4 . . . et sic fiet in ceteris". Die Formel für die durch 3 teilbaren Zahlen gibt LEONARDO in seinem *Liber quadratorum (Scritti*, ed. BONCOMPAGNI II, S. 264) ausdrücklich an.

S. 330. Schon vor PASCAL hatte MAUROLICO die Methode der vollständigen Induktion angewendet (siehe Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, S. 88).

S. 387. Hier erwähnt Herr TROPFKE eine Verallgemeinerung des pythagoreischen Lehrsatzes für ein rechtwinkliges Tetraeder und den entsprechenden Satz im allgemeinen Tetraeder; die erste scheint er zuerst in einer Schrift vom Jahre 1807 gefunden zu haben, und für den anderen Satz verweist er nur auf ein Lehrbuch vom Jahre 1852. Aber vor fünf Jahren habe ich in meinem Artikel *Note historique sur une proposition analogue au théorème de* PYTHAGORAS (Biblioth. Mathem. 1898, S. 113—114) darauf aufmerksam gemacht, daß die Verallgemeinerung des pythagoreischen Lehrsatzes schon 1780 von TINSEAU veröffentlicht wurde, und daß DE GUA einige Jahre später (1786) behauptete, er habe diese Verallgemeinerung schon ein paar Jahrzehnte früher gefunden. In betreff des Satzes im allgemeinen Tetraeder habe ich in demselben Artikel angegeben, wie er von DE GUA 1786 formuliert wurde.

S. 402. Hinsichtlich des sogenannten 15. Buches der *Elementa* sagt Herr TROPFKE: „Man hat Anhaltspunkte, daß der Verfasser nicht HYPSIKLES, wie die Handschriften melden, sondern ein anderer unbekannter Mathematiker ist, der mehrere Jahrhunderte n. Chr. gelebt haben muß.“ Hierbei kann bemerkt werden, daß HEIBERG (*Litterargeschichtliche Studien über* EUKLID, Leipzig 1882, S. 154—155) darauf hingewiesen hat, daß in fast allen griechischen Handschriften der Name des HYPSIKLES nur vor dem 14. Buche steht, und daß dieser Name später, wohl lediglich durch Mißverständnis auch auf das 15. Buch übertragen wurde. Übrigens ist es wahrscheinlich, daß das 15. Buch nicht von einem, sondern von drei verschiedenen Verfassern herrührt, von denen der letzte vermutlich im 6. Jahrh. n. Chr. gelebt hat (vgl. LORIA, *Le scienze esatte nell' antica Grecia* II, Modena 1895, S. 91—92).

S. 413. Die Richtigkeit der Behauptung, daß die *Summa* des PACIUOLO „fast ein Jahrhundert lang in der Mathematik eine herrschende Stellung einnahm", muß ich bestimmt bestreiten, und es dürfte Herrn TROPFKE schwer werden, Belege für seine Behauptung zu geben.

S. 423. Der Passus: „Es ist zweifelhaft, ob die Abfassung einer Abhandlung, die JOHANN BERNOULLI 1728 einem Fachgenossen zugeschickt haben will . . . schon bis zu jener Zeit zurückreicht" beruht wahrscheinlich auf Mißverständnis einer Stelle bei CANTOR (a. a. O. 3^2, S. 244). Der fragliche Fachgenosse war der schwedische Mathematiker SAMUEL KLINGENSTIERNA, der sich Ende 1728 in Basel aufhielt, wo JOHANN BERNOULLI ihm mündlich seine Bestimmung der Gleichung der geodätischen Linie auf einer Oberfläche mitteilte. Eine Aufzeichnung dieser mündlichen Mitteilung findet sich in den *Opera omnia* (T. IV, S. 108—111) des JOHANN BERNOULLI, und man hat gar keinen Grund anzunehmen, daß diese Aufzeichnung nicht authentisch ist; im Gegenteil geht aus dem Briefwechsel zwischen EULER und JOHANN BERNOULLI hervor, daß dieser sich gerade im Jahre 1728 eingehend mit der Frage der geodätischen Linie auf einer Oberfläche beschäftigt hatte (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 354—355).

S. 426. Zeile 6 ist 1642 statt 1644 zu setzen (vgl. Biblioth. Mathem. $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 286). — Der Term „Abscissa" kommt schon in der *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* des CAVALIERI (1635) vor (siehe WALLNER, Biblioth. Mathem. $\mathbf{4}_3$, 1903, S. 37).

S. 438. Die in Anm. 1735 als unwahrscheinlich bezeichnete Vermutung, der Titel der ARCHIMEDischen Schrift über die Quadratur des Parabels sei ursprünglich „Ephodikón" gewesen, ist später von Herrn W. SCHMIDT selbst dahin modifiziert worden, daß die Quadratur des Parabels wahrscheinlich ein Bruchstück aus der sonst verlorenen Schrift „Ephodikón" ist (siehe Biblioth. Mathem. $\mathbf{3}_3$, 1903, S. 143—144). Der Umstand, daß EUTOKIOS die Redeweise: „Abhandlung über den Schnitt des rechtwinkligen Kegels" anwendet, scheint mir für die Frage über den wirklichen Titel der ARCHIMEDischen Schrift wenig zu bedeuten.

S. 462. Die Angabe, daß bei ORESME eine „dunkle Ahnung, daß an einer Maximalstelle der Differentialquotient verschwinden muß" vorkommt, beruht auf einem Mißverständnis (vgl. TIMTCHENKO, Biblioth. Mathem. $\mathbf{1}_3$, 1900, S. 515—516).

Das Register am Ende des Buches ist sorgfältig bearbeitet. Herr TROPFKE hat dabei noch angegeben, wo die wichtigsten Schriften der zitierten Verfasser erwähnt werden. Solche Angaben erfordern zuweilen besondere Sachkunde, die ihm nicht immer zur Verfügung gestanden hat; so z. B. handelt es sich Bd. I, S. 66 nicht, wie das Register angibt, um den *Algorithmus demonstratus*, sondern um die *Arithmetica* des JORDANUS NEMORARIUS. Dagegen beruht es nur auf einem Übersehen, daß für *Algorithmus demonstratus* auf Bd. I, S. 236 und Anm. 969 verwiesen wird, da an der betreffenden Seite *De numeris datis* ausdrücklich zitiert wird. Daß JOHANNES MAUDITH, für welchen auf Bd. II,

S. 299 verwiesen wird, mit dem Bd. II, S. 208 zitierten Maudith identisch ist, dürfte Herrn Tropfke bei der Bearbeitung des Registers entgangen sein, da der eine unter J, der andere unter M aufgeführt wird. Von Druckfehlern, die das Auffinden der Aufschlüsse erschweren, nenne ich nur die auf S. 482, wo für die „Lunulae Hippocratis“ auf S. 174—176 statt 74—76 verwiesen wird.

Die große Mühe, die sich Herr Tropfke gegeben hat, um seine *Geschichte der Elementarmathematik* zu einem möglichst vollständigen und zuverlässigen Nachschlagebuch zu machen, verdient besonders anerkannt zu werden. Ich erlaube mir den Wunsch auszudrücken, daß gerade die Lücken, die seine Arbeit aufzuweisen hat, recht viele Schullehrer anregen möchten, dieselben durch mathemathisch-historische Untersuchungen auszufüllen und die Resultate in Schulprogrammen zu veröffentlichen.

Stockholm. G. Eneström.

Neuerschienene Schriften.

Das Zeichen * bedeutet, daß die betreffende Schrift der Redaktion nicht vorgelegen hat.

Autoren-Register.

a) Zeitschriften. Allgemeines.

Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig. 8⁰. [1

17 (1903). — [Rezension des Heftes 14:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 312—313. (M. Cantor.)

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Herausgegeben von G. Eneström. Leipzig (Stockholm). 8⁰. [2

4_3 (1903): 3.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik herausgegeben von E. Lampe und G. Wallenberg. Berlin. 8⁰. [3

32 (1901): 2.

Annuaire des mathématiciens 1901—1902 publié sous la direction de C. A. Laisant et Ad. Buhl (1902). [Rezension:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 322. (E. Jahnke.) [4

Compte rendu du deuxième congrès international des mathématiciens 1900. Procès-verbaux et communications publiés par E. Duporcq (1902). [Rezension:] Monatsh. für Mathem. 14, 1903; Lit.-Ber. 83—84. (v. E.) — Wiadomości matem. 7, 1903, 180—202. (S. Dickstein.) [5

Eneström, G., Zur Frage über die Behandlung der Geschichte der Mathematik. [6

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 225—233.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. — 1^2 (1894). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 283—284. (A. Sturm, G. Eneström.) — 2^2 (1900). [Kleine Bemerkungen:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 284—288. (A. Sturm, G. Eneström, C. Gronblad.) — 3^3 (1901). [Kleine Bemerkungen:] 4_3, 1903, 288. (G. Eneström.) [7

Zeuthen, H. G., Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge, traduite par J. Mascart (1902). [Rezension:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 330—332. (E. Lampe.) — L'enseignement mathém. 5, 1903, 390—391. (J. Boyer.) — The mathem. gazette 2, 1903, 248—249. [8

Zeuthen, H. G., Forelaesninger over Mathematikens Historie. II. 16de og 17de Aarhundrede. Kjöbenhavn, Höst 1903. [9

8, (3) + VIII + 612 S.

Zeuthen, H. G., Geschichte der Mathematik im XVI. und XVII. Jahrhundert. Deutsche Ausgabe unter Mitwirkung des Verfassers besorgt von R. Meyer. Leipzig, Teubner 1903. [10

Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wissensch. 17. VIII + 434 S. — [16 M.] — [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 2509—2510. (M. Cantor.)

Tropfke, J., Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Zweiter Band. Geometrie. Logarithmen. Ebene Trigonometrie. Sphärik und sphärische Trigonometrie. Reihen. Zinseszinsrechnung. Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Kettenbrüche. Stereometrie. Analytische Geometrie. Kegelschnitte. Maxima und Minima. Leipzig, Veit 1903. [11

8°, VIII + 496 S. — [12 M.] — [Rezension des 1. Bandes:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 432—434. (S. Günther.)

Loria, G., Spezielle algebraische und transscendente Kurven. Theorie und Geschichte. Deutsche Ausgabe von F. Schütte (1902). [Rezension:] Monatsh. für Mathem. 14, 1903; Lit.-Ber. 63—64. (G. K.) [12

Carrara, B., I tre problemi classici degli antichi in relazione ai recenti risultati della scienza. II. [13

Rivista di fisica (Pavia) 3, 1902, 926—939, 1056—1071; 4, 1903, 39—60, 142—156. — Der zweite Teil ist auch als Sonderabzug erschienen. — [Rezension des 2. Teiles.] Periodico di matem. 1_3, 1903, 52—53. (K.)

Braunmühl, A. von, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. II (1903). [Rezension:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 328—330. (M. Cantor.) [14

Mach, E., Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt. Aufl. 4 (1901). [Rezension:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 149—150. (E. Jahnke.) [15

Mach, E., The science of mechanics. A critical and historical account of its development. Transl. by Th. J. Mc Cormack. Second edition (1902). [Rezension:] *New-York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 10_2, 1903, 80—86. (E. B. Wilson.) [16

Duhem, P., Les origines de la statique. [17

Bruxelles, Soc. scient., Revue des quest. scient. 4_3, 1903, 462—516.

Heun, K., Über die Einwirkung der Technik auf die Entwicklung der theoretischen Mechanik. [18

Deutsche Mathem. Verein., Jahresber. 12, 1903, 389—398.

Mach, E., Die Prinzipien der Wärmelehre, historisch-kritisch entwickelt. Aufl. 2 (1900). [Rezension:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 306—309. (A. Rotth.) [19

***Dannemann, F.**, Grundriß einer Geschichte der Naturwissenschaften. II. Die Entwickelung der Naturwissenschaften. Zweite neu bearbeitete Auflage. Leipzig, Engelmann 1903. [20

8°, 450 S. — [10 M.]

Wölffing, E., Über dis bibliographischen Hilfsmittel der Mathematik. [21

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 408—426. — Hauptsächlich ein Auszug aus der Einleitung zum Mathematischen Bücherschatz. I (Leipzig, Teubner 1903).

b) Geschichte des Altertums.

Kugler, F. X., Die babylonische Mondrechnung (1900). [Rezension:] Götting. gelehrte Anz. 1902, 363—372. [22

***Schiaparelli, G.**, L'astronomia nell' Antico Testamento. Milano, Hoepli 1903. [23

8°. — [3 lire.]

Tannery, P., Y a-t-il un nombre géométrique de Platon? [24

Revue des études grecques 1903.

Hultsch, F., Diophantos. [25

Pauly-Wissowa, *Realencyklopädie* 5, 1903, 1052—1073. — In diesem und im vorangehenden Bande finden sich viele andere Artikel von F. Hultsch zur Geschichte der griechischen Mathematik (Deinostratos, Demetrios, Diodoros, Diokles, Dion aus Neapel, Dionysios, Dionysodoros, Dioptra, Domninos, Dositheos).

Schmidt, W., Über die Gestalt der Groma der römischen Feldmesser. [26

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 234—237.

c) Geschichte des Mittelalters.

Ibn al-Qifti, Tarich al-hukama. Auf Grund der Vorarbeiten Aug. Müllers herausgegeben von J. Lippert. Leipzig, Dieterich 1903. [27

4°, 22 + 496 S. — [26 M.] — [Rezension:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 293—302. (H. Suter.)

Curtze, M., Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance (1902). [Rezension:] Monatsh. für Mathem. 14, 1903; Lit.-Ber. 69—70. (St.) [28

Dünner, L., Die älteste astronomische Schrift des Maimonides (1902). [Rezension:] Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 2777. — Monatsh. für Mathem. 14, 1903; Lit.-Ber. 66. (v. H.) [29

Björnbo, A. A., Die mathematischen S. Marcohandschriften in Florenz. I. [30

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 238—245.

Björnbo, A. A., Ein Lehrgang der Mathematik und Astrologie im Mittelalter. [31

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 288—290.

Birkenmajer, L. A., Commentariolum super Theoricas novas planetarum Georgii Purbachii per Albertum de Brudzewo (1900). [Rezension:] Praze matem.-fizyczne 14, 1903, 292. (S. D.) [32

Eneström, G., Über den italienischen Mathematiker Leonardo Mainardi. [33

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 290. — Anfrage.

Leonardo da Vinci as a hydraulic engineer. [34

Nature 67, 1903, 440—441.

d) Geschichte der neueren Zeit.

Lazarin, A., [Einige Notizen über die Geschichte der Mathematik in Rumänien.] [35

Gazeta matematica (Bukarest) 8, 1904, 173—174.

Eneström, G., Über den deutschen Mathematiker Andreas Alexander. [36

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 290—291. — Anfrage.

Birkenmajer, L. A., Mikolaj Kopernik. I (1900). [Rezension:] Praze matem.-fizyczne 14, 1903, 292. (S. D.) [37

Le opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume XIII. Firenze, Barbera 1903. [38

4°, 490 + (6) S. — Herausgegeben von A. Favaro.

Favaro, A., Per la storia dei manoscritti Galileiani concernenti i pianeti medicei. [39

Venezia, Istituto Veneto, Atti 62 : 2, 1903, 1083—1103.

***Grimaldi, V.,** La mente di Galileo Galilei desunta principalmente dal libro „De motu gravium". Napoli 1901. [40

8°. — [Rezension:] *Milano,* Istituto Lombardo, Rendiconti 34_2, 1901, 762—763. (G. Celoria.)

Wallner, C. R., Über die Entstehung des Grenzbegriffes. [41

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 246—259.

Oeuvres de Descartes publiées par Ch. Adam et P. Tannery. Tome V (1903). [Rezension:] *Bruxelles,* Soc. scient., Revue des quest. scient. 4_3, 1903, 610—615. (G. Lechalas.) [42

Shedd, J. C., Concerning the word „Barometer". [43

Science 18_2, 1903, 278—280.

Koppe, M., Die Bestimmung sämtlicher Näherungsbrüche einer Zahlengröße bei John Wallis (1672). [44

Berlin, Mathem. Gesellsch., Sitzungsber. 2, 1903, 56—60.

Csorba, G., [Die Literatur über Partition von Zahlen]. [45

Mathematikai és physikai lapok (Budapest) 10, 1902, 257—281. — Ungarisch.

Burkhardt, H., Entwicklung nach oscillirenden Functionen. Bericht. 3. Lieferung. [46

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber, 10 : 2, 1903, 401—768.

Stäckel, P., Bericht über die Mechanik mehrfacher Mannigfaltigkeiten. [47

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 469—481.

Wölffing, E., Mathematischer Bücherschatz. 1 (1903). [Rezension:] Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 302—313. (G. Eneström.) — Deutsche Litteraturz. 24, 1903, 2329—2330. (E. Lampe.) [48

Günther, S., Geschichte der anorganischen Naturwissenschaften im neunzehnten Jahrhundert (1901). [Rezension:] Arch. der Mathem. 6_3, 1903, 153—154. (H. Samter.) [49

***Hoorn, J. van,** Historisch-critisch oversicht der in de vorige eeuw verschenen methode vor het stelonderwijs. Groningen 1903. [50

8°, 252 S. — [3 M.]

Purser, J., The Irish school of mathematicians and physicians from the beginning of the 19th century. Opening address. [51

British association, Report 72 (Belfast 1902), 1903, 499—511. — Vgl. Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 108.

Eneström, G., Sur les frères Français. [52

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 291—292. — Antwort auf eine Anfrage.

Dickstein, S., Pierwsze czasopismo matematyczno-fizyczne polskie. [53

Wiadomości matem. 7, 1903, 169—176. — Die erste polnische mathematisch-physische Zeitschrift.

***Sager, P.,** Übersicht über die Entwicklung der Theorie der geodätischen Linien seit Gauss. Rostock 1903. [54

8°, 89 S.

Gauss, K. F., General investigations of curved surfaces of 1827 and 1825 (1902). [Rezension:] Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 457—458. (G.) — The mathem. gazette 2, 1903, 215—216. [55

Schlesinger, L., Neue Beiträge zur Biographie von Wolfgang und Johann Bolyai. [56

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 260—270.

Sturm, R., Zusammenstellung von Arbeiten, welche sich mit Steinerschen Aufgaben beschäftigen (1903). [Rezension:] Deutsche Litteraturz 24, 1903, 2452. [57

Jahraus, K., Das Verhalten der Potenzreihen auf dem Konvergenzkreise, historisch-kritisch dargestellt (1902). [Rezension:] Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 440-441. (H. Wieleitner.) [58

Ludwig, F., Neuere Literatur über das Grenzgebiet der Biometrie. [59

Zeitschr. für Mathem. 49, 1903, 269—277.

International catalogue of scientific literature. A. Mathematics. B. Mechanics. (1902.) [Rezension:] *Amsterdam,* Wisk. genoos., Nieuw archief 6_2, 1903, 71—73. (D. J. K.) [60

e) Nekrologe.

Karl **Ackermann** (1841—1903). [61

Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 521—524 [mit Portrat]. (L. Fennel.)

Karl Anton **Bjerknes** (1825—1903). [62

Kristiania, Videnskabsselsk., Forhandl. 1903. (W. Bjerknes.)

Luigi **Cremona** (1830—1903). [63

Napoli, Accad. d. sc., Rendiconto 9_3, 1903, 174—175. (E. Fergola.) — Naturwiss. Rundschau 18, 1903, 465—467. (E. Lampe.)

Leopold **Gegenbauer** (1849—1903). [64

L'enseignement mathém. 5, 1903, 296. — Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 471—472.

Josiah Willard **Gibbs** (1839—1903). [65

New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 10_2, 1903, 34—39. (P. F. Smith.)

Cato Maximilian **Guldberg** (1836—1902). [66

Kristiania, Videnskabsselsk., Forhandl. 1903. 12 S. (H. Goldschmidt.)

Meyer **Hamburger** (1838—1903). [67

Wiadomości matem. 7, 1903, 208—210 [mit Schriftverzeichnis]. (A. Denizot.)

Ernst **Kossak** (1839—1892). [68

Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 12, 1903, 500—504. (E. Lampe.)

Josef **Petzval** (1807—1891). [69

Erményi, *Josef Petzvals Leben und Verdienste.* Zweite vermehrte Auflage. Halle 1903. 8°, IV + 86 S.

J. G. **Zottu** (1870—1902). [70

Gazeta matematica (Bukarest) 7, 1902, 269.

f) Aktuelle Fragen.

Müller, Felix, Über Vorlesungen zur Einführung in die mathematische Literatur. [71

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 271—279.

Weber, H., Über die Stellung der Elementarmathematik in der mathematischen Wissenschaft. [72

Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 393—397. — Deutsche Mathem. Verein., Jahresber. 12, 1903, 398—401. — Wesentlich ein Abdruck der Vorrede zur *Encyklopädie der Elementar-Mathematik.* I (Leipzig, Teubner 1903).

[Der Kongress für Geschichte der mathematischen und physischen Wissenschaften in Rom 1903.] [73

Biblioth. Mathem. 4_3, 1903, 280—283. (G. Vacca.) — L'enseignement mathém. 5, 1903, 378—383. (E. Lebon.) — Zeitschr. für mathem. Unterr. 34, 1903, 530—533. (Felix Müller.)

[Die deutsche Mathematiker-Versammlung in Kassel 1903.] [74

Naturwiss. Rundschau 18, 1903, 553—556, 620. (E. Wölffing.)

Wissenschaftliche Chronik.

Ernennungen.

— Professor H. Andoyer in Paris zum Professor der Astronomie an der Universität daselbst.

— Privatdozent C. H. Ashton[1]) in Cambridge, Mass., zum Professor der Mathematik an der Universität von Kansas.

— C. R. Burger zum Professor der Mathematik an der „Colorado school of mines".

— Dr. C. K. Edmunds zum Professor der Physik am „Christian college" in Macao, China.

— Privatdozent J. W. Glover in Ann Arbor zum Professor der Mathematik an der Universität von Michigan daselbst.

— Privatdozent A. G. Hall in Ann Arbor zum Professor der Mathematik an der Universität von Illinois.

— Dozent H. E. Hawkes in New Haven zum Professor der Mathematik am „Yale university" daselbst.

— Dr. E. R. Hedrick in New Haven zum Professor der Mathematik an der Universität von Missouri.

— Privatdozent O. Krigar-Menzel in Berlin zum Professor der theoretischen Physik an der Technischen Hochschule daselbst.

— Artilleriehauptmann A. J. J. Lafay zum Professor der Physik an der „Ecole polytechnique" in Paris.

— Professor A. V. Lebeuf in Montpellier zum Professor der Astronomie an der Universität in Besançon.

— A. C. Minear zum Professor der Mathematik am „university of Southern California".

— Professor H. Padé in Poitiers zum Professor der Mechanik an der Universität in Bordeaux.

— Professor P. Painlevé in Paris zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Privatdozent K. Petr in Brünn zum Professor der Mathematik an der Universität in Prag.

— Professor J. B. Shaw in Gambier, Ohio zum Professor der Mathematik an der „James Millikan university" in Decatur, Illinois.

— Oberlehrer am Lyceum in Straßburg M. Simon zum Honorarprofessor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Dr. Arthur W. Smith zum Professor der Physik an der Universität von Michigan in Ann Arbor.

— Privatdozent E. Steinitz in Berlin zum etatsmäßigen Dozenten der Mathematik an der Technischen Hochschule daselbst.

— Privatdozent C. Störmer in Kristiania zum Professor der Mathematik an der Universität daselbst.

— Dozent Turpain in Poitiers zum Professor der Physik an der „Faculté des sciences" daselbst.

— Professor W. Wirtinger in Innsbruck zum Professor der Mathematik an der Universität in Wien.

Todesfälle.

— Karl Ackermann, pensionierter Direktor der Oberrealschule in Kassel, geb. in Fulda den 2. März 1841, gestorben in Kassel den 23. April 1903.

— Benjamin G. Brown, Professor der Mathematik am „Tufts college" in Nord-

1) Hierdurch wird die Angabe S. 319 berichtigt.

amerika, gestorben den 29. September 1903, 66 Jahre alt.

— GUSTAF ROBERT DAHLANDER, pensionierter Direktor der Technischen Hochschule in Stockholm, geboren in Göteborg den 7. Juni 1834, gestorben in Stockholm den 27. September 1903.

— HERMANN GERLACH, Pensionierter Professor am Gymnasium in Parchim (Mecklenburg), geboren in Körmigk bei Köthen den 9. Mai 1826, gestorben in Parchim den 15. Juni 1903.

— GUSTAV ADOLPH KÖPP, früher Direktor des Realgymnasiums in Eisenach, geboren in Braunschweig den 7. Februar 1819, gestorben in Eisenach den 15. Okt. 1903.

— JULIUS LANGE, Direktor des Königstädtischen Realgymnasiums in Berlin, geboren in Liebenwalde den 17. November 1846, gestorben den 22. August 1903.

— RUDOLPH LIPSCHITZ, Professor der Mathematik an der Universität in Bonn, geboren in Heidelberg den 14. Mai 1832, gestorben den 7. Oktober 1903.

— CHRISTIAN AUGUST NAGEL, früher Professor der Geodäsie an der Technischen Hochschule in Dresden, geboren in Grünberg bei Radeberg den 17. Mai 1821, gestorben 1903.

— GUSTAV ADOLPH VON PESCHKA, früher Professor an der Technischen Hochschule in Wien, geboren in Joachimsthal den 30. August 1830, gestorben 1903.

— HAMILTON LAMPHERE SMITH, früher Professor der Mathematik und Astronomie am „Hobart college" in Geneva, N. Y., geboren in New London, Conn., den 5. November 1819, gestorben daselbst den 1. August 1903.

— SIMON SUBIC, Professor der Physik an der Universität in Graz, geboren in Brodeh (Krain) den 28. Oktober 1830, gestorben den 27. Juli 1903.

— HUDSON A. WOOD, Lehrer der Mathemathik in Vernon, N. Y., gestorben den 28. Oktober 1903, 62 Jahre alt.

Eine neue mathematische Encyklopädie.

— Eine *Encyklopädie der Elementar-Mathematik* von H. WEBER und J. WELLSTEIN ist jetzt im Erscheinen. Das Werk richtet sich in erster Linie an die Lehrer, aber die Herausgeber beabsichtigen auch, daß es für die Studierenden von Wert werden soll. Der erste, von H. WEBER bearbeitete Teil, umfassend die Elementare Algebra und Analysis, ist schon erschienen (Leipzig, Teubner 1903; XIV + 447 S.), und in Angriff genommen sind noch zwei Teile (Geometrie, Anwendungen der Mathematik). Historische und literarische Angaben kommen sehr spärlich vor; in betreff solcher Angaben verweisen die Herausgeber auf einen kommenden Artikel über Elementarmathematik in der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, worin sehr zuverlässige und vollständige historische und literarische Notizen über alle Fragen, die zur Elementarmathematik gerechnet werden können, geboten werden sollen.

Vorlesungen über Geschichte der Mathematik und Astronomie.

— An der Universität in Berlin hat Professor W. FOERSTER für das Wintersemester 1903—1904 eine Vorlesung über Geschichte der arabischen und mittelalterlichen Astronomie angekündigt.

— An der Technischen Hochschule in Darmstadt hat Professor FR. GRAEFE für das Wintersemester 1903—1904 eine Vorlesung über Geschichte der Mathematik angekündigt.

— An der Universität in Straßburg hat Professor W. F. WISLICENUS für das Wintersemester 1903—1904 eine Vorlesung über die neuere Geschichte der Astronomie angekündigt.

— A l'université de Neuchâtel, M. L. ISELY fera, pendant le semestre d'hiver 1903—1904, un cours (3 heures par semaine) sur l'historie des mathématiques dans la Suisse française.

— An der Universität in Brünn hat Professor F. OBENRAUCH für das Wintersemester 1903—1904 eine Vorlesung über Geschichte der Geometrie angekündigt.

Preisfragen gelehrter Gesellschaften.

— *Academia de ciencias de Madrid* Concurso del año 1904. Sucinta exposición de los principios fundamentales de la Nomografía estrictamente necesarios para la composición y fácil intelligencia de un sistema de ábacos ó nomogramas, desconocidas hasta ahora, y aplicables, con manifiesta ventaja sobre cualquier otro procedimento, á la resolución de una serie de cuestiones, interesantes in teoría, y de utilidad en la práctica, referentes á las ciencias físico-matemáticas.

— *Istituto Veneto delle scienze, lettere ed arti.* Tema di premio par l'anno 1906. Perfezionare in qualche punto importante la geometria proiettiva delle superficie algebriche a due dimensioni dello spazio ad n dimensioni.

Mathematiker-Versammlungen im Jahre 1903.

— *Deutsche Mathematiker-Vereinigung.* Die Jahresversammlung 1903 der Deutschen Mathematiker-Vereinigung fand zu Kassel 21.—24. September statt, in Gemeinschaft mit der Abteilung I der 75. Deutschen Naturforscherversammlung. In der ersten Sitzung erstattete Herr G. Scheffers einen Bericht über Lie's Theorie der Integration von Differentialgleichungen. Herr R. Fricke referierte in derselben Sitzung über neuere englische Lehrpläne und Lehrbücher der Elementarmathematik, und Herr E. Lampe sprach über die wissenschaftliche Wirksamkeit von M. Hamburger. In der zweiten Sitzung gab Herr H. Burkhardt ein Résumé seines Berichtes über oscillierende Funktionen. Die vierte Sitzung brachte einen Bericht von Herrn P. Stäckel über die Mechanik mehrfacher Mannigfaltigkeiten. Weitere Vorträge wurden gehalten von den Herren F. Bernstein, O. Blumenthal, L. Boltzmann, M. Brendel, G. Cantor, K. Geissler, G. Hamel, L. Heffter, D. Hilbert, C. Juel, H. Liebmann, Manno, H. Maschke, R. Mehmke, W. Fr. Meyer, H. Minkowski, L. Prandtl, A. Schönflies, P. H. Schoute, J. Wellstein, W. Wien, H. Wiener. Einige dieser Vorträge gaben zu lebhafter Diskussion Anlaß, u. a. der Vortrag des Herrn K. Geissler, der sich auf mathematisch-philosophische Fragen bezog. — Die Frage der Gründung einer Mathematischen Zentralbibliothek wurde vertagt, aber einer „Bibliographischen Kommission", bestehend aus den Herren A. Gutzmer, F. Müller, E. Wölffing wurde der Auftrag gegeben, die Einrichtung einer mathematisch-bibliographischen Zentralstelle vorzubereiten. — Herr E. Lampe, der genötigt wird, im Laufe des Jahres 1904 von der Redaktion des Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik zurückzutreten, richtete an die Versammlung die Bitte, für den Fortbestand des Unternehmens Sorge zu tragen, und der Vorstand der Deutschen Mathematiker-Vereinigung wurde beauftragt, Maßregeln zu ergreifen, wodurch die fortgesetzte Herausgabe des Jahrbuches gesichert werden könnte.

Vermischtes.

— Die preußische Akademie der Wissenschaften hat Herrn H. A. Schwarz zur Herstellung eines Katalogs der Literatur über Minimalflächen 250 Mark bewilligt.

— Unter dem Titel *Revista de matemáticas* hat Herr Luis A. Silva im Jahre 1903 eine neue Zeitschrift begründet, die vorzugsweise die Elementarmathematik behandeln wird und in Monatsheften erscheint.

Namenregister.

Druck von Theodor Hofmann in Gera.