

ANNA SKRZYWAN

Zakład Teorii Regulacji

## UKŁADY REGULACJI NIECIĄGŁEJ Z NIELINIOWYMI IMPULSATORAMI

Streszczenie. Niniejszy artykuł jest próbą zastosowania metody funkcji opisującej w badaniu nieliniowych układów regulacji impulsowej. Wykazano w nim możliwość stosowania tej metody w przypadku nieliniowości występującej w impulsatorze. Przypadek taki jest praktycznie bardzo częsty.

Schemat blokowy układu regulacji impulsowej pokazany jest na rysunku 1. Charakterystyczną cechą takiego układu jest obecność impulsatora. Zadaniem impulsatora jest przekształ-

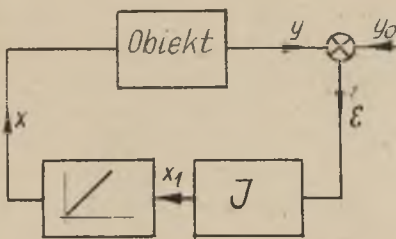
cenie ciągłego sygnału wejściowego  $\varepsilon$  w ciąg impulsów o stałej szerokości i amplitudzie proporcjonalnej do wartości sygnału  $\varepsilon$ , lub o stałej amplitudzie, a szerokości proporcjonalnej do wartości sygnału  $\varepsilon$ .

Jeżeli przez  $\mathcal{J}$  oznaczymy zmienny parametr impulsu, to zależność

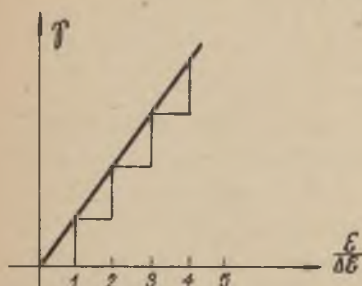
$$\mathcal{J} = f\left(\frac{\varepsilon}{\Delta \varepsilon}\right)$$

nazwiemy charakterystyką impulsatora.

Rys.1. Schemat blokowy układu regulacji impulsowej

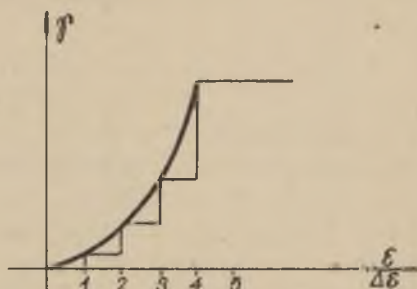


Na rysunkach 2 i 3 pokazane są charakterystyki regulatora impulsowego liniowego i nieliniowego.



Rys.2. Charakterystyka impulsatora liniowego

$$y = \int \frac{\epsilon}{\Delta \epsilon}$$



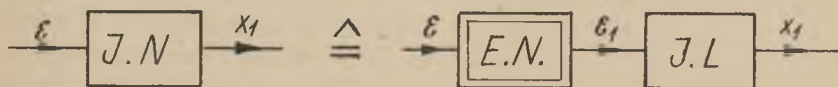
Rys.3. Charakterystyka impulsatora nieliniowego

$$y = \int f\left(\frac{\epsilon}{\Delta \epsilon}\right)$$

Łatwo udowodnić, że regulator impulsowy nieliniowy można zastąpić przez szeregowe połączenie elementu nieliniowego o charakterystyce

$$\epsilon_1 = \Delta \epsilon f\left(\frac{\epsilon}{\Delta \epsilon}\right)$$

i impulsatora liniowego (rys.4)



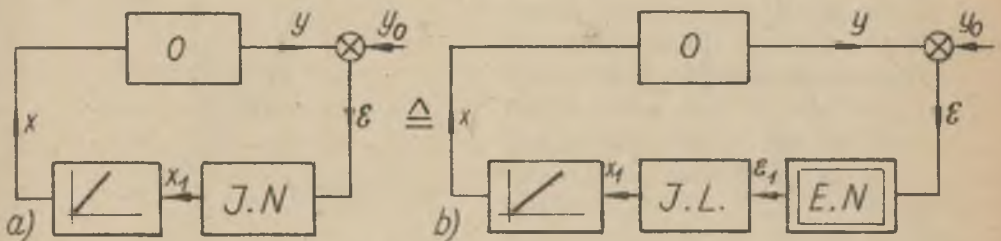
Rys.4. Zastąpienie impulsatora nieliniowego J.N. połączeniem elementu nieliniowego E.N. i impulsatora liniowego J.L.

Na tej podstawie układ regulacji impulsowej z impulsatorem nieliniowym możemy zastąpić równoważnym układem z impulsatorem liniowym i elementem nieliniowym o działaniu ciągłym. Na rysunku 5b przedstawiony jest schemat blokowy układu zamkniętego składającego się:

a) z bezinercyjnego elementu nieliniowego E.N. o funkcji opisującej  $\hat{J}(A)$ ,

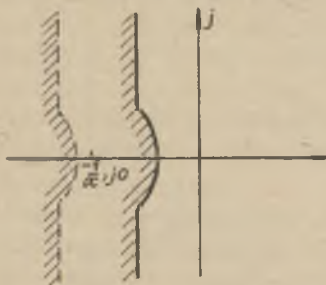
b) z części liniowej (obiekt, silnik wykonawczy i impulsator liniowy) o schodkowej funkcji przejścia  $K_{\Sigma}(\varrho)$ , przy czym

$$K_{\Sigma}(\varrho) = \left[ K_{\Sigma}(p) \right]_{e^p = \varrho}$$



Rys.5. Układ regulacji impulsowej rzeczywisty (a) i równoważny (b)

Jeżeli w układzie pokazanym na rysunku 5 b na miejscu elementu nieliniowego określonego funkcją opisującą  $J$  byłby bezinercyjny element liniowy, to stosunek  $\frac{x_1}{\varepsilon} = \alpha$  miałby wartość stałą, niezależną od wielkości sygnału  $\varepsilon$ . Warunek powstania drgań w takim układzie określić można z przebiegu charakterystyki modułowej  $K(e^{j\varphi})$  na płaszczyźnie  $K(p)$ , jak to pokazano na rys.6.



Rys.6. Charakterystyka modułowa układu regulacji impulsowej

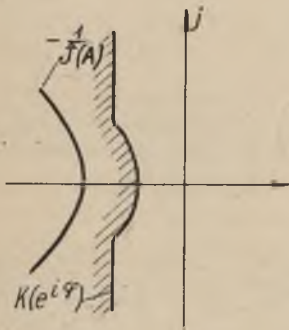
Możliwe są tu dwa przypadki:

a) jeżeli charakterystyka modułowa nie obejmuje punktu  $(-\frac{1}{\alpha}, j0)$ , to układ jest stabilny,

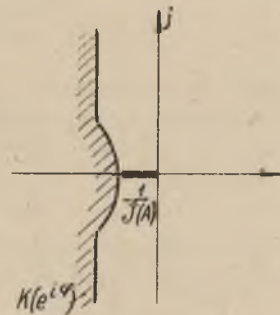
b) jeżeli charakterystyka modułowa obejmuje punkt  $(-\frac{1}{\alpha}, j0)$ , to układ jest niestabilny.

Jeżeli charakterystyka przechodzi przez punkt  $(-\frac{1}{x}, j0)$ , to układ jest na granicy stabilności.

W przypadku elementu nieliniowego stosunek  $\frac{x_1}{\varepsilon}$  nie jest wartością stałą i jest zależny od amplitudy sygnału  $\varepsilon$ . Stosując metodę funkcji opisującej wprowadzimy zamiast wartości  $\propto$  funkcję opisującą elementu nieliniowego  $\hat{J}(A)$ .



Rys. 7. Charakterystyka układu absolutnie stabilnego



Rys. 8. Charakterystyka układu absolutnie niestabilnego

Warunek powstania drgań w układzie można wówczas określić w analogii do układów liniowych z przebiegu charakterystyki modułowej  $K(e^{j\varphi})$  i funkcji  $-\hat{J}(A)$  na płaszczyźnie  $K(p)$ . Ilustruje to rysunek 7, 8, 9.

Możliwe są tu trzy przypadki:

a) jeżeli charakterystyka elementu nieliniowego leży całkowicie poza charakterystyką modułową części liniowej, wówczas układ jest absolutnie stabilny (rys. 7),

b) jeżeli charakterystyka elementu nieliniowego leży wewnątrz charakterystyki modułowej części liniowej, wówczas układ jest absolutnie niestabilny (rys. 8),

c) trzecia możliwość, to przecięcie się obydwu charakterystyk. Wskazuje to na możliwość powstania drgań w układzie.

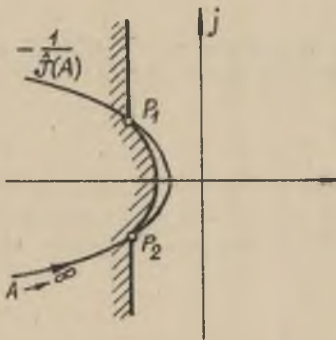
Punktowi  $P$  odpowiada amplituda  $A_1$  wynikająca z charakterystyki  $-\hat{J}(A)$  oraz kąt  $\varphi_1$  wynikający z charakterystyki  $K(e^{j\varphi})$ , z którego można obliczyć okres drgań układu wzbu-  
dzonego według regulacji:

$$\frac{T}{T_1} \omega_1 = \frac{2\pi}{\varphi_1}$$

gdzie  $T_1$  - okres impulsowania impulsatora.

Analogicznie punktowi  $P_2$  odpowiada amplituda  $A_2$  i kąt  $\varphi_2$ , przy czym

$$\frac{T_{w2}}{T_1} = \frac{2\pi}{\varphi_2}$$



Rys. 9. Charakterystyka układu stabilnego dla małych zaburzeń

Rozpatrzmy pracę układu w punkcie  $P_1$ . Jeżeli amplituda  $A_1$  wzrośnie z jakiegokolwiek przyczyny o  $\Delta A_1$ , wówczas punkt pracy układu znajdzie się na zewnątrz charakterystyki modułowej. Amplituda zacznie zmniejszać się do wartości  $A_1$ . Gdyby natomiast nastąpiło zmniejszenie amplitudy  $A_1$ , wówczas punkt pracy znalazłby się wewnątrz charakterystyki modułowej, a co za tym idzie, amplituda zaczęłaby narastać do wartości  $A_1$ . Punkt  $P_1$  jest więc punktem drgań stabilnych układu.

W przypadku pracy układu w punkcie  $P_2$ , zmniejszenie amplitudy  $A_2$  o  $\Delta A_2$  spowoduje zamknięcie drgań, natomiast jej wzrost spowoduje dalsze narastanie amplitudy aż do wartości  $A_1$ . W punkcie  $P_2$  nie mogą więc istnieć drgania ustalone.

Jeżeli w układzie zamkniętym o charakterystykach pokazanych na rysunku 9 pojawi się zaburzenie o wartości mniejszej od  $A_2$ , wówczas drgania nie powstaną i zaburzenie zostanie zregulowane. Jeżeli natomiast zaburzenie będzie miało wartość większą od  $A_2$ , wówczas powstaną drgania o amplitudzie narastającej aż do wartości  $A_1$  i o okresie  $T_1$ . Omawiany układ jest więc stabilny dla małych, a niestabilny dla dużych zaburzeń.

Metoda funkcji opisującej jest metodą przybliżoną i zakres jej stosowania jest ograniczony. Ważne jest również to, że miejsce występowania nieliniowości w układzie regulacyjnym nie jest obojętne.

Serdecznie dziękuję doc.dr S.Węgrzynowi za zachętę do podjęcia tematu oraz za wiele cennych uwag i dyskusje nad omawianym zagadnieniem.

#### LITERATURA

- [1] W.W. Sołodownikow - Osnowy awtomatyczeskowo regulirowani-  
ja. T.I. Teoria. Moskwa 1954.
- [2] Praca zbiorowa pod redakcją dr S.Węgrzyna - Podstawy au-  
tomatyki, R.VI, § 7, i R.VII, § 2 i § 4.

## **Системы прерывистого регулирования с нелинейными импульсаторами**

### **С о д е р ж а н и е**

Настоящая статья есть попыткой применения метода гармонического баланса к нелинейным импульсным автоматическим системам. В ней показана возможность применения этого метода в случае наличия нелинейности в самом импульсаторе. Такой случай очень часто появляется на практике.

### **The Discontinuous Control Systems with Nonlinear Samplers**

#### **S u m m a r y**

This paper attempts to develop the describing function approach to the nonlinear sampled data control systems. The practically important case of nonlinear sampler is discussed.