ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972
Seria: Automatyka z. 23 Nr kol. 353

Bolesław Pochopień
Instytut Automatyki Przemysłowej
i Pomiarów

ALGEBRAICZNA METODA OKREŚLANIA FUNKCJI WZBUDZEŃ PRZERZUTNIKÓW STATYCZNYCH

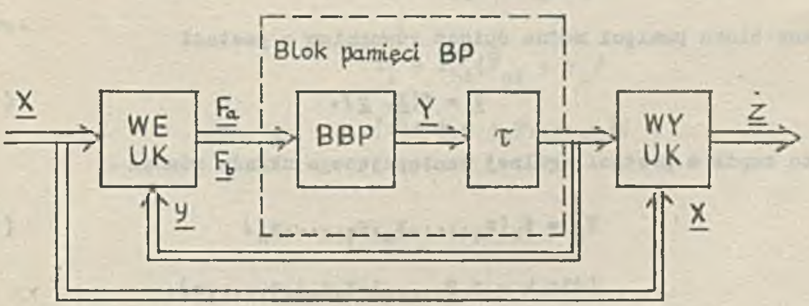
Streszczenie. Przedstawiono metodę określania funkcji wzbudzeń przerzutników statycznych. Metoda zapewnia eliminację niedozwolonego dla przerzutników stanu funkcji wzbudzających, co pozwala wykorzystać obydwa wyjścia przerzutników.

1. Model matematyczny układu sekwencyjnego

W najogólniejszym przypadku w układzie sekwencyjnym można zawsze wyróżnić:

1. Blok pamięci - BP.
2. Wejściowy układ kombinacyjny - WE UK.
3. Wyjściowy układ kombinacyjny - WY UK.

Schemat blokowy układu sekwencyjnego, z wyodrębnionym blokiem pamięci BP, przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy układu sekwencyjnego

Jednym z istotnych etapów syntezy układów sekwencyjnych jest określenie struktury BP, tj. powiązanie wielkości wyjściowych tego bloku z jego wielkościami wejściowymi za pomocą wyrażeń logicznych. Przedstawione poniżej rozważania dotyczą realizacji bloku pamięci na przerzutnikach statycznych.

Niech:

$\underline{X}^T = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ - wektor sygnałów wejściowych,

$\underline{Y}^T = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ - wektor fikcyjnych sygnałów wyjściowych BP,

$\underline{y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ - wektor wyjściowych sygnałów BP,

$\underline{Z}^T = (z_1, z_2, \dots, z_s)$ - wektor sygnałów wyjściowych układu,

$\underline{F}_a^T = (F_{a1}, F_{a2}, \dots, F_{an})$ - wektor sygnałów wpisujących przerzutnika,

$\underline{F}_b^T = (F_{b1}, F_{b2}, \dots, F_{bn})$ - wektor sygnałów zerujących przerzutnika.

Wartości wszystkich składowych powyższych wektorów zawarte są w zbiorze dwuelementowym $\{0,1\}$.

$$x_i \in \{0,1\} \quad (\text{dla } i = 1,2,\dots,m)$$
$$y_i, Y_i, F_{ai}, F_{bi} \in \{0,1\} \quad (\text{dla } i = 1,2,\dots,n)$$
$$z_i \in \{0,1\} \quad (\text{dla } i = 1,2,\dots,s).$$

Stan składowych wektora $\underline{y}$ określa się w literaturze jako stan wewnętrzny automatu. Stan składowych wektora $\underline{Y}$ można uważać za następny stan wewnętrzny, który układ przyjmie po czasie τ. Składowe tego wektora są składowymi fikcyjnymi, co wynika z rozdzielenia rzeczywistego bloku pamięci BP układu na bezzwłoczny blok pamięci BBP i blok reprezentujący opóźnienie τ. Między składowymi wektora $\underline{Y}$ oraz $\underline{y}$ zachodzi więc zależność

$$Y_i(t) = y_i(t+\tau) \quad (\text{dla } i = 1,2,\dots,n).$$

Pracę bloku pamięci można opisać równaniem o postaci

$$\underline{Y} = f(\underline{X}, \underline{y}). \tag{1.1}$$

Jest to zapis w postaci ogólnej następującego układu równań

$$Y_k = f_k(x_1,\dots,x_m,y_1,\dots,y_n) \tag{1.2}$$

$$(\text{dla } k = 1,2,\dots,i-1,i,i+1,\dots,n).$$

Funkcje f_k noszą nazwę funkcji przejść. Wartości tych funkcji zawarte są w zbiorze dwuelementowym $f_k \in \{0,1\}$.

Przedstawiony powyżej model matematyczny bloku pamięci pozostaje słuszny również dla przypadku realizacji za pomocą logicznych sprzężeń zwrotnych.

2. Przerzutniki statyczne

Przerzutniki statyczne realizują funkcję pamięci, którą można zapisać w postaci (2.1) lub (2.2)

$$Y = \tilde{F}_a + \tilde{F}_b\, y \tag{2.1}$$

$$Y = \tilde{F}_b(\tilde{F}_a + y), \tag{2.2}$$

gdzie

F_a - funkcja wpisująca przerzutnika

F_b - funkcja zerująca przerzutnika,

$\tilde{F}_a$ - F_a lub $\bar{F}_a$

$\tilde{F}_b$ - F_b lub $\bar{F}_b$.

Przerzutniki te stanowią niejako elementarny automat Moore'a dla którego stan wyjść pokrywa się ze stanem wewnętrznym.

3. Sformułowanie problemu

Dla zrealizowania bloku pamięci BP w oparciu o przerzutniki należy dla każdej składowej Y_i wektora $\underline{Y}$ znaleźć odpowiadające im składowe F_{ai}, F_{bi} wektorów $\underline{F_a}$, $\underline{F_b}$ takie, że

$$Y_i = \tilde{F}_{ai} + \tilde{F}_{bi}\, y_i \tag{3.1}$$

oraz

$$Y_i = \tilde{F}_{bi}(\tilde{F}_{ai} + y_i) \tag{3.2}$$

$$(\text{dla } i = 1,2,\dots,n).$$

4. Metoda algebraiczna określania funkcji wzbudzeń

Na wstępie udowodnijmy lemat 4.1.

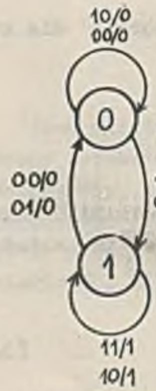
Lemat 4.1

Jeżeli pracę automatu opisują równania (4.1) lub (4.2)

$$Y = G_1\, y + G_2\, \bar{y} \tag{4.1}$$

$$Y = (G_1 + \bar{y})(G_2 + y), \tag{4.2}$$

to nie można zrealizować go jako układu asynchronicznego. (G_1, G_2) - funkcje logiczne niezależne od zmiennej y).



Rys. 2. Wykres Mealy ($G_1\ G_2/Y$)

Dowód:

Działanie układów opisanych równaniem (4.1) lub (4.2) można przedstawić wykresem Mealy (rys. 2). Na wykresie tym widać, że przy kombinacji stanów $G_1 = 0$, $G_2 = 1$ stany y będzie się stale zmieniał. Taki układ można więc tylko zrealizować jako synchroniczny.

c.n.d.

Wniosek:

Równanie opisujące pracę układu synchronicznego nie może zawierać nieredukowalnej, zanegowanej zmiennej y.

W przypadku układu asynchronicznego, każdą z funkcji przejść można przekształcić do postaci (4.3) oraz (4.4)

$$f_i(\underline{X}, \underline{y}) = A_i + B_i\, y_i \tag{4.3}$$

$$f_i(\underline{X}, \underline{y}) = B_i(A_i + y_i). \tag{4.4}$$

Szukamy więc takich A_i oraz B_i, które spełniają (4.3) i (4.4). Oznaczmy:

$$A_i + B_i\, y_i = f_{i\Sigma}(y_i) \tag{4.3a}$$

$$B_i(A_i + y_i) = f_{i\Pi}(y_i). \tag{4.4a}$$

Zachodzi równość

$$f_i(\underline{X}, \underline{y}) = f_{i\Sigma}(y_i) = f_{i\Pi}(y_i). \qquad (4.5)$$

Równania (4.3a) oraz (4.4a) są słuszne dla dowolnego stanu składowych y_i, tzn. dla $y_i = 0$ oraz $y_i = 1$, co po uwzględnieniu daje następujące zależności:

$$A_i = f_{i\Sigma}(0) \qquad (4.6)$$

$$A_i\ B_i = f_{i\Pi}(0) \qquad (4.7)$$

$$A_i + B_i = f_{i\Sigma}(1) \qquad (4.8)$$

$$B_i = f_{i\Pi}(1). \qquad (4.9)$$

Porównując (3.1), (3.2) z (4.3a), (4.4a) przy uwzględnieniu (4.6) oraz (4.9) otrzymujemy

$$\tilde{F}_{ai} = f_{i\Sigma}(0) \qquad (4.10)$$

$$\tilde{F}_{bi} = f_{i\Pi}(1). \qquad (4.11)$$

W zależności więc od funkcji realizowanej przez przerzutnik, funkcje wzbudzeń przerzutnika będzie można wyznaczyć z zależności poniższych

$$F_{ai} = f_{i\Sigma}(0) \qquad (4.12)$$

$$F_{ai} = \overline{f_{i\Sigma}(0)} \qquad (4.12a)$$

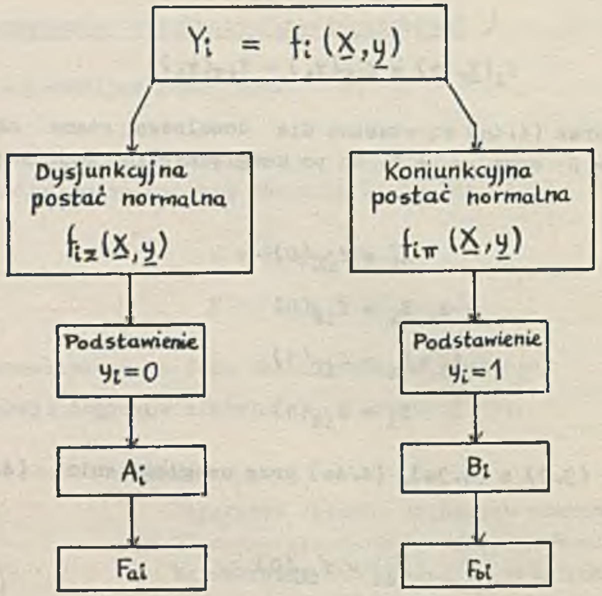
$$F_{bi} = f_{i\Pi}(1) \qquad (4.13)$$

$$F_{bi} = \overline{f_{i\Pi}(1)}. \qquad (4.13a)$$

Przykładowo, jeżeli przerzutnik realizuje funkcję pamięci $Y = F_a + \overline{F}_b y$ lub $Y = \overline{F}_b(F_a + y)$, to F_a określamy zgodnie z (4.12), natomiast F_b zgodnie z (4.13a).

Należy zwrócić uwagę na to, że A_i przedstawia sobą wyrażenie logiczne otrzymane z normalnej postaci dysjunkcyjnej funkcji $f_i(\underline{X}, \underline{y})$ przez podstawienie $y_i = 0$. Natomiast B_i przedstawia sobą wyrażenie logiczne otrzymane z normalnej postaci koniunkcyjnej funkcji $f_i(\underline{X}, \underline{y})$ przez podstawienie $y_i = 1$.

Sposób określania funkcji wzbudzeń metodą algebraiczną przedstawiono graficznie na rys. 3.



Rys. 3. Schemat blokowy algorytmu metody algebraicznej

5. Własności funkcji wzbudzeń otrzymanych metodą algebraiczną

Twierdzenie 5.1

Jeżeli $f_{i\Sigma}(0) = 1$, to $f_{i\Pi}(1) = 1$

Założenie : $f_{i\Sigma}(0) = 1$

Teza : $f_{i\Pi}(1) = 1.$

Dowód:

Uwzględniając (4.6) i (4.9) w (4.3a) i (4.4a) otrzymujemy

$$f_{i\Sigma}(y_i) = f_{i\Sigma}(0) + f_{i\Pi}(1)\, y_i \tag{5.1}$$

$$f_{i\Pi}(y_i) = f_{i\Pi}(1)\, \left[f_{i\Sigma}(0) + y_i\right]. \tag{5.2}$$

Jeżeli uwzględnimy założenie w (5.1) oraz w (5.2) otrzymamy

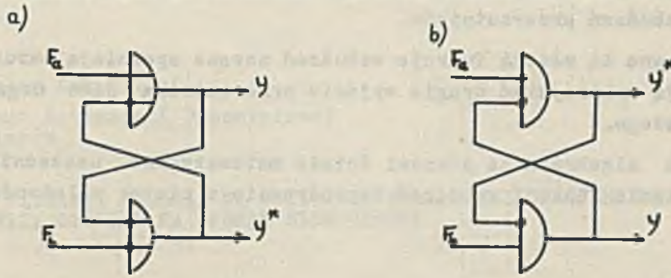
$$f_{i\Sigma}(y_i) = 1 \tag{5.3}$$

$$f_{i\Pi}(y_i) = f_{i\Pi}(1) \tag{5.4}$$

Biorąc pod uwagę zależności (4.5), (5.3) oraz (5.4) mamy równość $f_{i\Pi}(1) = 1$.

c.n.d.

Rozpatrzmy realizację układową przerzutników realizujących funkcje pamięci $Y = F_a + F_b y$ oraz $Y = F_b(F_a + y)$.
Schematy logiczne tych przerzutników przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Schematy logiczne przerzutników statycznych o funkcji pamięci a) $Y = F_a + F_b y$, b) $Y = F_b(F_a + y)$

Łatwo zauważyć, że $y^* = \bar{y}$ dla wszystkich kombinacji stanów F_a, F_b za wyjątkiem kombinacji $F_a = 1$, $F_b = 0$. Dla tego przypadku zachodzi bowiem $y^* = y$

W świetle powyższego widać znaczenie twierdzenia 5.1. Z twierdzenia wynika bowiem, że wyrażenia A oraz B mają tę własność, że jeżeli tylko $A = 1$, to zawsze $B = 1$. Jest to równoznaczne z wykazaniem, że jeżeli $A = 1$, to nie zachodzi $B = 0$. Dla analizowanych powyżej przerzutników mamy zależności $F_a = A$, $F_b = B$. Tak więc, dla tych przerzutników na odpowiednich wejściach nie pojawi się nigdy kombinacja stanów $F_a = 1$, $F_b = 0$. Tak więc drugie wyjście przerzutnika daje zawsze sygnał będący negacją sygnału pojawiającego się na wyjściu pierwszym.

Jak to wynika z (2.1) i (2.2), do budowy bloku pamięci można również wykorzystać przerzutniki, które realizują funkcje pamięci o postaci:

a) $Y = F_a + \bar{F}_b y$ (2 elementy implikacji)

b) $Y = \bar{F}_b(F_a + y)$ (2 elementy NOR)

c) $Y = \bar{F}_a + F_b y$ (2 elementy NAND)

d) $Y = F_b(\bar{F}_a + y)$ (2 elementy zakazu)

e) $Y = \bar{F}_a + \bar{F}_b y$ (1 element NAND + 1 element implikacji)

f) $Y = \bar{F}_b(\bar{F}_a + y)$ (1 element NOR + 1 element zakazu).

W nawiasach podano ile i jakich elementów potrzeba do realizacji danego przerzutnika. Jeżeli dla powyższych przerzutników określimy funkcje wzbudzeń metodą algebraiczną, to można zawsze wykorzystywać drugie wyjście przerzutnika.

Łatwo wykazać, że określając w ten sposób funkcje wzbudzeń, można nie troszczyć się o hazard, gdyż o ile wystąpi, nie będzie powodował błędnej pracy automatu.

6. Wnioski i uwagi końcowe

1. Przedstawiona metoda algebraiczna pozwala w prosty sposób określać funkcje wzbudzeń przerzutników.
2. Otrzymane tą metodą funkcje wzbudzeń zawsze spełniają warunki które pozwalają wykorzystać drugie wyjście przerzutnika jako negację wyjścia pierwszego.
3. Metoda algebraiczna stanowi ścisłe matematyczne uzasadnienie metody określania funkcji wzbudzeń bezpośrednio z siatek zależności [2].

LITERATURA

1. Siwiński J. - Układy przełączające w automatyce, WNT Warszawa 1968.
2. Pochopień B. - Uproszczona metoda syntezy automatów sekwencyjnych z zastosowaniem przerzutników statycznych. PAK, Nr 9/1972.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ ТРИГГЕРОВ

Р е з ю м е

Выводится алгебраический метод определения функций возбуждения триггеров. Предложенный метод исключает запрещённые для триггеров комбинации состояний функций возбуждения. Это позволяет использовать оба выхода триггера.

ALGEBRAIC METHOD OF DETERMINATION THE FLIP - FLOP ELEMENTS EXCITATION FUNCTIONS

S u m m a r y

The algebraic method is given for determination the flip-flop elements realizing the given sequential functions. The proposed method secures elimination prohibited for flip-flop elements the combinations states excitation functions. It permis utilize both output flip-flop elements.