

Mirosław Chudek, Rudolf Makiołka

PRZYCZYNEK DO BADAŃ NAD USTALENIEM RZECZYWISTYCH  
PARAMETRÓW WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH PREFABRYKOWANEJ  
ŻELBETOWEJ OBUDOWY PIERŚCIENIOWEJ

**Streszczenie.** W poszukiwaniu uzasadnionych technicznie i ekonomicznie rozwiązań obudowy wyrobisk górniczych w Zakładzie Badań i Doświadczeń Budownictwa Górniczego zaprojektowano i wykonano eksperymentalny odcinek prefabrykowanej żelbetowej obudowy pierścieniowej.

Dla ustalenia rzeczywistych parametrów przedmiotowej obudowy przeprowadzono odpowiednie badania modelowe na elementach w skali naturalnej. Przedmiotowe badania stanowiły podstawę do przeprowadzenia przez autorów analizy teoretycznej, której wyniki zamieszczono w niniejszym artykule. Wyniki przeprowadzonej analizy, w połączeniu z obserwacjami pracy odcinka doświadczalnego, pozwoliły sprecyzować optymalne warunki współpracy tego typu obudowy z wykładką kamienną i górotworem.

## 1. Wstęp

W warunkach dynamicznego oddziaływania górotworu celowe jest stosowanie w wyrobiskach korytarzowych obudowy pierścieniowej [6]. Obudowa ta (rys. 1) wykonywana z odcinków łukowych charakteryzuje się dużą niezależnością pracy statycznej odcinków łuku. Jest to następstwem oddzielenia poszczególnych elementów przekładką elastyczną.

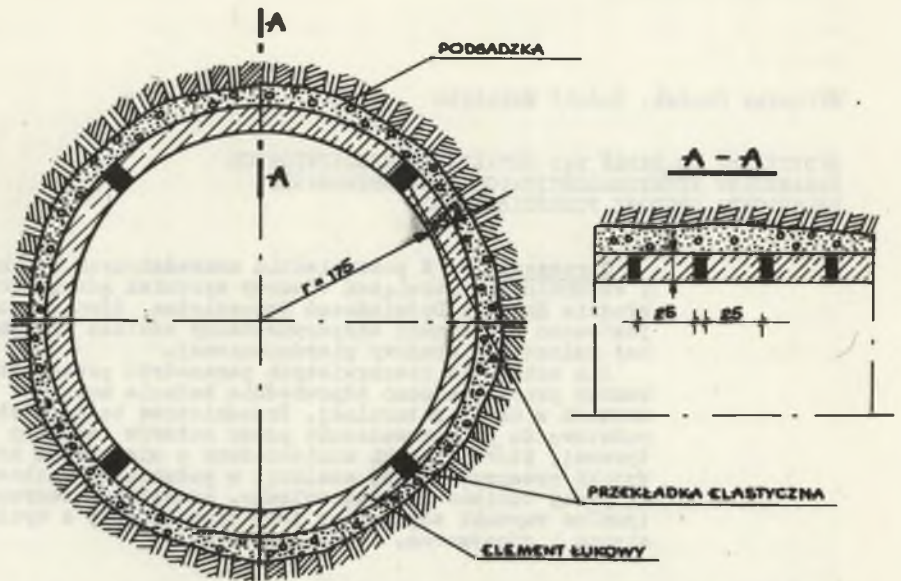
W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań teoretycznych i modelowych obudowy pierścieniowej o promieniu wewnętrznym 175 cm wykonanej z czterech elementów łukowych o przekroju poprzecznym 15x25 cm i kącie środkowym  $2\varphi_0 = 90^\circ$ . Badania te miały na celu wyjaśnienie charakteru pracy statycznej wyodrębnionego odcinka łukowego.

Z uwagi na najniekorzystniejszy przypadek obciążenia - działanie siły skupionej (dynamiczny nacisk górotworu na nieznacznej powierzchni) badane elementy poddano tego typu obciążeniom.

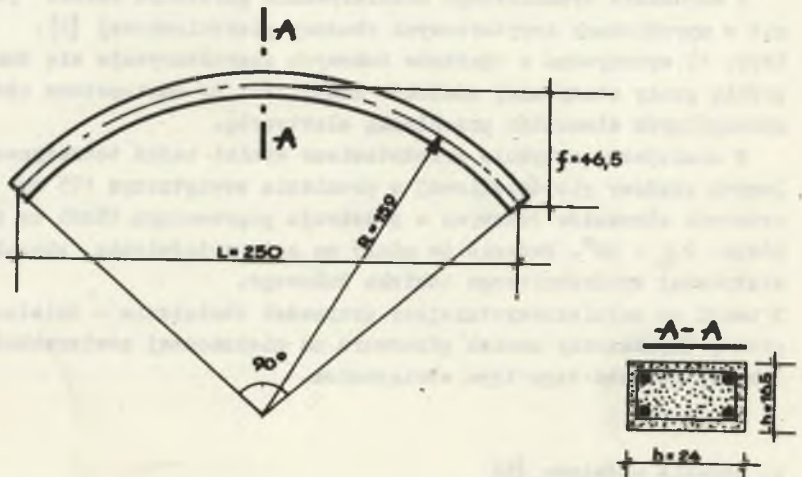
## 2. Badania modelowe [5]

Badaniom poddano 10 elementów łukowych o nominalnym przekroju poprzecznym 15x25 cm (rys. 2).

Elementy te wykonano z betonu marki  $R_w = 250 \text{ kg/cm}^2$  i zbrojono symetrycznie czterema prętami  $\varnothing 12 \text{ mm}$  ze stali St0s (rys. 2). Pięć elementów

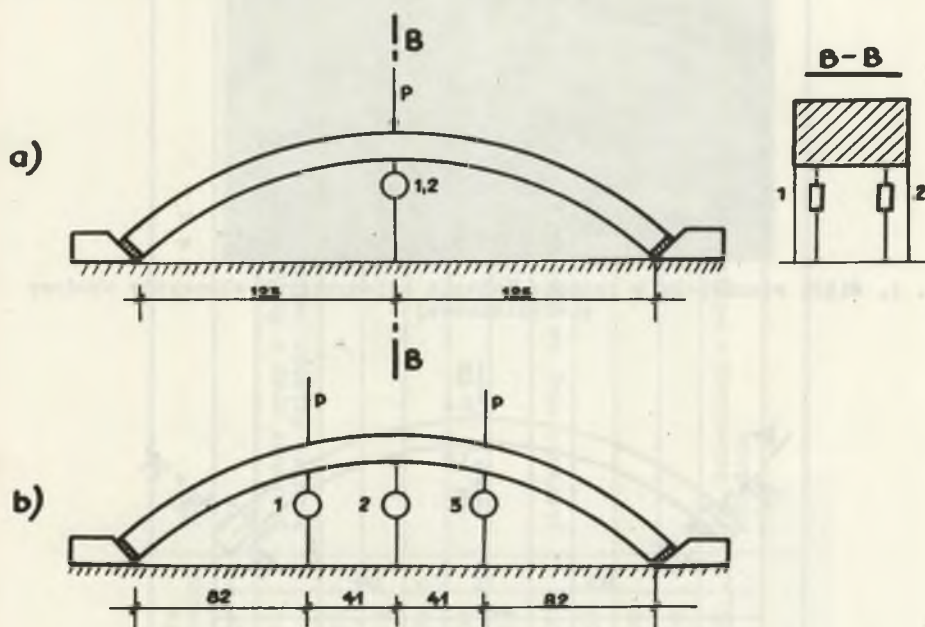


Rys. 1. Schemat prefabrykowanej żelbetowej obudowy pierścieniowej



Rys. 2. Schemat pojedynczego elementu obudowy pierścieniowej

badano przy obciążeniu siłą skupioną w środku (rys. 3a) rozpiętości oraz pięć elementów przy obciążeniu dwoma siłami skupionymi w rozstawie 1/3 rozpiętości łuku (rys. 3b). Badania przeprowadzono w ZBiD-BH w Katowicach umieszczając elementy w specjalnie skonstruowanym do tego celu stendzie wytrzymałościowym (rys. 4).



Rys. 3. Schemat stanowiska badawczego przy badaniu pojedynczych elementów obudowy pierścieniowej

a - przy obciążeniu pojedynczą siłą skupioną w środku elementu, b - przy obciążeniu dwoma siłami skupionymi rozmieszczonymi na 1/3 elementu

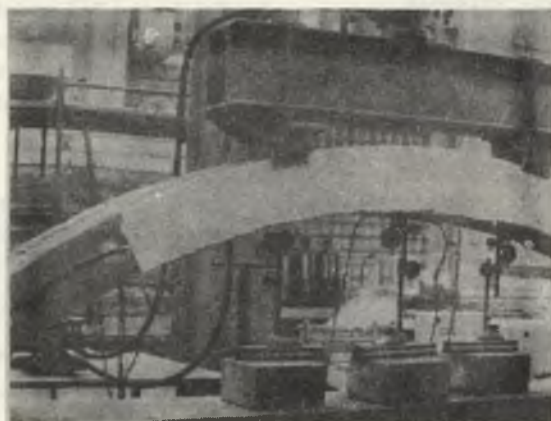
Zakres badań obejmował:

- pomiar ugięć,
- pomiar odkształceń betonu,
- pomiar siły rysującej i niszczącej.

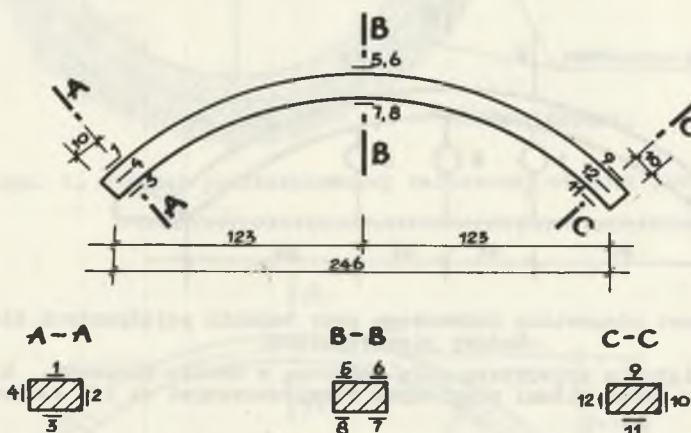
Ugięcia badanych elementów mierzono przy pomocy czujników zegarowych o najmniejszej działce 0,01 mm.

Odkształcalność betonu badanych elementów rejestrowano tensometrami elektrooporowymi typu RL 60/250.

Tensometry umieszczono na zewnętrznych włóknach w partiach przypodporowych oraz w środku rozpiętości elementu. Rozmieszczenie punktów pomiarowych przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 4. Widok stanowiska w trakcie badania pojedynczych elementów obudowy pierścieniowej



Rys. 5. Schemat rozmieszczenia tensometrów elektrooporowych w trakcie pomiaru odkształceń elementu

Obciążenie elementów realizowano przy pomocy lewara hydraulicznego PHS -40-161 o zakresie 0-40 ton. Poszczególne poziomy obciążenia rejestrowano na manometrze o zakresie 0-400 at. Najmniejsza działka manometru wynosiła 10 at. Wartość siły rysującej i niszczącej dla poszczególnych elementów zestawiono wg [5] w tabelicy 1.

Elementy badane wg drugiego schematu obciążeń nie doprowadzono (za wyjątkiem elementu nr 10) do zniszczenia z uwagi na ograniczony zakres lewara hydraulicznego.

W elementach obciążonych jedną siłą skupioną w środku rozpiętości pierwsze rysy pojawiły się w partii kluczowej łuku. W miarę wzrostu obciążenia obserwowano rozwarcie się powyższych rys (rys. 6). W dalszej kolejno-

Tablica 1

Schemat obciążenia	Element	Siła rysująca kg	Siła niszcząca kg	U w a g i
-	-			
I	1	2770	19670	pierwsze rysy w środku rozpiętości, zniszczenie wskutek ścięcia betonu w przekroju środkowym
	2	1650	15770	jw.
	3	1370	14270	jw.
	4	1100	22020	jw.
	5	1370	22020	jw.
	wartość śred.	1652	18750	-
II	1	1724	38300	pierwsze rysy na odcinku między siłami skupionymi
	2	2144	38300	jw.
	3	2284	38300	jw.
	4	2424	38300	jw.
	5	1624	46000	jw. zniszczenie wskutek ścięcia betonu pod siłą skupioną
	wartość śred.	2040	-	

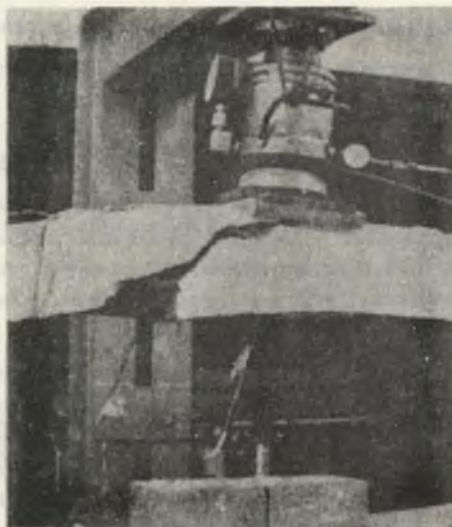


Rys. 6. Widok sarysowania elementu w miejscu przyłożenia siły



Rys. 7. Widok rys na badanym elemencie jakie pojawiły się na  $1/4$  rozpiętości

ści pojawiły się rysy w  $1/4$  rozpiętości od strony zewnętrznej łuku (rys. 7). Zniszczenie elementów 1-5 nastąpiło wskutek ścięcia betonu w przekroju kluczowym łuku (rys. 8).



Rys. 8. Widok charakterystycznego zniszczenia elementu obudowy

### 3. Ocena nośności przekroju żelbetowego

#### 3.1. Nośność przekroju żelbetowego pracującego na zginanie

Nośność przekroju żelbetowego badanych elementów łukowych na zginanie oceniono dla średnich parametrów przekroju poprzecznego

- położenie osi obojętnej

$$x = \frac{F_z \cdot Q_R}{b \cdot R_m} = \frac{4 \cdot 1,13 \cdot 2500}{24 \cdot 220} = 2,14 \text{ cm}$$

- moment niszczący

$$\begin{aligned} M_n &= F_z^d \cdot Q_R \left( h_1 - \frac{x}{2} \right) + F_z^g \cdot Q_R \left( a - \frac{x}{2} \right) = 2 \cdot 1,13 \cdot 2500 \\ &(16,5 - 2,6 - 1,07) + 2 \cdot 1,13 \cdot 2500 (2,6 - 1,07) = \\ &= 81150 \text{ kGcm} = 0,8115 \text{ Tm} \end{aligned}$$

### 3.2. Nośność przekroju żelbetowego, mimośrodowo-ściskanego

Dla zachodzącego przypadku dużego mimośrodu moment niszczący określony względem zbrojenia rozciąganego wynosi:

$$M_{nz} = 0,4 \cdot b \cdot h_1^2 \cdot R_m + F_z \cdot Q_T (h_1 - a) = 0,4 \cdot 24 \cdot (16,5 - 2,6) \cdot 220 + 2 \cdot 1,13 \cdot 2500 (16,5 - 2,6) = 486100 \text{ kGcm} = 4,861 \text{ Tm}$$

## 4. Analiza wyników badań

### 4.1. Dane uzyskane z badań modelowych

Dla oceny charakteru pracy statycznej wyodrębnionego elementu łukowego obudowy pierścieniowej najbardziej miarodajne są wyniki pomiaru siły niszczącej.

Średnia wartość tej siły w elementach obciążonych skupiona (rys. 3a) przyłożona w środku rozpiętości wynosiła:

$$\bar{P}_n^1 = 18750 \text{ kG}$$

W elementach obciążonych dwoma siłami skupionymi przyłożonymi w jednej trzeciej rozpiętości (rys. 3b)

$$P_n^2 \cong 40000 \text{ kG}$$

W przekrojach poddanych czystemu zginaniu wartość współczynnika  $\alpha$  definiowanego jako stosunek momentu niszczącego do siły  $P_n$  wynosi:

- dla 1 schematu obciążenia

$$\alpha_1 = \frac{M_n}{P_n} = \frac{81150}{18750} = 4,33 \text{ cm}$$

- dla 2 schematu obciążeń

$$\alpha_2 \cong \frac{81150}{40000} = 2,02 \text{ cm}$$

W przekrojach poddanych mimośrodowemu ścisnaniu wartość współczynnika  $\beta$  wynosi odpowiednio:

- dla 1 schematu

$$\beta_1 = \frac{M_{nz}}{P_n^1} = \frac{486100}{18760} = 26,00$$



- dla 2 schematu

$$\rho_2 \approx \frac{486100}{40000} = 12,15$$

#### 4.2. Analiza teoretyczna

W celu wyjaśnienia charakteru pracy statycznej elementu łukowego przy zrealizowanych w stendzie warunkach podparcia (zbliżonych do występujących w obudowie pierścieniowej) przeanalizowano wartości sił wewnętrznych występujących w łukach o zadanym kształcie przy następujących schematach statycznych:

- belki wolnopodpartej,
- łuku dwuprzegubowego,
- łuku bezprzegubowego,
- łuku wieloprzegubowego,
- łuku jednoprzegubowego.

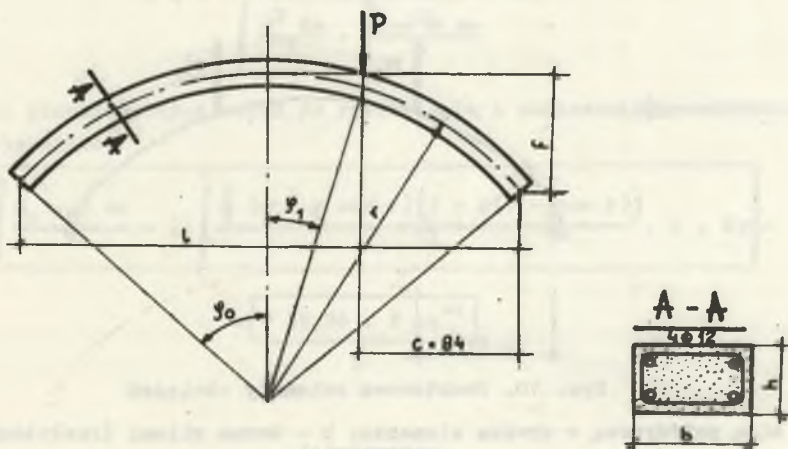
##### 4.2.1. Parametry techniczne analizowanych elementów

Schemat analizowanego elementu przedstawiono na rysunku 9. Jego wymiary średnie podane poniżej:

$$\begin{aligned} \bar{b} &= 24,0 \text{ cm} & \bar{l} &= 250 \text{ cm} & r &= 177 \text{ cm} \\ \bar{h} &= 16,5 \text{ cm} & f &= 52 \text{ cm} & \bar{A} &= \bar{b} \cdot \bar{h} = 396 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\varphi_0 = 45^\circ = 0,785 \text{ r. d} \quad I_x = \frac{\bar{b} \cdot \bar{h}^3}{12} = 8980 \text{ cm}^2$$

$$\varphi_1 = 13^\circ = 0,227 \text{ r. d} \quad \sin \varphi^1 = 0,2316$$



Rys. 9. Schemat badanego elementu

#### 4.2.2. Wartości sił wewnętrznych w elementach łukowych

Rozpatrywano pracę statyczną elementów łukowych w przypadku:

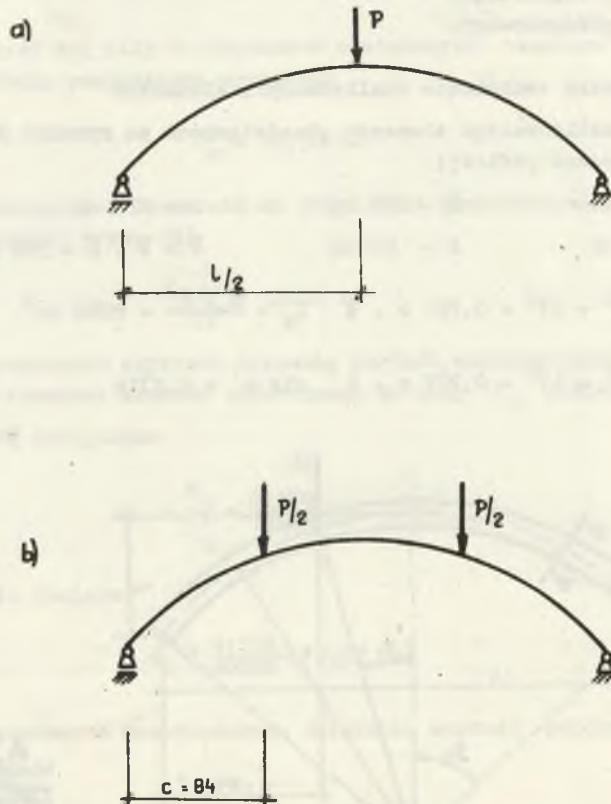
- swobodnego podparcia,
- przegubowo-nieprzesuwne podparcia,
- utwierdzenia oraz
- wykształcenia się przegubów plastycznych.

##### 4.2.2.1. Belka wolnopodparta o osi zakrzywionej

1 schemat obciążeń pokazany na rysunku 10a

$$M_{\max} = \alpha \cdot P = \frac{250}{4} \cdot P = 62,5 \cdot P$$

$$\alpha = 62,5 \text{ cm}$$



Rys. 10. Podstawowe schematy obciążeń

a - siłą pojedynczą w środku elementu, b - dwoma siłami (rozłożonymi symetrycznie)

2 schemat obciążeń pokazany na rysunku 10b

$$M_{\max} = \frac{P \cdot C}{2} = \frac{84}{2} \cdot P = 42,0 \cdot P$$

$$\alpha = 42,0 \text{ cm}$$

4.2.2.2. Łuk dwuprzegubowy

1 szy schemat obciążeń (rys. 11a)

$$y = f - r (1 - \cos \varphi)$$

$$x = \frac{1}{2} - r \sin \varphi$$

$$ds = r \cdot d\varphi$$

- układ pomocniczy  $P_1$  (rys. 11b)

$$M_1 = 1 \cdot y = 1 [f - r(1 - \cos \varphi)]$$

$$N_1 = -1 \cdot \cos \varphi$$

- układ pomocniczy  $P_0$  (rys. 11c)

$$M_p = \frac{P}{2} \cdot x = \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - r \sin \varphi\right)$$

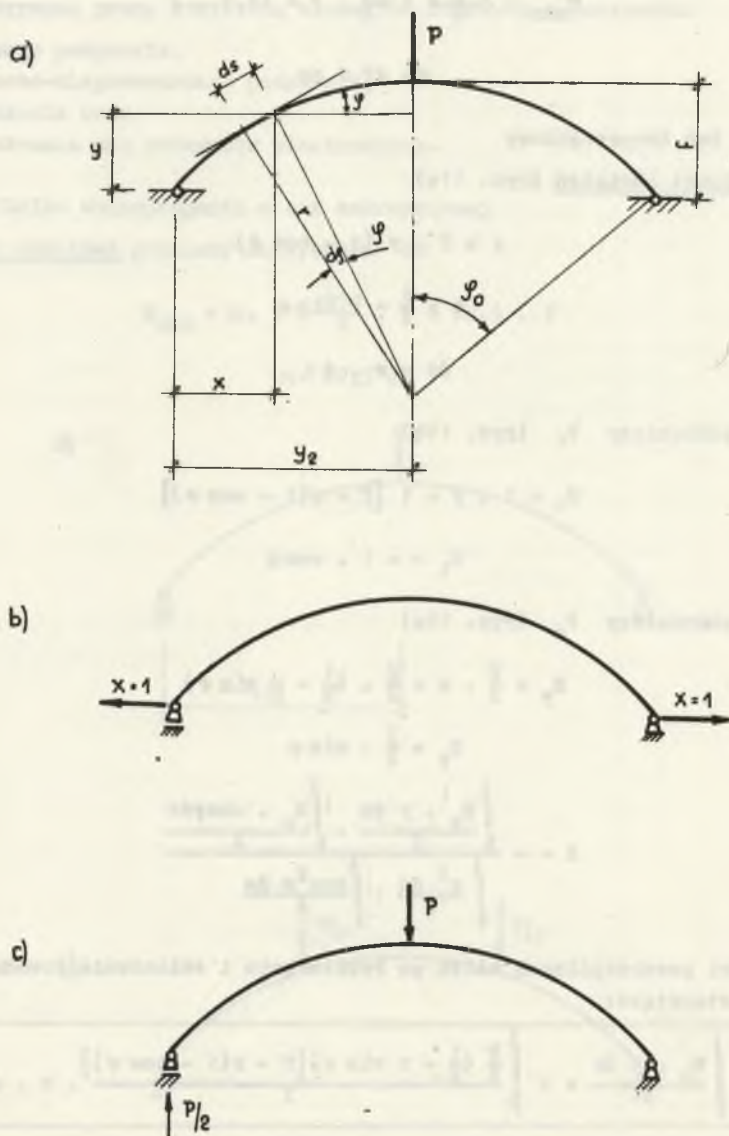
$$N_p = \frac{P}{2} \cdot \sin \varphi$$

$$x = - \frac{\int_0^s \frac{M_p \cdot y \, ds}{1} + \int_0^s \frac{N_p \cdot \cos \varphi \, ds}{\Lambda}}{\int_0^s \frac{y^2 \, ds}{1} + \int_0^s \frac{\cos^2 \varphi \, ds}{\Lambda}}$$

- wartości poszczególnych całek po rozwinięciu i obliczeniu przedstawiają się następująco:

$$\int_0^s \frac{M_p \cdot y \, ds}{1} = 2 \int_0^{\varphi} \frac{\frac{P}{2} \left(\frac{1}{2} - r \sin \varphi\right) [f - r(1 - \cos \varphi)]}{1} \cdot r \cdot d\varphi =$$

$$= -39,96 \cdot P \text{ cm}^{-1}$$



Rys. 11. Etapy rozwiązania łuku dwuprzegubowego obciążonego jedną siłą  
 a - schemat podstawowy, b - układ pomocniczy  $P_1$ , c - układ pomocniczy  $P_0$ .

$$-\int_0^{\pi} \frac{N}{A} \cdot \cos \varphi \, ds = -2 \int_0^{\pi} \frac{P}{2} \cdot \frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{A} \cdot r \, d\varphi = 0,11 P \text{ cm}^{-1}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{y^2}{I} \, ds = 2 \int_0^{\pi} [r - r(1 - \cos \varphi)]^2 \, d\varphi = -43,56 \text{ cm}^{-1}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos^2 \varphi}{A} \, ds = 2 \int_0^{\pi} \frac{\cos^2 \varphi}{A} \, ds = -0,575 \text{ cm}^{-1}$$

$$x = -\frac{-39,96 \cdot P + 0,11 \cdot P}{-43,56 - 0,575} = -0,903 \cdot P$$

Siła rozporu

$$H = -x = +0,903 \cdot P$$

Moment zginający

$$M_{\varphi} = \frac{P}{2} \cdot x - H \cdot y = \frac{P}{2} \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 0,903 \cdot P [r - r(1 - \cos \varphi)]$$

przekrój momentu minimalnego

$$\frac{\partial M_{\varphi}}{\partial \varphi} = -\frac{P \cdot r \cos \varphi}{2} + 0,903 \cdot P \cdot r \sin \varphi = 0$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{0,50}{0,903} = 0,5537$$

$$\varphi = 29^{\circ}$$

wartość minimalna

$$M_{\min} = \frac{P}{2} \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,4848 \right) - 0,903 P [52 - 177 (1 - 0,8746)] =$$

$$M_{\min} = -7,3 \cdot P$$

wartość maksymalna występuje w kluczu łuku

$$M_{\max} = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{2} - H \cdot r = \frac{P \cdot 250}{4} - 0,903 \cdot 52 = +15,5 \cdot P$$

wartość siły poprzecznej w wężłowi

$$Q = (-0,903 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = -0,285 \cdot P$$

$$N = (0,903 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = 0,994 \cdot P$$

wartość siły poprzecznej w kluczu

$$Q = +0,5 \cdot P$$

$$N = 0,903 \cdot P$$

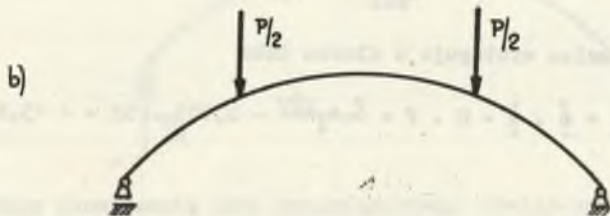
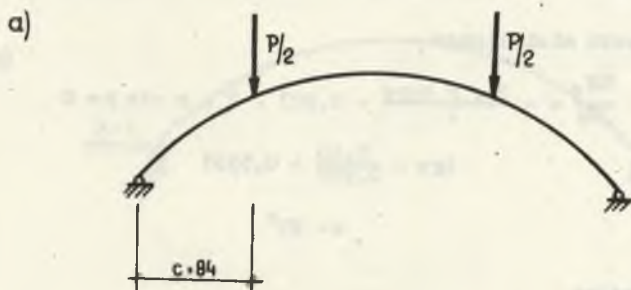
wartość siły poprzecznej i osiowej w przekroju minimalnego momentu

$$Q = -0,903 \cdot P \cdot 0,4848 + 0,5 \cdot P \cdot 0,8746 = 0,0$$

$$N = 0,903 \cdot P \cdot 0,8746 + 0,5 \cdot P \cdot 0,4848 = 1,0324 \cdot P$$

II schemat obciążeń (rys. 12a)

układ pomocniczy  $P_0$  (rys. 12b)



Rys. 12. Etapy rozwiązania łuku dwuprzegubowego obciążonego dwoma siłami

a - układ podstawowy, b - układ pomocniczy  $P_0$

1 przedział

$$M_p = \frac{P}{2} \cdot x = \frac{P}{2} \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right)$$

$$N_p = \frac{P}{2} \sin \varphi$$

2 przedział

$$M_p = \frac{P}{2} \cdot c$$

$$N_p = 0$$

- wartość całek dla tego schematu po obliczeniu przedstawiają się następująco:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{M_p y}{I} \cdot ds = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{P}{2} \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) [r - r(1 - \cos \varphi)] r d\varphi +$$

$$+ 2 \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{P \cdot c}{2} [r - r(1 - \cos \varphi)] r d\varphi = -35,16 \cdot P$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{N_p \cos \varphi}{A} ds = -2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{P}{2A} \cdot \sin \varphi \cos \varphi \cdot r \cdot d\varphi = 0,10 \cdot P$$

zatem wartość

$$x = - \frac{-35,16 \cdot P + 0,10 \cdot P}{-43,56 - 0,575} = -0,794 P$$

moment zginający

$$M_\varphi = \frac{P}{2} \cdot x - H \cdot y = \frac{P}{2} \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 0,794 \cdot P [r - r(1 - \cos \varphi)]$$

przekrój momentu minimalnego

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{0,50}{0,794} = 0,6297 \rightarrow \varphi = 32^\circ 10'$$

$$M_\varphi = \frac{P}{2} \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,5324 \right) - 0,794 \cdot P [52 - 177(1 - 0,8465)]$$

$$M_{\min} = -4,3 \cdot P$$

moment pod siłą

$$M_{\max} = \frac{P}{2} \cdot c - H [f - r(1 - \cos \varphi)] = \frac{P}{2} \cdot 84 - 0,794 \cdot P \cdot 52 - 177 \cdot (1 - 0,9744) = + 4,4 \cdot P$$

moment w kluczu

$$M = \frac{P}{2} \cdot c - H \cdot f = \frac{P}{2} \cdot 84 - 0,794 \cdot P \cdot 52 = + 0,8 \cdot P$$

wartość siły poprzecznej w wezłowie

$$Q = (- 0,794 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = - 0,208 \cdot P$$

$$N = (0,794 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = 0,915 \cdot P$$

wartość siły poprzecznej pod siłą obciążającą

$$Q = - 0,794 \cdot P \cdot 0,225 + 0,5 \cdot P \cdot 0,9744 = + 0,309 \cdot P$$

$$N = 0,794 \cdot P \cdot 0,9744 + 0,5 \cdot P \cdot 0,225 = 0,884 \cdot P$$

wartość siły poprzecznej i osiowej w przekroju minimalnego momentu

$$Q = - 0,794 \cdot P \cdot 0,5324 + 0,5 \cdot P \cdot 0,8465 = 0,0$$

$$N = 0,794 \cdot P \cdot 0,8465 + 0,5 \cdot P \cdot 0,5324 = 0,936 \cdot P$$

4.2.2.3. Łuk bezprzegubowy (rys. 13a)

1 schemat obciążeń (rys. 13b)

układ pomocniczy  $P_2$  (rys. 13c)

$$M_2 = + 1$$

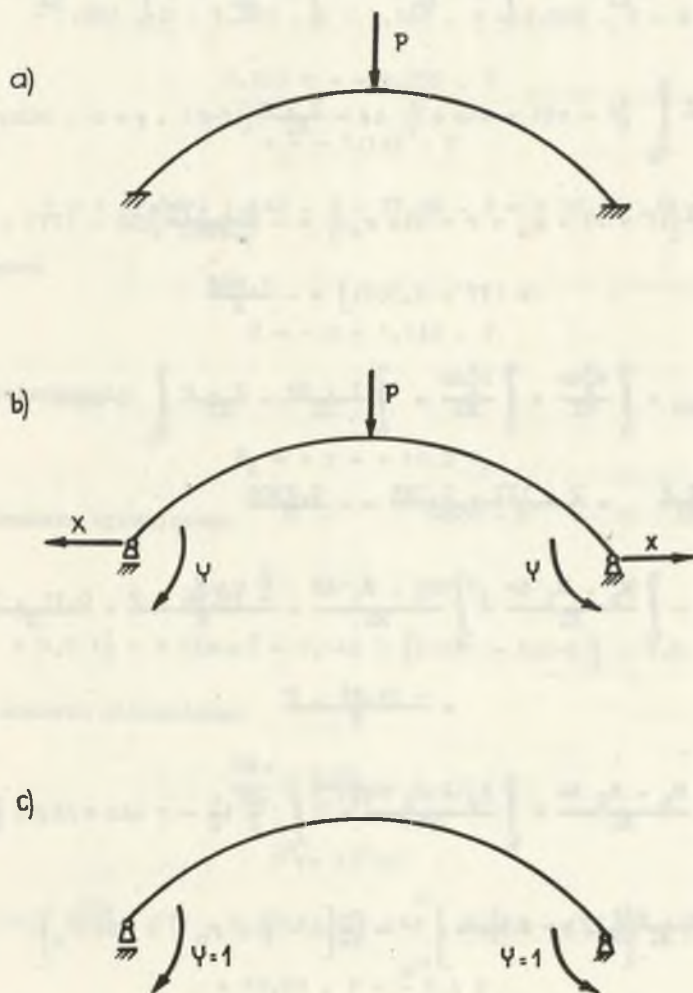
$$N_2 = 0$$

Zgodnie z zasadą Bettiego-Maxwella

$$x \cdot \delta_{11} + y \cdot \delta_{12} + P \delta_{p1} = 0$$

$$x \cdot \delta_{12} + y \cdot \delta_{22} + P \delta_{p2} = 0$$





Rys. 13. Etapy rozwiązania łuku bezprzegubowego obciążonego siłą pojedynczą  
a - układ podstawowy, b - układ pomocniczy  $P_1$ , c - układ pomocniczy  $P_2$

wyznaczenie współczynników układu równań

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{M_1^2 ds}{EI} + \int_0^s \frac{N_1^2 ds}{EA} = -43,56 - 0,575 = -44,13 \frac{1}{E} \text{ cm}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} &= \int_0^s \frac{M_1 \cdot M_2 ds}{EI} = \int_0^s \frac{N_1 \cdot N_2 ds}{EA} = \int_0^s \frac{v \cdot 1 ds}{EA} + \int_0^s \frac{\cos \varphi \cdot 0 ds}{EA} = \\ &= \frac{2 \cdot r}{EI} \int_0^{\varphi_0} [f - r(1 - \cos \varphi)] d\varphi = \frac{2 \cdot r}{EI} [(f-r) \cdot \varphi + r \cdot \sin \varphi] = \\ &= -\frac{2 \cdot r}{EI} [(f-r) \cdot \varphi_0 + r - \sin \varphi_0] = -\frac{2 \cdot 177}{E \cdot 8980} [(52 - 177) \cdot 0,785 + \\ &\quad + 177 \cdot 0,7071] = -\frac{1,062}{E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} &= \int_0^s \frac{M_2^2 ds}{EI} + \int_0^s \frac{N_2^2 ds}{EA} = \int_0^s \frac{1 \cdot ds}{EI} = \frac{2 \cdot r}{EI} \int_0^{\varphi_0} d\varphi = \\ &= -\frac{2 \cdot r}{EI} \varphi_0 = \frac{2 \cdot 177 \cdot 0,785}{E \cdot 8980} = -\frac{0,0309}{E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p \cdot \delta_{p1} &= \int_0^s \frac{M_p \cdot M_1 ds}{EI} + \int_0^s \frac{N_p \cdot N_1 ds}{EA} = \frac{-39,96 \cdot P}{E} + \frac{0,11 \cdot P}{E} = \\ &= -\frac{39,85 \cdot P}{E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p \delta_{p2} &= \int_0^s \frac{M_p \cdot M_2 ds}{EI} + \int_0^s \frac{N_p \cdot N_2 ds}{EA} = 2 \int_0^{\varphi_0} \frac{P}{2} \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) d\varphi \cdot \frac{r}{EI} = \\ &= \frac{p \cdot r}{EI} \left[ \frac{1}{2} \cdot \varphi + r \cos \varphi \right]_0^{\varphi_0} = \frac{Pr}{EI} \left[ r - \frac{b}{2} \cdot \varphi_0 - r \cos \varphi_0 \right] \\ &= \frac{P \cdot 177}{E \cdot 8980} \left[ 177 - \frac{250}{2} \cdot 0,785 - 177 \cdot 0,7071 \right] = -\frac{0,905 \cdot P}{E} \end{aligned}$$

zatem układ równań przyjmuje postać:

$$- \frac{44,13}{E} \cdot x - \frac{1,062}{E} \cdot y - \frac{39,85 \cdot P}{E} = 0$$

$$- \frac{1,062 \cdot x}{E} - \frac{0,0309}{E} \cdot y - \frac{0,905 \cdot P}{E} = 0$$

$$y = - 41,54 \cdot x - 37,50 \cdot P$$

$$- 1,062 \cdot x + 1,285 \cdot x + 1,160 \cdot P - 0,905 \cdot P = 0$$

$$0,223 x = - 0,255 \cdot P$$

$$x = - 1,142 \cdot P$$

$$y = + 41,54 \cdot 1,142 \cdot P - 37,50 \cdot P = + 10,00 \cdot P$$

siła rozporu

$$H = - x = 1,142 \cdot P$$

moment utwierdzenia

$$M_A = + y = + 10,0 P$$

wartość momentu zginającego

$$M_\varphi = \frac{P}{2} \cdot x - H \cdot y + M_A =$$

$$= 0,5 \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 1,142 P \left[ f - r(1 - \cos \varphi) \right] + 0,0 \cdot P$$

przekrój momentu minimalnego

$$\frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} = \frac{0,50}{1,142} = 0,437$$

$$\varphi = 23^\circ 40'$$

$$M_{\min} = 0,5 \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,4014 \right) - 1,142 \cdot P \left[ 52 - 177 (1 - 0,9159) \right] + 10,00 \cdot P = - 5,4 P$$

moment maksymalny występuje w kluczu łuku i wynosi

$$M_{\max} = \frac{Pl}{2} - 1,142 \cdot P \cdot f + M_A = \frac{P \cdot 250}{4} - 1,142 P \cdot 52 + 10,0 P$$

$$M_{\max} = + 13,0 P$$

siła poprzeczna w wężłowiu

$$Q = (- 1,142 + 0,5) \cdot P \cdot 0,7071 = - 0,455 P$$

$$N = (1,142 + 0,5) \cdot P \cdot 0,7071 = 1,165 P$$

siła poprzeczna w kluczu

$$Q = 0,5 \cdot P$$

$$N = 1,142 \cdot P$$

siła poprzeczna i osiowa w przekroju momentu minimalnego

$$Q = 0$$

$$N = 1,142 \cdot P \cdot 0,9159 + 0,5 \cdot P \cdot 0,4014 = 1,249 \cdot P$$

## 2 schemat obciążeń (rys. 14)

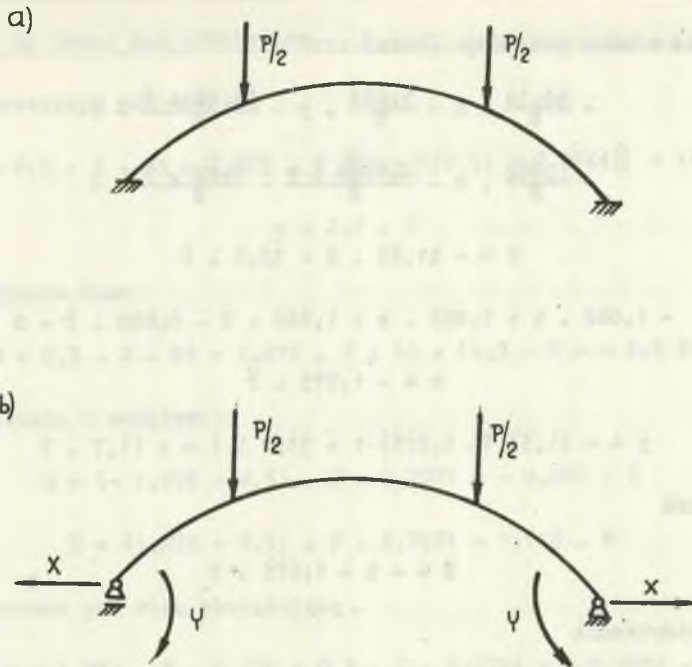
Wyznaczenie współczynników układu równań

$$\delta_{11} = - \frac{44,13}{E} \text{ cm}^{-1}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = - \frac{1,062}{E} \text{ cm}^{-1}$$

$$\delta_{22} = - \frac{0,0309}{E} \text{ cm}^{-1}$$

$$P \cdot \delta_{p_1} = \frac{- 35,16 \cdot P}{E} + \frac{0,10 \cdot P}{E} = - \frac{35,06}{E} \cdot P \text{ cm}^{-1}$$



Rys. 14. Etapy rozwiązywania łuku bezprzegubowego obciążonego dwoma siłami

a - układ podstawowy, b - układ pomocniczy

$$\begin{aligned}
 p \cdot \delta_{p_2} &= \int_0^s \frac{M_D \cdot M_2}{EI} ds + \int_0^s \frac{N_D \cdot N_2}{EA} ds = 2 \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{P}{2} \left( \frac{1}{2} r \sin \varphi \right) \cdot \frac{1 \cdot r d\varphi}{EI} + \\
 &+ 2 \int_{\varphi_1}^0 \frac{P}{2} \cdot c l \frac{rd}{EI} = \frac{P \cdot r}{EI} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) d\varphi + \frac{Pcr}{EI} \int_{\varphi_1}^0 d\varphi = \\
 &= \frac{P \cdot r}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot \varphi + r \cos \varphi \right) \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} + \frac{Pc \cdot r}{EI} \Big|_{\varphi_1}^0 \\
 &= \frac{P \cdot 177}{E \cdot 8980} \frac{250}{2} \left[ (0,227 - 0,785) + 177 (0,9744 - 0,7071) \right] - \\
 &\quad - \frac{P \cdot 84 \cdot 177}{E \cdot 8980} \cdot 0,227 \\
 &= - \frac{0,444}{E} \cdot P - \frac{0,376}{E} \cdot P = - \frac{0,820}{E} \cdot P
 \end{aligned}$$

zatem układ równań przyjmuje postać

$$-\frac{44,13}{E} \cdot x - \frac{1,062}{E} \cdot y - \frac{35,06 \cdot P}{E} = 0$$

$$-\frac{1,062}{E} \cdot x - \frac{0,0309 \cdot y}{E} - \frac{0,82 \cdot P}{E} = 0$$

$$y = -41,54 \cdot x - 33,0 \cdot P$$

$$-1,062 \cdot x + 1,285 \cdot x + 1,020 \cdot P - 0,820 \cdot P = 0$$

$$x = -1,075 \cdot P$$

$$y = -41,54 (-1,075) \cdot P - 33,0 \cdot P = +11,7 \cdot P$$

siła rozporu

$$H = -x = 1,075 \cdot P$$

moment utwierdzenia

$$M_A + 11,7 \cdot P$$

wartość momentu zginającego

$$M_\varphi = 0,5 \cdot P \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 1,075 \cdot P [f - r (1 - \cos \varphi)] + M_A$$

przekrój momentu minimalnego

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{0,50}{1,075} = 0,465$$

$$\varphi = 25^\circ$$

moment minimalny

$$M_{\min} = 0,5 \cdot P \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,4226 \right) - 1,075 \cdot P [52 - 177 (1 - 0,9063)] + 11,7 \cdot P$$

$$M_{\min} = -1,3 \cdot P$$

moment w przekroju pod siłą

$$M_{\max} = 0,5 \cdot P \cdot 84 - 1,075 \cdot P [52 - 177 (1 - 0,9744)] + 11,7 \cdot P \\ = + 2,7 \cdot P$$

moment w kluczu łuku

$$M = 0,5 \cdot P \cdot 84 - 1,075 \cdot P \cdot 52 + 11,7 \cdot P = - 2,2 P$$

siła poprzeczna w wezłowie

$$Q = (- 1,075 + 0,5) \cdot P \cdot 0,7071 = - 0,407 \cdot P$$

$$N = (1,075 + 0,5) \cdot P \cdot 0,7071 = 1,115 \cdot P$$

siła poprzeczna pod siłą obciążającą

$$Q = - 1,075 \cdot P \cdot 0,225 + 0,5 \cdot P \cdot 0,9744 = + 0,2452 \cdot P$$

$$N = 1,075 \cdot P \cdot 0,9744 + 0,5 \cdot P \cdot 0,225 = 1,157 \cdot P$$

Siła poprzeczna i osiowa w przekroju minimalnym momentu

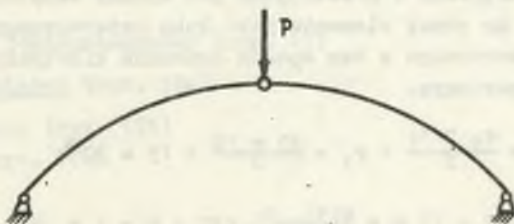
$$Q = 0$$

$$N = 1,075 \cdot 0,9063 + 0,5 \cdot P \cdot 0,4226 = 1,186 \cdot P$$

#### 4.2.2.4. Łuk wieloprzegubowy

##### 1 schemat obciążeń

Przy obciążeniu elementów łuku (wg 1 przypadku obciążeń) może wytworzyć się przegub plastyczny w kluczu łuku, co w konsekwencji doprowadzi do pracy elementu jako łuku trójprzegubowego (rys. 15):



Rys. 15. Łuk wieloprzegubowy obciążony pojedynczą siłą skupioną

$$\beta = 22^{\circ}30'$$

$$R = \frac{0,5 \cdot P}{\sin \beta} = \frac{0,5 \cdot P}{0,3827} = 1,303 \cdot P$$

$$H = R \cdot \cos \beta = 1,303 \cdot P \cdot 0,9239 = 1,20 \cdot P$$

$$M_{\varphi} = 0,5 \cdot P \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 1,20 \cdot P [f - r(1 - \cos \varphi)]$$

przekrój momentu minimalnego

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{0,50}{1,20} = 0,417$$

$$\varphi = 22^{\circ}30'$$

moment minimalny

$$\begin{aligned} M_{\min} &= 0,5 \cdot P \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,3827 \right) - 1,20 \cdot P [52 - 177 (1 - 0,9239)] \\ &= -18,5 \cdot P \end{aligned}$$

Siła poprzeczna w węzłowi

$$Q = (-1,20 \cdot P + 0,5 P) \cdot 0,7071 = -0,495 \cdot P$$

$$N = (1,20 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = 1,20 \cdot P$$

Siła poprzeczna w kluczu

$$Q = +0,5 \cdot P$$

$$N = 1,20 \cdot P$$

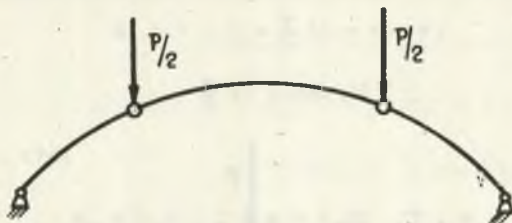
## 2 schemat obciążeń

Przy obciążaniu elementów łuków (wg 2 przypadku obciążeń) mogą wytworzyć się przeguby plastyczne w przekrojach pod siłami skupionymi, co w konsekwencji doprowadza do pracy elementu jako łuku czteroprzegubowego (rys. 16). Stateczność wytworzonego w ten sposób łańcucha kinetycznego zapewniają opory w kierunku poziomym.

$$\uparrow = \frac{\varphi_0 - \varphi_1}{2} + \varphi_1 = \frac{45 - 15}{2} + 15 = 30^{\circ}$$

$$R = \frac{0,5 \cdot P}{\sin \uparrow} = P$$





Rys. 16. Łuk wieloprzegubowy obciążony dwoma siłami skupionymi

$$H = R \cdot \cos \uparrow = 0,866 \cdot P$$

przekrój momentu minimalnego w I przedziale obciążeń

$$\varphi = \uparrow = 30^\circ$$

$$M_{\min} = 0,5 \cdot P \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,5 \right) - 0,866 \cdot P [52 - 177 (1 - 0,866)]$$

$$M_{\min} = -6,2 \cdot P$$

przekrój momentu minimalnego w II przedziale obciążeń

$$\varphi = 0^\circ$$

$$M_{\min} = 0,5 \cdot P \cdot 84 - 0,866 \cdot P \cdot 52 = -3,0 \cdot P$$

Siła poprzeczna w wezgirowiu

$$Q = (-0,866 \cdot P + 0,5 P) \cdot 0,7071 = -0,259 P$$

$$N = (0,866 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = 0,968 \cdot P$$

Siła poprzeczna pod siłą obciążającą

$$Q = 0,866 \cdot P \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,866 \cdot P = 0$$

$$N = 0,866 \cdot P \cdot 0,866 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot P = 1,0 \cdot P$$

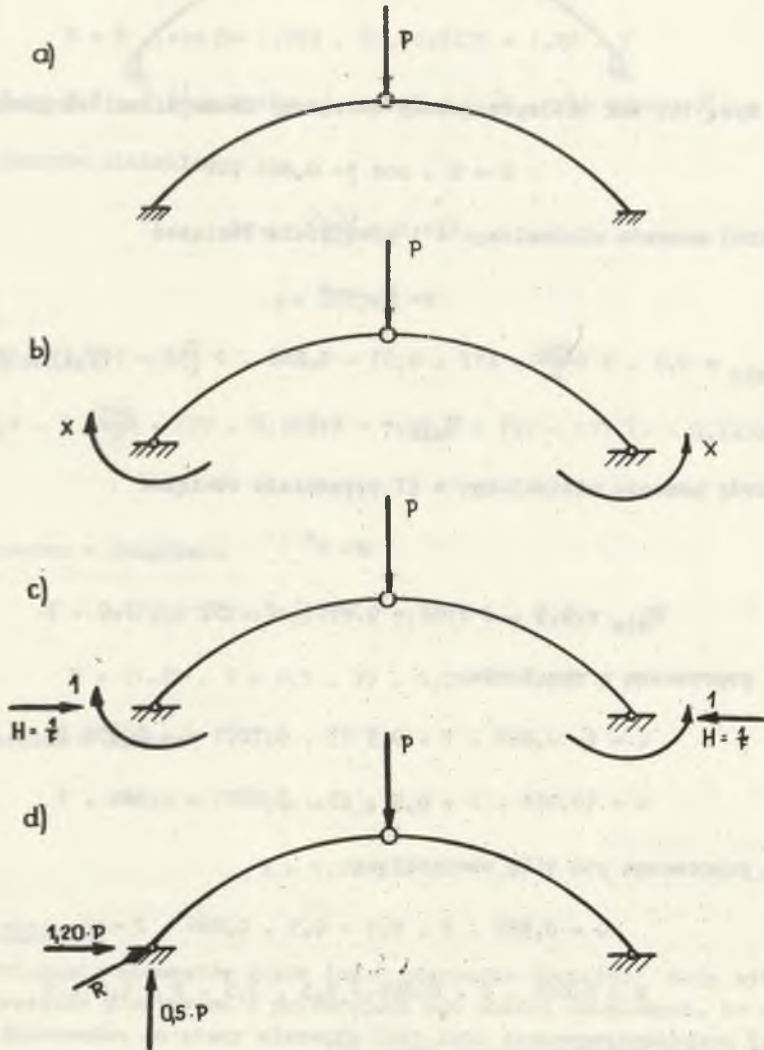
#### 4.2.2.5. Łuk jednoprzegubowy (rys. 17)

1. schemat obciążeń (rys. 17a)

układ zastępczy (rys. 17b)

układ  $P_1$  (rys. 17c)

$$M_1 = 1 - \frac{1}{f} \cdot y = 1 - \frac{1}{f} [f - r (1 - \cos \varphi)]$$



**Rys. 17.** Etapy rozwiązania łuku jednoprzegubowego obciążonego pojedynczą siłą skupioną

a - układ podstawowy, b - układ zastępczy, c - układ pomocniczy  $P_1$ , d - układ pomocniczy  $P_0$

$$M_1 = 1 - 1 + \frac{r}{l} (1 - \cos \varphi)$$

$$= \frac{r}{l} (1 - \cos \varphi)$$

układ  $P_0$  (rys. 17d)

$$M_D = 0,5 \cdot P \cdot x - 1,20 \cdot P \cdot y$$

$$= 0,5 \cdot P \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 1,20 \cdot P [f - r (1 - \cos \varphi)]$$

po obliczeniu poszczególne całki posiadają następujące wartości:

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{M_1^2}{I} ds = 2 \int_0^s \left[ \frac{r}{l} (1 - \cos \varphi) \right] \cdot \frac{r}{l} d\varphi = 0,00607$$

$$P \cdot \delta_{P_1} = \int_0^s \frac{M_D \cdot M_1}{I} ds = 2 \int_0^s \left\{ 0,5 P \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 1,20 \cdot P [f - r (1 - \cos \varphi)] \right\} \cdot \frac{r}{l} (1 - \cos \varphi) \frac{r}{l} d\varphi = 0,1261 \cdot P$$

$$x = - \frac{+ 0,1261 \cdot P}{- 0,00607} = + 20,77 \cdot P$$

$$M_A = 20,77 \cdot P$$

$$V = 0,5 \cdot P$$

$$H = 1,20 \cdot P + \frac{20,77 \cdot P}{52} = 1,60 \cdot P$$

wartość momentu

$$M_\varphi = 0,5 \cdot P \left( \frac{1}{2} - r \sin \varphi \right) - 1,60 \cdot P [f - r (1 - \cos \varphi)] + M_A$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{0,50}{1,60} = 0,312$$

$$\varphi = 17^\circ 20'$$

$$M_{\min} = 0,5 \cdot P \left( \frac{250}{2} - 177 \cdot 0,2979(-1,60 \cdot P [52 - 177(1 - 0,9546)]) \right) + 20,77$$

$$= - 13,4 \cdot P$$

siła osiowa w przekroju momentu minimalnego

$$N = 1,60 \cdot P \cdot 0,9546 + 0,5 \cdot P \cdot 0,2979 = 1,674 \cdot P$$

siła poprzeczna i osiowa w węzłowi

$$Q = (-1,60 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = -0,7778 \cdot P$$

$$N = (1,60 \cdot P + 0,5 \cdot P) \cdot 0,7071 = 1,485 \cdot P$$

Odciażenie z tytułu przegubu plastycznego (rys. 17e)

$M_0$  = nośność przekroju żelbetowego na zginanie

$$M_p = \frac{+ M_0}{\gamma} \cdot y$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\gamma}{\gamma} (1 - \cos \varphi) \cdot \frac{M_0}{\gamma} [f - r (1 - \cos \varphi)] \frac{ds}{\gamma} \\ &= \frac{2 \cdot r \cdot M_0}{I} \cdot \frac{r}{r^2} \cdot \int_{\varphi_0}^0 (1 - \cos \varphi) [f - r(1 - \cos \varphi)] d\varphi \\ &= \frac{2 r^2 M_0}{I r^2} \int_{\varphi_0}^0 (f - r \cos \varphi - \cos \varphi \cdot f + \cos \varphi \cdot r - r \cos^2 \varphi) d\varphi \\ &= \frac{2 r^2 M_0}{I r^2} \int_{\varphi_0}^0 [(f - r) + \cos \varphi (2r - f), r \cos^2 \varphi] ds \\ &= \frac{2 r^2 M_0}{I r^2} \left[ (f - r) \varphi + \sin \varphi (2r - f) - \frac{r}{2} (\varphi + \frac{1}{2} \sin^2 \varphi) \right] \\ &= - \frac{2 r^2 M_0}{I r^2} \left[ (f - \frac{3}{2} r) \varphi_0 + (2r - f) \sin \varphi_0 - \frac{r}{4} \sin^2 \varphi_0 \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{2 \cdot 177^2 \cdot 4,33 \cdot P}{8980 \cdot 52^2} \left[ \left( 52 - \frac{3}{2} \cdot 177 \right) \cdot 0,785 + (2 \cdot 177 - 52) \cdot 0,7071 - \frac{177}{4} \cdot 1 \right] = -0,02 \cdot P$$

$$x = -\frac{+0,02 \cdot P}{-0,00607} = +3,30 \cdot P$$

a więc nieznaczny spadek momentu utwierdzenia.

Wyznaczone wartości sił wewnętrznych określone jako funkcje siły obciążającej "P" zestawiono w tabelicy 2.

Porównując wartości maksymalnego momentu zginającego w łuku pracującym, jak belka wolnopodparta z nośnością badanego przekroju żelbetowego na zginanie, można stwierdzić, że momenty te przekraczają kilkakrotnie wielkość  $M_n$ .

Dla łuku obciążonego jedną siłą skupioną stosunek tych wartości wynosi  $\frac{62,5}{4,33} = 14,4$ , zaś dla łuku obciążonego dwoma siłami skupionymi  $\frac{42,0}{2,02} = 20,8$ .

Z powyższego wynika, że badane elementy, jedynie przy początkowych niskich obciążeniach, pracować mogły jako wolnopodparte. W miarę zaś wzrostu obciążenia (po ściśnieniu przekładek elastycznych do praktycznie stałej grubości) przeszły w bardziej korzystny schemat pracy statycznej - ustroju, w którym występuje siła oporu poziomego.

W celu zachowania naturalnych warunków pracy elementu łukowego nie było można w stendzie wykształcić czystego, przegubowego podparcia łuku. Zrealizowane podpory łuku umożliwiają przejęcie pewnego momentu utwierdzenia. Wynika to z ograniczenia swobody obrotu końców łuku (po sprasowaniu przekładek elastycznych) przy działaniu siły osiowej. Stąd konieczność rozpatrzenia dwóch schematów statycznych: - łuku dwuprzegubowego i łuku bezprzegubowego.

W obydwu przypadkach moment zastępczy, wyrażony jako iloczyn siły osiowej i zastępnego mimośrodów w najniekorzystniejszych przekrojach, nie przekracza nośności badanego przekroju żelbetowego przy mimośrodowym ściskaniu.

Maksymalne wartości momentu zastępczego dla rozpatrywanych schematów statycznych są podobnego rzędu i w przypadku obciążenia jedną siłą skupioną nie przekraczają 20,5 P, natomiast przy dwóch siłach obciążających nie przekraczają wartości 9,9 P. Obliczeniowa nośność przekroju wynosi zaś odpowiednio 26,0 P oraz 12,15 P. Jedynie w łuku bezprzegubowym obciążonym dwoma siłami skupionymi zachodził przekroczenie nośności w przekroju przypodporowym z uwagi na występujący tu silny moment utwierdzenia ( $M_z = 17,9 \cdot P$ ). Należy przypuszczać, że moment ten nie został przejęty przez podporę i uległ on redukcji w wyniku obrotu płaszczyzny stopy łuku.

Tabela 2

Lp.	Schemat statyczny	Moment siłowy						Moment maksymalny						U w a g i
		φ	H	Q	H	$\rho_0$	$\rho_{-1}$	φ	H	Q	H	$\rho_0$	$\rho_{-1}$	
		°	kNm	kN	kN	cm	kNm	°	kNm	kN	kN	cm	kNm	
1.		45°	0,0	+0,3535·P	+0,3535·P	-	-	0°	+66,5·P	+0,30·P	0,0	-	-	w przekroju maksymalnego momentu zwichodni "węzła" sgiemnia
2.		45°	0,0	+0,3535·P	+0,3535·P	-	-	0°+13°	+42,0·P	0,0+0,483·P	0,0+0,129·P	330,5	42,7·P	w przekroju maksymalnego momentu zwichodni sgiemnia (długo sgiemnia)
3.		29°	-7,3·P	0,0	+1,038·P	18,60	13,0·P	0°	15,50·P	0,50·P	0,903·P	22,70	20,46·P	Jw.
4.		32°10'	-4,3·P	0,0	+0,936·P	10,1	9,47·P	13°	+4,4·P	+0,309·P	0,884·P	10,55	9,33·P	Jw.
5.		23°40'	-5,4·P	0,0	+1,249·P	9,80	12,35·P	0°	+13,0·P	0,50·P	1,142·P	16,90	19,30·P	Jw.
6.		25°	-1,3·P	0,0	1,186	6,6	7,82·P	45°	+11,7·P	-0,407·P	1,115·P	16,05	17,9·P	w przekroju maksymalnego momentu zwichodni sgiemnia (długo sgiemnia)
7.		22°30'	-18,5·P	0,0	1,303·P	19,75	25,8·P	45°	0,0	-0,495·P	1,20·P	-	-	w przekroju minimalnego momentu zwichodni sgiemnia (długo sgiemnia)
8.		30°	-6,2·P	0,0	1,0·P	11,75	11,75·P	45°	0,0	-0,299·P	0,968·P	-	-	Jw.
9.		19°20'	-13,4·P	0,0	1,695·P	13,55	22,65·P	45°	+22,77·P	-0,7778·P	1,485·P	9,55	29,05	w przekroju minimalnego momentu zwichodni sgiemnia (długo sgiemnia)

Z powyższego wynika, że badane elementy łukowe były w stanie bezpiecznie przenieść zaistniałe momenty zginające i siły osiowe przy przyjęciu powyższych schematów statycznych. Z uwagi na stwierdzone silne zarysowanie łuku pod siłami obciążającymi (rozwarście rys. dochodzące do 5 mm) rozpatrywane dodatkowo schematy statyczne łuków wieloprzegubowych przy założeniu pełnego przegubu oraz przegubu plastycznego o nośności  $M_n$ . Wyznaczone wartości sił wewnętrznych nie przekraczały nośności przekroju mimośrodowo ściskanego.

Przeprowadzona analiza statyczna potwierdziła stwierdzony doświadczalnie fakt, że zniszczenie badanych elementów nie nastąpiło w wyniku przekroczenia nośności przekroju zginanego lub mimośrodowo ściskanego, lecz w wyniku przekroczenia głównych naprężeń rozciągających (rys. 8).

Przy obciążeniach jedną siłą skupioną maksymalna wartość siły poprzecznej występuje w kluczu łuku i wynosi  $Q = 0,5 P$ . Odpowiadająca siła osiowa waha się w zależności od przyjętego schematu statycznego od  $0,903 P$  do  $1,142 P$ .

Zatem przyjmując średnią wartość siły osiowej  $N = 1,0 P$  otrzymamy naprężenia rozciągające główne

$$\delta_r = \frac{\delta_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\delta_x + 4},$$

gdzie:

$$\tau = \frac{N}{b \cdot h} = \frac{1,0 \cdot P}{24 \cdot 16,5} = 0,00253 \cdot P$$

$$\delta_r = \frac{Q}{0,85 \cdot b \cdot h_1} = \frac{0,5 \cdot P}{0,85 \cdot 24 \cdot 13,9} = 0,00176 \cdot P,$$

stąd

$$\delta_r = 0,00091 \cdot P$$

przedstawiając wartość wyznaczonej w badaniach siły niszczącej

$$P_n^1 = 18750 \text{ kG}$$

otrzymamy naprężenia rozciągające w kluczu łuku

$$\delta_r = 0,00091 \cdot 18750 = 17,1 \text{ kG/cm}^2$$

Średnia marka betonu w elementach od 1-5 określona metodą ultradźwiękową wynosiła:

$$R_w = \frac{239 + 184 + 220 + 185 + 215}{5} = 208 \text{ kg/cm}^2$$

Zgodnie z normą [1] marce tej odpowiada wytrzymałość przy rozciąganiu głównym  $R_w = 17,5 \text{ kg/cm}^2$ . A więc zachodzi bardzo duża zgodność pomiędzy obliczeniowym naprężeniem rozciągającym a wytrzymałością badanego betonu  $R_w$ .

Przy obliczaniu dwoma siłami skupionymi maksymalna wartość siły poprzecznej występuje pod siłami obciążającymi i zawiera się w granicach od  $0,309 \cdot P$  do  $+ 0,2452 \cdot P$ , a odpowiadająca siła osiowa wynosi od  $0,884 P$  do  $1,157P$ . Jedynie w przekroju podporowym przy schemacie łuku bezprzegubowego siła poprzeczna jest większa i wynosi  $1,115 \cdot P$ . Przypadek ten nie jest jednak, jak to wyjaśniono wyżej, miarodajnym.

Zatem przyjmując wartości pośrednie

$$Q = \frac{0,309 \cdot P + 0,2452 \cdot P}{2} = 0,2771 P$$

$$N = \frac{0,884 \cdot P + 1,157 \cdot P}{2} = 1,020 P$$

otrzymamy:

$$\sigma_x = \frac{1,020 \cdot P}{24 \cdot 16,5} = 0,00257 \cdot P$$

$$\epsilon = \frac{0,2771 \cdot P}{0,85 \cdot 24 \cdot 13,9} = 0,00098 \cdot P$$

$$\sigma_r = 0,00044 \cdot P$$

podstawiając wartość siły niszczącej

$$P_n^2 \approx 40000 \text{ kg}$$

otrzymamy naprężenia rozciągające w przekroju pod siłami obciążającymi

$$\sigma_x = 0,00044 \cdot 40000 = 17,6 \text{ kg/cm}^2,$$

a więc tego samego rzędu co wytrzymałość badanego betonu  $R_w$ . Na podstawie powyższych wyników można stwierdzić, że badane elementy łukowe w zrealizowanych warunkach podparcia pracowały przy poziomie obciążenia wyższym od rysującego jak łuki częściowo utwierdzone.



Przytoczone wyniki analizy statycznej potwierdzone zostały pomiarami odkształceń włókien skrajnych łuku.

W przekrojach przypodporowych stwierdzono występowanie wydłużeń we włókienach wewnętrznych, zaś skrócenia włókien zewnętrznych, co świadczy o występowaniu momentu utwierdzenia. Tego typu odkształcenia wystąpiły dopiero po przyłożeniu obciążenia  $P > 2000$  kG. Przy niższym obciążeniu odkształcenia włókien wewnętrznych były w przybliżeniu symetryczne.

##### 5. Praca statyczna elementu łukowego w obudowie

Praca statyczna elementu łukowego w korytarzowej obudowie pierścieniowej odbiegać może w znacznym stopniu od pracy zrealizowanych w trakcie badań układów łukowych z odporem poziomym. Uzależnione to będzie przede wszystkim od skuteczności zrealizowanego zaklinowania obudowy o ocios (odporu).

Wypełnienie przestrzeni pomiędzy obudową a ociosem jedynie materiałami płonnymi nie gwarantuje uzyskania nieprzesuwności styków poszczególnych elementów. Przy braku ograniczenia przesuwu stóp, elementy łukowe pracują jak belki wolnopodparte o osi zakrzywionej i mogą ulec zniszczeniu już przy bardzo niskich obciążeniach.

Jak wykazano w p. 4, nośność takiego elementu przy badanym kształcie spadła 14-20 krotnie. Stąd bardzo istotny warunek dokładnego unieruchomienia styków obudowy pierścieniowej. W związku z powyższym konieczne jest wypełnienie przestrzeni pomiędzy obudową a wyrobiskiem betonem lub przynajmniej wykonanie odcinków betonowych łączących obudowę z ociosem w przekrojach stykowych (rys. 18).

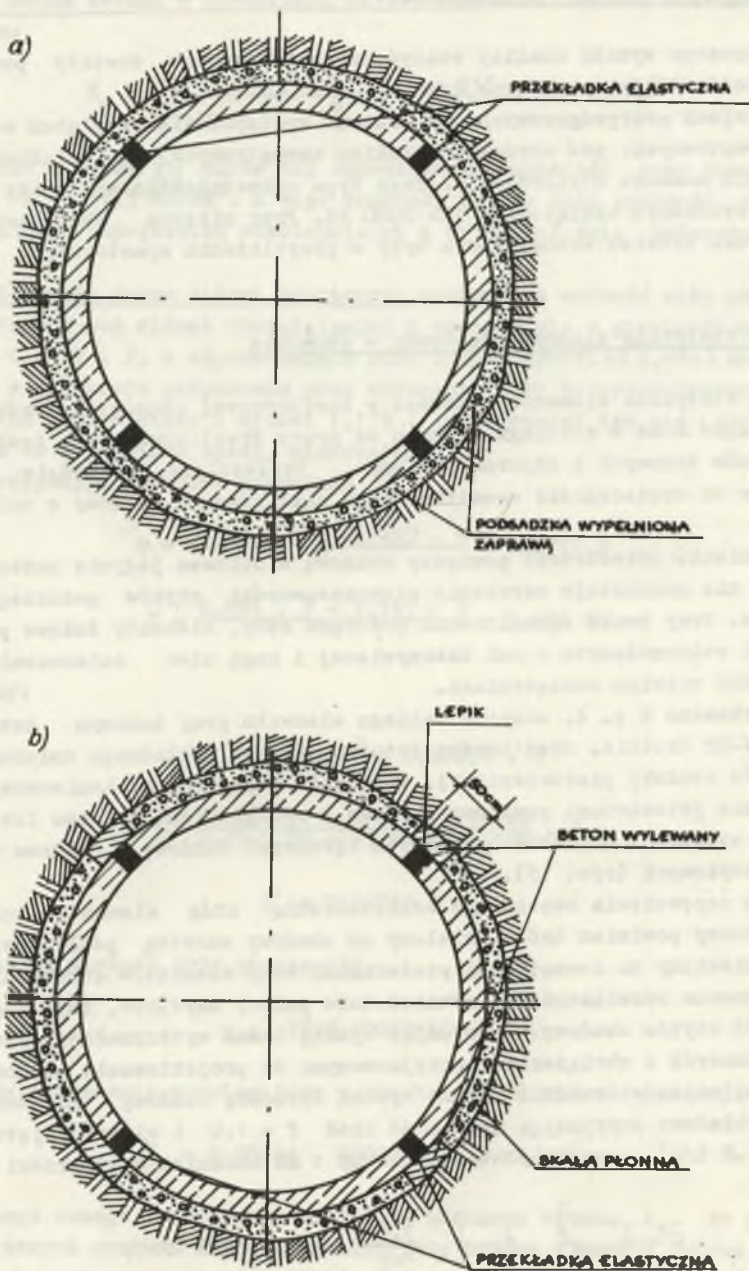
W celu zapewnienia swobodnego odkształcenia stóp elementów łukowych klin betonowy powinien być oddzielony od obudowy warstwą poślizgową (np. lepek naniesiony na zewnętrznej powierzchni stóp elementów łukowych).

Proponowane rozwiązanie ma również duże walory użytkowe, gdyż zapewnia szczelność styków obudowy. Porównując wyniki badań wytrzymałościowych elementów łukowych z obciążeniami przyjmowanymi do projektowania obudowy korytarzowej można stwierdzić bardzo wysoką ekonomię obudowy pierścieniowej. Przykładowo przyjmując zwięzłość skał  $f = 1,0$  i ciężar objętościowy  $\gamma = 1,8$  t/m<sup>3</sup> otrzymamy obciążenie na 1 mb chodnika w wysokości

$$Q = \frac{1}{3} \cdot \frac{S^2}{r} \cdot \gamma = \frac{1}{3} \cdot \frac{3,5^2}{1,0} \cdot 1,8 = 7,35 \text{ T/mb,}$$

zatem na pierścień o badanej szerokości  $b = 25$  cm przypada

$$Q_1 = 1,84 \text{ T.}$$



Rys. 18. Schemat zamierzonej realizacji odporu biernego  
 a - pełna iniekcja podsadzki, b - betonowe klíny umieszczone na stykach

Przyjmując najniekorzystniejszy przypadek, że całe to obciążenie działa na element szczytowy pierścienia i to w postaci skupionej siły (nacisk bloku skalnego o kształcie klina) możemy stwierdzić, że badane elementy łukowe o przekroju 25 x 16,5 cm przenoszą 10-krotnie większe obciążenie. ( $P_n = 18,75 T$ ).

Oczywiście obciążenia tak wysokie przenoszą rozpatrywane elementy łukowe jedynie pod warunkiem zrealizowania nieprzerwanego oparcia stóp poszczególnych elementów.

## 6. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań wytrzymałościowych oraz analizy pracy statycznej elementów łukowych stwierdza się że:

- 6.1. Badane elementy łukowe uległy zniszczeniu w wyniku przekroczenia głównych naprężeń rozciągających w przekrojach pod siłami obciążającymi.
- 6.2. Badane elementy łukowe po zarysowaniu pracowały jak łuki częściowo utwierdzone.
- 6.3. Nośność elementu łukowego o żądanym kształcie, parametrach przekroju poprzecznego i sposobie obciążenia, zależy przede wszystkim od zrealizowanych warunków podparcia.
- 6.4. W celu osiągnięcia wysokiej nośności obudowy pierścieniowej konieczne jest unieruchomienie styków poszczególnych elementów łukowych. Unieruchomienie to można zrealizować bądź poprzez wypełnienie betonem całej przestrzeni pomiędzy obudową a wyrobiskiem (iniekcje zaprawą cementową) lub też poprzez wykonanie betonowych klinów w przekrojach stykowych.
- 6.5. Jak z powyższego wynika, poprawnie wykonana obudowa pierścieniowa z elementów prefabrykowanych charakteryzuje się bardzo wysokimi wskaźnikami techniczno-ekonomicznymi.
- 6.6. Faktyczną nośność pełnego pierścienia prefabrykowanej żelbetowej obudowy można będzie ustalić poprzez odpowiednie zaprogramowane badania modelowe, które autor zamierza przeprowadzić w najbliższym czasie.

## LITERATURA

1. Badania wytrzymałościowe elementów żelbetowych obudowy pierścieniowej ZBiD Zjednoczenia Budownictwa Hutniczego, Katowice, 1970 r.
2. Chudek M. - Obudowa wyrobisk górniczych. Wyd. Śląsk, Górnictwo t. V, 1969 r.
3. Chudek M., Rużka K. - Konstrukcje siatkobetonowe w górnictwie, Wyd. Śląsk, 1969 r.
4. Kobiak I., Stachurski A. - Konstrukcje żelbetowe, cz. II, Arkady, Warszawa 1969.
5. Norma PN-56/B-09260 - "Konstrukcje żelbetowe obliczenia statyczne i projektowanie.
6. Nowacki W. - Mechanika budowli I, II, PWN Warszawa 1957 r.
7. Szymczyk I. - Łuki. Tablice do obliczeń statycznych, Arkady Warszawa 1961 r.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ К ИССЛЕДОВАНИЮ УСТАНОВЛЕНИЯ  
РЕАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЧНОСТИ ГОТОВОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ  
К ОЛЬЦЕВОЙ КРЕПИ.

## Р е з ю м е

В поисках технически и экономически обоснованных решений крепи горных выработок в Заведении Исследований и Спытов Горного Строительства составлено проект и изготовлено экспериментальный участок готовой железобетонной кольцевой крепи.

Для установления реальных параметров предметной крепи были проведены соответствующие модельные исследования с элементами в натуральном масштабе. Предметные исследования представляли собой основы для проведения авторами теоретического анализа, результаты которого помещены в настоящей статье. Результаты проведенного анализа в сочетании с наблюдениями работы экспериментального участка дали возможность уточнить оптимальные условия сотрудничества этого типа крепи с каменной внутренней кладкой шахты и горным массивом.

A CONTRIBUTION TO INVESTIGATIONS ON ESTABLISHING THE REAL STRENGTH PARAMETERS OF PREFABRICATED CONCRETE RING SHAFT LINING

S u m m a r y

The Institute of Mining Engineering Investigations and Experiments trying to find technically and economically well founded solutions of excavations lining - had designed and made on experimental section of a pre fabricated concrete ring shaft lining.

In order to establish real parameters of a lining - adequate model investigations on the structural components in natural scale - have been carried out. These investigations formed a basis of carrying out by authors of a theoretical analysis, the results of which have been introduced into the text of this paper.

The results of carried out analysis in conjunction with observations on the experimental section in work, had allowed, the authors to state precisely optimal conditions of cooperation of this kind of lining with a stone lining and with a rock-mass.