

Stanisław Takuski  
Marian Machowski

## OKREŚLENIE WYPADKOWEGO MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI SKAŁ

**Streszczenie.** W pracy podano i omówiono wyniki laboratoryjnych badań modułu sprężystości modeli skał przedstawiających górotwór z porami wypełnionymi materiałem o większym i mniejszym module sprężystości, aniżeli szkielet skalny. Zagadnienie kształtowania się wielkości modułu takiego materiału wykorzystano do określenia własności ciała dwufazowego o własnościach zbliżonych do betonu.

### Wstęp

Górotwór cechuje się w ogólności różnego rodzaju szczelinami, pustkami porami itp., które obniżają wytrzymałość skał i równocześnie stanowią drogi krążenia wód. Dla poprawy własności fizykomechanicznych skał, w związku z przebijaniem wyrobisk, poddajemy je różnego rodzaju zabiegom stabilizacyjnym, w szczególności cementacji, która okazała się dotąd najskuteczniejszym sposobem.

Podczas badań laboratoryjnych własności fizykomechanicznych próbek skał określamy między innymi moduł sprężystości  $E$ , którego wartość zależy od procentowej zawartości porów, pustek, szczelin itp. skały. Na skutek cementacji nastąpi wypełnienie szczelin cementem i w następstwie tego wzrost modułu sprężystości.

W niniejszej pracy omówiono wyniki badań modułu sprężystości próbek sześciennych sporządzonych: 1) z zaprawy cementowo-piaskowej, w których pozostawione otworki imitujące szczeliny wypełniono następnie gipsem względnie 2) z gipsu, w których otworki - szczeliny wypełniono zaprawą cementowo-piaskową. Model pierwszy ma reprezentować górotwór charakteryzujący się większym modulem sprężystości niż moduł medium wypełniającego szczeliny. Przeciwnie, model drugi przedstawia górotwór o mniejszym module sprężystości niż moduł medium wypełniającego. W praktyce spotyka się obydwie przypadki.

Przy interpretacji wyników wykorzystano wzory dla określenia modułu sprężystości betonu, traktowanego jako dwufazowe ciało złożone z kruszywa i cementu, o różnych własnościach sprężystych.

Teorie dwufazowego materiału złożonego ze sprężystych składników rozmieszczonych w sprężystym cieście

T.C. Hansen (1958) opracował dwa modele dwufazowego materiału zbudowanego ze składników materiału sprężystego, rozproszonych w innym materiale niby cieście, również sprężystym (1).

Model 1 sztywny opiera się na założeniu, że średnie odkształcenie pod wpływem przyłożonego obciążenia jest takie samo w cieście jak w składnikach, co wymaga łączności ciasta i składników i prowadzi do ogólnego równania

$$E = V_1 \cdot E_1 + V_2 \cdot E_2, \quad (1)$$

gdzie

$E$  - moduł sprężystości dwufazowego materiału,

$E_1$  - moduł sprężystości ciasta,

$E_2$  - moduł sprężystości składników,

$V_1$  - procentowa objętość ciasta,

$V_2$  - procentowa objętość składników.

Model sztywny odpowiada w przybliżeniu materiałom rzeczywistym, w których moduł sprężystości  $E_1$  ciasta jest większy od modułu sprężystości  $E_2$  cząstek ( $E_2 < E_1$ ).

Model 2 podatny opiera się na założeniu, że średnie naprężenie jest takie samo w cieście jak w składnikach rozproszonych w cieście, które prowadzi do równania (2):

$$E = \frac{1}{\frac{V_1}{E_1} + \frac{V_2}{E_2}}. \quad (2)$$

Model 2 odpowiada modelowi z gumy, w której są rozproszone np. kulki stalowe ( $E_2 > E_1$ ). Przyjęcie średnich równych naprężeń w cieście i w cząstkach składowych jest słuszne, gdy nie ma łączności pomiędzy ciastem a cząstkami, czyli nie ma przenoszenia naprężeń ścinających pomiędzy obu fazami (Hirsch T.J. 1962). Równania (1) i (2) przedstawiają ekstremalne wartości modułu dowolnego ciała dwufazowego.

Analiza przeprowadzona przez Hirscha (1962), Dougilla (1962), a także Hansena (1965) wpływu łączności ciasta i cząstek składowych wykazała słuszność przyjęcia wzoru (1) w przypadku istnienia maksymalnego związku obu faz i równania (2), gdy brak związku. Materiały rzeczywiste wykazują w gruncie rzeczy pośrednie wartości modułu sprężystości.

Warto przytoczyć jeszcze model złożony z kulek sprężystych równomiernie rozmieszczonych (bez stykania się) w cieście sprężystym, przedstawiony przez Z. Hashina (1962), który przy założeniu słusznym dla betonu  $V = V_1 = V_2 = 0,2$ .

$$E = \frac{(1-v_2)E_1 + (1+v_2)E_2}{(1+v_2)E_1 + (1-v_2)E_2} E_1 \quad (3)$$

Wykresem tej funkcji są krzywe pośrednie pomiędzy rów. (1) i (2), przy czym istnieje ścisły związek pomiędzy obu fazami dla  $E_2 > E_1$ .

Przytoczone wzory można wykorzystywać także przy założeniu, że cząsteczki mają nieskończenie mały moduł sprężystości, np. pustki rozmieszczone w cieście o skończonej wartości modułu. Dla  $E_2 = 0$  otrzymamy z równania (3)

$$E = \frac{1 - v_2}{1 + v_2} \cdot E_1 \quad (4)$$

Jeśli pustki są ciągłe, moduł sprężystości materiału jest niższy niż obliczony według równania (4) o współczynnik  $k$ , gdzie  $0 < k < 1$ .

Przyjmując, że pustki są proporcjonalne do objętości  $V_1$  ciasta otrzymamy

$$E = \frac{(1 - v_2)^2}{1 + v_2} E_1 \quad (5)$$

Równanie to może posłużyć do wyznaczenia modułu sprężystości materiału dwufazowego złożonego z ciasta o module sprężystości  $E_1$  i pustek o objętości  $V_2$ .

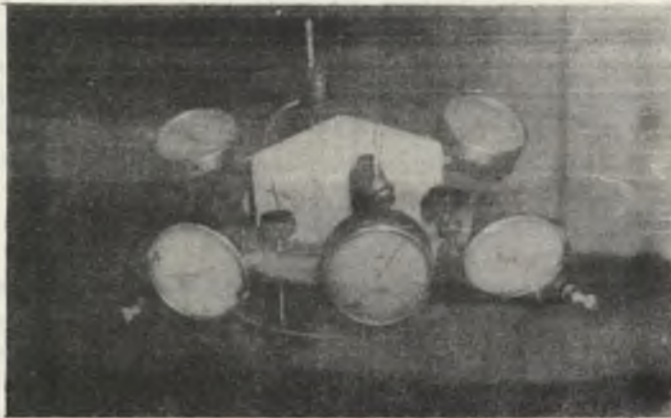
### Opis wykonanych badań i uzyskane wyniki

Badania wykonano na kostkach sześciennych o wymiarze 80x80x80 mm, sporządzonych z zaprawy piaskowo-cementowej o stosunku piasku do cementu jak 1:1 o zawartości wody równej 25% w stosunku do suchej masy cementu (rys.1). Użyto cementu portlandzkiego marki 350 i piasku kwarcowego. W kostkach pozostawiono otworki cylindryczne o średnicy 10, 20 lub 30 mm, na całą długość kostki, imitujące szczeliny w górotworze. Otworki wypełniono gipsem plastycznym. Model 1 miał reprezentować dwufazowy materiał złożony ze szkieletu betonowego odpowiadającego skale, której szczeliny wypełniono medium o mniejszym module sprężystości ( $E_1 > E_2$ ).

Drugi rodzaj kostek wykonano z gipsu plastycznego przy obecności wody 25%, w których pozostawiono otworki - szczeliny o średnicy jak wyżej. Otworki wypełniono zaprawą cementową o własnościach podanych wyżej. Model 2 miał odpowiadać dwufazowemu materiałowi, złożonemu ze szkieletu o mniejszym module sprężystości niż moduł medium wypełniającego szczeliny ( $E_2 > E_1$ ). Próbkę poddano zgniataniu aż do zniszczenia przy równoległym działaniu siły ściskającej względem szczelin. Podczas ściskania ze stałą prędkością na zalegalizowanej prasie Louis Schoppera o nośności 40 000 ton zdjęto cha-



Rys. 1. Próbkki sporządzone z zaprawy w gipsie



Rys. 2. Sposób badania w prasie

rakterystykę odkształceń osiowych i poprzecznych względem siły ciskającej (rys. 2). Sporządzono odneśne wykresy  $\sigma = f(\xi)$  i odczytano wartości modułu sprężystości  $E$  w punkcie styczności krzywej. Dla kontroli wyznaczono również moduł sprężystości  $E$  metodą ultradźwiękową, posługując się bentoskopem.

Moduł sprężystości zaprawy i gipsu oraz inne cechy zestawiono w tablicy 1. Wyniki pomiarów zestawiono w tablicy 2.

Tablica 1

## Moduł sprężystości zaprawy i gipsu

Materiał	C. objętościowy (G/cm <sup>3</sup> )	Wytrzymałość na ściskanie (kG/cm <sup>2</sup> )	Moduł sprężystości (kG/cm <sup>2</sup> )	Liczba Poissona
Gips	1,020	66,6	75 140	0,40
Zaprawa	1,945	208,0	334 700	0,30

Tablica 2

## Wyniki pomiarów modułu sprężystości

Objętość %	Moduł kG/cm <sup>2</sup>	Metoda odkształceń		Metoda akustyczna	
		gips w zaprawie	zaprawa w gipsie	gips w zaprawie	zaprawa w gipsie
11,0		270 730	410 070	207 056	28 245
14,6		358 170	80 600	161 179	51 464
14,7		250 000	63 210	206 400	51 475
29,1		327 870	92 570	106 037	61 464
30,4		200 000	66 980	160 312	35 506
33,0		314 730	89 460	171 568	46 785
55,1		163 230	149 250	92 606	84 002

Przy opracowaniu wyników oparto się na przytoczonej teorii dwufazowego materiału. Na rys. 3 wykreślono dla stosunku pomierzonych modułów zaprawy ( $E_1$ ) i gipsu ( $E_2$ ) oraz procentowego udziału objętości  $V$  obu składników następujące krzywe:

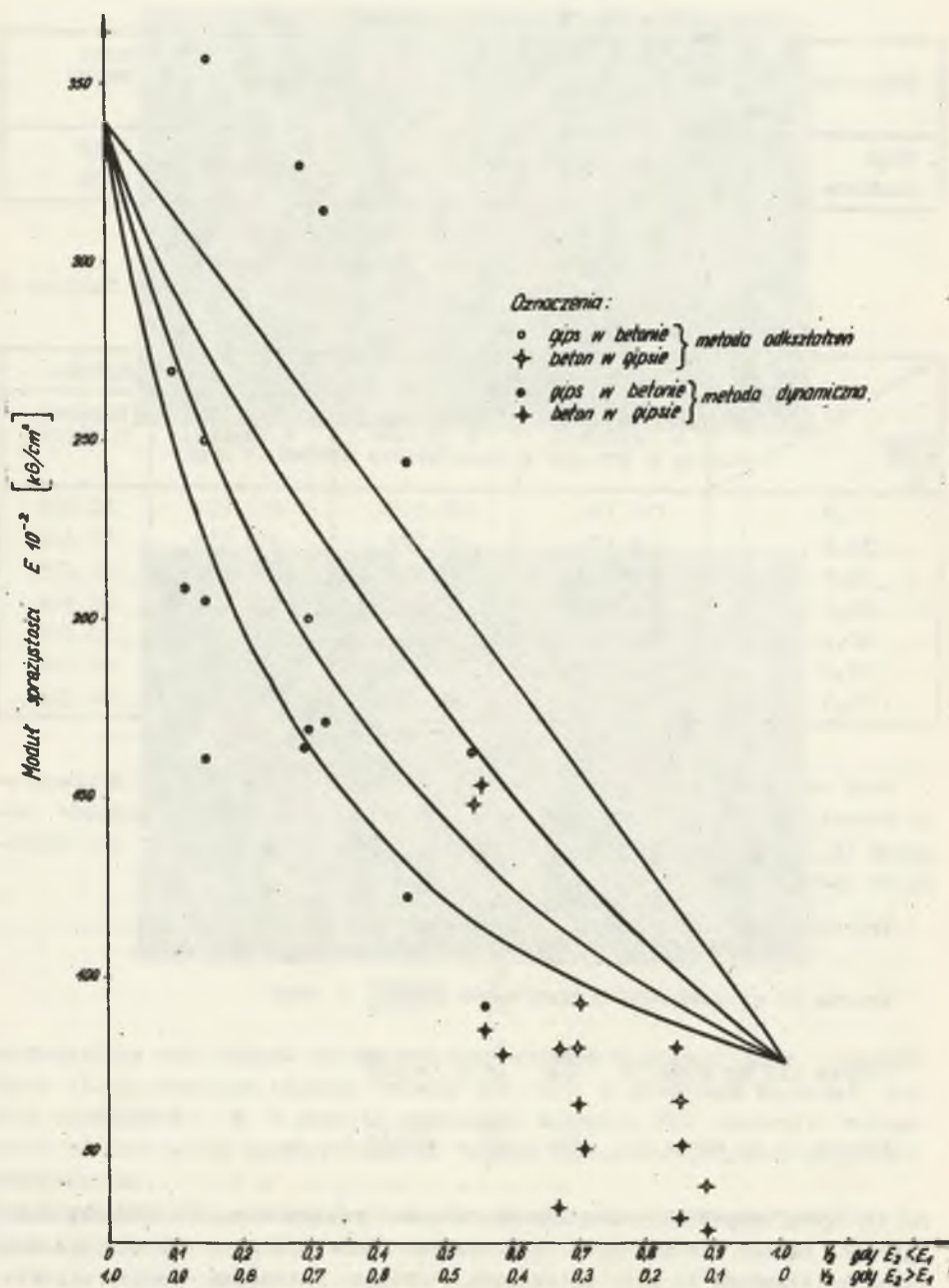
Krzywa I wg równ. 2 dla  $\frac{E_2}{E_1} = \frac{334700}{75140}$

Krzywa II wg równ. 3 dla  $\frac{E_2}{E_1} = \frac{334700}{75140}$

Krzywa III wg równ. 3 dla  $\frac{E_2}{E_1} = \frac{75140}{33470}$

Krzywa IV wg równ. 1 dla  $\frac{E_2}{E_1} = \frac{75140}{33470}$

Na tło tych krzywych naniesiono obliczone z pomiarów wartości modułów sprężystości kostek sześciennych wg modelu 1 i modelu 2 przy równoległym usytuowaniu otworków do siły ściskającej. Również naniesiono moduły określone metodą dynamiczną.



Rys. 3. Zależność modułu sprężystości od objętości gipsu i betonu

Z rozmieszczenia punktów wynika, że moduły modelu 1 i 2 przy działaniu siłą równoległą do otworków - szczelin, mieszczą się w ogólności w granicach krzywych teoretycznych.

### Wnioski

Przeprowadzone badania miały na celu określenie wypadkowego modułu sprężystości górotweru poddanego stabilizacji, przy czym rozważono dwa przypadki: 1) gdy skała cechuje się większym modułem sprężystości niż medium stabilizujące (np. wytrzymałe piaskowce + zaczyn cementowy) i 2) gdy skała posiada mniejszy moduł sprężystości niż medium (np. margle i zaczyn cementowy).

W szczególności dokonano weryfikacji znanych wzorów teoretycznych (1, 2, 3 i 4) wyprowadzonych dla dwufazowego materiału.

Okazało się ogólnie, że moduły sprężystości modelu gips w betonie przy osiowym działaniu siły ściskającej są zgodne z podanymi wzorami. Pomierzone wartości modułów sprężystości grupują się pomiędzy krzywą II a prostą IV, przy czym moduły pomierzone metodą akustyczną osiągają wartość niższą i grupują się pomiędzy krzywą I i II.

W przypadku modelu beton w gipsie zróżnicowanie jest znacznie większe i wyniki laboratoryjne grupują się poniżej krzywej I właściwej dla tego modelu, przy czym znowu wartości modułu wyznaczone metodą akustyczną są znacznie niższe i mało prawdopodobne.

Pomijając dokładność wyników ogólnie stwierdzono, że także dla modelu szczelinowatego można w przybliżeniu posługiwać się znanymi wzorami teoretycznymi dla określenia wypadkowego modułu sprężystości skały.

### LITERATURA

1. Torben C. Hansen: Influence of Aggregate and Voids on Modulus of Elasticity of Concrete. Cement Mortar and Cement Pasta. ACI Journal.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПОРОД

#### Резюме

В работе даны и обсуждены результаты лабораторных исследований модуля упругости моделей пород, представляющих собой горные породы с порами, наполненными материалом с большим или меньшим модулем упругости, чем скелет пород. Вопрос образования величины модуля такого материала использован для определения свойств двухфазного тела со свойствами подобными бетону.

## THE DETERMINATION OF THE RESULTING MODULE OF ROCK ELASTICITY

### Summary

The paper discusses the results of laboratory investigations concerning the module of elasticity of models representing rock formations with pores filled up with material having either a higher or a lower module of elasticity than the skeleton of the rock.

The value of the module of such material has been used for the determination of the properties of a two-phase body with properties similar to those of concrete.