

Jerzy FRĄCZEK

Instytut Automatyki Przemysłowej
i Pomiarów

Maciej BARGIELSKI

Instytut Kompleksowych
Systemów Sterowania

WYKORZYSTANIE MASZINY CYFROWEJ
PRZY OBLICZANIU PRZEMIENNIKÓW PRĄDU ZMIENNEGO NA STAŁY
O WYJŚCIU POJEMNOŚCIOWYM

Streszczenie: Przemienneiki prądu zmiennego na stały o wyjściu pojemnościowym są elementami nieliniowymi a równania opisujące ich pracę są równaniami przestępnymi. Z tych powodów do obliczeń takich przemienneików konieczne jest stosowanie metod iteracyjnych, szczególnie nadających się do zastosowania maszyn cyfrowych. Praca niniejsza wskazuje na sposób wykorzystania maszyny cyfrowej dla obliczania takich przemienneików.

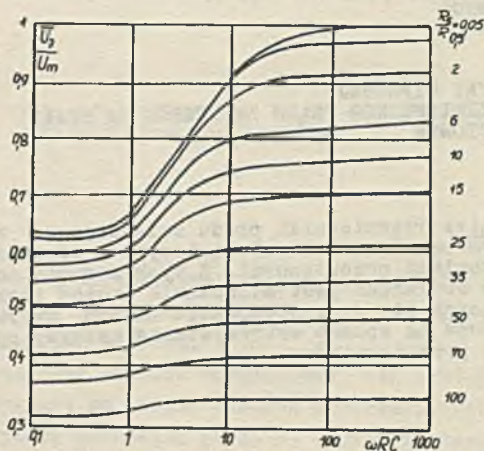
1. WSTĘP

Podstawowe parametry przemienneików, takie jak względne średnie napięcie na obciążeniu, względny średni prąd obciążenia, zawartość składowej zmiennej itp. dla przemienneików prądu zmiennego na stały o wyjściu pojemnościowym określa się, jak dotychczas, w oparciu o wykresy. Naniesione są na nich wielkości, które bezpośrednio mogą być zmierzone lub zaobserwowane przy pomocy oscyloskopu. Jedną z podstawowych prac z zakresu analizy obwodów przemienneików jest praca O.H. Schade [1]. Podane są w niej równania przemienneików przy zastąpieniu elementu prostowniczego zastępczą rezystancją dynamiczną. W wyniku otrzymano równania, które mogły być rozwiązane metodą prób lub na drodze graficznej. Ponieważ w owym czasie (1942 r.) nie dysponowano maszynami cyfrowymi, zrezygnowano z przeliczeń oraz metody graficznej z uwagi na ogromną czasochłonność. Wykonano natomiast pomiary, dzięki którym otrzymano szereg wykresów stanowiących podstawę do obliczania przemienneików. Na rys. 1 pokazano przykładowo wykres, który służy do określania parametrów przemienneika z układem prostowniczym Graetza. Wykresy sporządzone przez Schade'go są wykorzystywane do chwili obecnej i stanowią nadal podstawową metodę obliczania przemienneików [2,3].

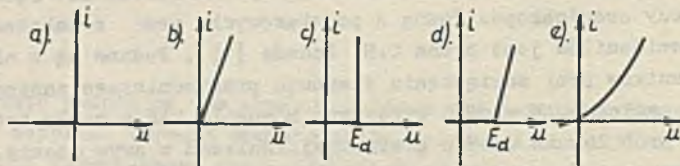
Przy projektowaniu iskrobezpiecznych przemienneików prądu zmiennego na stały wymaga się, aby napięcie źródła zasilającego było o możliwie niskiej wartości [4,5]. Z tego powodu, jak i z uwagi na charakterystyki stosowa-

nych w tych układach elementów prostowniczych korzystne jest przyjęcie aproksymacji tych elementów jak na rys. 2c. Stwarza to jednak potrzebę analizy obwodów przemienników, gdyż spotykane wykresy są sporządzane dla innych założeń.

W niniejszej pracy, na przykładzie przemiennika w układzie Graetza, przedstawiono sposób liczenia parametrów obwodu z wykorzystaniem maszyny cyfrowej przy nowych założeniach.



Rys. 1. Wykres do określania parametrów przemiennika z prostownikiem Graetza wg [1]



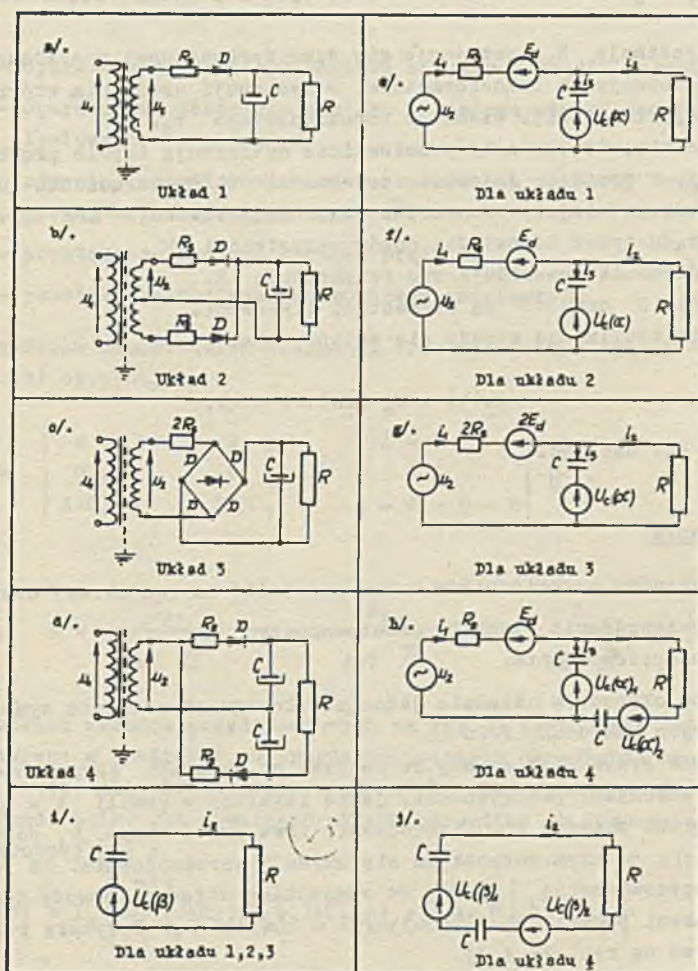
Rys. 2. Możliwe sposoby aproksymacji charakterystyki diody prostowniczej

2. RÓWNANIA OBWODÓW PRZEMIENNIKÓW

2.1. Założenia

Przyjmuje się następujące założenia do analizy obwodów:

- a. Rozpatruje się przemienniki prądu zmiennego na stały o wyjściu pojemnościowym przedstawione na rys. 3.



Rys. 3. Schematy przemienników z wyjściem pojemnościowym: a), b), c), d).
 Obwody zastępcze przemienników dla czasu $t = (0 + T_1)$: e), f), g), h).
 Obwód zastępczy układu 4 dla czasu $t = 0 + T_2$: j)

- b. Wszystkie układy oblicza się wg tych samych zasad postępowania.
- c. Równania sprowadza się do postaci, w których wystąpią wielkości bezpo-średnio mierzalne.
- d. We wszystkich układach dokonuje się jednocześnie tych samych uproszczeń
- e. Charakterystyki diod prostowniczych aproksymuje się odcinkowo, jak na rys. 2d. Odpowiada to włączeniu w obwodzie, przeciwie do napięcia zasilającego, generatora o sile elektromotorycznej E_d i rezystancji szeregowej r_d , która w schematach na rys. 3 stanowi część rezystancji R_G .
- f. Za rezystancję R_G przyjmuje się sumę sprowadzonej rezystancji pierwotnego uzwojenia transformatora, rezystancji uzwojenia wtórnego i zastępczej rezystancji elementu prostowniczego r_d .
- g. Zakłada się, że elementy prostownicze wytrzymują impuls prądowy, jaki powstaje w momencie ładowania pojemności C po załączeniu układu w najniekorzystniejszym momencie. Stąd nie przewiduje się ograniczenia tego prądu przez odpowiedni dobór rezystancji R_G .
- h. Jako odbiornik przewiduje się rezystancję R .
- i. Elementy R oraz C są elementami liniowymi.
- j. Napięcie zasilające wyraża się zależnością:

$$u_2(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha). \quad (1)$$

gdzie α - kąt zapłonu.

2.2. Równania

Pracę układów przemienników można podzielić na dwa okresy czasowe:

1. Okres przewodzenia elementu prostowniczego.
2. Okres nieprzewodzenia.

Suma obu okresów w układzie jednopółkowego prostowania wynosi T , zaś w pozostałych układach $T/2$.

W okresie przewodzenia mamy we wszystkich układach obwody dwuoczkowe liniowe z warunkami początkowymi, jakie istniały w chwili $t = 0$ odpowiadającej kątowi zapłonu α . Przewodzenie trwa przez okres τ_1 odpowiadający kątowi β , po czym rozpoczyna się okres nieprzewodzenia. Na początku okresu nieprzewodzenia τ_2 mamy we wszystkich układach obwody jednooczkowe z warunkami początkowymi panującymi w chwili τ_1 . Powyższe przedstawi-
no poglądowo na rys. 3e ÷ 3j.

Jednolite równania można wyprowadzić dla wszystkich układów w następujący sposób:

1. Wypisać równania dla obwodów dwuoczkowych.
2. Wypisać równania dla obwodów jednooczkowych.
3. Wypisać równanie wiążące dla obu rodzajów obwodów.

2.2.1. Równanie dla obwodów dwuoczkowych

Wykorzystujemy tutaj równanie macierzowe wiążące gałęziowe prądy, napięcia oraz impedancje [6]:

$$\mathbb{I} = \mathbb{C} \cdot \mathbb{Z}'^{-1} \cdot \mathbb{C}_t \cdot \mathbb{E}, \quad (2)$$

gdzie:

- \mathbb{I} - operatorowa zespolona macierz kolumnowa prądów gałęziowych,
- \mathbb{E} - operatorowa zespolona macierz kolumnowa napięć źródłowych gałęziowych,
- \mathbb{Z}'^{-1} - odwrotna operatorowa macierz kwadratowa macierzy impedancji własnych i wzajemnych oczek \mathbb{Z} ,
- \mathbb{C} - prostokątna macierz łącząca prądowa,
- \mathbb{C}_t - prostokątna macierz transponowana macierzy \mathbb{C} .

Po wprowadzeniu odpowiednich wielkości oraz wykonaniu działań zgodnie z równaniem (2) otrzymujemy

$$\mathbb{I} = \begin{vmatrix} A, & B, & A - B \\ C, & D, & C - D \\ A-C, & B-D, & A - C - D - E \end{vmatrix} \cdot \mathbb{E}, \quad (3)$$

gdzie

$$A = \frac{z_{22}}{\det \mathbb{Z}'}; \quad B = - \frac{z_{21}}{\det \mathbb{Z}'}; \quad C = - \frac{z_{12}}{\det \mathbb{Z}'}; \quad D = \frac{z_{11}}{\det \mathbb{Z}'}$$

Dla wszystkich układów przedstawionych na rys. 3 zestawiono wielkości charakterystyczne w tabelicy 1. W przypadku potrzeby określenia np. przebiegu prądu $i_1(t)$ dla okresu czasu od 0 do T_1 korzystamy z równania (3) i tabl. 1. Prąd $i_1(t)$ dla dowolnego układu określimy po dokonaniu transformacji odwrotnej [7]:

$$i_1(t) = I_m \left\{ \mathcal{L}_c^{-1} \left[A E_1(p) + B E_2(p) + (A-B) E_3(p) \right] \right\} \quad (4)$$

W tabelicy 1 zestawiono także wyrażenia na A , B , $A-B$ potrzebne w równaniu (4). Jak widać z zestawienia, przy przyjęciu $R_g \neq 0$, równanie (4) ma bardzo skomplikowaną postać dla powielacza napięcia. Ponieważ, jak wspomniano na wstępie, korzystne jest przeprowadzenie obliczeń we wszystkich układach w sposób jednolity, nowe założenia w układzie powielacza odnoszą się też do innych układów. W powielaczu, dla uproszczenia równania (4),

Tablica 1

Tablica 1 - do równań obwodu dwuczukowego							$a = \frac{1}{R_B C}$ $b = \frac{1}{R_B \ R_B C}$ $b' \hat{=} b \times 2 R_B$ $d = \frac{1}{R_B C}$					
Układ wzr. rys. 3	Napięcia źródłowe gałęziowe			Impedancja gałęziowe			$R_B \neq 0$; $E_d \neq 0$;			$R_B = 0$; $E_d \neq 0$		
	$E_1(p)$	$E_2(p)$	$E_3(p)$	Z_1	Z_2	Z_3	A	B	A - B	A	B	A - B
1	$U_2(p) - E_d$	0	$-U_c(x)$	R_B	R	$\frac{1}{pC}$	$\frac{1}{R_B} \cdot \frac{p+a}{p+b}$	$\frac{1}{R_B+R} \cdot \frac{b}{p+b}$	$\frac{1}{R_B} \cdot \frac{p}{p+b}$	$C(p+a)$	$\frac{1}{R}$	pC
2	$U_2(p) - E_d$	0	$-U_c(x)$	R_B	R	$\frac{1}{pC}$	"	"	"	"	"	"
3	$U_2(p) - 2E_d$	0	$-U_c(x)$	$2R_B$	R	$\frac{1}{pC}$	jw. lecz $R_B \hat{=} 2 R_B$	jw. lecz $R_B \hat{=} 2 R_B$	jw. lecz $R_B \hat{=} 2 R_B$	"	"	"
4	$U_2(p) - E_d$	$U_c(x)_2$	$-U_c(x)_1$	R_B	$R + \frac{1}{pC}$	$\frac{1}{pC}$	$\frac{1}{R_B} \cdot \frac{p(p+2a)}{p^2+2b'p+ad}$	$\frac{1}{R_B R C} \cdot \frac{1}{p^2+2b'p+ad}$	$\frac{1}{R_B} \cdot \frac{1-a}{p^2+2b'p+ad}$	$\frac{pC(p+2a)}{p+a}$	$\frac{1}{R} \cdot \frac{p}{p+a}$	pC

zakłada się $R_g = 0$, co obowiązuje we wszystkich układach. Dla tego założenia w tabl. 1 podano także wyrażenie na A , B , $A-B$.

W podobny sposób określa się przebiegi prądów $i_2(t)$ oraz $i_3(t)$ korzystając z równania (3). W wyrażeniach wystąpią odpowiednio elementy wiersza drugiego i trzeciego macierzy kwadratowej z równania (3).

2.2.2. Równania dla obwodów jednooczkowych

Obwody jednooczkowe układów 1-4 (rys. 3i, 3j) zawierają pojemności naliczane do pewnego napięcia, odpowiadającego napięciu, jakie na nich panuje w chwili, gdy przez elementy prostownicze przestaje płynąć prąd. Oznaczmy je ogólnie $U_C(\beta)$. W okresie T_2 pojemności wyładowują się przez rezystancję obciążenia R . Ogólnie możemy napisać równanie dla przedziału czasu $t|_0^{T_2}$, obowiązujące we wszystkich układach z rys. 3:

$$i_2(t) \Big|_0^{T_2} = \mathcal{L}_c^{-1} \left\{ \frac{1}{Z} \sum_n U_C(\beta)_n \right\}, \quad (5)$$

gdzie Z ma postać:

$$\text{- w układzie 1, 2 i 3: } Z = R + \frac{1}{pC},$$

$$\text{- w układzie 4 } Z = R + \frac{2}{pC},$$

zaś n oznacza ilość elementów pojemnościowych.

2.2.3. Równania wiążące

Równaniami wiążącymi są równania ciągłości napięcia na pojemnościach, określające związek pomiędzy wartościami napięć na granicach okresów T_1 i T_2 .

Związek zapisujemy w postaci (rys. 4a i 4b):

$$1. \text{ Układ 1: } U_C(\beta) \cdot \exp\left(-a \frac{2T_1 - \beta}{\omega}\right) = U_C(\alpha) \quad (6)$$

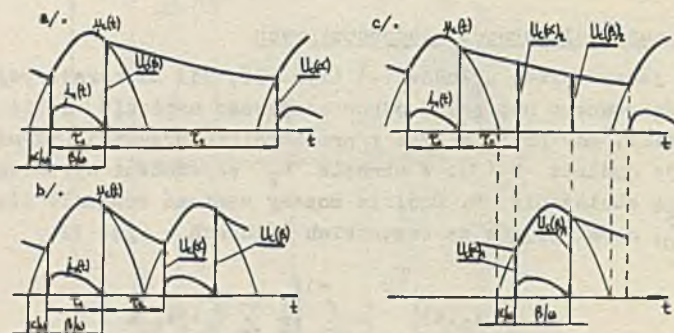
$$2. \text{ Układ 2 i 3 } U_C(\beta) \cdot \exp\left(-a \frac{T_1 - \beta}{\omega}\right) = U_C(\alpha) \quad (7)$$

3. Układ 4: ten układ jest trudniejszy do rozpatrywania, ponieważ przy końcu okresu $T_2 \hat{=} \beta$ mamy napięcie początkowe na dwóch pojemnościach: $U_C(\beta)_1$ i $U_C(\beta)_2$.

Związek zapisujemy w postaci (rys. 3c):

$$\left[U_C(\beta)_1 + U_C(\beta)_2 \right] \exp\left(-2a \frac{T_1 - \beta}{\omega}\right) = U_C(\alpha)_1 + U_C(\alpha)_2 \quad (8)$$

Obecnie w celu otrzymania równań np. układu 3 podstawiamy dane z tablicy 1 do równań (3), (5), (6) i wykorzystujemy także równanie napięcia zasilania (1). W punkcie 2.2.5 podano równania oraz sposób ich rozwiązania dla przemiennika w układzie Graetza.



Rys. 4. Ilustracja do równań wiążących w układach przemienników
a) - dla układu 1; b) - dla układu 2 i 3; c) - dla układu 4

2.2.4. Wielkości charakteryzujące przemienniki

Jako wielkości dane w niniejszych obliczeniach przyjmuje się:

- amplitudę napięcia zasilającego wg równania (1): U_m ,
- względne napięcie elementu prostowniczego: $e_d = E_d/U_m$,
- wielkość: $\omega \cdot R \cdot C$,
- rezystancję obciążenia: R .

Na podstawie tych danych określa się następujące wielkości:

- względne średnie napięcie na obciążeniu R : $\bar{u}_2 = \frac{\overline{u_2(t)}}{U_m}$,
- względny średni prąd obciążenia: $\bar{i}_2 = \frac{\bar{u}_2}{R_2}$,
- względna moc obciążenia: $\bar{p}_2 = \frac{\bar{u}_2^2}{R}$,
- zawartość składowej zmiennej jako różnicę między wartością maksymalną napięcia na obciążeniu i minimalną, odniesioną do wartości średniej napięcia na obciążeniu: \tilde{u}_{gr}
- dla scharakteryzowania sztywności przemiennika jako źródła (napięciowego, prądowego) określa się średnią rezystancję wewnętrzną. Definiuje

się ją jako stosunek spadku napięcia średniego wyjściowego do średniego prądu obciążenia:

$$r_w = \frac{\Delta \bar{u}_2}{\bar{i}_2}$$

Przy każdej wartości \bar{i}_2 za wartość początkową średniego napięcia wyjściowego przyjmuje się napięcie biegu luzem.

2.2.5. Równania dla układu Graetza

Korzystając z równań (4), (7) oraz danych tablicy 1 otrzymujemy:

$$\left[\sin(\varphi + \beta') - 2e_d \right] \cdot \exp\left(-\frac{\alpha + \varphi + \beta'}{\omega RC}\right) = \sin\alpha - 2e_d \quad (9)$$

$$\alpha + \beta = \pi - (\varphi + \beta'), \quad (10)$$

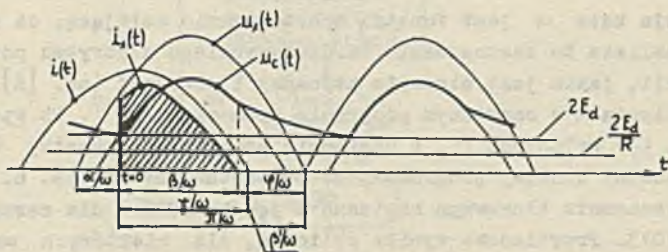
gdzie

$$\varphi = \arctg(\omega RC) \quad (a)$$

$$\beta' = \arcsin\left(2 \cdot e_d \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}\right) \quad (b)$$

$$e_d = \frac{E}{U_m} \quad (c)$$

Ilustracją do powyższego są przebiegi na rys. 5.



Rys. 5. Ilustracja do równań (9) i (10)

Równanie (9) znane jest w literaturze [1] zarówno dla $e_d = 0$, jak i $R_g = 0$. Rozwiązanie tego równania jest możliwe tylko metodą prób lub graficznie. Występuje w nim niewiadoma α . Dla określenia niewiadomego kąta β wykorzystuje się równanie (10). Mając określone α i β można wyrazić przy ich pomocy wielkości charakterystyczne wymienione w pkt. 2.2.4. Otrzymujemy zatem:

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{\pi} \left\{ [\cos \alpha - \cos (\alpha + \beta) - 2e_d \beta] + \omega RC [\sin(\varphi + \beta') - \sin \alpha] \right\} \quad (11)$$

$$\bar{u}_2 \% = \frac{1 - \sin \alpha}{\bar{u}_2} \cdot 100 \quad (12)$$

$$r_w = \frac{1 - 2e_d - \bar{u}_2}{\bar{i}_2} = \frac{1 - 2e_d - \bar{u}_2}{\bar{u}_2} \cdot R \quad (13)$$

$$\bar{p}_2 = \frac{\bar{u}_2^2}{R} \quad (14)$$

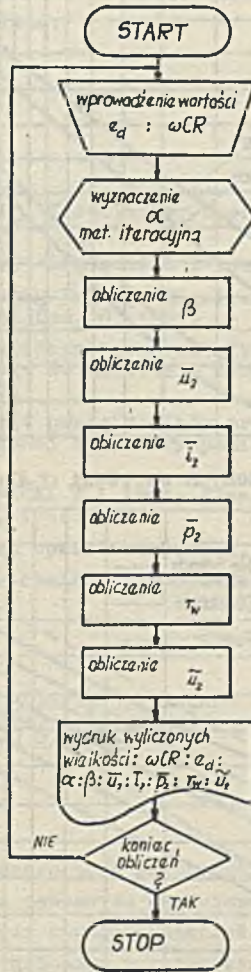
$$\bar{i}_2 = \frac{\bar{u}_2}{R} \quad (15)$$

3. OPIS PROGRAMU WYZNACZENIA PARAMETRÓW PRZEMIENNIKA

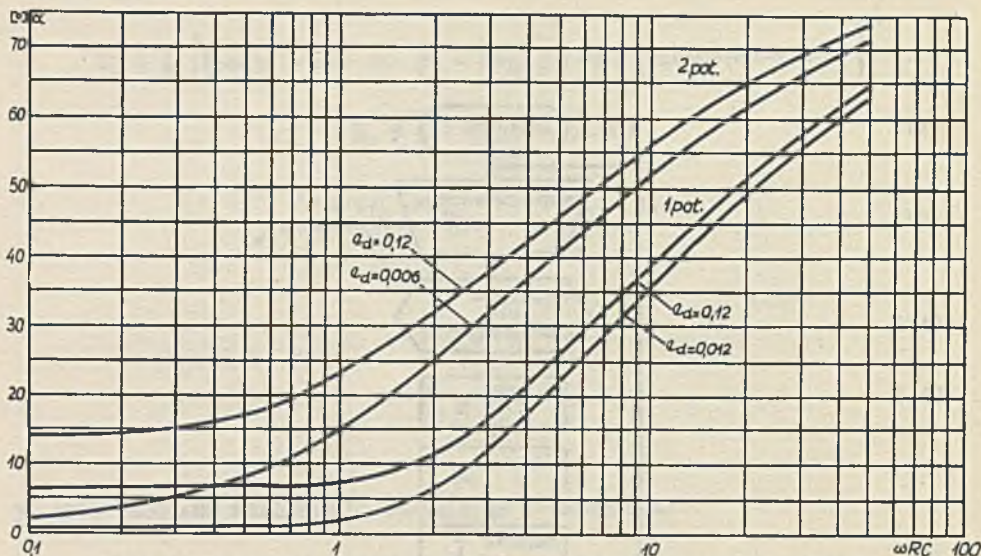
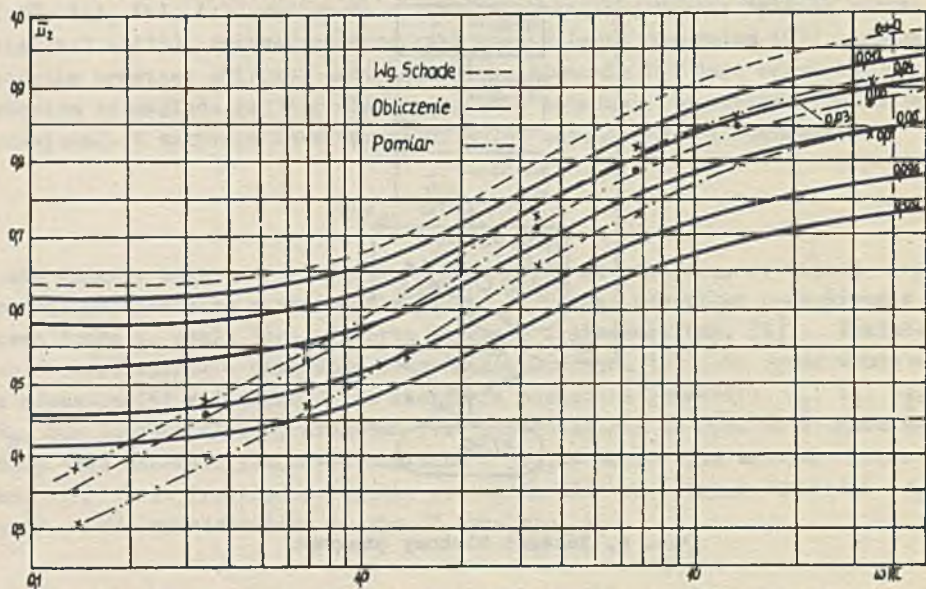
Zasadnicze równania opisujące pracę przemiennika dane są równaniami (9) (10), (a), (b), (c). Pozostałe wielkości charakterystyczne opisują równania (11) - (15). Przedstawiony zespół równań (poza równaniem (9)) wymaga jedynie prostych obliczeń matematycznych. Równanie (9) jest równaniem przestępnym ze względu na α i dlatego jedynie metodami iteracyjnymi można je rozwiązać. W zakresie interesujących kątów zapłonu $(0, \frac{\pi}{2})$ równanie to

$$f(e_d, \omega RC, \alpha) = 0 \quad (9')$$

jako funkcja kąta α jest funkcją monotonicznie malejącą, co więcej - wypukłą. Umożliwia to zastosowanie bardzo szybkiego algorytmu poszukiwania zera funkcji, jakim jest algorytm stycznej i siecznej (np. [8]). Dokładność określenia α w omawianym programie była rzędu 10^{-7} . Po wyznaczeniu α z równania (9) wyliczono β , a następnie pozostałe parametry \bar{u}_2 , \bar{i}_2 , \bar{p}_2 , \bar{u}_2 , \bar{r}_w . Schemat blokowy programu jest przedstawiony na rys. 6. Program według tego schematu blokowego napisano w języku MOST-F dla maszyny cyfrowej ODRA 1013. Przykładowe wyniki obliczeń, dla niektórych wartości e_d oraz ωRC , przedstawiono na rys. 7 oraz rys. 8.



Rys. 6. Schemat blokowy programu

Rys. 7. Przykład obliczonych wartości α dla układu GraetzaRys. 8. Przykład obliczonych wartości \bar{u}_2 dla układu Graetza

4. ZAKOŃCZENIE

Przezienniki o klasie przedstawionej w niniejszej pracy są układami nieliniowymi. Trudności analityczne związane z pojawianiem się równania typu (9) są tu łatwo pokonane dzięki zastosowaniu maszyny matematycznej, pozwalającej na zastosowanie metody iteracyjnej. Fakt użycia maszyny mate-

matycznej pozwala także na rozszerzenie zakresu badań przemienników w celu porównania ich własności przy różnych założeniach. Nie stoją tu na przeszkodzie ograniczenia czasowe, co miało bardzo duże znaczenie przy graficznym rozwiązywaniu problemu.

LITERATURA

- [1] SCHADE O.H.: Analysis of rectifier operation. Proceedings of the IRE July 1943.
- [2] ZAGAJEWSKI T.: Układy elektroniki przemysłowej. WNT, 1972.
- [3] BATES W.J.: Calculating Voltage Requirements for Power Supply Transformers. Electronics. Dec. 8, 1961.
- [4] FRĄCZEK J.: Iskrobezpieczny przekształtnik prądu zmiennego na stały z powielaczem napięcia do zasilania układów pomiarowych. Praca doktorska. Gliwice 1970.
- [5] FRĄCZEK J.: Obliczanie przemienników prądu zmiennego na stały do zasilania iskrobezpiecznej aparatury pomiarowej. Komunikat na V KKM 1 BAP. Poznań 1972.
- [6] STEINHAUS H., CHOLEWICKI T. i inni: Elementy nowoczesnej matematyki dla inżynierów. PWN, 1964.
- [7] WĘGRZYN S.: Rachunek operatorowy, PWN, 1960.
- [8] RALSTON A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, 1971.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФРОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ
ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА
НА ПОСТОЯННЫЙ ПРИ ЁМКОСТНОЙ НАГРУЗКЕ

Резюме

Преобразователи переменного тока на постоянный с ёмкостной нагрузкой - это нелинейные элементы, а равенства описывающие их работы - трансцендентны. Поэтому для вычисления таких преобразователей надо применять итерационные методы, хорошо подходящие цифровым вычислительным машинам. Эта работа показывает способ применения ЦВМ для вычисления таких преобразователей.

USING DIGITAL COMPUTERS BY COMPUTATION OF DC SUPPLIES WITH CAPACITANCE LOAD

S u m m a r y

DC supplies with capacitance load are nonlinear elements and their equations are transcendental. For these reasons it is necessary to use iterative methods for the computation of their parameters. These methods are applicable for the use of digital computers. In this paper some ways of using digital computers for computation of parameters of the supplies is shown.