

## WIELOKRYTERIALNA OPTIMALIZACJA DYSKRETNO – CIĄGŁA ŁOPATY TURBINY WIATROWEJ

MARIOLA JURECZKO  
ARKADIUSZ MĘŻYK

*Katedra Mechaniki Stosowanej, Politechnika Śląska*

Streszczenie. Celem badań przedstawionych w tym artykule było wykazanie możliwości zastosowania algorytmów genetycznych do rozwiązywania zagadnień związanych z wielokryterialną optymalizacją układów dynamicznych, na przykładzie optymalizacji cech konstrukcyjnych łopat elektrowni wiatrowej. Dokonana modyfikacja prostego algorytmu genetycznego umożliwiła połączenie zadań optymalizacji zarówno ciągłej, jak i dyskretnej. Ponadto zamieszczono wybrane wyniki obliczeń numerycznych.

### 1. WSTĘP

W procesie projektowo – konstrukcyjnym łopat turbiny wiatrowej należy jednocześnie rozpatrzyć wiele aspektów, takich jak: maksymalna wytrzymałość, zapewnienie stateczności konstrukcji, minimalny koszt wykonania, maksymalna wartość mocy wytwarzanej czy minimalne wartości generowanych drgań. Nie istnieją jednak publikacje opisujące problem wielodzielności przy projektowaniu turbin wiatrowych. W literaturze możemy jedynie znaleźć teoretyczne podstawy, jak w [1, 2, 3, 4]. I tak np. wartość amplitudy drgań łopaty zależy od jej sztywności, która m.in. jest funkcją: gęstości materiału, grubości jej poszczególnych elementów konstrukcyjnych, liczby żeber usztywniających i ich rozmieszczenia wzdłuż rozpiętości łopaty. A zatem, biorąc pod uwagę powyższe kryterium, należałoby zapewnić jak największą sztywność łopaty elektrowni wiatrowej.

Przy tak sformułowanym zagadnieniu optymalizacji również kryterium maksymalnej wartości wytwarzanej mocy zostałyby spełnione, moc elektrowni wiatrowej zależy bowiem m.in. od optymalnego kształtu łopat.

Od tych samych parametrów co amplituda drgań łopaty zależy jej masa oraz koszt wykonania. Biorąc pod uwagę kryterium minimalnego kosztu wytwarzania łopaty, zadanie optymalizacji należałoby sformułować jako zadanie minimalizacji masy. Jednak ze względu na konieczność zapewnienia stateczności konstrukcji należałoby tę masę maksymalizować. Efektem ubocznym takiego podejścia może być zaprojektowanie łopaty, której częstości drgań własnych będą pokrywały się z zakresem częstości rezonansowych.

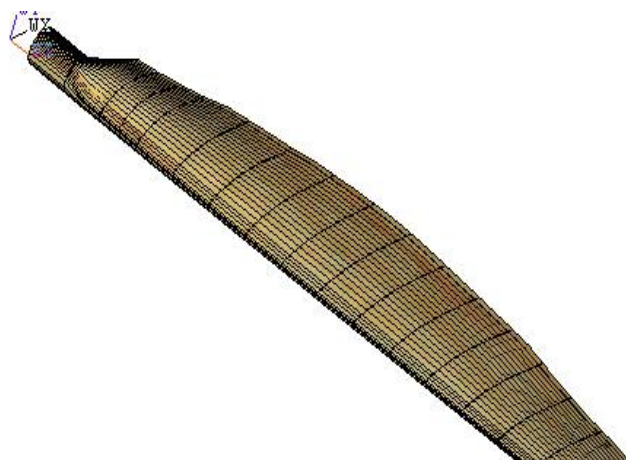
Poza tym, aby spełnić odpowiednie warunki wytrzymałościowe konstrukcji, należałoby przeprowadzić optymalizację maksymalnych przemieszczeń łopaty w kierunku poprzecznym, przy warunku ograniczającym narzuconym na nieprzekroczenie naprężeń dopuszczalnych.

Ważnym zadaniem procesu optymalizacji jest przede wszystkim zapewnienie odpowiednich charakterystyk dynamicznych.

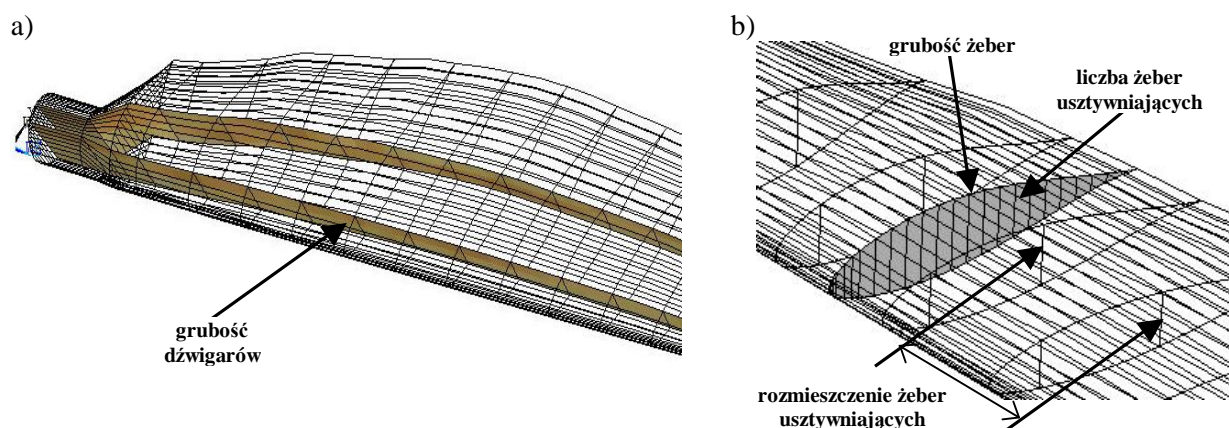
Ze względu na powyższe rozważania przeprowadzono optymalizację wielokryterialną, podczas której rozważono zarówno zmienne ciągłe (np. grubość poszycia i grubość dźwigarów) jak i dyskretne (np. liczba żeber usztywniających i ich rozmieszczenie wzdłuż rozpiętości łopaty). Zagadnienie optymalizacyjne sformułowano jako zadanie polioptymalizacji dyskretno – ciągłej, co umożliwiło jednoczesne rozpatrywanie kilku kryteriów optymalizacji.

## 2. MODEL OPTYMALIZOWANEGO OBIEKTU Z PODZIAŁEM NA ELEMENTY SKOŃCZONE

Na Rys. 1 przedstawiono fragment modelu powłoki zewnętrznej łopaty elektrowni wiatrowej z nałożoną siatką elementów skończonych. Natomiast na Rys. 2 przedstawiono model wewnętrznych elementów wzmacniających łopatę, z zaznaczeniem elementów, będących zmiennymi projektowymi w procesie optymalizacji.



Rys. 1. Model strukturalny powłoki łopaty



Rys. 2. Modele strukturalne: a) dźwigarów wzdłużnych; b) żeber usztywniających

## 3. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA OPTYMALIZACJI

Charakterystyki dynamiczne układu określane są poprzez częstotliwości własne oraz widmowe funkcje przejścia.

§ Częstotliwości nietłumionych drgań własnych wyznacza się zależnością:

$$\det(\mathbf{K} - \mathbf{M}w^2) = 0, \quad (1)$$

§ natomiast widmową funkcję przejścia z zależności:

$$\mathbf{H}(j\omega) = (-\mathbf{M}\omega^2 + \mathbf{C}j\omega + \mathbf{K})^{-1}, \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{M}$  – macierz bezwładności,  $\mathbf{K}$  – macierz sztywności,  $\mathbf{C}$  – macierz tłumienia,  $\omega$  – częstość drgań własnych.

Z powyższych wzorów wynika, że przy pominięciu tłumienia na własności dynamiczne układu wpływa macierz sztywności  $\mathbf{K}$  i macierz bezwładności  $\mathbf{M}$ . Biorąc to pod uwagę, jako kryterium optymalizacyjne należy przyjąć funkcję celu, dzięki której można modyfikować powyższe macierze.

Macierz sztywności  $\mathbf{K}$  można modyfikować, wykorzystując zależność na ugięcie statyczne:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F}, \quad (3)$$

gdzie:

$\mathbf{F}$  – macierz sił uogólnionych,  $\mathbf{x}$  – macierz przemieszczeń uogólnionych.

Zadanie optymalizacji należałoby zatem sformułować jako minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty w jej kierunku poprzecznym, a jako kolejny wariant optymalizacji należałoby przyjąć minimalizację masy łopaty. Natomiast przyjmując jako kryterium optymalizacji minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty oraz minimalizację jej masy, jednocześnie spełnione zostałyby wcześniej wymienione wymagania stawiane łopatom.

W celu wskazania najbardziej efektywnego podejścia do przedstawionego problemu minimalizacji amplitud drgań łopaty przeprowadzono różne warianty obliczeń optymalizacyjnych w zależności od wyboru podstawowego kryterium. Problem wielokryterialnej optymalizacji dyskretno – ciągłej łopaty elektrowni wiatrowej sformułowano jako zagadnienie optymalizacji jednokryterialnej, przekształcając je do postaci standardowego zadania optymalizacyjnego poprzez:

a) utworzenie funkcji celu będącej sumą ważoną wartości dwóch najważniejszych kryteriów, tj. minimalizacji masy i przemieszczenia końcówki łopaty:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \Omega} f_c(\mathbf{x}) &= w_i \cdot m^n + w_i \cdot u_{TIP}^n \\ p.o. \quad h_j(\mathbf{x}) &\leq 0 \quad \text{dla } j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie:

$\Omega$  – obszar możliwych rozwiązań w przestrzeni obiektów,

$\mathbf{x}$  – macierz kolumnowa zmiennych projektowych,

$f_c(\mathbf{x})$  – stworzona funkcja celu, będąca sumą ważoną wybranych kryteriów,

$h_j(\mathbf{x})$  – funkcje ograniczeń nierównościowych,

$\mathbf{w}$  – macierz kolumnowa wag poszczególnych funkcji kryterialnych, taka że

$$w_i \in [0,1] \text{ oraz } \sum_{i=1}^k w_i = 1$$

$m^n = \frac{m}{m_{dop}}$  – znormalizowana funkcja kryterialna reprezentująca masę łopaty,

$u_{TIP}^n = \frac{u}{u_{dop}}$  – znormalizowana funkcja kryterialna reprezentująca przemieszczenie końcówki łopaty.

b) wybranie jednego z kryteriów jako funkcji celu i wyrażeniu pozostałych funkcji kryterialnych w formie ograniczeń. Jako funkcje celu wybrano:

- minimalizację całkowitej masy łopaty:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \Omega} f_c(\mathbf{x}) &= m(\mathbf{x}) \\ p.o. \quad h_j(\mathbf{x}) &\leq 0 \quad \text{dla } j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

- $\Omega$  – obszar możliwych rozwiązań w przestrzeni obiektów,
- $\mathbf{x}$  – macierz kolumnowa zmiennych projektowych,
- $f_c(\mathbf{x})$  – stworzona funkcja celu,
- $h_j(\mathbf{x})$  – funkcje ograniczeń nierównościowych.

- minimalizację przemieszczenia końcówki łopaty:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \Omega} f_c(\mathbf{x}) &= u_{TIP}(\mathbf{x}) \\ p.o. \quad h_j(\mathbf{x}) &\leq 0 \quad \text{dla } j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie:

- $\Omega$  – obszar możliwych rozwiązań w przestrzeni obiektów,
- $\mathbf{x}$  – macierz kolumnowa zmiennych projektowych,
- $f_c(\mathbf{x})$  – stworzona funkcja celu,
- $h_j(\mathbf{x})$  – funkcje ograniczeń nierównościowych.

Macierz kolumnową zmiennych projektowych, która występuje w powyższych zadaniach optymalizacji, można przedstawić następująco:

$$\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3, x_4], \quad (7)$$

gdzie:

- $x_1$  – grubość żeber,  $x_2$  – grubość dźwigarów,  $x_3$  – liczba żeber usztywniających,
- $x_4$  – rozmieszczenie żeber usztywniających.

Podczas badań przeprowadzanych przez autorów przy projektowaniu łopat turbiny wiatrowej wzięto pod uwagę pozostałe kryteria:

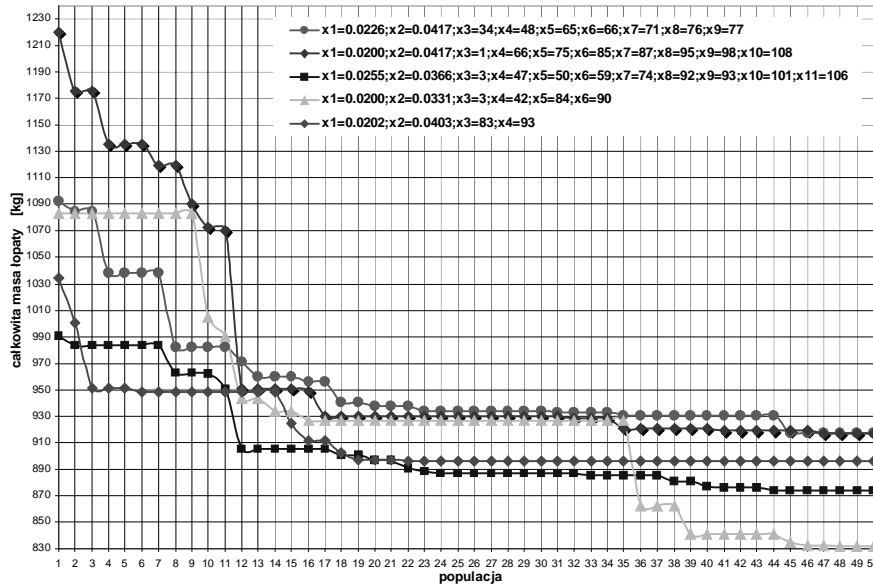
- √ spełnienie odpowiednich warunków wytrzymałościowych konstrukcji,
- √ zapewnienie stateczności lokalnej i globalnej konstrukcji łopaty,
- √ rozdzielenie częstości drgań własnych od częstości drgań harmonicznnych związanych z obrotem wirnika,
- √ rozdzielenie częstości drgań własnych od częstości odrywania się wirów Karmana,
- √ zapewnienie minimalnego kosztu materiału łopaty,

wyrażono w postaci ograniczeń nierównościowych.

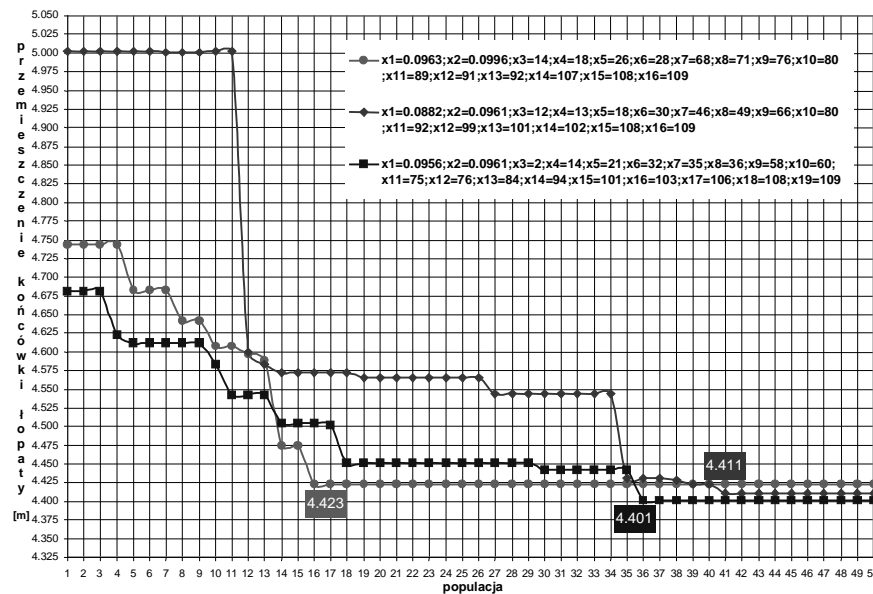
Badania optymalizacyjne prowadzono z wykorzystaniem autorskiego programu komputerowego, napisanego w programie Delphi, realizującego zmodyfikowany algorytm genetyczny. Dokonana modyfikacja prostego algorytmu genetycznego umożliwiła połączenie zadań optymalizacji, zarówno ciągłej jak i dyskretnej. Opracowany program komputerowy współpracuje z programem Ansys, w którym tworzony jest model numeryczny łopaty przy wykorzystaniu przygotowanego pliku parametrycznego.

## 4. PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Przykładowe przebiegi procesu optymalizacyjnego, zrealizowanego przy użyciu zmodyfikowanego algorytmu genetycznego, dla zadania minimalizacji całkowitej masy łopaty przedstawiono na Rys. 3, a dla zadania minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty przedstawiono na Rys. 4.



Rys. 3. Wykresy przedstawiające przykładowe przebiegi optymalizacji przy użyciu zmodyfikowanego algorytmu genetycznego z kopiowaniem najlepszego osobnika dla kryterium minimalizacji masy



Rys. 4. Wykresy przedstawiające przykładowe przebiegi optymalizacji przy użyciu zmodyfikowanego algorytmu genetycznego z kopiowaniem najlepszego osobnika dla kryterium minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty

Zmienne przedstawione w legendzie na rys.3, oznaczają odpowiednio:  $x_1$  - grubość żeber,  $x_2$  - grubość dźwigara,  $x_3 \div x_n$  kolejne numery wylosowanych żeber.

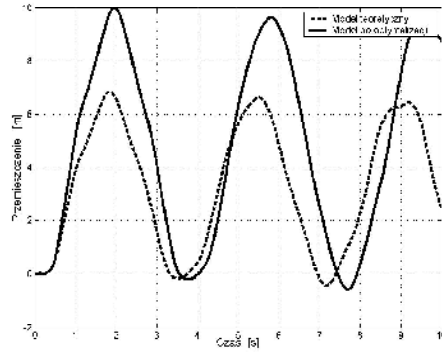
## 5. ANALIZA EFEKTYWNOŚCI PRZEPROWADZONEJ OPTYMALIZACJI

W tabeli 1 przedstawiono porównanie własności mechanicznych i modalnych łopaty elektrowni wiatrowej o cechach konstrukcyjnych pozyskanych z literatury (przed optymalizacją) oraz uzyskanych w wyniku przeprowadzonego procesu optymalizacyjnego dla wybranych wariantów optymalizacyjnych.

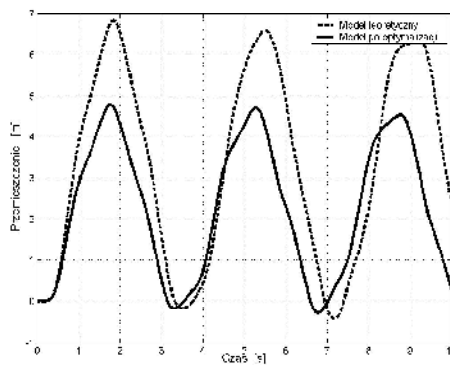
Tabela 1. Porównanie własności mechanicznych i modalnych modelu łopaty elektrowni wiatrowej przed i po optymalizacji

Funkcja celu		Model wyjściowy	Minimalizacja masy	Minimalizacja przemieszczeń	Wybrane rozwiązanie paretooptymalne			
Zmienne decyzyjne	gz	0.06	0.02	0.0956	0.0960			
	gd	0.06	0.0331	0.0966	0.0702			
	lz	27	4	17	14			
	nr-y	4;8;12;16;20;24;28; 32;36;40;44;48;52; 56;60;64;68;72;76; 80;84;88;92;96;100; 104;108	3; 42; 84; 90	2; 14; 21; 32; 35; 36; 58; 60; 75; 76; 84; 94; 101; 103; 106; 108; 109	5; 8; 9; 11; 14; 15; 16; 33; 34; 36; 45; 69; 78; 82			
Całkowita masa łopaty [kg]		1119.3	831.786	1487.2	1240.7			
Maksymalne Naprężenie [MPa]		227	322	164	204			
Maksymalne odkształcenie [%]		0.4842	0.5876	0.3376	0.4438			
Przemieszczenie końcówki łopaty [m]		6.244	5.987	4.401	5.493			
Częstotliwości drgań własnych [Hz]	1.	0.27666	1.	0.25953	1.	0.29001	1.	0.28109
	2.	0.9804	2.	0.91616	2.	1.1142	2.	1.0566
	3.	1.1331	3.	1.0543	3.	1.2687	3.	1.1721
	4.	2.5354	4.	2.3819	4.	2.6546	4.	2.5736
	5.	3.7642	5.	3.5295	5.	4.1414	5.	3.8928

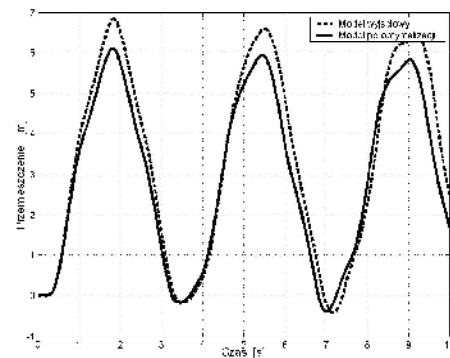
Na rys. 5 ÷ rys. 7 przedstawiono wyniki symulacji sygnałów drganiowych przemieszczeń w kierunku poprzecznym wyznaczone w węźle położonym na końcu łopaty dla modelu łopaty o zredukowanej liczbie stopni swobody przed i po procesach optymalizacyjnych.



Rys. 5. Wyniki symulacji sygnałów drganiowych przemieszczeń w kierunku poprzecznym: linia przerywana) model przed optymalizacją; linia ciągła) model po minimalizacji masy



Rys. 6. Wyniki symulacji sygnałów drganiowych przemieszczeń: linia przerywana) model przed optymalizacją linia ciągła) model po minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty



Rys. 7. Wyniki symulacji sygnałów drganiowych przemieszczeń: linia przerywana) model przed optymalizacją; linia ciągła) model po optymalizacji

## 6. WNIOSKI KOŃCOWE

Na podstawie wyników przedstawionych w tabeli 1 oraz przeprowadzonych dla wszystkich trzech wariantów optymalizacyjnych obliczeń numerycznych symulacji numerycznych drganiowych sygnałów przemieszczeń wybranych punktów łopaty z wykorzystaniem modeli zredukowanych sformułowano następujące wnioski szczegółowe:

- zastosowanie minimalizacji masy jako kryterium optymalizacji doprowadziło do nieznacznego zmniejszenia wartości amplitud drgań łopaty przy jednoczesnej redukcji jej masy o 26%;

- zastosowanie minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty jako kryterium optymalizacji doprowadziło do znacznego zredukowania wartości amplitud drgań o ok. 30%, zapewniając jej najlepszą sztywność, przy jednoczesnym zwiększeniu jej masy o 32%;
- zastosowanie w procesie minimalizacji wagowej funkcji celu (rozważane rozwiązanie paretooptymalne) doprowadziło do zmniejszenia wartości amplitud drgań własnych łopaty o ok. 13% przy jednoczesnym nieznacznym 10% wzroście jej masy;
- rozważane rozwiązanie paretooptymalne jest rozwiązaniem kompromisowym pomiędzy zapewnieniem odpowiedniej sztywności łopaty i niewielkiej zmiany jej masy.

Podsumowując przeprowadzone badania optymalizacyjne, można stwierdzić, że:

- metody optymalizacji umożliwiają odpowiedni dobór cech konstrukcyjnych układu, zapewniających minimalizację amplitud drgań przy spełnieniu m.in. kryteriów wytrzymałościowych oraz redukcji kosztów;
- przedstawione wyniki przeprowadzonych różnych wariantów badań optymalizacyjnych potwierdzają wielokryterialny charakter rozważanego zagadnienia oraz problemy w określeniu rozwiązania optymalnego;
- zamieszczone wyniki badań potwierdziły, że prezentowany algorytm może być stosowany do wielokryterialnej optymalizacji układów dyskretno-ciągłych;
- zastosowanie badań optymalizacyjnych podczas procesu projektowo-konstrukcyjnego pozwala na znaczne zmniejszenie jego czasochłonności oraz kosztu;
- wykazano możliwość zastosowania algorytmów genetycznych do rozwiązywania zagadnień związanych z wielokryterialną optymalizacją układów dynamicznych na przykładzie optymalizacji cech konstrukcyjnych łopat elektrowni wiatrowej.

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2005/2006 jako projekt badawczy nr 4 T07C 068 28.

## LITERATURA

1. Górecki H.: Optymalizacja systemów dynamicznych. PWN, Warszawa 1993.
2. Ogryczak W.: Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1997.
3. Tarnowski W.: Optymalizacja wielokryterialna i polioptymalizacyjna z wykorzystaniem pakietu MATLAB. Materiały II Wiosennej Szkoły „Komputerowe wspomaganie projektowania, wytwarzania i eksploatacji”. Zegiestów 11-15 maja 1998.
4. Zitzler E.: Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications. Zürich 1999. Rozprawa doktorska.

## MULTIDISCIPLINARY DISCRETE – CONTINUOUS OPTIMIZATION OF WIND TURBINE BLADE

Summary. The aim of this study was to show usability of genetic algorithm to solve problems connected with multidisciplinary optimization of dynamic system for example optimization of design feature of wind turbine blade. Performed modification of the simple genetic algorithm enabled connecting of optimization problem, both continuous and discrete.