ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970

Seria: ELEKTRYKA z. 27 Nr kol. 274

BERNARD BARON

Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Ogólnej

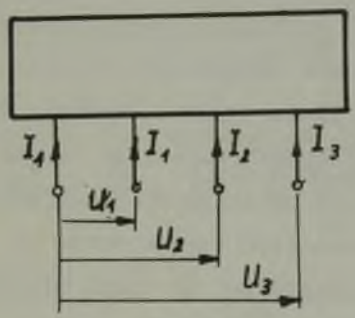
ANALIZA I SYNTEZA 4-WIELOWNIKA BIERNEGO METODA LICZB STRUKTURALNYCH

Streszczenie. W pracy przeprowadzono analizę i syntezę 3 parobiegunnika jako 4-wielownika. Wykorzystując algebrę liczb strukturalnych wyznaczono ogólny algorytm pozwalający wyliczyć elementy macierzy impedancyjnej. W części drugiej wykazano trzy twierdzenia, które podają jakie grafy realizują zadane funkcje transmitancji napięciowej.

1. Analiza 4-wielownika

Wielownik bierny (4-wielownik) definiujemy jako układ sieciowy bierny, którego układ topologiczny ma wyróżnione pewne bieguny (w_1 w_2 w_3 w_4).

Oznaczmy parametry zewnętrzne wielownika jak na rysunku 1.



Rys. 1

Zachodzi

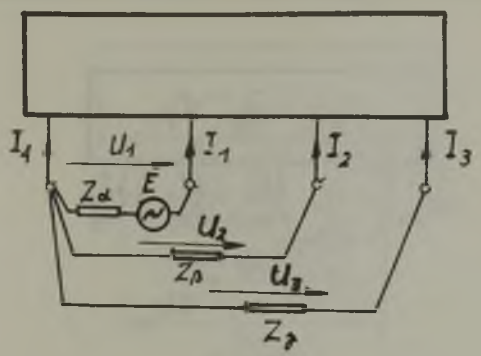
$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41} = 0$$

Widzimy więc, że 4-wielownik ma trzy niezależne wejścia prądowe lub trzy niezależne wejścia napięciowe.
W dalszych rozważaniach wejściem układu jest para zacisków na których może występować zarówno sygnał wejściowy, jak i wejściowy. Rozpatrywany 4-wielownik ma trzy niezależne wejścia, może więc być najwyżej 3-parobiegunnikiem.
Parametry zewnętrzne 3-parobiegunnika spełniają równania

$$U_i = Z_{ij} I_j \quad i, j = 1, 2, 3. \tag{1}$$

gdzie sumowanie odbywa się po wskaźnikach j dla każdego i. Zakładając, że $I_1 = I_4$ i $I_2 = I_3$ dochodzimy do układu trzech równań o dwóch niewiadomych, który (jak wiadomo) nie ma rozwiązania. Fakt ten należy interpretować ogólnie rzecz biorąc, jako niemożność skonstruowania układu o trzech niezależnych wejściach. Pozostaje więc możliwość wybrania z trzech równań po dwa na trzy różne sposoby. W ten sposób dochodzimy do trzech układów po dwa równania o dwóch niewiadomych, które określają relacje zachodzące między parametrami zewnętrznymi czwórnika (2-parobiegunnika). W tym sensie czwórnik jest szczególnym przypadkiem 4-wielownika.
Przystąpimy teraz do analizy 4-wielownika z uwzględnieniem jego struktury wewnętrznej używając do tego celu algebry liczb strukturalnych. Weźmy pod uwagę 4-wielownik obciążony jak na rys. 2.



Rys. 2

Dla 4-wielownika można określić transmitancje napięciowe i prądowe

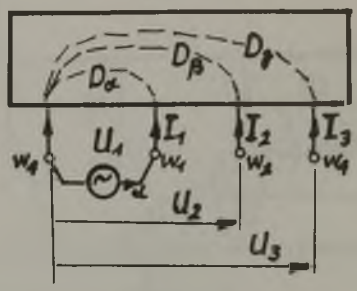
$$K_{u12} = \frac{U_2}{E}, \quad K_{i12} = \frac{I_2}{I_1},$$
$$K_{u13} = \frac{U_3}{E}, \quad K_{i13} = \frac{I_3}{I_1}. \tag{2}$$

Algebra liczb strukturalnych umożliwia obliczenie powyższych funkcji niezależnie od stopnia komplikacji struktury układu [1].

$$K_{u12} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \beta}\right)}{\underset{z}{\det} A} Z_\beta, \qquad K_{i12} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \beta}\right)}{\underset{z}{\det} \frac{\partial A}{\partial \alpha}}$$
$$K_{u13} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sin}}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \gamma}\right)}{\underset{z}{\det} A} Z_\gamma, \qquad K_{i13} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \gamma}\right)}{\underset{z}{\det} \frac{\partial A}{\partial \alpha}} \tag{3}$$

We wszystkich powyższych wzorach A jest liczbą strukturalną, dla której graf 4-wielownika jest przeciwobrazem, Z natomiast jest zbiorem impedancji 4-wielownika.

Rozpatrzmy następnie bieg jałowy 3-parobiegunnika (4-wielownika) zasilanego napięciem U_1.



Rys. 3

Wykorzystując algebrę liczb strukturalnych otrzymamy

$$K_{12} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha} D_\beta, A\right)}{\underset{z}{\det} A} \qquad (4)$$

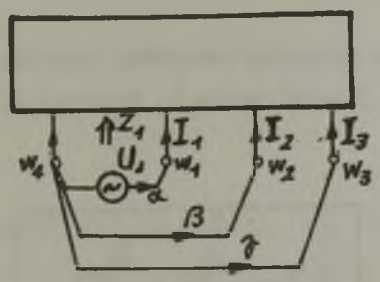
$$K_{13} = \frac{U_3}{U_1} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha} D_\gamma, A\right)}{\underset{z}{\det} A}$$

W powyższych wzorach A jest liczbą strukturalną, dla której graf 4-wielownika przedstawionego na rys. 3 jest przeciwobrazem D_β - liczba strukturalna jednowierszowa odpowiadająca dowolnej drodze łączącej wierzchołki W_4 i W_2 nie przechodzącej przez gałąź α, D_γ - odpowiadająca drodze łączącej wierzchołki W_4 i W_3 nie przechodzącej przez gałąź α.

Dla stanu zwarcia 3-parobiegunnika przyjmijmy oznaczenia jak na rys. 4.

Określmy transmitancje napięciowo prądowe jako

$$K_{\alpha\beta} = \frac{I_2}{U_1}, \quad K_{\alpha\gamma} = \frac{I_3}{U_1}. \qquad (5)$$



Rys. 4

Zachodzi [1]

$$\frac{U_1}{I_1} = Z_1 = \frac{\det_z A}{\det_z \frac{\partial A}{\partial \alpha}}.$$

Mamy więc

$$K_{\alpha\beta} = \frac{I_2}{I_1}\frac{1}{Z_1} = \frac{\operatorname{Sim}_z\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \beta}\right)}{\det_z \frac{\partial A}{\partial \alpha}} \frac{\det_z \frac{\partial A}{\partial \alpha}}{\det_z A} =$$

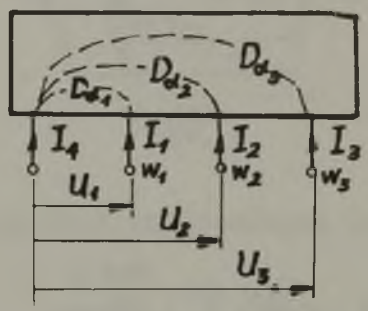
$$= \frac{\operatorname{Sim}_z\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \beta}\right)}{\det_z A}. \tag{6a}$$

Analogicznie otrzymamy

$$K = \frac{\operatorname{Sim}_z\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}, \frac{\partial A}{\partial \gamma}\right)}{\det_z A} \tag{6b}$$

We wzorach (6) A jest liczbą strukturalną, dla której graf 4-wielownika przedstawiony na rys. 4 jest przeciwobrazem.

Wyznaczymy następnie elementy macierzy impedancyjnej Z_{ij} 3-parobiegunnika biernego (4-wielownika). Przyjmijmy oznaczenia jak na rys. 5.



Rys. 5

Zapiszmy równania 3-parobiegunnika w postaci (1)

$$U_i = Z_{ij} I_j$$

Niech A będzie liczbą strukturalną, dla której graf 4-wielownika (rys. 5) jest przeciwobrazem. Obliczenia prowadzące do wyznaczenia impedancji Z_{ij} przeprowadzimy korzystając z wyników analizy biegu jałowego 3-parobiegunnika. Ponieważ struktura układu rozpatrywanego przy biegu jałowym różni się od tej podanej na rys. 5 o jedną gałąź włączoną między węzłami $W_4 - W_i$ gdzie $i = 1,2,3$, należy więc również uwzględnić różnice występujące w liczbach strukturalnych.

Weźmy w tym celu graf Γ z rys. 5, który jest przeciwobrazem liczby strukturalnej A. Dołączmy do węzła W_4 gałąź α. Jak wiadomo liczba strukturalna opisująca nową strukturę układu z dołączoną gałęzią nie ulega zmianie. Dokonajmy następnie zwarcia drugiego węzła gałęzi α z węzłem W_i. Liczba strukturalna, której przeciwobrazem jest nowo otrzymany graf (rys. 3) na postać

$$\tilde{A} = A\left[\alpha\beta_1 \;\; \beta_2 \cdots \beta_p\right] \tag{7}$$

a jej pochodna

$$\frac{\partial\tilde{A}}{\partial\alpha} = A \tag{8}$$

Wyznaczmy na wstępie impedancje wejściowe Z_{ii}. Zauważmy, że jeżeli $I_k = I_l = 0$ gdzie $k, l = i$, a więc wtedy kiedy występuje bieg jałowy

$$Z_{ii} = \frac{U_i}{I_i}. \tag{9}$$

Zachodzi (wzór 5 - 2, [1])

$$Z_{ii} = \frac{\det\limits_z \tilde{A}}{\det\limits_z \frac{\partial\tilde{A}}{\partial\alpha_i}} \quad \text{gdzie } i = 1, 2, 3. \tag{10}$$

Po podstawieniu (7) i (8) do (10) otrzymamy

$$Z_{ii} = \frac{\det\limits_z A\left[\alpha\beta_1 \;\; \beta_2 \cdots \beta_{p_i}\right]}{\det\limits_z A}.$$

Ponieważ założyliśmy, że $Z_\alpha \in Z$ i $Z_\alpha = 0$ wzór ten przyjmuje postać

$$Z_{ii} = \frac{\det\limits_z AD_{\alpha i}}{\det\limits_z A}, \tag{11}$$

gdzie $D_{\alpha i} = \left[\beta_1, \beta_2 \cdots \beta_{p_i}\right]$ jest liczbą strukturalną odpowiadającą drodze łączącej węzeł W_4 z W_i $i = 1, 2, 3$.

Wyznaczmy teraz impedancje wzajemne 3-parobiegunnika Z_{ij}. Zauważmy w tym celu, że jeżeli $I_i = I_k = 0$ gdzie $i, k \neq j$ a więc wtedy kiedy występuje bieg jałowy

$$Z_{ij} = \frac{U_i}{I_j}. \tag{12}$$

Przy biegu jałowym 3-parobiegunnika zasilanego napięciem U_j na mocy wzoru (4) mamy

$$\frac{U_i}{U_j} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \alpha_j} D_{\alpha_i}, \tilde{A}\right)}{\underset{z}{\det} A}$$

Po podstawieniu (7) i (8) otrzymamy

$$KU_{ij} = \frac{U_i}{U_j} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(AD_{\alpha_i}, AD_{\alpha_j}\right)}{\underset{z}{\det} AD_{\alpha_j}}. \tag{13}$$

Zachodzi ponadto

$$I_j = \frac{U_j}{Z_{jj}}.$$

Wzór (12) przyjmuje więc postać

$$Z_{ij} = \frac{U_i}{U_j} Z_{jj},$$

$$Z_{ij} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(AD_{\alpha_i}, AD_{\alpha_j}\right)}{\underset{z}{\det} A}. \tag{14}$$

Można zauważyć, że jeżeli $i = j$ to wzór (14) przechodzi w wzór (11) gdyż funkcja

$$\underset{z}{\mathrm{Sim}}\,(AD_{\alpha i}, AD_{\alpha i}) = \underset{z}{\det}\, AD_{\alpha i}.$$

Tak więc wzór (14) podaje najogólniejszy algorytm pozwalający wyznaczyć elementy Z_{ij} równań (1), które stanowią relacje zachodzące między parametrami zewnętrznymi 3-parobiegunnika. Algorytm ten oparty jest na liczbach strukturalnych, których to obraz lub przeciwobraz opisuje strukturę rozpatrywanego układu. Skonstruowany jest on bowiem w oparciu o definicje dwóch funkcji $\underset{z}{\det} A$ i $\underset{z}{\mathrm{Sim}}$ (A, B), które to jak wiadomo są określone na zbiorze impedancji gałęziowych $Z_k \in Z$ a konstrukcja których uzależniona jest od struktury układu. Tak przeprowadzona analiza 3-parobiegunnika ogranicza do minimum ilość przeprowadzonych operacji matematycznych. Nie jesteśmy bowiem zmuszeni do układania równań oczkowych lub węzłowych przy rozwiązaniu których, ogólnie rzecz biorąc wykonuje się o wiele więcej operacji matematycznych niż w metodzie podanej wyżej. Warto zauważyć, że wzór (14) obowiązuje dla N-parobiegunnika, a w szczególności dla czwórnika. Jeżeli chodzi o czwórnik, to wystarczy wyróżnić dwie pary zacisków 4-wielownika (wejście i wyjście) tj. przyjąć, że $I_1 = I_2$; $I_3 = I_4$.

2. Synteza 4-wielownika

Jak wiadomo z teorii układów pasywnych składających się z elementów R, L, C [2], warunkiem koniecznym i wystarczającym realizowalności 3-parobiegunnika jest aby macierz impedancyjna $[Z_{ij}]$ spełniała następujące warunki:

1) macierz impedancyjna $[Z_{ij}]$ jest macierzą rzeczywistą na osi rzeczywistej;

2) elementy macierzy impedancyjnej Z_{ij} są funkcjami analitycznymi w prawej półpłaszczyźnie;

3) część rzeczywista macierzy impedancyjnej jest pół określona dodatnio na osi urojonej;

4) bieguny urojone każdego elementu macierzy są pojedyncze oraz macierz residuów w każdym z tych biegunów jest macierzą hermitowską półokreśloną dodatnio.

Metody realizowalności macierzy impedancyjnych są znane [2] jednak pozbawione są one ogólności, gdyż nie uwzględniają syntezy strukturalnej. Pozbawione są więc narzędzia pozwalającego realizować optymalne struktury układów i optymalny dobór ich elementów. W zagadnieniach tych bardzo rzadko macierz impedancji jest ostatecznym celem. Zazwyczaj zadanie polega na zrealizowaniu takich transmitancji jak: rozwarciowa transmitancja napięciowa, impedancja wzajemna itp.

Dla przykładu przeprowadzimy syntezę 3-parobiegunnika biernego (4-wielownika) o zadanych transmitancjach napięciowych K_{u12}, K_{u13} (13). Z obserwacji mianowników tych transmitancji wynika, że są one identyczne. Ze względu na ogólny algorytm syntezy doprowadźmy funkcje transmitancji

$$K_{u12} = \frac{g_{\bar{m}_1} S^{\bar{m}_1} + g_{\bar{m}_1 - 1} S^{\bar{m}_1 - 1} + \ldots + g_1 S + g_{o,\bar{m}_1 \leqslant \bar{n}}}{d_{\bar{n}} S^{\bar{n}} + d_{\bar{n}-1} S^{\bar{n}-1} + \ldots + d_1 S + do} \tag{15}$$

$$K_{u13} = \frac{h_{\bar{m}2} S^{\bar{m}2} + \ldots + h_1 S + ho}{d_{\bar{n}} S^{\bar{n}} + \ldots + d_1 S + do}, \quad \bar{m}_2 \leqslant \bar{n} \tag{16}$$

gdzie: $\bar{m}_1 \leqslant \bar{n}$, $\bar{m}_2 \leqslant \bar{n}$
do postaci standartowej.

Pomnóżmy w tym celu liczniki i mianowniki (15), (16) przez S^{-1}. Otrzymamy

$$K_{u12} = \frac{g_{\bar{m}1} S^{\bar{m}_1-1} + \ldots + g_o S^{-1}}{d_{\bar{n}} S^{\bar{n}-1} + \ldots + d_o S^{-1}} = \frac{b_{n+1} S^{n+1} + \ldots + b_{n-1} S^{-n-1}}{a_{n+1} S^{n+1} + \ldots + a_{-n-1} S^{-n-1}} \tag{17}$$

$$K_{u13} = \frac{h_{\bar{m}2} S^{\bar{m}_2-1} + \ldots + h_o S^{-1}}{d_{\bar{n}} S^{\bar{n}-1} + \ldots d_o S^{-1}} = \frac{C_{n+1} S^{n+1} + \ldots + C_{-n-1} S^{-n-1}}{a_{n+1} S^{n+1} + \ldots + a_{-n-1} S^{-n-1}} \tag{18}$$

Funkcje (17) i (18) będziemy nazywali transmitancją standartową. W transmitancjach tych niektóre współczynniki a_i, b_i i C_i mogą być równe zeru.

Niech spełnione będą warunki

$$g_{\bar{m}_1}, \; h_{\bar{m}_2} \neq 0 \quad i \quad d_{\bar{n}} \neq 0.$$

Załóżmy ponadto ogólnie, że

$$g_o = g_1 = \ldots = g_{v_1-1} = 0, \quad g_{v_1} \neq 0;$$

$$h_o = h_1 = \ldots = h_{v_2-1} = 0, \quad h_{v_2} \neq 0;$$

Z obserwacji liczników i mianowników funkcji transmitancji wynika

$$1 + n \geqslant \bar{m}_1 - 1; \quad 1 + n \geqslant 1 - V_1;$$

$$1 + n \geqslant \bar{m}_2 - 1; \quad 1 + n \geqslant 1 - V_2;$$

$$1 + n \geqslant \bar{n} - 1; \quad 1 + n \geqslant 1.$$

Powinna być zatem spełniona nierówność

$$n \geqslant \mathrm{Max}\left\{(\bar{m}_1 - l - 1),\ (\bar{m}_2 - l - 1),\ (\bar{n} - l - 1),\ (l - V_1 - 1),\ (l - V_2 - 1),\ (l - 1)\right\}.$$

Powyższe wyrażenie uzyskuje wartość minimalną

$$n_{min} = \min_{l} \mathrm{Max}\left\{(\bar{m}_1 - l - 1),\ (\bar{m}_2 - l - 1),\ (\bar{n} - l - 1),\ (l - V_1 - 1),\ (l - V_2 - 1),\ (l - 1)\right\}$$

gdy

$$\bar{n} - l - 1 = l - 1.$$

Oznaczając przez lo takie l przy którym n jest minimalne otrzymamy

$$l_o = \frac{\bar{n}}{2},$$

Oczywiście lo musi być liczba całkowitą

$$l_o = E\left(\frac{\bar{n}}{2}\right) \tag{19}$$

otrzymamy więc

$$n_{min} = E\left(\frac{\bar{n}}{2}\right) - 1.$$

Ponieważ stopień mianowników transmitancji standartowych musi być równy liczbie czynników występujących w każdym wyrazie det AD, a z drugiej strony liczba ta jest równa liczbie m+1 z czynników pierwszych na które rozkłada się AD

$$A = P_1\ P_2 \ldots P_m$$

zatem na mocy tw2 - 13 [1] wnioskujemy, że n jest równe liczbie cyklomatycznej grafu realizującego zadane transmitancje 4-wielownika tzn. $n = \eta$. Wykazaliśmy więc następujące

Twierdzenie 1

Graf realizujący zadane transmitancje napięciowe 4-wielownika K_{u12}, K_{u13}, których stopnie liczników wynoszą $\bar{m}_1$ i $\bar{m}_2$ a mianowników $\bar{n}$, ma liczbę cyklomatyczną η nie mniejszą od

$$\eta_{min} = E(\frac{\bar{n}}{2}) - 1 \tag{20}$$

Udowodnione twierdzenie może być wykorzystane przy syntezie 4-wielowników metodą liczb strukturalnych, gdyż orientuje nas, jakie grafy realizują zadane funkcje transmitancji.

Zastanówmy się teraz nad optymalizacją układu ze względu na liczbę gałęzi. Załóżmy, że każda gałąź 4-wielownika jest szeregowym połączeniem opornika, cewki i kondensatora.

Wobec tego impedancja Z_i dowolnej gałęzi wyrazi się wzorem

$$Z_i = SL_i + R_i + S^{-1} C_i^{-1} \tag{21}$$

Wprowadzimy następujące oznaczenia:

b - liczba gałęzi grafu

w - liczba węzłów grafu

η - liczba cyklomatyczna grafu.

Zgodnie z charakterystyką Eulera

$$b - w + 1 = \eta \tag{22}$$

Ze względu na to, że stopień det AD jest równy n + 1 otrzymujemy

$$\eta = n \quad \text{oraz} \quad b - w + 1 = n \tag{23}$$

Ponieważ liczba równań, które można ułożyć dla określenia elementów układu jest równa liczbie współczynników funkcji wymiernych (18) i (17) tzn.

$$(2n + 3) + (2n + 3) + (2n + 3) = 6n + 9$$

a liczba niewiadomych elementów wynosi 3b, zatem musi być spełniona następująca nierówność

$$3b \geqslant 6\,n + 9,$$

czyli

$$b \geqslant 2\,n + 3. \tag{24}$$

Uwzględniając powyższą nierówność w równaniu (23) otrzymamy

$$w \geqslant n + 4 \tag{25}$$

<u>Twierdzenie 2</u>

Liczba gałęzi grafu realizującego zadane transmitancje (17)(18) 4-wielownika wyraża się wzorem

$$b = 2n + 3 + k \quad , k = 0, 1, 2,... \tag{26}$$

<u>Twierdzenie 3</u>

Liczba węzłów grafu realizującego zadane transmitancje (17), (18) 4-wielownika wyraża się wzorem

$$w = n + 4 + k; \quad k = 0, 1, 2, ... \tag{27}$$

Powyższe twierdzenie można wykorzystać przy optymalizacji struktur grafów realizujących zadane transmitancje 4-wielownika. Przyjmując we wzorze (26) $k = 0$ otrzymamy minimalną liczbę gałęzi grafu

realizującego zadane transmitancje 4-wielownika. Założenie takie nie zawsze jest opłacalne, gdyż przy $k > 0$ problem syntezy sprowadza się do rozwiązania układu równań o większej liczbie niewiadomych niż równań, które to jak wiadomo nie jest jednoznaczne ale pozwala na realizację dodatkowych kryteriów odnośnie elementów układu.

Najbardziej ogólne postępowanie przy przeprowadzeniu syntezy na maszynie cyfrowej da się ująć w niżej podane punkty:

1° Zakładamy, że liczba czynników pierwszych liczby strukturalnej A jest równa $m = n + 3$ i rozważmy zbiór gałęzi

$$B = \{1, 2, \ldots, b\}; \quad b = m + n$$

w oparciu o który, zgodnie z poprzednio ustalonym programem, maszyna cyfrowa generuje wszystkie możliwe liczby strukturalne

$$A_i = P_1^i P_2^i \ldots P_m^i \quad i = 1, 2, 3, \ldots$$

spełniające warunki realizacji

$$P_k^i \neq P_l^i, \quad k, l = 1, 2, \ldots, m, \quad (k \neq l);$$

$$P_k^i \neq \sum_l P_l^i \quad k = 1, 2, \ldots, m, \quad (k \neq l);$$

zapewniające, że $A_i \neq 0$ i prowadzące do grafów mocno spójnych. Ponadto należy założyć, że każdy czynnik P_k^i zawiera co najmniej dwa elementy.

2° Obliczamy liczby strukturalne dopełniające

$$A_1^d, A_2^d, \ldots, A_i^d, \ldots$$

3° W obrazie każdej liczby strukturalnej A_i wybieramy cztery węzły jako zaciski, tworząc w ten sposób zbiór 4-wielowników opisywanych przez liczbę A_i. Dla każdego 4-wielownika wybieramy trzy drogi, którym odpowiadają liczby strukturalne jednowierszowe

$$D_{\alpha_1}, \quad D_{\alpha_2}, \quad D_{\alpha_3}.$$

4° Obliczamy iloczyny

$$A_i^d D_{\alpha_1}, \quad A_i^d D_{\alpha_2}, \quad A_i^d D_{\alpha_3} \qquad i = 1, 2, \ldots$$

5° Wyznaczamy funkcje wyznacznikowe

$$\det_z A_i^d D_{\alpha_k}, \quad i = 1, 2, \ldots; \quad k = 1, 2, 3.$$

6° Wyznaczamy funkcje jednoczesności

$$\operatorname{Sim}_z (A_i^d D_{\alpha_j}, \; A_i^d D_{\alpha_k}).$$

7° Obliczamy elementy 4-wielownika z układu równań, otrzymanego z porównania współczynników funkcji wymiernych

$$K_{u12} = \frac{N_1(S)}{M(S)} = \frac{\operatorname{Sim}_z (A^d D_{\alpha_2}, A^d D_{\alpha_1})}{\det A^d D_{\alpha_1}},$$

$$K_{u13} = \frac{N_2(S)}{M(S)} = \frac{\operatorname{Sim}_z (A^d D_{\alpha_3}, A^d D_{\alpha_1})}{\det_z A^d D_{\alpha_1}}$$

Równania te mają następującą postać

$$f_{n+1}(R_1,\ldots,L_1,\ldots,C_1,\ldots) = a_{n+1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f_{-n-1}(R_1,\ldots,L_1,\ldots,C_1,\ldots) = a_{-n-1}$$

$$\varphi_{n+1}(R_1,\ldots,L_1,\ldots,C_1,\ldots) = b_{n+1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\varphi_{-n-1}(R_1,\ldots,L_1,\ldots,C_1,\ldots) = b_{-n-1}$$

$$\psi_{n+1}(R_1,\ldots,L_1,\ldots,C_1,\ldots) = C_{n+1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\psi_{-n-1}(R_1,\ldots,L_1,\ldots,C_1,\ldots) = C_{-n-1}$$

Funkcje f_k, φ_k i ψ_k są sumami iloczynów

$$R_{\alpha_1} \ldots R_{\alpha_n} L_{\alpha_1} \ldots L_{\alpha_1} C_{\alpha_1} \ldots C_{\alpha_i}.$$

Gdy powyższy układ równań ma więcej niewiadomych niż równań możemy żądać spełnienia dodatkowych warunków. Można np. chcieć aby niektóre elementy L zerowały się lub aby zachodziła równość pewnych elementów L itp.

LITERATURA

[1] Bellert S., Woźniacki H.: Analiza i synteza układów Elektrycznych metodą liczb strukturalnych, Warszawa 1969.

[2] Guillemin E.A.: Synthesis of Passive Networks, New York 1957.

[3] Kendall L.Su.: Teoria układów aktywnych, Warszawa 1969.

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКА МЕТОДОМ СТРУКТУРНЫХ ЧИСЕЛ

Р е з ю м е

В работе представлен анализ и синтез трёх - паро - полюсника в качестве четырёхполюсника. Используя алгебру структурных чисел определено общий алгоритм, разрешающий вычислить элементы матрицы сопротивления. Во второй части указаны три теоремы, которые определяют какие графы реализируют заданные виды напряжений передаточной функции.

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF PASSIVE FOUR-POLE
WITH METHOD OF STRUCTURAL NUMBERS

S u m m a r y

In this paper analysis and synthesis of a three-couple-pole as a four-pole have beenmade.

Basing upon the algebra of structural numbers, there has been obtained the general algorithm for calculation of impedance matrix's elements.

In second part there have been proved three theorems which define what graphs realize the giben functions of voltage transmittance.