ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Górnictwo z. 58 Nr kol. 399

Jan Palarski

OBLICZENIE LICZBY WYMIAN RUR PODSADZKOWYCH W OPARCIU O MATEMATYCZNY MODEL ICH ŻYWOTNOŚCI

Streszczenie. W pracy podano wzór pozwalający znaleźć zapasową liczbę rur podsadzkowych niezbędnych dla ciągłej pracy instalacji podsadzkowej.

Posługując się wyprowadzonym równaniem, można obliczyć liczbę wymian rur w pewnym okresie czasu, znając średni czas pracy do momentu zużycia oraz wariancję "czasu życia".

1. Wstęp

Prowadzone od wielu lat badania nad żywotnością rur podsadzkowych wykazały, że ścieralność rurociągów zależy od szeregu parametrów. Do najważniejszych z nich należą [1]:
- prędkość robocza przepływu mieszaniny podsadzkowej,
- rodzaj materiału podsadzkowego,
- zagęszczenie mieszaniny podsadzkowej,
- kąt nachylenia rurociągu.

Rury podsadzkowe ulegają zużyciu wskutek erozyjnego działania cząstek mieszaniny podsadzkowej na ich ścianki. Intensywne zużywanie się rur pociąga za sobą konieczność częstej ich wymiany, a to związane jest ze zwiększaniem pracochłonności i kosztów podsadzki.

Dotychczas przy ustalaniu liczby wymian rur podsadzkowych kierowano się zapotrzebowaniem na materiał podsadzkowy oraz ilością materiału podsadzkowego powodującą ich zużycie. W tym opracowaniu przyjęto do dalszych rozważań nie ilości materiału podsadzkowego a wymagany (rozważany) czas pracy instalacji podsadzkowej i średni czas "życia rur", czyli średni czas pracy od momentu zainstalowania do chwili zużycia.

Takie podejście do zagadnienia podyktowane jest prostotą rozważań teoretycznych oraz dużym ułatwieniem przy planowaniu zapasów rur podsadzkowych w kopalni.

2. Ujęcie matematyczne

Rury podsadzkowe w czasie pracy ulegają zużyciu wskutek erozyjnego działania cząstek ciał stałych mieszaniny podsadzkowej na ich ścianki, zarówno przy podsadzaniu hydraulicznym jak i pneumatycznym.

Zużyte rury wymienia się lub, używając terminologii z teorii niezawodności, poddaje odnowie. W dalszej analizie nie będzie istotne, w jaki sposób zachodzi odnowa i przyjmować będziemy, że zużyta rura zostaje zastąpiona nową w czasie pomijalnie małym w porównaniu z czasem jej pracy. Załóżmy, że rura podsadzkowa będąca elementem rurociągu podsadzkowego znajdującego się w pewnej stałej strefie zużycia, np.: szybie, oddziale, przodku, pracuje od chwili t_o. Po przepracowaniu czasu τ_1, którego długość jest zmienną losową, ulega przetarciu. Wtedy zostaje zastąpiona nową, która po przepracowaniu czasu τ_2 również ulega uszkodzeniu i zostaje zastąpiona następną.
Jest oczywiste założenie, że czasy pracy rur podsadzkowych do uszkodzenia ("czasy życia") $\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n$ są zmiennymi losowymi niezależnymi. Wtedy zmienne losowe $\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n$ mają ten sam rozkład równy

$$R(t) = P\left\{\tau_n < t\right\}. \tag{1}$$

Załóżmy jeszcze, że średni "czas życia" rury podsadzkowej i wariancja są skończone oraz że istnieje ciągła gęstość rozkładu, czyli:

$$T = E(\tau_n) = \int_0^\infty \left[1 - R(t)\right]dt \tag{2}$$

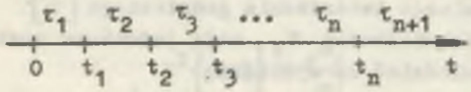
$$\sigma^2 = D^2(\tau_n) = 2\int_0^\infty t\left[1 - R(t)\right]dt - T^2 \tag{3}$$

$$\bar{r}(x) = R'(x) \tag{4}$$

Chcąc ustalić liczbę wymian rur $\gamma(t)$ do chwili t np.: w okresie prowadzenia ściany, pracy instalacji itp., należy znać rozkład tej wielkości.

2.1. Rozkład liczby wymian $\gamma(t)$

Chwile, w których następuje wymiana rur podsadzkowych $t_1 = \tau_1$, $t_2 = \tau_1 + \tau_2$, ... $t_n = \tau_1 + \tau_2 + \dots \tau_n$, ... (rys. 1) przedstawiają losowy strumień, który można nazwać procesem odnowy [4] lub wymiany.



Rys. 1

Zauważamy, że wielkość $\gamma(t)$ może przyjmować tylko wartości całkowite nieujemne oraz, że

$$P\left\{\gamma(t) \geqslant n\right\} = P\left\{t_n < t\right\}. \tag{5}$$

Znając rozkłady zmiennych losowych niezależnych $\tau_1, \tau_2 \ldots \tau_n$ można wyznaczyć rozkład zmiennej $t_n = \tau_1 + \tau_2 + \ldots \tau_n$

$$P\left\{\gamma(t) \geqslant n\right\} = P\left\{t_n < t\right\} = P\left\{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \ldots \tau_n < t\right\} = R_n(t) \tag{6}$$

Funkcje $R_n(t)$ będące funkcjami rozkładu zmiennych losowych t_n można określić następująco [3]:

$$R_n(t) = \int_0^t R_{n-1}(t - \tau)\,dR(\tau) \quad R_1(t) = R(t). \tag{7}$$

Z równości (6) wynika że

$$P_n(t) = P\left\{\gamma(t) = n\right\} = R_n(t) - R_{n+1}(t) \tag{8}$$

i dla przypadku szczególnego (brak wymian)

$$P_o(t) = 1 - R(t).$$

Podane wzory określają nam poszukiwany rozkład $\gamma(t)$.

2.2. Zachowanie się procesu wymiany

W rozważaniach praktycznych nad gospodarką rurami podsadzkowymi w kopalni podstawowe znaczenie ma badanie wymian (planowanie zapasów) dla bardzo długiego okresu czasu t, ponieważ instalacja podsadzkowa pracuje w kopalni przez kilka lub kilkanaście lat. Ponadto interesuje nas często realizacja procesu w interwałach poprzedzonych dużą liczbą wymian. Powinniśmy więc badać asymptotyczne zachowanie się omawianego procesu i jego charakterystyki dla $t \to \infty$.

Zbadajmy więc asymptotyczne zachowanie się liczby wymian rur podsadzkowych w czasie t (wraz ze wzrostem czasu).

Korzystając z centralnego twierdzenia granicznego [2] oraz przyjętych wcześniej założeń, że wielkości τ_i mają jednakowe rozkłady i skończone wariancje, można powiedzieć że wyrażenie

$$\xi_n = \frac{\tau_1 + \ldots + \tau_n - nT}{n} \tag{9}$$

jest zbieżne dla $n \to \infty$ do zmiennej losowej ξ o rozkładzie normalnym o średniej zero i odchyleniu średnim równym jedności.
Załóżmy, że $t \to \infty$ a

$$n = \frac{t}{T} + k_n \sqrt{t} \tag{10}$$

gdzie $k_n \to k$ (k - dowolnie wybrana liczba), a k_n dobiera się tak, aby $k_n \to k$ i n było całkowite.
Wykorzystując związek (9) i (10) równanie (6) można napisać w postaci

$$P\left\{\frac{\vartheta(t) - \frac{t}{T}}{\sqrt{t}} \geqslant k_n\right\} = P\left\{\xi_n < \frac{Tk_n\sqrt{t}}{6\sqrt{\frac{t}{T} + k_n\sqrt{t}}}\right\} \tag{11}$$

przechodząc do granicy mamy:

$$\lim_{t\to\infty} P\left\{\frac{\vartheta(t) - \frac{t}{T}}{\sqrt{t}} > k_n\right\} = P\left\{\xi < -\frac{T\sqrt{T}\,k}{6}\right\} \tag{12}$$

Podstawiając za

$$\frac{T^{\frac{3}{2}}k}{6} = x$$

mamy

$$\lim_{t\to\infty} P\left\{\frac{\vartheta t - \frac{t}{T}}{\frac{6\sqrt{t}}{T^{3/2}}} \geqslant x\right\} = P\left\{\xi < -x\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt \tag{13}$$

Czyli liczba wymian zużytych rur podsadzkowych ma rozkład asymptotycznie normalny o średniej

$$E\left\{\vartheta(t)\right\} \approx \frac{t}{T}$$

i wariancji

$$D^2\left\{\gamma(t)\right\} \approx \frac{\sigma^2 t}{T^3}.$$

Z równania (13) można teraz wywnioskować, że z prawdopodobieństwem $(1-\alpha)$ liczba wymian (przetarć) rurociągu w długim odcinku czasu $(0, t)$ będzie zawarta w granicach

$$\frac{t}{T} - U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma\sqrt{t}}{T\sqrt{T}} < \gamma(t) < \frac{t}{T} + U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma\sqrt{t}}{T\sqrt{T}}, \tag{14}$$

gdzie $U_{\frac{\alpha}{2}}$ odczytuje się z tablic rozkładu normalnego z warunku

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_{\frac{\alpha}{2}}}^{U_{\frac{\alpha}{2}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1 - \alpha. \tag{15}$$

3. Możliwości zastosowania w praktyce

Wyprowadzone równanie (14) można zastosować w rozważaniach praktycznych dotyczących gospodarki rurociągami w kopalni. Bardzo często spotykamy się z następującym problemem: - przy planowaniu dostaw zapasowych rur podsadzkowych niezbędnych dla utrzymania ciągłej pracy instalacji w okresie czasu t należy oszacować z pewną wiarygodnością np. 0,95 ich liczbę znając średni "czas życia" T oraz wariancję σ^2.
W tego typu obliczeniach wymaga się tylko oszacowania jednostronnego więc wzór (14) ma postać

$$\gamma(t) < \frac{t}{T} + U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma\sqrt{t}}{T\sqrt{T}}, \tag{16}$$

gdzie $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$ dla prawdopodobieństwa 0,95 (tablice rozkładu normalnego).

Dla zobrazowania tej metody podany zostanie przykład zaczerpnięty z obserwacji prowadzonych nad żywotnością rur podsadzkowych przy podsadzaniu pneumatycznym [6].

W chodniku nadścianowym ściany S o długości 120 m pracuje podsadzarka niskociśnieniowa. Rurociąg podsadzkowy stalowy składa się z dwumetrowych odcinków rur łączonych szybkołączami klinowymi typu "Wałbrzych" i zakończony jest deflektorem, za pomocą którego strumień podsadzki kierowany jest do podsadzanej przestrzeni. Odcinki rurociągu usytuowane w chodniku nadścianowym i w ścianie połączone są kolanem 90^o.

Zgodnie z planem przewiduje się, że podsadzanie w czasie prowadzenia ściany S będzie trwało 6400 godz. Na podstawie prowadzonych obserwacji ustalono, że w podobnych warunkach i dla tego samego materiału podsadzkowego średni "czas życia" kolan (bez wkładek wymiennych) wynosi 400 godzin a wariancja "czasu życia" 4900 $(\text{godzin})^2$.
Wariancje obliczono ze wzoru:

$$\sigma^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^{N}(\tau_i - \bar{\tau})^2}{N-1},$$

gdzie τ_i czas życia i-tego kolana podsadzkowego 90^o

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\tau_i}{N}$$

N - liczba kolan użytych w obserwacjach.
Należy znaleźć z wiarygodnością 0,95 zapasową liczbę kolan podsadzkowych, aby uniknąć przerw w procesie podsadzania spowodowanych ich brakiem w przypadku zużycia kolana pracującego.

Przeprowadźmy obliczenia zgodnie z podanym wzorem (16)

$$\gamma(t) = \frac{t}{T} + U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma\sqrt{t}}{T\sqrt{T}} = \frac{6400}{400} + 1{,}96\,\frac{70\sqrt{6400}}{(400)^{3/2}} \approx 18.,$$

Jak więc widać, podany wzór w prosty sposób pozwala obliczyć zapasową liczbę dowolnych elementów rurociągów podsadzkowych.

4. Zakończenie

Wyprowadzony wzór (16) na znalezienie liczby wymian rur, kolan trójników, itp. w instalacjach podsadzkowych może mieć zastosowanie przy prowadzeniu gospodarki rurociągami w kopalni.
Podane równanie (16) można stosować znając średni "czas życia" rur podsadzkowych oraz wariancje "czasu życia". Wielkości te ustala się na podstawie pomiarów laboratoryjnych lub bezpośrednich obserwacji ścieralności rur na dole w różnych warunkach eksploatacyjnych.

Podana metoda obliczania zapasowej liczby rur podsadzkowych ma tę dodatkowł zaletę, że można wyprowadzonym wzorem przeprowadzać obliczenia dla dowolnych rur podsadzkowych, zarówno przy podsadzaniu hydraulicznym jak i pneumatycznym, uwzględniając zmienne warunki ich pracy.

LITERATURA

1. M. Krysik: Warunki eksploatacji instalacji podsadzki hydraulicznej głębokich kopalń w świetle przeprowadzonych badań. Praca doktorska - Politechnika Śląska 1970.
2. M. Fisz: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1967.
3. Goddard: Metody matematyczne w badaniach operacyjnych. PWN, Warszawa 1966.
4. W. Smit: Teoria Wostanowlienia. "Matiematika" 5, 3, 1961.
5. B. Gniedenko: Matematiczeskie metody w teorii nadieżnosti. Nauka, Moskwa 1965.
6. J. Palarski: Matematyczny model układu podsadzki pneumatycznej. Instytut Techniki Eksploatacji Złóż (w opracow.).

РАСЧЁТ ЧИСЛА ОБМЕНА ЗАКЛАДОЧНЫХ ТРУБ
НА БАЗЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАДЁЖНОСТИ

Р е з ю м е

В работе подана формула, дающая возможность найти запасное число закладочных труб, необходимых для непрерывной работы закладки.

Пользуясь полученным уравнением, можно подсчитать количество обмена труб за определённое время, зная среднее время работы до момента износа труб, а также вариации работоспособности.

CALCULATION OF THE NUMBER OF REPLACEMENTS OF STOWING PIPES, BASING ON THE MATHEMATICAL MODEL OF THEIR LIFE-PERIOD

S u m m a r y

In the paper there has been presented a formula which makes it possible to determine the spare number of stowing pipes that are indispensable for a gobbing installation to work in continuity.

The number of pipe replacements can be calculated for a certain period of time, using the extracted equation and knowing the mean service-life of the pipes up to the time of their wear, as well as the variance of their life-period.