

Bolesław Kiczma

Katedra Elektrotechniki
Wyższa Szkoła Pedagogiczna
w OpoluPOMIAR NATĘŻENIA PRĄDU ELEKTRYCZNEGO
PRZY WYKORZYSTANIU ZJAWISKA JĄDROWEGO REZONANSU MAGNETYCZNEGO¹⁾

Streszczenie. W artykule przedstawiono zasadę pomiaru wartości prądu elektrycznego przy zastosowaniu magnetometru autodyfuzyjnego NMR. Przeprowadzono analizę błędów przyrządów do pomiaru natężenia prądu.

1. Podstawy fizyczne zjawiska jądrowego rezonansu magnetycznego²⁾

Pojedyncze jądro o spinie \vec{I} i momencie magnetycznym dipolowym $\vec{\mu} = g \cdot \mu_n \cdot \vec{I}$ umieszczone w zewnętrznym polu magnetycznym \vec{B} precesuje wokół kierunku pola z prędkością kątową Larmora:

$$\omega_0 = \gamma \cdot B, \quad (1)$$

gdzie

$\gamma = \frac{g \cdot \mu_n}{\hbar}$ - jest współczynnikiem gironagnetycznym jądra,

g - jądrowy czynnik Landego,

μ_n - jądrowa jednostaka krętu - magneton jądrowy.

Ruch wektora $\vec{\mu}$ opisuje równanie Blocha (rys. 1)

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma (\vec{\mu} \times \vec{B}). \quad (2)$$

Rys. 1. Elementarny dipol magnetyczny w zewnętrznym polu magnetycznym

W przypadku próbki zawierającej większą liczbę jąder, ulega ona w polu magnetycznym \vec{B} pola-

¹⁾ w jęz. angielskim: Nuclear Magnetic Resonance (NMR),
w jęz. rosyjskim: Ядерный Магнитный Резонанс (ЯМР).

²⁾ Dokładniejszy opis zjawiska zawarty jest w monografiach: [1], [2], [3].

ryzacji magnetycznej. Wektor magnetyzacji jądrowej (moment magnetyczny na jednostkę objętości) równa się:

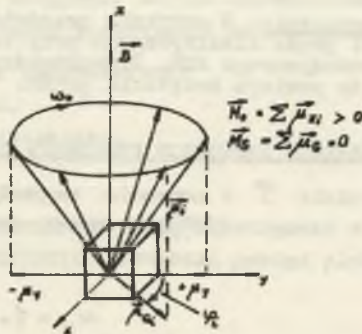
$$\vec{M}_0 = \frac{\chi_0}{\mu_0} \vec{B}, \quad (3)$$

gdzie

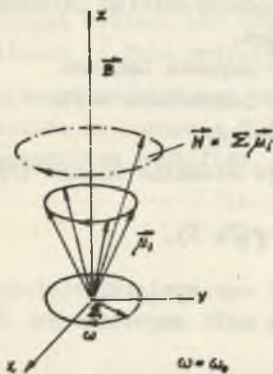
χ_0 - statyczna jądrowa podatność magnetyczna,

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni.

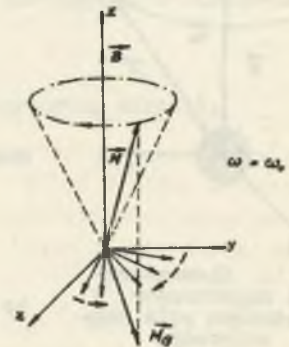
Cechą charakterystyczną jąder zawartych w próbce jest przypadkowość faz ϕ_i (rys. 2) poszczególnych momentów magnetycznych $\vec{\mu}_i$ wirujących z prędkością kątową ω_0 . W związku z tym moment magnetyczny próbki \vec{M}_G w płaszczyźnie prostopadłej do pola magnetycznego \vec{B} jest równy zero.



Rys. 2. Wzajemne złożenie momentów magnetycznych jąder



Rys. 3. Synchronizacja momentów magnetycznych za pomocą pola w.cz. o częstotliwości rezonansowej



Rys. 4. Powstanie momentu \vec{M}_G przy $\omega = \omega_0$

Jeżeli na układ spinów oprócz pola stałego \vec{B} działa prostopadłe do niego pole \vec{B}_1 wirujące z prędkością kątową ω (rys. 3), to przy spełnieniu warunku $\omega = \omega_0 = \gamma \cdot B$ powstanie wypadkowy moment magnetyczny \vec{M} nie ruchomy względem pola \vec{B}_1 - w tym przypadku $M_G > 0$ (rys. 4). Uzgodnienie fazy poszczególnych momentów magnetycznych nie następuje natychmiast, po osiągnięciu warunku rezonansu lecz po pewnym czasie. Czas pojawienia się składowej prostopadłej \vec{M}_G określa czas relaksacji poprzecznej T_2 . Prędkość narastania momentu magnetycznego po przyłożeniu pola magnetycznego \vec{B} określa czas relaksacji podłużnej T_1 .

Ruch wektora \vec{M} opisuje ogólne równanie Blocha:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{B}_w) - \vec{i} \frac{M_x}{T_2} - \vec{j} \frac{M_y}{T_2} - \vec{k} \frac{M_z - M_0}{T_1}, \quad (4)$$

gdzie

- \vec{M} - wypadkowy wektor magnetyzacji,
- \vec{B}_w - wektor indukcji pola wypadkowego,
- $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - wektory jednostkowe,
- T_1 - czas relaksacji podłużnej,
- T_2 - czas relaksacji poprzecznej,
- M_x, M_y, M_z - rzuty wektora \vec{M} na odpowiednie osie.

Wirujące pole magnetyczne można wytworzyć za pomocą dwóch cewek o ośiach skrzyżowanych pod kątem prostym, w których płyną prądy o częstotliwościach $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ przesunięte w fazie o 90° . W technice NMR na ogół nie stosuje się pól wirujących. Do wywołania zjawiska NMR wystarczy pole zmienne wytworzone przez jedną cewkę o osi w płaszczyźnie XOY. Każde pole zmienne np. $\vec{B}_y = 2B_1 \cos \omega t$ można rozłożyć na dwa pola wirujące kołowe w płaszczyźnie XOY w kierunkach przeciwnych. Jedno z tych pól wywołuje zjawisko rezonansu. Drugie pole wirujące w stronę przeciwną nie wywiera praktycznie żadnego wpływu na układ momentów magnetycznych jąder.

Proces wytwarzania wektora magnetyzacji jest związany z pochłanianiem energii. Wirujący układ spinów pobiera energię z pola magnetycznego zmiennego wytworzonego przez cewkę. Krzywa absorpcji energii ma charakter rezonansowy. Kształt krzywej rezonansowej w funkcji $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ można otrzymać na drodze analitycznej. Wypadkowe pole magnetyczne \vec{B}_w działające na układ spinów próbki określone równaniem

$$\vec{B}_w = \vec{j} 2B_1 \cos \omega t + \vec{k} B \quad (5)$$

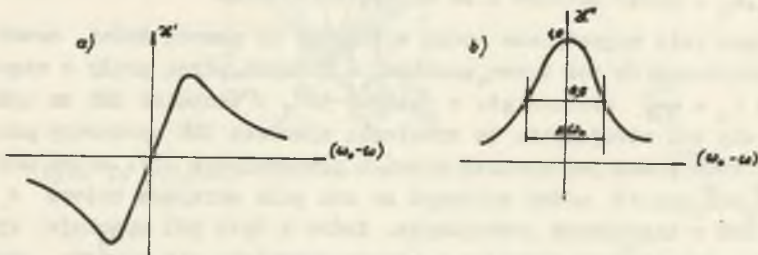
powoduje powstanie składowych wektora magnetyzacji M_x oraz M_y , których wartość jest funkcją czasu (pole zmienne) oraz różnicy częstotliwości $\Delta\omega$. Przy zmiennym polu magnetycznym podatność magnetyczna ma postać zespoloną:

$$\chi = \mu_0 \left(\frac{M_y + j M_x}{B_y} \right) = \chi' + j\chi'' \quad (6)$$

Rozwiązując równanie (4) z uwzględnieniem (5) oraz (6) otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{\gamma_0}{2} \omega_0 T_2 \frac{(\Delta\omega) T_2}{1 + (\Delta\omega)^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \\ x'' &= \frac{\gamma_0}{2} \omega_0 T_2 \frac{1}{1 + (\Delta\omega)^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Można udowodnić [3], że w przypadku cewki zawierającej wewnątrz badaną próbkę i zasilaniu jej prądem o częstotliwości $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (impedancja cewki przy pominięciu rezystancji uzwojenia) zawiera część rzeczywistą (x'') oraz część urojoną (x'). W związku z tym wykres funkcji $x'' = f(\Delta\omega)$ nosi nazwę krzywej absorpcji. Natomiast funkcja $x' = f(\Delta\omega)$ jest związana z indukcyjnością własną cewki - jej wykres nosi nazwę krzywej dyspersji. Kształt krzywych przedstawiono na rys. 5. W przypadku próbki umieszczonej w niejednorodnym polu magnetycznym, absorpcja energii w różnych punktach jest różna, różne są też prędkości kątowe poszczególnych spinów. Jest to przyczyną powstawania szumów w układzie detekcji sygnału absorpcji.



Rys. 5. Kształt sygnału rezonansowego:
a - dyspersja, b - absorpcja

2. Zasada działania i budowa magnetometru autodynego NMR

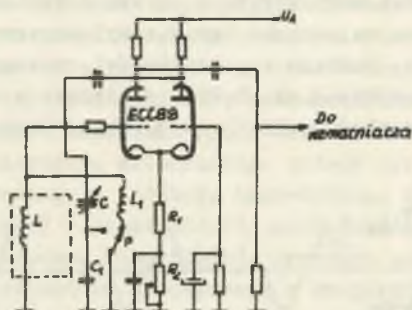
Zasada działania magnetometru autodynego NMR zostanie omówiona w oparciu o układ magnetometru MJ-104 [4] opracowanego w Instytucie Fizyki PAN w Warszawie.

Układ połączeń generatora autodynego przedstawiono na na rys. 6. Cewka L nawinięta na ampułce zawierającej substancję rezonansową jest tu częścią obwodu rezonansowego (w.cz.) LC generatora autodynego. Obwód rezonansowy LC jest włączony w obwód siatkowy lampy o ujemnym sprzężeniu zwrotnym. Ponieważ w chwili wystąpienia zjawiska NMR dobroć cewki zmienia się, obserwujemy zmianę prądu anodowego lampy. Cewka L nawinięta jest na ampułce z wodnym roztworem $MnSO_4$. W celu umożliwienia stałej obserwacji sygnału absorpcji na ekranie oscyloskopu, pole mierzone \vec{B} moduluje się dodatkowo polem \vec{B}_m o częstotliwości akustycznej (m.cz.).

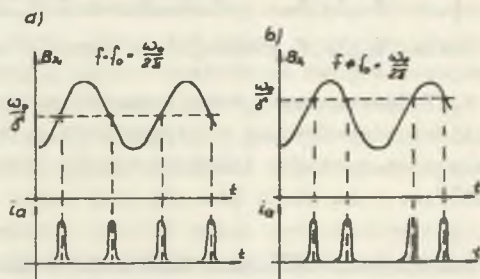
$$\vec{B}_m = \vec{B}_{m_{mx}} \cdot \sin \omega t. \quad (8)$$

Pole magnetyczne w osi pola mierzonego (x) można określić jako sumę dwóch pól: pola mierzonego i pola modulacji:

$$\vec{B}_x = \vec{B} + \vec{B}_{m_{mx}} \cdot \sin \omega t. \quad (9)$$

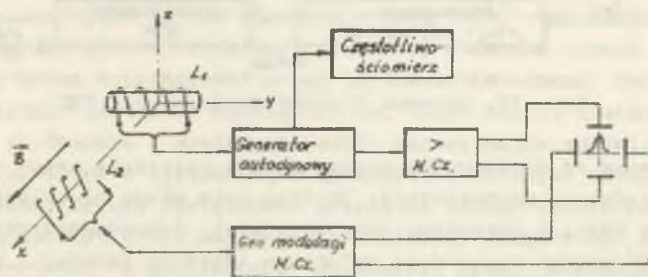


Rys. 6. Układ elektroniczny generatora autodynego



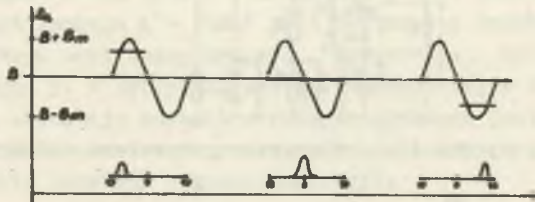
Rys. 7. Przebieg pola wypadkowego \vec{B}_x oraz sygnały:

a) przy częstotliwości generatora równej częstotliwości Larmora, b) przy częstotliwości generatora różnej od częstotliwości Larmora



Rys. 8. Układ blokowy magnetometru autodynego NMR

Przy wartości indukcji $B_x = \frac{\omega_0}{\gamma}$ i przy częstotliwości drgań generatora $f=f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ rezonans zachodzi dwa razy w ciągu jednego półokresu pola modulacji w jednakowych odstępach czasu (rys. 7). W przypadku gdy $B_x = \frac{\omega_0}{\gamma}$ przy częstotliwości drgań generatora $f > f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, ciąg impulsów prądu anodowego jest nierównomierny. W następnej kolejności impulsy są dalej podawane na wzmacniacz wąskopasmowy m.c.z. o wzmacnieniu rzędu 5×10^4 V/V i na płytki odchylenia pionowego oscyloskopu. Ponieważ generator m.c.z. jednocześnie zasila cewkę modulacyjną i płytki odchylenia poziomego (rys. 8) to w stanie rezonansu na ekranie lampy oscyloskopowej pojawi się obraz krzywej rezonansowej. Pomiaru częstotliwości rezonansowej ω_0 dokonuje się wtedy, gdy sygnał znajdować się będzie dokładnie w środku symetrii obrazu (rys. 9), tzn. gdy wartość pola $B_x = B$. Układ blokowy magnetometru przed-

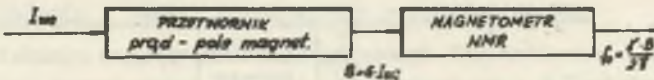


Rys. 9. Postać sygnału absorpcyjnego na ekranie oscyloskopu

stawiono na rys. 8. W doskonalszej wersji magnetometru [5] częstotliciosciomierz wyskalowany jest bezpośrednio w jednostkach pola magnetycznego. Metoda ta umożliwia pomiar wartości indukcji magnetycznej z niedokładnością względną rzędu $\sim 10^{-5}$.

3. Wykorzystanie magnetometru NMR do pomiaru natężenia prądu elektrycznego

Przy bardzo wysokiej dokładności pomiaru wartości indukcji pola magnetycznego, dokładność pomiaru natężenia prądu w układzie jak na rys. 10.



Rys. 10. Schemat blokowy amperomierza NMR

zależy głównie od dokładności przetwarzania natężenia prądu elektrycznego w wartość indukcji magnetycznej. Do tego celu służą odpowiednio skonstruowane układy cewek z rdzeniami lub bez rdzeni ferromagnetycznych.

Zależność między wielkością wyjściową (wartość indukcji magnetycznej- B) a wielkością wejściową (natężenie prądu - I_{we}) w przetworniku typu: prąd-pole magnetyczne nosi nazwę stałej magnetycznej:

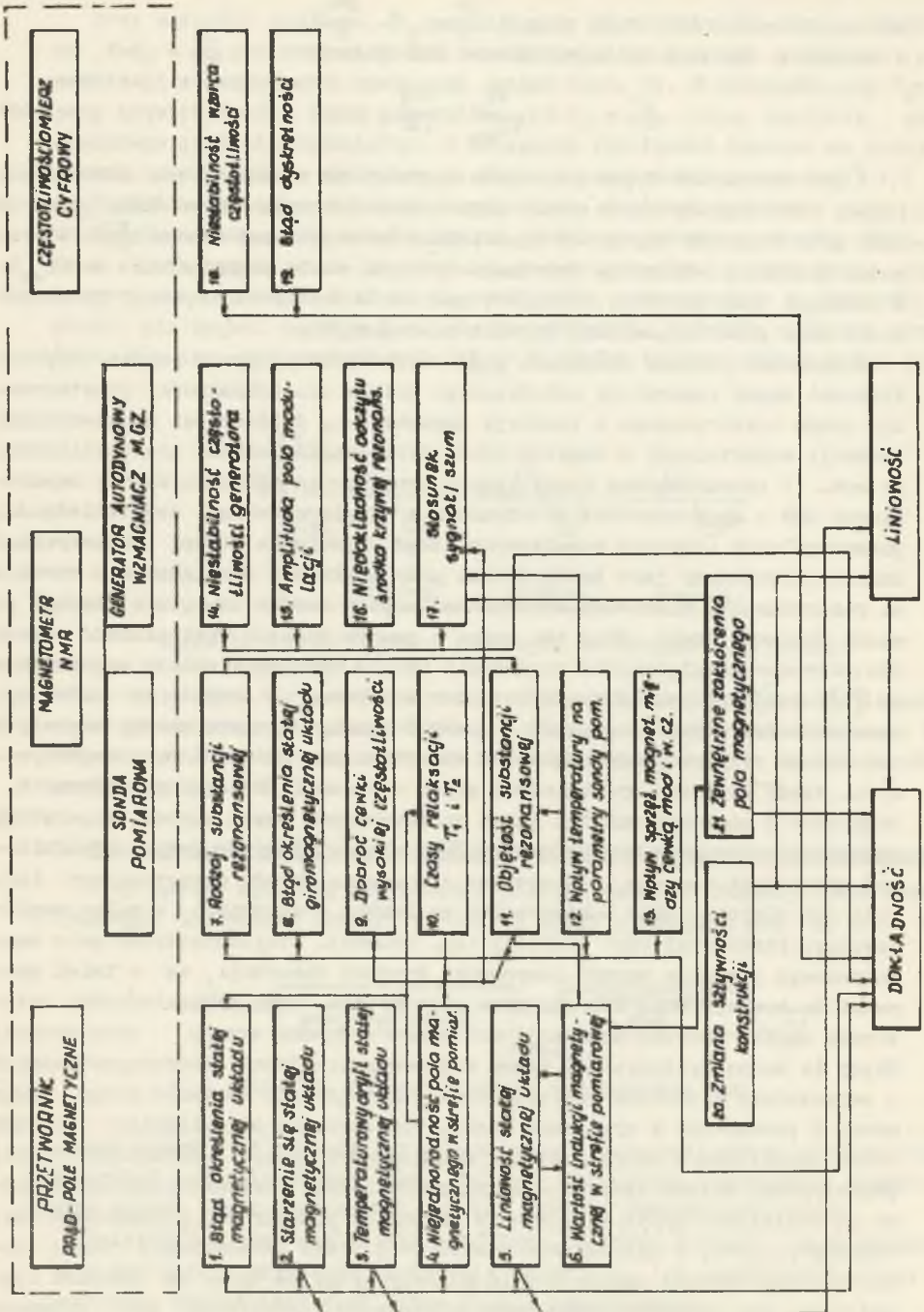
$$G = \frac{B}{I_{we}} \quad (9)$$

Dla magnetometru NMR stała magnetometru $\uparrow = \frac{2\pi f_0}{B}$.
 W związku z tym czułość amperomierza NMR wynosi:

$$\frac{\partial f_0}{\partial I_{we}} = \frac{G \cdot \uparrow}{2\pi} \quad (10)$$

W przetwornikach typu: prąd-pole magnetyczne w których nie zastosowano rdzeni ferromagnetycznych stała magnetyczna $G = \text{const}$. Odpowiednią jednorodność pola zapewnia się przez odpowiednie ukształtowanie cewek [6]. W przypadku układów z rdzeniami ferromagnetycznymi stała magnetyczna $G = f(I_{we})$. W układach tych istnieje natomiast możliwość uzyskania większej jednorodności pola przez odpowiedni kształt nabiegowników.

Dokładność pomiaru natężenia prądu elektrycznego przez pomiar częstotliwości drgań generatora autodynowego zależy od: dokładności przetwarzania prądu elektrycznego w indukcję magnetyczną, dokładności przetwarzania indukcji magnetycznej w częstotliwość, dokładności pomiaru częstotliwości. Na rys. 11 przedstawiono klasyfikację przyczyn powstawania błędów amperomierzy NMR z magnetometrem autodynowym z uwzględnieniem współzależności poszczególnych przyczyn cząstkowych. Błąd określenia stałej magnetycznej układu spowodowany jest trudnościami przy dokładnym uwzględnieniu strumieni rozproszenia, nierównomierności nawinięcia warstw uzwojenia, błędami pomiaru wymiarów cewki. Błąd ten można w pewnym stopniu wyeliminować przez statystyczne uwzględnienie rozłożenia zwojów uzwojenia układu magnetycznego [5], dokładny pomiar wymiarów przez zastosowanie dokładnych metod optycznych. Przyczyna 2 uwzględnia powolne zmiany w czasie stałej magnetycznej układu wskutek zmian własności magnetycznych rdzeni ferromagnetycznych. Błędy te można wyeliminować przez stosowanie cewek powietrznych. Przyczyna 3 powstaje wskutek zmian spowodowanych przez wzrost temperatury układu magnetycznego w czasie przepływu prądu. Błędy te można wyeliminować przez zastosowanie intensywnego chłodzenia układu magnetycznego (np. wodą lub olejem), oraz zastosowania na karkas - materiału o małym współczynniku rozszerzalności liniowej (np. kwarcu). Niejednorodność pola magnetycznego powoduje wzrost szerokości krzywej absorpcji, co z kolei prowadzi do zmniejszenia się stosunku sygnał/szum, oraz niedokładności ustalenia środka krzywej absorpcji rezonansu w środku ekranu oscyloskopu. Błędy te można wyeliminować przez zastosowanie rdzeni ferromagnetycznych o odpowiednim kształcie nabiegowników, zmniejszenie wymiarów sondy pomiarowej w porównaniu z wymiarami cewki, zastosowanie odpowiednich układów cewek Helmholtza o minimalnej niejednorodności pola. Nieliniowość stałej magnetycznej układu występuje w przypadku rdzeni ferromagnetycznych. Można ją zmniejszyć przez zwiększenie szczeliny powietrznej w rdzeniach ferromagnetycznych, a wyeliminować całkowicie przez zastosowanie cewek powietrznych. Wartość indukcji pola magnetycznego ma wpływ na stosunek sygnał/szum. Aby utrzymać stałą wartość stosunku sygnał/szum przy zmianach wartości indukcji, należy zmienić objętość substancji roboczej. Rodzaj sub



Rys. 11. Klasyfikacja przyczyn powstawania błędów amperomierzy NMR z magnetometrem autodynymym

stancji rezonansowej ma wpływ na zakres częstotliwości rezonansowych, wartość energii pochłanianej przez jądra, co decyduje o objętości substancji roboczej. Współczynnik giromagnetyczny dla protonów według [7] wraz z błędem pomiaru wynosi: $(2675117 \pm 10) \times 10^2 \text{ (T.s)}^{-1}$. Nie zależy on od temperatury i nie ulega zmianom w czasie. Dobroć cewki w.c.z. ma istotny wpływ na amplitudę prądu anodowego autodyny sygnału rezonansowego, co z kolei ma związek ze stosunkiem sygnał/szum. Stosunek sygnału do szumu - A jest funkcją stosunku czasu relaksacji poprzecznej T_2 do czasu relaksacji podłużnej T_1 [6].

$$A = k \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (11)$$

gdzie

k - jest stałym współczynnikiem niezależnym od T_2 i T_1 .

Ze wzoru (11) widać, że należy dążyć do uzyskania możliwie małego czasu relaksacji podłużnej T_1 i możliwie dużego czasu relaksacji poprzecznej T_2 . Czas relaksacji T_1 można zmniejszyć przez zastosowanie wodnego roztworu soli paramagnetycznej. W przypadku magnetometru MJ-104 stosuje się wodny roztwór MnSO_4 . Większa koncentracja roztworu powoduje zmniejszenie T_2 . Optymalne stężenie tych roztworów dobiera się w sposób doświadczalny. Objętość substancji roboczej decyduje o liczbie jąder zawartych w próbce, a pośrednio na ilość energii pobranej przez próbkę.

Mimo zapewnienia ortogonalności osi cewki modulacyjnej i osi cewki w.c.z. istnieją sprzężenia magnetyczne między nimi wskutek istnienia strumieni rozproszenia w częściach ferromagnetycznych i ekranów. Niestabilność częstotliwości generatora autodynowego w bezpośredni sposób wpływa na niestabilność pomiaru wartości indukcji. Dokładność określenia położenia sygnału rezonansowego w centrum ekranu zależy od wartości indukcji pola modulacji. Początkowo dla łatwiejszego znalezienia sygnału stosuje się maksymalne pole B_m .

Po znalezieniu sygnału wartość indukcji B_m zmniejsza się 10-krotnie. Niedokładność odczytu z oscyloskopu określona jest zależnością:

$$\delta_B = \frac{\Delta B}{B} = \frac{B_m}{B} \cdot \frac{1}{L} \quad (12)$$

gdzie

B_m - wartość indukcji magnetycznej pola modulacji,

B - wartość indukcji pola mierzonego,

L - minimalna dostrzegalna zmiana położenia sygnału na ekranie oscyloskopu,

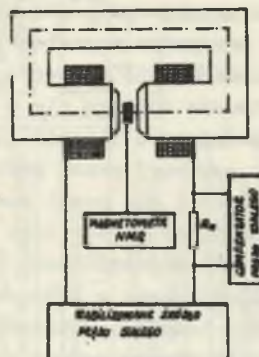
L - długość linii podstawy czasu na ekranie oscyloskopu.

Szumy w czasie pomiaru wpływają na zwiększenie się szerokości krzywej rezonansowej, oraz powodują powstanie obrazu o mniejszej ostrości. Można je dodatkowo wyeliminować przez zastosowanie wzmacniacza m.cz. selektywnego o bardzo wąskiej charakterystyce amplitudowej.

Niedokładność pomiaru częstotliwości drgań generatora autodynowego jest sumą niestabilności wzorca częstotliwości oraz błędu dyskretności przy cyfrowym pomiarze częstotliwości. Dodatkowy wpływ na niedokładność pomiaru ma zmiana sztywności konstrukcji oraz zewnętrzne zakłócenia pola magnetycznego (ich wartość, widmo, stabilność).

4. Zakończenie

W badaniach laboratoryjnych wykorzystano magnetometr MJ-104. Układ do skalowania elektromagnesu, wyznaczania stałej magnetycznej układu oraz zakresu jej liniowości przedstawiono na rys. 12. Wyniki badań zostaną przedstawione w czasie seminarium.



Rys. 12. Układ do skalowania elektromagnesu

LITERATURA

1. Andrew E.R.: Nuclear Magnetic Resonance. Cambridge Univ. Press 1956
2. Abragam A.: The Principles of Nuclear Magnetism. Clarendon Press 1961
3. Hennel J.W.: Wstęp do teorii magnetycznego rezonansu jądrowego. PWN 1966
4. M. Baran, R. Gomuła, W. Zbieranowski: Miernik indukcji magnetycznej Magnetometr jądrowy Typ MJ-104. Prace ITE PAN No 50/1969
5. O. Korybut-Daszkiewicz, W. Zbieranowski: Miernik indukcji magnetycznej z bezpośrednim odczytem w jednostkach pola magnetycznego. Materiały III Ogólnopolskiego Seminarium na temat Magnetycznego Rezonansu Jądrowego i jego zastosowań. Report No 747/PL IFJ-Kraków 1971
6. M. Nałęcz, J. Jaworski: Miernictwo magnetyczne. WNT 1968
7. N.W. Studencow, T.N. MalarewskaJa, J. Szifrin: Izmierenie znaczenia giromagnitnowo odnoszenia protona w słabom magnitnom pole. IzmeritielnaJa Tiechnika No 2 1968

8. Kudriawcew W.B. A.P. Lysenko, W.I. Pocztariw: Precyzyjnyje preobrazowatieli elektriczeskich signałow i ugłowych piremieszczenij na principach kwantowej magnitometrii. IZd. Energia 1971

**ИЗМЕРЕНИЕ СИЛЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЯВЛЕНИЯ
ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА**

Р е з ю м е

В статье указан принцип действия измерителя силы электрического тока при использовании автодинного магнитометра ЯМР. Проведена классификация погрешностей амперметра ЯМР.

**MEASUREMENT OF ELECTRIC CURRENT INTENSITY WITH THE HELP
OF NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE**

S u m m a r y

The principle of measurement of electric current intensity with the help of nuclear magnetic resonance (NMR) is presented in this paper. The errors of the instrument for electric current intensity measurement is analysed.