ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Elektryka z. 46 Nr kol. 427

Józef Ober

Instytut Elektroenergetyki
i Sterowania Układów

ZASTOSOWANIE ENTROPII DO OPISU DYNAMIKI UKŁADÓW CIEPLNYCH BLOKÓW ENERGETYCZNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawione zostały na przykładach zalety stosowania entropii do opisu dynamiki układów cieplnych. Entropia jako zmienna stanu w porównaniu z dotychczas stosowaną entalpią zapewnia prostsze w budowie równanie energii i jego rozdzielenie od równań przepływu oraz szereg zalet obliczeniowych.

1. Wstęp

Istniejące prace z zakresu matematycznego modelowania dynamiki układów cieplnych bloków energetycznych korzystają z entalpii jako termodynamicznej zmiennej stanu. Zastosowanie do opisu entropii zostało zaproponowane w opracowaniu wewnętrznym EdF [1]. Oficjalna informacja o entropii w ogólnodostępnych materiałach przedstawiona została przez EdF w roku 1972 na V IFAC w Paryżu.

Entropia jako termodynamiczna zmienna stanu stosowana była przez autora w pracach [2], [3], [4].

Niniejszy artykuł ma za zadanie przedstawienie pełnego uzasadnienia stosowania entropii, które swym zakresem wykracza poza podane pozycje literatury [1] ÷ [4].

2. Entropia jako zmienna stanu

Pojęcie entropii zostało sformułowane przez Clausiusa w połowie XIX wieku. Z upływem czasu rosło znaczenie entropii i w chwili obecnej jest to najbardziej uniwersalna termodynamiczna zmienna stanu mająca podstawowe znaczenie w badaniach jakości układów cieplnych.

Entropia jako prawdopodobieństwo istnienia stanu termodynamicznego formułowana jest wzorem

$$S = k \ln G \tag{1}$$

gdzie:

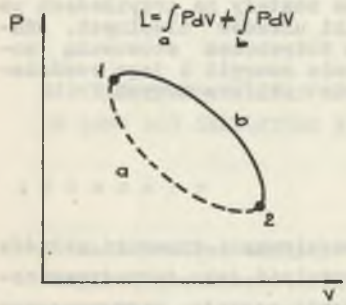
k - stała,

G - liczba mikrostanów dla jednego mikrostanu materii.

Dzięki tej uniwersalności różniczka entropii w przemianach jest różniczką zupełną, co ma decydujący wpływ na stosowane równania bilansu entropii i sposób ich rozwiązania.

Zagadnienie to można wyjaśnić na podstawie ogólnych rozważań wychodząc z pierwszej zasady termodynamiki:

$$dQ = dU + dL \tag{2}$$



Rys. 1. Praca w układzie P-V

W wyrażeniu powyższym jedynie dU jest różniczką zupełną, natomiast dQ i dL są różniczkami niezupełnymi. Oznacza to, że wartość całki dL zależna jest od drogi całkowania. Ilustrację tego faktu przedstawia rys. 1.

Podstawiając do wzoru (2) wyrażenie na entalpię

$$i = u + pv$$

otrzymujemy równanie

$$dq = di - v\,dp \tag{3}$$

Równanie to zawiera również różniczki niezupełne.

Wyprowadzając zależności dla entropii wychodzimy z ogólnej postaci pierwszej zasady termodynamiki.

$$dq = df\,(p,v) + p\,dv \tag{4}$$

wprowadzając nowe zmienne stanu

$$y = \varphi(p,v) \quad i \quad x = \psi(p,v)$$

można napisać

$$dq = \varphi(p,v)\,d\psi(p,v) = ydx. \tag{5}$$

Otrzymana zależność jest różniczką zupełną, to znaczy wartość całki

$$\int_1^2 \frac{dq}{y} = \int_1^2 dx = x_2 - x_1$$

zależy tylko od stanu początkowego i końcowego przemiany i nie jest potrzebna dodatkowa termodynamiczna zmienna stanu do opisu przemiany. Uwzględniając zależności z termodynamiki:

$$y = T \text{ i } x = s$$

równanie (5) przybiera ogólnie znaną postać:

$$dq = T\,ds \tag{6}$$

Zestawiając powyższe równanie z równaniem (3) w tożsamości otrzymujemy:

$$T\,ds = dq = di - v\,dp \tag{7}$$

Zgodnie z powyższymi wywodami lewa strona tożsamości jest różniczką zupełną, natomiast prawa strona różniczką niezupełną. W dotychczasowych pracach z zakresu modelowania dynamiki stosowana była prawa strona tożsamości, natomiast stosując entropię korzystamy z lewej strony tożsamości. Zalety stosowania lewej strony tożsamości, to znaczy bilansu entropii, można wykazać na poniższym przykładzie.

Równanie bilansu energii dla elementarnej masy "dm" przepływającego strumienia ma postać:

$$dL + d\dot{Q} = dE\,dm + \left(\frac{u}{2}\right)^2 dm \tag{8}$$

gdzie:

dL - praca wykonana przez ciśnienie,

$d\dot{Q}$ - doprowadzone ciepło do elementu masy,

dE - energia wewnętrzna.

Po przekształceniach otrzymujemy ogólnie znane równanie bilansu energii

$$\rho \frac{d}{dt}\left(i + \frac{u}{2}^2\right) - \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\dot{q}}{d_h}. \tag{9}$$

gdzie:

ϱ - gęstość,

u - prędkość,

d_h - promień hydrauliczny równy ilorazowi pola przekroju przez obwód strumienia.

Zastosowanie metody Eulera prowadzi do opisu w postaci cząstkowego równania różniczkowego (np. równanie 2.5 z literatury [4]).

W równaniach tych występuje zmienna "p" ciśnienie, która wiąże równanie bilansu energii z równaniem przepływu i utrudnia ich rozwiązanie.

Powiązanie równań można wyeliminować stosując zgodnie z tożsamością (7) następujące podstawienie

$$di = T\,ds + v\,dp$$

do równania (9).

Zakładając stałość prędkości przepływu otrzymujemy ostatecznie

$$\varrho T \frac{ds}{dt} = \frac{\dot{q}}{d_h} + K\varrho u^2 \tag{10}$$

K - stała.

Otrzymane równanie jest prostsze w budowie a przede wszystkim nie jest powiązane przez ciśnienie z równaniem przepływu, co niezmiernie ułatwia dalsze rozwiązywanie układu równań.

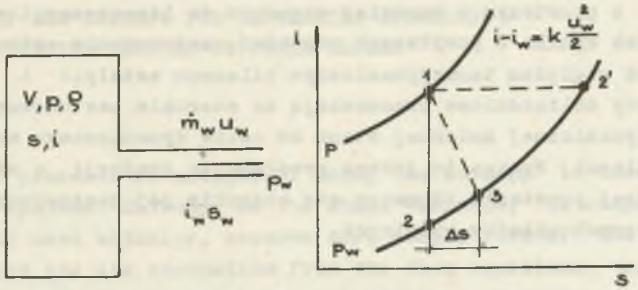
Równanie (10) można otrzymać bezpośrednio stosując ogólne równanie bilansu entropii

$$A\varrho \frac{\partial s}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{I}_s + g(s) \tag{11}$$

Wektor $\vec{I}_s$ podaje szybkość lokalnej zmiany gęstości entropii powstałej na skutek wymiany strumienia masy lub ciepła między rozpatrywanym elementem objętości a otoczeniem. Człon $g(s)$ zawiera wytworzoną lokalnie entropię w rozpatrywanym elemencie objętości na skutek przebiegających nieodwracalnie procesów.

Autorzy prawie wszystkich prac stosujących bilans entalpii w związku z trudnościami w rozwiązaniu układu równań opisujących zakładają stałość ciśnienia $\frac{dp}{dt} = 0$. Spowodowane jest to wyżej wspomnianym powiązaniem równań przez ciśnienie. Tym samym stosowanie bilansu entropii zapewnia w porównaniu do metod stosujących to uproszczenie większą dokładność opisu zjawiska.

Skutki tych uproszczeń i równocześnie zalety stosowania entropii ilustruje przedstawiony na rysunku 2 przykład z opróżnianiem przez rurociąg zbiornika z gazem.



Rys. 2. Przykład opróżniania zbiornika z gazem wraz z wykresem i-s

Zapisując bilans energii przy pomocy entalpii oraz przy założeniu $\frac{dp}{dt}=0$ otrzymujemy

$$\frac{d(V\varrho\, i)}{dt} = -\dot{m}_w\, i_w. \tag{12}$$

Uwzględniając równanie zachowania masy $\frac{d(V\varrho)}{dt} = -\dot{m}_w$ w równaniu (12) dostajemy izoentalpowy przebieg opisywanego zjawiska. Zgodnie ze wzorem podanym na wykresie i-s przyjęcie stałości entalpii prowadzi do poważnych błędów w wartości prędkości przepływu u_w.

Opisanie procesu przy pomocy bilansu entropii przy założeniu tak jak poprzednio przebiegu bez strat

$$\frac{d(V\varrho\, s)}{dt} = -\dot{m}_w\, s_w \tag{13}$$

prowadzi do izoentropowego charakteru procesu. Przyjęcie takiego przebiegu jak wynika z wykresu nie powoduje istotnego błędu w wielkości prędkości przepływu. Niewielki błąd powstaje jedynie przez nieuwzględnienie nieodwracalnego przyrostu entropii Δs spowodowanego stratami na tarcie. Wartość Δs może być ustalona każdorazowo osobno również przy pomocy znanych zależności na stratę entalpii.

3. Wnioski

Oprócz wyżej omówionych istotnych zalet jak: prostsze równanie bilansu energii i jego rozdzielenie od równań przepływu, większa dokładność od opisu, w przypadku jeżeli przy bilansie entalpii przyjęto stałość ciśnienia wprowadzenie entropii usprawnia obliczenia pomocnicze oraz ułatwia i usprawiedliwia w większym stopniu zastosowanie linearyzacji. Jest to natychmiast widoczne przy porównaniu stosunkowo złożonego w przebiegach wy-

kresu i-s z prostszym i bardziej wygodnym do linearyzacji wykresem T-s lub p-s. Jak wynika z powyższych rozważań zastosowanie entropii jest równoważne pod względem termodynamicznym bilansom entalpii i jedynie omówione względy obliczeniowe przemawiają za szerokim zastosowaniem entropii jako termodynamicznej zmiennej stanu do celów dynamicznego modelowania układów cieplnych. Wymaga to jednak przełamania tradycji w stosowaniu entalpii, której powstanie tłumaczy się szerokim jej zastosowaniem do obliczeń statycznych układów cieplnych.

LITERATURA

[1] Electricite de France: Opracowanie wewnętrzne - Service des Etudes et Recherches Nucleaires, Thermiques et Hydrauliques Departement Mecanique Theorique. Mai 1967.

[2] Ober J.: Beitrag zur Systembeschreibung vom Kreislaufen in Kernkraftwerken. Dissertation TH Magdeburg 1971.

[3] Ober J.: Entropie als Zustandsvariable bei der Beschreibung von Kraftwerksprozessen. IFK - Information Vetschau Heft 58/1972.

[4] Ober J.: Numeryczna metodyka opisu dynamicznych własności układów cieplnych bloków energetycznych. Zeszyt Naukowy Pol. Śl. Gliwice Elektryka 41, 1973.

Przyjęto do druku w czerwcu 1974 r.

ПРИМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ТЕПЛОВЫХ СИСТЕМ БЛОКОВ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Р е з ю м е

На ряде примеров иллюстрируются преимущества применения энтропии для описания динамики тепловых систем.

Энтропия, будучи переменной состояния, по сравнению с применяемой до настоящего времени энтальпией, способствует построению менее сложного уравнения энергии и его разделения от уравнений протекания, а также облегчает проведение расчетов.

APPLICATION OF THE ENTROPY FOR DESCRIBING DYNAMICS OF THE HEAT TRANSFER SYSTEMS IN POWER BLOCKS

S u m m a r y

This paper presents advantages of using the entropy to describe dynamics of heat-systems. Entropy, as the state variable, in comparison with the previously used enthalpy, assures more simple form of the energy balance equations and its seperation from the flow equations, as well offers the advantages in the auxiliary calculations. Examples are included.