

Stanisław WALUŚ

PRZYCZYNEK DO MODELU MATEMATYCZNEGO RURKI UŚREDNIAJĄCEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono kilka realizacji technicznych rurek uśredniających oraz omówiono zależność sygnału wyjściowego od liczby i rozmieszczenia otworków piezometrycznych. Analiza teoretyczna wykazała, że rozmieszczenie otworków proponowane w literaturze powoduje powstanie błędu systematycznego. Zaproponowano sposób rozmieszczenia otworków piezometrycznych eliminujący błąd systematyczny, co pozwoliło na zmniejszenie błędów nieliniowości do 0,2% przy otworek otworkach piezometrycznych.

1. WPROWADZENIE

Przed kilku laty pojawił się na rynku nowy przepływomierz o firmowej nazwie Annubar [2, 4]. Jest to konkretna realizacja techniczna przepływomierza typu rurka uśredniająca. Dotychczas używane rurki spiętrzające wymagają podczas pomiaru obsługi 3 osób [7], zaś przygotowanie stanowiska pomiarowego, zaplanowanie pomiaru oraz opracowanie wyników pomiarów jest dosyć czasochłonne [6, 8].

2. REALIZACJE TECHNICZNE RURKI UŚREDNIAJĄCYCH

Omywanie rurki uśredniającej powoduje zwiększenie ciśnienia przed rurką i zmniejszenie poza nią, jak to pokazano na rys. 1 [1, 2]. Stąd też wynika rozmieszczenie otworków piezometrycznych, co pokazano na rys. 2. Odległości otworków od osi rurociągu wynoszą [7, 10]:

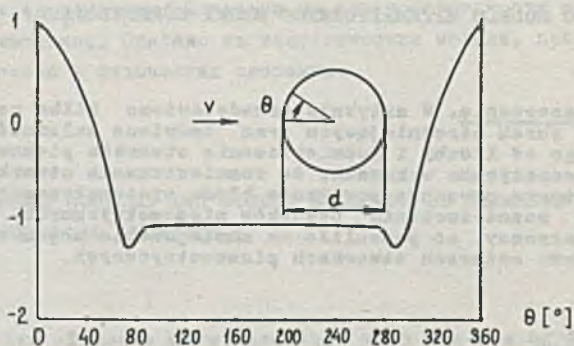
$$r_1 = R \sqrt{\frac{2i - 1}{2N}}, \quad (1)$$

gdzie:

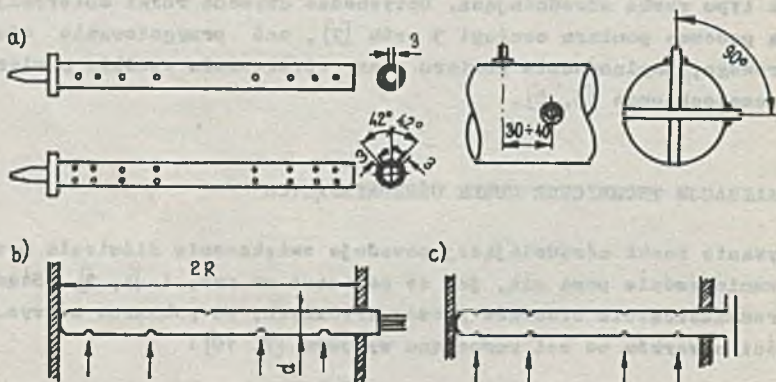
- R - promień wewnętrzny rurociągu,
- N - liczba pierścieni o jednakowych polach, na jakie dzieli się przekrój rurociągu,
- r_1 - promień okręgu dzielący każdy z pierścieni na dwie równe części,
- i - numer kolejny pierścienia.

Niekiedy instaluje się dwie rurki, umieszczone w rurociągu pod kątem prostym, w odległości 30 - 40 [mm] jedna od drugiej [7], co pokazano na rys. 2a. W rozwiązaniach (np. [4] - Annubar) najczęściej spotyka się rurki u-

średniające z 4 otworkami w kierunku natarcia strugi i jednym po przeciwnej stronie (rys. 2b), natomiast firma [5] stosuje 4 otwory (rys. 2c) w kierunku natarcia i 4 w kierunku przeciwnym używając nazwy Beta-probe.



Rys. 1. Rozkład ciśnienia wokół rury o przekroju kołowym



Rys. 2. Rozwiązania techniczne rurek uśredniających:
a - podwójna, b - Annubar, 3 - Beta-Probe

3. ZALEŻNOŚCI SYGNAŁU WIJŚCIOWEGO OD LICZBY I ROZMIESZCZENIA OTWORKÓW PIEZOMETRYCZNYCH

Zakładając osiowo-symetryczny ustalony rozkład prędkości, co wymaga prostych odcinków rurociągu od 25D [2] do 40 D [3] przy uwzględnianiu wzoru (1) prędkość średnią w przekroju rurociągu wyraża się wzorem:

$$v_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{1i}, \quad (2)$$

natomiast wielkość mierzona (strumień objętości) będzie wynosiła:

$$\dot{V} = v_S S, \quad (3)$$

gdzie:

v_S - rzyśkiwista wartość prędkości średniej płynu w przekroju rurociągu,

S - pole powierzchni przekroju poprzecznego rurociągu.

Dla każdego z otworków piezometrycznych, na które napływa płyn:

$$P_d = P_o - P_s = v^2 \xi / 2, \quad (4)$$

gdzie:

P_d - ciśnienie dynamiczne,

P_o - ciśnienie całkowite,

P_s - ciśnienie statyczne,

ξ - gęstość płynu.

Powyższy wzór jest słuszny w odniesieniu do płynów nieściślnych, a zatem do cieczy [10]. Wartość prędkości średniej w przekroju rurociągu odwrócona (korzystając ze wzoru (4)) za pomocą rurki uśredniającej z N otwórkami będzie wynosiła:

$$v_p = \sqrt{\frac{2}{\xi}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{P_{di}}. \quad (5)$$

Przy założeniu braku spadku ciśnienia w rurce i tych samych oporach na wejściu i wyjściu strugi przez otworki piezometryczne mierzona ciśnienie dynamiczne będzie średnią arytmetyczną ciśnień P_{di} :

$$P_{d\bar{r}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{di}, \quad (6)$$

wobec tego obliczona prędkość v_p będzie wynosiła:

$$v_p' = \sqrt{2 P_{d\bar{r}} / \xi}. \quad (7)$$

Przekształcając prawą stronę wzoru (5), otrzymuje się:

$$v_p = \sqrt{2 P_{d\bar{r}} / \xi} k_p, \quad (8)$$

gdzie:

$$k_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{P_{di}} / \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{di}} \quad (9)$$

jest współczynnikiem poprawkowym wynikającym, z tego, że v_p jest wartością średnią prędkości, natomiast sygnałem wyjściowym jest ciśnienie średnie. Dla $N = 1$ (2 otworki piezometryczne) i poczynionych powyżej założeń $k_p = 1$ i $v_p = v_1$, natomiast $r_1 = R/\sqrt{2}$. Zachodzi pytanie, na ile wyżej podany model odpowiada rzeczywistości, czyli jest przydatny do odtworzenia wielkości mierzonej. Należy więc zbadać stosunek wielkości:

$$K_x = v_1/v_S \quad (10)$$

Wykorzystując znaną z literatury [1] zależność, można określić prędkość v_S ze wzoru:

$$v_S = v_m \frac{2n^2}{(n-1)(2n+1)} \quad (11)$$

gdzie: n - liczba w wykładniku wzoru potęgowego Prandtla na rozkład prędkości zależna od liczby Reynoldsa oraz okrągłości rurociągu R/k , gdzie k jest wysokością nierówności,

v_m - prędkość maksymalna w osi rurociągu.

Dla rozkładu prędkości opisywanego wzorem potęgowym Prandtla:

$$K_x = \frac{(1 - r_1/R)^{1/n} (n-1)(2n-1)}{2n^2} \quad (12)$$

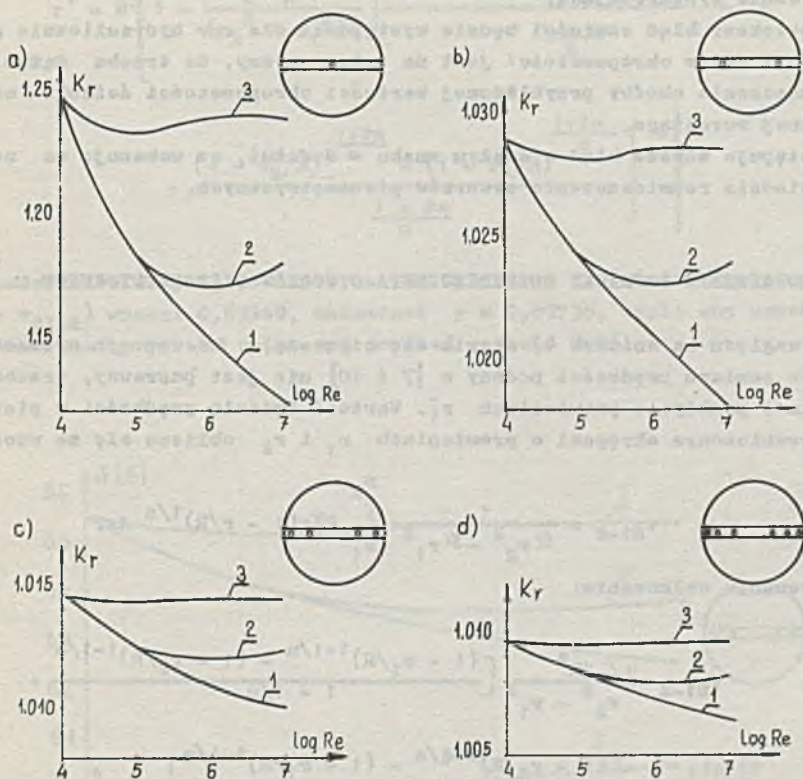
W celu analizy liczby Re i R/k na wskazania rurki uśredniającej korzysta się z zależności współczynnika kształtu rozkładu prędkości od n [9]:

$$K_D = 2n / (2n + 1), \quad (13)$$

którego zależność od Re i R/k przedstawiono na wykresie w [9]. Obliczenia przeprowadzono dla $Re = 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ i dla $R/k = \infty$ (rura hydrauliczna gładka), $R/k = 1000$, $R/k = 100$. Odczytano wartości K_D , obliczono n i dalej K_x . Dla porównania obliczono wartości K_x dla przypadku skrajnego: rurki uśredniającej z jednym otworem, tzn. dla rurki spiętrniającej typu sonda cylindryczna. Wyniki obliczeń pokazano na rys. 3a i 3b.

Dla $N = 2$, tzn. dla rury z 4 otworkami piezometrycznymi $r_1 = R/2$, $r_2 = R/\sqrt{3}/2$. Współczynnik k_p jest równy od 1 i po przekształceniach wyraża się wzorem:

$$k_p = \frac{v_1 + v_2}{\sqrt{2} \sqrt{v_1^2 - v_2^2}} \quad (14)$$



Rys. 3. Stosunek wartości prędkości średniej mierzonej za pomocą rurki uśredniającej do rzeczywistej wartości prędkości średniej dla rurek uśredniających o liczbach otworów:

a - 1, b - 2, c - 4, d - 6 dla różnych ekspozycji rurociągu:

1 - $R/k = \infty$, tzn. rurociąg hydraulicznie gładki, 2 - $R/k = 1000$, 3 - $R/k = 100$

Wielkość $v_p \cdot k_p$ stanowi skorygowaną wartość prędkości średniej, wobec tego obliczono dwie wartości K_x : dla wyniku pomiaru skorygowanego i nieskorygowanego. Wartości nieskorygowane są obciążone około dwukrotnie większym błędem niż skorygowane. Wartości K_x dla pomiarów skorygowanych przedstawiono na rys. 3c. Podobne obliczenia wykonano dla $N = 3$ i wyniki przedstawiono na rys. 3d. Na podstawie wyników obliczeń można wyciągnąć następujące wnioski:

1) pomiar prędkości rurką spiętrzącą umieszczoną w środku rurociągu ze względu na duże błędy jest niecelowy,

- 2) wraz ze wzrostem liczby otworków maleją błędy pomiaru i już przy czterech otworkach są nie większe niż 0,5%, a więc taka ich liczba jest praktycznie wystarczająca,
- 3) największy błąd oszułości będzie występował dla rur hydraulicznie gładkich i wpływ chropowatości jest na tyle znaczny, że trzeba dążyć do wyznaczenia choćby przybliżonej wartości chropowatości ścianki wewnętrznej rurociągu,
- 4) występuje zawsze błąd o stałym znaku - dodatni, co wskazuje na nieodpowiednie rozmieszczenie otworków piezometrycznych.

4. WPROWADZENIE POPRAWKI ROZMIESZCZENIA OTWOKÓW PIEZOMETRYCZNYCH

Ze względu na wniosek 4) stawia się hipotezę, że sposób wyznaczenia punktów pomiaru prędkości podany w [7 i 10] nie jest poprawny, trzeba wybrać inne punkty: o promieniach r'_1 . Wartość średnią prędkości w pierścieniu ograniczonym okręgami o promieniach r_1 i r_2 oblicza się ze wzoru:

$$v_{S1-2} = \frac{1}{\pi r_2^2 - \pi r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r (1 - r/R)^{1/n} dr. \quad (15)$$

Po wykonaniu całkowania:

$$v_{S1-2} = \frac{2R^2}{r_2^2 - r_1^2} \left[\frac{(1 - r_1/R)^{1-1/n} - (1 - r_2/R)^{1-1/n}}{1 - 1/n} + \frac{(1 - r_2/R)^{2-1/n} - (1 - r_1/R)^{2-1/n}}{2 - 1/n} \right]. \quad (16)$$

Promień r , dzielący pierścień ograniczony okręgami o promieniach r_1 i r_2 na dwa pierścienie o jednakowych polach będzie wynosił:

$$r = \sqrt{\frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (17)$$

Wobec tego prędkość w tym miejscu będzie wynosiła:

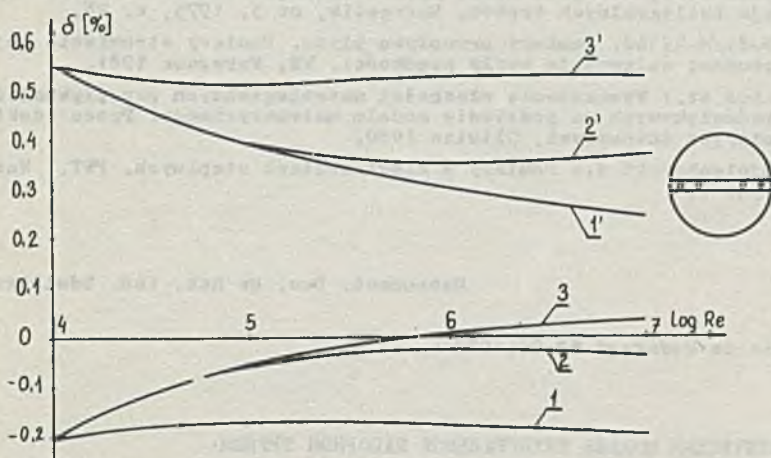
$$v = (1 - \sqrt{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2}} / R)^{1/n} \sqrt{2} R)^{1/n}. \quad (18)$$

Dla konkretnego przypadku ($r_2 = 3/4 R$, $r_1 = 1/2 R$, $n = 10$) obliczono:

$v_{S1-2} = 0,90296$, $v = 0,90354$, $v_1 = 0,93303$, $v_2 = 0,87055$, czyli prędkość v jest większa niż v_{S1-2} , a więc należy wybrać inne miejsce otwórka piezometrycznego. Porównując (16) i (18) mamy:

$$r' = R \left\{ 1 - \frac{2^n R^{2n}}{(r_2^2 - r_1^2)^n} \left[\frac{(1 - \frac{r_1}{R})^{\frac{1+n}{n}} - (1 - \frac{r_2}{R})^{\frac{1+n}{n}}}{\frac{1+n}{n}} + \frac{(1 - r_2/R)^{\frac{1+2n}{n}} - (1 - r_1/R)^{\frac{1+2n}{n}}}{\frac{1+2n}{n}} \right]^n \right\} \quad (19)$$

Po podstawieniu wyżej podanych danych wartości r' (miejsce poboru v , aby $v' = v_{S1-2}$) wynosi 0,63968, natomiast $r = 0,63738$, czyli aby uzyskać prędkość średnią, trzeba zwiększyć promień o około 0,4%.



Rys. 4. Zależność błędu modelu przepływomierza typu Annubar z przesuniętymi otworami piezometrycznymi od liczby Re:

1, 2, 3 - dla wyniku skorygowanego i $R/k = \infty, 1000, 100$; 1', 2', 3' - dla wyniku nieskorygowanego i odpowiednio $R/k = \infty, 1000, 100$.

Dla $N=2$ obliczono promienie r_1' i r_2' , przy których prędkości będą równe prędkościom średnim: $r_1' = 0,49409 R$, $r_2' = 0,89597 R$. Dla tak obliczonych r_1' i r_2' obliczono wartości K_x dla różnych liczb Re oraz różnych chropowatości rurociągu i przedstawiono je na rys. 4. Z wykresów widać, że przy korekcie prędkości za pomocą współczynnika k_p otrzymuje się maksymalny błąd względny nie większy niż 0,2%. Błąd ten stanowi jednak tylko jedną ze składowych błędów całkowitego. Wyżej podany model jest modelem uproszczonym, gdyż nie uwzględniono w nim innych źródeł błędów (np. wpływ

spadku ciśnienia na otworkach piezometrycznych, jak to zrobiono w [2] (czy też wpływ niedokładności montażu).

LITERATURA

- [1] Bukowski J., Kijkowski P.: Kurs mechaniki płynów. PWN, Warszawa 1980.
- [2] Hickman W.H.: Annubar properties investigation. Proceedings of ISA's Industry Oriented Conference and Exhibit, Milwaukee, October 6-9, 1975. Instrument Society of America, Pittsburg, 1975, vol. 30, Part 3, s. 708 (1 - 14).
- [3] Hinze J.O.: Turbulence, An Introduction to Its Mechanism and Theory. Mc Graw-Hill Book Company, Inc. New York, Toronto, London, 1959.
- [4] Katalog firmy Bieterich Standard Corporation, USA.
- [5] Katalog firmy Industrial Measurement Devices Ltd, Wielka Brytania.
- [6] Kudela H., Szewczyk H.: Pomiar natężenia przepływu metodą wyznaczania rozkładu prędkości z wykorzystaniem maszyny cyfrowej. PAK, 1977, nr 7, ss. 380-383.
- [7] Mysak I.S., Mosejow R.N.: Oprzedzielenije raschoda sriedy s pomoczozju intiegralnych trubok. Energetik, nr 5, 1975, s. 28.
- [8] PN-81/M-42366. Pomiary przepływu płynu. Pomiary strumienia objętości metodami całkowania bryły prędkości. WN, Warszawa 1981.
- [9] Valuś St.: Wyznaczenie własności metrologicznych przepływomierzy ultradźwiękowych na podstawie modelu matematycznego. Praca doktorska, Instytut Automatyki, Gliwice 1980.
- [10] Wojciechowski J.: Pomiary w elektrowniach ciepłych. PWT, Warszawa, 1958.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Zdzisław Kabza

Wpłynęło do Redakcji 23.06.1982 r.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЛЬНОЙ НАПОРНОЙ ТРУБКИ

Резюме

В статье представлено несколько типов интегральных напорных трубок. Проведено анализ зависимости выходного сигнала от количества и места расположения piezometрических отверстий. Доказано, что предлагаемое в литературе расположение отверстий является причиной систематической погрешности. Предложенное в статье расположение четырех отверстий уменьшает погрешность нелинейности до уровня 0,2%.

THE CONTRIBUTION TO THE MATHEMATICAL MODEL
OF THE AVERAGING IMPACT TUBE

S u m m a r y

In the article some technical solutions of averaging impact tubes are introduced and the dependence of output signal from the number and the distribution of piezometric orifices is described. The theoretical analysis has neglected a systematic error given by the distribution of piezometric orifices proposed in literature. The proposed method of piezometric orifices distribution eliminates the systematic error. This method gives 0,2% non-linear error for four piezometric orifices.

1. WSTĘP

Przebadano wpływ liczby i rozmieszczenia otworów pomiarowych na dokładność pomiaru ciśnienia w rurach zmiennociśnieniowych. Wykazano, że przy czterech otworach pomiarowych błędność pomiaru jest najmniejsza i wynosi 0,2%. Wskazano również, że błędność pomiaru zależy od rozmieszczenia otworów pomiarowych. Wskazano, że błędność pomiaru jest najmniejsza, gdy otwory pomiarowe są rozmieszczone równomiernie wzdłuż rury.

W pracy przedstawiono również wyniki pomiarów ciśnienia w rurach zmiennociśnieniowych. Wykazano, że błędność pomiaru jest najmniejsza, gdy otwory pomiarowe są rozmieszczone równomiernie wzdłuż rury. W tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów ciśnienia w rurach zmiennociśnieniowych.

Wskazano również, że błędność pomiaru jest najmniejsza, gdy otwory pomiarowe są rozmieszczone równomiernie wzdłuż rury. W tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów ciśnienia w rurach zmiennociśnieniowych.

Lp.	Typ pomiarowy	Wzrost ciśnienia			
		0-10	10-20	20-30	30-40
1	cztery	10	20	30	40
2	cztery	10	20	30	40
3	cztery	10	20	30	40
4	cztery	10	20	30	40
5	cztery	10	20	30	40
6	cztery	10	20	30	40
7	cztery	10	20	30	40
8	cztery	10	20	30	40
9	cztery	10	20	30	40
10	cztery	10	20	30	40
11	cztery	10	20	30	40
12	cztery	10	20	30	40