

Bernard BARON

POLE ELEKTRYCZNE PRZESYŁOWEJ LINII TRÓJFAZOWEJ 400 kV

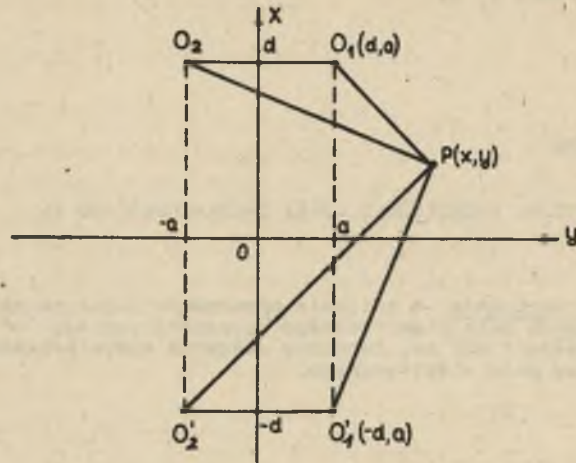
Streszczenie. W artykule opracowano algorytm obliczeniowy do wyznaczenia pola elektrycznego quasistatycznego w otoczeniu linii przesyłowej 400 kV. Zwrócono uwagę na wpływ przewodów wiązkowych na rozkład pola elektrycznego.

1. Wstęp

Pole elektryczne linii przesyłowej 400 kV stwarza zagrożenie środowiska naturalnego człowieka. Aktualny staje się więc problem badania rozkładów pól elektrycznych quasistatycznych pod takimi liniami. Znalazło to między innymi wyraz w licznych publikacjach, np. [3], [4], ograniczających się tylko do podania rozkładów natężeń pól bez podania ogólnych algorytmów obliczeniowych. W artykule niniejszym opracowano ogólny algorytm obliczeniowy rozkładu potencjału i natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową. Uwzględniono w nim między innymi wpływ przewodu wiązkowego o dwóch przewodach w wiązce na rozkład pola elektrycznego. Algorytm ten pozwala na jednoznaczne określenie pola elektrycznego w dowolnym punkcie otoczenia linii przesyłowej 400 kV o dowolnej konfiguracji prowadzenia przewodów na słupie.

2. Potencjał quasistatyczny pod linią przesyłową trójfazową 400 kV

Dla linii przesyłowych 400 kV stosuje się przewody wiązkowe o dwóch przewodach w wiązce. Mając to na uwadze przystąpimy w pierwszej kolejności do analizy pola elektrycznego pod linią jedнопроводową o przewodzie wiązkowym zawierającym dwa przewody w wiązce. Punktem wyjścia w tej analizie będzie pole elektryczne osi równoległych, naładowanych równomiernie o gęstości ładunków na jednostkę długości $\frac{q_0}{2}$, zawieszonych równolegle nad płaszczyzną przewodzącą. Wpływ płaszczyzny przewodzącej uwzględnimy stosując metodę odbić zwierciadlanych. Będziemy więc rozpatrywali pole czterech osi równoległych, z których O'_1 i O'_2 będą stanowiły odbicie zwierciadlane osi O_1 i O_2 w płaszczyźnie γ z o gęstości liniowej $-\frac{q_0}{2}$ (rys. 1).



Rys. 1. Odbicie zwierciadlane dwóch osi równoległych

Mając na uwadze zastosowania założymy, że $a \ll d$. Uwzględniając następnie wyniki analizy pola elektrycznego dwóch osi, przeprowadzonej w pracy [2] oraz zasadę superpozycji możemy potencjał pola w punkcie P o współrzędnych (x, y) zapisać w postaci:

$$v(x, y) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{r'_1}{r_1} + \ln \frac{r'_2}{r_2} \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{r'_1 r'_2}{r_1 r_2} \quad (1)$$

Wprowadzenie nowej zmiennej

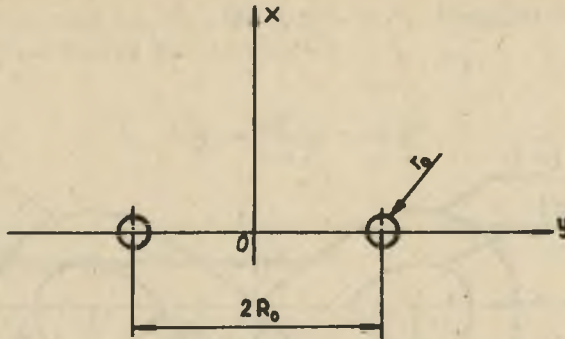
$$\xi_2 = \frac{1}{2} \ln \frac{r'_1 r'_2}{r_1 r_2} \quad (2)$$

pozwala zapisać wzór (1) w postaci:

$$v(x, y) = \frac{q_0}{2\pi\epsilon_0} \xi_2 \quad (3)$$

Widzimy więc, że krzywe parametryczne $\xi_2 = \text{const}$ są liniami ekwipotencjalnymi.

Łatwo zauważyć, że płaszczyźnie y z odpowiada parametr $\xi_2 = 0$. Zastanówmy się teraz czy wzór (1) będzie prawdziwy, jeżeli osie naładowane zastąpimy walcami równoległymi o promieniu r_0 , których osie są odległe o $2R_0$ (rys. 2).



Rys. 2. Przewód wiązkowy o dwóch przewodach w wiązce (dla linii 400 kV przyjmuje się $R_0 = 225$ mm, $r_0 = 19$ mm)

Zauważmy, że w najbliższym otoczeniu osi naładowanych O_1 i O_2 ustalony parametr $\xi_2 = \xi_{20}$ wynosi:

$$\xi_{20} = \frac{1}{n} \ln \frac{4d^2}{r_1 r_2} \quad (4)$$

gdyż na mocy założenia $a \ll d$; $r_1' r_2' \approx 4d^2$.

Ze wzorów (4) i (3) wynika więc, że w otoczeniu osi O_1 i O_2 linie ekwipotencjalne spełniają będą równanie:

$$r_1 r_2 = \text{const} \quad (5)$$

Wprowadzenie parametru t umożliwi dyskusję miejsc geometrycznych wyrażenia (5)

$$\sqrt{x'^2 + (y - a)^2} \sqrt{x'^2 + (y + a)^2} = a^2 t^2 \quad (6)$$

gdzie:

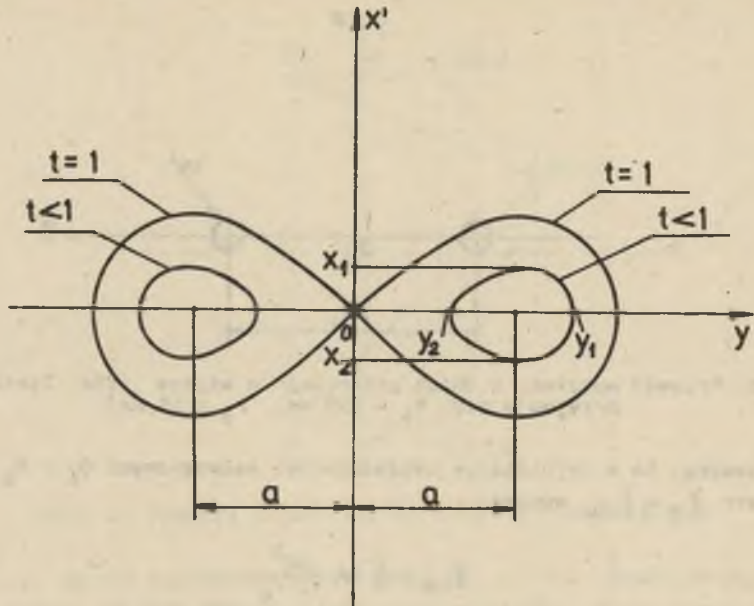
$$x' = x - d$$

Jak wiadomo dla parametru $t < 1$ miejsce geometryczne punktów (x', y) na płaszczyźnie określają tzw. owale Cassiniego.

Oznaczmy przez y_1 i y_2 rozwiązania równania (6) dla $x' = 0$ a przez x_1 , x_2 rozwiązania dla $y = a$ (rys. 3). Zachodzi:

$$y_1 - y_2 = \sqrt{a^2 + (at)^2} - \sqrt{a^2 - (at)^2} \quad (7)$$

$$x_1 - x_2 = 2 \sqrt{\sqrt{4a^4 + (at)^4} - 2a^2} \quad (8)$$



Rys. 3. Owale Cassiniego

Dla parametru $t < 0,4$

$$y_1 - y_2 \cong x_1 - x_2$$

z dokładnością do 0,4% w odniesieniu do $y_1 - y_2$. Zgodnie z oznaczeniami z rys. 2 możemy więc przyjąć:

$$2r_o \cong y_1 - y_2 = \sqrt{a^2 + (at)^2} - \sqrt{a^2 - (at)^2} \quad (9)$$

Położenie osi walca przyjmijemy jaką średnią arytmetyczną:

$$R_o = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{a^2 + (at)^2} + \sqrt{a^2 - (at)^2} \right] \quad (10)$$

Rozwiązując układ równań (9) i (10) ze względu na a i at otrzymamy:

$$a = \sqrt{R_o^2 + r_o^2} \quad (11)$$

$$R_z = at = \sqrt{2R_o r_o} \quad (12)$$

Wielkość $R_z = at$, określoną wzorem (12), będziemy dalej nazywali promieniem zastępczym przewodu wiązkowego o dwóch przewodach w wiązce o pro-

mieniu r_0 i odległości między jego osiami $2R_0$. Uwzględniając wzór (12) oraz równanie (6) we wzorze (4) otrzymamy:

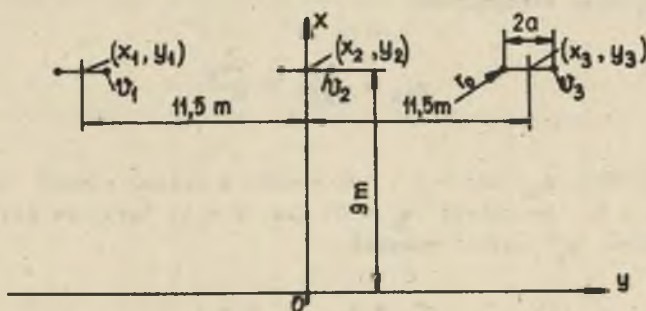
$$\zeta_{20} = \frac{1}{2} \ln \frac{4d^2}{(at)^2} = \ln \frac{2d}{R_z} \quad (13)$$

Pojemność jednostkową linii jedнопроводowej wiązki zawierającej dwa przewody w wiązce można wyrazić wzorem:

$$C_0 = \frac{q_0}{V_0} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\zeta_{20}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2d}{R_z}} \quad (14)$$

gdzie promień zastępczy R_z wyraża się wzorem (12).

Przystąpimy teraz do analizy potencjału quasistatycznego pod linią trójfazową 400 kV o przewodach wiązkowych zawierających dwa przewody w wiązce.



Rys. 4. Konfiguracja geometryczna położenia przewodów linii trójfazowej 400 kV
($x_1 = x_2 = x_3 = 9$ m, $y_3 = -y_1 = 11,5$ m)

Jak wiadomo [2] istnieje jednoznaczny stan równowagi układu przewodników, zaś odpowiednie potencjały przewodów dane są przez układ równań:

$$v_k = \sum_{l=1}^3 a_{kl} q_l \quad (k = 1, 2, 3) \quad (15)$$

Sposób obliczenia współczynników a_{k1} można znaleźć w pracy [1], ale ze względu na rozpatrywane przewody wiązkowe przeprowadzimy rekonstrukcję wzorów na te współczynniki. Zaczniemy od współczynników a_{kk} ($k = 1, 2, 3$). Niech ładunek $q_k = 1$, natomiast $q_l = 0$ dla wszystkich $l \neq k$.

Potencjał k -tego przewodu wyniesie wówczas:

$$v'_k = a_{kk} \quad (16)$$

Rozwiązanie takiego zadania podano w pierwszej części tego punktu. Na mocy wzorów (3) i (13) zachodzi:

$$v'_k = \frac{q_k}{2\pi\epsilon_0} \xi_{o2k} \quad (17)$$

gdzie ξ_{o2k} jest parametrem odpowiadającym powierzchni k-tego przewodu wiązkowego o dwóch przewodach w wiązce, który zgodnie ze wzorem (13) wynosi:

$$\xi_{o2k} = \ln \frac{2x_k}{R_{zk}} \quad (18)$$

gdzie:

R_{zk} - promień zastępczy k-tego przewodu wiązkowego obliczony zgodnie ze wzorem (12),

x_k - odległość k-tego przewodu od powierzchni ziemi.

Porównując wzory (16) i (17) stronami oraz uwzględniając, że we wzorze (17) $q_k = 1$, otrzymujemy:

$$a_{kk} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2x_k}{R_{zk}} \quad (19)$$

Współczynniki a_{k1} dla $k \neq 1$ otrzymamy z układu równań (15), przyjmując tam $q_1 = 1$, natomiast $q_k = 0$ dla $k \neq 1$. Istotnie potencjał k-tego przewodnika v_k'' wynosi wówczas:

$$v_k'' = a_{k1} \quad q_1 = a_{k1} \quad (20)$$

Z drugiej strony neutralnemu przewodnikowi "k" $q_k = 0$ odpowiada potencjał, jaki generuje ładunek $q_1 = 1$, który zgodnie ze wzorem (3) i definicją (2) parametru ξ_2 wynosi:

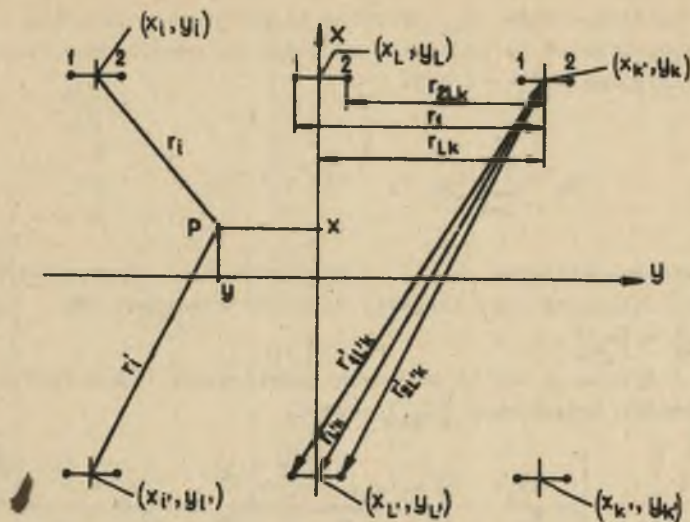
$$v_k'' = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \xi_2 \quad (21)$$

gdzie:

$$\xi_2 = \frac{1}{2} \ln \frac{r_{11'k} r_{21'k}}{r_{11k} r_{21k}} \quad (22)$$

$r_{11'k}$, r_{21k} - odległości między osią k-tego przewodu a pierwszym i drugim przewodem w wiązce 1-tego przewodu;

$r_{11'k}$, $r_{21'k}$ - odległości między osią k-tego przewodu a pierwszym i drugim przewodem w wiązce zwierciadlanego odbicia przewodu 1-tego.



Rys. 5. Zwierciadlane odbicie przewodów wiązkowych w płaszczyźnie yz ($x_1 = -x_1'$, $y_1 = y_1'$)

Dla ostatecznie dużych odległości między przewodami wiązkowymi możemy przyjąć:

$$r_{11'k} r_{21'k} \approx (r_{1'k})^2$$

$$r_{11k} r_{21k} \approx (r_{1k})^2$$

co po podstawieniu do wzoru (22) daje:

$$\xi_{21k} = \ln \frac{r_{1'k}}{r_{1k}} \quad (23)$$

gdzie:

$r_{1'k}$ - odległość między osią k -tego przewodu wiązkowego a osią zwierciadlanego odbicia 1-tego przewodu wiązkowego;

r_{1k} - odległość między osią 1-tą i k -tą przewodów wiązkowych.

Współczynniki a_{k1} dla $k \neq 1$ wynikają z porównania stronami wzorów (20) i (21) dla $q_1 = 1$. Zapisując odległości r_{1k} i $r_{1'k}$ w prostokątnym układzie współrzędnych otrzymujemy:

$$a_{k1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{1'k}}{r_{1k}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(x_k+x_1)^2 + (y_k-y_1)^2}}{\sqrt{(x_k-x_1)^2 + (y_k-y_1)^2}} \quad (k \neq 1) \quad (24)$$

Znajomość współczynników a_{kl} pozwala na obliczenie ładunków q_k ($k = 1, 2, 3$) przypadających na jednostkę długości przewodów wiązkowych przy zadanych potencjałach v_1 ($l = 1, 2, 3$)

$$q_k = \sum_{l=1}^3 C_{kl} v_l \quad (k = 1, 2, 3) \quad (25)$$

gdzie

C_{kl} - pojemności wzajemne ($k \neq l$) i własne ($k = l$) przewodów wiązkowych, obliczone jako elementy macierzy odwrotnej do $[a_{kl}]$, tj. $[C_{kl}] = [a_{kl}]^{-1}$.

Dla linii trójfazowej 400 kV o danych geometrycznych podanych na rys. 4 macierz pojemności cząstkowych $[C_{kl}]$ wynosi:

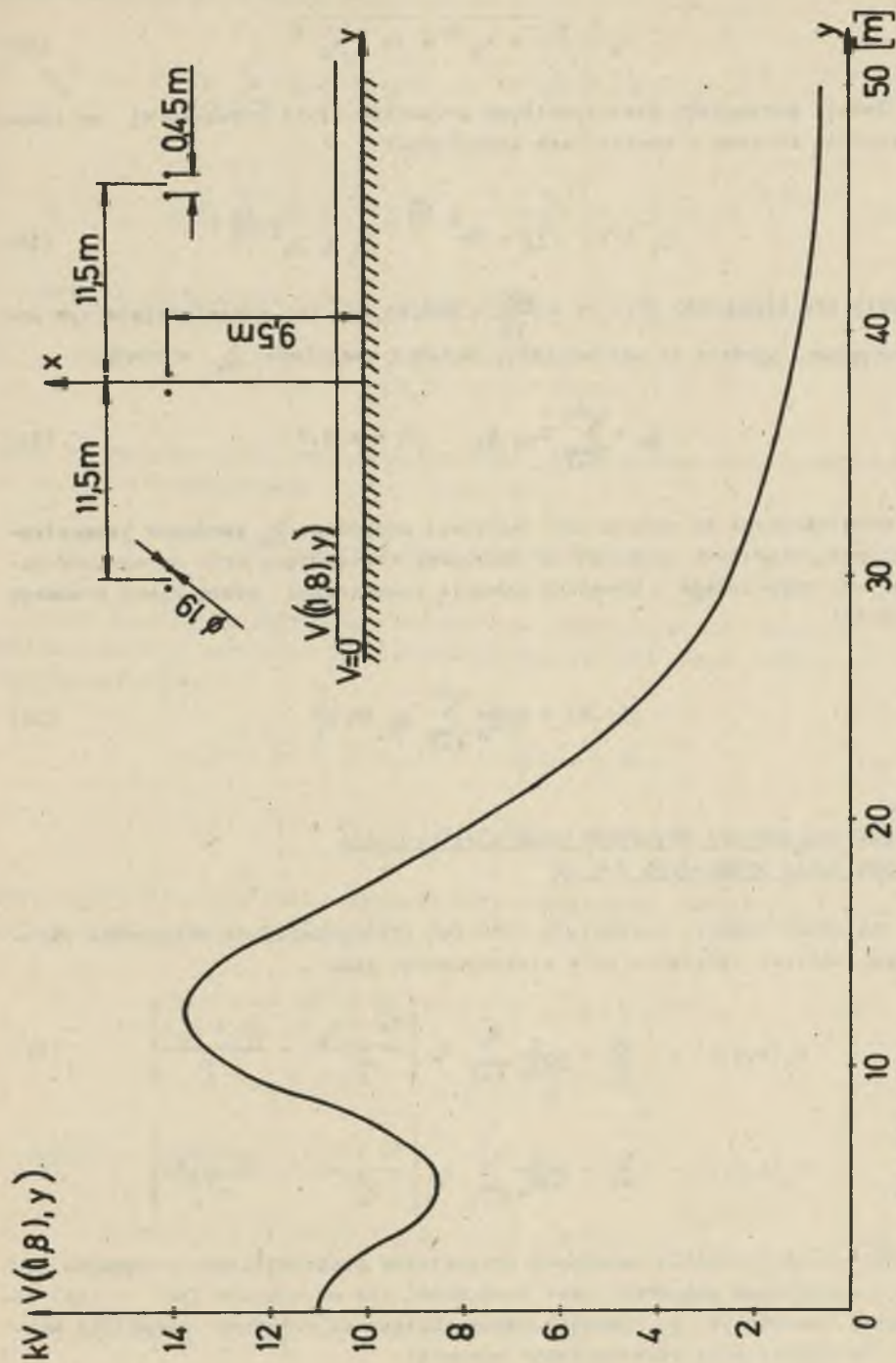
$$[C_{kl}] = [a_{kl}]^{-1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2x_1}{R_z} & \ln \frac{\sqrt{(x_1+x_2)^2+(y_1-y_2)^2}}{\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}} & \ln \frac{\sqrt{(x_1+x_3)^2+(y_1-y_3)^2}}{\sqrt{(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2}} \\ \ln \frac{\sqrt{(x_2+x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}} & \ln \frac{2x_2}{R_z} & \ln \frac{\sqrt{(x_2+x_3)^2+(y_2-y_3)^2}}{\sqrt{(x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2}} \\ \ln \frac{\sqrt{(x_1+x_3)^2+(y_3-y_1)^2}}{\sqrt{(x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2}} & \ln \frac{\sqrt{(x_3+x_2)^2+(y_3-y_2)^2}}{\sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2}} & \ln \frac{2x_3}{R_z} \end{bmatrix}^{-1} = 2\pi\epsilon_0 \begin{bmatrix} 0,1929132 & -0,0227903 & -0,0065083 \\ -0,0227903 & 0,1934119 & -0,0227903 \\ -0,0063083 & -0,0227903 & 0,19091132 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Znajomość ładunków q_k , obliczonych ze wzorów (25) dla danych potencjałów v_1 przewodów w stosunku do ziemi, pozwala na mocy zasady superpozycji i wzoru (3) obliczyć potencjał $v(x, y, t)$ w dowolnym punkcie przestrzeni otaczającej przewody jako:

$$v(x, y, t) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^3 q_k \ln \frac{r'_k}{r_k} \quad (27)$$

gdzie zgodnie z oznaczeniami na rys. 6:

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \quad (28)$$



Rys. 6. Rozkład potencjału pod linię 400 kV na wysokości 1,8 m nad ziemią

$$r'_k = \sqrt{(x + x_k)^2 + (y - y_k)^2} \quad (29)$$

Jeżeli potencjały poszczególnych przewodów linii przesyłowej są sinusoidalnie zmiennie o wartościach zespolonych:

$$\underline{V}_1 = V, \quad \underline{V}_2 = V e^{j \frac{4\pi}{3}}, \quad \underline{V}_3 = V e^{j \frac{2\pi}{3}} \quad (30)$$

(gdzie dla linii 400 kV; $V = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230,94$ kV) to odpowiadające tym potencjałom, zgodnie ze wzorem (25), ładunki zespolone \underline{Q}_k wynoszą:

$$\underline{Q}_k = \sum_{l=1}^3 C_{kl} \underline{V}_l \quad (k = 1, 2, 3) \quad (31)$$

Uwzględniając we wzorze (27) wartości zespolone \underline{Q}_k ładunków jednostkowych poszczególnych przewodów otrzymujemy następujący wzór na wartość potencjału zespolonego w dowolnym punkcie przestrzeni otaczającej przewody robocze:

$$\underline{V}(x, y) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^3 \underline{Q}_k \ln \frac{r'_k}{r_k} \quad (32)$$

3. Rozkład wektora natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową 400 kV

Znajomość funkcji potencjału (27) lub (32) pozwala na obliczenie składowych wektora natężenia pola elektrycznego jako:

$$E_x(x, y, t) = - \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^3 q_k \left[\frac{(x - x_k)}{r_k^2} - \frac{(x + x_k)}{r'_k{}^2} \right] \quad (33)$$

$$E_y(x, y, t) = - \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^3 q_k \left[\frac{(y - y_k)}{r_k^2} - \frac{(y - y_k)}{r'_k{}^2} \right] \quad (34)$$

Dla cosinusoidalnie zmiennych potencjałów poszczególnych przewodów linii przesyłowych wygodniej jest posługiwać się we wzorach (33) i (34) ładunkami zespolonymi \underline{Q}_k . Wówczas odpowiadające im składowe zespolone wektora natężenia pola elektrycznego wynoszą:

$$\underline{E}_x(x, y) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^3 Q_k \left[\frac{(x - x_k)}{r_k^2} - \frac{(x + x_k)}{r_k'^2} \right] = E_x(x, y) e^{j\phi_x(x, y)} \quad (35)$$

$$\underline{E}_y(x, y) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^3 Q_k \left[\frac{(y - y_k)}{r_k^2} - \frac{(y - y_k)}{r_k'^2} \right] = E_y(x, y) e^{j\phi_y(x, y)} \quad (36)$$

Obliczmy teraz moduł wektora natężenia pola elektrycznego jako:

$$E(x, y, t) = \sqrt{E_x^2(x, y, t) + E_y^2(x, y, t)} \quad (37)$$

Moduł wektora natężenia pola elektrycznego (37) może być również obliczony jako moduł następującej funkcji zespolonej:

$$\underline{E}(x, y, t) = E_y(x, y, t) + jE_x(x, y, t) \quad (38)$$

Jeżeli potencjały przewodów roboczych są cosinusoidalnie zmienne, to składowe wektora natężenia pola elektrycznego ogólnie rzecz biorąc mają następującą postać:

$$E_x(x, y, t) = \sqrt{2} E_x(x, y) \cos[\omega t + \phi_x(x, y)] \quad (39)$$

$$E_y(x, y, t) = \sqrt{2} E_y(x, y) \cos[\omega t + \phi_y(x, y)] \quad (40)$$

Podstawiając do wzoru (38) wyrażenia (39) i (40) oraz uwzględniając wzory Eulera na cosinus otrzymujemy:

$$\underline{E}(x, y, t) = \sqrt{2} \left\{ \frac{1}{2} [E_y(x, y) + j E_x(x, y)] e^{j\omega t} + \frac{1}{2} [E_y^*(x, y) + j E_x^*(x, y)] e^{-j\omega t} \right\} \quad (41)$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$$\underline{E}_1(x, y) = \frac{1}{2} [E_y(x, y) + j E_x(x, y)] = E_1(x, y) e^{j\phi_1(x, y)} \quad (42)$$

$$\underline{E}_2(x, y) = \frac{1}{2} [E_y^*(x, y) + j E_x^*(x, y)] = E_2(x, y) e^{j\phi_2(x, y)} \quad (43)$$

które pozwalają zapisać wzór (41) w postaci:

$$\underline{E}(x,y,t) = \sqrt{2} \underline{E}_1(x,y) e^{j\omega t} + \sqrt{2} \underline{E}_2(x,y) e^{-j\omega t} \quad (44)$$

Jak widać z konstrukcji wzoru (44) pole elektryczne w obszarze linii przesyłowej w punkcie o współrzędnych (x,y) można przedstawić w postaci sumy dwóch pól wirujących z tą samą prędkością kątową ω w kierunkach przeciwnych. Wypadkowe pole elektryczne jest więc polem eliptycznym. Wartość skuteczna składowej natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej i małej elipsy pola wirującego wynosi odpowiednio:

$$E_a(x,y) = |\underline{E}_1(x,y)| + |\underline{E}_2(x,y)| \quad (45)$$

$$E_b(x,y) = \left| |\underline{E}_1(x,y)| - |\underline{E}_2(x,y)| \right| \quad (46)$$

Kąt położenia składowej natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego w odniesieniu do ziemi wynosi:

$$\alpha(x,y) = \psi_2(x,y) + \frac{\psi_1(x,y) - \psi_2(x,y)}{2} \quad (47)$$

Widzimy więc, że pełną informację o natężeniu pola elektrycznego pod linią przesyłową w punkcie o współrzędnych (x,y) osiągamy podając składowe $E_a(x,y)$, $E_b(x,y)$ oraz kąt $\alpha(x,y)$.

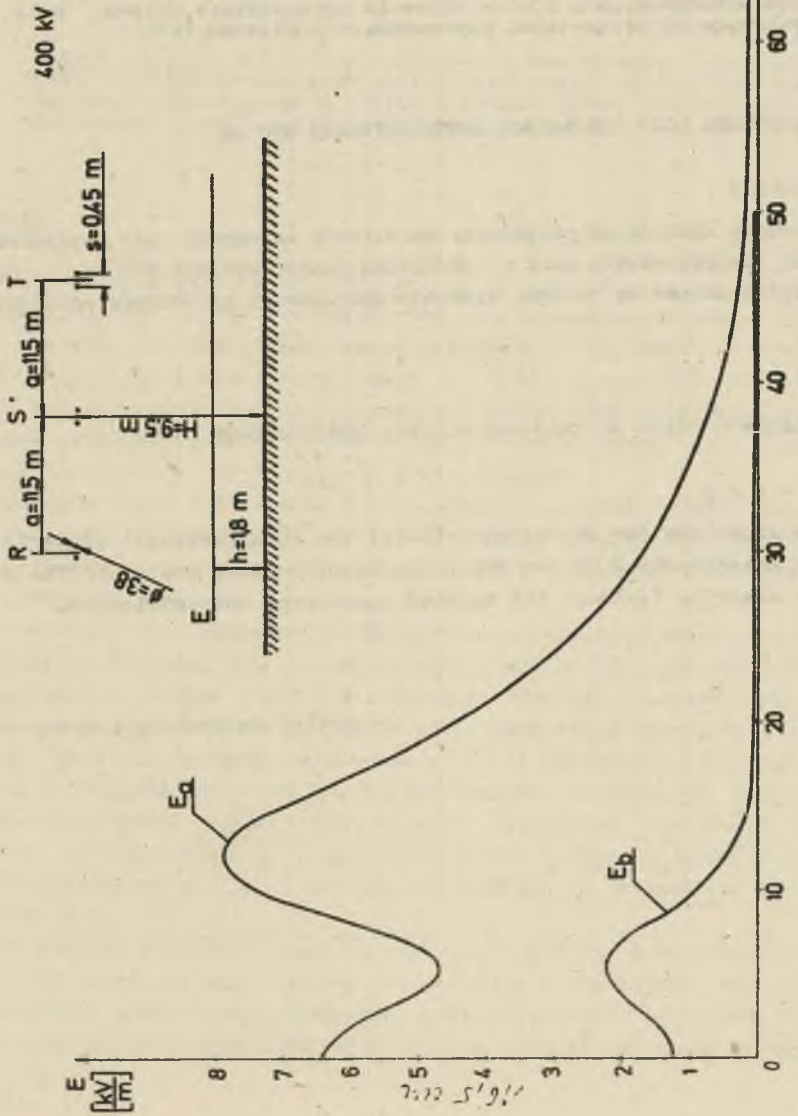
Dla linii przesyłowej 400 kV o danych geometrycznych podanych na rys. 5 wykonano obliczenia składowych $E_a((1,8), y)$ i $E_b((1,8), y)$ na poziomie 1,8 m nad ziemią (rys. 8). Z przeprowadzonych obliczeń wynikają następujące wnioski:

1. Stosunek składowych pola elektrycznego w kierunku półosi dużej i małej elipsy pola wirującego na poziomie 1,8 m od ziemi jest nie mniejszy niż 2,5

$$\frac{E_a((1,8), y)}{E_b((1,8), y)} > 2,5$$

2. Składowa $E_b((1,8), y)$ osiąga maksimum w punkcie y , gdzie $E_a((1,8), y)$ osiąga minimum lokalne.
3. Kąt $\alpha((1,8), y)$, określający położenie składowej E_a , spełnia nierówność:

$$|\alpha((1,8), y) - 90^\circ| < 12^\circ$$



Rys. 7. Rozkład natężenia pola elektrycznego pod linią trójfazową 400 kV na poziomie 1,8 m od ziemi w kierunku półosi dużej E_a i półosi małej E_b elipsy pola wirującego

LITERATURA

- [1] Konorski B.: Pole elektryczne przesyłowej linii trójfazowej, PWN, Warszawa 1970.
- [2] Szulkin P., Pogorzelski S.: Podstawy teorii pola elektromagnetycznego, WNT, Warszawa 1964.
- [3] Schneider K.H., Studinger H., Weck K.H., Steinbigler H., Utaschi D., Wiesinger J.: Courants de déplacement vers le corps humain causés par le champ diélectrique sous les lignes de transport d'énergie. CIGRE 1974 Working Group 36-04.
- [4] Groszko M.: Wytyczne projektowania linii najwyższych napięć w terenach zabudowanych z punktu widzenia ograniczenia wpływu pola elektrycznego na środowisko. Energopomiar - Gliwice 1975.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ 400 кВ

Резюме

В статье приводится разработка расчётного алгоритма для определения положения электрического поля в обводении линии передачи 400 кВ. Особенно обращено внимание на влияние пучковых проводов на разложение электрического поля.

THE ELECTRIC FIELD OF THE 3-PHASE 400 V TRANSMISSION LINE

Summary

The algorithm for the calculation of the quasi-static electric field in the neighbourhood of the 400 V transmission line was found. The problem of the electric field of the bunched conductors was considered.

Przyjęto do druku w czerwcu 1978 r.