ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: ELEKTRYKA z. 64 Nr kol. 593

Zygmunt PIĄTEK

ZJAWISKO NASKÓRKOWOŚCI W ALUMINIOWYM PRZEWODZIE O KSZTAŁCIE WALCA W CIEKŁYM AZOCIE

Streszczenie. W pracy podano podstawowe wiadomości o konduktywności metali w niskich temperaturach oraz wyniki badań dla aluminium różnej czystości i różnej średnicy. Dla chłodzonego ciekłym azotem przewodnika aluminiowego wykazano duży wpływ zjawiska naskórkowości na rezystancję i indukcyjność wewnętrzną, które uwydatnia się już dla częstotliwości przemysłowej 50 Hz. Zilustrowano to zjawisko podając wyniki badań. Wskazano również na możliwość modelowania częstotliwością aluminiowych torów prądowych chłodzonych ciekłym azotem.

1. Wstęp

Prądy zmienne płynące w przewodnikach wywołują wzrost gęstości prądu w pobliżu ich powierzchni. Rozkład prądu jest tym bardziej nierównomierny, im większa jest konduktywność przewodnika i jego przenikalność magnetyczna oraz im większa jest częstotliwość prądu płynącego w tym przewodniku. Największa gęstość prądu występuje przy powierzchni przewodnika, a najmniejsza wzdłuż jego osi. Zjawisko to nosi nazwę naskórkowości.

Zjawisko naskórkowości powoduje (przy przepływie przez przewodnik prądu sinusoidalnego) wzrost rezystancji i zmniejszenie indukcyjności wewnętrznej przewodu ze wzrostem częstotliwości [2, 4, 5].

W wyniku nierównomiernej gęstości prądu przemiennego straty energii w przewodniku są większe, niż wynikałoby to z wartości skutecznej prądu i rezystancji przewodu mierzonej przy prądzie stałym. Wzrost tych strat przy $f = 50$ Hz nie ma praktycznego znaczenia w przewodach, w których robocza temperatura wynosi od 300 do 350°K. W przewodach krioporowych o bardzo małych rezystywnościach zjawisko naskórkowości może spowodować nawet kilkudziesięciokrotne zwiększenie strat przy $f = 50$ Hz w stosunku do strat przy prądzie stałym [7].

2. Konduktywność metali w niskich temperaturach

Konduktywność metali σ, wg współczesnej teorii metali [3], zależy od rodzaju powierzchni Fermiego i średniej drogi swobodnej elektronów l:

$$\sigma = \frac{1}{\varrho} = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 \, l \, S_F}{(2\pi h)^3}, \tag{1}$$

gdzie:

e - ładunek elektronu,

h - stała Plancka,

S_F - pole powierzchni Fermiego.

Powierzchnia Fermiego określa pojemność i przewodność cieplną metalu oraz jego elektryczne i magnetyczne właściwości. Konduktywność metali można również określić zależnością podaną przez Druda-Lorentza-Sommerfelda [1, 6]:

$$\sigma = \frac{n \, e^2 \, l}{m \, v}, \tag{2}$$

gdzie:

n - gęstość elektronów przewodzenia,

m - masa elektronów,

v - średnia prędkość elektronów na poziomie pasma przewodnictwa w pobliżu powierzchni Fermiego.

Dla danego metalu stosunek $\frac{\sigma}{l}$ (wzory (1) i (2)) jest stały i dlatego konduktywność zależy tylko od długości drogi swobodnej elektronów l. Ta zaś zależna jest od rozproszenia elektronów na fononach, na defektach i zanieczyszczeniach (domieszkach) siatki krystalicznej metalu. Rozproszenia elektronów na fononach charakteryzuje tzw. temperatura Debye'a. Przy niskich temperaturach, kiedy liczba fononów zmniejsza się (proporcjonalnie do T^3), długość drogi swobodnej elektronów zasadniczo ograniczona jest tylko zderzeniami z zanieczyszczeniami (domieszkami) i defektami siatki krystalicznej, których liczba nie zależy od temperatury.

Zależność rezystywności metali od temperatury przy braku domieszek i defektów siatki została opisana przez Blocha [3, 6] równaniem:

$$\varrho_i(T) = \frac{k}{M \Theta_D} \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^5 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{x^5 \, dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})}, \tag{3}$$

gdzie:

Θ_D - temperatura charakterystyczna Debye'a,

M - masa atomowa,

k - stała charakterystyczna metalu,

$x = \frac{\Theta_D}{T}$.

Przy stałych wartościach M, k oraz Θ_D rezystywność jest funkcją stosunku $\frac{T}{\Theta_D}$.

Stosunek $\frac{\varrho_T}{\varrho_{\Theta_D}}$ jest uniwersalną funkcją zredukowanej temperatury $\frac{T}{\Theta_D}$ i określony jest wzorem [3]:

$$\frac{\varrho_T}{\varrho_{\Theta_D}} = 1{,}056\,\frac{T}{\Theta_D}\,F\left(\frac{\Theta_D}{T}\right). \tag{4}$$

Wartości funkcji $F\,\frac{\Theta_D}{T}$ podano w pracy [3] (tablica 2-1).

Rezystywność idealnego metalu (bez domieszek i deformacji siatki krystalicznej) w temperaturze T oblicza się zwykle z relacji:

$$\varrho_{iT} = \varrho_{T_o} \cdot \frac{T}{T_o} \cdot \frac{F\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)}{F\left(\frac{\Theta_D}{T_o}\right)}, \tag{5}$$

gdzie:

$\varrho_i(T)$ - idealna rezystywność zależna od rozproszenia elektronów na fononach przy temperaturze T,

ϱ_{T_o} - rezystywność przy temperaturze pokojowej T_o(273-300°K).

Całkowita rezystywność metalu wg zasady Matthiessena jest określona wzorem:

$$\varrho = \varrho_i(T) + \varrho_r + \varrho_H(T) + \varrho_l(T) \tag{6}$$

gdzie:

$\varrho_i(T)$ - rezystywność idealna,

ϱ_r - rezystywność resztkowa związana z rozproszeniem elektronów na domieszkach i niejednorodnościach siatki krystalicznej metali; nie zależy od temperatury,

$\varrho_H(T)$ - magnetorezystywność; pojawia się w obecności pola magnetycznego H,

$\varrho_l(T)$ - rezystywność wynikająca z efektu rozmiarowego w przypadku, gdy rozmiary liniowe przewodnika są porównywalne ze średnią drogą swobodną elektronów.

W tabeli 1 podano wartości rezystywności $\varrho_{293°K}$ i $\varrho_{77,36°K}$ (pomiar własny) oraz stosunek $K_{77,36°K} = \frac{\varrho_{293°K}}{\varrho_{77,36°K}}$ krajowego aluminium hutniczego (z atestem hutniczym) różnej czystości i różnej średnicy, dostarczonego przez Hutę Aluminium w Skawinie. Pomiary wykonano prądem stałym na próbkach o długości pomiarowej 1,5 m.

Tabela 1

	ϕ	ρ_{293^oK}	$\rho_{77,36^oK}$	$K_{77,36^oK}$
	mm	nΩm	nΩm	-
4N (99,99%)	2	26,98	2,48	10,87
	3	27,09	2,50	10,82
	5	27,33	2,41	11,35
5N (99,999%)	2	26,60	2,32	11,44
	3	26,70	2,40	11,11
	5	27,09	2,26	11,97
5N5 (99,9995%)	2	26,58	2,30	11,52
	3	26,25	2,23	11,75
	5	26,71	2,41	11,06
6N (99,9999%)	2	26,38	2,28	11,56
	3	26,42	2,21	11,90
	5	26,95	2,25	11,93

3. Gęstość prądu i natężenie pola magnetycznego w przewodzie aluminiowym o kształcie walca w ciekłym azocie

Załóżmy, że prostoliniowy i bardzo długi przewód wiodący prąd sinusoidalnie zmienny został umieszczony w temperaturze T.

Wektory natężenia pola magnetycznego i elektrycznego w tym przypadku będą miały tylko po jednej składowej:

$$\mathbf{H} = \mathbf{1}_\phi H, \tag{7}$$

$$\mathbf{J} = k\mathbf{J}, \tag{8}$$

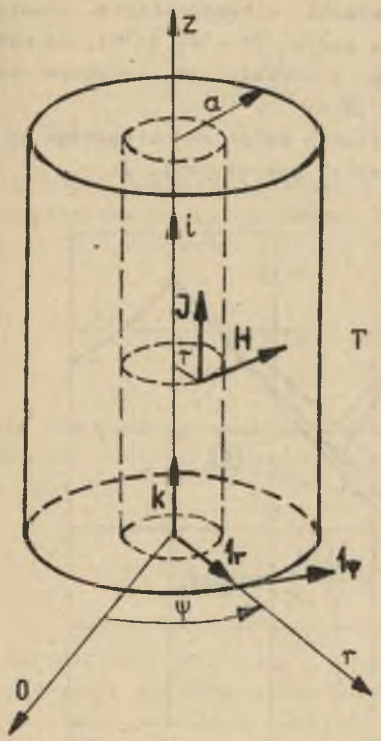
$$\mathbf{E} = k\mathbf{E} = k\frac{\mathbf{J}}{\gamma}. \tag{9}$$

Jeżeli:

$$i(t) = |I_m| \sin \omega t \tag{10}$$

to wg pracy [2, 4] zespolona gęstość prądu przedstawiona jest wzorem:

$$J_m = \frac{|I_m|}{\pi a^2} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{b_{or}}{b_{1a}} e^{j(\beta_{or}-45^o-\beta_{1a})} \tag{11}$$



Rys. 1. Przewodnik o kształcie walca umieszczony w środowisku o temperaturze T

zaś zespolona wartość natężenia pola magnetycznego:

$$H_m = \frac{|I_m|}{2\pi a} \cdot \frac{b_{1r}}{b_{1a}} e^{j(\beta_{1r}-\beta_{1a})}, \qquad (12)$$

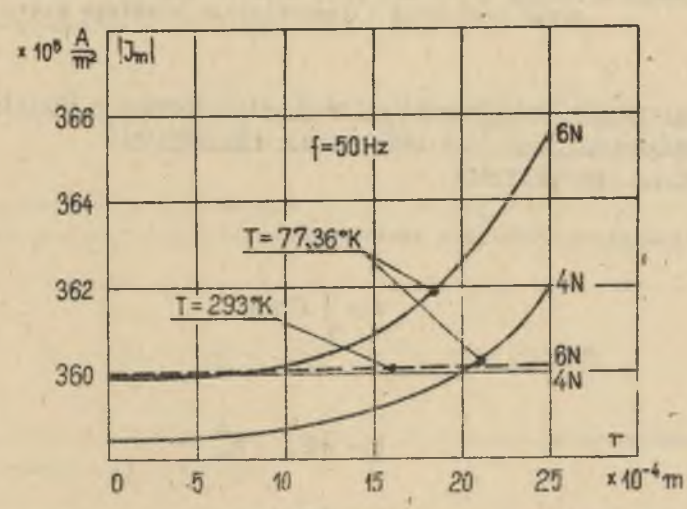
gdzie:

$$m = \sqrt{\omega \mu \gamma}, \qquad (13)$$

β_0, b_0, β_1, b_1 - współczynniki funkcji Bessela, zależne od $w = \sqrt{-j}\, m\, r$.

Ze wzorów (11), (12) i (13) wynika, że gęstość prądu jak i natężenie pola magnetycznego zależą również od konduktywności γ. Jeżeli zaś rozpatrywany przewodnik umieścimy w środowisku o zmieniającej się temperaturze, to zmiana γ wraz z temperaturą pociągnie za sobą zmianę gęstości prądu i natężenia pola magnetycznego.

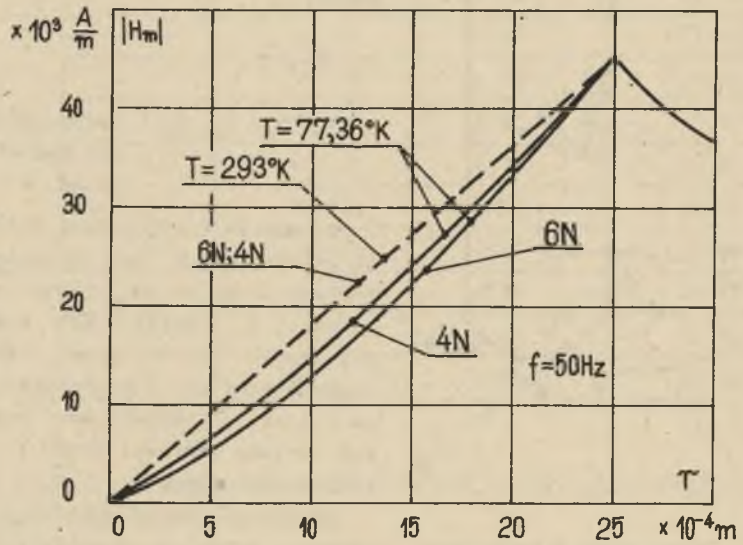
Na rys. 2. przedstawiono zależność gęstości prądu od odległości od osi walca przy częstotliwości f = 50 Hz dla



Rys. 2. Zależność gęstości prądu od odległości od osi walca aluminiowego o różnej czystości przy częstotliwości f = 50 Hz w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

przewodników aluminiowych o różnej czystości w temperaturze otoczenia (T_o = 293°K) oraz w temperaturze ciekłego azotu (T = 77,36°K). Do wykreślenia tej zależności przyjęto a = 2,5 mm o wartościach rezystywności z tabeli 1 oraz wartości prądu $|I_m| = 500\sqrt{2}$ A.

Na rys. 3 przedstawiono zależność natężenia pola magnetycznego od odległości od osi walca przy założeniach takich jak dla rys. 2.



Rys. 3. Zależność natężenia pola magnetycznego od odległości od osi walca aluminiowego o różnej czystości przy częstotliwości f = 50 Hz w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

4. Rezystancja i indukcyjność przewodu aluminiowego w kształcie walca umieszczonego w ciekłym azocie przy uwzględnieniu zjawiska naskórkowości

Moc zespolona określona jest wzorem:

$$S = \int_S \mathbf{P} \cap d\mathbf{s}, \tag{14}$$

gdzie:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2}\mathbf{E}_m \times \mathbf{H}_m^* \tag{15}$$

jest tzw. zespolonym wektorem Poyntinga.

Uwzględniając wzory (9), (11) i (12) otrzymamy:

$$P(r) = 1_r \frac{1}{2} \cdot \frac{|I_m|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{1}{2\pi a} \cdot \frac{b_{or}\, b_{1r}}{(b_{1a})^2}\, e^{j(\beta_{or}-45^o-\beta_{1r})} \tag{16}$$

Strumień zespolonego wektora Poyntinga, wnikającego do przewodnika na jednostkę długości, określony jest przy wykorzystaniu zależności (14), (15) i (16) wzorem:

$$S = P(r=a)2\pi a\ 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{|I_m|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}}\, e^{j(\beta_{oa}-45^o-\beta_{1a})} \tag{17}$$

Część rzeczywista wzoru (17) jest strumieniem mocy czynnej wpływającej do jednostki długości przewodnika. Uwzględniając ponadto, że $|I_m| = \sqrt{2}\,|I|$, otrzymujemy:

$$P = \mathrm{Re}\{S\} = \frac{|I|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \cos(\beta_{oa}-45^o-\beta_{1a}). \tag{18}$$

Współczynnik przy $|I|^2$ we wzorze (18) możemy uważać za rezystancje na jednostkę długości przewodnika prostoliniowego o przekroju kołowym:

$$R = \frac{1}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \cos(\beta_{oa}-45^o-\beta_{1a}). \tag{19}$$

Część urojona wyrażenia (17) jest mocą bierną:

$$Q = J_m\{S\} = \frac{|I|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \sin(\beta_{oa}-45^o-\beta_{1a}). \tag{20}$$

Współczynnik przy $|I|^2$ we wzorze (20) możemy uważać za reaktancję wewnętrzną na jednostkę długości przewodnika prostoliniowego o przekroju kołowym;

$$X_L = \omega L_w = \frac{1}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{m\,a}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \sin(\beta_{oa}-45^o-\beta_{1a}) \tag{21}$$

Wzory na rezystancję (19) i reaktancję (21) można także uzyskać z tzw. impedancji wewnętrznej przewodu:

$$Z_{wew} = \frac{E_m(a)}{I_m} = \frac{J_m(a)}{\gamma I_m} \tag{22}$$

biorąc odpowiednio jej część rzeczywistą i urojoną. Przy $f = 0$, tj. przy prądzie stałym rezystancja na jednostkę długości przewodnika określona jest wzorem:

$$R_o = \frac{1}{\pi a^2 \gamma}, \tag{23}$$

zaś indukcyjność wewnętrzna:

$$L_{wo} = \frac{\mu}{8\pi}. \tag{24}$$

Ze wzorów (19) i (21) wynika, że rezystancja i indukcyjność wewnętrzna przewodu zależą od częstotliwości oraz od konduktywności γ. Jeżeli zaś rozpatrywany przewodnik, przez który płynie prąd przemienny, umieścimy w środowisku o zmieniającej się temperaturze, to zmiana γ wraz z temperaturą pociągnie za sobą zmianę rezystancji i indukcyjności wewnętrznej przewodnika.

W tabeli 2 przedstawiono (pomiar własny) zmianę rezystancji przewodników (z aluminium o różnej czystości) wiodących prąd o częstotliwości 50 Hz w stosunku do rezystancji tych przewodników dla prądu stałego - w temperaturze otoczenia oraz w temperaturze ciekłego azotu.

$$\Delta R_{\%} = \frac{R_{50Hz} - R_o}{R_o} 100\%; \qquad K'_{77,36^oK} = \left(\frac{R_{293^oK}}{R_{77,36^oK}}\right)_{50Hz}$$

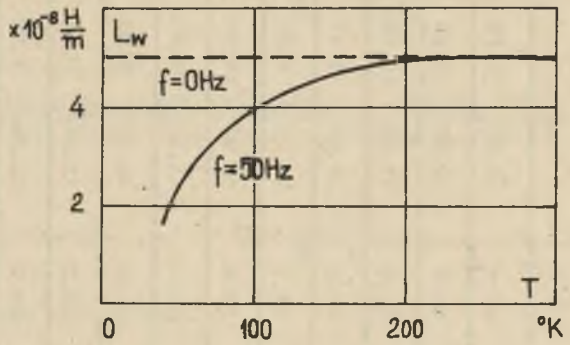
Z otrzymanych wyników widać, że zjawisko naskórkowości, bez znaczenia dla $f = 50$ Hz i temperatury otoczenia, uwydatnia się w temperaturze ciekłego azotu, powodując wzrost rezystyncji przewodnika o około 20% wartości określonej dla prądu stałego. Stąd też zysk ze schłodzenia przewodnika (straty mocy czynnej) zmniejsza się z około 11 do 9,8 razy. Ma to istotne znaczenie w torach prądowych, w których występują duże straty mocy czynnej.

Na rys. 4 przedstawiono zależność $L_{w50Hz} = f(T)$ wynikającą ze wzoru (21).

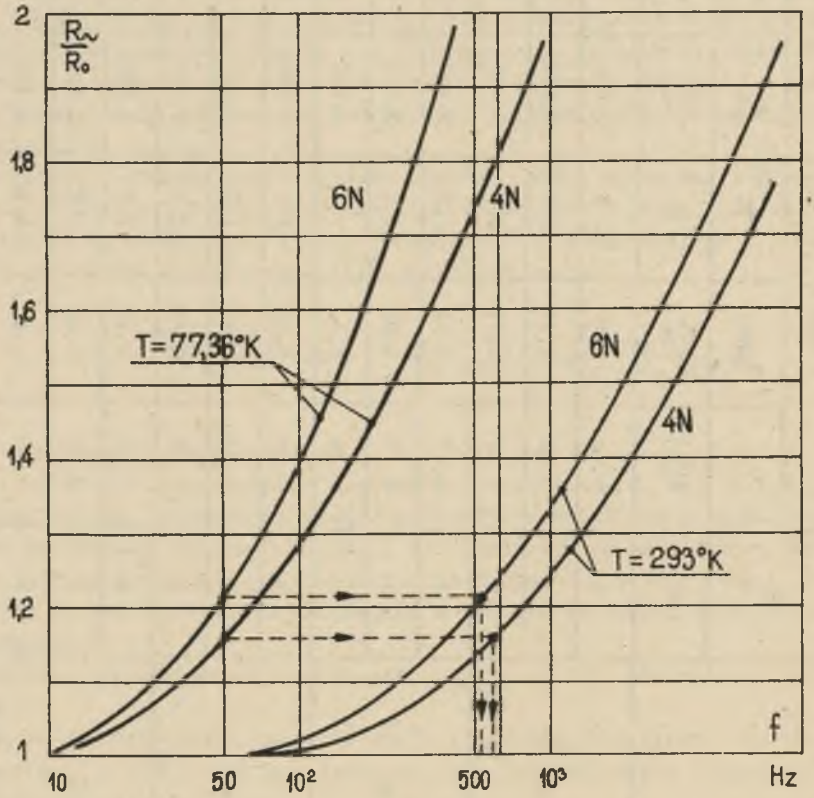
Wpływ częstotliwości na rezystancję i indukcyjność wewnętrzną dla temperatury $T = 293^oK$ oraz dla ciekłego azotu przedstawiono (pomiar własny) na rys. 5 i rys. 6.

Tabela 2

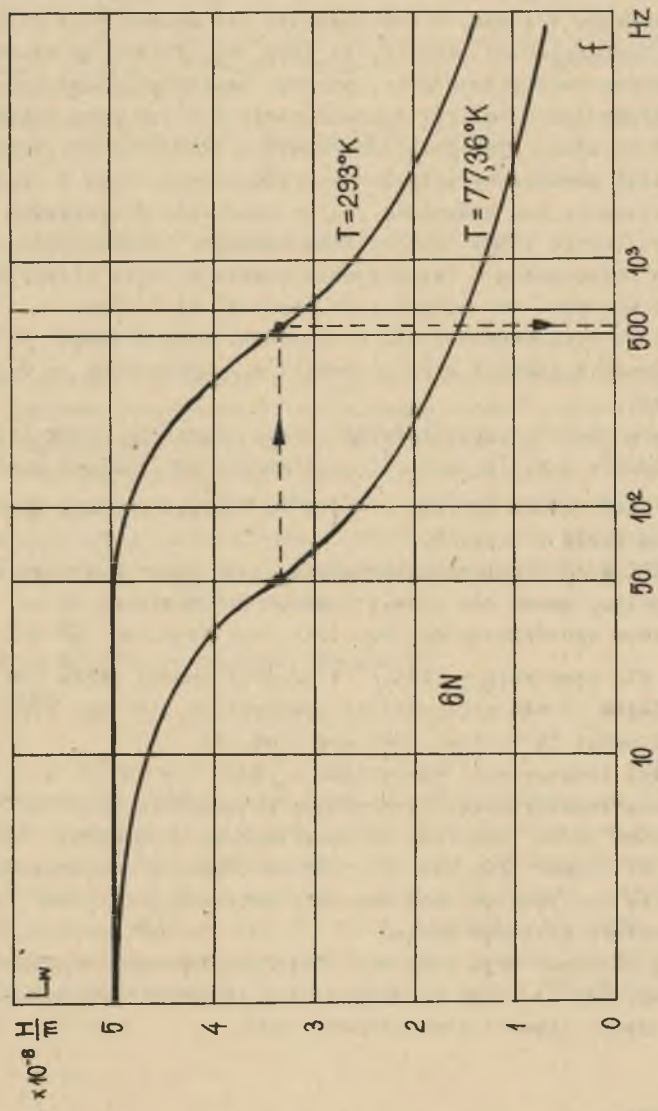
	Φ	T = 293°K			T = 77,36°K			$K_{77,36°}$	$K'_{77,36°}$
		R_o	R_{50Hz}	$\Delta R_{\%}$	R_o	R_{50Hz}	$\Delta R_{\%}$		
	mm	$m\left(\frac{\Omega}{m}\right)$	$m\left(\frac{\Omega}{m}\right)$	%	$m\left(\frac{\Omega}{m}\right)$	$m\left(\frac{\Omega}{m}\right)$	%	-	-
4N	2	8,58	8,69	1,3	0,789	0,888	12,6	10,87	9,78
	3	3,83	3,99	1,5	0,354	0,413	16,7	10,82	9,66
	5	1,39	1,41	1,9	0,122	0,140	14,2	11,35	10,12
5N	2	8,47	8,58	1,2	0,740	0,860	16,2	11,44	9,97
	3	3,77	3,83	1,4	0,340	0,397	16,7	11,11	9,64
	5	1,38	1,4	1,4	0,115	0,135	17,4	11,97	10,34
5N5	2	8,46	8,56	1,2	0,734	0,881	20,07	11,52	9,71
	3	3,71	3,76	1,5	0,316	0,382	21,0	11,75	9,83
	5	1,36	1,40	2,9	0,123	0,143	16,3	11,06	9,79
6N	2	8,49	8,49	1,0	0,726	0,888	22,2	11,56	9,56
	3	3,73	3,80	1,6	0,313	0,387	23,5	11,90	9,81
	5	1,37	1,39	2,0	0,115	0,145	22,6	11,93	9,85



Rys. 4. Zależność indukcyjności wewnętrznej od temperatury przewodnika aluminiowego o przekroju kołowym



Rys. 5. Wpływ częstotliwości na stosunek $\frac{R}{R_o}$ aluminiowego przewodnika o przekroju kołowym w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu



Rys. 6. Wpływ częstotliwości na indukcyjność wewnętrzną aluminiowego przewodnika o przekroju kołowym w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

5. Wnioski

Obniżenie temperatury przewodnika przy przepływie przez niego prądu sinusoidalnego powoduje w stosunku do przewodnika nieschłodzonego zmianę gęstości prądu (rys. 2), zmianę natężenia pola magnetycznego (rys. 3) w jego przekroju kołowym, w konsekwencji zaś zmianę jego rezystancji (tabela 2) i indukcyjności wewnętrznej (rys. 4). Zmiany te rosną w miarę obniżania temperatury oraz w miarę wzrostu czystości aluminium. W temperaturze ciekłego azotu zmiany te uwydatniają się już przy małych częstotliwościach jako efekt zjawiska naskórkowości. Przyrost rezystancji na jednostkę długości powodowany przepływem prądu przemiennego o częstotliwości 50 Hz, praktycznie bez znaczenia dla przewodników pracujących w temperaturze otoczenia (około 1,5%), osiąga duże wartości (około 20%), gdy przewodnik zostanie umieszczony w temperaturze ciekłego azotu (tabela 2). Przyrost jest tym większy, im większa jest czystość aluminium.

Zjawisko naskórkowości dla przewodnika schłodzonego i częstotliwości 50 Hz powoduje większe straty energii niż wynikałoby to z obliczeń dla prądu stałego.

W miarę wzrostu częstotliwości prądu płynącego przez przewodnik stosunek $\frac{R_\sim}{R_o}$ rośnie o wiele szybciej w temperaturze ciekłego azotu niż w temperaturze otoczenia i np. dla $f = 10^4$Hz osiąga wartość około 12,5, zaś w otoczeniu około 2 (rys. 5).

Naskórkowość w krioelektrotechnice jest więc zagadnieniem, którego nie wolno pomijać nawet dla częstotliwości przemysłowej 50 Hz.

Istotnym spostrzeżeniem jest fakt, że stosunek $\frac{R_\sim}{R_o}$ przewodnika aluminiowego dla temperatury 293^oK i częstotliwości około 520 Hz (Al6N) lub 580 Hz (Al4N) i ten stosunek dla temperatury ciekłego azotu ($77,36^oK$) i częstotliwości 50 Hz jest taki sam (rys. 5).

Również indukcyjność wewnętrzna L_w dla $T = 293^oK$ i $f = 520$ Hz (Al6N) jest równa indukcyjności wewnętrznej przewodnika dla $T = 77,36^oK$ i częstotliwości 50 Hz (rys. 6). Po przeliczeniu zależności $|J| = f(r)$ dla $f = 520$ Hz (Al6N) lub dla $f = 580$ Hz (Al4N) i temperatury 293^oK okazuje się, że są one identyczne z charakterystykami $|J| = f(r)$ dla $f = 50$ Hz i temperatury ciekłego azotu.

Fakty powyższe dają duże możliwości modelowego badania (przy f=500÷600 Hz i temp. 293^oK) torów prądowych pracujących w temperaturze ciekłego azotu i częstotliwości przemysłowej 50 Hz.

LITERATURA

[1] Burnier P., Laurenceau P.: La conduction dans les métaux purx aux basses températures. Revue Générale de l'électricité, juin 1965.

[2] Cholewicki T.: Elektrotechnika teoretyczna. WNT, Warszawa 1971.

[3] Fastowskij W.G.: Kriogennaja tiechnika. Energija, Moskwa 1974.

[4] Kupalan S.D.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1967.

[5] Matusiak R.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1967.

[6] Mazurek B.: Wpływ zgniotu i wyżarzania na rezystywność resztkową aluminium różnej czystości. Prace Naukowe Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej, nr 2, Studia i Materiały Nr 2, 1971.

[7] Mazurek B.: Badania strat w przewodach aluminiowych w ciekłym azocie. Prace Naukowe Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej, nr 9, Studia i Materiały Nr 6, 1973.

[8] Vachet P., Bonmarin J.: Emploi de l'aluminium raffiné dans les cryomachines. Revue Générale de l'électricité, juin 1965.

СКИН-ЭФФЕКТ В АЛЮМИНИЕВОЙ ПРОВОЛОКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ В ЖИДКОМ АЗОТЕ

Р е з ю м е

В статье даются основные знания о кондуктивности металлов в низких температурах и результаты исследований для алюминия разной чистоты и разных диаметров. Для охлаждаемой жидким азотом алюминиевой проволоки сыграло влияние скин-эффекта на внутреннюю индуктивность и сопротивление, которое уже выделяется для промышленных частот 50 гц. Это явление иллюстрируется результатами получения во время исследования. Указывается тоже возможность моделирования чистотой алюминиевых тоководов охлаждаемых жидким азотом.

SKIN EFFECT IN AN ALUMINIUM CYLINDER CONDUCTOR IN LIQUID NITROGEN

S u m m a r y

The work presents the basic principles of metal conductivity in low temperatures and the results of experiments for aluminium of varying purity and diameters. A great influence of the skin effect on resistance and self-inductance was shown for a conductor cooled by liquid nitrogen. This effect becomes evident already for the power frequency of 50 Hz. The effect was illustrated by experiment results. The possibility of modelling the aluminium liquid-nitrogen-cooled circuits by means of frequency was also shown in this work.

Przyjęto do druku w czerwcu 1978 r.