

Marcin BORECKI
Marek KWAŚNIEWSKI
Stanisław OLEKSY

CIŚNIENIE DEFORMACYJNE GÓROTWORU JAKO OŚRODKA REOLOGICZNEGO DZIEDZICZNEGO NA OBUDOWĘ WYROBISKA KORYTARZOWEGO

Streszczenie. Wykorzystując zasadę Volterry w pracy przedstawiono sposób rozszerzenia istniejących rozwiązań stanu naprężenia i odkształcenia górotworu jako ośrodka sprężystego, na bardziej ogólny i uniwersalny przypadek górotworu - masywu skalnego reologicznego, posiadającego własności pełzania. Na podstawie przedstawionych prawideł i zależności określono ciśnienie deformacyjne górotworu - jako ośrodka lepko-sprężystego o modelu całkowym z jądrem dziedziczności typu Rabotnowa - na obudowę wyrobiska o przekroju kołowym.

Przechodzeniu z robotami górniczymi na coraz to większe głębokości towarzyszą nowe nie spotykane na głębokościach mniejszych przejawy ciśnienia górotworu w sąsiedztwie wyrobisk górniczych.

W górotworze, wokół wyrobisk, występuje graniczny stan naprężenia przejawiający się w formie gwałtownych zruśzeń /tąpnięć, nagłych wyrzutów skał i gazów, zawałów/ lub w formie intensywne przemieszczeń skał ku wyrobiskom. Dla rozważań nad mechanizmem współdziałania obudowy kapitalnych wyrobisk górniczych z górotworem, w warunkach geotechnicznych dużych głębokości polskich zagłębi, szczególnie interesujący jest właśnie ten drugi typ zjawisk, jako charakterystyczny dla skał osadowych, towarzyszących złożom kopalin użytecznych.

Badania własności fizykomechanicznych, a szczególnie własności reologicznych skał karbońskich, prowadzone w Instytucie Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej wskazują, że skały typu ilowców, mułowców i słabych piaskowców, zalegające na większych głębokościach, mogą być w większości zaliczane do skał niestatecznych lub średniostatecznych. Charakteryzują się one wyraźną skłonnością do pełzania. W praktyce zjawisko to przejawia się intensywnymi przemieszczeniami masywu skalnego ku wyrobiskom i obciążeniami, które niejednokrotnie znacznie przekraczają podporności obudów.

Utrzymanie wyrobisk w stanie statecznym w takich warunkach wymaga stosowania obudowy o specjalnie dobranych parametrach określających jej współpracę z górotworem, ze szczególnym uwzględnieniem skłonności skał do pełzania.

W związku z tym konieczne stało się rozszerzenie istniejących rozwiązań stanu naprężenia i odkształcenia górotworu wokół wyrobisk, jako ośrodka sprężystego, na bardziej ogólny i uniwersalny przypadek górotworu - masywu skalnego reologicznego, posiadającego własności pełzania. Stało się to możliwe dzięki wykorzystaniu równań teorii dziedziczności, teorii pełzania ciał o równaniu stanu Boltzmanna-Volterry [1,3]

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[\sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau) L(t-\tau) d\tau \right] \quad /1/$$

W równaniu /1/ E oznacza współczynnik sprężystości podłużnej materiału; funkcja $L(t-\tau)$, będąca jądrem tego równania całkowego, nazywa się jądrem pełzania /jądrem dziedziczności/. Jest ona funkcją charakterystyczną /oznaczaną eksperymentalnie/ dla danego ośrodka; odzwierciedla /"dziedziczy"/ wpływ naprężenia $\sigma(\tau)$ przyłożonego w chwili τ i działającego w czasie $d\tau$ na jego odkształcenie w chwili t . W oparciu o przeprowadzone w Instytucie Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej badania skał karbońskich ROW na pełzanie stwierdzono [2], że krzywe pełzania tych skał osadowych najbardziej dokładnie aproksymuje się za pomocą funkcji odpowiadającej jądru pełzania typu funkcji eksponencjalnej ułamkowej rzędu Rabinowa:

$$J_{\alpha}(-\beta, t-\tau) = (t-\tau)^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-\beta^n (t-\tau)^{n(1-\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1-\alpha)]} \quad /2/$$

gdzie:

- t - czas,
- α i β - parametry fizyczne, przy czym $0 < \alpha < 1$, $\beta > 0$
- Γ - funkcja gamma Eulera,
- τ - jednostkowy przedział czasu.

Odpowiadającą jądru /2/ funkcję pełzania określa się wykorzystując aproksymację Rozowskiiego [8]. Otrzymuje się:

$$\varphi(t) = \frac{1}{E} \left[1 + \frac{x}{\beta-x} \left[1 - e^{(x-\beta)\tau t^{1-\alpha}} \right] \right] \quad /3/$$

gdzie:

- x ; β - parametry pełzania /o wymiarze $t^{\alpha-1}$ /
- γ i α - wielkości stałe, przy czym $\alpha = 0,7$, $\gamma = (1-\alpha)^{1-\alpha} \approx 0,7$

Jak wskazano na podstawie szczegółowych analiz w pracy [6] funkcja /3/ aproksymuje zadowalająco krzywe pełzania skał osadowych, uzyskane z badań zarówno krótkotrwałych /od 5-minutowych do 360-godzinnych/, jak i trwających niemal rok. Funkcja ta opisuje I stadium /stadium pełzania pierwotnego/ uogólnionej krzywej pełzania skał.

Zgodnie z zasadą Volterry, nazwaną tak przez Rabortnowa [3,7], własności dziedziczne ośrodka pełzającego będą uwzględnione, jeżeli w formułach uzyskanych przy rozwiązaniu zadań teorii sprężystości stałe sprężyste zastąpimy odpowiednimi operatorami całkowymi.

Dla jądra pełzania Rabortnowa operatory całkowe mają postać:

$$\begin{aligned}\bar{E} &= E_0 [1 - \chi \mathcal{J}_\alpha^* (-\beta)] \\ \bar{G} &= G_0 [1 - \chi_c \mathcal{J}_\alpha^* (-\beta_c)] \\ \bar{\nu} &= \nu_0 [1 + \omega \mathcal{J}_\alpha^* (-\mu)]\end{aligned}\quad /4/$$

gdzie: E_0, G_0, ν_0 - wartości odpowiednich modułów ośrodka sprężystego

$$\begin{aligned}\mu &= \beta & \chi_0 &= \frac{3\chi}{2(1+\nu_0)} \\ \omega &= \frac{1-2\nu_0}{2\nu_0} & \beta_c &= \beta + \frac{1-2\nu_0/\chi}{2(1-\nu_0)}\end{aligned}\quad /5/$$

Rozwikłanie funkcji operatorów całkowych może być wykonane za pomocą własności operatorów opisanych zależnościami [7,9]:

$$\mathcal{J}_\alpha^*(x) \mathcal{J}_\alpha^*(y) = \frac{\mathcal{J}_\alpha^*(x) - \mathcal{J}_\alpha^*(y)}{x-y} \quad ; (x \neq y) \quad /6/$$

$$\frac{1-x}{1-x \mathcal{J}_\alpha^*(-\beta)} = 1 + \chi \mathcal{J}_\alpha^*(x-\beta) \quad /7/$$

$$\mathcal{J}_\alpha^{*n}(-\beta) = (-1)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!} \frac{\partial^{n-1}}{\partial \beta^{n-1}} \mathcal{J}_\alpha^*(-\beta) \quad /8/$$

$$\frac{1}{1 - \sum_{i=1}^n m_i \mathcal{J}_\alpha^*(x_i)} = 1 + \sum_{k=1}^n a_k \mathcal{J}_\alpha^*(r_k), \quad /9/$$

gdzie: r_k - pierwiastki równania $1 + \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{x_i - r} = 0$,

a_k - spełnia układ $1 + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{x_i - r_k} = 0; \quad /i = 1, 2, \dots, n/$,

a wykorzystanie aproksymacji Rozowskiego [9]:

$$\mathcal{J}_\alpha^*(-\beta) \cdot 1 = \frac{1}{\beta} [1 - \exp(-\gamma \beta t^{1-\alpha})] \quad /10/$$

umożliwia doprowadzenie rozwiązania do rezultatu liczbowego.

Na podstawie przedstawionych prawideł i zależności zostanie rozszerzone rozwiązanie dotyczące określenia ciśnienia deformacyjnego górotworu - traktowanego jako ośrodek sprężysty - na obudowę, na ośrodek reologiczny o funkcji pełzania odpowiadającej jądra Rabotnowa /por. wzór 2/ w aproksymacji Rozowskiego /por. wzór 3/.

Punktem wyjścia do przedstawionych rozważań jest zastosowanie rozwiązania dotyczącego wielkości ciśnienia deformacyjnego górotworu - jako ośrodka sprężystego - na obudowę wyrobiska o przekroju kołowym. Na podstawie teorii sprężystości otrzymuje się następujące wzory na wielkość naprężeń w otoczeniu obudowanego wyrobiska kołowego [11]:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= p + (p - p_0) \frac{a^2}{r^2} \\ \sigma_r &= p - (p - p_0) \frac{a^2}{r^2}\end{aligned}\quad /11/$$

gdzie: p - naprężenie pierwotne w górotworze, przy czym $p = p_z = p_x$,
 p_0 - oddziaływanie obudowy na górotwór,
 a - promień wyrobiska w wyłomie,
 r - odległość dowolnego punktu od środka wyrobiska.

Wielkość przemieszczenia dowolnego punktu położonego w odległości r od środka wyrobiska obliczymy z uogólnionego prawa Hooke'a

$$\varepsilon = \frac{\Delta r}{r} = \sigma_r - \frac{1}{2}(\sigma_{\theta} + \sigma_y) \quad /12/$$

Przy $\nu = 0,5$ i $\varepsilon_y = 0$ /brak możliwości odkształcania się górotworu w kierunku równoległym do osi wyrobiska/ składowa naprężenia σ_y wynosi

$$\sigma_y = \frac{1}{2}(\sigma_{\theta} + \sigma_r) \quad /13/$$

Z równania /12/, po uwzględnieniu w nim zależności /11/ i /13/, otrzymujemy formułę na wielkość przemieszczenia dowolnego punktu położonego w otoczeniu wyrobiska kołowego:

$$\Delta r = \frac{3a^2}{2Er} /p - p_0/ \quad /14/$$

Przemieszczenie dowolnego punktu leżącego na konturze wyrobiska, tj. dla $r = a$, wynosi

$$\Delta a = u = \frac{3a}{2E} /p - p_0/ \quad /15/$$

Dla ośrodka nieściśliwego $\nu = 0,5$ / moduł sprężystości

$$E = 3G,$$

gdzie G jest modułem sprężystości postaciowej górotworu.
Zależność /15/ przyjmuje postać

$$u = \frac{p}{2G} / p - p_0 / \quad /15a/$$

Dopisując do zależności powyższej równanie

$$p_0 = \lambda u \quad /16/$$

opisujące reakcję obudowy jako funkcję jej sztywności, otrzymujemy układ dwóch równań, z których określamy wielkość ciśnienia deformacyjnego górotworu - jako ośrodka sprężystego - na obudowę wyrobiska o przekroju kołowym.

Wielkość ciśnienia określa zależność

$$p_0 = \frac{p}{1 + \frac{2G}{a\lambda}} \quad /17/$$

gdzie: p - naprężenie pierwotne w górotworze, przy czym:

$$p = p_z = p_x \text{ /założenie/},$$

G - moduł sprężystości postaciowej górotworu,

a - promień wyrobiska w wyłomie,

λ - współczynnik określający charakterystykę /sztywność/ obudowy.

Formuła /17/ nie uwzględnia zjawiska pęknięcia górotworu.

Zgodnie z zasadą Volterry zostanie ono uwzględnione przez zamianę stałej sprężystej G w wyrażeniu /17/ operatorem całkowym \bar{G} /4/:

$$\bar{G} = G_0 \left[1 - \chi_c^* \partial_\alpha^* (-\beta_c) \right].$$

Przy wyprowadzeniu formuły /17/ przyjęto, że $\nu_0 = 0,5$. Dla tej wartości ν_0 , zgodnie z zależnościami /5/ $\chi_c^* = \chi$ a $\beta_c = \beta$, stąd w naszym przypadku:

$$\bar{G} = G_0 \left[1 - \chi \partial_\alpha^* (-\beta) \right]$$

Aproksymując operator $\partial_\alpha^* (-\beta)$ w powyższej zależności wyrażeniem /10/

$$\partial_\alpha^* (-\beta) = \frac{1}{\beta} \left[1 - \exp(-\gamma \beta t^{-\alpha}) \right]$$

otrzymujemy:

$$\bar{G} = G_0 \left\{ 1 - \frac{\gamma}{\beta} \left[1 - \exp(-\gamma\beta t^{1-\alpha}) \right] \right\} \quad /18/$$

Przepisujemy wyrażenie /17/ z uwzględnieniem zamiany stałej sprężystej G operatorem całkowym \bar{G} :

$$P_0 = \frac{P}{1 + \frac{2G}{\alpha\lambda}} \quad /19/$$

Uwzględniając w formule /19/ zależność /18/, otrzymujemy

$$P_0/t/ = \frac{P}{1 + \frac{2G_0 \left[1 - \frac{\gamma}{\beta} \left[1 - \exp(-\gamma\beta t^{1-\alpha}) \right] \right]}{\alpha\lambda}} \quad /20/$$

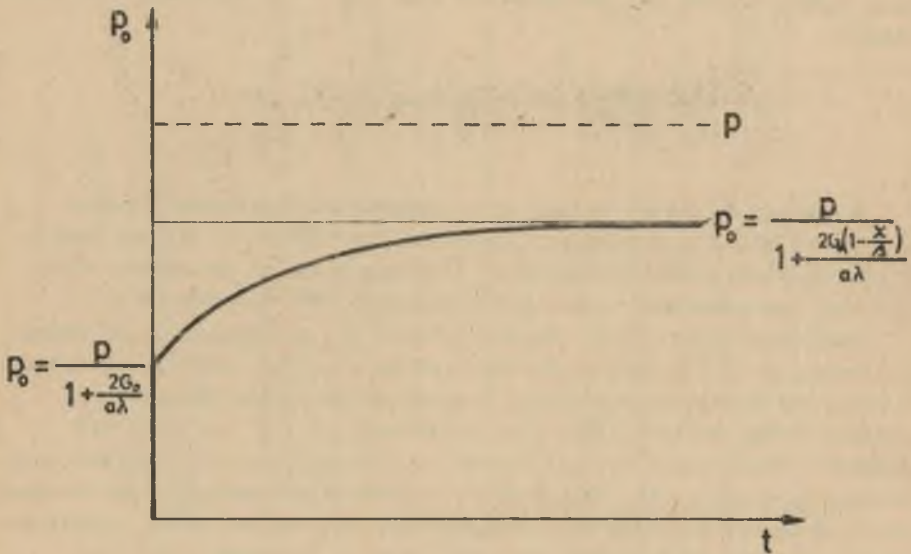
Zauważmy, że

$$P_0'/0/ = \frac{P}{1 + \frac{2G_0}{\alpha\lambda}} \quad /20a/$$

$$P_0(\infty) = P_0 \max = \frac{P}{1 + \frac{2G_0 \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right)}{\alpha\lambda}} \quad /20b/$$

Zależność /20/ określa wielkość ciśnienia deformacyjnego górotworu w funkcji czasu na obudowę wyrobiska o przekroju kołowym. Widzimy, że w rozpatrywanym ośrodku dziedzicznym początkowa wielkość tego ciśnienia /20a/ jest równa ciśnieniu w ośrodku sprężystym, a następnie wzrasta do pewnej wartości, która generalnie jest mniejsza od naprężeń pierwotnych /rys.1/ i zależy od współczynnika charakteryzującego sztywność obudowy oraz od parametrów pełzania górotworu λ i β .

Warto tu zwrócić uwagę, że podane rozwiązanie, opisujące ciśnienie deformacyjne górotworu jako ośrodka lepkosprężystego o modelu całkowym /ośrodka dziedzicznego/, uwzględniając wpływ parametrów reologicznych skał na końcową /dla $t = \infty$ / maksymalną wartość ciśnienia górotworu na obudowę współpracującego z nim wyrobiska, różni się w sposób istotny od rozwiązań m.in. Sałustowicza [10,11] i Filicka [4], których formuły wyprowadzono /w odmienny sposób od przedstawionego powyżej/ dla ośrodka lepkosprężystego o modelach różniczkowych.



Rys.1. Ciśnienie deformacyjne górotworu jako ośrodka dziedzicznego na obudowę wyrobiska korytarzowego.

We wzorach, dla górotworu jako ośrodka Kelvina /wg Sałustowicza/

$$p_0 = \frac{p}{1 + \frac{2G}{a\lambda}} \quad /21/$$

oraz ośrodka Poyntinga-Thomsona /wg Filcka/

$$p_0 = \frac{p}{1 + \frac{2G'}{a\lambda}} \quad /22/$$

występują bowiem wyłącznie parametry sprężyste górotworu i jedynie relacja pomiędzy nimi a współczynnikiem sztywności obudowy stanowi o wielkości obciążenia obudowy.

Iloraz parametrów pełzania α i β stanowi pewnego rodzaju miarę intensywności pełzania skał i służy m.in. jako wielkość klasyfikująca skały na podstawie ich własności reologicznych, skłonności do pełzania. Przykład takiej klasyfikacji skał karbońskich Zagłębia Donieckiego przedstawiony jest za Usaczenko [5, 12] w tabl.1. W klasyfikacji tej

znajduje odzwierciedlenie rejestrowany powszechnie w badaniach skał na peźzanie fakt zależności intensywności odkształcania się skał w czasie od ich zwięźłości, wytrzymałości. Skały / $f < 1,5$ / miękkie, słabe peźzają bardzo silnie, stopień peźzania skał / $f > 10$ / twardych jest niewielki:

$$\frac{\varepsilon(t = \infty)}{\varepsilon(t = 0^+)} = \frac{1}{1 - \frac{\alpha}{\beta}} < 1,19$$

W tablicy 2 podane zostały na podstawie badań przeprowadzonych w pracowni badań reologicznych Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej wartości wskaźnika peźzania skał dla niektórych skał warstw rudzkich KWK "Jastrzębie".

Analizując wzór /20b/ łatwo dostrzec, że w przypadku, gdy wskaźnik peźzania α/β dąży do wartości równej 1 /skały słabe, plastyczne, o dużej skłonności do peźzania/, maksymalne ciśnienie górotworu na obudowę osiąga wartość ciśnienia pierwotnego p . W przypadku zaś górotworu zbudowanego ze skał wysoce zwięźłych, mocnych, o niewielkiej skłonności do peźzania / $\alpha/\beta \approx 0$ / ciśnienie deformacyjne na obudowę zbliżone będzie do ciśnienia początkowego, natychmiastowego, odpowiadającego przemieszczeniom jedynie sprężystym na konturze wyrobiska.

LITERATURA

- [1] BOLTZMANN L.: Zur Theorie der elastischen Nachwirkung. Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften 1874, 70.
- [2] BORECKI M., OLEKSY S., PACHA J.: Określenie własności reologicznych skał ROW w oparciu o analizę wyników badań na peźzanie płaskowców, mułowców i iłowców. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej. Gliwice 1977.
- [3] JERZANOW Ż.S.: Teoria poźzuczestni gornych porod i jejo prikożenia. Nauka, Alma-Ata 1964.
- [4] FILCEK H.: Wpływ czasu na stan naprężenia i odkształcenia górotworu w sąsiedztwie wyrobiska chodnikowego. Zeszyty Problemowe Górnictwa, t.I, z.1, 1963.
- [5] GŁUSZKO W.T., USACZENKO B.M., KIRNICZANSKIJ G.T., RUBIEC G.T., STORCZAK P.N.: Rezultaty izuczenia procznostnych i deformacjonnych swojstw gornych porod Zapadnowo Donbassa /Referatiwnaja informacija/. Naukowa Dumka, Kijew 1969.
- [6] KWAŚNIEWSKI M.: Funkcje peźzania skał. Zeszyty Problemowe Górnictwa t.15, z.2, 1977.

Tablica 1

KLASYFIKACJA SKAŁ KARBONSKICH ZAGĘBIA
DONIECKIEGO NA PODSTAWIE
ICH WŁASNOŚCI REOLOGICZNYCH [5,12]

Klasa peżania	Rodzaj skał /cachy makroskopowe i petro- graficzna	Wskaźnik zwięź- łości skał wg Protodjakonowa	Wskaźnik reolo- giczny α/β	Intensywność peżania
I	Wapienie, piaskowce, żupki piaszczyste aleurolity o spoiwie węglanowym i krze- mionkowo-węglanowym	> 10	do 0,16	Bardzo słaba
II	Piaskowce, żupki piaszczyste i aleurolity argillicy o spoiwie krzemionkowo- ilastob-węglanowym	5 - 10	0,16 - 0,25	Słaba
III	Piaskowce, żupki piaszczysto- ilaste, aleurolity o spoiwie krysztal- kowo-węglanowo- ilastym i krysztalowo- ilastym, argillicy	3 - 5	0,25 - 0,40	Średnia
IV	Zwietrzale piaskowce, żupki piaszczysto- ilaste, ilaste, węglisto- ilaste, aleurolity o spoiwie ilastym, argillicy	1,5-3	0,40 - 0,63	Silna
V	Żupki ilaste, ility spagowe ze szczątkami roślin, argillicy, zwięźle ility	< 1,5	0,63 - 1,00	Bardzo silna

Tablica 2
PARAMETRY I KLASYFIKACJA REOLOGICZNA WYBRANYCH SKAŁ WARSZEW RUDZKICH KWK "JASTRZĘBIE"

Lp.	Rodzaj skały	Wytrzyma- łość na ściskanie R_c [MN m ²]	Obciąże- nie σ/R_c [%]	Czas trwania doświad- czenia t [h]	Parametry skał jako o_funkcji Rebotnowa		Wskaznik reologi- czny	Intensyw- ność peź- sania
					α	β		
1.	Mułowice szarogłazowy	43,8	70	600	0,0708	0,222	0,32	Średnia
2.	Piaskowiec drobno- ziarnisty szarogłazowy	48,8	70	600	0,0238	0,524	0,05	Bardzo słaba
3.	Piaskowiec średnio- ziarnisty szarogłazowy	60,0	70	600	0,0213	0,317	0,07	Bardzo słaba
4.	Piaskowiec drobnoziar- niste arkozowe	90,0 90,0	70 70	600 600	0,0250 0,0389	0,129 0,247	0,19 0,16	Słaba Bardzo słaba
5.	Iłowce kaolinitowo- illitowe	40,0 37,1	70 70	600 600	0,0449 0,0406	0,287 0,330	0,16 0,12	Bardzo słaba Słaba
6.	Iłowce weglanowo- kaolinitowo-illitowe	42,9 53,5 53,5	70 80 80	600 600 600	0,0264 0,0504 0,0693	0,097 0,267 0,393	0,27 0,19 0,18	Średnia Słaba Słaba

- [7] RABOTINOW Ju.N.: Pożuczest elementow konstrukcij. Nauka, Moskwa 1966.
- [8] ROZOWSKIJ M.I.: Integralnyje operatory i zadacza o požuczesti wraszczajuszczegosia wokrug swojej osi pustotiełkowo cylindra. Naucznyje dokłady wysszej szkoły /fiz. mat. nauki/ 1958, nr 6.
- [9] ROZOWSKIJ M.I.: Izuczenie napriażennowo sostojanija wokrug gorizontальной wyrobotki z ucziotom posliediejstwija w gornych porodach. Izw. AN. SSSR. OTN, 1958, 12.
- [10] SAEUSTOWICZ A.: Górotwór jako ośrodek sprężysto-lepki. Archiwum Górnictwa, t.III, z.2, 1958.
- [11] SAEUSTOWICZ A.: Zarys mechaniki górotworu. Śląsk, Katowice 1965.
- [12] USACZENKO B.M.: Issledowanie reologiczeskich swojstw gornych porod i wzaimodiejstwija massiwa s krepju wyrobotok w usłowjach szacht Zapadnowo Donbassa. Awtoref.kand.diss., Dniepropietrowsk, IGTM AN USSR, 1971.

ДЕФОРМАЦИОННОЕ ДАВЛЕНИЕ ГОРНОГО МАССИВА КАК РЕОЛОГИЧЕСКОЕ НАСЛЕДСТВО ЦЕНТРА НА КРЕПЬ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ БОЛЬШОЙ ПРЯТЯЖЕННОСТИ

Резюме:

Используя принципы Вольтерры в статье приводится способ расширения существующих решений состояния напряжения и деформации горного массива как упругого центра на более общий и универсальный случай горного массива - геологического породного массива обладающего свойствами ползучести. На основе поданных правил и зависимости определено деформационное давление горного массива - как вязко-упругого центра полной модели с ядром наследства типа Работинога на крепь выработки уруглого сечения.

DEFORMATIONAL PRESSURE OF ROCK MASS AS THE RHEOLOGICAL HEREDITARY
MEDIUM ON THE LINING OF AN UNDERGROUND OPENING

S u m m a r y

Using the Volterra principle, in the paper is presented a method of expanding the existing solutions of the state of stress and deformation in rock mass as an elastic medium on the more general and universal case of rock mass- a rheological rock massif possessing creep properties.

The deformational pressure of rock mass as a viscoelastic medium of an integral model with heredity nucleus of the Rabotnov type on the lining of a circular section opening has been determined on the basis of the presented rules and relationships.