ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984
Seria: AUTOMATYKA z. 76 Nr kol. 812

Krzysztof Ficoń
Wyższa Szkoła Marynarki Wojennej

KOMPUTEROWE HARMONOGRAMOWANIE ZAJĘĆ DYDAKTYCZNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono prosty model matematyczny rozkładu zajęć dydaktycznych opisany w konwencji uogólnionego problemu przydziału. Do jego rozwiązania zaproponowano binarną metodę wyznaczania skojarzeń najliczniejszych w dwudzielnym grafie zwykłym, którą zaimplementowano na komputerze.

1. Wstęp

Problem harmonogramowania zajęć dydaktycznych w ogólnym przypadku należy do klasy dyskretnych, wielokryterialnych zadań kombinatorycznych, dla których pomimo usilnych starań [1], [7], [8] ciągle jest brak efektywnych czy nawet zadowalających metod rozwiązania tego zagadnienia. Już na etapie opisu formalnego mamy do czynienia z rozbudowanym drzewem kryterialnym, obrazującym strukturę funkcji /a ściślej funkcjonału/ celu. Równie złożone i obszerne są układy ograniczeń i warunków nakładane na poszukiwany rozkład zajęć. Ogólnie problem optymalizacyjny rozkładu zajęć R można zapisać następująco:

$$R: \ \text{extr} \left\{ Q(K) \ ; \ k \in Z(R) \right\} \qquad /1/$$

gdzie: $Q(K)$ - kryterium globalne dobroci dydaktycznej,
$Z(R)$ - zbiór założeń i ograniczeń,
$K(U)$ - funkcja kosztów dydaktycznych.

Kryterium globalne $Q(K)$ jest funkcjonałem pewnych kryteriów cząstkowych Q_i, które najczęściej przedstawia się w postaci drzewa kryterialnego $D(Q)$, np.:

$$D(Q) = Q(Q_1(Q_{11}\ldots)Q_2(Q_{21}\ldots)Q_3(Q_{31}\ldots)) \quad ,$$

gdzie: Q_1 - kryterium dydaktycznej dobroci rozkładu dla grup,
Q_{11} - kryterium kompozycji metodycznej,
Q_2 - kryterium efektywności obciążenia wykładowców,
Q_{21} - kryterium wykorzystania kwalifikacji,
Q_3 - kryterium efektywności obciążenia sal,
Q_{31} - kryterium przeznaczenia i wyposażenia.

Optymalizacja tak złożonej funkcji celu $Q(K)$ wobec liczności oraz różnorodności zbioru ograniczeń i warunków $Z(R)$ jest zadaniem niezwykle skomplikowanym. Nic więc dziwnego, że od dawna usiłowano usprawnić proces planowania zajęć angażując do tego celu efektywną technikę komputerową. W tym kontekście wykorzystuje się dwie klasy metod [1]: metody heurystyczne bazujące na racjonalnych zdroworozsądkowych zasadach i różnych "chwytach" nieformalnych oraz metody algorytmiczne oparte na zupełnym, zdeterminowanym systemie reguł. W klasie metod heurystycznych występują dwie grupy oparte odpowiednio na kojarzeniu przypadkowym oraz kojarzeniu kryterialnym naśladującym postępowanie człowieka-planisty. Metody algorytmiczne dzielą się na metody optymalizacyjne, oparte przede wszystkim na programowaniu matematycznym /liniowe, dyskretne, binarne, sieciowe/ oraz metody przeglądu, które w tym przypadku są całkowicie zawodne.

Na pograniczu tych klas, głównie w aspekcie implementacji komputerowych, pojawiła się nowa klasa metod mieszanych algorytmiczno-heurystycznych [7], w której dominującą rolę odgrywają metody bazujące na teorii grafów. Opisowy aparat teorii grafów [5] wykorzystywany jest z powodzeniem zarówno do formalnego przedstawienia problemu, jak też na etapie jego efektywnego rozwiązania. Szczególnym zainteresowaniem cieszą się w tym względzie rozliczne metody kolorowania grafu [3], [6], a zwłaszcza metody przybliżone, heurystyczne. Ze względu na znaczne trudności obliczeniowe metod kolorowania grafu prowadzone są równolegle prace nad wykorzystaniem do planowania zajęć metody wyznaczania skojarzeń o określonej liczności w pewnym dwudzielnym grafie zwykłym [2]. Podejście oparte na teorii przydziałów przedstawiono w niniejszej pracy.

2. Sformułowanie problemu planowania zajęć

Przystępując do układania rozkładu zajęć R mamy określone następujące zbiory:

$$G = \{ g_i;\ i = \overline{1,I} \}$$ - zbiór grup studenckich,

$$P = \{ p_j;\ j = \overline{1,J} \}$$ - zbiór przedmiotów nauczania,

$$T = \{ t_h;\ h = \overline{1,H} \}$$ - zbiór terminów realizacji,

$$W = \{ w_k;\ k = \overline{1,K} \}$$ - zbiór wykładowców,

$$S = \{ s_l;\ l = \overline{1,L} \}$$ - zbiór sal.

Zbiory G, P, T reprezentują potrzeby dydaktyczne uczelni i stanowić będą zbiór potrzeb A:

$$A \subseteq G \times P \times T = \left\{ \left\langle g_i, p_j, t_h \right\rangle \right\} . \qquad /2/$$

Potrzeby dydaktyczne uczelni zdeterminowane są takimi czynnikami, jak: charakter uczelni, profil studiów, liczba grup, liczba przedmiotów czy horyzont planistyczny. Trójka /2/ oznacza, że w grupie $g_i \in G$ powinien być realizowany przedmiot $p_j \in P$ w terminie $t_h \in T$ i nazywać ją będziemy zadaniem $a_z \in A$[1]:

$$a_z = \left\langle g_i, p_j, t_h \right\rangle ; \quad z = \overline{1,Z} \quad . \qquad /3/$$

Pozostałe dwa zbiory W i S stanowić będą zbiór możliwości B :

$$B \subset W \times S = \left\{ \left\langle w_k, s_l \right\rangle \right\} . \qquad /4/$$

Do realizacji procesu dydaktycznego - zbioru zadań A - uczelnia dysponuje odpowiednim zbiorem wykładowców W oraz sal S . Uporządkowane dwójki /4/:

$$b_m = \left\langle w_k, s_l \right\rangle ; \quad m = \overline{1,M} \qquad /5/$$

nazywać będziemy obiektami, a zbiór B zbiorem obiektów przeznaczonych do planowania zajęć.

Warunkiem koniecznym istnienia rozkładu zajęć R jest założenie, że potencjalne potrzeby A są nie większe od faktycznych możliwości ich zaspokojenia B , czyli:

$$A \subseteq B . \qquad /6/$$

Zadanie sporządzenia rozkładu zajęć R polega na wielokryterialnym kojarzeniu elementów zbioru potrzeb A z elementami zbioru możliwości B i utworzeniu zbioru R :

$$R \subset A \times B = \left\{ \left\langle a_z, b_m \right\rangle \right\} . \qquad /7/$$

Rozkład zajęć R jest więc relacją dwuczłonową określoną jako produkt kartezjański /7/, której elementy /zajęcia/ $r_z \in R$ określamy następująco:

$$r_z = \left\langle (g_i, p_j, t_h) , (w_k, s_l) \right\rangle . \qquad /8/$$

Aby piątki /8/ mogły stanowić zajęcia $r_z \in R$, muszą spełniać szereg warunków i ograniczeń Z(R) natury formalnej, metodycznej i organizacyjno-administracyjnej [4]. Poniżej przedstawione zostały niektóre warunki formalne zapewniające bezkonfliktową realizację procesu dydaktycznego:

$$1^o \quad \left| R = \left\{ \left\langle (g_i, p_j, t_h) , (w_k, s_l) \right\rangle \right\} \right| = |A| \qquad /9/$$

$$2^o \quad t_h \in T_{ikl} = T(g_i) \cap T(w_k) \cap T(s_l) \qquad /10/$$

$$3^o \quad w_k \in W_{ij} = W(g_i) \cap W(p_j) \qquad /11/$$

[1] Zakładamy, że sposób uzyskania zadań /3/ dla dalszych rozważań jest nieistotny, choć w rzeczywistości przydział terminów $t_h \in T$ jest problemem niezwykle złożonym i odpowiedzialnym.

$$4^\circ \quad s_l \in S_{ijk} = S(g_i) \cap S(p_j) \cap S(w_k) \qquad /12/$$

$$5^\circ \quad r_z = \langle (g_i, p_j, t_h), (w_k, s_l) \rangle \in R \Longleftrightarrow \qquad /13/$$

$$\Longleftrightarrow g_i \in G \wedge p_j \in P_i \wedge t_h \in T_{ikl} \wedge w_k \in W_{ij} \wedge s_l \in S_{ijk}$$

Poszczególne warunki gwarantują spełnienie następujących wymagań.

1° W rozkładzie zajęć R będą uwzględnione wszystkie zajęcia przewidziane programem studiów.

2° Każde zajęcie $r_z \in R$ zostanie zaplanowane w terminie $t_h \in T_{ikl}$, w którym jest jednocześnie dostępna grupa $g_i \in G$, wykładowca $w_k \in W$ oraz sala $s_l \in S$.

3° Do każdego zajęcia zostanie przydzielony wykładowca $w_k \in W_{ij}$, który może prowadzić zajęcia z grupą $g_i \in G$ z przedmiotu $p_j \in P$.

4° Do każdego zajęcia zostanie przydzielona sala $s_l \in S_{ijk}$, w której mogą odbywać się zajęcia z grupą $g_i \in G$ z przedmiotu $p_j \in P$ i z wykładowcą $w_k \in W$.

5° Piątka /8/ może stanowić element rozkładu zajęć $r_z \in R$ wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie jej elementy $\langle g_i, p_j, t_h, w_k, s_l \rangle$ należą do odpowiednich zbiorów operacyjnych.

3. Graf rozkładu zajęć

Rozwiązanie sformułowanego w punkcie 2 modelu można uzyskać w oparciu o teorię przydziałów [2]. W tym celu należy zbudować dwudzielny graf Königa G:

$$G = \langle A \cup B, U \rangle \qquad /14/$$

zwany dalej grafem rozkładu zajęć, w którym:

$A = \{ a_z; \ z = \overline{1,Z} \}$ - zbiór zadań,

$B = \{ b_m; \ m = \overline{1,M} \}$ - zbiór obiektów,

$U \subset A \times B = \{ \langle a_z, b_m \rangle \}$ - zbiór zajęć.

Suma logiczna $A \cup B$ stanowi zbiór wierzchołków grafu G, a zbiór zajęć reprezentuje zbiór jego krawędzi.

Zbiór zadań A zawiera wszystkie zadania $a_z \in A$ wyczerpujące program studiów /9/ i spełniające warunek bezkonfliktowej realizacji /10/.

$$A = \left\{ \langle g_i, p_j, t_h \rangle : |A| = |R| \wedge t_h \in T_{ikl} \right\}. \qquad /15/$$

Zbiór B zawiera wszystkie pary obiektów $\langle w_k, s_l \rangle$, w których mogą być lokowane zadania $a_z \in A$ przy jednoczesnym spełnieniu warunków metodycznej zgodności /11/ i /12/ :

$$B = \left\{ \left\langle w_k, s_l \right\rangle : w_k \in W_{ij} \wedge s_l \in S_{ijk} \right\} . \qquad /16/$$

Zbiór U zawiera wszystkie dopuszczalne przydziały /skojarzenia/ zadań $a_z \in A$ do obiektów $b_m \in B$ definiowane jako produkt:

$$U \subset A \times B = \left\{ \left\langle a_z, b_m \right\rangle \right\} = \left\{ u_n ;\ n = \overline{1,N} \right\} \qquad /17/$$

spełniający warunki:

$$|B| \geqslant |A| \wedge |U| \geqslant |B| . \qquad /18/$$

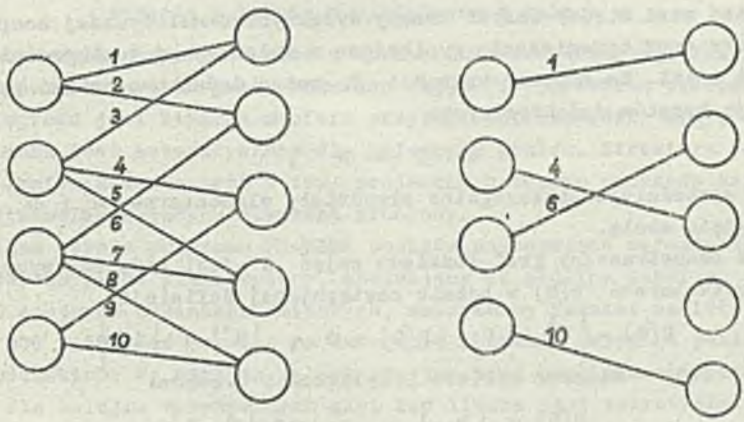
Mając dany graf rozkładu zajęć G wystarczy wyznaczyć w nim A-elementowe skojarzenie[1/] $U^A \subset U$, a tak wybrane elementy:

$$u_n = \left\langle a_z, b_m \right\rangle \in U^A \subset U$$

będą stanowić elementy szukanego rozkładu zajęć:

$$u_n \equiv r_z \in R .$$

Stosowne twierdzenie wraz z dowodem zawarte jest w pracy [3 s.102]. Znalezione skojarzenie $|A|$- elementowe na mocy definicji gwarantuje formalną poprawność rozkładu zajęć i jego bezkonfliktowość. Na rys. 1 został zobrazowany przykładowy graf rozkładu zajęć G i jedno wybrane skojarzenie 4-elementowe U^4 stanowiące dopuszczalny wariant rozkładu zajęć.



Rys.1. Graf rozkładu zajęć G i przykładowe skojarzenie U_1^4 /rozkład zajęć/.

1/ Pod pojęciem skojarzenia grafu G będziemy rozumieć podgraf częściowy bez pętli i wierzchołków izolowanych, w którym żadne dwie różne krawędzie nie są przyległe [5 s.245] .

4. Algorytm układania rozkładu zajęć

Algorytm planowania zajęć metodą wyznaczania skojarzeń najliczniejszych /o określonej liczności/ obejmuje następujące kroki.

1° Redagowanie zbioru zadań A.
2° Redagowanie zbioru obiektów B.
3° Ustalenie przydziałów elementarnych U.
4° Generowanie zbioru skojarzeń $U(G)$.
5° Wybór skojarzenia optymalnego $U^{\varkappa}$.

Zasadniczym fragmentem przedstawionego algorytmu jest procedura wyznaczania skojarzeń najliczniejszych:

$$U(G) = \left\{ U^A \subset U : \ |U^A| = |A| \right\} \qquad /19/$$

w dwudzielnym grafie rozkładu zajęć G.

Akcję algorytmu inicjują procedury redagowania zbioru zadań A i zbioru obiektów B, generujące dwa rozłączne zbiory wierzchołków:

$$A \cup B \neq \emptyset \wedge A \cap B = \emptyset .$$

Zbiór krawędzi U grafu rozkładu zajęć G konstruowany jest na etapie ustalania tzw. przydziałów elementarnych zadań $a_z \in A$ do obiektów $b_m \in B$. Dwuczłonowa relacja U:

$$U \subset A \times B = \left\{ \langle g_i, p_j, t_h \rangle , \langle w_k, s_l \rangle \right\} \qquad /20/$$

spełniać musi między innymi zasady dydaktyczno-metodycznej kompozycji rozkładu oraz ograniczenia wynikające z selektywnej dostępności wykładowców i sal. Na zbiorze krawędzi U można dodatkowo opisać pewną funkcję kosztów dydaktycznych:

$$K: \ U \longrightarrow N \ , \qquad /21/$$

która wartościuje poszczególne przydziały elementarne $u_n \in U$ zgodnie z przyjętą skalą.

Tak skonstruowany graf rozkładu zajęć G jest podstawą wyznaczania zbioru skojarzeń $U(G)$ w sensie następującej definicji:

$$U(G) = \left\{ U^A \subset U: \ B(G) = 0 \wedge |U'| = |A| \right\} , \qquad /22/$$

gdzie: $B(G)$ - binarna macierz przyległości krawędzi

$$B(G) = \left[b_{ij} \right]_{|U| \times |U|} \longrightarrow \{0, 1\} . \qquad /23/$$

Zgodnie z definicją /22/ interesować nas będą tylko takie skojarzenia $U^A \subset U$, które:

- nie zawierają krawędzi przyległych $B(G) = 0$, gdyż tylko wówczas spełniony będzie warunek bezkonfliktowej realizacji zajęć;
- wyczerpują obowiązujący program kształcenia ze względu na liczność zbioru zadań $|A| = |U|$.

Dla potrzeb omawianego algorytmu została opracowana specjalna metoda generowania skojarzeń najliczniejszych BIMS, bazująca na binarnej macierzy przyległości krawędzi $B(G)$. Metoda BIMS generuje zbiór skojarzeń $U(G)$, spełniający dodatkowo kryterium minimum kosztów dydaktycznych ze względu na przyjętą funkcję /21/:

$$\text{BIMS:} \quad G = \langle A \cup B, U \rangle \longrightarrow U(G) \qquad /24/$$

$$U(G) = \left\{ U^A : B(G^A) = \emptyset \wedge |U^A| = |A| \wedge U^A = \min U(K) \right\}.$$

W ostatnim kroku algorytmu 5° należy wybrać ze zbioru $U(G)$ podzbiór skojarzeń suboptymalnych $U^* \subset U(G)$ ze względu na pewne dodatkowe kryteria $Q(K)$ - zgodnie z wyrażeniem /1/.

5. Zakończenie

Przedstawiony w pracy sposób transformacji problemu planowania zajęć do zadania wyznaczania skojarzeń najliczniejszych w dwudzielnym grafie rozkładu zajęć został praktycznie wdrożony w postaci komputerowej procedury BIMS. Odpowiedni program PR-BIMS został napisany w języku FORTRAN i uruchomiony na komputerze ODRA-1305. Procedura planistyczna została zdekomponowana na trzy etapy, obejmujące kolejno: przydział terminów do zajęć przedmiotowych, a następnie przydział wykładowców i na końcu przydział sal:

$$\langle \text{zajęcie} \times \text{termin} \times \text{wykładowca} \times \text{sala} \rangle .$$

Każdy etap realizowany jest metodą wyznaczania skojarzeń najliczniejszych w kolejnych generacjach grafu rozkładu zajęć. Bezpośrednią podstawą działania programu jest binarna macierz przyległości krawędzi $B(G)$, która konstruowana jest automatycznie dla kolejnych grafów. Struktura poszczególnych grafów zawarta jest w tzw. projekcie wstępnym rozkładu zajęć dla grupy, stanowiącym jedyny dokument źródłowy.

Omawiana wersja programu PR-BIMS posiada następujące ograniczenia: tygodniowy horyzont planistyczny, obejmujący 42 godziny lekcyjne zgrupowane w 6 spójnych odcinkach dziennych, maksymalny rozmiar macierzy $B(G)$ wynosi 300 x 300, co pozwala na układanie rozkładu zajęć na poziomie grup studenckich. Ze względu na sekwencyjny tryb konstruowania rozkładu zajęć - dla kolejno wczytywanych grup ich liczba jest teoretycznie nieograniczona. Średni czas generowania użytkowego rozkładu zajęć dla jednej grupy studenckiej wynosi ok. 10 minut. Proces powstawania rozkładu zajęć jest na bieżąco śledzony przez planistę, który ma możliwość dodatkowego sterowania nim z końcówki abonenckiej. Przyjmując jako kryterium oceny programu /metody/ takie parametry, jak: użytkowa przydatność generowanych rozkładów, czas pracy komputera i zajętość jego pamięci, efektywność omawianej procedury należy uznać za dobrą.

LITERATURA

[1]. Bosler U., Frangos D.: Strategien bei der Stundenplanerstellung - Vergleich und Darstellung der COSMO - Strategie. Teil 1/2. Angewandte Informatik Nr 6/7, Berlin 1974.

[2]. Burlaga H.: Zagadnienie rozdysponowania sal w planowaniu zajęć. Biuletyn WAT, Nr 4/308/, Warszawa 1978.

[3]. Burlaga H., Fiooń K.: Zastosowanie teorii grafów do planowania zajęć dydaktycznych. Materiały na IV Konferencję "Cybernetyka w gospodarce morskiej" - część IV. Sopot - Gdynia 1983.

[4]. Fiooń K.: Boolowski model rozkładu zajęć. Zeszyty Naukowe WSMW, Nr 1/76/, Gdynia 1983.

[5]. Korzan B.: Elementy teorii grafów i sieci. Metody i zastosowania. WNT, Warszawa 1978.

[6]. Kreczmar A.: Kryterium istnienia i algorytm układania rozkładu zajęć szkolnych. Sprawozdania z.23, UW, IMM i ZON, Warszawa 1970.

[7]. Kubale M.: Heurystyczny algorytm układania rozkładu zajęć dla wydziału wyższej uczelni. Zeszyty Naukowe PG Nr 211, Matematyka z.IX, Gdańsk 1974.

[8]. Schmidt G., Strohlein B.: Timetable construction - an annotated bibliography. The Computer Journal, vol. 23 nr 4, 1980.

Recenzent:Doc.dr hab.inż.Jerzy Klamka
Wpłynęło do Redakcji do 30.03.1984r.

КОМПЮТЕРНОЕ РАСПИСАНИЕ ДИДАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Р е з ю м е

В статье рассмотрена простая математическая модель расписания дидактических занятий. Для постройки моделей использована обобщённая задача о назначениях. Модель получена с помощью дискретного метода паросочетаний в графе Кёнига. В заключении представлены итоги исследований на ЭВМ.

COMPUTER AIDED SCHEDULING OF EDUCATIONAL TIME-TABLE

S u m m a r y

A simple model of mathematical time-table assignment has been presente in this paper. A generalized problem of assignment has been used to build the model. The binary method of allocating maximal associations in the König's graph has been proposed for the model. Results of computer calculations have been presented in the conclusions.