

ZDZISŁAW SULIMOWSKI

WYBÓR MIARODAJNYCH ZAKRESÓW PROJEKTOWANIA
BELKI STRUNOBETONOWEJ1. Wprowadzenie

Przy projektowaniu przekroju poprzecznego belki strunobetonowej (swobodnie podpartej, o stałym przekroju poprzecznym i niezmiennym mimośrodku siły sprężającej na długości belki) możemy zawsze wykorzystać cztery naprężenia krawędziowe, z sześciu naprężeń dopuszczalnych określonych przez normę [9], dla trzech zasadniczych stanów obciążenia belki. W związku z tym, rysuje się formalna analogia do projektowania przekroju belki kablobetonowej dla przypadku poniżej rozpiętości granicznej, choć w sensie fizycznym pojęcie to nie ma zastosowania do belek strunobetonowych o stałym mimośrodku siły sprężającej, gdyż w tym przypadku nie jesteśmy w stanie zrównoważyć tylko przez zwiększenie mimośrodu - niejako za darmo - działania ciężaru własnego belki.

Przy ustalaniu miarodajnego zakresu projektowania żądamy z reguły wykorzystania obydwu naprężeń ze stanu użytkowego oraz dwu naprężeń ze stanów pozostających (naprężenia te nazywać będziemy dalej naprężeniami uzupełniającymi), jednego dla górnego i jednego dla dolnego włókna belki. Należy zauważyć, że wybór naprężeń uzupełniających nie jest dowolny, lecz zależy od wartości naprężeń dopuszczalnych i współczynnika strat reologicznych a w przypadku obciążeń transportowych, jeszcze od parametrów geometrycznych belki i ciężaru objętościowego betonu. A zatem może się zdarzyć, że miarodajne do projektowania naprężenia uzupełniające nie należą do tego samego stanu obciążenia i wtedy mamy do czynienia z tzw. mieszanym zakresem projektowania.

Zagadnienie to sprowadza się do dwukrotnego (bo dla górnego i dla dolnego włókna) wyboru jednego spośród dwóch - a w przypadku możliwości wystąpienia obciążeń transportowych - spośród trzech naprężeń dopuszczalnych.

Określenie miarodajnego zakresu projektowania na samym początku obliczeń jest bardzo korzystne, gdyż zabezpiecza przed przekroczeniem naprężeń nie wchodzących do projektowania, a tym samym przed potrzebą powtórzenia rachunku dla innego zakresu. Celowi temu służy niniejsze opracowanie.

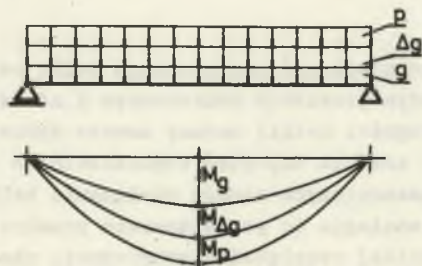
W analizie zagadnienia rozpatrzmy oddzielnie dwa przypadki:

- I - kiedy nie występują obciążenia transportowe,
- II - kiedy obciążenia transportowe występują.

2. Przypadek I

2.1. Założenia

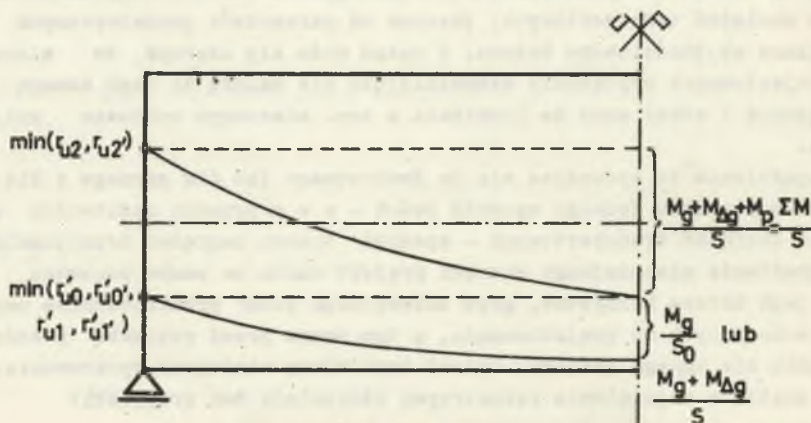
Dla przypadku tego czynimy następujące założenia: Przekrój poprzeczny, siła sprężająca i jej mimośród są stałe na długości belki. Wypadkowe obciążenia zewnętrzne i siły wewnętrzne leżą w płaszczyźnie głównej belki wyznaczonej przez pionową oś symetrii przekroju poprzecznego i oś podłużną belki. Na belkę działają w tym samym kierunku obciążenia ciężarem własnym g , dodatkowym obciążeniem stałym Δg oraz obciążeniem użytkowym p (rys. 1).



Rys. 1

2.2. Warunki podstawowe

Zgodnie z wymaganiami normowymi [9], w żadnym przekroju belki nie mogą zostać przekroczone programowe naprężenia dopuszczalne, przepisane dla każdego stanu obciążenia. Aby to wykazać, należy znaleźć przekroje niebezpieczne, to znaczy takie, w których występują ekstremalne wartości naprężeń w poszczególnych stanach obciążenia i sprawdzić dla nich naprężenia krawędziowe.



Rys. 2

Dla określenia przekrojów niebezpiecznych, a także miarodajnych naprężeń uzupełniających, posłużymy się analizą obwiedni granicznych [1] belki sprężonej (rys. 2).

Jak wiadomo, obwiednie graniczne wyznaczają obszar dopuszczalnych położzeń siły sprężającej w belce w oparciu o warunek, by środek ciśnienia był, zawarty pomiędzy minimalnymi wartościami promieni rdzeni uogólnionych, co równocześnie oznacza, że naprężenia krawędziowe nie mogą być większe od naprężeń dopuszczalnych.

Obwiednie graniczne wykreślamy w ten sposób, że od górnego promienia rdzenia uogólnionego r_u odmierzamy wartości $\frac{\sum M}{S}$, zaś od minimalnej wartości dolnego promienia rdzenia uogólnionego r'_u , odmierzamy iloraz aktualnych w danym stanie momentów zginających przez siłę sprężającą. Ponieważ w każdym stanie obciążenia mamy ogólnie dwie wartości dolnego promienia rdzenia uogólnionego oparte o wykorzystanie każdego z dwu naprężeń krawędziowych z tego stanu [3], to przy wykorzystaniu obydwu naprężeń z danego stanu, wartości promieni rdzenia uogólnionego dla tego stanu muszą być sobie równe, a siła sprężająca przyjmuje pewną szczególną wartość, którą nazywamy siłą właściwą dla danego stanu S_{wi} [5].

Siły właściwe i ważne promienie rdzeni uogólnionych podaje tablica [1]: uwzględniono w niej również obciążenie transportowe i wyróżniono stan transportowy "t", dla którego, z uwagi na krótkotrwały charakter obciążeń przyjęto naprężenia dopuszczalne jak w stanie użytkowym, a więc k_2 i k_2' .

We wzorach tabl. 1 przyjęto oznaczenia:

- h - wysokość przekroju
- v - odległość górnego włókna od środka ciężkości przekroju,
- v' - odległość dolnego włókna od środka ciężkości przekroju,
- r - górny promień rdzenia właściwego przekroju,
- r' - dolny promień rdzenia właściwego przekroju,
- $r_{u2}^{(i)}$ - górny promień rdzenia uogólnionego przekroju obliczony za pomocą naprężenia k_2 lub k_2'
- $r'_{i1}^{(i)}$ - dolny promień rdzenia uogólnionego przekroju w stanie $i = 0, t, 1$, obliczony za pomocą większych (k_1) lub mniejszych (k'_1) naprężeń dopuszczalnych.

Między siłą sprężającą w stanie początkowym S_0 a siłą sprężającą w pozostałych stanach S , zachodzi relacja

$$S = \eta S_0, \quad (2.1)$$

gdzie η jest współczynnikiem strat reologicznych.

Tablica 1

Lp	Stan	Napręż. dop.	Obciążenia	Siła właściwa	Przedział siły	Promień rdzenia uogólnionego
1	„0”	k_0, k'_0	g S_0	$S_{w0} = \frac{F}{h} (v k_0 + v' k'_0)$	$S \leq S_{w0}$ $S \geq S_{w0}$	$r'_{u0} = r \left(1 - \frac{\eta F k'_0}{S}\right)$ $r'_{u0} = r \left(\frac{\eta F k_0}{S} - 1\right)$
3	„1”	k_2, k'_2	$-g$ S	$S_{w1t} = \frac{F}{h} (v k_2 + v' k'_2)$	$S \leq S_{wt}$ $S \geq S_{wt}$	$r'_{u1} = r \left(1 - \frac{F k'_2}{S}\right)$
5	„1”	k_1, k'_1	$g + \Delta g$ S	$S_{w1} = \frac{F}{h} (v k_1 + v' k'_1)$	$S \leq S_{w1}$ $S \geq S_{w1}$	$r'_{u1} = r \left(1 - \frac{F k'_1}{S}\right)$ $r'_{u1} = r \left(\frac{F k_1}{S} - 1\right)$
7	„2”	k_2, k'_2	$g + \Delta g + p$ S	$S_{w2} = \frac{F}{h} (v k_2 + v' k'_2)$	$S \leq S_{w2}$ $S \geq S_{w2}$	$r'_{u2} = r \left(1 - \frac{F k'_2}{S}\right)$ $r'_{u2} = r \left(\frac{F k_2}{S} - 1\right)$

Z analizy rys. 2 możemy wysnuć trzy ważne stwierdzenia dotyczące położenia przekrojów niebezpiecznych, siły sprężającej i jej mimośrod:

(I) Obszar zawarty pomiędzy obwiedniami granicznymi określa dopuszczalne położenia siły sprężającej. Miejsce zetknięcia się linii działania siły z obwiednią wyznacza przekrój niebezpieczny dla danego stanu, gdyż oznacza wykorzystanie odnośnych naprężeń dopuszczalnych. Ponieważ trasa wypadkowej siły sprężającej jest prostoliniowa, a momenty zginające jednego znaku nie trudno zauważyć, że dla stanu początkowego "0" i bezużytkowego "1" niebezpieczny jest przekrój minimalnego momentu - w tym przypadku podporowy, zaś dla stanu użytkowego "2" przekrój maksymalnego momentu - środkowy.

(II) Ponieważ dla dowolnego zakresu projektowania żądamy wykorzystania obydwu naprężeń ze stanu użytkowego, górne promienie rdzenia uogólnionego są sobie równe $r_{u2}' = r_{u2}$, a siła sprężająca przybiera wartość siły właściwej dla stanu "2".

$$S = S_{w2} \quad (2.2)$$

(III) Przy wykorzystaniu czterech naprężeń mimośrodek siły sprężającej równy jest minimalnej wartości dolnego promienia rdzenia uogólnionego, przy czym dla każdego zakresu projektowania obliczyć można go za pomocą przemieszczenia środka ciśnienia i tej samej wartości górnego promienia rdzenia uogólnionego

$$e = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_D}{S} - r_{u2} \cdot \quad (2.3)$$

Wypiszmy teraz podstawowe zależności, które muszą być spełnione w przekrojach niebezpiecznych.

W stanie początkowym (przekrój podporowy)

$$\frac{S}{\sigma_F} \left(1 - \frac{e y_1'}{I^2} \right) \geq k_0' \quad (2.4)$$

$$\frac{S}{\sigma_F} \left(1 + \frac{e y_1'}{I^2} \right) \leq k_0'' \quad (2.5)$$

w stanie bezużytkowym (przekrój podporowy)

$$\frac{S}{\sigma_F} \left(1 - \frac{e y_1'}{I^2} \right) \geq k_1' \quad (2.6)$$

$$\frac{S}{\sigma_F} \left(1 + \frac{e y_1'}{I^2} \right) \leq k_1'' \quad (2.7)$$

W stanie użytkowym (przekrój środkowy)

$$\frac{S}{F} \left(1 - \frac{ev}{i^2}\right) + \frac{M_R + M_{\Delta R}}{W_{ii}} + \frac{M_P}{W'_i} \leq k_2 \quad (2.8)$$

$$\frac{S}{F} \left(1 + \frac{ev'}{i'^2}\right) - \frac{M_R + M_{\Delta R}}{W'_{ii}} - \frac{M_P}{W_i} \geq k'_2 \quad (2.9)$$

We wzorach (2.4 - 9) wielkości liniowe v , v' , e , i , oraz pole F dotyczą przekroju netto (bez zbrojenia sprężającego, w przybliżeniu można przyjąć, że jest to przekrój samego betonu), zaś wskaźniki zginania W_i i W'_i odnoszą się do przekroju idealnego dostosowanego do przejęcia obciążeń krótkotrwałych (z uwzględnieniem zbrojenia sprężającego wziętego $n = E_a : E_b$ krotnie). Wskaźniki W_{ii} i W'_{ii} wyznacza się jak dla przekroju idealnego poddanego działaniu obciążeń długotrwałych, a zjawisko pełzania betonu uwzględnia się tu przez przyjęcie przekroju armatury sprężającej ze współczynnikiem $n(1+\varphi)$, gdzie φ jest miarą pełzania betonu.

Ponieważ rozważania nasze dotyczą wstępnej fazy projektowania, dla uproszczenia przyjmujemy wszystkie charakterystyki geometryczne jak dla przekroju netto (betonowego).

2.3. Wybór zakresu projektowania

Aby określić miarodajne naprężenia uzupełniające, musimy prześledzić położenie środka ciśnienia w przekroju niebezpiecznym dla stanu początkowego i bezużytkowego. Wiemy już, że jest to przekrój podporowy, w którym momenty zginające są równe zeru. A zatem położenie środka ciśnienia określone jest mimośrodem siły sprężającej, który przyjęliśmy jako najmniejszą wartość dolnego promienia rdzenia uogólnionego.

Ponieważ mamy po dwa naprężenia dla dolnego i górnego włókna, musimy wyznaczyć miarodajne z tych par.

Dla dolnego włókna mamy naprężenia k_0 i k_1 . Badamy, który z określonych przy ich pomocy promieni rdzenia uogólnionego jest mniejszy.

Założmy, że ważne jest naprężenie k_0 . Prowadzi to do warunku

$$r_{uo}^* \leq r_{u1}^* \quad (2.10)$$

z którego po podstawieniu odpowiednich wzorów zestawionych w tabl. 1.

$$r \left(\frac{\eta^F k_0}{S} - 1 \right) < r \left(\frac{Fk_1}{S} - 1 \right) \quad (2.11)$$

i uproszczeniu, otrzymujemy warunek

$$\eta k_0 < k_1 \quad (2.12)$$

Przy przeciwnym znaku nierówności (2.12) ważne będzie naprężenie k_1 .

Podobną analizę przeprowadzimy dla górnego włókna, gdzie wybieramy spośród naprężeń k'_0 i k'_1 .

Założenie miarodajnego k'_0 uwarunkowane jest nierównością

$$r'_{uo'} < r'_{u1'} \quad (2.13)$$

skąd po podstawieniu

$$r' \left(1 - \frac{\eta F k'_0}{S}\right) < r' \left(1 - \frac{F k'_1}{S}\right) \quad (2.14)$$

i uproszczeniu otrzymujemy warunek

$$\eta k'_0 > k'_1. \quad (2.15)$$

Przy przeciwnym znaku nierówności (2.15) ważne będzie naprężenie k'_1 .

Przez łatwe porównanie możemy stwierdzić, że te same warunki otrzymamy zestawiając odpowiednie wskaźniki zginania, obliczone za pomocą rozważanych naprężeń, przy czym oczywiście decyduje wskaźnik większy.

I tak dla dolnego włókna będziemy mieli:

w zakresie 0 - 2 z równań (2.5) i (2.9)

$$W'_0 = \frac{M_E + M_{\Delta E} + M_D}{\eta k'_0 - k'_2} \quad (2.16)$$

a w zakresie 1 - 2 z równań (2.7) i (2.9)

$$W'_1 = \frac{M_E + M_{\Delta E} + M_D}{k_1 - k'_2}. \quad (2.17)$$

Jak łatwo sprawdzić warunek

$$W'_0 > W'_1 \quad (2.18)$$

jest równoważny z wyprowadzonym poprzednio warunkiem (2.12). Podobnie dla górnego włókna wyliczone ze związków (2.4) i (2.8) oraz (2.6) i (2.8) odpowiednie wartości W_0 i W_1 (tabl. 2, kol. 10) zestawione w nierówność

$$W_0 \geq W_1$$

prowadzą do warunku (2.15).

Tablica 2

p. Zakres	Napreżenia	Kryterium zakresu	Przedział ważności kryterium w zależności od wartości η dla $R_w = [kg/cm^2]$				α	W	F	
			300	400	500	600				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0-2	$\eta k_0' > k_1$ $\eta k_0 < k_1$	dla żadnego η				$\alpha_0 = \frac{k_2 - \eta k_0'}{\eta(k_0 - k_0') + k_2 - k_2}$	$W_0 = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_2 - \eta k_0'}$	$F_0 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0'}$	
			< 0.75				$\alpha_0' = \frac{\eta k_0 - k_2}{\eta(k_0 - k_0') + k_2 - k_2}$	$W_0' = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0 - k_2}$	$F_0' = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0 - k_2}$	
2	01-2	$\eta k_0' < k_1$ $\eta k_0 < k_1$	dla każdego η				$\alpha_{01} = \frac{k_2 - k_1}{\eta k_0 - k_1 + k_2 - k_2}$	$W_{01} = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_2 - k_1}$	$F_{01} = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0 - k_1}$	
			< 0.75				$\alpha_{01}' = \frac{\eta k_0 - k_2}{\eta k_0 - k_1 + k_2 - k_2}$	$W_{01}' = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0 - k_1}$	$F_{01}' = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0 - k_1}$	
3	1-2	$\eta k_0 < k_1$ $\eta k_0 > k_1$	dla każdego η				$\alpha_1 = \frac{k_2 - k_1}{k_1 - k_1 + k_2 - k_2}$	$W_1 = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_1 - k_1}$	$F_1 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{k_1 - k_1}$	
			> 0.75				$\alpha_1' = \frac{k_1 - k_2}{k_1 - k_1 + k_2 - k_2}$	$W_1' = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_1 - k_2}$	$F_1' = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{k_1 - k_2}$	
4	10-2	$\eta k_0' > k_1$ $\eta k_0 > k_1$	dla żadnego η				$\alpha_{10} = \frac{k_2 - \eta k_0'}{k_1 - \eta k_0' + k_2 - k_2}$	$W_{10} = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_1 - \eta k_0'}$	$F_{10} = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0'}$	
			> 0.75				$\alpha_{10}' = \frac{k_1 - k_2}{k_1 - \eta k_0' + k_2 - k_2}$	$W_{10}' = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_1 - \eta k_0'}$	$F_{10}' = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0'}$	

Przypadek I

W rozważanym przypadku I wybór naprężeń uzupełniających do miarodajnego zakresu projektowania zależy wyłącznie od wartości analizowanych naprężeń dopuszczalnych i współczynnika strat reologicznych. Teoretycznie mamy tu cztery możliwości; dwa zakresy jednoimienne 0-2 i 1-2 i dwa zakresy mieszane 01-2 i 10-2, przy czym w oznaczeniu zakresu mieszanego, pierwsza cyfra odpowiada większemu, a druga mniejszemu naprężeniu uzupełniającemu.

W tabelicy 2 zestawiono zakresy projektowania wraz z kryteriami ich stosowalności (kol. 4) w postaci wyprowadzonych powyżej warunków. Opierając się na konkretnych wartościach naprężeń dopuszczalnych przewidzianych przez normę [9] przedyskutowano (kol. 5 do 8) przedziały ważności poszczególnych zakresów jako funkcje współczynnika strat reologicznych η . Jak widać, istnieją tylko dwa praktycznie możliwe zakresy projektowania 01-2 i 1-2.

Gdyby we wzorach na kryteria (tabl. 2, kol. 4) zamiast nierówności wystąpił znak równania, to ważne są równocześnie obydwa naprężenia wchodzące do rozpatrywanego związku i oczywiście tak samo ważne są wzory na inne parametry przekroju wyrażone za pomocą tych naprężeń.

4.4. Parametry przekroju

Wielkość siły sprężającej i jej mimośród mamy już określone wzorami (2.2) i (2.3), natomiast dobór przekroju poprzecznego belki opieramy najczęściej o wykorzystanie jednego z dwu wskaźników racjonalnego ukształtowania przekroju i na sprawdzeniu czy drugi wskaźnik pozostaje w przewidzianych granicach.

Mamy tu do wyboru albo wskaźnik wydajności [1]

$$\varphi = \frac{i^2}{v \cdot v'} = \frac{r+r'}{h} = \frac{W'}{v \cdot F} = \frac{W+W'}{h \cdot F}, \quad (2.20)$$

który dla poprawnie zaprojektowanych przekrojów dwuteowych powinien się zawierać w granicach

$$0,45 < \varphi < 0,55 \quad (2.21)$$

przy czym do projektowania przyjmujemy najczęściej

$$\varphi = 0,5 \quad (2.22)$$

albo wskaźnik tęgości [6]

$$\psi = \frac{F}{h^2} \quad (2.23)$$

zawierający się dla tych samych przekrojów w granicach

$$0,18 \leq \phi \leq 0,25 \quad (2.24)$$

przy czym przekroje niskie powinny osiągnąć większe wartości wskaźnika i odwrotnie. Do projektowania przyjmuje się zazwyczaj

$$\phi = 0,22. \quad (2.25)$$

Przy wykorzystaniu wskaźnika wydajności ρ , tok projektowania jest następujący:

- Ustalamy miarodajny zakres projektowania (tabl. 2, kol. 2 do 8).
- Przyjmujemy wysokość przekroju poprzecznego belki h .
- Wyznaczamy położenie środka ciężkości przekroju. Jest ono funkcją wszystkich naprężeń wchodzących w skład zakresu projektowania. Najwygodniej określić go za pomocą wskaźnika

$$\chi = \frac{v}{h} \quad (2.26)$$

lub

$$\chi' = (1 - \chi) = \frac{v'}{h}. \quad (2.27)$$

Wzory na współczynniki χ i χ' , wyrażone przez naprężenia zestawiono w tabl. 2, kol. 9, stąd łatwo obliczyć odnośne wartości v i v' .

- Przekształcając odpowiednio wzór na którykolwiek z ważnych wskaźników zginania znajdziemy potrzebne pole przekroju F . Np. dla zakresu 0-2, biorąc pod uwagę W_0 wg (2.16) i uwzględniając, że

$$M_G = 0,125 \rho F l^2, \text{ oraz na podstawie (2.20)} \quad (2.28)$$

$$W' = \rho F v \quad (2.29)$$

otrzymamy

$$F_0 = \frac{M_{\Delta G} + M_D}{\rho v (\eta k_0 - k_2^i) - 0,125 \rho l^2}. \quad (2.30)$$

Pozostałe wzory na F znakowane indeksami ważnych naprężeń uzupełniających zestawiono w tabl. 2, kol. 11.

- Sprawdzamy, czy wskaźnik ϕ pozostaje w granicach określonych warunkiem (2.24)

Jeżeli ϕ nie mieści się w przewidzianym przedziale, musimy obliczenie powtórzyć dla innej wysokości przekroju. Gdy $\phi < 0,18$ należy wysokość obniżyć, zaś przy $\phi > 0,25$ trzeba przyjąć większą wysokość.

- Po obliczeniu wskaźników zginania (tabl. 2, kol. 10), dalszy tok postępowania jest taki sam jak opisany w licznej literaturze przedmiotu [2], [1], [8], [7], [4].

Tok projektowania przy wykorzystaniu wskaźnika tęgości ϕ jest następujący:

- Ustalamy miarodajny zakres projektowania (tabl. 2, kol. 2 do 8).
- Przyjmujemy wysokość belki h .
- Obliczamy pole przekroju za pomocą wskaźnika tęgości (2.23) i (2.25).

$$F = \phi h^2 = 0,22 h^2.$$

- Ze wzoru na odnośną wartość \mathcal{K} obliczamy odległość górnego włókna przekroju od środka ciężkości v .
- Obliczamy potrzebny wskaźnik zginania W'
- Sprawdzamy czy wskaźnik $\rho = \frac{W'}{vF}$ mieści się w granicach określonych warunkiem (2.21).

Tutaj podobnie, jeżeli ρ nie mieści się w przewidzianych granicach trzeba powtórzyć obliczenie przyjmując inną wysokość. Dla $\rho < 0,45$ należy wysokość obniżyć, zaś dla $\rho > 0,55$ należy wysokość podnieść.

Dalej postępujemy tak, jak przy projektowaniu za pomocą wskaźnika ρ .

3. Przypadek II

3.1. Założenia

Dla przypadku II czynimy te same założenia dotyczące geometrii przekroju i siły sprężającej co dla przypadku I, zaś w odniesieniu do obciążeń, oprócz wyróżnionych w pktcie 2.1. g , Δg , p przyjmujemy, że zamiast obciążenia ciężarem własnym g może wystąpić obciążenie transportowe również o intensywności g , lecz przeciwnie skierowane.

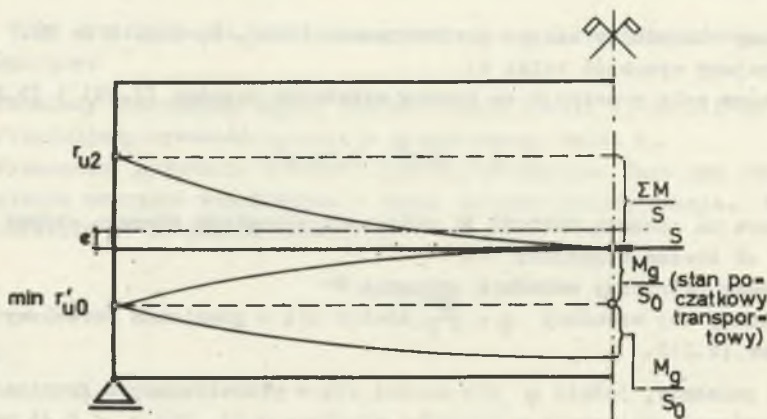
Przypadek taki może się zdarzyć przy transporcie elementu odwróconego włóknami dolnymi do góry w schemacie belki swobodnie podpartej lub - co daje taki sam skutek odnośnie ekstremalnych wartości momentu zginającego - przy transporcie w położeniu właściwym, lecz przez podczepienie elementu w środku rozpiętości.

A zatem, oprócz stanów programowych 0,1 i 2, możemy wyróżnić stan początkowy transportowy, w którym występuje obciążenie - g , początkowa wartość siły sprężonej S_0 i naprężenia dopuszczalne k_0 i k'_0 oraz stan transportowy oznaczony symbolem "t", w którym również występuje obciążenie - g ,

siła sprężająca S jest już ustabilizowana po stratach reologicznych, a naprężenia dopuszczalne z uwagi na krótkotrwały charakter obciążeń przyjmujemy jako k_2 i k_2' .

3.2. Warunki podstawowe

Na początku rozważań, w oparciu o analizę obwiedni granicznych (rys. 3) wykażemy, że stan początkowy jest zawsze mniej miarodajny niż stan początkowy transportowy.



Rys. 3

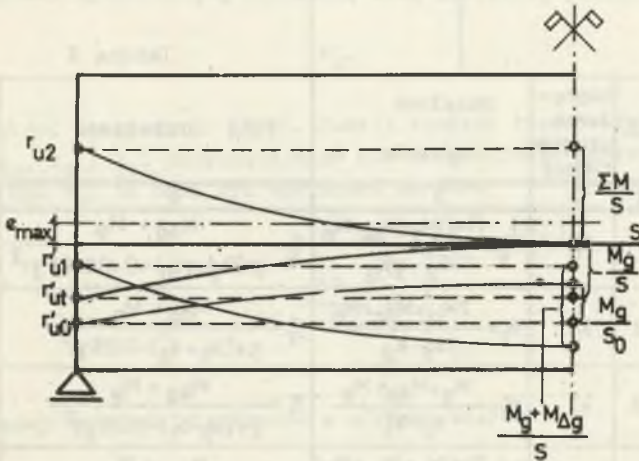
Istotnie, odmierzona od tego samego promienia rdzenia uogólnionego $\min r'_{u0}$ obwiednia dla stanu transportowego jest zawsze bliższa osi belki i w przekroju środkowym, który jest w tym przypadku przekrojem niebezpiecznym styka się (dla poprawnie zaprojektowanego przekroju), z górną obwiednią, wyznaczając w ten sposób największy możliwy mimośród siły sprężającej.

A zatem do dalszych rozważań weźmiemy pod uwagę stan początkowy transportowy nazywając go dla prostoty krótko stanem początkowym i oznaczając symbolem "0", pamiętając jednak że dla rozważanego przypadku II, w stanie tym działa skierowane ku górze obciążenie $-g$.

Mamy zatem trzy stany, a więc po trzy naprężenia dopuszczalne dla górnego i dolnego włókna, z których należy wybrać po jednym jako uzupełniające dla miarodajnego zakresu projektowania. W celu znalezienia przekrojów niebezpiecznych przedyskutujemy jeszcze raz obwiednie graniczne.

Na rys. 4 wykreślono przykładowo obwiednie odmierzone od dolnych promieni rdzeni uogólnionych, obliczonych za pomocą naprężeń większych, przynależnych do dolnego włókna belki. Dla promieni rdzeni uogólnionych obliczonych

z mniejszych naprężeń, mających zastosowanie w górnym włóknie belki charakter obwiedni nie ulegnie zmianie. Najwyższe punkty odnośnych dolnych obwiedni wyznaczą przekroje niebezpieczne. I tak w stanie początkowym, oraz w stanie transportowym niebezpiecznym jest przekrój środkowy, zaś w stanie bezużytkowym przekrój podporowy.



Rys. 4

Siłę sprężającą i moment obrotowy obliczymy jak w przypadku I ze wzorów (2.1) i (2.2).

Zależności podstawowe w przekrojach niebezpiecznych przedstawiają się następująco:

W stanie początkowym "0" (przekrój środkowy)

$$\frac{S}{\eta F} \left(1 - \frac{ev}{i^2}\right) - \frac{|M_G|}{W_{11}} \geq k'_0 \quad (3.1)$$

$$\frac{S}{\eta F} \left(1 + \frac{ev'}{i^2}\right) + \frac{|M_G|}{W_{11}} \leq k_0 \quad (4.2)$$

W stanie transportowym "t" (przekrój środkowy)

$$\frac{S}{F} \left(1 - \frac{ev}{i^2}\right) - \frac{|M_G|}{W_{11}} \geq k'_2 \quad (3.3)$$

$$\frac{S}{F} \left(1 + \frac{ev'}{i^2}\right) - \frac{|M_G|}{W_{11}} \leq k_2 \quad (3.4)$$

W stanie bezużytkowym "1" ważne są wzory (2.6) i (2.7), a w stanie użytkowym "2" wzory (2.8) i (2.9).

Przy odniesieniu wszystkich charakterystyk geometrycznych do przekroju netto (betonowego), ze wzorów powyższych możemy obliczyć wskaźniki zginania dla obydwu włókien przekroju oparte o wykorzystanie kolejnych naprężeń dopuszczalnych ze stanu 0, t i 1 (tabl. 3, kol. 3), a także wyznaczyć na tej samej zasadzie, potrzebne pola przekroju poprzecznego (tabl. 3, kol.4).

Tablica 3

L.p.	Naprężenia uzupełniające	Wskaźnik zginania	Pole przekroju
1	2	3	4
1	k'_0	$W'_0 = \frac{(1+\eta)M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_2 - \eta k'_0}$	$F'_0 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\gamma v'(k_2 - \eta k'_0) - (1+\eta)0.125 \gamma l^2}$
2	k'_2	$W'_1 = \frac{2M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_2 - k'_2}$	$F'_1 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\gamma v'(k_2 - k'_2) - 0.25 \gamma l^2}$
3	k'_1	$W'_1 = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_2 - k'_1}$	$F'_1 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\gamma v'(k_2 - k'_1) - 0.125 \gamma l^2}$
4	k_0	$W'_0 = \frac{(1+\eta)M_g + M_{\Delta g} + M_p}{\eta k_0 - k_2}$	$F'_0 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\gamma v(\eta k_0 - k_2) - (1+\eta)0.125 \gamma l^2}$
5	k_2	$W'_1 = W_1$	$F'_1 = F_1$
6	k_1	$W'_1 = \frac{M_g + M_{\Delta g} + M_p}{k_2 - k_1}$	$F'_1 = \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\gamma v(k_1 - k_2) - 0.125 \gamma l^2}$

3.3. Wybór zakresu projektowania

Poszukiwanie naprężeń uzupełniających sprowadza się do określenia najwyższego punktu dolnych obwiedni granicznych wykreślonych od promieni rdzeni uogólnionych obliczonych raz za pomocą naprężeń dopuszczalnych przynależnych do dolnego włókna belki, a drugi raz za pomocą naprężeń przynależnych do jej górnego włókna.

Analitycznie możemy zapisać to w postaci dwu zbiorów wyrażeń, spośród których w każdym zbiorze poszukujemy wartości najmniejszej

$$\min \begin{vmatrix} r'_{uo} - \frac{|M_g|}{S_0} \\ r'_{ut} - \frac{|M_g|}{S} \\ r'_{u1} \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

$$\min \begin{vmatrix} r'_{uo} - \frac{|M_g|}{S_o} \\ r'_{ut} - \frac{|M_g|}{S} \\ r'_{u1} \end{vmatrix} \quad (3.6)$$

Weźmy pod uwagę zbiór (3.5). Jeżeli spośród trzech występujących tam naprężeń k_0 , k_2 i k_1 , uzupełniającym dla miarodajnego zakresu projektowania miałoby być k_0 , to musi być spełniony warunek

$$r'_{uo} - \frac{|M_g|}{S_o} < \begin{cases} r'_{ut} - \frac{|M_g|}{S} \\ r'_{u1} \end{cases} \quad (3.7)$$

Rozważmy najpierw nierówność z górnego wiersza

$$r'_{uo} - \frac{|M_g|}{S_o} < r'_{ut} - \frac{|M_g|}{S} \quad (3.8)$$

Podstawiając odpowiednie wartości z tabl. 1

$$r \left(\frac{\eta F k_0}{S} - 1 \right) - \frac{\eta |M_g|}{S} < r \left(\frac{F k_2}{S} - 1 \right) - \frac{|M_g|}{S}$$

oraz uwzględniając, że

$$|M_g| = 0,125 \eta F l^2 \quad (3.9)$$

$$r = \rho v \quad (3.10)$$

otrzymujemy warunek dla k_0 jako naprężenia uzupełniającego w porównaniu z k_2

$$\rho v (k_2 - \eta k_0) > (1 - \eta) 0,125 \eta l^2 \quad (3.11)$$

Jak widać, dla "przypadku II" warunki wyboru zakresu projektowania są bardziej złożone niż dla "przypadku I", i zależą oprócz naprężeń dopuszczalnych i współczynnika strat reologicznych również od parametrów geometrycznych elementu oraz od ciężaru objętościowego betonu ρ .

Wykażemy teraz, że do tego samego warunku (3.11) prowadzi nierówność

$$W'_0 > W'_t. \quad (3.12)$$

Uwzględniając, że ogólnie

$$W' = r F$$

wprowadzimy wzory na W' i F obliczone za pomocą tych samych naprężeń (w tym przypadku k_0 i k_2) zestawione w tabl. 3, kol. 3 i 4

$$r F_0 > r F_t \quad (3.14)$$

$$r \frac{M_{\Delta k} + M_p}{\varrho v (\eta k_0 - k_2) - (1 + \eta) 0,125 \eta l^2} > r \frac{M_{\Delta g} + M_p}{\varrho v (k_2 - k_2) - 0,25 \eta l^2}$$

skąd otrzymamy ten sam co poprzednio warunek zapisany wzorem (3.11)

$$\varrho v (k_2 - \eta k_0) > (1 - \eta) 0,125 \eta l^2.$$

Nierówność dolnego wiersza z wyrażenia (3.7)

$$r_{u0} - \frac{|M_g|}{S_0} < r_{u1} \quad (3.15)$$

po podstawieniu wzorów szczegółowych z tablicy 1

$$r \left(\frac{\eta F k_0}{S} - 1 \right) - \frac{|M_g|}{S} < r \left(\frac{F k_1}{S} - 1 \right)$$

i uwzględnieniu związków (3.9) i (3.10)

daje warunek dla k_0 w porównaniu z k_1

$$\varrho v (\eta k_0 - k_1) < \eta 0,125 \eta l^2. \quad (3.16)$$

Ten sam warunek otrzymamy rozważając nierówność

$$W'_0 > W'_1 \quad (3.17)$$

i postępując podobnie jak poprzednio przy porównywaniu wskaźników zginania

$$r F_0 > r F_1$$

$$r \frac{M_{\Delta E} + M_D}{\sigma_v (\eta k_0 - k_2) - (1+\eta) 0,125 \sigma 1^2} \geq r \frac{M_{\Delta E} + M_D}{\sigma_v (k_1 - k_2) - 0,125 \sigma 1^2}$$

$$\sigma_v (\eta k_0 - k_1) < \eta 0,125 \sigma 1^2.$$

Zestawiając warunki wyrażone wzorami (3.11) i (3.16) otrzymamy kryterium dla naprężenia k_0 jako uzupełniającego w porównaniu z naprężeniami k_2 i k_1 . Za pomocą wskaźników zginania, kryterium to możemy wyrazić w postaci nierówności

$$W'_0 > \begin{cases} W'_t \\ W'_1 \end{cases}. \quad (3.18)$$

Jeżeli jedna z dwu nierówności określonych wzorem (3.7) lub równoważnym (3.18) wykaże kierunek przeciwny, to występujące w największym wyrażeniu naprężenie będzie miarodajne jako uzupełniające, gdyż potrzebne do tego warunki będą spełnione automatycznie:

$$\text{gdy } W'_t > W'_0 > W'_1 \quad \text{to ważne jest } k_2 \quad (3.19)$$

$$\text{a gdy } W'_1 > W'_0 > W'_t \quad \text{to ważne jest } k_1.$$

Natomiast odwrócenie obydwu nierówności we wzorach (3.7) i (3.18) wymaga dodatkowego przebadania, które z naprężeń k_2 i k_1 jest uzupełniającym. Jeżeli jest to naprężenie k_2 , ważne będzie nierówność

$$r'_{ut} - \frac{|M_E|}{S} < r'_{u1}, \quad (3.21)$$

którą po podstawieniu wzorów szczegółowych z tablicy 1

$$r \left(\frac{Fk_2}{S} - 1 \right) - \frac{|M_E|}{S} < r \left(\frac{Fk_1}{S} - 1 \right)$$

oraz związków (3.9) i (3.10) przedstawić możemy w postaci warunku

$$\sigma_v (k_2 - k_1) < 0,125 \sigma 1^2. \quad (3.22)$$

Podobnie z nierówności

$$W'_t > W_1 \quad (3.23)$$

podstawiając

$$r F_t > r F_1$$

otrzymamy (3.22).

A zatem, warunek najwyższego punktu dolnych obwiedni granicznych (3.5), można zastąpić warunkiem największego wskaźnika zginania dla dolnego włókna

$$\max \begin{vmatrix} W'_0 \\ W'_t \\ W'_1 \end{vmatrix} \quad (3.24)$$

Postępując analogicznie w stosunku do trójki naprężeń z górnego włókna k_0 , k_2 i k_1 , można dowieść, że warunek (3.6) można zastąpić warunkiem największego wskaźnika zginania dla górnego włókna

$$\max \begin{vmatrix} W_0 \\ W_t \\ W_1 \end{vmatrix} \quad (3.25)$$

Z każdego zbioru (3.24) i (3.25) otrzymamy trzy możliwości, które razem dadzą dziewięć kombinacji.

Zestawione na tej podstawie kryteria wyboru naprężeń uzupełniających podano w tabl. 4, kol. 4 i 5. Gdyby zamiast nierówności między dwoma z rozpatrywanych wskaźników zdarzył się znak równania (przy pozostałym wskaźniku mniejszym) oznacza to, że istnieją równocześnie dwa naprężenia uzupełniające dla rozważanego włókna.

3.4. Parametry przekroju

Ponieważ dla "przypadku II" kryteria zależą również do parametrów geometrycznych elementu nie możemy ustalić miarodajnego zakresu projektowania przed rozpoczęciem obliczeń.

Przypadek II

Tablica 4

L.p.	Zakres	Napreżenia uzupełniające	Kryterium	
			4	5
1	0-2	k_0 k'_0	$w_0 \geq \begin{cases} w_t \\ w_1 \end{cases}$	$w'_0 \geq \begin{cases} w'_t \\ w'_1 \end{cases}$
2	0t-2	k_0 k'_2		$w'_t \geq \begin{cases} w'_0 \\ w'_1 \end{cases}$
3	01-2	k_0 k'_1		$w_1 \geq \begin{cases} w_0 \\ w_t \end{cases}$
4	t0-2	k_2 k'_0	$w_t \geq \begin{cases} w_0 \\ w_1 \end{cases}$	$w'_0 \geq \begin{cases} w'_t \\ w'_1 \end{cases}$
5	t-2	k_2 k'_2		$w'_t \geq \begin{cases} w'_0 \\ w'_1 \end{cases}$
6	t1-2	k_2 k'_1		$w_1 \geq \begin{cases} w_0 \\ w_t \end{cases}$
7	10-2	k_1 k'_0	$w_1 \geq \begin{cases} w_0 \\ w_t \end{cases}$	$w'_0 \geq \begin{cases} w'_t \\ w'_1 \end{cases}$
8	1t-2	k_1 k'_2		$w'_t \geq \begin{cases} w'_0 \\ w'_1 \end{cases}$
9	1-2	k_1 k'_1		$w_1 \geq \begin{cases} w_0 \\ w_t \end{cases}$

Najprostsze jest postępowanie następujące: po przyjęciu wysokości przekroju h , w oparciu o wskaźnik tężości ϱ obliczyć pole przekroju F , a następnie moment zginający od ciężaru własnego M_g . Dalej obliczyć wszystkie wskaźniki zginania dla górnego i dolnego włókna i wybrać z nich największe ustalając na tej podstawie miarodajny zakres projektowania.

W celu sprawdzenia czy przekrój może być poprawnie ukształtowany, należy wyznaczyć wartość wskaźnika

$$\varrho = \frac{W+W'}{hF}, \quad (3.26)$$

która powinna zawierać się w granicach przewidzianych warunkiem (2.21). Tutaj podobnie jak w "przypadku I", jeżeli ϱ wychodzi poza dopuszczalne wartości, należy obliczenie powtórzyć, przyjmując inną wysokość przekroju wg zasad podanych w pkt. 2.4.

Na koniec, zauważmy jeszcze, że dla zakresu $t = 2$ istnieje symetria przekroju, obydwa wskaźniki zginania są sobie równe, a kryteria miarodajnego zakresu dla $\varrho = 0,5$ można wyrazić wzorami

$$\left. \begin{array}{l} k_2 - k_1 \\ k_1' - k_2' \end{array} \right\} < 0,5 \varrho \frac{l^2}{h} \quad (3.27)$$

$$\left. \begin{array}{l} k_2 - \eta k_0 \\ \eta k_0' - k_2' \end{array} \right\} < (1-\eta) 0,5 \varrho \frac{l^2}{h}, \quad (3.28)$$

które daje się obliczyć po przyjęciu wysokości przekroju. Jest to jednak przypadek szczególny, wszystkie inne wymagają znajomości położenia środka ciężkości przekroju i dlatego najwygodniej jest wyznaczyć miarodajny zakres projektowania za pomocą potrzebnych wskaźników zginania.

LITERATURA

- [1] GUYON Y. - Béton précontraint, v.1,2 ed., Paris 1953.
- [2] HOYER E. - Der Stahlsaitenbeton, Berlin-Wien-Leipzig, 1939,
- [3] KAUFMAN S., MAMES J., - Uogólniony rdzeń przekroju w belce wstępnie sprężonej, Arch.Inż.Łąd. nr 3-4/1955.
- [4] KAUFMAN S., OLSZAK W., EIMER CZ., - Budownictwo Betonowe t.III. Konstrukcje sprężone, Warszawa 1965 r.
- [5] MAMES J., - Obliczanie odgięć w belce z betonu kablowego, Inż. i Bud., nr 5/1955.

- [6] MAMES J., - Sprężona belka ciągła. Analiza i projektowanie Arch.Inż.Ląd. nr 4/1957.
- [7] OLSZAK W., KAUFMAN S., EIMER Cz. BYCHAWSKI Z., - Teoria konstrukcji sprężonych, t. I, Warszawa 1961 r.
- [8] TYSZOWIECKI J., BYCHAWSKI Z., - Belki strunobetonowe, Warszawa 1953.
- [9] PN-66/B-03320 - Konstrukcje z betonu sprężonego. Obliczenia statyczne i projektowanie, Warszawa 1966.

S t r e s z c z e n i e

W pracy podano kryteria wyboru miarodajnych zakresów projektowania belek strunobetonowych dla przypadku I - kiedy nie działają obciążenia transportowe i dla przypadku II - kiedy obciążenia takie działają.

Posługując się analizą obwiedni granicznych określono przekroje niebezpieczne w poszczególnych stanach obciążenia belki i sformułowano warunki kryteriów w oparciu o najniższe możliwe położenie środka ciśnienia. Wykazano, że warunki te można zastąpić wyborem największego potrzebnego wskaźnika zginania dla górnego i dolnego włókna belki.

Zaproponowano również tok wstępnego projektowania parametrów przekroju poprzecznego belek, w oparciu o wskaźniki racjonalnego ukształtowania przekroju.

CHOICE OF THE DETERMINING DESIGN RANGES FOR A PRETENSIONED BEAM

S u m m a r y

In the paper criteria have been given for the choice of the determining design ranges of pretensioned beams in the case I - without the action of transportation loads, and in the case II - with such loads.

Using the analysis of limit envelopes the dangerous cross-sections have been determined for different loading states of the beam, and conditions of the criteria have been formulated, basing upon the lowest possible location of the thrust centre. It has been shown that those conditions could be replaced by the choice of the largest modulus of section needed for the upper and lower fibre of the beam.

A procedure for the preliminary design of the cross-sectional parameters of the beam has been proposed, basing upon the indices of the rational shaping of the section.

**ВЫБОР ДОСТОВЕРНЫХ ПРЕДЕЛОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
СТРУНОБЕТОННЫХ БАЛОК****Р е з ю м е**

В статье представлено критерия выбора достоверных пределов проектирования струнобетонных балок для случая I-го, когда не действуют транспортные нагрузки и для случая II-го, когда такие нагрузки действуют.

Пользуясь анализом предельных оггибающих найдено опасное сечение в случаях действия этих нагрузок на балку и сформулировано условия критерий принимая самое низкое положение центра давления. Доказано, что это условие можно заменить выбором наибольшего необходимого момента сопротивления при изгибе для верхнего и нижнего волокна балки.

Представлено также ход предварительного проектирования параметров поперечного сечения балок, опираясь на коэффициентах рационального проектирования сечения балок.