ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 68 Nr kol. 643

Zygmunt PIĄTEK

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechnika Śląska

MODELOWE BADANIA ALUMINIOWYCH PRZEWODÓW WIELKOPRĄDOWYCH O KSZTAŁCIE WALCA UMIESZCZONYCH W CIEKŁYM AZOCIE

Streszczenie. Dla chłodzonego ciekłym azotem przewodnika aluminiowego wiodącego prąd o stotliwości przemysłowej 50 Hz wykazano duży wpływ zjawiska naskórkowości na jego rezystancję i indukcyjność wewnętrzną. Zilustrowano ten wpływ podając wyniki badań.

Opracowano sposób modelowego badania torów prądowych chłodzonych ciekłym azotem uwzględniający zjawisko naskórkowości i polegający na zachowaniu wymiarów liniowych modelu w stosunku do obiektu rzeczywistego i na podwyższeniu częstotliwości prądu w modelu pracującym w temperaturze otoczenia.

1. Wstęp

Przy przesyle dużych prądów przewodami wielkoprądowymi coraz powszechniej wykorzystuje się do ich chłodzenia ciecze kriogeniczną, takie jak: ciekły azot, hel, rzadziej zaś tlen i wodór. Uzyskuje się dzięki temu zmniejszenie strat przesyłu energii jako skutek dziesięciokrotnego do kilkutysiąckrotnego zmniejszenia rezystancji przewodów [1, 3, 6, 7, 9] oraz zwiększenie gęstości dopuszczalnej prądu (np. dla aluminium w ciekłym azocie od 100 A/mm^2 do 400 A/mm^2), jako skutek znacznego poprawienia wymiany ciepła między przewodem a cieczą chłodzącą. Oprócz szeregu zagadnień związanych z przesyłem prądów zmiennych przewodami kriooporowymi (kriostaty, bilans cieplny, izolacja termiczna i elektryczna, uszczelnienia itp.) istotnym zagadnieniem jest zjawisko naskórkowości, które poczynając od temperatury ciekłego azotu uwydatnia się znacznie już przy małych częstotliwościach. Efektem zjawiska naskórkowości jest wzrost rezystancji i zmniejszanie indukcyjności wewnętrznej przewodu w stosunku do rezystancji i indukcyjności liczonej dla prądu stałego. Zmiany te mogą osiągać duże wartości w zależności od materiału przewodu, jego wymiarów, kształtu, położenia względem innych przewodów z prądem i konstrukcji stalowych oraz od roboczej temperatury pracy przewodu. W przewodach kriooporowych zjawisko naskórkowości może spowodować nawet kilkudziesięciokrotne zwiększenie strat przesyłu energii przy f = 50 Hz w stosunku do strat przy prądzie stałym [7]. Zjawisko naskórkowości spowoduje również znaczne zmiany impedancji toru wielkoprądowego, w konsekwencji zaś zmianę podstaw jego symetryzacji.

Przy projektowaniu sieci wielkoprądowych chłodzonych cieczą kriogeniczną jednym z najlepszych sposobów oceny strat przesyłu energii oraz oceny impedancji toru prądowego z uwzględnieniem zjawiska naskórkowości i zjawiska zbliżenia są badania modelowe. Badania gotowych obiektów są bardzo kosztowne i pracochłonne, obliczenia i pomiary na gotowych obiektach są bowiem trudne i obarczone wieloma znacznymi uchybami zaciemniającymi obraz badanego zjawiska, utrudniającymi wnioskowanie [8].

Najbardziej odpowiednim sposobem modelowania przewodów kriooporowych jest przyjęcie skali wymiarów liniowych modelu do obiektu rzeczywistego w stosunku 1:1, zaś fakt zwiększenia rezystancji oraz zmniejszenia indukcyjności wewnętrznej przewodu (jako efekt zjawiska naskórkowości) po jego schłodzeniu można uwzględnić poprzez zwiększenie częstotliwości prądu płynącego w modelu pracującym w temperaturze otoczenia.

2. Gęstość prądu i natężenia pola magnetycznego w przewodzie aluminiowym o kształcie walca w ciekłym azocie

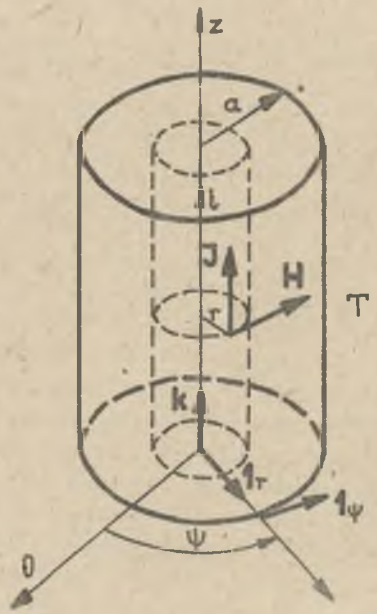
Załóżmy, że prostoliniowy i bardzo długi przewód wiodący prąd sinusoidalnie zmienny został umieszczony w temperaturze T (rys. 1).

Wektory natężenia pola magnetycznego i elektrycznego w tym przypadku mają tylko po jednej składowej:

$$\mathbf{H} = \mathbf{1}_\psi H, \tag{1}$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{k} J, \tag{2}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{k} E = \mathbf{k} \frac{J}{\gamma}. \tag{3}$$



Rys. 1. Przewód o kształcie walca umieszczony w temperaturze T

Jeżeli

$$i(t) = |I_m| \sin\omega t \tag{4}$$

to wg prac [2, 4] zespolona gęstość prądu przedstawiona jest wzorem:

$$J_m = \frac{|I_m|}{\pi a^2} \cdot \frac{m_a}{2} \cdot \frac{b_{or}}{b_{ia}} e^{j(\beta_{or} - 45^\circ - \beta_{iQ})}, \tag{5}$$

zaś zespolona wartość natężenia pola magnetycznego:

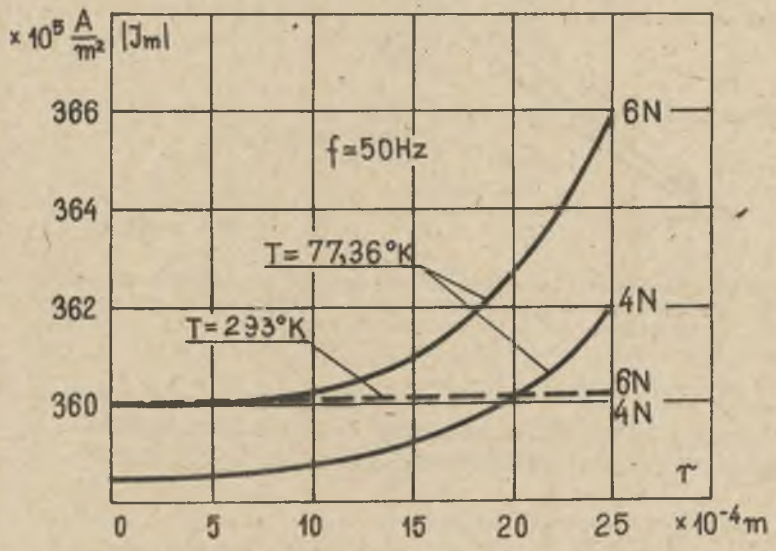
$$H_m = \frac{|I_m|}{2\pi a} \cdot \frac{b_{ir}}{b_{ia}} e^{j(\beta_{ir} - \beta_{ia})} \tag{6}$$

gdzie:

$$m = \sqrt{\omega \mu \gamma} \tag{7}$$

β_o, b_o, β_1, $_1$ - współczynniki funkcji Bessela zależne od $w = \sqrt{-jmr}$.

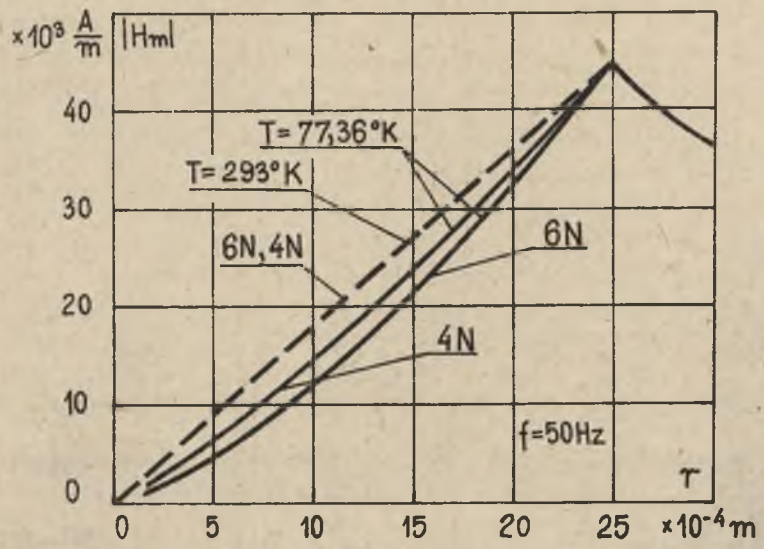
Ze wzorów (5), (6), (7) wynika, że gęstość prądu jak i natężenia pola magnetycznego zależą również od konduktywności γ. Jeżeli zaś rozpatrywany przewód umieścimy w środowisku o zmieniającej się temperaturze, to zmiana γ wraz z temperaturą pociągnie za sobą zmianę gęstości prądu i natężenia pola magnetycznego.



Rys. 2. Zależność gęstości prądu od odległości od osi przewodu aluminiowego o różnej czystości przy f = 50 Hz w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

Na rys. 2 przedstawiono zależność gęstości prądu od odległości od osi przewodu walcowego przy częstotliwości f = 50 Hz dla przewodników aluminiowych o różnej czystości w temperaturze otoczenia (T_o = 293°K) oraz w temperaturze ciekłego azotu (T = 77,36°K). Do wykreślenia tej zależności przyjęto a = 2,5 mm o wartościach rezystywności (pomiar własny) dla aluminium 4N: $\rho_{293°K}$ = 26,98 nΩ m; $\rho_{77,36°K}$ = 2,48 nΩ m, dla aluminium 6N: $\rho_{293°K}$ = 26,38 nΩ m; $\rho_{77,36°K}$ = 2,28 nΩ m oraz wartość prądu $|I_m| = 500\sqrt{2}$A.

Na rys. 3 przedstawiono zależność natężenia pola magnetycznego od odległości od osi przewodu walcowego przy założeniach takich, jak dla rys.2.



Rys. 3. Zależność natężenia pola magnetycznego od odległości od osi walcowego przewodu aluminiowego o różnej czystości przy f = 50 Hz w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

3. Rezystancja i indukcyjność walcowego przewodu aluminiowego w ciekłym azocie przy uwzględnieniu zjawiska naskórkowości

Moc zespolona określona jest wzorem:

$$S = \int_S \mathbf{P}\,\mathbf{n}\,ds, \tag{8}$$

gdzie:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2}\mathbf{E}_m \times \mathbf{H}_m^* \tag{9}$$

jest tzw. zespolonym wektorem Poyntinga.

Uwzględniając wzory (3), (5), (6) otrzymamy:

$$\mathbf{P}(r) = \mathbf{1}_r \frac{1}{2} \cdot \frac{|I_m|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{ma}{2} \cdot \frac{1}{2\pi a} \cdot \frac{b_{or} b_{1r}}{(b_{1a})^2} e^{j(\beta_{or} - 45^\circ - \beta_{1r})} \tag{10}$$

Strumień zespolonego wektora Poyntinga wnikającego do przewodu (na jednostkę długości) określony jest przy wykorzystaniu (8), (9) i (10) wzorem:

$$S = P(r=a)2\pi a1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{|I_m|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{ma}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} e^{j(\beta_{oa}-45^o-\beta_{1a})} \tag{11}$$

Część rzeczywista wyrażenia (11) jest strumieniem mocy czynnej wpływającej do jednostki długości przewodu. Uwzględniając ponadto, że $|I_m| = \sqrt{2}\, I$, otrzymamy:

$$P = Re\{S\} = \frac{|I|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{ma}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \cos(\beta_{oa} - 45^o - \beta_{1a}) \tag{12}$$

Wielkość przy $|I|^2$ we wzorze (12) przedstawia rezystancję na jednostkę długości przewodu prostoliniowego o przekroju kołowym:

$$R = \frac{1}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{ma}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \cos(\beta_{oa} - 45^o - \beta_{1a}) \tag{13}$$

Część urojona wyrażenia (11) jest mocą bierną:

$$Q = Im\{S\} = \frac{|I|^2}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{ma}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \sin(\beta_{oa} - 45^o - \beta_{1a}) \tag{14}$$

Wielkość przy $|I|^2$ we wzorze (14) przedstawia reaktancję wewnętrzną na jednostkę długości przewodu prostoliniowego o przekroju kołowym:

$$X_L = \omega L_w = \frac{1}{\pi a^2 \gamma} \cdot \frac{ma}{2} \cdot \frac{b_{oa}}{b_{1a}} \sin(\beta_{oa} - 45^o - \beta_{1a}) \tag{15}$$

Wzory określające rezystancję (13) i reaktancję (15) można także uzyskać z tzw. impedancji wewnętrznej przewodu

$$Z_{wew} = \frac{E_m(a)}{I_m} = \frac{J_m(a)}{\gamma I_m} \tag{16}$$

biorąc odpowiednio jej część rzeczywistą i urojoną.

Przy $f = 0$, tj. przy prądzie stałym, rezystancja na jednostkę długości przewodu określona jest wzorem:

$$R_o = \frac{1}{\pi a^2 \gamma} \tag{17}$$

zaś indukcyjność wewnętrzna:

$$L_{wo} = \frac{\mu}{8\pi} \tag{18}$$

Ze wzorów (13) i (15) wynika, że rezystancja i indukcyjność wewnętrzna przewodu zależą od częstotliwości oraz od konduktywności γ. Jeżeli zaś rozpatrywany przewód, przez który płynie prąd przemienny, umieścimy w środowisku o zmieniającej się temperaturze, to zmiana γ wraz z temperaturą pociągnie za sobą zmianę rezystancji i indukcyjności wewnętrznej przewodu.

W tabeli 1 przedstawiono (pomiar własny) zmianę rezystancji przewodów z aluminium o różnej czystości wiodących prąd o częstotliwości 50 Hz w stosunku do rezystancji tych przewodów dla prądu stałego - w temperaturze otoczenia oraz w temperaturze ciekłego azotu.

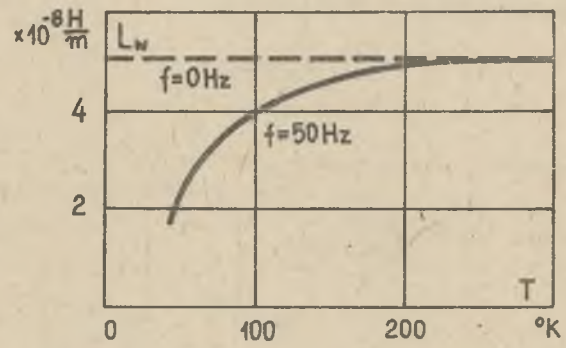
W tabeli 1 przyjęto następujące oznaczenia:

$$\Delta R_{\%} = \frac{R_{50\ Hz} - R_o}{R_o} 100\%, \tag{19}$$

$$K'_{77,36^oK} = \left(\frac{R_{293^oK}}{R_{77,36^oK}}\right)_{50\ Hz}, \tag{20}$$

$$K_{77,36^oK} = \left(\frac{R_{293^oK}}{R_{77,36^oK}}\right)_{0\ Hz}. \tag{21}$$

Z otrzymanych wyników widać, że zjawisko naskórkowości, bez znaczenia dla f = 50 Hz i temperatury otoczenia, uwydatnia się w temperaturze ciekłego azotu powodując wzrost rezystancji przewodu o około 20% (dla przewodu o promieniu a = 2,5 mm) wartości określonej dla prądu stałego. Stąd też zysk ze schłodzenia przewodu (straty mocy czynnej) zmniejsza się o około 11 do 9,7 raza. Ma to istotne znaczenie w torach wielkoprądowych, w których występują duże straty mocy czynnej.

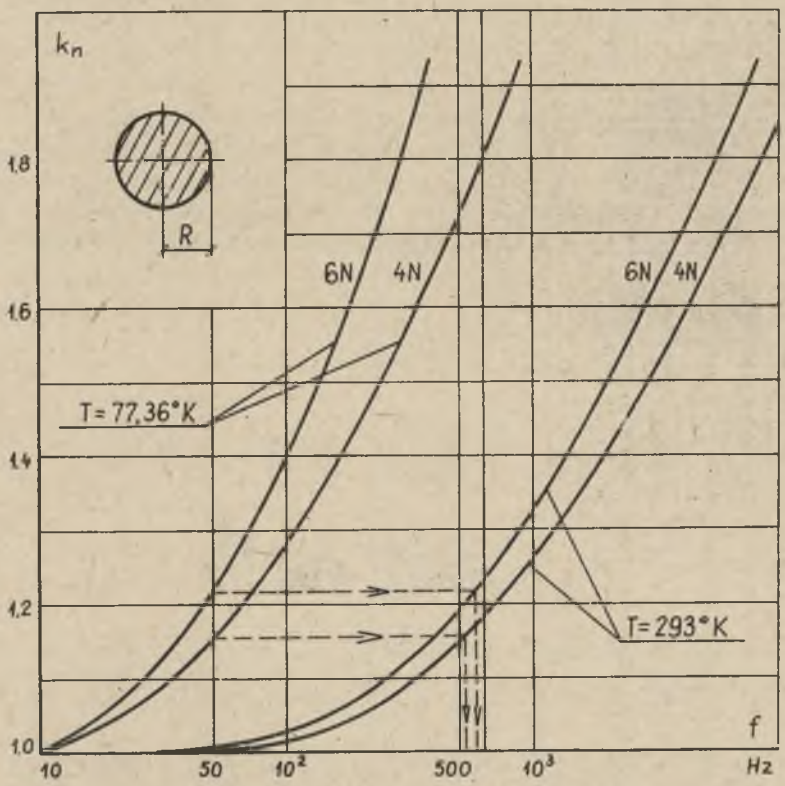


Rys. 4. Zależność L_{w50Hz} od temperatury przewodu

Na rys. 4 przedstawiono zależność $L_{w50Hz} = f(T)$ wynikającą ze wzoru (15).

Tabela 1

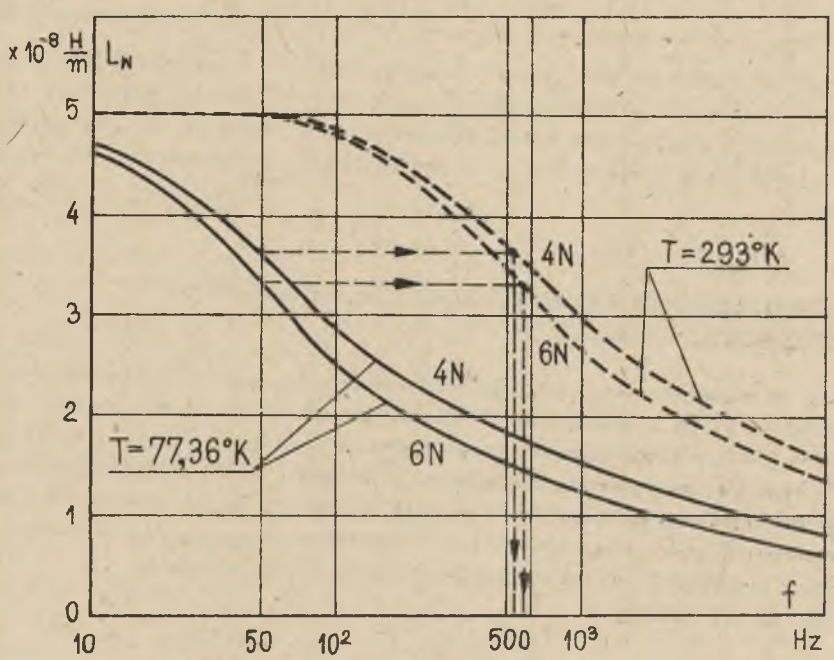
Aluminium o czystości	ϕ	T = 293°K			T = 77,36°K			$K_{77,36°K}$	$K_{77,36°K}$
		R_o	R_{50Hz}	$\Delta R_{\%}$	R_o	R_{50Hz}	$\Delta R_{\%}$		
	mm	$\Omega/m\ 10^{-3}$	$\Omega/m\ 10^{-3}$	%	$\Omega/m\ 10^{-3}$	$\Omega/m\ 10^{-3}$	%	-	-
4N	2	8,58	8,69	1,3	0,789	0,888	12,6	10,8	9,7
	3	3,83	3,99	1,5	0,354	0,413	16,7	10,8	9,6
	5	1,39	1,44	1,9	0,122	0,140	14,3	11,3	10,1
5N	2	8,47	8,58	1,3	0,740	0,860	16,2	11,4	9,9
	3	3,77	3,83	1,4	0,340	0,397	16,7	11,1	9,6
	5	1,38	1,40	1,4	0,115	0,135	17,4	11,9	10,3
5N5	2	9,46	8,56	1,2	0,734	0,881	20,0	11,5	9,7
	3	3,71	3,76	1,5	0,316	0,382	21,0	11,7	9,8
	5	1,36	1,40	2,9	0,123	0,143	16,3	11,0	9,8
6N	2	8,40	8,49	1,0	0,726	0,888	22,3	11,5	9,5
	3	3,73	3,80	1,6	0,313	0,387	23,5	11,9	9,8
	5	1,37	1,39	2,0	0,115	0,141	22,6	11,9	9,8



Rys. 5. Wpływ częstotliwości na stosunek $\frac{R}{R_o}$ walcowego aluminiowego przewodu w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

Wpływ częstotliwości na rezystancję i indukcyjność wewnętrzną aluminiowego walcowego przewodu w temperaturze T = 293°K oraz w temperaturze ciekłego azotu przedstawiono (pomiar własny) na rys. 5 i na rys. 6.

Należy zaznaczyć, że ze wzorów (5), (6), (13), (15), tabeli 1 oraz rys. 5 i rys. 6 wynika, iż zjawisko naskórkowości tym silniej występuje, im większa jest częstotliwość prądu zmiennego i czystość aluminium, mniejsza temperatura przewodu, ale także im większy jest jego promień. Tak więc przy przesyle dużych prądów zmiennych, gdy musimy zwiększyć przekrój przewodu ze względu na dopuszczalną gęstość prądu, należy liczyć się z tym, że zjawisko naskórkowości spowoduje poważną zmianę impedancji, przewodu w niskiej temperaturze jego pracy. Przykładowo: rezystancja przewodu aluminiowego 6N o promieniu a = 10 mm umieszczonego w ciekłym azocie i wiodącego prąd o f = 50 Hz jest około 70% większa niż rezystancja tego przewodu dla prądu stałego i temperatury ciekłego azotu.



Rys. 6. Wpływ częstotliwości na indukcyjność wewnętrzną walcowego aluminiowego przewodu w temperaturze otoczenia i temperaturze ciekłego azotu

4. Przyczynki i założenia do modelowych badań walcowych przewodów wielkoprądowych chłodzonych ciekłym azotem

Analizując rys. 5 i 6 można dojść do istotnego spostrzeżenia. Mianowicie, na rys. 5 zauważa się (cienkie, przerywane linie ze strzałkami), że stosunek $\frac{R_w}{R_o}$ walcowego przewodu aluminiowego w temperaturze 293°K i częstotliwości około 580 Hz (AL 6N) lub 520 Hz (Al 4N) i ten stosunek dla temperatury ciekłego azotu (77,36°K) i częstotliwości 50 Hz jest taki sam. Analogicznie, na rys. 6 można zauważyć, że indukcyjność wewnętrzna L_w przewodów dla T = 293°K i częstotliwości jak wyżej jest równa indukcyjności wewnętrznej odpowiednich przewodów w temperaturze T = 77,36°K i częstotliwości 50 Hz. Po przeliczeniu zależności |J| = f(r), dla przewodów w temperaturze otoczenia i częstotliwości jak wyżej, okazuje się, że zależności są identyczne z odpowiednimi zależnościami liczonymi dla tych przewodów w temperaturze ciekłego azotu i częstotliwości 50 Hz.

Powyższe fakty dają więc możliwość modelowego badania przewodników z prądem o częstotliwości f = 50 Hz i chłodzonych ciekłym azotem. Modelowanie to będzie polegało na zachowaniu wymiarów liniowych modelu w stosun-

ku do oryginału oraz na podwyższeniu częstotliwości prądów w modelu w zależności od czystości aluminium użytego na badany przewód. Oczywiście temperatura pracy modelu będzie równa temperaturze otoczenia, co da znaczne korzyści techniczno-ekonomiczne przy projektowaniu krioooporowych torów prądowych.

5. Zasady modelowania walcowych przewodów wielkoprądowych chłodzonych ciekłym azotem

Zasady modelowania walcowych przewodów wielkoprądowych chłodzonych ciekłym azotem wynikają z zasad teorii elektrodynamicznego podobieństwa w oparciu o kryteria elektrodynamicznego podobieństwa [8]. Teoria ta opiera się na zasadzie, że zjawiska zachodzące w modelu i w oryginale opisane są tymi samymi równaniami Maxwella. W naszym przypadku można przyjąć, że prądy przewodzenia będą znacznie większe od prądów przesunięcia i dlatego te ostatnie w zespolonej postaci równań Maxwella można pominąć.

Dla oryginału będzie:

$$\mathrm{rot}_{or} \mathbf{H}_{m\,or} = \gamma_{or} \mathbf{E}_{m\,or}, \tag{22}$$

$$\mathrm{rot}_{or} \mathbf{H}_{m\,or} = -j\omega_{or} \mu_{or} \mathbf{H}_{m\,or} \tag{23}$$

zas dla modelu:

$$\mathrm{rot}_{mod} \mathbf{H}_{m\,mod} = \gamma_{mod} \mathbf{E}_{m\,mod} \tag{24}$$

$$\mathrm{rot}_{mod} \mathbf{E}_{m\,mod} = -j\omega_{mod} \mu_{mod} \mathbf{H}_{m\,mod} \tag{25}$$

gdzie: $\mathbf{H}_m$ i $\mathbf{E}_m$ są odpowiednio amplitudami zespolonymi natężenia pola magnetycznego i pola elektrycznego.

W przypadku modelowania przewodów wielkoprądowych chłodzonych ciekłym azotem podobieństwo pól i przebiegów elektrodynamicznych zakładające geometryczne podobieństwo modelu i oryginału sprowadza się do geometrycznego przystawania, tzn. skala dla wszystkich wymiarów liniowych wynosi:

$$m_l = \frac{l_{mod}}{l_{or}} = \frac{\mathrm{rot}_{or}}{\mathrm{rot}_{mod}} = 1 \tag{26}$$

tzn.:

$$l_{mod} = l_{or} \tag{27}$$

$$\mathrm{rot}_{mod} = \mathrm{rot}_{or} \tag{28}$$

Przyjmując dalej dla równań (24) i (25) skale:

- dla pola magnetycznego

$$m_H = \frac{\mathbf{H}_{m\ mod}}{\mathbf{H}_{m\ or}} \tag{29}$$

- dla pola elektrycznego

$$m_E = \frac{\mathbf{E}_{m\ mod}}{\mathbf{E}_{m\ or}} \tag{30}$$

- dla pulsacji

$$m_\omega = \frac{\omega_{mod}}{\omega_{or}} \tag{31}$$

- dla konduktywności

$$m_\gamma = \frac{\gamma_{mod}}{\gamma_{or}} \tag{32}$$

- dla przenikalności magnetycznej $\mu = \mu_o \mu_r$

$$m_\mu = \frac{\mu_{mod}}{\mu_{or}} = 1 \tag{33}$$

i podstawiając do równań (24) i (25) otrzymamy:

$$m_H\ \mathrm{rot}_{or}\ \mathbf{H}_{m\ or} = m_E\ m_\gamma\ \gamma_{or}\ \mathbf{E}_{m\ or} \tag{34}$$

$$m_E\ \mathrm{rot}_{or}\ \mathbf{E}_{m\ or} = -j\ m_H\ m_\omega\ \omega_{or}\ \mu_{or}\ \mathbf{H}_{m\ or} \tag{35}$$

Równania (34) i (35) będą tożsamościowo równe równaniom (22), (23), gdy spełnione będą warunki:

$$m_H = m_E\ m_\gamma$$

oraz

$$m_E = m_H\ m_\omega \tag{37}$$

Z dwóch ostatnich równań po wyeliminowaniu m_H otrzymamy warunek podobieństwa elektrodynamicznego pól w modelu i oryginale przy modelowaniu przewodów kriooporowych:

$$m_\gamma\ m_\omega = 1 \tag{38}$$

tzn.:

$$\gamma_{mod}\ \omega_{mod} = \gamma_{or}\ \omega_{or} = \mathrm{idem} \tag{39}$$

Z równania (39) otrzymamy warunek na pulsację, jaką powinien posiadać przebieg prądu w modelu:

$$\omega_{mod} = \frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}} \omega_{or} \tag{40}$$

i równoważny mu warunek częstotliwości prądu w modelu:

$$f_{mod} = \frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}} f_{or} \tag{41}$$

Stosunek $\frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}}$ we wzorze (41) określa krotność zmiany konduktywności przewodu po jego schłodzeniu i jest jednocześnie krotnością, o którą należy zwiększyć częstotliwość prądu w modelu, aby było spełnione podobieństwo pól i przebiegów elektrodynamicznych modelu i oryginału.

W celu ustalenia skali rezystancji walcowego przewodnika

$$m_R = \frac{R_{\sim mod}}{R_{\sim or}} \tag{42}$$

zauważmy, że moduły i argumenty funkcji Bessela zależne od $m = \sqrt{\omega \mu \gamma}$ we wzorze (13) na rezystancję jednostkową przewodu walcowego wobec (39) oraz (33) odpowiednio dla oryginału i modelu są sobie równe i wobec tego wzór (42) przyjmie postać:

$$m_R = \frac{\dfrac{\sqrt{\omega_{mod} \mu_{mod} \gamma_{mod}}}{\gamma_{mod}}}{\dfrac{\sqrt{\omega_{or} \mu_{or} \gamma_{or}}}{\gamma_{or}}} = \frac{\sqrt{m_\omega m_\gamma}}{m_\gamma} = \frac{1}{m_\gamma}, \tag{43}$$

lub

$$m_R = \frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}} \tag{44}$$

Uwzględniając zaś wzór (17), otrzymamy:

$$\frac{R_{o\ mod}}{R_{o\ or}} = \frac{1}{m_\gamma} = \frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}} = m_R \tag{45}$$

Na podstawie (42) i (45) otrzymamy:

$$m_R = \frac{R_{\sim mod}}{R_{\sim or}} = \frac{R_{o\ mod}}{R_{o\ or}} \tag{46}$$

stąd zaś

$$\frac{R_{\sim mod}}{R_{o\ or}} = \frac{R_{\sim mod}}{R_{o\ mod}} \tag{47}$$

Wzór (47) potwierdza spostrzeżenia, jakie dokonaliśmy w punkcie 4 i dotyczące rys. 5.

Postępując analogicznie jak wyżej, w odniesieniu do wzoru (15) na jednostkową reaktancję wewnętrzną przewodu o przekroju kołowym, można ustalić skalę reaktancji wewnętrznej

$$m_X = \frac{X_{w\ mod}}{X_{w\ or}} \tag{48}$$

równą skali rezystancji

$$m_X = m_R = \frac{1}{m_\gamma} = \frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}} \tag{49}$$

Wykorzystując (48) i (49) oraz związek między reaktancją, pulsacją i indukcyjnością, otrzymamy:

$$m_X = \frac{\omega_{mod}\ L_{w\ mod}}{\omega_{or}\ L_{w\ or}} = \frac{1}{m_\gamma} \tag{50}$$

oraz uwzględniając (31), otrzymamy:

$$\frac{L_{w\ mod}}{L_{w\ or}} = \frac{1}{m_\gamma\ m_\omega}, \tag{51}$$

zaś po uwzględnieniu podstawowego warunku podobieństwa elektrodynamicznego (38):

$$L_{w\ mod} = L_{w\ or}. \tag{52}$$

Wzór (52) potwierdza spostrzeżenia, jakie dokonano w punkcie 4 i dotyczące rys. 6.

Skalę współczynnika mocy

$$m_\varphi = \frac{\cos\varphi_{mod}}{\cos\varphi_{or}} \tag{53}$$

określono wykorzystując wzór na współczynnik mocy obwodu szeregowego RL

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \tag{54}$$

po podstawieniu którego do (53) otrzymamy, wykorzystując wzór (42), (41)
oraz równość (49):

$$m_\varphi = \frac{\dfrac{R_{\sim mod}}{\sqrt{R^2_{\sim mod} + X^2_{mod}}}}{\dfrac{R_{\sim or}}{\sqrt{R^2_{\sim or} + X^2_{or}}}} = \frac{\dfrac{m_R\, R_{\sim or}}{\sqrt{(m_R\, R_{\sim or})^2 + (m_X\, X_{or})^2}}}{\dfrac{R_{or}}{\sqrt{R^2_{\sim or} + X^2_{or}}}} = 1.$$

Ze wzorów (54) i (55) wynika, że

$$\cos\varphi_{mod} = \cos\varphi_{or} \tag{56}$$

tzn. współczynnik mocy określony dla modelu jest równy współczynnikowi mocy dla oryginału.

Skalę strat mocy czynnej wyznaczymy, wychodząc z warunku, że w modelu i oryginale wydziela się ta sama moc czynna, tzn.:

$$m_P = \frac{P_{mod}}{P_{or}} = 1. \tag{57}$$

Wychodząc ze wzoru (12) i uwzględniając związki dla współczynników Bessela, jak w przypadku wyznaczania skali rezystancji, otrzymamy:

$$m_P = \frac{\dfrac{|I_{mod}|^2 \sqrt{\omega_{mod}\, \gamma_{mod}\, \mu_{mod}}}{\gamma_{mod}}}{\dfrac{|I_{or}|^2 \sqrt{\omega_{or}\, \mu_{or}\, \gamma_{or}}}{\gamma_{or}}} = \frac{I_{mod}}{I_{or}}^{\,2} \frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}} \sqrt{\frac{\omega_{mod}}{\omega_{or}} \frac{\mu_{mod}}{\mu_{or}} \frac{\gamma_{mod}}{\gamma_{or}}} \tag{58}$$

Uwzględniając (31), (32), (33) i (38) oraz wprowadzając skalę wartości skutecznej prądu

$$m_I = \frac{|I_{mod}|}{|I_{or}|} \tag{59}$$

wzór (58) przybierze postać:

$$m_P = (m_I)^2 \frac{1}{m_\gamma} \tag{60}$$

Zakładając równość strat mocy czynnej w modelu i oryginale (57), otrzymamy z (60) warunek na wartość skuteczną prądu płynącego w modelu:

$$m_I = \sqrt{m_\gamma} \tag{61}$$

Stąd zaś

$$|I_{mod}| = \sqrt{\frac{\gamma_{mod}}{\gamma_{or}}}\,|I_{or}| \tag{62}$$

Wprowadzając skalę mocy biernej określonej wzorem (14) i przyjmując jej równość dla modelu i oryginału

$$m_Q = \frac{Q_{mod}}{Q_{or}} = 1 \tag{63}$$

otrzymamy (postępując analogicznie jak dla mocy czynnej) warunek na wartość skuteczną prądu płynącego w modelu równy warunkowi dla mocy czynnej (62).

Określając skalę pola magnetycznego (36) (dla $m_p = m_Q = 1$), wprowadźmy skalę gęstości prądu

$$m_J = m_\gamma m_E \tag{64}$$

oraz skalę wartości skutecznej prądu związaną ze skalą gęstości prądu

$$m_I = m_J\, m_I^2 = m_J \tag{65}$$

gdyż wg (26) $m_I = 1$.

Wtedy skala natężenia pola magnetycznego po podstawieniu m_E z (64) do (36) określona jest następująco:

$$m_H = m_I \tag{66}$$

Po uwzględnieniu zaś (61) oraz (29) otrzymamy:

$$\mathbf{H}_{m\ mod} = \sqrt{\frac{\gamma_{mod}}{\gamma_{or}}}\,\mathbf{H}_{m\ or}. \tag{67}$$

Analogicznie dla natężenia pola elektrycznego z (64) po uwzględnieniu (61) otrzymamy:

$$m_E = \sqrt{\frac{1}{m_\gamma}} = \sqrt{\frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}}} \tag{68}$$

Stąd zaś ze wzoru (30) otrzymamy:

$$\mathbf{E}_{m\ mod} = \sqrt{\frac{\gamma_{or}}{\gamma_{mod}}}\,\mathbf{E}_{m\ or}. \tag{69}$$

Należy zaznaczyć, że omówione powyżej zasady modelowego badania walcowych przewodów chłodzonych ciekłym azotem nie obejmują modelowania styków występujących w oryginale. Stąd też w badanym modelu wszystkie styki należy lutować bądź też spawać.

6. Wnioski

Obniżenie temperatury przewodu przy przepływie przez niego prądu sinusoidalnego powoduje w stosunku do przewodu niechłodzonego zmianę gęstości prądu (rys. 2), zmianę natężenia pola magnetycznego (rys. 3) w jego przekroju kołowym, w konsekwencji zaś zmianę rezystancji (tabela 1) i indukcyjności wewnętrznej (rys. 4). Zmiany te rosną w miarę obniżenia temperatury oraz w miarę wzrostu czystości aluminium. W temperaturze ciekłego azotu zmiany te uwydatniają się już przy małych częstotliwościach jako efekt zjawiska naskórkowości. Przyrost rezystancji na jednostkę długości spowodowany przepływem prądu przemiennego o częstotliwości 50 Hz, praktycznie bez znaczenia dla przewodów pracujących w temperaturze pokojowej (około 1,5%), osiąga duże wartości, gdy przewodnik ten zostanie umieszczony w temperaturze ciekłego azotu (tabela 1). Przyrost ten jest tym większy, im większa jest czystość aluminium i im większy jest promień przekroju poprzecznego przewodu. Zjawisko naskórkowości dla przewodnika schłodzonego i częstotliwości 50 Hz powoduje większe straty energii, niż wynikałoby to z obliczeń dla prądu stałego. W miarę wzrostu częstotliwości prądu płynącego przez przewodnik stosunek $R_{\sim}/R_0$ rośnie o wiele szybciej w temperaturze ciekłego azotu niż w temperaturze pokojowej i np. dla częstotliwości 10^4 Hz osiąga w azocie około 12,5, zaś w otoczeniu około 2 (rys. 5).

Naskórkowość w krioelektrotechnice jest więc zagadnieniem, którego nie wolno pomijać nawet dla częstotliwości przemysłowej 50 Hz.

Modelowe badania przewodów walcowych pracujących w oryginale w temperaturze ciekłego azotu i dla częstotliwości 50 Hz polegają na zachowaniu wymiarów liniowych (wzór (26)) oraz na podwyższeniu częstotliwości prądu płynącego w modelu, którego temperatura jest równa temperaturze pokojowej. Wartość częstotliwości określa się w zależności od stosunku konduktywności przewodnika w azocie do konduktywności tego przewodnika w temperaturze pokojowej zgodnie ze wzorem (41).

W badaniach modelowych mierzy się rezystancję i indukcyjność wewnętrzną przewodu o danej średnicy i danym materiale dla podwyższonej częstotliwości, a na ich podstawie, przy znanych konduktywnościach w temperaturze ciekłego azotu i temperaturze pokojowej, określa się rezystancję i indukcyjność oryginału, zgodnie ze wzorami (47) i (52).

Należy zaznaczyć, że konduktywność aluminium, podawana zazwyczaj przez producenta, w danej temperaturze zależy nie tylko od stopnia zanieczyszczenia aluminium lecz także w dużej mierze od jego obróbki mechanicznej (zgniotu) i termicznej (wyzarzania) [6, 7]. W przypadkach, w których przewód alu-

miniowy poddany był wyżej wymienionym obróbkom, dzięki badaniom modelowym szybko uzyskuje się wartość jego impedancji dla częstotliwości przemysłowej 50 Hz i temperatury ciekłego azotu.

W wyniku badań modelowych można określić współczynnik mocy oryginału toru prądowego zgodnie ze wzorem (56), a także poprzez dobór wartości skutecznej prądu w modelu zgodnie z (62), bezpośrednio wartość strat mocy czynnej i biernej w oryginale.

Tak więc badania modelowe dają informację o wielkości impedancji oraz o stratach mocy w torze prądowym chłodzonym ciekłym azotem i mogą być podstawą przy jego symetryzacji.

Wyeliminowanie w tych badaniach ciekłego azotu pozwala na znacznie dogodniejsze i dokładniejsze pomiary (znaczne zmniejszenie wpływu sił termoelektrycznych, większa niż w oryginale rezystancja mierzona pozwalają na pominięcie rezystancji styków itp.) oraz oszczędności techniczno-ekonomiczne przy projektowaniu torów prądowych. Ma to szczególne znaczenie (poza kosztem ciekłego azotu) w przypadku konieczności sprawdzenia kilku wariantów projektowanego toru, co w oryginale wymagałoby budowy paru wersji kriostatów i urządzeń towarzyszących.

Należy zaznaczyć, że zasady częstotliwościowego modelowania przewodów walcowych umieszczonych w ciekłym azocie zostały wyprowadzone z ogólnych równań Maxwella. Wobec tego należy spodziewać się, że również dla przewodników innych kształtów, jak też dla większej niż jeden liczby przewodów z prądem umieszczonych w ciekłym azocie można określić zasady ich częstotliwościowego modelowania. Będzie to miało szczególne znaczenie przy badaniu 3-fazowych torów prądowych w ciekłym azocie, dla których oprócz zjawiska naskórkowości należy uwzględnić efekt zbliżenia.

LITERATURA

[1] Burnier P., Laurenceau P.: La conduction dans les metaux purs aux basses températures. Revue Générale de l'électricité, juin 1965.

[2] Cholewicki T.: Elektrotechnika teoretyczna. WNT, Warszawa 1971.

[3] Fastowskij W.G.: Kriogennaja tiechnika. Eniergija, Moskwa 1974.

[4] Kupalan S.D.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1967.

[5] Matusiak R.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1976.

[6] Mazurek B.: Wpływ zgniotu i wyżarzania na rezystywność resztkową aluminium różnej czystości. Prace Naukowe Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej, nr 2, Studia i Materiały Nr 2, 1971.

[7] Mazurek B.: Badania strat w przewodach aluminiowych w ciekłym azocie. Prace Naukowe Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej, nr 9, Studia i Materiały Nr 6, 1973.

[8] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968.

[9] Vachet P., Bonmarin J.: Emploi de l'aluminium rafiné dans les cryomachines, Revue Générale de l'électricité, juin 1965.

Przyjęto do druku w maju 1979 r.

МОДЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АЛЮМИНИЕВЫХ ТОКОВВОДОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ НАХОДЯЩИХСЯ В ЖИДКОМ АЗОТЕ

Р е з ю м е

Для охлаждаемого жидким азотом алюминиевого провода стоком частотой 50 Гц обнаружено большое влияние скин-эффекта на его активное сопротивление и внутренюю индуктивность. Результаты исследований представляют это влияние. Обработан способ модельных исследований токовводов, охлаждаемых жидким азотом, учитывая скин-эффект, заключающийся в сохранении линейных размеров модели по отношению к дейтсвительному объекту и в повышении частоты тока в модели, работающей в комнатной темперетуре.

MODELLING ALUMINIUM CYLINDER CONDUCTOR IN LIQUID NITROGEN

S u m m a r y

Great influence of skin effect on resistance and self inductance was found for liquid nitrogen cooled conductor with current of power frequency 50 Hz. Ghis effect was illustrated by results of experiments.

Modelling liquid nitrogen cooled circuits was worked out in this paper. It considers the skin effect and is dependant on preserving models of linear dimensions in relation to a real object and on raising current frequency in the model which operates in ambient temperature.