ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: ELEKTRYKA z. 75 Nr kol. 681

Zbigniew ŚMIGIEL

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki

# CHARAKTERYSTYKI STATYCZNE ŁAŃCUCHOWEGO KONWERTORA PARAMETRYCZNEGO

Streszczenie. Przedstawiono model matematyczny łańcuchowego konwertora parametrycznego, pozwalający przeanalizować wpływ parametrów elektrycznych i geometrycznych konwertora na jego własności eksploatacyjne. Wyprowadzono charakterystyki statyczne magnetycznego konwertora łańcuchowego, pracującego jako ortogonalny transformator parametryczny.

## 1. Wprowadzenie

Konwertor magnetyczny, można traktować jako zintegrowany zasilacz, czyli urządzenie przekazujące energię ze źródła do odbiornika poprzez przekształcanie parametrów wejściowych z jednoczesnym działaniem wielofunkcyjnym.

W porównaniu z zasilaczami tradycyjnymi, konwertory magnetyczne zbudowane z elementów magnetycznych o specyficznej konfiguracji rdzeni (tzw. wielofunkcyjnych), posiadają dobre wskaźniki elektryczne, składają się z mniejszej liczby elementów, są tańsze w produkcji i eksploatacji [2].

Do wielofunkcyjnych elementów magnetycznych zalicza się [2, 3]:

a) transformator parametryczny (parametron i paraformer),
b) transformator ferrorezonansowy sterowany strumieniem (kontrofluksor),
c) transformator ferrorezonansowy (fluksotran).

Praca dotyczy wstępnej analizy konwertorów magnetycznych budowanych na bazie ortogonalnych transformatorów parametrycznych.

W nieliniowych obwodach magnetycznych mogą powstawać drgania parametryczne przy wymuszaniu w części oscylacyjnej obwodu zmiany reaktancji L lub C. Zmianę indukcyjności można uzyskać wykorzystując interakcję między polami magnetycznymi dwóch nieruchomych obwodów z rdzeniami ferromagnetycznymi. Urządzenie takie, zwane transformatorem parametrycznym, pracuje przy równoległych strumieniach magnetycznych, przecinających się a w szczególności nawet prostopadłych. Opierając się na przeprowadzonych eksperymentach i opisach literaturowych [2, 6, 7, 8] można wykazać, że z wielu konstrukcji transformatorów parametrycznych o prostopadłych strumieniach, najlepsze charakterystyki posiadają konwertory budowane na rdzeniach podanych na rys. 1 i rys. 7.

Ortogonalny konwertor magnetyczny (łańcuchowy lub typu paraformer) zapewnia jednocześnie:

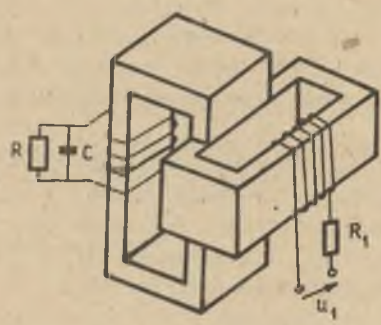
a) transformację napięcia,
b) galwaniczne rozłączenie wejścia i wyjścia,
c) stabilizację napięcia wyjściowego,
d) zabezpieczenie przeciążeniowe obciążenia,
e) selektywną filtrację napięcia,
f) przesunięcie fazowe napięcia wyjściowego o $90^{o}$ względem napięcia wejściowego,
g) zabezpieczenie pod- i nadnapięciowe.

Może być również statycznym powielaczem lub dzielnikiem częstotliwości [1]

## 2. Charakterystyki statyczne ortogonalnego transformatora parametrycznego

Przedmiotem rozważań jest analiza obwodu ferrorezonansowego przedstawionego na rys. 1 i 2. W analizie przyjęto następujące założenia upraszczające:

a) nie uwzględnienie pętli histerezy,
b) aproksymację normalnej krzywej magnesowania rdzenia wielomianem trzeciego stopnia zgodnie z relacją (6),
c) przyjęcie izotropowości rdzeni,
d) nieuwzględnianie strumienia rozproszenia,
e) nieuwzględnianie strat na prądy wirowe.




Rys. 1. Konwertor łańcuchowy

Biorąc pod uwagę oznaczenia stosowane na rys. 2, można dla rozważanego obwodu napisać następujące równania:

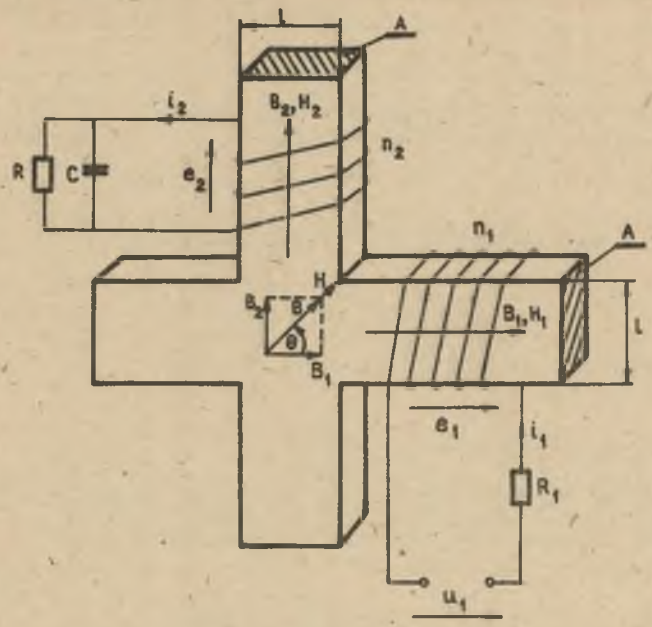
$$u_1 = R_1 i_1 + An_1 \frac{dB_1}{dt}, \tag{1}$$

$$e_2 = -An_2 \frac{dB_2}{dt}, \tag{2}$$

$$i_2 = C \frac{de_2}{dt} + \frac{e_2}{R}, \tag{3}$$

$$H_1 l_1 + Hl\cos\Theta = n_1 i_1, \tag{4}$$

$$H_2 l_2 + Hl\sin\Theta = n_2 i_2,$$




Rys. 2. Schemat ideowy konwertora z rys. 1

gdzie $B_1$ i $B_2$ są odpowiednio wartościami chwilowymi indukcji w rdzeniach, a $n_1$ i $n_2$ oznaczają liczby zwojów cewek nawiniętych na rdzenie. Rdzenie o długościach średnich dróg magnetycznych odpowiednio $l_1$ i $l_2$ posiadają te same pola przekroju A i szerokości l. Charakterystyki nieliniowe rdzeni z materiału izotropowego założono w postaci zależności

$$H = a_1 B + a_3 B^3 = f(B), \tag{6}$$

gdzie $a_1$ i $a_3$ są stałymi zależnymi od materiału rdzenia. Uwzględniono relacje

$$\sin\Theta = \frac{B_2}{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}}, \tag{7}$$

$$\cos\Theta = \frac{B_1}{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}}, \tag{8}$$

pominięto rezystancję $R_1$ w równaniu (1), wprowadzono zmienne bezwymiarowe określone następująco:

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= I_n v_1 \\ i_2 &= I_n v_2 \\ B_1 &= B_n b_1 \\ B_2 &= B_n b_2 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

gdzie wielkości podstawowe $I_n$ i $B_n$ łączy zależność

$$B_n n_2 A \omega^2 C = I_n \tag{10}$$

Założono ponadto

$$\omega t = \tau \tag{11}$$

i przyjęto fazę początkową indukcji strony pierwotnej równą zero, więc przesunięcia fazowe pozostałych wielkości są przedstawione w stosunku do fazy $b_1$.

$$B_1(t) = B_{1m} \sin\omega t = B_n b_1, \tag{12}$$

gdzie

$$b_1 = \frac{B_{1m}}{B_n} \sin\tau = \beta_1 \sin\tau.$$

Po normalizacji i przekształceniach otrzymano

$$\frac{d^2 b_2}{d\tau^2} + \delta \frac{db_2}{d\tau} + (\alpha + \bar{\beta} b_1^2) b_2 + \gamma b_2^3 = 0, \tag{13}$$

gdzie:

$$\delta = \frac{1}{RC\omega},$$

$$\alpha = \frac{a_1(1 + l_2)}{CAn_2^2 \omega^2},$$

$$\bar{\beta} = \frac{a_3 l B_n^2}{CAn_2^2 \omega^2}, \tag{14}$$

$$\gamma = \frac{a_3(1 + l_2) B_n^2}{CAn_2^2 \omega^2}.$$

Badania eksperymentalne ortogonalnego transformatora parametrycznego wykazują, że indukcja pola magnetycznego $b_2$ jest przebiegiem harmonicznym (z dokładnością 5-10%) a więc w przybliżeniu rozwiązanie równania (13) można przedstawić w postaci

$$B_2(\tau) = B_{2m}(\tau)\cos\left[\tau + \varphi(\tau)\right]$$

lub

$$b_2 = \frac{B_{2m}}{B_n}\cos(\tau+\varphi) = \beta_2\cos\psi. \tag{15}$$

Równanie (13) jest nieliniowym równaniem różniczkowym drugiego rzędu o zmiennych współczynnikach, określającym indukcję wtórnej strony transformatora parametrycznego. Strona wtórna jest układem oscylacyjnym o dużej dobroci, a wartości współczynnika $\delta$ (a tym samym udział członu $\delta\frac{db_2}{d\tau}$) są bardzo małe. Można więc do uzyskania rozwiązania RRN (13) posłużyć się metodą wolnozmiennej amplitudy i fazy.

W obliczeniach pomija się człony $\delta\dot{\beta}_2$, ponieważ $\delta$ jest małe, a $\dot{\beta}_2 = \frac{d\beta_2}{d\tau}$ bliskie zeru (amplituda jest wolnozmienna) i otrzymuje się układ równań dla ustalania się amplitudy $\beta_2$ i fazy $\varphi$

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_2}{d\tau} &= \frac{-\delta\beta_2}{2} - \frac{\beta_2\beta^2}{8}\sin 2\varphi, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= \frac{1-c\varphi}{2} - \frac{3\gamma\beta_2^2}{8} - \frac{3\beta^2\sin^2\varphi}{8} - \frac{\beta^2\cos^2\varphi}{8}, \end{aligned} \tag{16}$$

gdzie

$$\beta^2 = \bar{\beta}\beta_1^2. \tag{17}$$

Przy rozpatrywaniu stanu ustalonego pracy ortogonalnego transformatora parametrycznego są narzucona następujące warunki

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\beta_2}{d\tau} &= 0 \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= 0 \end{aligned}\right\}. \tag{18}$$

oraz

Eliminując z równań określających stan ustalony pracy fazę $\varphi$ otrzymuje się wyrażenie pozwalające wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowa

$$\beta_2^2 = \frac{4(1-\alpha) - 2\beta^2 \pm \sqrt{\beta^4 - 16\delta^2}}{3\gamma} \tag{19}$$

Eliminując z równań (18) amplitudę $\beta_2$ wyznacza się charakterystyki fazowe

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1 - \alpha - \frac{3}{4}\gamma\beta_2^2 - \frac{\beta^2}{2}}{\delta} \tag{20}$$

Można przedstawić relację (19) za pomocą wielkości podstawowych występujących w układzie na rys. 2 i otrzymuje się zależność wiążącą parametry geometryczne i elektryczne konwertera z indukcją $B_{2m}$

$$B_{2m}^2 = \frac{4CAn_2^2\omega^2 - 4a_1(l+l_2) - 2a_3lB_{1m}^2 \pm \sqrt{(a_3lB_{1m}^2)^2 - \left(\frac{4An_2^2}{R}\right)^2}}{3a_3(l+l_2)}$$

Można wykazać [1, 4], że zależność

$$\frac{d\beta_2^2}{d\beta^2} = \infty \tag{22}$$

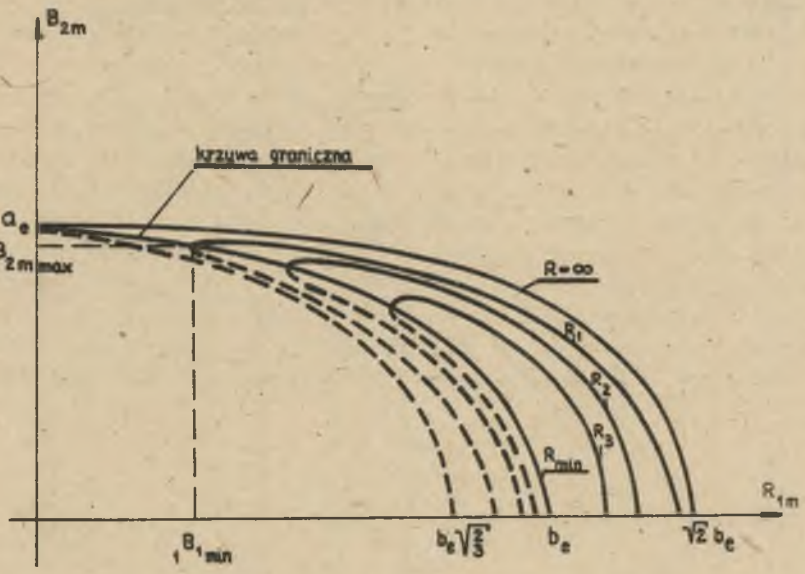
daje równanie krzywej $B_{2m} = f(B_{1m})$ na granicy stabilności. Wyprowadzając w oparciu o relacje (22) i (19) równanie krzywej granicznej, otrzymuje się

$$\beta_2^2 = \frac{4(1-\alpha) - 2\beta^2}{3\gamma}. \tag{23}$$

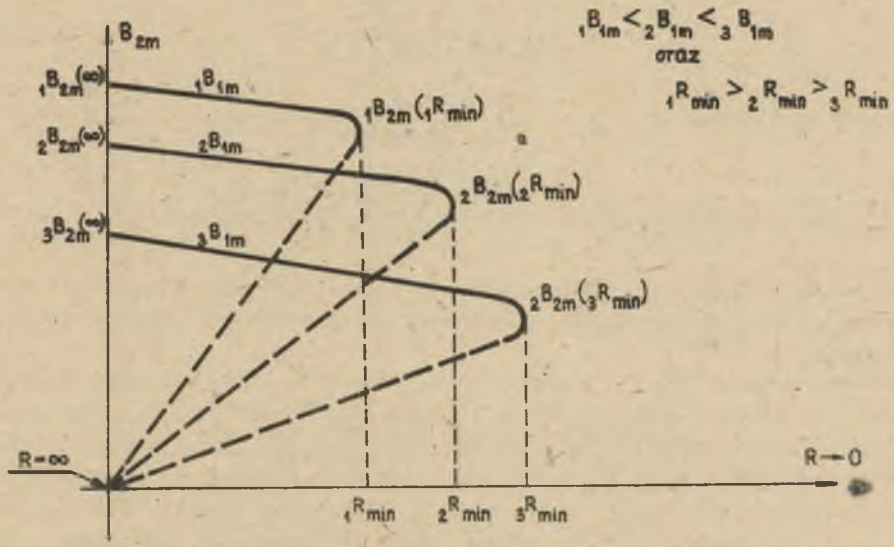
Jest to równanie elipsy (rys. 3) o osiach $a_e$ i $b_e$, których stosunek określa możliwości stabilizujące konwertora. Transformator parametryczny działa w przedziale obciążeń, dla których straty dysypacyjne strony oscylacyjnej są mniejsze od energii dostarczonej z obwodu pierwotnego. Straty dysypacyjne reprezentuje rezystancja obciążenia R. Przedział obciążeń $R \in (\infty, R_{min}>$, dla których istnieją stabilne drgania oscylacyjne strony wtórnej, określa

$$R_{min} \geqslant \frac{4\omega An_2^2}{a_3lB_{1m}^2}. \tag{24}$$

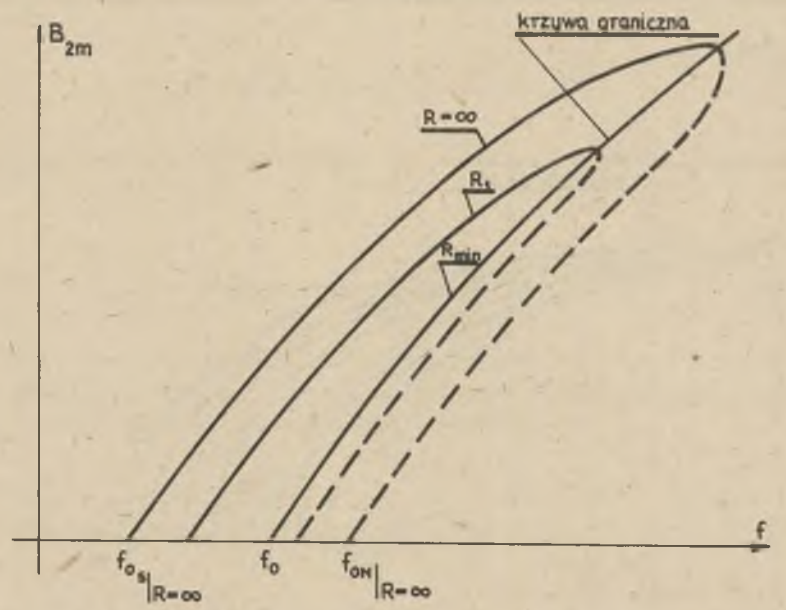
Wychodząc z relacji (19) i (20) wyznaczono statyczne charakterystyki amplitudowe (rys. 3) zewnętrzne (rys. 4) częstotliwościowe (rys. 5) i fazowe, określając dla tych charakterystyk krzywe graniczne oraz obliczono wielkości związane z punktami charakterystycznymi tych krzywych [1]. Można wyznaczyć między innymi wartość indukcji pola magnetycznego $B_{1m'min}$,




Rys. 3. Charakterystyki amplitudowe $B_{2m} = f(B_{1m})$ przy $f = const$




Rys. 4. Charakterystyki zewnętrzne $B_{2m} = f(R)$ przy $f = const$




Rys. 5. Charakterystyki częstotliwościowe $B_{2m} = f(f)$ przy $B_{1m}$ = const

dla której $B_{2m}$ osiąga wartość maksymalną i poniżej której następuje zerwanie oscylacji przy danej rezystancji R

$$B^2_{1m,min} = \frac{8An_2^2\omega}{\sqrt{3}la_3 R}. \tag{25}$$

Wartość maksymalna $B_{2m,max}$ przy $B_{1m,min}$ wynosi

$$B^2_{2m,max} = 4 \cdot \frac{\frac{An_2^2}{R}\left[RC - \sqrt{3}\right] - a_1(l_2+1)}{3\,a_3(l_2+1)}. \tag{26}$$

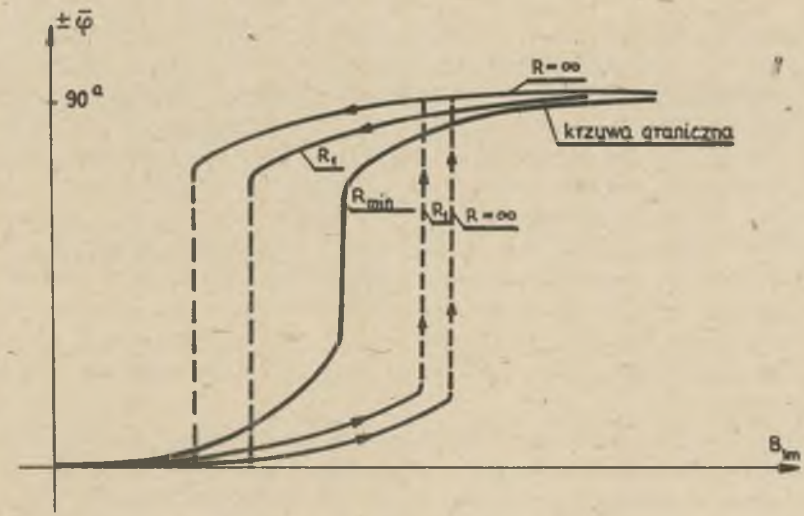
Dla pewnej wartości R spełniającej nierówność (24) można określić w oparciu o relację (21) wartość pojemności C niezbędnej dla powstania oscylacji

$$C > \frac{\frac{la_3B^2_{1m}}{2} + a_1(l_2+1) - \sqrt{\left(\frac{la_3B^2_{1m}}{4}\right)^2 - \left(\frac{An_2^2\omega}{R}\right)^2}}{An_2^2\,\omega^2} \tag{27}$$

Analiza relacji (21) pozwala na wykreślenie charakterystyk zewnętrznych (rys. 4) dla różnych wartości $B_{1m}$ i określenie wartości granicznych tych charakterystyk, tzn. $B_{2m}(\infty)$ oraz ${}_iB_{2m}$ (${}_iR_{min}$). Charakter krzywych

z rys. 4 pozwala na jakościowe określenie własności stabilizacyjnych konwertora dla różnych wartości $_iB_{1m}$, a szerokość strefy działania konwertora reprezentuje rezystancja $_iR_{min}$, zależna również (zgodnie z relacją (24)) od $_iB_{1m}$. Jednocześnie z rys. 4 widać, że oprócz własności stabilizacyjnych konwertor posiada samoistne zabezpieczenie przeciążeniowe. Ogólną postać statycznych charakterystyk częstotliwościowych dla różnych wartości rezystancji obciążenia R przedstawia rys. 5.Krzywa graniczna jest hiperbolą [1], a wartość $f_o$ reprezentuje minimalną częstotliwość, dla której po stronie wtórnej konwertora powstaną oscylacje przy maksymalnym obciążeniu $R_{min}$, $f_{os}$ i $f_{oN}$ określają częstotliwości odpowiednio dla stabilnych i niestabilnych oscylacji. Dokładniejsze omówienie wszystkich charakterystyk można znaleźć w pracy [1]. Kąt przesunięcia fazowego $\bar{\varphi}$ pomiędzy indukcjami ortogonalnych pól magnetycznych $B_2$ i $B_1$ wynosi

$$\bar{\varphi} = \pm(90^o + \varphi). \tag{28}$$

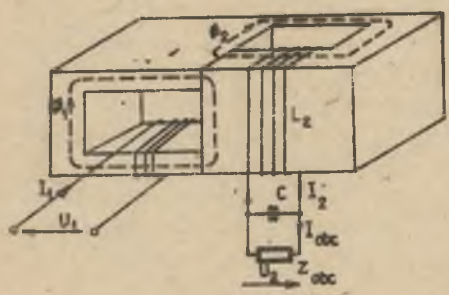



Rys. 6. Charakterystyki fazowe $\bar{\varphi} = f(B_{1m})$ przy f = const

Analiza charakterystyki fazowej (rys. 6) pokazuje, że do momentu wzbudzenia przesunięcie fazowe $\bar{\varphi}$ pozostaje bliskie zeru a po wzbudzeniu i przy dalszym wzroście $B_{1m}$ bliskie $\pm 90^o$. Do momentu zerowania oscylacji (obniżenie $B_{1m}$ lub wzrost obciążenia) kąt $\bar{\varphi}$ pozostaje bliski $\pm 90^o$.Ta własność konwertora parametrycznego pozwala na wykorzystanie go przy zasilaniu jednofazowym w schemacie Scotta jako źródła trójfazowego [1].

## 3. Uwagi końcowe

Wyprowadzony model matematyczno-fizyczny konwertora łańcuchowego może aproksymować konwertor typu paraformer (rys. 7), dając jakościową zbieżność charakterystyk i własności obu konwertorów. Różnice ilościowe przytoczono i omówiono w pracy [1] zamieszczając badania laboratoryjne paraformera i porównując krzywe doświadczalne z teoretycznymi wynikającymi z przyjętego modelu. Różnice ilościowe wynikają z przyjętych założeń upraszczających oraz stosowanych metod analizy obwodów nieliniowych. Ponadto w konwertorze typu paraformer obserwuje się mieszany mechanizm przepływu energii (za pomocą parametrycznego i częściowo transformatorowego sprzężenia), ponieważ oprócz prostopadłego istnieje pewien udział wzdłużnego sprzężenia strumieni. Możliwość aplikacji modelu konwertora łańcuchowego do analizy pracy paraformera jest istotna, ponieważ znacznie częściej korzysta się z konstrukcji konwertora typu paraformer, który w porównaniu z innymi ortogonalnymi transformatorami parametrycznymi posiada lepsze własności eksploatacyjne, tzn. większą sprawność, wyższy współczynnik mocy, łatwiejszy start itp.

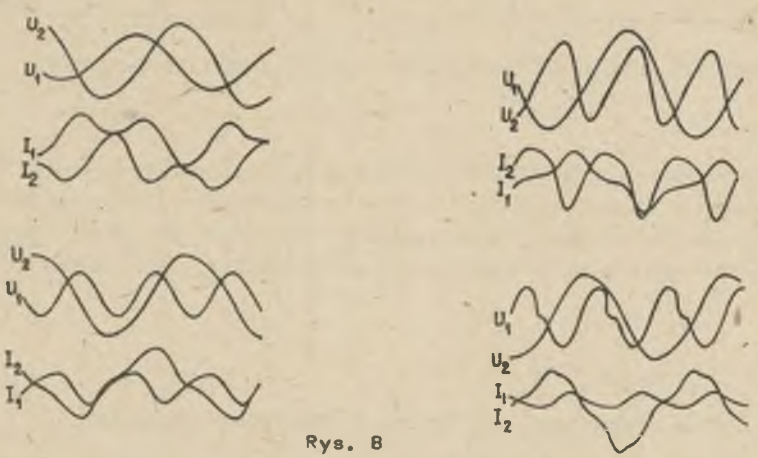



Rys. 7. Transformator parametryczny typu paraformer

W konwertorze łańcuchowym dla zainicjowania oscylacji w obwodzie wtórnym wymagane są duże wartości indukcji magnetycznej po stronie pierwotnej. Dla pewnych parametrów konwertora wzbudzenie się drgań oscylacyjnych poprzez zwiększanie napięcia zasilającego staje się niemożliwe. W konwertorze takim należy wstępnie dostarczyć energię do obwodu wtórnego potrzebną do rozruchu.

Zależności, które implikuje analiza przyjętego modelu matematycznego konwertora, określają między innymi; maksymalne obciążenie, minimalną wartość pojemności w obwodzie oscylacyjnym, krzywe graniczne obszaru stabilności itp. Mogą one służyć jako wielkości progowe, określające przedziały parametrów geometrycznych i elektrycznych przy syntezie konwertorów łańcuchowych, czysto ortogonalnych czy typu paraformer.

W pracy [4] podano prosty sposób określania stabilności drgań oscylacyjnych w obwodzie wtórnym konwertora łańcuchowego. Na charakterystykach statycznych (rys. 3, 4, 5) liniami przerywanymi oznaczono drgania niestabilne, ciągłymi - stabilne. Poprzez wprowadzenie stałego przepływu podmagnesowującego po stronie pierwotnej konwertora uzyskuje się w obwodzie wtórnym oscylacje podharmoniczne rzędu 1/2 (rys. 8c, d). Wprowadzenie przepływu podmagnesowującego po stronie wtórnej konwertora powoduje uzyskiwanie w tym obwodzie oscylacji o podwójnej częstotliwości (rys. 8b).




Rys. 8

a - transformator parametryczny, b - powielacz częstotliwości, c - dzielnik częstotliwości, d - dzielnik częstotliwości z prostownikiem

Dzięki własności selektywnej filtracji napięcia ortogonalne konwertory parametryczne, pracujące jako dzielniki lub powielacze częstotliwości, mogą zamiast tradycyjnego podmagnesowania (ze źródła napięcia lub prądu stałego) działać przy podmagnesowaniu realizowanym za pomocą odpowiednio włączonego elementu prostowniczego. Rys. 8d przedstawia oscylogramy dzielnika częstotliwości zrealizowanego poprzez szeregowe włączenie diody w obwodzie pierwotnym transformatora parametrycznego. Analizę pracy powielaczy i dzielników częstotliwości na bazie ortogonalnych konwertorów parametrycznych przedstawiono w pracy [1].

LITERATURA

[1] ŚMIGIEL Z.: Analiza magnetycznego konwertora parametrycznego. Praca doktorska. Politechnika Śląska 1979.

[2] ŚMIGIEL Z.: Magnetyczne konwertory parametryczne. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Elektryka z. 68, 1980.

[3] ZADIERIEJ G.P.: Mnogofunkcjonalnyje magnitnyje radiokomponienty w sowriemiennych ustrojstwach pitania radioeliektronnoj aparatury. Zarubieżnaja radioelektronika No 7, 1978.

[4] POWER H.N.: Analysis of a Passive Power Converter. IEEE Trans on Magn. No 5 sept/oct 1975 p. 556-559.

[5] HAYASHI Ch.: Drgania nieliniowe w układach fizycznych. WNT, 1968.

[6] FAM W.Z., BAHL G.K.: Two related types of parametric transformers. IEEE Trans. on Mag. 1974 Mag-10 Nr 3 p. 690-693.

[7] BURIAN K.: Theory and analysis of a parametrically excited passive power converter. IEEE Trans. Ind. Apl. vol. IA-8 1978, p. 278-282.

[8] ŚMIGIEL Z.: Własności transformatora parametrycznego o prostopadłym sprzężeniu strumieni. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Elektryka z. 64, 1979.

Wpłynęło do Redkacji w maju 1980 r.

Recenzent:
doc. dr Karol Lubelski

СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕПНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КОНВЕРТОРА

Р е з ю м е

Представлена математическая модель цепного параметрического конвертера, позволяющая проанализировать влияние электрических и геометрических параметров конвертера на его эксплуатационные свойства. Выведены характеристики магнетического цепного конвертера, работающего в режиме паратранса.

THE STATIC CHARACTERISTICS OF CHAIN PARAMETRIC CONVERTER

S u m m a r y

A mathematical model of a chain parametric converter has been presented.

The model is useful in analysing the influence of the electrical and geometrical parameters of the converter.

The static characteristic of magnetic chain convertor working as the orthogonal parametric transformer were derivated.