

Andrzej Szczepanik

ANALIZA STATYSTYCZNA WARTOŚCI ŚREDNIEJ,
WARTOŚCI ŚREDNIOKWADRATOWEJ I GĘSTOŚCI WIDMOWEJ
MOCY SYGNAŁÓW AKUSTYCZNYCH I WIBRACJI EMITOWANYCH
PRZEZ MŁYNA DO CEMENTU

Streszczenie. W pracy przedstawiono podstawy teoretyczne analizy wartości wymienionych w tytule. Przedyskutowano i podano nomogramy do obliczenia błędów. Przedstawiono przykłady zbadanych wartości RMS oraz obliczonych gęstości widmowych mocy sygnału akustycznego dla dwu różnych stanów pracy młyna do cementu.

1. Wstęp

Podczas badań procesu mielenia w młynie do cementu zachodzi konieczność badań sygnału akustycznego i sygnału wibracji emitowanych przez młyn. Informacje zawarte w sygnale są podstawą do oceny prawidłowego działania młyna, a także są pomocne przy ustaleniu stanu pracy młyna.

Analiza sygnału jest zatem podstawą do identyfikacji procesu mielenia, która ma służyć do stworzenia modelu matematycznego procesu, czyli pewnego formalizmu matematycznego ułatwiającego sterowanie procesem przy pomocy maszyny cyfrowej.

Analiza sygnału daje informacje o:

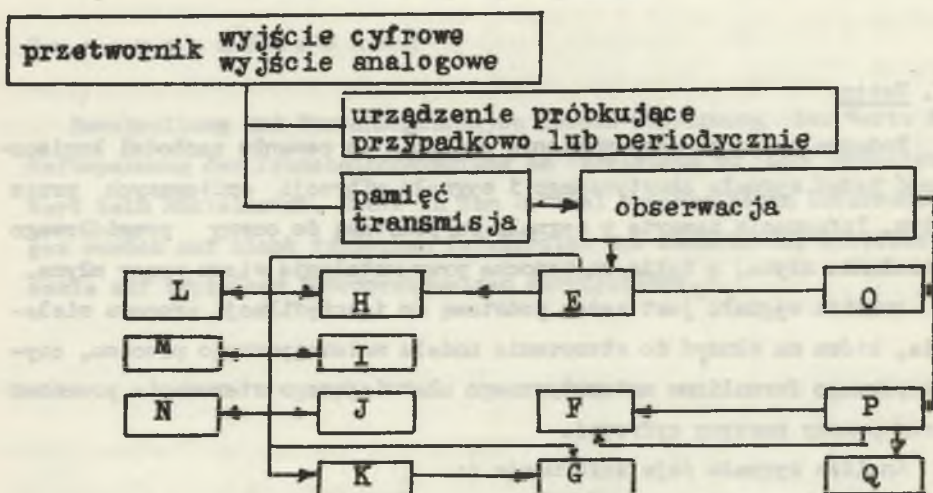
- 1 - stopniu napełniania 1 komory
- 2 - wilgotności materiałów wejściowych do młyna
- 3 - zużyciu młotków
- 4 - parametrach akustycznych i wibracyjnych niezbędnych do projektowania zabezpieczeń akustycznych.

Wspomniane w punkcie 4 zabezpieczenia dotyczą układów izolacji akustycznej na zewnątrz młyna oraz układów izolacji wewnątrz młyna. Prawidłowo zaprojektowane, dzięki analizie sygnałów, obudowy na młyn oraz zabezpieczenia akustyczne (antywibracyjne) wewnątrz młyna powodują znaczne obniżenie poziomów ciśnienia akustycznego emitowanego przez młyn.

Informacje powyższe znajdują się ukryte w sygnale akustycznym lub wibracji emitowanym przez młyn. W celu uzyskania tych informacji należy dokonać analizy statystycznej sygnałów ze względu na charakter pracy młyna cementu.

2. Ogólna procedura analizy sygnału pojedynczego

Ogólnie procedura analizy sygnału przedstawia się jak na zakodowanym rys. 1.



Rys. 1. Schemat analizy sygnału

L - analiza rozkładu wartości szczytowych, M - analiza wartości ekstremalnych, N - analiza przewyższeń, H - analiza wartości średniej i wartości średniokwadratowej, I - analiza gęstości widmowej mocy, J - analiza funkcji autokorelacji, K - analiza gęstości prawdopodobieństwa, E - test stacjonarności, F - test losowości, G - test zgodności z rozkładem normalnym, Q - analiza niestacjonarnego przebiegu i transjentów, P - oddzielenie sinusoidalnych składowych od przebiegu przypadkowego, Q - analiza przebiegów periodycznych lub prawie periodycznych

W przypadku młynów dokonana jest analiza

- 1 - wartości średniej i średniokwadratowej
- 2 - gęstości widmowej mocy sygnału
- 3 - przejść przez zero funkcji
- 4 - gęstości prawdopodobieństwa.

3. Analiza wartości średniej i wartości średniokwadratowej

Dla pojedynczego procesu stacjonarnego zarejestrowanego w czasie wybierzemy pewną "próbkę" istniejącą w określonym czasie T . Wartość średnia może być przybliżona (oszacowana) przez

$$\hat{\mu}_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2.1)$$

wartość średnia rzeczywista (oczekiwana)

$$\mu_x = E[x(t)] \quad (2.2)$$

Oczekiwana wartość estymatora $\hat{\mu}_x$ jest następująca

$$E[\hat{\mu}_x] = E\left[\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt\right] = \frac{1}{T} \int_0^T E[x(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mu_x dt = \mu_x \quad (2.3)$$

Błąd średniokwadratowy estymatora $\hat{\mu}_x$ jest równy wariancji

$$\text{Var}[\hat{\mu}_x] = E\left[\left(\hat{\mu}_x - \mu_x\right)^2\right] = E\left[\mu(x)^2\right] - \mu_x^2 \quad (2.4)$$

dla podobnych założeń jak dla wartości średniej możemy zdefiniować wartość średnio kwadratową w czasie T szacowaną przez

$$\hat{\psi}_x = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2.5)$$

wartość oczekiwana średniej kwadratowej jest

$$\psi_x^2 = E[x^2(t)] \quad (2.6)$$

$$\psi_x^2 = \sigma_x^2 + \mu_x^2 \quad (2.7)$$

Oczekiwana wartość estymatora $\hat{\psi}_x^2$ jest

$$E[\hat{\psi}_x^2] = \frac{1}{T} \int_0^T E[x^2(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^T \psi_x^2 dt = \psi_x^2 \quad (2.8)$$

Błąd średnio kwadratowy jest określony przez wariancję

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{\psi}_x^2] &= E[(\hat{\psi}_x^2 - \psi_x^2)^2] = E[\hat{\psi}_x^4] - \psi_x^4 = \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T (E[x^2(\xi) \cdot x^2(\eta)] - \psi_x^4) d\xi \cdot d\eta \end{aligned} \quad (2.9)$$

Z powyższych wzorów wynikają wyrażenia na znormalizowane błędy statystyczne dla wartości średniej i średnio kwadratowej. Dla rzeczywistej wartości średniej $\mu_x \neq 0$ i dla odchylenia standardowego σ_x błąd ϵ

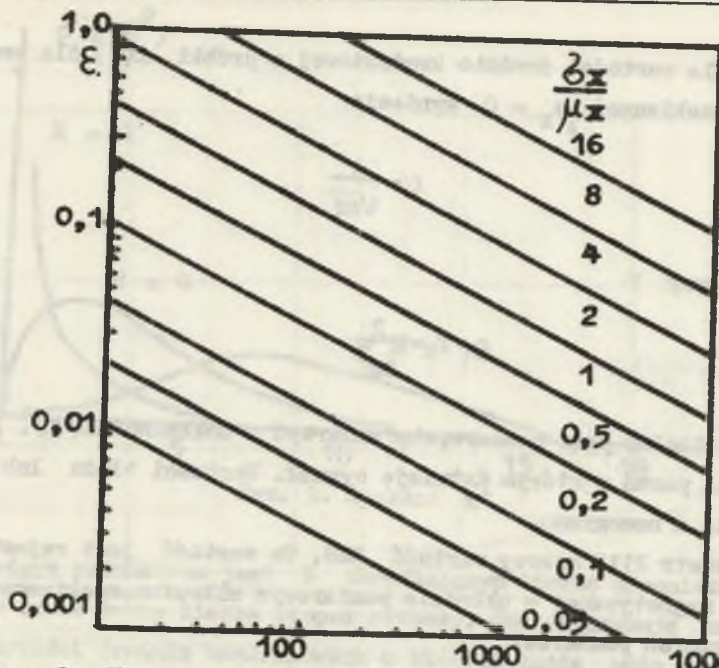
$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2BT}} \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right) \quad (2.10)$$

stąd czas T dla założonej dokładności

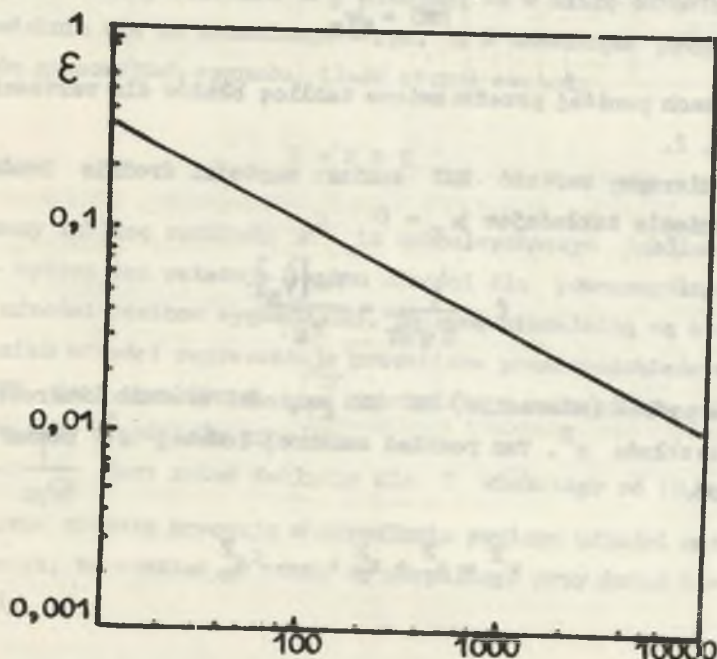
$$T = \frac{1}{2 B \epsilon^2} \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2, \quad (2.11)$$

gdzie B jest szerokością pasma analizowanego i przy założeniu jednorodnej gęstości widmowej mocy w tym pasmie.

Dla niejednorodnego widma ekwiwalentne pasmo B_e można odpowiednio wyliczyć. Wartości T są wyliczone z nomogramów. Natomiast znormalizowo-



Rys. 2a. Nomogram do wyznaczania błędu dla wartości średniej



Rys. 2b. Nomogram do wyznaczania błędu dla wartości średniokwadratowej

wany błąd dla wartości średnio kwadratowej z próbki $x(t)$ dla wartości średniej oczekiwanej $\mu_x = 0$ wyniesie

$$c = \frac{1}{\sqrt{BT}} \quad (2.12)$$

stąd wyliczymy T

$$T = \frac{2}{B\epsilon^2} \quad (2.13)$$

jest to minimalny czas pomiaru aby zmierzyć z dokładnością ϵ . B jest szerokością pasma w którym istnieje sygnał. Wartości błędu lub BT odczytuje się z nomogramu.

Spektrometr 2112 mierzy wartość RMS. Ta wartość jest rejestrowana na taśmie magnetycznej w układzie pomiarowym mikrofon, spektrometr 2112 oraz magnetofon pomiarowy

$$RMS = \sqrt{v_x^2}$$

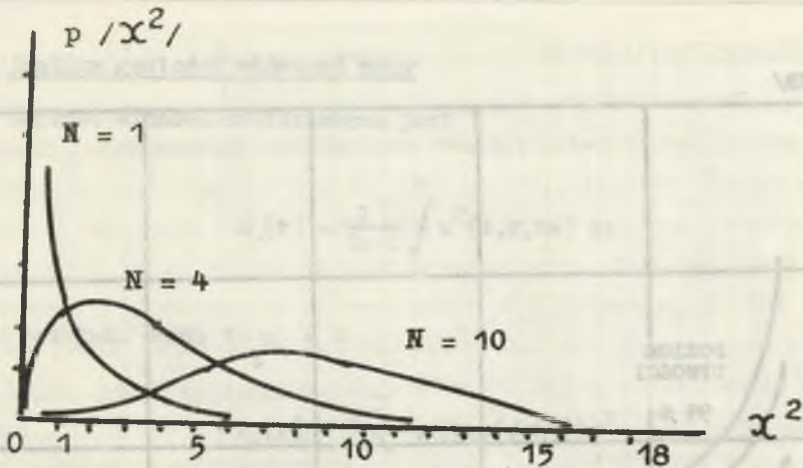
Na nomogramach poniżej przedstawiono tablicę błędów dla wartości średniej - rys. 2.

Jeżeli mierzymy wartość RMS zamiast wartości średnio kwadratowej to błąd wyniesie zakładając $\mu_x = 0$

$$c = \frac{1}{2\sqrt{BT}} = \frac{\text{Var}[\hat{v}_x]}{v_x} \quad (2.14)$$

Pobieranie próbek (mierzenie) RMS lub wartości średnio kwadratowej prowadzi do rozkładu x^2 . Ten rozkład zmiennej losowej x^2 można ogólnie przedstawić

$$x_n^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$



Rys. 3. Rozkład χ^2

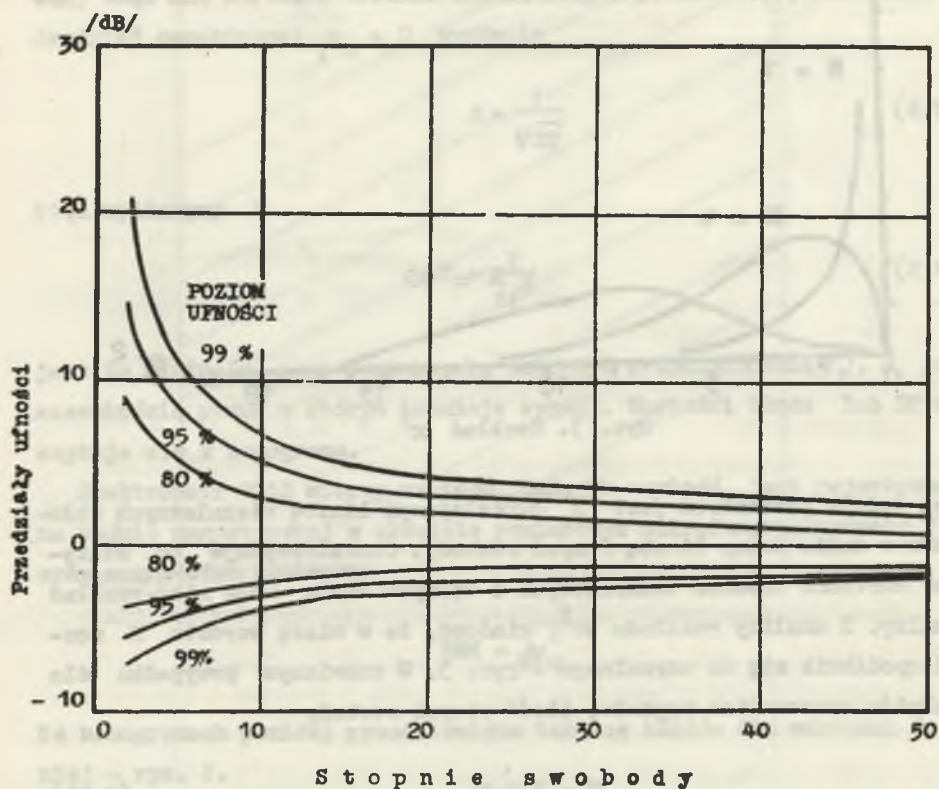
tutaj jednym parametrem jest N określającym liczbę niezależnych składników w sumie zwany liczbą stopni swobody. Charakteryzuje on statystykę wartości średnio kwadratowych z których każda może mieć rozkład normalny. Z analizy rozkładu χ^2 wiadomo, że w miarę wzrostu N rozkład upodabnia się do normalnego - rys. 3. W omawianym przypadku dla rozkładów gausowskich sygnału, ilość stopni swobody

$$N = 2 B T \tag{2.15}$$

Jeżeli mamy tablicę rozkładu χ^2 to można wyznaczyć tablicę zgodną z rys. 4 - wykres ten wskazuje poziom ufności dla poszczególnych przedziałów ufności poziomu sygnału RMS. Zmienną niezależną są stopnie swobody. Poziom ufności reprezentuje procentowe prawdopodobieństwo że wskazanie RMS jest oczekiwaną $\sqrt{v_x^2}$ wartością w szczególnym zakresie określonym jako przedziały ufności.

Wzór $\epsilon = \frac{1}{2\sqrt{BT}}$ jest zatem dokładny dla N większego od 10, czyli $BT > 5$.

Aby otrzymać większą precyzję w określaniu poziomu ufności możemy użyć aproksymacji, że rozkład χ^2 dąży do normalnego przy dużej ilości stopni swobody.



Rys. 4. Poziomy ufności dla poszczególnych przedziałów ufności w zależności od stopni swobody

Używając tej aproksymacji kiedy $N > 30$ możemy powiedzieć, że przedziały ufności są $\pm 2\epsilon$ dla poziomu ufności około 95% i $\pm 2,5\epsilon$ dla poziomu ufności 99%.

Dla małej ilości stopni swobody jest konieczne skorzystać z tablic χ^2 rozkładu do określenia dokładnych przedziałów ufności dla danego poziomu ufności.

4. Analiza gęstości widmowej mocy

Gęstość widmowa zdefiniowana jest

$$G_x(t) = \frac{1}{B_0 T} \int_0^T x^2(t, f, B_0) dt \quad (3.1)$$

dla rozkładu Gaussa i $\mu_x = 0$

$$G_x(t) = \frac{1}{B_0} \cdot (|x(t, B_0)|)^2 \quad (3.2)$$

to możemy zdefiniować

$$c = \frac{1}{B_0 \cdot T} \quad (3.3)$$

Szerokość pasma winna być 1/4 szerokości pasma najwyższego szczytu w widmie mocy.

$$B_0 < \frac{1}{4} B \text{ śr} \quad (3.4)$$

to kryterium ogranicza błąd pomiaru tzw. "biosterm" do 3% zakładając $B_0 \cdot T \gg 1$. W miarę wzrostu czasu T uśredniania i szerokości pasma błąd maleje.

Czas analizy dla założonego błędu

$$T_r = 1/B_0 c^2 \quad (3.5)$$

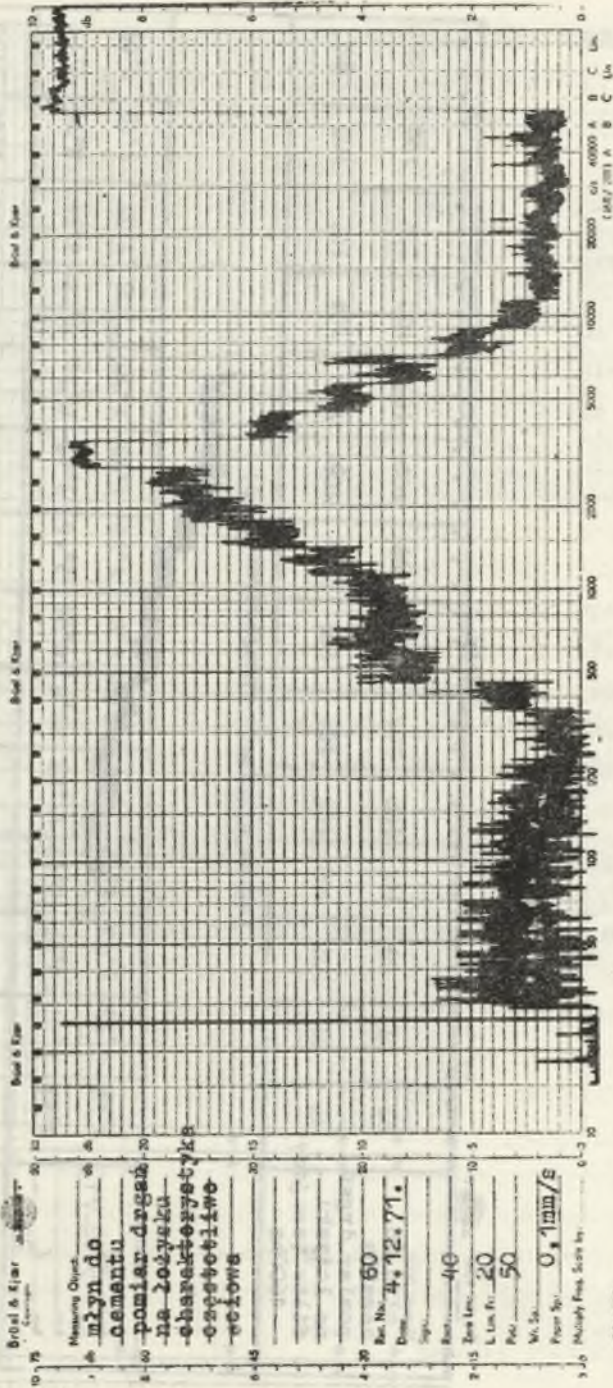
Jeżeli istnieje tzw. prawdziwy czas uśredniania to czas całkowania winien być równy czasowi trwania zapisu. Zalecony czas uśredniania daje pomiar z tym samym statystycznym błędem na wszystkich częstotliwościach jak długo analizator nie zmieni pasm analizowanych. Czasem należy dbać o stałą dokładność pomiarów przez redukcję czasu uśredniania jeśli wzrasta analizowana częstotliwość.

5. Wybrane wyniki badań

Na podstawie zdefiniowanych w punkcie 2 i 3 zależności przedstawiono wybrane wyniki badań sygnału akustycznego emitowanego przez młyn oraz sygnału wibracji. Sygnał akustyczny i sygnał drgań na łożysku młyna mierzono zestawem firmy Brüel-Kjaer. Sygnały nagrywano na magnetofon firmy Kudelski. Przykładowo podane są wyniki badań sygnału wartości RMS (pierwiastka z wartości średnio kwadratowej) i gęstości widmowej mocy sygnału dla dwu różnych stanów napełniania młyna cementu.

W pierwszym przypadku dokonano pomiaru przyspieszenia drgań na łożysku młyna do cementu. Napełnianie młyna zmniejszono o 30%. Emitowane wibracje posiadają szerokie widmo częstotliwościowe, którego kształt przytoczony jest dla pierwszego stanu napełnienia na rys. 5. Następnie dokonano pomiaru wartości RMS sygnału dla pasma tercjowego o częstotliwości 1600 Hz. Na rysunku 6 przedstawiono zmianę w czasie wartości RMS dla dwu stanów napełnienia. Ocena błędów pomiaru zgodnie z wzorem 3, gdzie B szerokością pasma analizowanego, a T czas całkowania rejestratora. Z wykresu wynika wyraźna zmienność przyspieszenia drgania dla dwu stanów pracy młyna. Podobne przebiegi czasowe pomierzono dla pozostałych częstotliwości tercjowych i dla skoków nadawy w młynie do cementu. Przytoczone w punkcie 2 podstawy teoretyczne analizy statystycznej wartości RMS i wartości średniokwadratowej oraz obliczenie błędów są wykorzystane do analizy pracy młyna przy różnych nadawach dzięki czemu uzyskujemy liczbowe zależności wraz z błędami statystycznymi.

Następnie obliczono gęstość widmową zgodnie z p. 3 sygnałów akustycznych emitowanych przez młyn. Mierzony sygnał akustyczny poddano analizie częstotliwościowej (tercjowej). Jest to podstawowa analiza ogólnie znana, tak jak i znana jest zmienność charakterystyki częstotliwościowej sygnału akustycznego dla dwu różnych stanów napełnienia młyna do cementu. Przedstawiona w punkcie 3 procedura obliczeń pozwala uzyskać "silniejszą" informację z sygnału akustycznego, jednocześnie orientując widmo częstotliwości w stosunku do pewnego wybranego pasma. Z poniższej tablicy 1 przedstawiono gęstości widmowe $\left(\frac{\mu b^2}{H z}\right)$. Punkt 1



Rys. 5. Charakterystyka częstotliwościowa przyspieszenia drgań na żołytku młyna do cementu

Tablica 1

Częstotliwość Hz	Gęstość widmowa ($\mu\text{B}^2/\text{Hz}$)													
	160	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150
1	5,42	6,87	10,97	10,97	17,23	27,5	10,94	2,16	5,47	8,74	2,72	4,34	2,76	0,17
11	3,42	4,33	5,50	6,92	6,86	13,78	6,9	1,72	1,73	4,38	1,08	1,37	9,69	0,09
Poziom odfińczenia akustycznego (dB)														
1'	97	99	102	103	106	109	105	100	105	108	104	107	106	95
11'	95	97	99	101	102	106	104	99	100	105	100	102	100	92

oznacza pomiar przed zmianą napełnienia. Punkt 11 oznacza pomiar 14 minut po zmianie nadawy. Punkt 1' oraz 11' oznaczają pomiary poziomu ciśnienia akustycznego które były podstawą do obliczenia gęstości widmowej.

Z tablicy wynika, że zmienność gęstości widmowej mocy jest większa od zmienności poziomu ciśnienia akustycznego dla poszczególnych częstotliwości w widmie sygnału. Wadą tak przedstawionych wyników jest fakt, że błędy pomiaru poziomu ciśnienia akustycznego rzutują silnie na dokładność obliczenia gęstości widmowej mocy. Jednak przy technicznie dokładnym pomiarze ciśnienia akustycznego, a także przy długim czasie uśredniania T można osiągnąć dobre rezultaty i pomiar gęstości widmowej staje się bardziej przydatny.

LITERATURA

1. M.R. Spiegel - Theory and problems of statistics.
2. Brüel-Kjaer - Technical Review 1961 nr 1.
3. " " " " 1969 nr 1.
4. I. Bendat, A. Piersol - Measurement and analysis of random data. J. Willey N.Y. 1966.
5. A. Szczepanik - Identyfikacja akustyczna i wibracyjna procesu mielenia w młynie do cementu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej nr 25. Budownictwo. X

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ СРЕДНЕ КВАДРАТНОГО ЗНАЧЕНИЯ И СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ И ВИБРАЦИИ ЭМИТИРУЕМЫХ ЦЕМЕНТНОЙ МЕЛЬНИЦЕЙ

Р е з ю м е

В статье кратко сформулированы статистические ошибки и результаты измерений вибрационных и акустических сигналов эмитируемых цементной мельницей.

STATISTICAL ANALYSE OF MEAN VALUE ROOTMEAN SQUARE VALUE POWER SPECTRAL DENSITY OF ACOUSTICAL AND VIBRATION SIGNALS EMITTED BY ROLLING MILLS

S u m m a r y

Principles of analyse of mean square value mean value and power spectral density. Erros are discused and nomograms are applied. Measured values of RMS and counted values of power spectral densities for two operating conditions of rolling mills are presented.