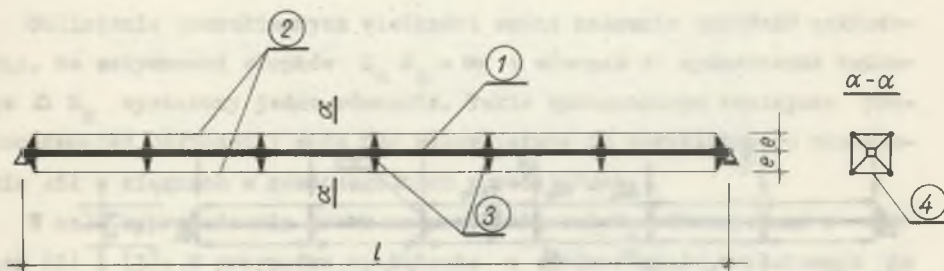


Stanisław Zawada

SPECJALNE PRZYPADKI STAŁEGO DZWIGARA
WSTĘPNIE SPRĘŻONEGO

Streszczenie. W referacie przedstawiono nowe koncepcje stalowych dźwigarów wstępnie sprężonych, które mogą być wykorzystane przy lekkich przekryciach dachowych w obiektach o dużych rozpiętościach oraz w ustrojach typu masztowego. Konstrukcja dźwigarów jest ekonomiczna i charakteryzuje się dużą prostotą. Korzystając z metody energetycznej, podano sposób obliczenia przyrostów siły sprężającej w cięgnach wywołanych zewnętrznym obciążeniem. Przeprowadzono również rozważania mające na celu wyznaczenie siły krytycznej przy mimośrodowym obciążeniu dźwigara.

W referacie przedstawiono nowe koncepcje stalowych dźwigarów wstępnie sprężonych, które mogą być wykorzystane dla lekkich przekryć dachowych. Schemat konstrukcji takich dźwigarów pokazano na rys. 1 i 3.



Rys. 1. Schemat dźwigara

1 - rdzeń, 2 - cięgna, 3 - słupki, 4 - rozpórki

Dźwigar (rys. 1) składa się z rdzenia, cięgien sprężających, słupków sztywno połączonych z rdzeniem oraz rozpórek. Ze względów praktycznych podzielono rdzeń słupkami na n równych części. W stanie początkowym dźwigar zostaje wstępnie sprężony czterema cięgnami rozmieszczonymi symetrycznie względem osi rdzenia. Podczas sprężania cięgna połączone są ze słupkami za pomocą dyskretnych punktowych kontaktów, które zapewniają cięgnom podłużne przemieszczenia na słupkach z równoczesnym zabezpieczeniem rdzenia przed przesunięciami bocznymi.

Maksymalną siłę sprężającą obliczono wg wzoru:

$$S_{\max} \leq k \beta A_r, \quad (1)$$

gdzie:

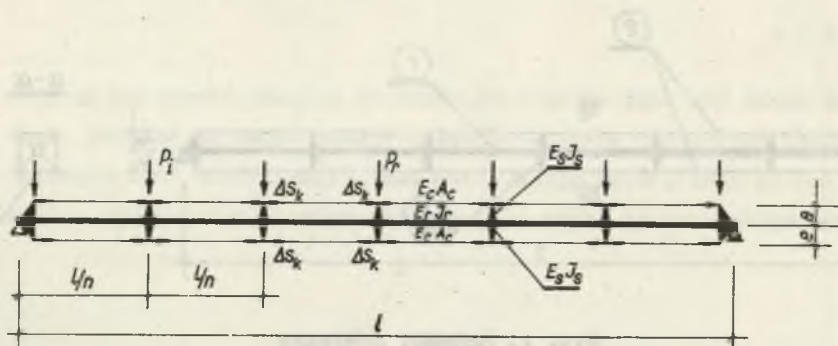
k - naprężenie dopuszczalne dla rdzenia,

β - współczynnik wybocheniowy odpowiadający większej smukłości,

A_r - pole przekroju rdzenia.

Po wykonaniu sprężenia, cięgna zostają zaciśnięte w kontaktach, ażeby wyeliminować ich podłużne przemieszczenia i w ten sposób dźwigar przygotowany jest do przyjęcia obciążenia eksploatacyjnego.

Przedstawiony na rys. 2 ustrój jest n -krotnie statycznie wewnętrznie niewyznaczalny. Wielkościami statycznie niewyznaczalnymi w jego poszczególnych przedziałach są przyrosty sił w cięgnach ΔS_k , które obliczyć można metodą energetyczną lub metodą sił.



Rys. 2. Schemat statyczny dźwigara

Przyrost energii sprężystej ustroju przyjmie postać:

$$\Delta V = \frac{1}{2 E_r J_r} \sum_1^n \int_{\frac{(k-1)l}{n}}^{\frac{kl}{n}} (M_k^P - 2 \Delta S_k e)^2 dx +$$

$$+ \frac{1}{n E_c A_c} \sum_1^n \Delta S_k^2 + \sum_1^{n+1} \frac{1}{E_s J_s} \int_0^e (\Delta S_k - \Delta S_{k-1})^2 \cdot y^2 dy,$$

Gdzie:

- M_k^P - moment zginający w przedziale k spowodowany obciążeniem zewnętrznym,
 $\Delta S_k, \Delta S_{k-1}$ - przyrosty sił w przedziałach k i $k-1$,
 E_r, E_c, E_s - współczynniki sprężystości rdzenia, ciągien i skupków,
 J_r, J_s - momenty bezwładności rdzenia i skupków,
 A_c - pole przekroju ciągien.

Pozostałe oznaczenia wyjaśnia rys. 2.

Wielkości statycznie niewyznaczalne obliczyć można z n równań typu:

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial \Delta S_k} = 0 \quad (3)$$

Obliczenie poszukiwanych wielkości można znacznie uprościć zakładając, że sztywności skupków $E_s J_s = \infty$ i wówczas do wyznaczenia każdego ΔS_k wystarczy jedno równanie. Takie uproszczenie zmniejsza pracochłonność obliczeń i może być wykorzystane do przybliżonego określenia sił w ciągach w poszczególnych przedziałach.

W celu wyprowadzenia wzoru na przybliżone ΔS_k skorzystano z równań (2) i (3). W przypadku obciążenia q jednostajnie rozłożonego na

całej rozpiętości i przy założeniu, że $E_s J_s = \infty$, wzór na przybliżoną wielkość ΔS_k przedstawia się następująco:

$$\Delta S_k = \frac{[3n(2k-1) - 2(3k^2 - 3k + 1)] e q l^2}{12 n^2 \left[2 e^2 + \frac{E_r J_r}{E_c A_c} \right]} \quad (4)$$

Przy wyprowadzaniu wzorów na ugięcia dźwigara poddanego działaniu sił ΔS_k skorzystano z metody momentów wtórnych. Siły te powodują wygięcie dźwigara ku górze w kierunku przeciwnym w stosunku do ugięć pochodzących od ciężaru stałego i obciążenia zmiennego. Łączne ugięcie stanowi więc sumę ugięć dźwigara niesprężonego w stanie obciążonym oraz dźwigara poddanego działaniu sił ΔS_k .

Dla dowolnego obciążenia zewnętrznego ugięcie w połowie rozpiętości dźwigara wynosi:

a) przy parzystej ilości przedziałów

$$f = f_0 - \frac{e l^2}{2 n^2 E_r J_r} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} (2k-1) (\Delta S_k + \Delta S'_k), \quad (5)$$

b) przy nieparzystej ilości przedziałów

$$f = f_0 - \frac{e l^2}{2 n^2 E_r J_r} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} (2k-1) (\Delta S_k + \Delta S'_k) - \frac{e l^2}{4 n^2 E_r J_r} (2n-1) \Delta S_p, \quad (6)$$

gdzie:

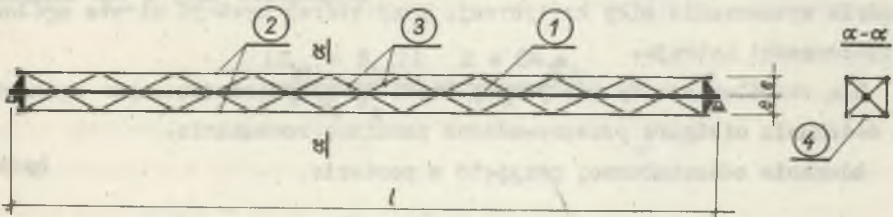
f_0 - ugięcie dźwigara niesprężonego od obciążenia stałego i zmiennego,

$\Delta S_k, \Delta S'_k$ - przyrosty sił w przedziałach symetrycznie rozmieszczonych względem środka ustroju,

ΔS_c - przyrost siły w przedziale środkowym.

Dźwigar, którego schemat przedstawiony jest na rys. 3 składa się z rdzenia, cięgien sprężających, krzyżulców i rozpórek. Analogicznie jak w pierwszym przypadku, dźwigar zostaje wstępnie sprężony czterema cięgnami symetrycznie rozmieszczonymi względem osi rdzenia. Podczas sprężania cięgna połączone są z krzyżulcami również za pomocą dyskretnych punktowych kontaktów. Po wykonaniu sprężenia, cięgna zostają zaciśnięte w kontaktach i w ten sposób dźwigar przygotowany do przejścia obciążenia eksploatacyjnego. Układ jest n-krotnie statycznie wewnętrznie nie wyznaczalny i poszukiwanymi wielkościami są przyrosty sił ΔS_k w cięgnach poszczególnych przedziałów.

Schemat obciążenia takiego dźwigara pokazany jest na rys. 4.



Rys. 3. Schemat dźwigara

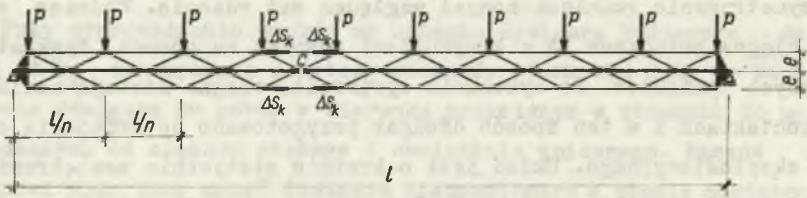
1 - rdzeń, 2 - cięgna, 3 - krzyżulce, 4 - rozpórki

Z uwagi na symetrię ustroju oraz symetrię obciążenia, przyrosty sił ΔS_k w cięgnach dowolnego przedziału k obliczyć można z równania momentów względem punktu c , a mianowicie:

$$\sum M = - 2 \Delta S_k e + M_c = 0$$

i stąd

$$\Delta S_{ki} = \frac{K_c}{2e}$$



Rys. 4. Schemat statyczny dźwigara

Siły zaś w krzyżulcach i rozpórkach obliczyć można z równowagi sił poszczególnych węzłów.

W czasie eksploatacji obydwie dźwigary mogą być również dodatkowo obciążone zewnętrzną siłą osiową podłużną i wówczas istotnym zadaniem będzie wyznaczenie siły krytycznej, przy której wystąpi utrata ogólnej stateczności ustroju.

Dla określenia siły krytycznej (rys. 1) przy jednoczesnym zginaniu i ściskaniu dźwigara przeprowadzono poniższe rozważania.

Równanie odkształconej przyjęto w postaci:

$$y = f \sin \frac{\pi x}{l} \quad (7)$$

Między wielkością S_{ki} i odkształceniem cięgna istnieje zależność:

$$\Delta s_{ki} = (S_{ki} - S_0) \frac{1}{n E_c A_c} \quad (8)$$

gdzie:

S_0 - siła w cięgnie w czasie sprężania,

$S_{ki} = 1,2$ - siła w cięgnie w przedziale k podczas wybaczenia się rdzenia.

Wielkość Δ_{ki} można również wyznaczyć z zależności geometrycznej, obliczając przemieszczenia końcowych punktów słupków przedziału k i wówczas

$$\Delta_{ki} = e \operatorname{tg} \varphi_{k-1} - e \operatorname{tg} \varphi_k. \quad (9)$$

Wychodząc z równania odkształconej

$$\operatorname{tg} \varphi_{k-1} = y'_{k-1} = \frac{f\pi}{l} \cos \frac{\pi(k-1)}{n}$$

i

$$\operatorname{tg} \varphi_k = y'_k = \frac{f\pi}{l} \cos \frac{\pi k}{n}.$$

Po wstawieniu powyższych wyrażeń do równania (9):

$$\Delta_{ki} = \frac{e f \pi}{l} \left(\cos \frac{\pi(k-1)}{n} - \cos \frac{\pi k}{n} \right) = \frac{e f \pi j_k}{l} \quad (10)$$

Z równań (8) i (10) otrzymano:

$$\frac{(S_{k1} - S_{k2}) l}{n E_c A_c} = \frac{2 e f \pi j_k}{l}$$

i stąd

$$\frac{S_{k1} - S_{k2}}{2} = \frac{e f \pi n E_c A_c j_k}{l^2} = \Delta S_{k1} = -\Delta S_{k2}, \quad (11)$$

gdzie ΔS_k oznacza przyrost lub spadek siły sprężającej w wyniku wyważania się rdzenia.

Przyrost energii potencjalnej:

$$\Delta V = \frac{E_r J_r}{2} \int_0^1 (y'')^2 dx + \sum_1^n \frac{\Delta S_k^2 l}{n E_c A_c} + \sum_1^{n+1} \frac{1}{E_s J_s} \int_0^e (\Delta S_k - \Delta S_{k-1})^2 y^2 dy.$$

Po dokonaniu odpowiednich przekształceń i uwzględnieniu wyrażeń (7) i (11) otrzymano przyrost energii potencjalnej w postaci następującej:

$$\Delta V = \frac{\pi^4 E_r J_r f^2}{4 l^3} + \frac{e^2 f^2 \pi^2 n E_c A_c \sum_1^n \gamma_k^2}{l^3} + \frac{e^5 f^2 \pi^2 E_c^2 A_c^2 \sum_1^{n+1} (\gamma_k^2 - 2 \gamma_k \gamma_{k-1} + \gamma_{k-1}^2)}{3 l^4 \sum_1^{n+1} E_s J_s}, \quad (12)$$

Praca sił zewnętrznych:

$$L = q f \int_0^l \sin \frac{\pi x}{l} dx + P \frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dx = \frac{2 q l f}{\pi} + \frac{P \pi^2 f^2}{4 l}, \quad (13)$$

gdzie:

q - obciążenie jednostajnie rozłożone na długości dźwigara.

Z równania $\frac{\partial (\Delta V - L)}{\partial f} = 0$ - otrzymano:

$$\frac{\pi^4 E_r J_r f}{2 l^3} + \frac{2 e^2 f \pi^2 n E_c A_c \sum_1^n \gamma_k^2}{l^3} + \frac{2 e^5 f \pi^2 E_c^2 A_c^2 \sum_1^{n+1} (\gamma_k^2 - 2 \gamma_k \gamma_{k-1} + \gamma_{k-1}^2)}{3 l^4 \sum_1^{n+1} E_s J_s} - \frac{2 q l}{\pi} - \frac{P \pi^2 f}{2 l} = 0 \quad (14)$$

skąd obliczyć można ugięcie dźwigara w środku rozpiętości, a następnie wyznaczyć siłę krytyczną.

Analogiczne rozważania, mające na celu ustalenie siły krytycznej przy jednoczesnym zginaniu i ściskaniu, przeprowadzono dla dźwigara przedstawionego na rys. 3.

Przyrost energii potencjalnej:

$$\Delta V = \sum_1^n \frac{\Delta S_k^2 l}{n E_c A_c} + \sum_1^n \left(\frac{\Delta S_k - \Delta S_{k-1}}{2 \cos \alpha} \right)^2 \cdot \frac{l}{n \cos \alpha E_k A_k},$$

gdzie:

E_k - współczynnik sprężystości krzyżulców,

A_k - pole przekroju krzyżulców,

α - kąt nachylenia krzyżulców, względem osi dźwigara.

Postępując jak poprzednio otrzymano wyrażenie

$$\frac{2 e^2 f \pi^2 n E_c A_c \sum_1^n \delta_k^2}{l^3} +$$

$$+ \frac{e^2 f \pi^2 n E_c^2 A_c^2 \sum_1^n (\delta_k^2 - 2 \delta_k \delta_{k-1} + \delta_{k-1}^2)}{2 l^3 \cos^3 \alpha E_k A_k} - \frac{2 q l}{\pi} - \frac{P \pi^2 f}{2 l} = 0$$
(15)

z którego obliczyć można ugięcie dźwigara w środku rozpiętości, a następnie wyznaczyć siłę krytyczną.

Przedstawione w referacie dźwigary mogą być stosowane jako główne elementy przekrycia w obiektach o dużych rozpiętościach przekraczających 30 m, eliminując tym samym słupy pośrednie. W przeciwieństwie do ustrojów wiszących nie wymagają one odciągów w celu przejęcia oddziaływań poziomych oraz są korzystnie wykształcone dla przejęcia ssania wiatru przy lekkim pokryciu dachowym. Ponadto ciężna sprężająca zabezpieczają rdzeń przed utratą stateczności, co pozwoli na zmniejszenie ilości tężników dachowych. Mogą być również wykorzystane w ustrojach typu masztowego.

Konstrukcja omówionych dźwigarów charakteryzuje się dużą prostotą, a ponadto jest oszczędna zarówno pod względem zużycia stali, jak i pracochłonności wykonania.

ОСОБЕННЫЕ СЛУЧАИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ФЕРМ

Резюме

В статье представлено новые идеи по вопросу предварительно напряженных ферм, которые могут быть применены как фермы большопролетных покрытий при легких нагрузках и как мачтовые конструкции. Конструкция герм проста и экономична. Пользуясь энергетическим методом подано практический способ определения увеличения напрягающей силы в пряди от внешней нагрузки. Приведено рассуждения дающие возможность определения критической силы при внецентренной нагрузке фермы.

SOME SPECIAL CASE OF AN INITIALLY COMPRESSED STEEL GIRDER

S u m m a r y

In the paper some new ideas of initially compressed steel girders have been presented. They can be used in light roof covers, in structures of wide spans and in mast - type systems. The structure of the girder is economical and simple. By means of an energetic method a calculation way of a compressing force increment in tension members caused by external loads, has been given. Some considerations aiming at determination of a critical force in an eccentric girder's load have been carried out too.



Fig. 1. Diagram of the girder structure. 1 - support, 2 - hinge, 3 - load.