

Jerzy Weseli

BEZPOŚREDNIE WYZNACZANIE RÓWNANIA LINII WPŁYWOWYCH
DLA BELEK CIĄGŁYCH O DOWOLNIE ZMIENNYM MOMENCIE BEZWŁADNOŚCI

Streszczenie. W artykule podano teoretyczne podstawy do programu na EMC na wyznaczenie linii wpływowych momentu zginającego, siły poprzecznej i ugięcia belki ciągłej. Belka ma składowe zmiany momentu bezwładności na granicach przedziałów. Przedziały są dane dowolnie na długości belki. Zastosowano metodę kinematyczną na wyznaczenie równania linii wpływowych. Wyprowadzono podstawowe wzory oraz podano przykład zastosowania.

1. Wstęp

W Instytucie Dróg i Mostów uruchomiono system programowy na elektroniczną maszynę cyfrową (EMC) na wyznaczenie obwiedni wielkości statycznych w ustrojach nośnych mostów belkowych. Jednym z podprogramów systemu jest określenie linii wpływowej poszukiwanej wielkości statycznej.

W systemie nie poczyniono żadnych założeń ograniczających zakres schematów statycznych belek możliwych do obliczenia. Należało zatem wybrać taką metodę wyznaczania linii wpływowej, aby przy wykorzystaniu możliwie małego obszaru pamięci maszyny i dużej szybkości wyznaczania rzędnych uwzględniła również szeroki zbiór ustrojów, obejmujący belki jednoprzęsłowe, wspornikowe, ciągłe bezprzegubowe i gerberskie, o dowolnie zmiennym momencie bezwładności ze skokowym włączeniem.

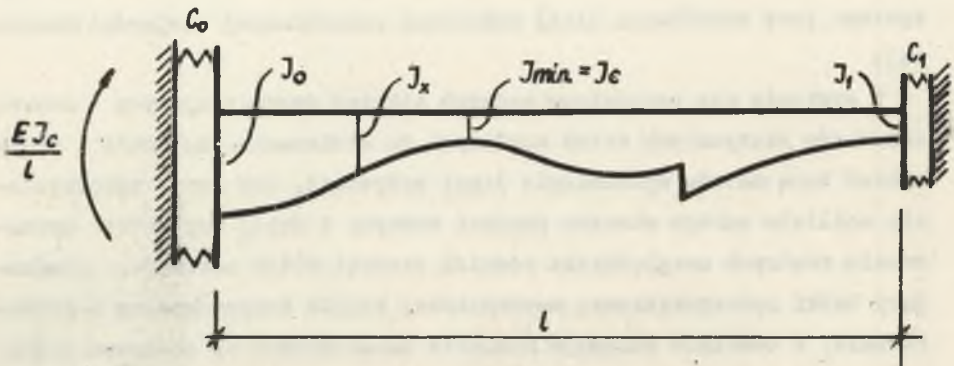
Zastosowano zatem metodę bezpośredniego wyznaczania równania linii wpływowych, która spełnia wymienione warunki. Wyprowadzenie wzorów jest nieco skomplikowane, lecz samo zastosowanie metody jest proste i formalnie zwarte. Tok postępowania jest niezmienny, niezależny ani od schematu statycznego ani od rodzaju wielkości wyznaczonej. Schemat statyczny i prawo zmienności momentu bezwładności definiuje się danymi wejściowymi, dostosowanie zaś do rodzaju wielkości zawarte jest w kilku zaledwie instrukcjach programowych.

Metoda bezpośrednia, zwana również kinematyczną, opiera się na twierdzeniu, że równanie linii wpływowej jest analogiczne z równaniem osi odkształconej pręta, w którym wymuszone w badanym punkcie uogólnione jednostkowe przemieszczenie właściwe danej wielkości statycznej.

Artykuł niniejszy zawiera wyprowadzenie wzorów dla obliczenia pewnych wielkości pomocniczych występujących w równaniu linii wpływowej oraz krótkie omówienie podprogramu.

2. Srowadzenie obliczenia belki ciągłej do obliczenia przeseł wydzielonych

W programie przeprowadza się obliczenie dla wydzielonego przeseła o sprężystości utwierdzonych końcach (rys. 1).



Rys. 1. Belka jednoprzęsłowa o sprężystości utwierdzonych końcach

Sztywność utwierdzenia określono korzystając ze znanych wzorów transformacyjnych:

$$M_{01} = \frac{EJ}{l} (\alpha_0 \varphi_0 + \beta \varphi_1), \quad (1)$$

$$M_{10} = \frac{EJ}{l} (\beta \varphi_0 + \alpha_1 \varphi_1), \quad (2)$$

w których

$$\alpha_0 = \frac{\varphi_{11}}{\varphi_{00} \cdot \varphi_{11} - \varphi_{01}^2}, \quad \alpha_1 = \frac{\varphi_{00}}{\varphi_{00} \varphi_{11} - \varphi_{01}^2},$$

$$\beta = \frac{-\varphi_{01}}{\varphi_{00} \varphi_{11} - \varphi_{01}^2},$$

$$\varphi_{00} = \int_0^1 \frac{1 - 2\xi + \xi^2}{l(\xi)} d\xi,$$

$$\varphi_{01} = \int_0^1 \frac{-\xi - \xi^2}{l(\xi)} d\xi,$$

$$\varphi_{11} = \int_0^1 \frac{\xi^2}{l(\xi)} d\xi,$$

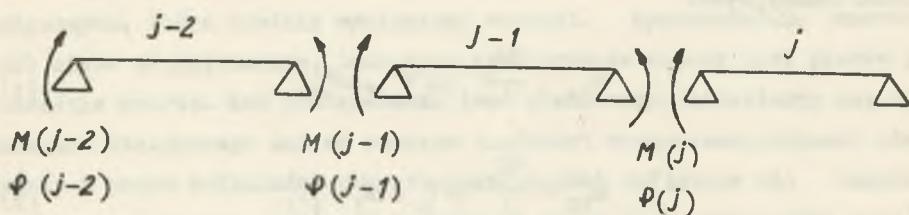
gdzie

$$\xi = \frac{x}{l}; \quad l(\xi) = \frac{J(\xi)}{c}.$$

Biorąc pod uwagę trzy kolejne przęsła belki: $j-1$, j i $j+1$ (rys.2), możemy na podstawie (1) i (2) napisać:

$$M(j-1) = \frac{EJ}{l(j-1)} [\beta(j-1)\varphi(j-2) + \alpha_1(j-1)\varphi(j-1)], \quad (3)$$

$$M(j-1) = \frac{EJ}{l(j)} [\alpha_0(j)\varphi(j-1) + \beta(j)\varphi(j)]. \quad (4)$$



Rys. 2. Podział belki ciągłej na przęsła wydzielone

Porównując prawe strony wzorów (3), (4) i grupując wyrazy dostajemy wyrażenie:

$$\varphi(j) = \frac{1}{a(j)} \varphi(j-1) + b(j) \varphi(j-2), \quad (5)$$

w którym

$$\frac{1}{a(j)} = - \frac{\alpha_1(j-1)}{\beta(j)} \cdot \frac{J_c(j-1)}{J_c(j)} \cdot \frac{1(j)}{1(j-1)} - \frac{\alpha_0(j)}{\beta(j)},$$

$$b(j) = - \frac{\beta(j-1)}{\beta(j)} \cdot \frac{J_c(j-1)}{J_c(j)} \cdot \frac{1(j)}{1(j-1)};$$

Dla $M(0) = 0$ (na podporze skrajnej) otrzymuje się z (4):

$$\frac{1}{a(1)} = - \frac{\alpha_0(1)}{\beta(1)},$$

$$b(1) = 0.$$

Korzystając z wzoru (5) można łatwo wykazać, że gdy

$$d(1) \stackrel{\text{def}}{=} a(1),$$

$$d(j+1) = \frac{a(j)}{1 + a(j) \cdot b(j) \cdot d(j)},$$

to słuszny jest wzór rekurencyjny

$$\varphi(j) = d(j+1) \cdot \varphi(j+1). \quad (6)$$

Wstawiając zależność (6) do wzoru (3) otrzymuje się

$$M(j-1) = - \frac{EJ_c(j-1)}{l(j-1)} \left[\beta(j-1) \cdot d(j-1) \cdot \varphi(j-1) + \alpha_1(j-1) \cdot \varphi(j-1) \right].$$

Wzór na obliczenie zredukowanego współczynnika sztywności utwierdzenia ma zatem postać następującą:

$$\frac{C_o(j)}{E} = \frac{1}{E} \cdot \left| \frac{M(j-1)}{(j-1)} \right| = \left| \frac{J_c(j-1)}{l(j-1)} \cdot \left[\alpha_1(j-1) + \beta(j-1) \cdot d(j-1) \right] \right|. \quad (7)$$

Współczynniki $C_1(j)/E$ obliczono z tego samego wzoru, zmieniając porządek pręseł na odwrotny i zastępując α_1 przez α_o .

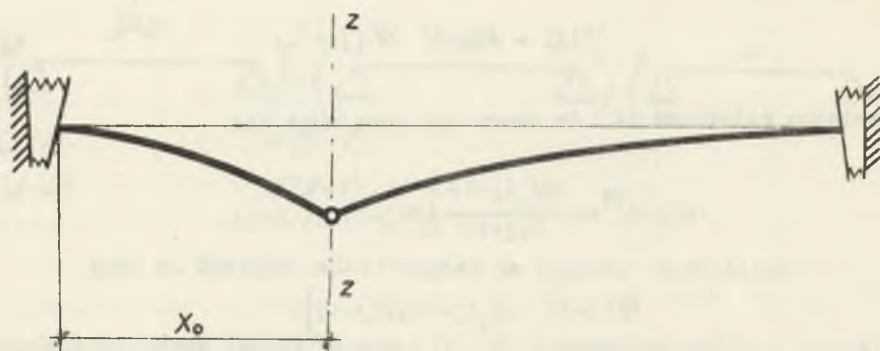
3. Wyznaczenie równania osi odkształconej

W pręśle belki o skokowo zmiennym momencie bezwładności, w punkcie o odciętej x_o wymuszono uogólnione przemieszczenie (rys. 3). Linia osi odkształconej rozбивa się wtedy na dwie gałęzie. Obracamy lewą gałąź dookoła osi z , otrzymując jeden z trzech interesujących nas przypadków (rys. 4). Każdy z nich charakteryzuje się w punkcie x_o dwoma warunkami geometrycznymi i jednym statycznym.

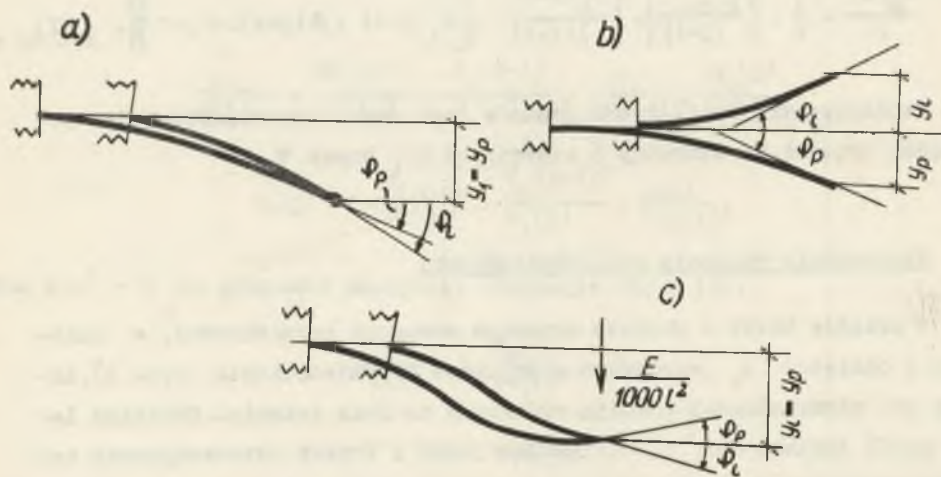
Przypadek a - dla linii wpływowej momentu zginającego:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= y_p \\ \varphi_1 + \varphi_p &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$Q_o = -Q_1. \quad (9)$$



Rys. 3. Uogólnione przemieszczenie w przęśle belki



Rys. 4. Trzy rodzaje uogólnionych przemieszczeń po obrocie jednej gałęzi dookoła osi z

Przypadek b - dla linii wpływowej siły poprzecznej

$$\left. \begin{aligned} -y_1 + y_p &= 1 \\ \varphi_1 + \varphi_p &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$q_0 = -q_1 \quad (11)$$

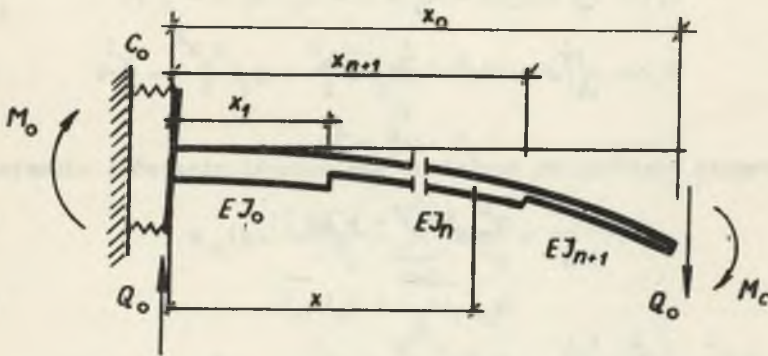
Przypadek c - dla linii wpływowej ugięcia

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= y_p, \\ \varphi_1 + \varphi_p &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$Q_0 + Q_1 = \frac{E}{l^2} \quad (13)$$

Równanie osi odkształconej wyznaczono dla jednej gałęzi (rys. 5) z równania różniczkowego:

$$y'' = - \frac{M(x)}{E J(x)}$$



Rys. 5. Schemat statyczny sprężysto utwierdzonego wspornika o skokowo zmiennym momencie bezwładności

w którym oprócz warunków (8), (10) lub (12) są jeszcze do spełnienia dwa warunki brzegowe, wspólne dla wszystkich przypadków

$$y(0) = 0 \quad (14)$$

$$y'(0) = - \frac{M_0}{C_0} \quad (15)$$

przy czym

$$M_0 = -M_c - Q_0 \cdot x_0,$$

$$(M(x) = -M_c - Q_0(x_0 - x)).$$

Dla każdego n-tego przedziału stałego momentu bezwładności jest

$$y_n' = \frac{1}{E J_n} [F_1(x) + D_n],$$

$$y_n = \frac{1}{E J_n} [F_2(x) + D_n \cdot x + H_n],$$

gdzie

$$F_1(x) = \int M(x) dx = M_c \cdot x + Q_0 \left(x_0 x - \frac{x^2}{2} \right), \quad (16)$$

$$F_2(x) = \iint M(x) dx dx = M_c \cdot \frac{x^2}{2} + Q_0 \left(\frac{x_0 x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \quad (17)$$

Na granicy przedziałów spełniono dwa warunki ciągłości odkształceń

$$y_{n-1}'(x_n) = y_n'(x_n), \quad (18)$$

$$y_{n-1}(x_n) = y_n(x_n). \quad (19)$$

Z warunku (18) otrzymuje się zależność:

$$D_n = F_1(x_n) \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} - 1 \right) + D_{n-1} \cdot \frac{J_n}{J_{n-1}}$$

Gdy będziemy rekurencyjnie podstawiać to wyrażenie w miejsce czynnika D_{n-1} otrzymamy:

$$D_n = F_1(x_n) \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} - 1 \right) + \frac{J_n}{J_{n-1}} \left[F_1(x_{n-1}) \left(\frac{J_{n-1}}{J_{n-2}} - 1 \right) + \right. \\ \left. + \frac{J_{n-1}}{J_{n-2}} \left(\dots + F_1(x_1) \left(\frac{J_1}{J_0} - 1 \right) + D_0 \cdot \frac{J_1}{J_0} \right) \dots \right] =$$

$$\begin{aligned}
 &= F_1(x_n) \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} - \frac{J_n}{J_n} \right) + F_1(x_{n-1}) \left(\frac{J_n}{J_{n-2}} - \frac{J_n}{J_{n-1}} \right) + \\
 &+ F_1(x_{n-2}) \left(\frac{J_n}{J_{n-3}} - \frac{J_n}{J_{n-2}} \right) + \dots + F_1(x_1) \left(\frac{J_n}{J_0} - \frac{J_n}{J_1} \right) + D_0 \cdot \frac{J_n}{J_0}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Ponieważ z (15) jest

$$F_1(0) + D_0 = (M_0 + Q_0 x_0) \cdot \frac{E J_0}{C_0},$$

można po wykorzystaniu wyrażenia (16) wzór (20) przedstawić w postaci

$$D_n = M_c^* \cdot W_{D1}(n) + Q_0^* \cdot W_{D2}(n). \quad (21)$$

gdzie

$$M_c^* = \frac{1}{E} \cdot M_c,$$

$$Q_0^* = \frac{1}{E} \cdot Q_0,$$

$$W_{D1}(n) = \frac{J_n}{1 \cdot C_0} - \sum_{k=1}^n \xi_k \left(\frac{J_n}{J_k} - \frac{J_n}{J_{k-1}} \right),$$

$$W_{D2}(n) = \xi_0 \cdot \frac{J_n}{1 \cdot C_0^*} - \sum_{k=1}^n \left(\xi_0 \xi_k - \frac{\xi_k^2}{2} \right) \left(\frac{J_n}{J_k} - \frac{J_n}{J_{k-1}} \right),$$

$$C_0^* = \frac{C_0}{E}.$$

Z warunku (19) mamy

$$H_n = F_2(x_n) \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} - 1 \right) + x_n \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} D_{n-1} - D_n \right) + \frac{J_n}{J_{n-1}} \cdot H_{n-1}.$$

Postępując podobnie jak poprzednio, otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 H_n &= F_2(x_n) \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} - 1 \right) + \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} D_{n-1} x_n - D_n x_n \right) + \frac{J_n}{J_{n-1}} \left[\left(\frac{J_n}{J_{n-2}} - 1 \right) F_2(x_{n-1}) + \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{J_{n-1}}{J_{n-2}} D_{n-2} x_{n-1} - D_{n-1} x_{n-1} \right) + \frac{J_{n-1}}{J_{n-2}} \left[\dots + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{J_2}{J_1} \left[\left(\frac{J_1}{J_0} - 1 \right) F_2(x_1) + \left(\frac{J_1}{J_0} D_0 x_1 - D_1 x_1 \right) + \frac{J_1}{J_0} H_0 \right] \dots \right] \right] = \\
 &= \frac{J_n}{J_0} H_0 + \left(\frac{J_n}{J_0} D_0 x_1 - \frac{J_n}{J_1} D_1 x_1 \right) + \dots \\
 &\quad \dots + \left(\frac{J_n}{J_{n-2}} D_{n-2} x_{n-1} - \frac{J_n}{J_{n-1}} D_{n-1} x_{n-1} \right) + \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} D_{n-1} x_n - D_n x_n \right) + \\
 &\quad + \left(\frac{J_n}{J_0} - \frac{J_n}{J_1} \right) F_2(x_1) + \dots + \left(\frac{J_n}{J_{n-2}} - \frac{J_n}{J_{n-1}} \right) F_2(x_{n-1}) + \left(\frac{J_n}{J_{n-1}} - \frac{J_n}{J_n} \right) F_2(x_n).
 \end{aligned}$$

Z (14) jest

$$H_0 = 0$$

zatem po wykorzystaniu wzorów (17) i (21) można określić współczynnik

$$\frac{H_n}{l} = M_c^* \cdot W_{E1}(n) + Q_0^* W_{E2}(n),$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 W_{E1}(n) &= \sum_{k=1}^n \xi_k \left[\frac{J_n}{J_{k-1}} W_{D1}(k-1) - \frac{J_n}{J_k} W_{D1}(k) \right] - \sum_{k=1}^n \frac{\xi_k^2}{2} \left(\frac{J_n}{J_k} - \frac{J_n}{J_{k-1}} \right), \\
 W_{E2}(n) &= \sum_{k=1}^n \xi_k \left[\frac{J_n}{J_{k-1}} W_{D2}(k-1) - \frac{J_n}{J_k} W_{D2}(k) \right] - \\
 &\quad - \sum_{k=1}^n \left(\frac{\xi_0 \xi_k^2}{2} - \frac{\xi_k^3}{6} \right) \left(\frac{J_n}{J_k} - \frac{J_n}{J_{k-1}} \right).
 \end{aligned}$$

Jeśli jeszcze dodatkowo zdefiniuje się funkcje T:

$$T_{KM}(\xi) = W_{D1}(n) + \xi,$$

$$T_{KQ}(\xi) = W_{D2}(n) + \xi_0 \xi - \frac{\xi^2}{2},$$

$$T_{YM}(\xi) = W_{E1}(n) + \xi \cdot W_{D1}(n) + \frac{\xi^2}{2},$$

$$T_{YQ}(\xi) = W_{E2}(n) + \xi \cdot W_{D2}(n) + \frac{\xi_0 \xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{6},$$

to można wyrażenia na kąty obrotu i ugięcia w przedziale n przedstawić w postaciach

$$y'_n(\xi) = \frac{1}{J_n} (M_c^* \cdot T_{KM} + Q_0^* T_{KQ}), \quad (22)$$

$$\frac{y_n(\xi)}{1} = \frac{1}{J_n} (M_c^* \cdot T_{YM} + Q_0^* T_{YQ}). \quad (23)$$

Dla drugiej gałęzi, odwróconej dookoła osi z ważne są te same wzory, jeśli odwróci się porządek elementów $W(n)$, ξ_k i J_n oraz zastąpi się C_0 przez C_1 , Q_0 przez Q_1 , ξ przez $(1-\xi)$ i ξ_0 przez $(1-\xi_0)$.

Dla wyznaczenia niewiadomych M_c^* i Q_0^* wykorzystano warunki (8) do (13). Oznaczając w skrócie dla lewej i prawej gałęzi:

$${}^0 T_{KM}(\xi_0) = t_1^1; \quad {}^1 T_{KM}(1-\xi_0) = t_1^P;$$

$${}^0 T_{KQ}(\xi_0) = t_2^1; \quad {}^1 T_{KQ}(1-\xi_0) = t_2^P;$$

$${}^0 T_{YM}(\xi_0) = t_3^1; \quad {}^1 T_{YM}(1-\xi_0) = t_3^P;$$

$${}^0 T_{YQ}(\xi_0) = t_4^1; \quad {}^1 T_{YQ}(1-\xi_0) = t_4^P;$$

otrzymujemy z odpowiednich układów równań rozwiązania w postaci

$$M_c^* = \frac{\Delta M}{\Delta}, \quad Q_c^* = \frac{\Delta Q}{\Delta},$$

przy czym

$$\Delta = (t_2^1 - t_2^P)(t_3^1 - t_3^P) - (t_1^1 + t_1^P)(t_4^1 + t_4^P),$$

zaś ΔM i ΔQ zależą od przypadku, który jest rozpatrywany. I tak:-
- w przypadku a

$$\Delta M = - (t_4^1 + t_4^P) \cdot J(\xi_0),$$

$$\Delta Q = (t_3^1 - t_3^P) \cdot J(\xi_0),$$

- przypadku b

$$\Delta M = - (t_2^1 - t_2^P) \cdot \frac{J(\xi_0)}{1},$$

$$\Delta Q = (t_1^1 + t_1^P) \cdot \frac{J(\xi_0)}{1},$$

- w przypadku c

$$\Delta M = t_4^P(t_2^1 - t_2^P) + t_2^P(t_4^1 + t_4^P),$$

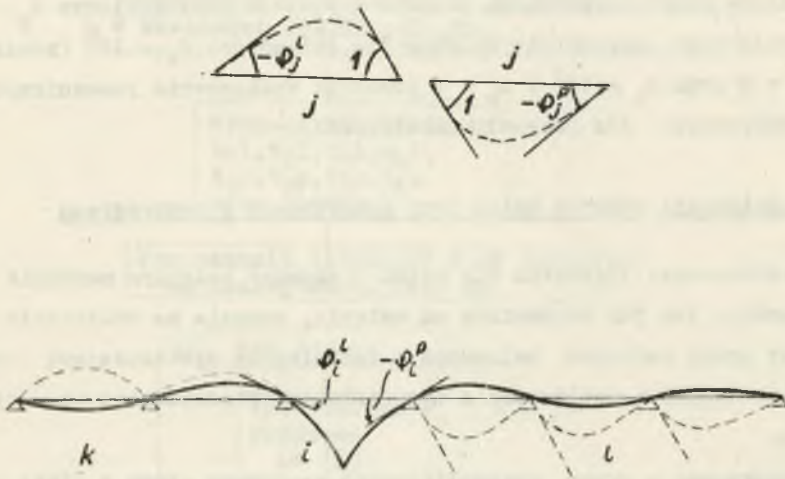
$$\Delta Q = - t_2^P(t_3^1 - t_3^P) - t_4^P(t_1^1 + t_1^P).$$

Mając wyznaczone wartości niewiadomych M_c^* i Q_c^* można już bez trudu w obrębie badanego przęśka znaleźć rzędne osi odkształconej z równania (23).

Gałęzie linii wpływowej na sąsiednich przęsłach wyznacza się następująco:

W pierwszej fazie wyznacza się linie pomocnicze, będące liniami wpływowymi momentu utwierdzenia na jednym i drugim końcu każdego przęsła.

W drugiej fazie poszukuje się kąta obrotu przekroju przypodporowego, który jest współczynnikiem powinowactwa przekształcającym linię pomocniczą w poszukiwaną gałąź linii wpływowej.



Rys. 6. Sposób tworzenia dalszych gałęzi linii wpływowej poza przęsłem z punktem obliczeniowym

Jeśli przez φ_j^l oznaczyć kąt obrotu na lewej podporze pręta j , a przez φ_j^p - na prawej podporze, to współczynnik powinowactwa dla przęsła k położonego po lewej stronie przęsła i (z punktem obliczeniowym) (rys. 6) wynosi

$$P_k = \prod_{j=k+1}^i \varphi_j^l,$$

S

a dla przęsła 1 położonego po prawej stronie przęsła i

$$P_1 = \prod_{j=1}^{l-1} \varphi_j^P$$

4. Opis podprogramu

Syntetyczny schemat blokowy podprogramu do wyznaczenia rzędnych linii wpływowej zadanej wielkości statycznej przedstawiono na rys.7. Wyznaczenie rzędnych obejmuje przęsło z punktem obliczeniowym x_0 . Powtórzenie tego podprogramu kolejno dla sztywności $C_0 = 10^8$ (zamiast ∞) i $x_0 = 0$ oraz $C_1 = 10^8$ i $x_0 = 1$ powoduje wyznaczenie pomocniczych linii wpływowych dla przęseł pozostałych.

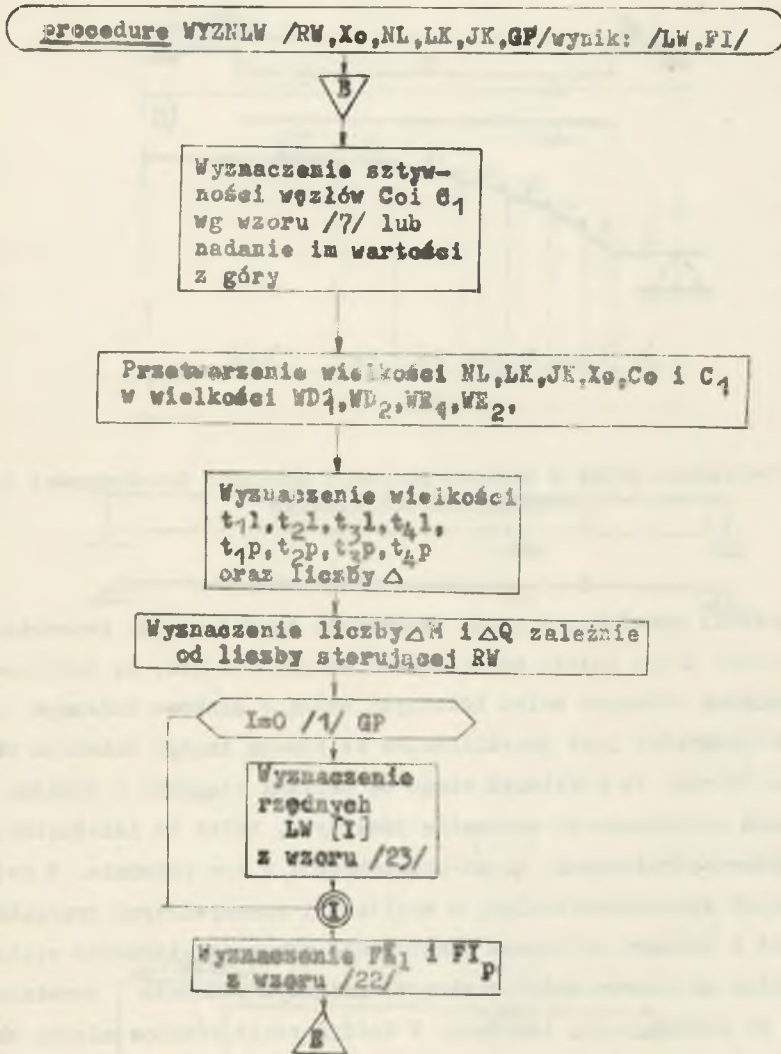
5. Modelowanie różnych belek przy korzystaniu z podprogramu

Zastosowanie algorytmu dla belek o skokowo zmiennym momencie bezwładności, jak już wspomniano na wstępie, pozwala na obliczanie szerokiej grupy ustrojów belkowych z technicznie wystarczającą dokładnością. Niektóre możliwości w tym zakresie przedstawiono na rysunku 8 i 9.

Aproksymacja skosu krzywoliniowego za pomocą skosu o linii schodkowej (rys. 8) daje wyniki obarczone bardzo małym błędem ze względu na to, że funkcja momentu bezwładności podlega tu jedynie całkowaniu we wzorach transformacyjnych (1) i (2). Jeśli tylko przedział Δx jest na tyle mały, że zmiany funkcji ξ^2 i $J(\xi)$ można uważać za liniowe, to na mocy twierdzenia o wartości średniej

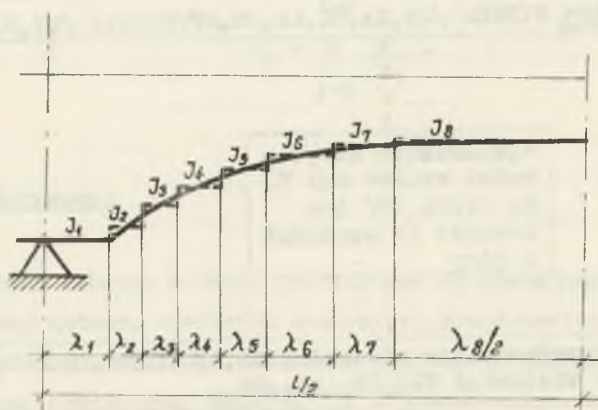
$$\int_x^{x+\Delta x} f(\xi) d\xi = \Delta x \cdot f(\bar{x}), \quad \bar{x} \in (x, x+\Delta x),$$

możemy operować uśrednionym momentem bezwładności na odcinku o długości Δx .



Rys. 7. Syntetyczny schemat blokowy podprogramu dla wyznaczenia rzędnych linii wpływowych

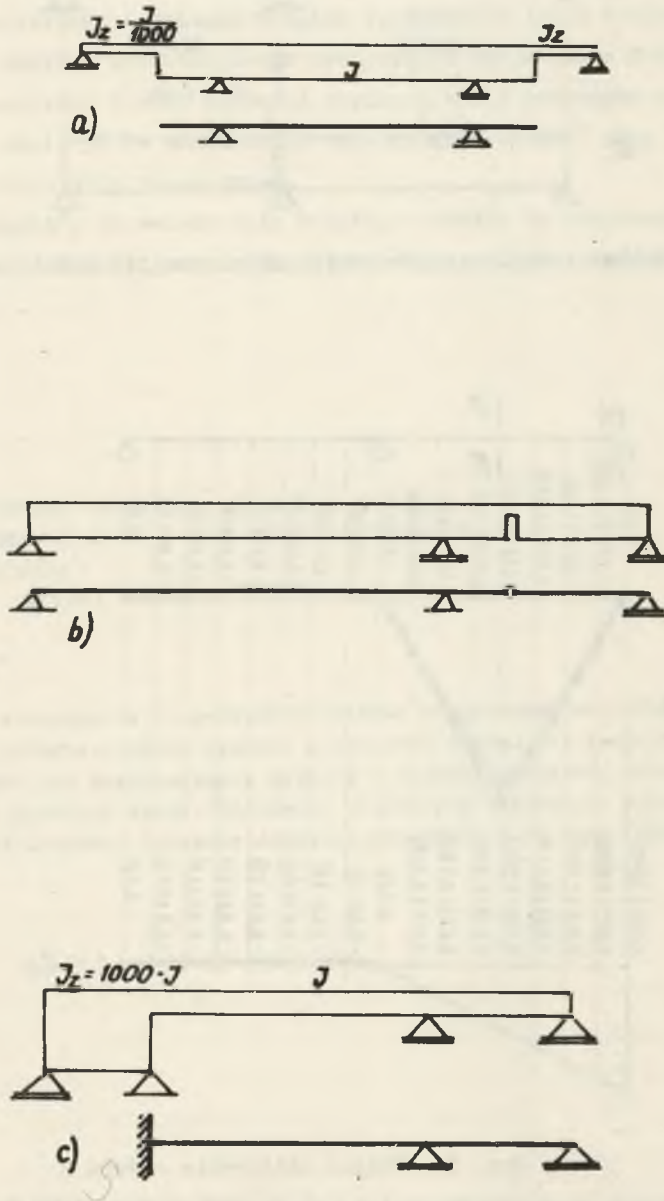
(Parametry podprogramu: RW - rodzaj wielkości, X₀ - odcięta punktu obliczeniowego, NL - liczba odcinków stałego momentu bezwładności, LK - tablica długości odcinków w liczbie NL, JK - tablica momentów bezwładności odcinków w liczbie NL, GP - wymagana gęstość podziału tablicowania linii wpływowej w liczbie GP + 1, FI - tablica dwóch kątów obrotu przy podporach)



Rys. 8. Zastępcza belka o skokowo zmiennym momencie bezwładności przy skosach krzywoliniowych

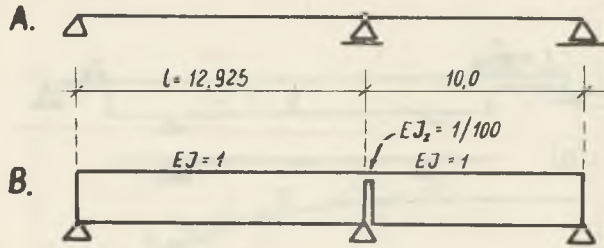
Zagadnienie modelowania belek pokazanych na rysunku 9 przedstawia problem nieco inny. Należy sobie zdawać sprawę z faktu, że proponowane zastąpienie podanych belek idealnych belką o skokowo zmiennym momencie bezwładności jest przybliżeniem za pomocą innego schematu statycznego. Ustroje te w dalszym ciągu są belkami ciągłymi o pewnych jednak cechach zbliżonych do schematów idealnych. Belki te należałoby nazywać quasi-wspornikowymi, quasi-przegubowymi i tym podobnie. W związku z różnymi niedoskonałościami w realizacji rzeczywistych przegubów, utwierdzeń i podparć obliczane konstrukcje wykazują nierzadko większe podobieństwo do modelu belki o skokowo zmiennym momencie bezwładności, niż do modelu belki idealnej. W każdym razie różnice między oboma modelami mogą być praktycznie bez znaczenia. Przedstawiony dalej przykład obliczenia przeprowadzonego przy użyciu omówionego programu pozwoli zorientować się w wielkości tych różnic.

Wyznaczono linie wpływowe belki A przedstawionej na rys. 10A, przy czym zastąpiono ją modelem B przedstawionym na rys. 10B. Na rysunku 11 pokazano linię wpływową momentu zginającego M/Δ w przekroju środ-

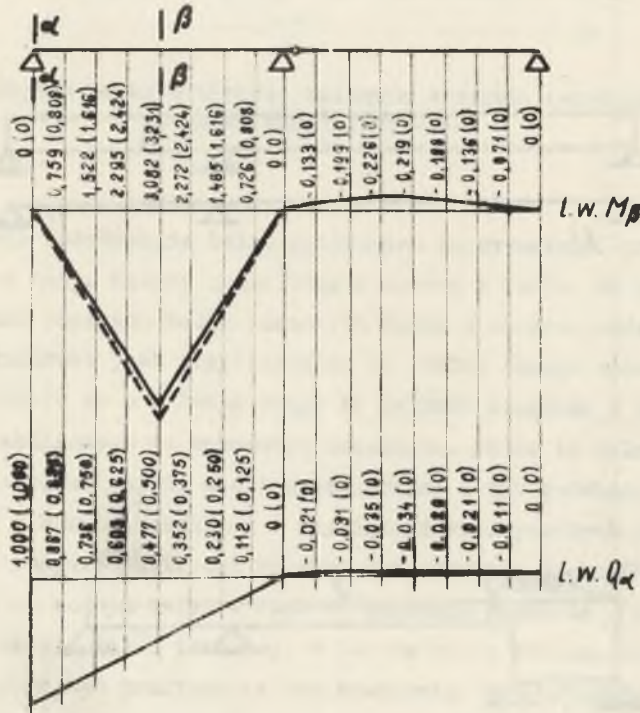


Rys. 9. Zastępcze belki o skokowo zmiennym momencie bezwładności w różnych przypadkach:

a) belki dwuspornikowej, b) belki gerberowskiej, c) belki ciągłej na jednym końcu utwierdzonej



Rys. 10. Belka A obliczana w przykładzie oraz jej model zastępczy B



Rys. 11. Wyniki obliczenia modelu B

Dla porównania linią kreskowaną i w nawiasach podano dokładne wartości dotyczące belki A

kowym oraz linię wpływową siły poprzecznej Q przy podporze. Na wykresach naniesiono i opisano również porównawczo linie dotyczące schematu A. W obrębie interesującego nas przęsła mamy bardzo dobrze zachowany charakter linii, wartości rzędnych zaś w przypadku momentu różnią się o około 5% (w stosunku do największej rzędnej) oraz o około 2% w przypadku siły poprzecznej.

Można sądzić, że zwiększenie różnicy momentów bezwładności w modelu zastępczym dałoby jeszcze mniejsze różnice między obydwooma modelami belki.

НЕПОСРЕДСТВЕННЫЕ НАЗНАЧЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ СКВОЗНЫХ БАЛОК С ПРОИЗВОЛЬНО ПЕРЕМЕННЫМ МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ

Резюме

В работе находится теоретические основы к программе на Э.Ц.В.М., который имеем назначить линии влияния в сквозной балке. Эта балка имеет скачкообразное изменение инерциального момента в концах разделов, которые произвольные по длине балки. Применено кинематический метод назначения уравнений линий влияния. Выведено основное формулы и дано тоже пример исчисления.

DIRECT DETERMINATION OF THE EQUATION OF LINE
OF INFLUENCE FOR CONTINUOUS BEAMS WITH AN ARBITRARILY
VARIABLE MOMENT OF INERTIA

S u m m a r y

Theoretical base for a computer-programm for the determination of influence-lines of the bending moment, the shearing force and the deflection of the continuous beam is presented. The moment of inertia of the beam changes in steps in arbitrarily chosen points of the length. The kinematic method has been used. Fundamental formulas are derived and a numerical example is given.