ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974
Seria: Budownictwo z. 35 Nr kol. 408

Zygfryd Jamicki

ANALIZA UKŁADU MŁOTA MATRYCOWEGO Z FUNDAMENTEM BLOKOWYM, POSADOWIONYM NA WIBROIZOLACJI

Streszczenie. W pracy dokonano doboru zastępczego modelu matematycznego układu: młot - fundament - podłoże gruntowe. Jest nim model utworzony z trzech mas skupionych, więzów sprężystych i tłumiących, zaś chwilową siłę wymuszającą przyjęto w postaci odcinka funkcji sinus. Rozwiązanie równań różniczkowych uzyskano na odpowiednio zbudowanym modelu analogii elektrycznej, po czym dla szeregu przypadków porównano wyniki z wartościami pomierzonymi w naturze. Wykazano, że wymagania normowe dotyczące dopuszczalnych wartości amplitud wychyleń szaboty, bloku i jego skrzyni fundamentowej mogą być spełnione przy zrealizowaniu stosunku $m_2/m_0 \geqslant 200$, gdzie m_0 - masa bijaka, m_2 - masa bloku fundamentowego. Po przyjęciu szeregu założeń upraszczających opracowano przybliżony sposób rozwiązania zagadnienia. W zakończeniu pracy podano przykład liczbowy obliczania fundamentu młota MPM-10.000.

1. Wstęp

Stosowanie wibroizolacji fundamentów pod młoty matrycowe, szczególnie typu ciężkiego, między innymi powoduje, że obliczeniowo wyznaczone parametry ruchu tej konstrukcji nieraz bardzo odbiegają od wartości występujących w naturze.
Badania przeprowadzone przez autora, dot. fundamentów pod młoty MPM-10.000 MPM-2.000, MPM-1000 potwierdzają powyższe spostrzeżenie. Celem pracy jest opracowanie metody obliczeń tego typu fundamentów, której wyniki nie byłyby rozbieżne z doświadczeniem.

2. Dobór modelu matematycznego

Konstrukcja młota matrycowego wraz z fundamentem oraz zalegającym pod nim podłożem gruntowym tworzą ustrój, który wymuszony uderzeniem bijaka w odkuwkę, pracuje w nader złożony sposób; w łańcuchu odkształcalnych brył występują nieliniowe elementy sprężyste i tłumiące. Dlatego też do przeprowadzenia analizy pracy rozpatrywanego układu przyjmujemy szereg założeń upraszczających, wynikających z przeprowadzonych badań doświadczalnych na obiektach naturalnych.

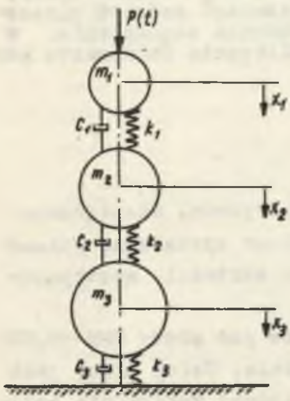
a) Rozpatrujemy młot matrycowy dwustronnego działania z fundamentem blokowym na amortyzatorach sprężynowych. Całość spoczywa wewnątrz skrzyni fundamentowej, posadowionej na podłożu gruntowym.

b) Uderzenie bijaka jest centralne, zaś symetria układu dotyczy usytuowania mas oraz ich sprężystego i tłumiącego podparcia.

c) Szabota, blok i skrzynia fundamentowa są ciałami absolutnie sztywnymi. W sensie fizykalnym są więc bryłami materialnymi o możliwym prostoliniowym, postępowym ruchu. Rolę więzów ruchu poszczególnych mas układu spełnia ciało Kelvina - Voigta.

d) Ze stanu spoczynku, układ wymuszony jest siłą, powstającą podczas uderzenia bijaka w odkuwkę. Analityczny opis zastępczej, chwilowej siły uderzenia bijaka przyjmujemy wg [1].

Poczynione założenia pozwalają zastąpić analizę układu: młot - fundament - podłoże gruntowe analizą stanu kinematycznego modelu dyskretnego o trzech masach skupionych (szabota m_1, blok fundamentowy m_2, skrzynia fundamentowa m_3) i trzech stopniach swobody, w którym nieważkie więzy sprężyste i tłumiące stanowią: wibroizolacja szaboty (k_1, c_1), wibroizolacja bloku fundamentowego (k_2, c_2) oraz podłoże gruntowe (k_3, c_3). Schemat zastępczego modelu obliczeniowego przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Model obliczeniowy układu dyskretnego: młot - fundament - podłoże gruntowe.

Dla przyjętego modelu, ruch wymuszony dyskretnego układu dysypatywnego o trzech masach i tyleż stopniach swobody, opisuje układ równań różniczkowych

$$
\begin{aligned}
& m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 - c_1\dot{x}_2 + k_1x_1 - k_1x_2 = P(t), \\
& m_2\ddot{x}_2 - c_1\dot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_2 - c_2\dot{x}_3 - k_1x_1 + \\
& \qquad + (k_1 + k_2)x_2 - k_2x_3 = 0 \\
& m_3\ddot{x}_3 - c_2\dot{x}_2 + (c_2 + c_3)\dot{x}_3 - k_2x_2 + \\
& \qquad + (k_2 + k_3)x_3 = 0.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Siłę wymuszającą układ do ruchu, równowartą sile uderzenia bijaka w odkuwkę, przyjmujemy w postaci

$$
P(t) = \begin{cases} m_0 \dfrac{v_0 \pi}{t_0} \sin \dfrac{\pi}{t_0} t, & \text{dla } 0 \leq t \leq t_0, \\ 0 & , \text{ dla } \quad t > t_0, \end{cases}
\tag{2}
$$

gdzie:

m_0 - masa części uderzających w odkuwkę,

v_0 - prędkość uderzenia bijaka,

t_0 - czas trwania uderzenia.

3. Opis metody obliczeń

Układ równań różniczkowych (1) rozwiążemy na odpowiednio zbudowanym modelu analogii elektrycznej. Zasady modelowania analogowego i uzyskania rozwiązania przy pomocy elektronicznych maszyn analogowych zostały między innymi omówione w pracach [5, 6]. W tym celu równanie (1) przekształcamy do postaci

$$\ddot{x}_1 = -\frac{1}{m_1}\left[c_1\dot{x}_1 - c_1\dot{x}_2 + k_1x_1 - k_1x_2 - P(t)\right],$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{1}{m_2}\left[-c_1\dot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_2 - c_2\dot{x}_3 - k_1x_1 + (k_1 + k_2)x_2 - k_2x_3\right], \tag{3}$$

$$\ddot{x}_3 = -\frac{1}{m_3}\left[-c_2\dot{x}_2 + (c_2 + c_3)\dot{x}_3 - k_2x_2 + (k_2 + k_3)x_3\right].$$

Poszukiwane parametry ruchu, spełniające układ równań (3), otrzymamy w postaci analogowych wartości elektrycznych (napięcie - V), pomierzonych bądź rejestrowanych odpowiednimi przyrządami. Schemat graficzny modelu analogowego siły wymuszającej oraz układu równań (3) przedstawiono na rys. 2 i 3.

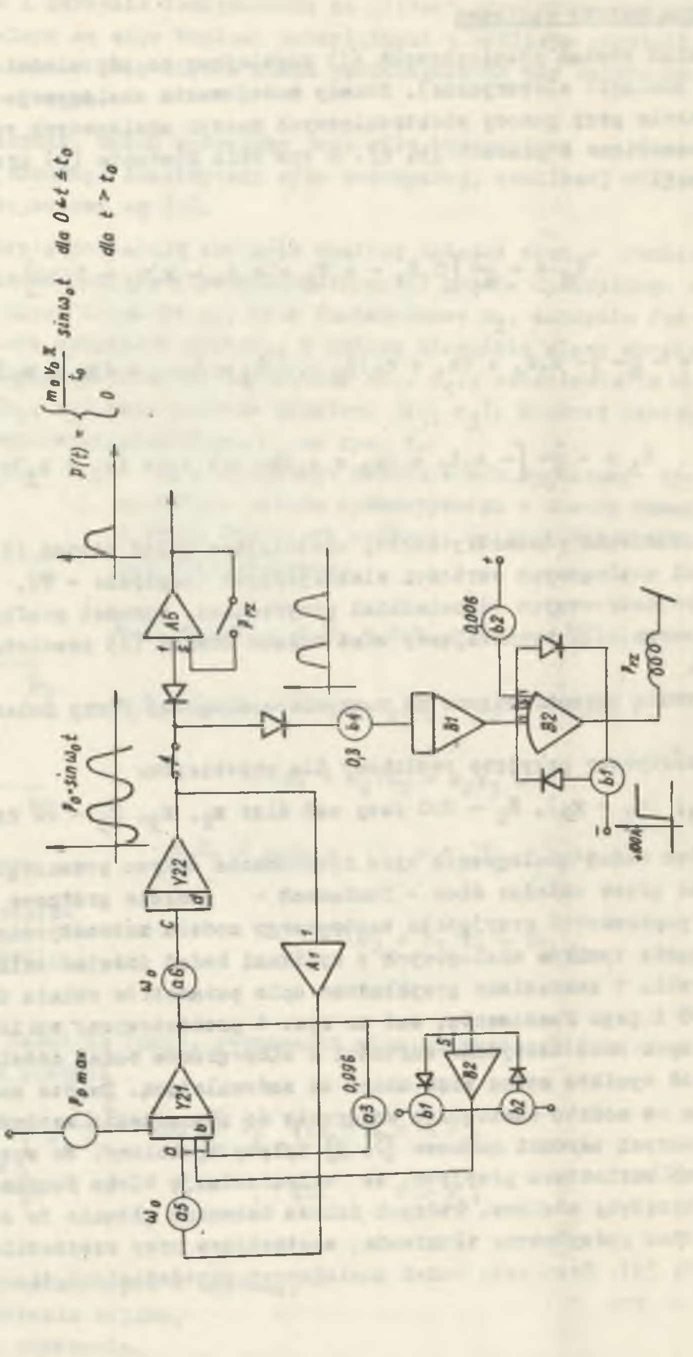
Obliczenia przeprowadzono na maszynie analogowej firmy Solartron, typ TY 1451.

Czas maszynowy przyjęto zwolniony dla przebiegów:

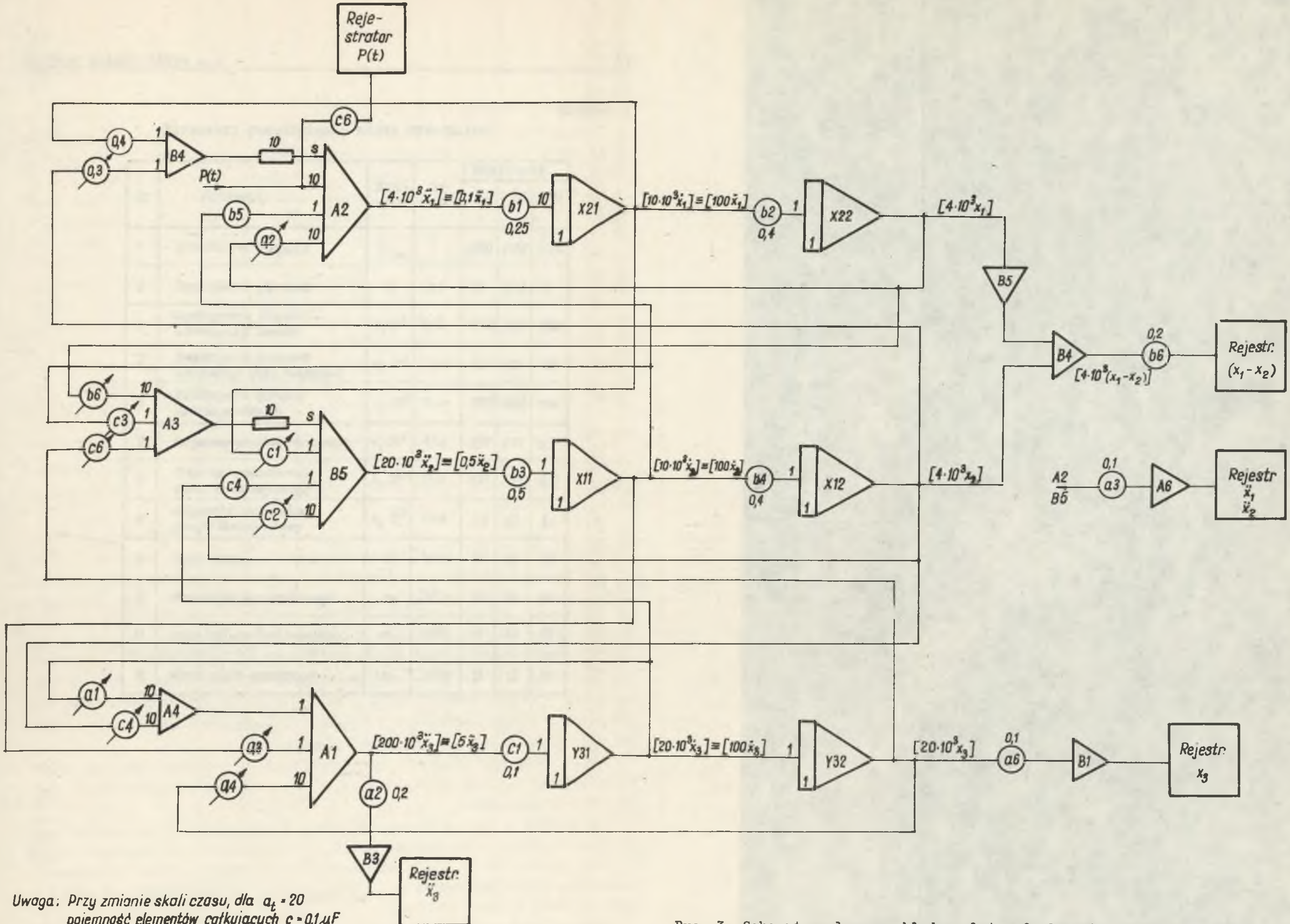
x_1, $\ddot{x}_1$, $(x_1 - x_2)$, $\ddot{x}_2$ - 200 razy zaś dla: x_2, x_3, $\ddot{x}_3$ - 20 razy.

Celem badań analogowych było rozpoznanie wpływu poszczególnych parametrów na pracę układu: młot - fundament - podłoże grutnowe oraz konfrontacja poprawności przyjętego zastępczego modelu matematycznego poprzez porównanie wyników analogowych z wynikami badań doświadczalnych.

W tabl. 1 zestawiono przykładowo opis parametrów układu dla młota MPM -10.000 i jego fundamentu, zaś na rys. 4 przedstawiono wyniki obliczeń analogowych oraz odczytane wartości z wibrogramów badań doświadczalnych. Zgodność wyników można więc uznać za zadowalającą. Dalsza analiza, przeprowadzona na modelu analogowym zmierzała do wyznaczenia wartości parametrów, przy których warunki normowe [2, 3] byłyby spełnione. We wszystkich analizowanych wariantach przyjęto, że wibroizolację bloku fundamentowego stanowią sprężyny stalowe, których doboru dokonano głównie ze względu na nośność oraz podwyższone tłumienie, występujące przy częstotliwości około 3,65 Hz [1]. Rezultaty badań analogowych przedstawiono dla poszczególnych młotów na rys. 5.



Rys. 2. Schemat generatora siły P(t)



Uwaga: Przy zmianie skali czasu, dla $a_t = 20$ pojemność elementów całkujących $c = 0{,}1\,\mu F$

Rys. 3. Schemat analogowy układu: młot - fundament - podłoże gruntowe

Tablica 1

Parametry posadowienia młota MPM-10.000

Lp.	Parametry	Oznaczenie	Jednostki	Wariant 1a	Wariant 2a	Wariant 3a
1	Siła uderzenia bijaka	p_{omax}	T	2750	4750	11700
2	Czas trwania uderzenia	t_0	ms	8	5,72	2
3	Współczynnik tłumienia wibroizolacji szaboty	$c_1 \cdot 10^3$	Ts/m	1350	1350	1350
4	Współczynnik tłumienia wibroizolacji bloku fundament.	$c_2 \cdot 10^2$	Ts/m	135	135	135
5	Współczynnik tłumienia podłoża gruntowego	$c_3 \cdot 10^3$	Ts/m	1350	1350	1350
6	Sztywność posadowienia szaboty	$k_1 \cdot 10^6$	T/m	0,77	0,77	0,77
7	Sztywność posadowienia bloku fundamentowego	$k_2 \cdot 10^4$	T/m	3,31	3,31	3,31
8	Sztywność posadowienia skrzyni fundamentowej	$k_3 \cdot 10^5$	T/m	5,0	5,0	5,0
9	Masa szaboty	m_1	Ts²/m	25	25	25
10	Masa bloku fundamentowego	m_2	Ts²/m	66	66	66
11	Masa skrzyni fundamentowej	m_3	Ts²/m	55	55	55
12	Masa części spadających	m_0	Ts²/m	1,5	1,5	1,5

4. Omówienie wyników badań analogowych

Intensywność wymuszenia układu zastępczą siłą chwilową, opisaną wzorem (2), rzutuje wprost na ekstremalny stan kinematyczny układu: młot - fundament - podłoże gruntowe. Oznacza to, że wartości szczytowe dla: $(x_1 - x_2)$, x_2, x_3 $\ddot{x}_2$, $\ddot{x}_3$ charakteryzujące pracę układu, osiągają swe maksimum przy wymuszeniu największą siłą uderzenia bijaka, tj. dla bardzo krótkotrwałego okresu uderzenia t_o, którego wartości przyjęto na podstawie badań doświadczalnych: dla MPM-10.000, t_{omin} = 2,0 ms, zaś dla MPM-5.000, MPM-2.000 A, MPM-1.000 A, t_{omin} = 2,5 ms. Decydujący wpływ na skrajne wychylenia oraz przyspieszenia bloku fundamentowego ma sztywność wibroizolacji szaboty, k_1, jak i stosunek mas: bloku fundamentowego, m_2, do masy bijaka, m_o. Na wychylenia skrzyni fundamentowej, x_3, rzutuje głównie sztywność jej posadowienia, k_3. Wykazano, że wymagania normowe dotyczące ograniczenia amplitud wychyleń: szaboty, bloku i skrzyni fundamentowej nie sposób uzyskać przy obecnie na ogół realizowanym stosunku $\frac{m_2}{m_o} \simeq 50$, lecz winien on wynosić $\frac{m_2}{m_o} \geqslant 200$. Potrzebną zaś sztywność posadowienia skrzyni fundamentowej uzyskać można poprzez wyraźne powiększenie jej płyty dennej bądź też poprzez zastosowanie polowania. Powyższe wnioski wyraźnie ilustrują wykresy przedstawione na rys. 6.

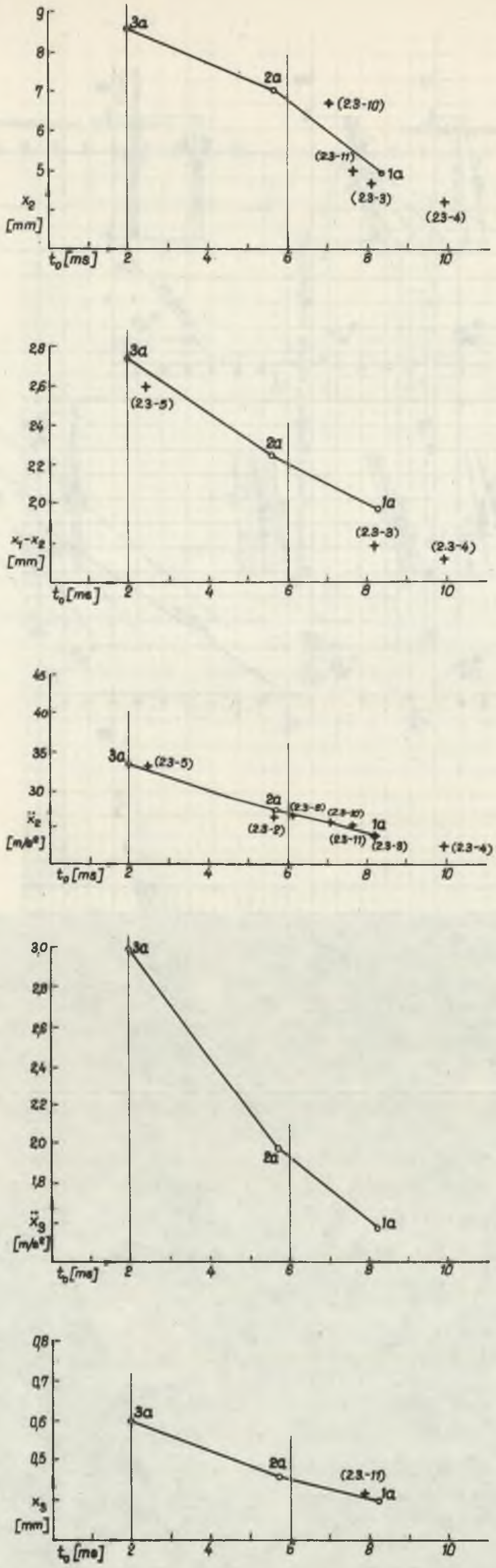
5. Uproszczony sposób rozwiązania zagadnienia

Analizując szczegółowo wyniki badań analogowych jak i badań doświadczalnych, przeprowadzonych w naturze, można było stwierdzić, że wychylenia skrzyni fundamentowej związane są z postępowym ruchem drgającym, odpowiadającym drganiom pionowym bloku fundamentowego. Powyższe spostrzeżenia ilustrują rys. 7 i 8, gdzie przedstawiono przykładowo wykresy pionowych drgań skrzyni fundamentowej otrzymane z obliczeń analogowych (x_3 - wychylenie, $\ddot{x}_3$ - przyśpieszenie ruchu), oraz rys. 9, na którym przedstawi ona wibrogram z pomiarów drgań (W 306 oraz W 309 oznaczają wychylenie oraz przyśpieszenie drgań skrzyni fundamentowej).

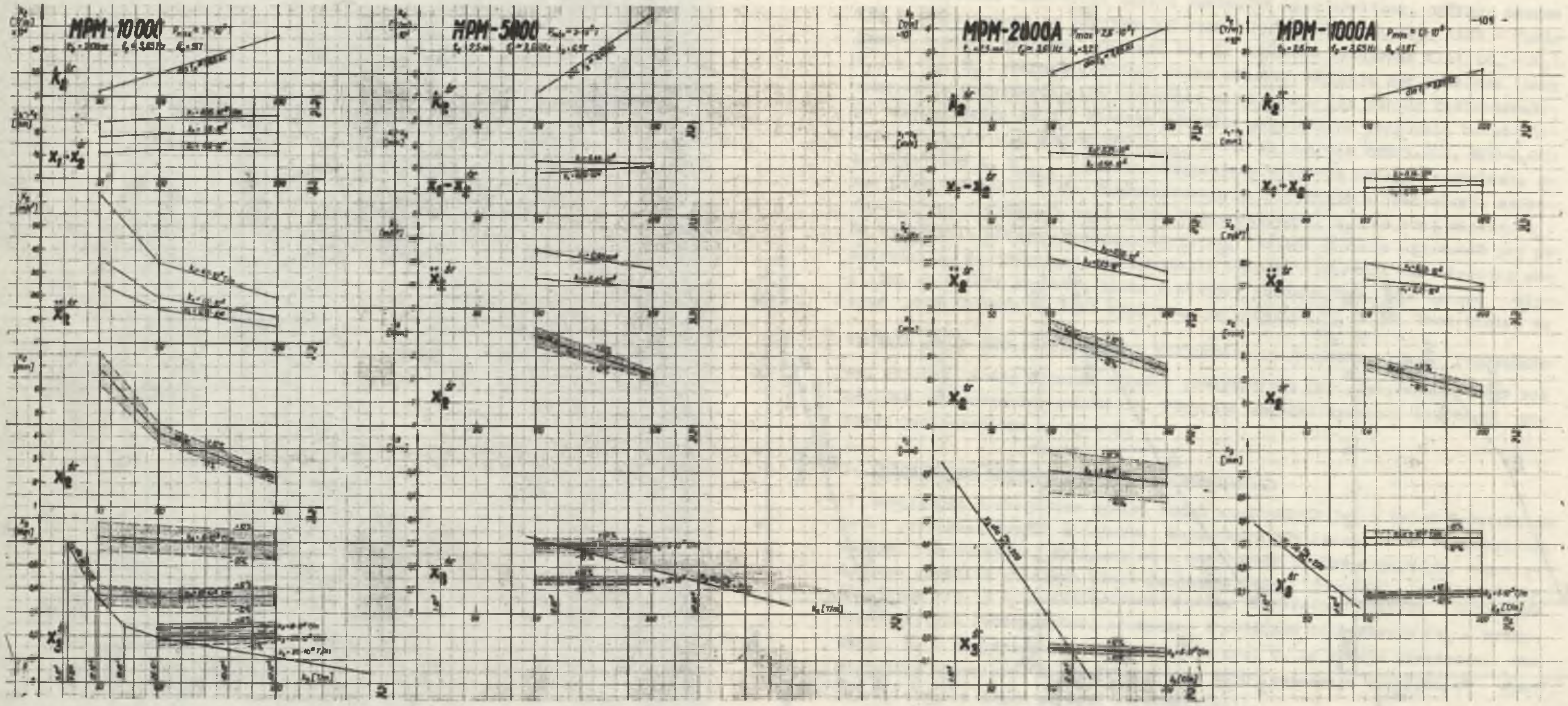
Biorąc nadto pod uwagę, że wychylenia skrzyni fundamentowej są około dziesięciokrotnie mniejsze od wychyleń bloku - można dokonać pewnych uproszczeń obliczeniowych.

Uproszczony model zastępczy zbudujemy, wyodrębniając z poprzednio analizowanego układu, składającego się z trzech mas o trzech stopniach swobody oraz odpowiednich więzach sprężystych i tłumiących - dwa zachowawcze podukłady, z których pierwszy, o dwóch masach, ma dwa stopnie swobody, zaś drugi - jeden stopień swobody.

Pierwszy dyskretny podukład (rys. 10) wymuszony chwilową siłą uderzenia bijaka tworzą: szabota (m_1), blok fundamentowy (m_2) oraz więzy sprężyste szaboty (k_1) i bloku (k_2). Masę skrzyni fundamentowej traktujemy w tym podukładzie jako nieskończenie wielką. Brak jest więzów tłumiących ($c_1 = c_2 = 0$).



Rys. 4. MPM-10.000. Wykresy skrajnych wartości: x_2, $(x_1 - x_2)$, x_2, x_3 i x_3 dla war. 1a - 2a - 3a. "+" - wartości pomierzone na obiekcie naturalnym



Rys. 5. Parametry posadowienia młotów MPM-10.000, MPM-5.000, MPM-2000 A, MPM-1000 A.

Oznaczenia:

k_1 - sztywność wibroizolacji szaboty,

k_2 - sztywność wibroizolacji bloku fundamentowego,

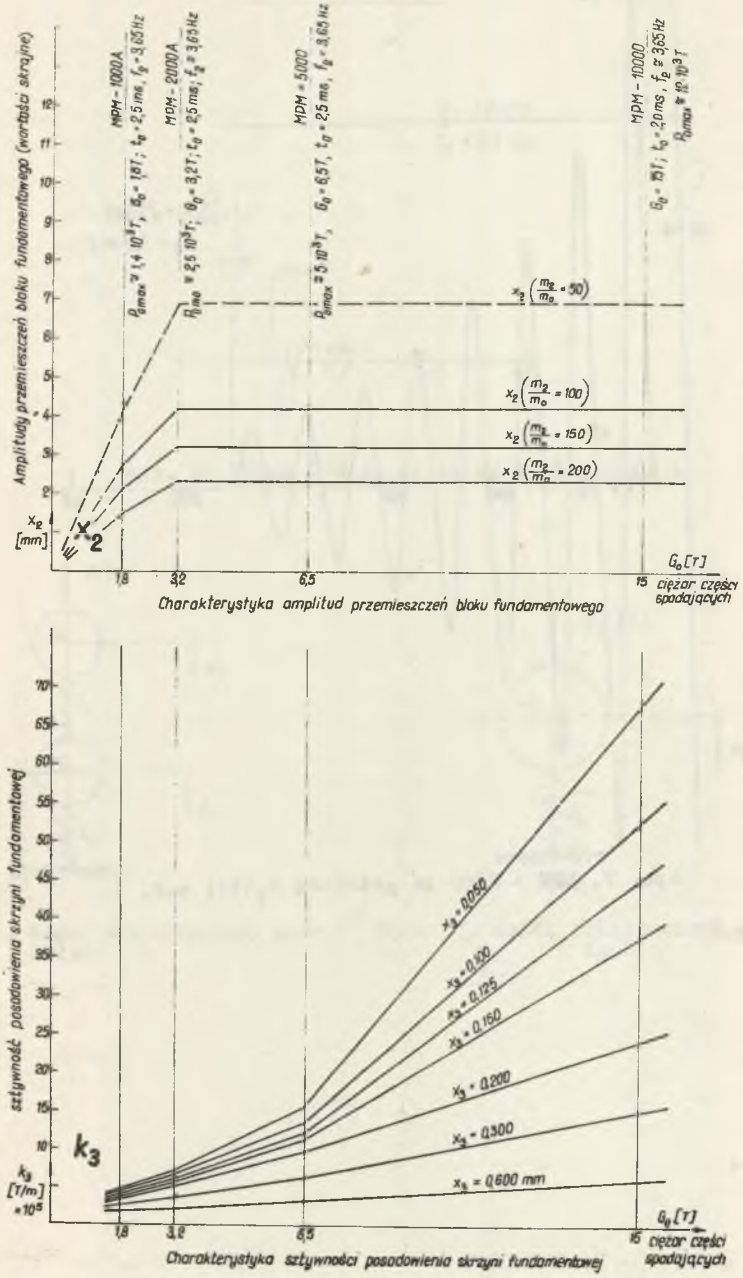
k_3 - sztywność posadowienia skrzyni fundamentowej,

$(x_1-x_2)^{śr}$ - skrajna wartość przemieszczenia szaboty względem bloku,

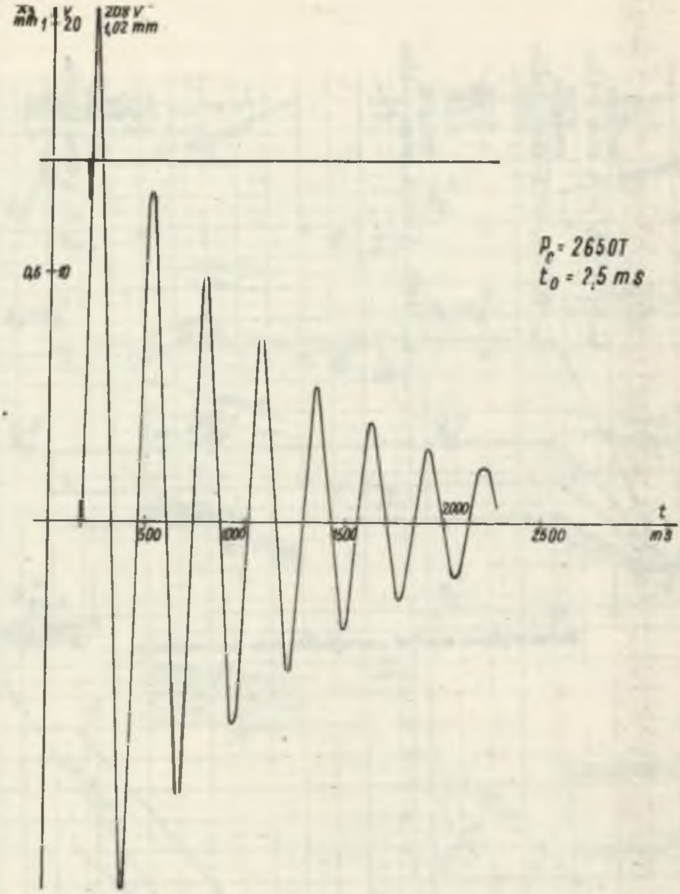
$x_2^{śr}$ - skrajna wartość przemieszczenia bloku fundamentowego,

$x_3^{śr}$ - skrajna wartość przemieszczenia skrzyni fundamentowej,

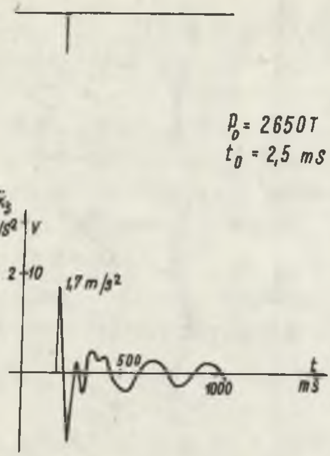
$\ddot{x}_2^{śr}$ - skrajna wartość przyśpieszenia bloku fundamentowego



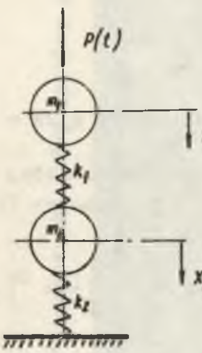
Rys. 6. Charakterystyka posadowienia młotów średnich i ciężkich dla pojedynczego uderzenia siłą $P(t)_{max}$



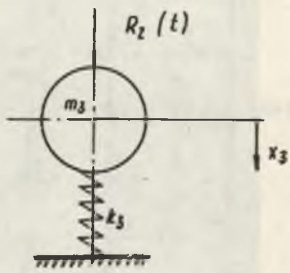
Rys. 7. MPM - 2000 A; przebieg $x_3(t)$; war. 1



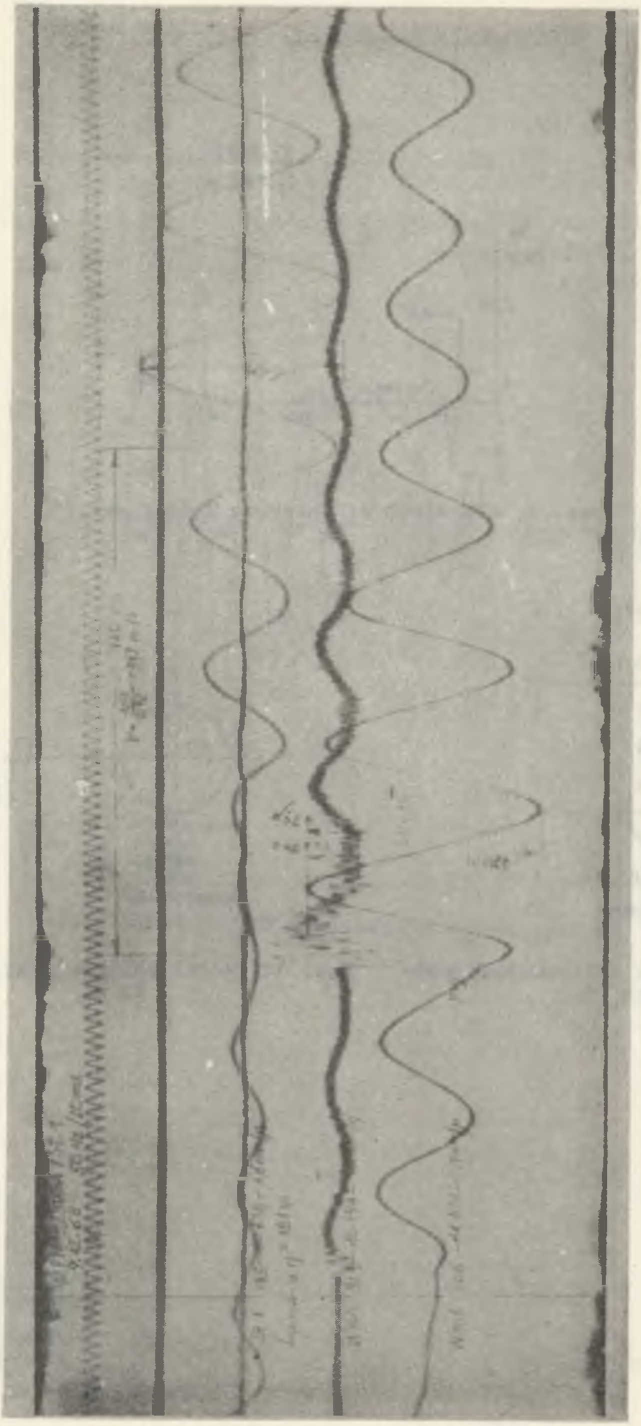
Rys. 8. MPM - 200 A; przebieg $\ddot{x}_3(t)$; war. 1



Rys. 10. Model obliczeniowy podukładu 1.



Rys. 11. Model obliczeniowy podukładu 2.



Rys. 9. MPM – 2000A. Wibrogramy drgań skrzyni fundamentowej (W 306, W 309)

Drugi dyskretny podukład (rys. 11) tworzy skrzynia fundamentowa o masie m_3, wymuszona siłą sprężystości wibroizolacji bloku fundamentowego. Podłoże gruntowe posiada wyłącznie więzy sprężyste k_3 ($c_3 = 0$).

Dalsze uproszczenia polegają na spostrzeżeniu, że skrajne wychylenia szaboty **względem bloku fundamentowego ($x_1 - x_2$) oraz przyśpieszenie bloku fundamentowego ($\ddot{x}_2$) związane są głównie z ruchem o częstości ω_1, gdzie $\omega_1 > \omega_2$. Przyśpieszenia skrzyni fundamentowej $\ddot{x}_3$, z uwagi na małe wartości, nie będą przedmiotem obliczeń.**

Po uwzględnieniu poczynionych założeń upraszczających, układ równań (1) sprowadzamy więc do dwóch rozsprzężonych podukładów

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_1x_2 &= P(t), \\ m_2\ddot{x}_2 - k_1x_1 + (k_1 + k_2)x_2 &= 0, \end{aligned} \tag{4}$$

oraz

$$m_3\ddot{x}_3 + (k_2 + k_3)x_3 = R_2(t), \tag{5}$$

gdzie:

$R_2(t)$ – siła sprężystości wibroizolacji bloku fundamentowego.

Kwadraty częstości drgań własnych układu jednorodnego, przynależnego do równań (4) wynoszą

$$\left[\omega_{1,2}\right]^2 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{k_1+k_2}{m_2} + \frac{k_1}{m_1}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{k_1+k_2}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{k_1}{m_1}\right)^2 + 2\,\frac{(k_1-k_2)k_1}{m_1\,m_2}}\,\right]. \tag{6}$$

Drgania własne opisują równania

$$\begin{aligned} x_1^*(t) &= (a_{11}\cos\omega_1t + a_{12}\sin\omega_1t) + (a_{13}\cos\omega_2t + a_{14}\sin\omega_2t), \\ x_2^*(t) &= \mu_{21}(a_{11}\cos\omega_1t + a_{12}\sin\omega_1t) + \mu_{23}(a_{13}\cos\omega_2t + a_{14}\sin\omega_2t), \end{aligned} \tag{7}$$

gdzie

$$\begin{aligned} \mu_{21} &= \frac{k_1 - m_1\omega_1^2}{k_1}, \\ \mu_{23} &= \frac{k_1 - m_1\omega_2^2}{k_1}. \end{aligned} \tag{8}$$

Drgania wymuszone mogą występować jedynie w okresie czasu trwania wymuszenia układu siłą P(t), tj. dla $0 \leqslant t \leqslant t_o$. Poza tym przedziałem, dla narastającego czasu t, układ może wykonywać wyłącznie swobodny, nietłumiony ruch drgający.

Rozwiązania szczególne układu niejednorodnego (4) znajdujemy metodą Lagrange'a [4]. Uzmienione stałe całkowania opisane są równaniami

$$\begin{aligned} a_{11}(t) &= - B_1 \sin \omega_1 t_o, \\ a_{12}(t) &= B_1(1 + \cos \omega_1 t_o), \\ a_{13}(t) &= B_2 \sin \omega_2 t_o, \\ a_{14}(t) &= - B_2(1 + \cos \omega_2 t_o), \end{aligned} \tag{9}$$

gdzie

$$B_1 = \frac{m_o v_o \omega_o^2}{m_1 \omega_1(\omega_o^2 - \omega_1^2)} \cdot \frac{\mu_{23}}{(\mu_{23} - \mu_{21})}, \tag{10}$$

$$B_2 = \frac{m_o v_o \omega_o^2}{m_1 \omega_2(\omega_o^2 - \omega_2^2)} \cdot \frac{\mu_{21}}{(\mu_{23} - \mu_{21})},$$

oraz

$\omega_o = \frac{\pi}{t_o}$,

$v_o = \sqrt{\frac{2 E_o g}{G_o}}$,

G_o, m_o – ciężar i masa bijaka,

E_o – energia uderzenia bijaka.

Całki szczególne układu niejednorodnego (4) zapiszemy więc w postaci

$$\begin{aligned} x_1^{**}(t) &= - B_1 \sin \omega_1 t_o \cos \omega_1 t + B_1(1 + \cos \omega_1 t_o) \sin \omega_1 t + \\ &+ B_2 \sin \omega_2 t_o \cos \omega_2 t - B_2(1 + \cos \omega_2 t_o) \sin \omega_2 t, \\ x_2^{**}(t) &= \mu_{21}\left[- B_1 \sin \omega_1 t_o \cos \omega_1 t + B_1(1 + \cos \omega_1 t_o) \sin \omega_1 t\right] + \\ &+ \mu_{23}\left[B_2 \sin \omega_2 t_o \cos \omega_2 t - B_2(1 + \cos \omega_2 t_o) \sin \omega_2 t\right]. \end{aligned} \tag{11}$$

Stałe całkowania: a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, występujące w równaniach (7), wyznaczamy z warunków początkowych, tj. dla chwili $t = t_o$, przy założeniu, że funkcje $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$ są ciągłe wraz z pierwszymi pochodnymi, zaś drugie pochodne są przedziałami ciągłe.

$$x_1^{**}(t)\Big|_{t=t_0} = x_1^{*}(\tau)\Big|_{\tau=0}, \qquad \dot{x}_1^{**}(t)\Big|_{t=t_0} = \dot{x}_1^{*}(\tau)\Big|_{\tau=0},$$
$$x_2^{**}(t)\Big|_{t=t_0} = x_2^{*}(\tau)\Big|_{\tau=0}, \qquad \dot{x}_2^{**}(t)\Big|_{t=t_0} = \dot{x}_2^{*}(\tau)\Big|_{\tau=0}. \tag{12}$$

W wyniku otrzymujemy

$$a_{11} = B_1 \sin \omega_1 t_0, \tag{13}$$
$$a_{12} = B_1(1 + \cos \omega_1 t_0),$$
$$a_{13} = - B_2 \sin \omega_2 t_0,$$
$$a_{14} = - B_2(1 + \cos \omega_2 t_0).$$

Swobodny ruch drgający układu dyskretnego dla $\tau > 0$ opisują równania

$$x_1^{*}(\tau) = B_1\left[\sin \omega_1(t_0 + \tau) + \sin\omega_1\tau_1\right] - B_2\left[\sin \omega_2(t_0 + \tau) + \sin \omega_2\tau\right],$$
$$x_2^{*}(\tau) = \mu_{21}B_1\left[\sin \omega_1(t_0 + \tau) + \sin \omega_1\tau\right] - \mu_{23}B_2\left[\sin \omega_2(t_0 + \tau) + \sin\omega_2\tau\right], \tag{14}$$
$$\tau = t - t_0.$$

Uwzględniając to, że funkcje $\sin \omega_1\tau$ oraz $\sin \omega_2\tau$ osiągają ekstremalne wartości dla $\tau \gg t_0$, przeto równania (14) możemy uprościć do postaci

$$x_1^{*}(\tau) = 2 B_1 \sin \omega_1\tau - 2 B_2 \sin \omega_2\tau,$$
$$x_2^{*}(\tau) = 2 \mu_{21} B_1 \sin \omega_1\tau - 2 \mu_{23} B_2 \sin \omega_2\tau. \tag{15}$$

Zgodnie z poczynionymi uwagami na początku p. 5, otrzymujemy przybliżone wyrażenia

- na przemieszczenia szaboty względem bloku

$$x_1^*(\tau) - x_2^*(\tau) \simeq 2\, B_1(1 - \mu_{21}) \sin \omega_1\tau \tag{16}$$

- na przemieszczenia bloku fundamentowego

$$x_2^*(\tau) \simeq 2\, \mu_{21}\, B_1 \sin \omega_1\tau - 2\mu_{23}\, B_2 \sin \omega_2\tau, \tag{17}$$

- na prześpieszenia bloku fundamentowego

$$\ddot{x}_2(\tau) \simeq - 2\, \mu_{21}\, \omega_1^2\, B_1 \sin \omega_1\tau\,. \tag{18}$$

W równaniu (5), opisującym ruch skrzyni fundamentowej, przyjmujemy wymuszającą siłę sprężystości w postaci

$$R_2(\tau) = x_2^*(\tau).\, k_2. \tag{19}$$

Rozwiązanie równania (5) poszukujemy wyłącznie w postaci całki szczególnej

$$x_3^{**}(\tau) = a_{32} \sin \omega_2\tau. \tag{20}$$

Uwzględniając $x_2^*(\tau)$ według zapisu (15), otrzymujemy

$$x_3^{**}(\tau) = - 2\, \mu_{23} B_2 \frac{k_2}{(k_2+k_3) - m_3\omega_2^2} \sin \omega_2\tau. \tag{21}$$

Równanie (21) opisuje ruch wymuszony skrzyni fundamentowej.

6. Przykład liczbowy

Charakterystyczne dane techniczne młota MPM-10.000 oraz przyjęte parametry jego posadowienia, przedstawiono w tablicy 2.
Aby układ analogowy pracował w zakresie korzystnych napięć, przekształcono równanie (3) do postaci

$$\left[0,1\ddot{x}_1\right] = - 0,104\left[50\dot{x}_1\right] + 0,104\left[50\dot{x}_2\right] - 1,00\left[4\,.\,10^3 x_1\right] +$$
$$+ 1,00\left[4\,.\,10^3 x_2\right] + 46,8(t),$$

Tablica 2

Przykład. Parametry posadowienia młota MPM-10000

Lp.	Parametry	Oznaczenie	Jednostka	Wartość	Uwagi
1	Energia uderzenia bijaka	E_0	Tm	19	
2	Masa bijaka	m_0	Ts^2/m	1,5	
3	Min. czas trwania uderzenia	t_0	ms	2,0	
4	Prędkość uderzenia bijaka	v_0	m/s	5,0	
5	Chwilowa siła uderzenia	$P_{0,max}$	T	11700	
6	Masa szaboty	m_1	$T\cdot s^2/m$	25	
7	Masa bloku fundamentowego	m_2	$T\cdot s^2/m$	300	wg rys. 5
8	Masa skrzyni fundamentowej	m_3	$T\cdot s^2/m$	300	wg rys. 5
9	Sztywność posadowienia szaboty	k_1	T/m	$1{,}0\cdot 10^4$	wg rys. 5
10	Sztywność posadowienia bloku fundamentowego	k_2	T/m	$17\cdot 10^4$	wg rys. 5
11	Sztywność posadowienia skrzyni fundamentowej	k_3	T/m	$45\cdot 10^4$	wg rys. 5
12	Logarytmiczny dekrement tłumienia drgań szaboty	Δ_1	–	0,9	
13	Logarytmiczny dekrement tłumienia drgań bloku fundam.	Δ_2	–	0,4	
14	Logarytmiczny dekrement tłumienia drgań skrzyni fundam.	Δ_3	–	1,2	

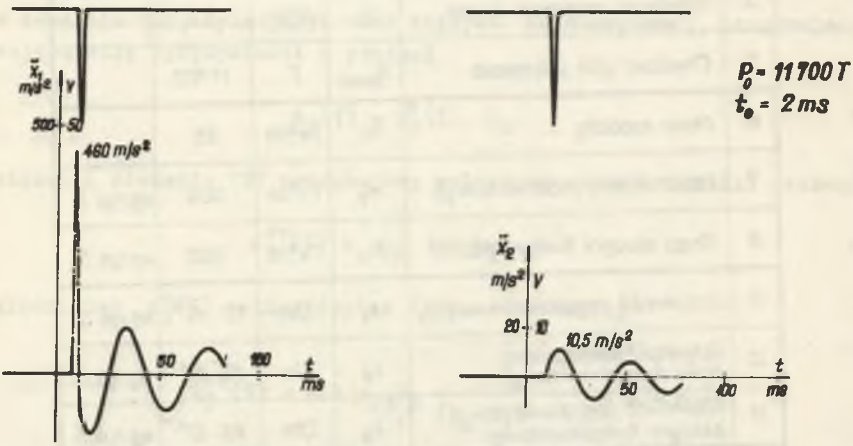
$$[0{,}5\ddot{x}_2] = +\ 0{,}0433\,[50\dot{x}_1] - 0{,}0733\,[50\dot{x}_2] + 0{,}015\,[100\dot{x}_3] + 0{,}4167\,[4\ .\ 10^3x_1] +$$

$$-\ 0{,}4875\,[4\ .\ 10^3x_2] + 0{,}0133\,[2\ .\ 10^4x_3],$$

$$[5\ddot{x}_3] = +\ 0{,}300\,[50\dot{x}_2] - 1{,}400\,[100\dot{x}_3] + 0{,}7083\,[4\ .\ 10^3x_2] +$$

$$-\ 3{,}891\,[2\ .\ 10^4x_3].$$

Otrzymane rozwiązania graficzne z obliczeń analogowych przedstawiono na rys. 12, 13, 14.



Rys. 12. Przykład MPM-1000; przebieg $\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t)$

Obliczenia według przybliżonej metody p. 5 podano poniżej. Częstości drgań własnych układu o dwóch stopniach swobody wynoszą

$$[\omega_{1,2}]^2 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1{,}0\ .\ 10^6 + 0{,}17\ .\ 10^6}{300} + \frac{1{,}0\ .\ 10^6}{25}\right) \pm\right.$$

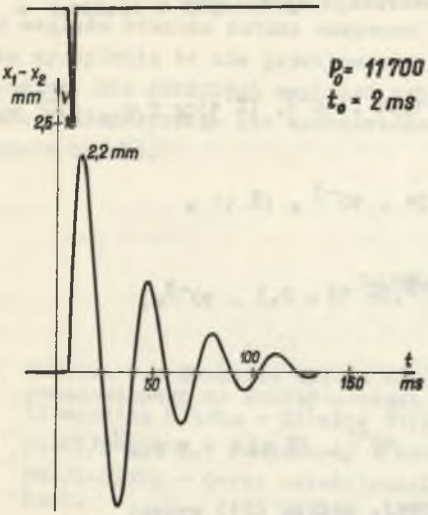
$$\pm\sqrt{\left(\frac{1{,}0\ .\ 10^6 + 0{,}17\ .\ 10^6}{300}\right)^2 + \left(\frac{1{,}0\ .\ 10^6}{25}\right)^2 +}$$

$$\overline{+\ 2\,\frac{(1{,}0\ .\ 10^6 - 0{,}17\ .\ 10^6\ .\ 1{,}0\ .\ 10^6}{25\ .\ 300}}\Bigg] = \begin{cases} 43\ 400 \\ 500. \end{cases}$$

Stąd

ω_1 = 208 rad/s, f_1 = 33,1 Hz,

ω_2 = 22,4 rad/s, f_2 = 3,6 Hz.



Rys. 13. Przykład MPM-1000; przebieg $x_1(t) - x_2(t)$

Współczynniki drgań własnych, według (8), wynoszą

$$\mu_{21} = \frac{1,0 \cdot 10^6 - 25 \cdot 43400}{1,0 \cdot 10^6} = -0,085$$

$$\mu_{23} = \frac{1,0 \cdot 10^6 - 25 \cdot 500}{1,0 \cdot 10^6} = +0,987.$$

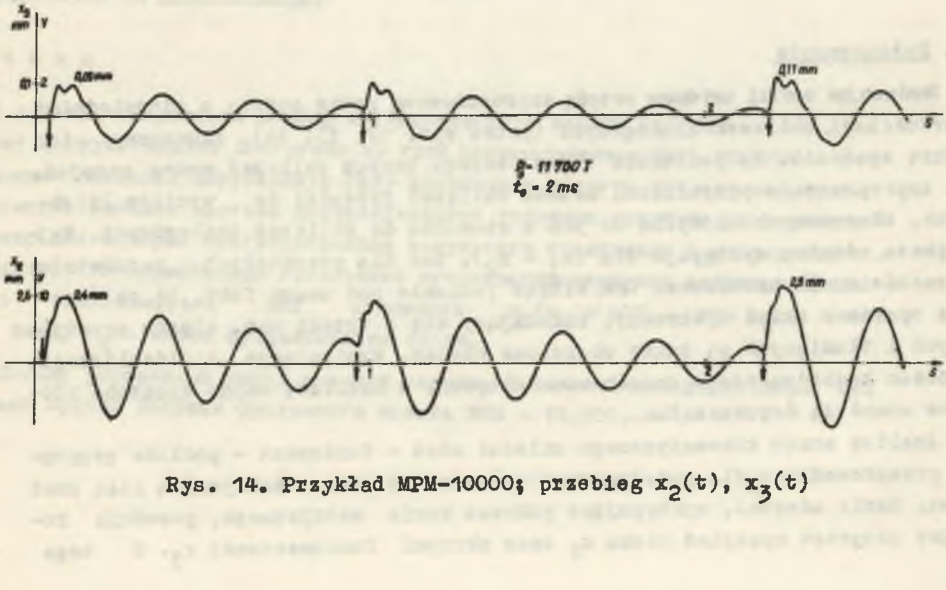
Stałe całkowanie B_1 oraz B_2 wynoszą dla

$$\omega_0 = \frac{\pi}{0,002} = 1570 \text{ rad/s},$$

$$v_0 = 5,0 \text{ m/s}:$$

$$B_1 = \frac{1,5 \cdot 5,0 \cdot 1570^2}{25.208\,(1570^2 - 208^2)} \cdot \frac{0,987}{0,987 + 0,085} = 1,34 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$B_2 = \frac{1.5 \cdot 5.0 \cdot 1570^2}{25 \cdot 22,4\,(1570^2 - 22,4^2)} \cdot \frac{-0,085}{0,987 + 0,085} = -1,06 \cdot 10^{-3} \text{m}.$$



Rys. 14. Przykład MPM-10000; przebieg $x_2(t)$, $x_3(t)$

Skrajne wychylenia szaboty i bloku fundamentowego wyznaczymy w oparciu o wzory (16) i (17).

$$\left[x_1^*(\tau) - x_2^*(\tau)\right]_{max} = 2 \cdot 1{,}085 \cdot 1{,}34 \cdot 10^{-3} \cdot (\pm 1) \simeq 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m},$$

$$\left[x_2^*(\tau)\right]_{max} = 2 \cdot 0{,}085 \cdot 1{,}34 \cdot 10^{-3} \cdot (\pm 1) +$$

$$+ 2 \cdot 0{,}987 \cdot 1{,}06 \cdot 10^{-3} \cdot (\pm 1) = 2{,}3 \cdot 10^{-3}\mathrm{m},$$

zaś amplitudy przyśpieszeń bloku wg (18)

$$\left[\ddot{x}_2^*(\tau)\right]_{max} = 2 \cdot 0{,}085 \cdot 43400 \cdot 1{,}34 \cdot 10^{-3} \cdot (\pm 1) = 9{,}9\ \mathrm{m/s^2}.$$

Amplituda przemieszczeń skrzyni fundamentowej, według (21) wynosi

$$\left[x_3^{**}(\tau)\right]_{max} = + 2 \cdot 0{,}987 \cdot 1{,}06 \cdot 10^{-3} \frac{1{,}7 \cdot 10^5}{(1{,}7 + 45) \cdot 10^5 - 300 \cdot 500} \cdot$$

$$\cdot (\pm 1) = 0{,}078 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}.$$

7. Podsumowanie

Porównując wyniki uzyskane metodą zaproponowaną przez autora z odpowiednimi wartościami obliczeń analogowych (patrz rys. 12, 13, 14), zauważamy ich dobrą zgodność. Na podstawie także szeregu innych obliczeń można przyjąć, że zaproponowana przybliżona metoda obliczeń prowadzi do wyników liczbowych, obarczonych odchyłką do 32% w stosunku do obliczeń analogowych. Największa różnica występuje dla $(x_1 - x_2)$, zaś dla pozostałych parametrów w zasadzie nie przekracza 12%. Biorąc jednakże pod uwagę fakt, że obliczenia oparte o układ dyskretny, składający się z trzech mas, więzów sprężystych i tłumiących są także obarczone błędem, wynikającym z idealizacji procesu zachodzącego w sposób stochastyczny w naturze, można wykazane różnice uznać za dopuszczalne.

Analizę stanu kinematycznego układu: młot - fundament - podłoże gruntowe przeprowadzono dla pojedynczego uderzenia bijaka z maksymalną siłą chwilową. Seria uderzeń, występująca podczas kucia matrycowego, powoduje kolejny przyrost wychyleń bloku x_2 oraz skrzyni fundamentowej x_3. Z tego też względu zdaniem autora wskazane jest, by po pojedynczym uderzeniu bijaka wychylenia te nie przekraczały około 3/4 wartości, uznanych za dopuszczelne. Dla skrajnych wychyleń szboty względem bloku oraz przyśpieszeń bloku fundamentowego nie zaobserwowano przyrostu tych wartości po serii uderzeń bijaka.

LITERATURA

[1] Jamicki Z.: Dynamika układu młota matrycowego i fundamentu blokowego posadowionego na amortyzatorach sprężynowych. Rozprawa doktorska. Politechnika Sląska - Gliwice 1970.

[2] PN-67/B-03040 - Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny.

[3] PN-/B-02170 - Ocena szkodliwości wpływów drgań i wstrząsów w budynkach.

[4] Stiepanow W.W.: Równania różniczkowe. PWN, Warszawa, 1956.

[5] Tomaszewski J.: Charakterystyki maszyn analogowych krajowych i zagranicznych. Persp. analog. techn. obl. w Polsce Warszawa 1967.

[6] Tse F.S., Morse J.E., Hinkle R.T.:Механические колебания. Изд. "Машиностроение", Москва, 1966.

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ШТАМПОВОЧНОГО МОЛОТА С БЛОКОВОМ ФУНДАМЕНТОМ, УСАДОВЛЕННЫМ НА ВИБРОИЗОЛЯЦИЙ

Р е з ю м е

В работе совершаться подбор математического модели системы: молот -фундамент - грунт. Модель построено из трех сосредоточенных масс,упругих и демфирующих связыей. Мифговенную силу вынуждения принято как отрезок функций синус. Решение системы диференциальных уравнени получено на аналоговой модели, для которой соответственные результаты сравнывано с експериментом. Доказано, что нормативные требования относительно смещения шаботы и фундамента исполняеться для отношения $м_2/м_0 \geqslant 200$, где $м_0$ - масса бабы, $м_2$ - масса фундаментного блока.

Обработано упрощенный метод решения задачы. В заключению представлено численный пример решения фундамента молота МПМ - 10.000.

SYSTEMS ANALYSIS OF POWER HAMMER WITH FOUNDATION UNIT LOCATED ON WIBRO - INSULATION

S u m m a r y

The results of equivalent mathematic model of system: power hammer - fundation - ground selecting are descrebed.
This model are compose of three concentration mass, elastic and damped constraints, accept instontaneous exciting force inform like a segment of sine function.
Solution differential equation get with help analogous electric model and after that for a series cases are drew a comparison between result testing and values of natural measurement. Standart Permissible values of amplitud of anvil, block and its fundation - box deflection met the requirements for ratio $m_2/m_o \geqslant 200$, where m_o - tup mass, m_2 - fundation - box mass. Approximate procedure of problem solution for some simplefy brief are worked out. The calculats of power hammer foundation MPM - 10.000 are qiven of the end for example.