

Wiktor Olinger

Instytut Badań Systemowych PAN

INTERAKCYJNY ALGORYTM WYZNACZANIA HARMONOGRAMU PRZY OGRANICZONYCH ZASOBACH  
ODNAWIALNYCH

Streszczenie

W artykule omówiono interakcyjny algorytm wyznaczania harmonogramu przy występowaniu ograniczonych zasobów odnawialnych. Maszyna cyfrowa wyznacza harmonogram wykorzystując algorytm będący modyfikacją algorytmów podanych w [8,7]. Operator wprowadza funkcje pozwalające ocenić uzyskany przez maszynę harmonogram. Użycie tych funkcji przypomina wykorzystanie funkcji przynależności w teorii zbiorów rozmytych. Poprzez zmianę jednej lub kilku z tych funkcji operator uzyskuje nowe harmonogramy, aż do chwili wyznaczenia harmonogramu zadawającego operatora.

1. Wstęp

W ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania interakcyjnymi metodami rozwiązywania zadań występujących w przedsiębiorstwach produkcyjnych. Idea rozwiązywania zadań we współdziałaniu człowiek - maszyna cyfrowa nie jest nowa. Po raz pierwszy pojawiła się ona na początku lat sześćdziesiątych. Rola człowieka w interakcyjnej metodzie rozwiązywania zadania polega na ukierunkowaniu procesu poszukiwania rozwiązania oraz na wyborze rozwiązania zadania. Rola maszyny cyfrowej sprowadza się do szybkiego przeglądu możliwie dużej liczby wariantów. Efekt współdziałania jest czymś więcej niż mogą osiągnąć obaj uczestnicy metody interakcyjnej działając niezależnie. Z tego też względu ten sposób rozwiązywania zadań budził duże nadzieje.

W artykule będziemy się zajmować interakcyjnym algorytmem wyznaczania harmonogramu przy ograniczeniach na dostępność zasobów. Przez prawie dwadzieścia lat interakcyjne metody wyznaczania harmonogramu były stosowane sporadycznie. Przykłady użycia tych metod dotyczące tego okresu podane są w interesującym artykule przeglądowym [1]. Jego autor V.B. Godin podsumowuje ten etap stwierdzeniem, że wytworzyła się luka pomiędzy nadziejami pokładanymi w interakcyjnych metodach wyznaczania harmonogramu a ich osiągnięciami w praktyce. Godin podaje następujące przyczyny tego stanu rzeczy:

1. Zadania wyznaczania harmonogramu są dużymi zadaniami kombinatorycznymi. Nierealistyczne założenia redukujące wymiarowość zadania nie mo-

- gą być zaakceptowane przez kierowników szczebla operacyjnego.
2. Zmiany warunków realizacji harmonogramu są tak szybkie, że używane algorytmy są za mało elastyczne, by nadążyć za tymi zmianami.
  3. Metody interakcyjne nie uzyskiwały jeszcze dostatecznego uznania zwłaszcza u kierowników szczebla operacyjnego.
  4. Software i hardware dla elastycznych systemów interakcyjnych nie były dostępne.
  5. Układanie harmonogramów nie było atrakcyjne pod względem komercyjnym.
  6. Kierownicy szczebla operacyjnego nie mają dobrego rozeznania w skutkach podejmowanych przez siebie decyzji.
- Oprócz tego są oni chronieni od presji zewnętrznej. Dlatego brakuje motywacji do wdrażania algorytmów wyznaczania harmonogramu.

W drugiej połowie lat siedemdziesiątych został zapoczątkowany okres бурлиwego rozwoju hardware'u trwający do chwili obecnej. Wraz z pojawieniem się tanich monitorów ekranowych oraz mini i mikrokomputerów zostały stworzone techniczne możliwości realizacji elastycznych systemów interakcyjnych. Doświadczenia lat poprzednich pozwoliły na zmianę podejścia do zagadnień występujących w przedsiębiorstwach produkcyjnych. Została zachwiana wiara w możliwość pełnego poznania ludzkich procesów decyzyjnych. Zamiast zastępować człowieka, nowe koncepcje głoszą wykorzystanie maszyn cyfrowych do wspomagania procesu decyzyjnego. W ten sposób powstały bodźce do rozwoju w przedsiębiorstwach systemów wspomagania decyzyjnego (decision support systems). System wspomagania decyzyjnego [ 9 ] jest zbiorem programów umożliwiającym kierownikowi dowolnego szczebla hierarchii zakładowej uzyskanie informacji niezbędnej do podjęcia decyzji.

W artykule zajmować się będziemy decyzjami na szczeblu kierowania operacyjnego dotyczącymi układania harmonogramów z ograniczeniami na dostępność zasobów odnawialnych. W rozdziale drugim zostanie podane binarne sformułowanie zadania wyznaczania harmonogramu z ograniczonymi zasobami odnawialnymi. W rozdziale trzecim zostanie omówiony interakcyjny algorytm rozwiązywania tego zadania. W rozdziale czwartym zostaną podane uwagi końcowe.

## 2. Zadanie wyznaczania harmonogramu z ograniczonymi zasobami odnawialnymi

(ZWHOZO)

Wykorzystując terminologię wprowadzoną do literatury przez J. Węglarza [10,11] i R. Słowińskiego [3,4,5,6] zadanie wyznaczania harmonogramu z ogra-

niczonymi zasobami odnawialnymi można sformułować w następujący sposób:

- dany jest zbiór operacji  $A_1, \dots, A_n$ , które należy wykonać w ramach pewnego projektu. W zbiorze tym zadane są ograniczenia na kolejność wykonania operacji. Ograniczenia te można przedstawić w postaci grafu skierowanego, acyklicznego w konwencji wierzchołkowej (operacjom odpowiadają wierzchołki grafu). Wierzchołki grafu są ponumerowane kolejnymi liczbami naturalnymi w ten sposób, że każda operacja ma numer większy niż wszystkie operacje ją poprzedzające. W grafie występują dwa wierzchołki wyróżnione. Są to: wierzchołek początkowy  $A_1$  (wierzchołek ten nie ma poprzedników) i wierzchołek końcowy  $A_n$  (wierzchołek ten nie ma następników),
- dany jest zbiór zasobów  $R_1^0, \dots, R_p^0$ . W zbiorze tym występują tylko zasoby odnawialne podzielne w sposób dyskretny, to znaczy takie zasoby dla których liczba dostępnych jednostek jest ograniczona w każdej chwili czasowej i wynosi  $m_{kt}^0$  jednostek zasobu  $k$ -tego rodzaju,  $k=1, \dots, p$ ,  $t=1, \dots, T$ . Przykładem zasobów odnawialnych są: siła robocza, maszyny, stanowiska pracy itp.
- operacja  $A_j$ ,  $j=1, \dots, n$  jest opisana czasem jej wykonywania -  $p_j$  i wektorem zapotrzebowania zasobowego  $x_{j1}^0, \dots, x_{jp}^0$ . Nie dopuszcza się przerywania wykonywanej operacji,
- należy wyznaczyć najkrótszy harmonogram realizacji projektu (to znaczy podać czas rozpoczęcia wykonywania i czas zakończenia wykonywania każdej operacji) spełniający ograniczenia na kolejność wykonywania operacji oraz ograniczenia na dostępność zasobów odnawialnych.

W binarnym sformułowaniu ZWHOZO zastosowano następujące oznaczenia:

$x_{jt}$  - zmienna binarna;  $x_{jt}=1$  - jeżeli operacja  $A_j$  zostanie zakończona w przedziale  $t$  (horyzont planowania  $T$  został podzielony na przedziały jednostkowe),  $x_{jt}=0$  - w przeciwnym razie  $j=1, \dots, n$ ,  $t=1, \dots, T$ ,

$e_j$  - najwcześniejszy termin zakończenia wykonywania operacji  $A_j$ ,

$l_j$  - najpóźniejszy termin zakończenia wykonywania operacji  $A_j$ .

Do wyznaczania terminów  $e_j$  i  $l_j$  wykorzystuje się standardową analizę sieciową (CPM), w której przyjmuje się, że horyzont planowania  $T$  jest znany (może to być suma czasów wykonywania wszystkich operacji zbioru).

Sformułowanie binarne ma następującą postać:

$$\text{zminimalizować: } \sum_{t=e_n}^{l_n} t \cdot x_{nt} \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

- na wykonanie każdej operacji

$$\sum_{t=e_j}^{l_j} x_{jt} = 1, \quad j=1, \dots, n \quad (2)$$

- na zachowanie kolejności wykonywania operacji

$$\sum_{t=e_j}^{l_j} (t - p_j) \cdot x_{jt} - \sum_{t=e_1}^{l_1} t \cdot x_{1t} \geq 0 \quad (3)$$

$\forall i \in P_j, j=1, \dots, n$ , gdzie  $P_j$  - zbiór bezpośrednich poprzedników operacji  $A_j$ .

- na dostępność zasobów odnawialnych

$$\sum_{j=1}^n \sum_{q=t}^{t+p_j-1} r_{jk}^0 \cdot x_{jq} \leq m_{kt}^0, \quad k=1, \dots, p, \quad t=1, \dots, T \quad (4)$$

Takie sformułowania binarne występują w [4,7]. W [7] podany jest także algorytm rozwiązywania ZWHOZO przystosowany do małych maszyn cyfrowych.

### 3. Interakcyjny algorytm wyznaczania harmonogramu przy ograniczonych zasobach odnawialnych

W praktyce produkcyjnej często mamy do czynienia ze zmianą liczby dostępnych jednostek zasobów odnawialnych. Dzieje się tak dlatego, że występują awarie unieruchamiające na pewien czas maszyny. Codziennym fluktuacjom związanym z dniem tygodnia i porą roku podlegają dostępne zasoby siły roboczej. Niepewność dostępnych zasobów powinna być uwzględniona w sformułowaniu zadania wyznaczania harmonogramu. W przeciwnym razie wyznaczone harmonogramy nie będą zaakceptowane przez kierownika szczebla operacyjnego (operatora), jako praktycznie niewykonalne.

W artykule proponuje się wprowadzić zamiast określonej liczby dostępnych jednostek zasobu  $k$ -tego rodzaju w  $t$ -tej chwili czasowej -  $m_{kt}^0$ , przedział  $|z_{kt}^{\min}, z_{kt}^{\max}|$ . Długość tego przedziału będzie zadawana przez operatora. Wartość  $z_{kt}^{\min}$  jest gwarantowaną liczbą jednostek  $k$ -tego zasobu w  $t$ -tym przedziale czasowym. Wartość  $z_{kt}^{\max}$  jest maksymalną liczbą jednostek  $k$ -tego zasobu w  $t$ -tym przedziale czasowym (zasób jest dostępny w 100 %).

Zastanówmy się teraz nad kwestią oceny przydatności harmonogramu przez operatora. Na ocenę harmonogramu jako całości wpływ ma ocena poszczególnych parametrów harmonogramu. Do podstawowych parametrów należą: czas wykonywania harmonogramu -  $T^W$  i zapotrzebowanie na różne rodzaje zasobów odnawialnych w każdym przedziale czasowym realizacji harmonogramu -  $Z_{kt}$ ;  $k=1, \dots, p$ ,  $t=1, \dots, T^W$  ( $Z_{kt}$  jest sumą zapotrzebowań na  $k$ -ty rodzaj zasobu dla wszystkich wykonywanych w  $t$ -tym przedziale operacji). Zakładamy, że operator sto-

suje rozmytą ocenę parametrów w skali od 0 do 1. Dla czasu wykonywania harmonogramu oznacza to, że operator akceptuje czasy wykonywania harmonogramu  $T^W \leq T^{\min}$  przypisując im ocenę 1.

Z drugiej strony operator nie akceptuje czasów wykonywania harmonogramów  $T^W \geq T^{\max}$  przypisując im ocenę 0. Czasom wykonywania harmonogramów zawartym między  $T^{\min}$  i  $T^{\max}$  przypisuje się oceny ułamkowe wyliczane z zależności:

$$ROCW = 1 - (T^W - T^{\min}) / (T^{\max} - T^{\min}) \quad \text{dla } T^{\min} \leq T^W < T^{\max} \quad (5)$$

Wartości  $T^{\min}$  i  $T^{\max}$  zadaje operator.

To samo dotyczy zapotrzebowania na zasób  $k$ -tego rodzaju w  $t$ -tym przedziale czasowym. Rozmyta ocena tego zapotrzebowania -  $ROZ_{kt}$  jest obliczana z zależności:

$$ROZ_{kt} = \begin{cases} 1 & \text{dla } z_{kt} \leq z_{kt}^{\min} \\ 0 & \text{dla } z_{kt} \geq z_{kt}^{\max} \\ 1 - (z_{kt} - z_{kt}^{\min}) / (z_{kt}^{\max} - z_{kt}^{\min}) & \text{dla } z_{kt}^{\min} < z_{kt} < z_{kt}^{\max} \end{cases} \quad (6)$$

$k=1, \dots, p, \quad t=1, \dots, T^W.$

Rozmytą ocenę czasu wykonywania harmonogramu -  $ROCW$  można interpretować jako wyraz preferencji operatora względem czasu wykonywania harmonogramu. Wartość  $T^{\min}$  może być zależna od długości ścieżki krytycznej dla zadania bez zasobów. Wartość  $T^{\max}$  może być zależna od terminu realizacji projektu. Rozmytą ocenę zapotrzebowania na  $k$ -ty rodzaj zasobu w  $t$ -tym przedziale czasowym -  $ROZ_{kt}$  można interpretować jako subiektywną ocenę możliwości zaspokojenia tego zapotrzebowania.

Na podstawie wartości  $ROZ_{kt}$ ,  $k=1, \dots, p$ ,  $t=1, \dots, T^W$  można obliczyć globalną rozmytą ocenę zapotrzebowania zasobowego -  $GROZ$ . W artykule proponuje się, by  $GROZ$  była równa najmniejszej wartości  $ROZ_{kt}$ ,  $k=1, \dots, p$ ,  $t=1, \dots, T^W$ . Ten sposób wyliczania globalnej rozmytej oceny zapotrzebowania zasobowego można uzasadnić tym, że na oszacowanie przez operatora możliwości wykonania harmonogramu w czasie  $T^W$  największy wpływ ma ocena najbardziej jaskrawego przypadku niezaspokojenia zapotrzebowania na zasób danego rodzaju w danym przedziale czasowym.

Znając wartości  $ROCW$  i  $GROZ$  wyliczamy rozmytą ocenę harmonogramu -  $ROH$  biorąc mniejszą z tych dwóch ocen rozmytych. W ten sposób zarówno preferencje względem czasu wykonywania harmonogramu jak i oceny możliwości zaspokojenia zapotrzebowań na różne zasoby w poszczególnych przedziałach czasowych zostają sprowadzone do jednej subiektywnej oceny nazywanej rozmytą oceną harmonogramu.

Algorytm wyznaczania harmonogramu o największej wartości rozmytej oceny dla zadanych  $T^{\min}, T^{\max}, z_{kt}^{\min}, z_{kt}^{\max}$ ,  $k=1, \dots, p$ ,  $t=1, \dots, T^W$  jest podany w [1].

Algorytm ten można uważać za modyfikację algorytmów omówionych w [8,7] .

Interakcyjny algorytm wyznaczania harmonogramu przy ograniczonych zasobach odnawialnych można opisać w następujący sposób:

- operator zadaje wartości punktów załamania rozmytych ocen parametrów  $T^{\min}, T^{\max}, z_{kt}^{\min}, z_{kt}^{\max}, k=1, \dots, p, t=1, \dots, T^W$ ,
- maszyna cyfrowa wyznacza harmonogram o największej wartości oceny rozmytej,
- operator może zaakceptować ten harmonogram i zakończyć obliczenia, bądź też zadać nowe wartości punktów załamania rozmytych ocen wybranych parametrów harmonogramu i powtórzyć obliczenia.

#### 4. Uwagi końcowe

W przedstawionym interakcyjnym algorytmie wyznaczania harmonogramu przy ograniczonych zasobach odnawialnych wykorzystuje się nowy dla tego typu algorytmów sposób porozumiewania się operatora z maszyną cyfrową. Operator nie jest wykorzystywany jako aktywny element algorytmu wyznaczania harmonogramu jak to było dotychczas. Algorytm wyznaczania harmonogramu o największej ocenie rozmytej działa niezależnie od operatora. Do porozumiewania się pomiędzy operatorem i maszyną wykorzystuje się język zbliżony do języka naturalnego, w którym operator wyraża swoje preferencje w wyborze harmonogramu nadając wybranym parametrom harmonogramu oceny z przedziału  $[0,1]$  . Od maszyny cyfrowej operator uzyskuje najlepszy harmonogram dla tak zadanych ocen wraz z wartościami parametrów. W artykule jako te parametry przyjęto czas wykonywania harmonogramu i zapotrzebowanie na różne zasoby odnawialne w poszczególnych przedziałach czasowych.

Wprowadzenie nowego sposobu porozumiewania się stało się możliwe, ponieważ dokonano zmian w sformułowaniu zadania wyznaczania harmonogramu. Zaproponowano nowy sposób uwzględnienia niepewności dostępnych zasobów (przedział zamiast punktu) oraz nowy typ kryterium optymalności (rozmyta ocena harmonogramu). To kryterium pozwala osiągnąć kompromis pomiędzy wybranymi parametrami harmonogramu.

Omówione zmiany spowodowały nieznaczne zmiany w algorytmie wyznaczania harmonogramu. Algorytm wyznaczania harmonogramu o największej ocenie rozmytej jest modyfikacją algorytmów podanych w [8,7] .

Nic nie stoi na przeszkodzie, aby w przyszłych pracach w sformułowaniu zadania uwzględnić występowanie zasobów nieodnawialnych i wielu sposobów wykonywania operacji. Wtedy na wartość kryterium optymalności, oprócz parametrów wymienionych w artykule, wpływ może mieć także zużycie zasobów

nieodnawialnych. W algorytmie wyznaczania harmonogramu o największej wartości oceny rozmytej można użyć reguł heurystycznych zamiast rozbudowywać harmonogramy częściowe w sposób zaproponowany w [7]. Wówczas należy przewidzieć możliwość ingerencji operatora w wybór reguły heurystycznej lub konkretnej operacji z kolejki operacji oczekujących na wykonanie. Można także rozpatrzyć różne sposoby obliczania rozmytej oceny harmonogramu na podstawie rozmytych ocen parametrów (nie musi to być jak w artykule minimalna rozmyta ocena.)

Przedstawiony interakcyjny algorytm wyznaczania harmonogramu może być wykorzystany do jednoczesnego wyznaczania harmonogramu i przydziału dostępnych zasobów odnawialnych potrzebnych do jego realizacji.

#### LITERATURA

- [1] Godin Victor B.; Interactive Scheduling: Historical Survey and State of the Art. AIIE Transactions Vol 10, No 4, September 1978, str. 331-337.
- [2] Olinger Wiktor; Wyznaczanie harmonogramów produkcyjnych przy współpracy z operatorem. Opracowanie ZTS IBS PAN, 1985.
- [3] Słowiński Roman; Two Approaches to Problems of Resource Allocation Among Project Activities - A Comparative Study. Journal of Operational Research Society Vol 31, No 8, August 1980, str. 711-723.
- [4] Słowiński Roman; Algorytmy Sterowania Rozdziałem Zasobów Różnych Kategorii w Kompleksie Operacji. Politechnika Poznańska, Rozprawy Nr 114, Poznań 1980.
- [5] Słowiński Roman; Multiobjective Network Scheduling with Efficient Use of Renewable and Nonrenewable Resources. European Journal of Operational Research Vol 7, 1981. str. 265-273.
- [6] Słowiński Roman; Modeling and Solving Multicriteria Project Scheduling Problems. Large Scale Systems: Theory and Applications. Preprints of the IFAC/IFORS Symposium. Warsaw, Poland, 11-15 July 1983.
- [7] Talbot Brian F., Patterson James H.; An Efficient Integer Programming Algorithm with Network Cuts for Solving Resource-Constrained Scheduling Problems. Management Science Vol 24, No 11, July 1978, str. 1163-1174.
- [8] Talbot Brian F.; Resource-Constrained Project Scheduling with Time-Resource Tradeoffs: The Nonpreemptive Case. Management Science Vol 28, No 10, October 1982, str. 1197-1210.
- [9] Thierauf Robert J.; Decision Support Systems for Effective Planning and Control. A Case Study Approach. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliff, N.J. 1982.

- [10] Węgrzyn J.; Control in Resource Allocation Systems. Foundation of Control Engineering Vol 5, No 3, 1980.
- [11] Węgrzyn J.; Sterowanie w Systemach Typu Kompleks Operacji. PWN, Warszawa - Poznań 1981.

Recenzent: Dr hab.inż. Stanisław Zaborowski

Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30

## ИНТЕРАКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ГРАФИКА ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБНОВЛЯЕМЫХ РЕСУРСАХ

### Р е з ю м е

В статье рассмотрен интерактивный алгоритм определения производственно-графика при ограниченных обновляемых ресурсах. Вычислительная машина определяет график, используя алгоритм являющийся модификацией алгоритмов приведенных в 8, 7. Оператор вводит функции для оценки графика, определяемого вычислительной машиной. Употребление этих функций аналогично использованию функции принадлежности в теории расплывчатых множеств. Изменяя одну или более из этих функций, оператор получает новые графики до момента определения графика, удовлетворяющего оператора.

### AN INTERACTIVE ALGORITHM FOR SCHEDULING UNDER RENEWABLE RESOURCE CONSTRAINTS

### S u m m a r y

The use of man-computer /interactive/ scheduling algorithms has been advocated for a couple of years. The idea is to use the best features of both parties, i.e. the computer which is better at routine jobs of reviewing numerous variants and being who is better in subtle assessments trade offs ect.

In this paper we present an interactive computer algorithm for solving project-type problems with multiple renewable resources. The basic idea of the approach proposed is that a solution which the human operator would presumably accept is somewhere "between" an optimal solution to the problem with neglected resource constraints and optimal solution to the problem with the original resource constraints. The above solutions are obtained under simplifying assumptions. First an optimal schedule is determined with respect to one criterion /e.g. the total length of the schedule/. Second there are strict resource availability constraints.

Interacting with the computer operator deals with above unrealistic



assumptions. As to resource availabilities, the operator can alleviate constraints allowing for their moderate dissatisfaction. As to accounting for multiple quality criteria this is done implicitly by allowing the operator to externally introduce an assessment of given schedule.