

Jerzy Cyklis

Politechnika Krakowska

## SYMULACJA ELASTYCZNYCH SYSTEMÓW PRODUKCYJNYCH Z WYKORZYSTANIEM MACIERZY STANU

**Streszczenie.** Podano nową metodę symulacji elastycznych systemów produkcyjnych z wykorzystaniem odpowiednio zdefiniowanej macierzy stanu. Po realizacji kolejnego zdarzenia macierz ta ulega przekształceniu w sposób algorytmiczny przez proste operacje na również zdefiniowanych macierzach wejścia i tzw. wyeliminowanych wejść.

### 1. Wprowadzenie.

Symulacja cyfrowa okazała się niezbędnym narzędziem w projektowaniu i sterowaniu elastycznych systemów produkcyjnych ESP. Pomimo opracowania zaawansowanych systemów i języków symulacyjnych dla potrzeb ESP /np. [1] i [2]/, w dalszym ciągu występuje celowość poszukiwania ogólnych modeli matematycznych pozwalających na możliwie przejrzysty zapis powyższego problemu. Dla potrzeb wprowadzania i objaśnienia idei symulacji w przypadku ESP konieczne staje się możliwie ogólne jego przedstawienie w miarę możliwości abstrahujące od różnych reguł decyzyjnych sterowania. Optymalizacja tych reguł winna stać się następnym etapem i odbywać się w trakcie badania ogólnego modelu symulacyjnego. Artykuł zawiera propozycję odpowiednio zdefiniowanych macierzy stanu i powiązanych z nią macierzy wejścia i wyjścia jako ogólny model ESP.

### 2. Macierze wejścia i wyjścia.

Dla ilustracji proponowanej metody przyjęto uproszczoną wersję ESP pokazaną na rys.1. System składa się z dwu tokarek /TOK1 i TOK2/, dwu stołów /ST1, ST2/, robota /ROBOT/, dwu automatycznie sterowanych wózków /ASW1, ASW2/, automatycznego magazynu /AM/, dwóch typów palet /PAL1 i PAL2/ i przedmiotów obrabianych /PO/. ASW1 pobiera z AM PAL1 wraz umieszczonymi w niej PO i dostarcza ją do ST1. ROBOT podaje PO do TOK1 lub TOK2. ASW1 przywozi pustą PAL2 z AM i umieszcza ją na ST2. Po obróbce ROBOT umieszcza PO w PAL 2. ASW1 przewozi pełną PAL2 i pustą PAL1 z powrotem do AM. ASW2 przewidziany jest dla obsługi nieautomatycznych operacji przygotowania palet i przedmiotów obrabianych /poza modelowanym systemem/. Wszystkie wspomniane wyżej czynności są podzielone na zdarzenia elementarne z numerami  $j = 1 \dots J$  i czasem trwania  $\tau_j$  /patrz tablica 1/.

Każdy element systemu biorący udział w zdarzeniach posiada numer  $k=1 \rightarrow K$ . Dla wyjaśnienia metody nie jest wymagane uwzględnianie tych elementów, które są zawsze gotowe do wykonania zdarzenia po zakończeniu poprzedniego / jak AM i ROBOT/. Elementy te powinny być uwzględniane w przypadku dokładniejszej lub modułarnej symulacji. Każde zdarzenie  $j=1 \rightarrow J$  może mieć tzw. wyjście dla niektórych elementów  $k$ . Pokazuje ono numer następnego możliwego zdarzenia po wykonaniu zdarzenia  $j$ , biorąc pod uwagę wyłącznie element  $k$ , np. po obróbce na TOK1 ( $j=7$ ), PO( $k=4$ ) jest gotowy do podania na ST2 ( $j=9$  lub 10).

Informacja zawarta w tablicy 1 może być również przedstawiona w postaci macierzy wyjść  $[b_{jk}(1)]$  dla każdego zdarzenia  $l=1 \rightarrow J$ . Np. macierz  $[b_{jk}(7)]$  dla obróbki na TOK1 ( $j=7$ ) posiada wszystkie elementy równe zero, z wyjątkiem  $b_{9,4}(7)=1, b_{9,5}(7)=1, b_{10,4}(7)=1, b_{10,5}(7)=1; b_{jk}(1)=1$  oznacza, że element  $k$  jest gotowy do wzięcia udziału w zdarzeniu  $j$  po zakończeniu zdarzenia  $l$ . Np.  $b_{9,4}(7)=1$  oznacza, że po obróbce na TOK1 ( $l=7$ ), PO( $k=4$ ) jest gotowy do podania z TOK1 pierwszy raz na ST2 ( $j=9$ ).  $b_{jk}(1)=0$  oznacza, że element  $k$  nie jest gotowy do wzięcia udziału w zdarzeniu  $j$  po zakończeniu zdarzenia  $l$  / w przypadku gdy element  $k$  jest potrzebny dla zdarzenia  $j$  / lub element  $k$  nie bierze udziału w zdarzeniu  $j$ . Np.  $b_{11,4}(7)=0$  oznacza, że po obróbce na TOK1 ( $l=7$ ), PO( $k=4$ ) nie jest gotowy do podania z TOK2 pierwszy raz na ST2 ( $j=11$ ).

Informacja zawarta w tablicy 1 może być również przedstawiona w postaci macierzy wejść  $[c_{jk}(1)]$  dla każdego zdarzenia  $l=1 \rightarrow J$ . Np. macierz  $[c_{jk}(7)]$  dla obróbki na TOK1 ( $j=7$ ) posiada wszystkie elementy równe zero, z wyjątkiem  $c_{3,4}(7)=1, c_{3,5}(7)=1, c_{5,4}(7)=1, c_{5,5}(7)=1. c_{jk}(1)=1$  oznacza, że element  $k$  jest gotowy do wzięcia udziału w zdarzeniu  $l$  po zakończeniu zdarzenia  $j$ . Np.  $c_{3,4}(7)=1$  oznacza, że po podaniu PO ze ST1 na TOK1 ( $j=3$ ), PO( $k=4$ ) jest gotowy do obróbki na TOK1 ( $l=7$ ). Macierze wejść i wyjść są ze sobą wzajemnie związane w następujący sposób:

jeżeli  $b_{jk}(1)=1$ , wówczas  $c_{lk}(j)=1. \quad /1/$

Dla rozważanego modelu istnieje również konieczność wprowadzenia tzw. macierzy wyeliminowanych wejść  $[s_{jk}(1)]$ , dla każdego zdarzenia  $l=1 \rightarrow J$ . Rozpatrując znaczenie macierzy wejść  $[c_{jk}(1)]$  można zauważyć, że dla zrealizowania zdarzenia  $l$  wykorzystuje się elementy  $k$ , dla których  $c_{jk}(1)=1$ . Elementy te mogłyby być wykorzystane do realizacji innych zdarzeń  $j \neq l$ . Wypełnienie zdarzenia  $l$  eliminuje więc gotowość niektórych elementów  $k$  do realizacji innych zdarzeń. Np. na podstawie tablicy 1,  $b_{9,4}(7)=1$ , a stąd po uwzględnieniu wzoru /1/  $c_{7,4}(9)=1$ . Aby więc wykonać zdarzenie  $l=9$ , konieczna jest gotowość elementu  $k=4$  po realizacji zdarzenia  $j=7$ . Wykorzystując element  $k=4$  w zdarzeniu  $l=9$  eliminuje się możliwość wykonania zdarzenia  $j=10$ , ponieważ  $b_{10,4}(7)=1$ . Nie można również jeszcze raz powtórzyć zdarzenia  $j=10$ . Te dwa fakty są zaznaczone przez wstawienie

do macierzy wyeliminowanych wejść  $a_{9,4}(9)=1$ ,  $a_{10,4}(9)=1$ . Macierz wyeliminowanych wejść  $[s_{jk}(9)]$  dla zdarzenia  $l=9$  ma wszystkie elementy równe zero z wyjątkiem  $a_{9,4}(9)=a_{9,5}(9)=a_{9,7}(9)=a_{9,8}(9)=a_{10,9}(9)=a_{10,5}(9)=a_{11,7}(9)=a_{11,7}(9)=a_{11,8}(9)=1$ .

Aby znaleźć niezerowe elementy macierzy  $[s_{jk}(l)]$ , przeszukuje się macierz wejść  $[c_{jk}(l)]$ . Dla elementów  $c_{jk}(l)=1$  znajduje się takie  $m$ , dla których  $b_{mk}(j)=1$ . Wówczas też  $a_{mk}(l)=1$ . Ogólnie  $a_{jk}(l)=1$  oznacza, że realizacja zdarzenia  $l$  wymaga wykorzystania elementu  $k$  i w ten sposób eliminuje możliwość wykonania zdarzenia  $j$ .

### 3. Macierz stanu i symulacja

Dla każdego etapu symulacji i wprowadza się macierz stanu  $[s_{jk}(i)]$ . Wartość elementu  $s_{jk}(i)$  oznacza czas, gdy element  $k$  jest gotowy do realizacji zdarzenia  $j$ . Gdy element  $k$  nie jest wykorzystywany w zdarzeniu  $j$ , wówczas:

$$s_{jk}(i) = 0 \quad /2/$$

Gdy element  $k$  jest wymagany do wykonania zdarzenia  $j$ , ale nie gotowy do jego realizacji

$$s_{jk}(i) = M, \quad /3/$$

gdzie  $M$  jest dużą liczbą, znacznie większą od czasu symulacji  $T(M) \gg T$ . Zdarzenie  $j$  może rozpocząć się w czasie danym przez wzór

$$\tau_{Aj}(i) = \max_k s_{jk}(i) \quad /4/$$

Gdy  $\tau_{Aj}(i) = M$ , zdarzenie  $j$  nie może być zrealizowane na etapie  $i$ . Zdarzenie  $j$  kończy się w czasie

$$\tau_{Bj}(i) = \tau_{Aj}(i) + \tau_j \quad /5/$$

Wyboru wykonania zdarzenia  $l$  na etapie  $i$  dokonuje się ze zbioru zdarzeń, dla których spełniony jest warunek:

$$\tau_{Aj}(i) < M \quad /6/$$

Sposób dokonania tego wyboru jest przedmiotem poszukiwania optymalnej strategii sterowania ESP i może być dokonane w trakcie symulacji. Po realizacji zdarzenia  $l$  na etapie  $i$  należy dokonać zmiany macierzy  $[s_{jk}(i)]$  na  $[s_{jk}(i+1)]$  według następujących dwóch punktów:

1. Zastąpić element macierzy  $s_{jk}(i)$  przez  $M$ , gdy element macierzy wyeliminowanych wejść  $a_{jk}(l)=1$
2. Zastąpić element powstałej w ten sposób macierzy przez  $\tau_{Bl}(i)$ , gdy element macierzy wyjść  $b_{jk}(l)=1$ .

Postępowanie to jest równoważne procesowi Markowa, z zastosowaniem wzoru:

$$s_{jk}(i+1) = \min(\max s_{jk}(i), M a_{jk}(l), \tau_{Bl}(i) \cdot b_{jk}(l)) \quad /7/$$

Objętość artykułu nie pozwala na pokazanie kolejnych stadiów obliczeń macierzy stanu  $s_{jk}(i)$  dla  $i = 10$ , po realizacji następujących kolejnych

zdarzeń  $l(1)$ :

$l(1)=1$ ,  $l(2)=2$ ,  $l(3)=3$ ,  $l(4)=6$ ,  $l(5)=17$ ,  $l(6)=18$ ,  $l(7)=7$ ,  $l(8)=15$ ,  
 $l(9)=16$ . Jest ona przedstawiona w tablicy 2. Podano tam również  $N_j$  -  
 liczbę zdarzeń,  $T_j$  - czas ich trwania,  $N_k$  - liczbę użycia elementów oraz  
 $T_k$  - czas ich użycia, które mogą być wykorzystane w podejmowaniu decyzji  
 o realizacji danego zdarzenia  $l$  na etapie  $i$ . Na etapie  $i = 10$  jest możli-  
 wa realizacja czterech zdarzeń  $l = 1, 8, 9, 17$ . Dla niektórych z nich wyma-  
 gane jest wyznaczenie specjalnych reguł decyzyjnych, jak np. dla zdarze-  
 nia  $l=1$  i  $l=17$  /patrz tablica 1/. Jak widać, sam model macierzowy, nie  
 zakładając z góry tych reguł, pozwala na łatwą ich zmianę. Opisana metoda  
 może być stosowana w przypadku symulacji modułowej. Poszczególne elemen-  
 ty  $k$  mogą wówczas oznaczać odpowiednie podsystemy, do których należy od-  
 wołać się w trakcie realizacji programu symulacyjnego, modelowane analog-  
 icznie jak system nadrzędny.

### Zakończenie

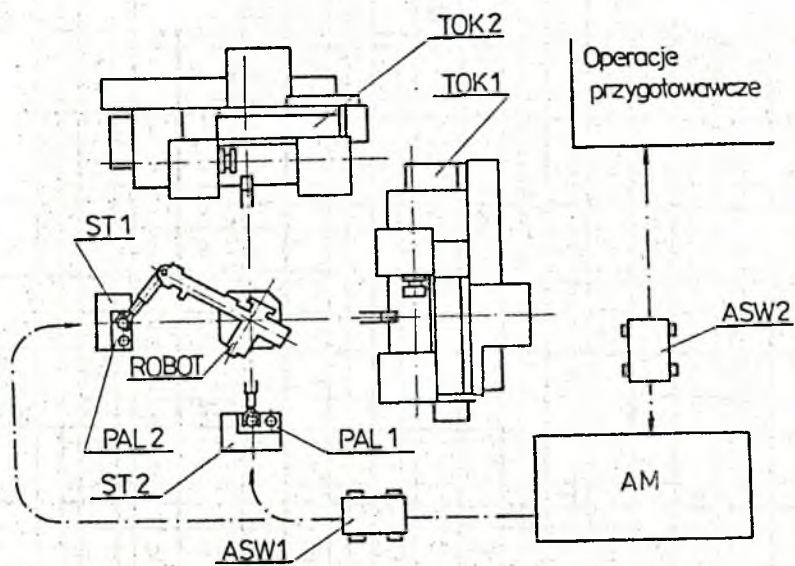
Proponowany sposób modelowania ESP z wykorzystaniem macierzy stanu  
 pozwala na przejrzyste ujęcie jego działania. Uniezależnienie się w fazie  
 początkowej od reguł decyzyjnych umożliwia łatwą ich zmianę i wybór w  
 trakcie symulacji systemu.

### LITERATURA

- [1] Intern. Conf. "Flexible Manufacturing Systems" London 1983
- [2] "The 17th Annual Simulation Symposium" Florida 1984
- [3] Kowalowski H. i inni: Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych.  
 WNT, Warszawa 1984

Recenzent: Doc dr h.inż. Jerzy Klamka

Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30



Rys.1 Uproszczona wersja ESP  
Simplified version of FMS

Tablica 1. Wyjście systemu. Output of the System	Element	PAL1	ASW1	ST1	PO	TOK1	TOK1	PAL2	ST2	Czas
Zdarzenie	J \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	$T_j$
ASW1 pobiera załadowaną PAL1 z AM	1	2	2							3
ASW1 dostarcza załadowaną PAL1 do ST1	2	3,4	1,13 15,17	3,4						1
Podawanie pierwszego PO ze ST1 do TOK1	3	5,6		5,6	7	7				0,5
Podawanie pierwszego PO ze ST1 do TOK2	4	5,6		5,6	8		8			0,5
Podawanie drugiego PO ze ST1 do TOK1	5	15		15	7	7				0,5
Podawanie drugiego PO ze ST1 do TOK2	6	15		15	8		8			0,5
Obróbka na TOK1	7				9,10	9,10				20
Obróbka na TOK2	8				11,12		11,12			20
Podawanie PO z TOK1 pierwszy raz na ST2	9					3,5		10,12	10,12	0,5
Podawanie PO z TOK1 drugi raz na ST2	10					3,5		13	13	0,5
Podawanie PO z TOK2 pierwszy raz na ST2	11						4,6	10,12	10,12	0,5
Podawanie PO z TOK2 drugi raz na ST2	12						4,6	13	13	0,5
ASW1 pobiera załadowaną PAL1 ze ST2	13		14					14	14	1
ASW1 dostarcza załadowaną PAL2 do AM	14		1,13 15,17							3
ASW1 pobiera pustą PAL1 ze ST2	15	16	16	2						1
ASW1 dostarcza pustą PAL1 do AM	16		1,13 15,17							3
ASW1 pobiera pustą PAL 2 z AM	17		16					13		3
ASW1 dostarcza pustą PAL 2 do ST2	18		1,13 15,17					9,11	9,11	1

Tablica 2. Macierz stanu. State Matrix													
$[s_{jk}(i)], i = 10$									Dane zdarzeń			Statyst. zdarzeń	
$j \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8	$\tau_{Aj}(i)$	$\tau_j$	$\tau_{Bj}(i)$	$\pi_j(i)$	$\tau_j(i)$
1	0	12	0	0	0	0	0	0	12	3	15	1	3
2	M	M	9	0	0	0	0	0	M	1	M	1	1
3	M	0	M	0	M	M	0	0	M	0,5	M	1	0,5
4	M	0	M	0	0	M	0	0	M	0,5	M	0	0
5	M	0	M	0	M	0	0	0	M	0,5	M	0	0
6	M	0	M	0	0	M	0	0	M	0,5	M	1	0,5
7	0	0	0	M	M	0	0	0	M	20	M	1	20
8	0	0	0	5	0	5	0	0	5	20	25	0	0
9	0	0	0	24,5	24,5	0	8	8	24,5	0,5	25	0	0
10	0	0	0	24,5	24,5	0	M	M	M	0,5	M	0	0
11	0	0	0	M	0	M	8	8	M	0,5	M	0	0
12	0	0	0	M	0	M	M	M	M	0,5	M	0	0
13	0	12	0	0	0	0	M	M	M	1	M	0	0
14	0	M	0	0	0	0	M	0	M	3	M	0	0
15	M	12	M	0	0	0	0	0	M	1	M	1	1
16	M	M	0	0	0	0	0	0	M	3	M	1	3
17	0	12	0	0	0	0		0	12	3	15	1	3
18	0	M	0	0	0	0	M	M	M	1	M	1	1
$\pi_j(i)$	6	6	4	3	2	1	2	2	Statystyka elementów				
$\tau_j(i)$	9	12	3	21	20,5	0,5	4	4					

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛАСТИЧНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТРИЦЫ СОСТОЯНИЯ

### Резюме

В работе представлен новый метод моделирования эластичных производственных систем, который позволяет легко изменять стратегию управления во время моделирования.

Определена матрица состояния, которая имеет на этапе  $i$  элементы  $s_{jk}(i)$ , где  $k$  - номер любого элемента системы,  $j$  - номер возможного случая. Случай  $j$  можно осуществить, если:

$$s_{jk} < M \quad \text{при всяком } k,$$

где  $M$  - большая величина, значительно больше времени моделирования  $T$ .

Выбор случая  $j=1$  из множества случаев, которые выполняют в/у условие, реализуется согласно стратегии управления системой. Время окончания случая  $l$  определяется по формуле:

$$\tau_{Bl}(i) = \max_k s_{lk}(i) + \tau_1$$

где  $\max_k s_{lk}(i)$  - время начала случая  $l$ ,  $\tau_1$  - время его течения. Матрица состояния на этапе  $(i+1)$  вычисляется как

$$s_{jk}(i+1) = \min((\max s_{jk}(i), M \cdot a_{jk}(1)), \tau_{Bl}(i) \cdot b_{jk}(1)),$$

где  $a_{jk}(1)$  - элемент т.н. матрицы исключённых выводов для случая  $l$ ,  $b_{jk}(1)$  - элемент матрицы выходов для случая  $l$ .

### APPLICATION OF STATE MATRIX FOR THE SIMULATION OF FMS

#### Summary

A new simulation method of FMS is presented which makes it easy to change the strategy of the control system during the course of the simulation. A state matrix is defined with its elements  $s_{jk}(i)$  at the stage  $i$ , where  $j$  is a number of possible event,  $k$  is a number of any element in the system. The event  $j$  can be performed if:

$$s_{jk}(i) < M \quad \text{for each } k$$

where  $M$  is a great value for beyond the simulation period  $T$ . The choice of an event  $j=1$  from the set of events fulfilling above given conditions is to be taken according to the strategy of the control system. The time when the event  $l$  ends, is given by the formula:

$$\tau_{Bl}(i) = \max_k s_{lk}(i) + \tau_1$$

where  $\max_k s_{lk}(i)$  is time when the event  $l$  starts,  $\tau_1$  is a period needed to perform event  $l$ . The state matrix for the stage  $(i+1)$  is calculated

$$s_{jk}(i+1) = \min((\max s_{jk}(i), M \cdot a_{jk}(1)), \tau_{Bl}(i) \cdot b_{jk}(1)),$$

where  $a_{jk}(1)$  - element of so called eliminated input matrix for the event  $l$ ,  $b_{jk}(1)$  - element of an output matrix for the event  $l$ .