ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI SLASKIEJ 1986
Seria: AUTOMATYKA z. 85 Nr kol. 895

Ewa Skubalska - Rafajłowicz
Politechnika Wrocławska

ZADANIE HARMONOGRAMOWANIA PRODUKCJI W SYTUACJACH AWARYJNYCH

Streszczenie. W pracy rozważa się zagadnienie optymalizacji dyskretnego procesu produkcyjnego w przypadku gdy wcześniej ustalony harmonogram produkcji musi zostać skorygowany w wyniku zaistnienia sytuacji awaryjnej. Zaproponowano ogólne podejście do zadań tego typu i zilustrowano je proponując metody rozwiązania zadania szeregowania na m maszynach przy dwóch różnych kryteriach.

1. Wstęp

W praktyce sterowania dyskretnymi procesami produkcyjnymi często zdarza się, że ustalony wcześniej harmonogram musi ulec modyfikacji na skutek pojawienia się nie przewidzianych wcześniej zdarzeń, takich jak awaria maszyny lub pojawienie się nowego zadania do wykonania. Taką nie przewidzianą sytuacją może być również zmiana pewnych parametrów technologicznych wykonywanych zadań - na przykład - skrócenie lub wydłużenie czasów ich realizacji. Dalej, wszystkie nie przewidziane zdarzenia będą określane w skrócie jako awarie. W nowej sytuacji zachodzi potrzeba szybkiego podjęcia decyzji - w jaki sposób kontynuować produkcję, tak aby przyjęte wcześniej kryterium jakości harmonogramu miało wartość możliwie bliską optymalnej. Powstaje w ten sposób zadanie dyskretnej optymalizacji, które jest - na ogół - zadaniem tego samego typu jakim było zadanie ułożenia początkowego harmonogramu. Znalezienie rozwiązania optymalnego takiego zadania jest zwykle tak bardzo czasochłonne, że wstrzymywanie produkcji do czasu obliczenia nowego harmonogramu powodowałoby duże straty. Ponadto, wysiłek włożony w ustalenie pierwotnego harmonogramu byłby bezpowrotnie stracony.

W pracy tej proponuje się nowe podejście do zagadnień optymalizacji powstających w opisanych wyżej sytuacjach. Polega ono na tym, że jako podstawę do obliczenia nowego harmonogramu przyjmuje się pewien fragment poprzedniego uszeregowania. Fragment ten uzupełnia się rozwiązując zadanie optymalizacji z tej samej klasy, lecz o znacznie mniejszym rozmiarze. Im większy fragment harmonogramu początkowego pozostawiony zostanie bez zmian, tym mniejszy jest rozmiar pozostającego do rozwiązania zadania optymalizacji. Z drugiej jednak strony zawęża się zbiór dopuszczalnych decyzji, a w konsekwencji - tym mniejsze mamy gwarancje znalezienia rozwiązania optymalnego. Rysuje się więc problem podania sposobu określania ustalonej części starego harmonogramu, która ma być podstawą konstrukcji nowego uszeregowania. Jasne jest, że do części tej wejdzie ten fragment starego harmonogramu, który został wykonany do czasu wystąpienia awarii. W przypadku gdy zadania są niepodzielne, do ustalonej części harmonogramu wejdą również te zadania, które w momencie awarii były w trakcie wykonywania. Istotą problemu jest określenie pozostałych, poza powyższymi, fragmentów starego harmonogramu, które pozostaną bez zmian oraz podanie algorytmu obliczania brakującej części uszeregowania.

Zarysowaną wyżej ideę, zwaną dalej metodą korekcji rozwiązań /MKR/, traktować można jako ogólne podejście do różnych klas zadań optymalizacji. Szczegółowa realizacja tej idei zależeć będzie od konkretnej klasy rozważanych zagadnień. Stwierdzenie to dotyczy w szczególności zadań szeregowania. W dalszej części pracy idea MKR zostanie zastosowana do rozwiązania dwóch różnych zagadnień optymalizacji dyskretnych procesów produkcyjnych. Będą to problemy szeregowania n niezależnych i niepodzielnych zadań na m równoległych i identycznych maszynach, przy dwóch różnych kryteriach. Pierwsze z nich to kryterium minimalizacji maksymalnego czasu zakończenia wszystkich zadań /C_{max}/, drugie to kryterium minimalizacji sumarycznego czasu zajętości maszyn, z uwzględnieniem czasów przezbrojeń. Pierwsze z tych zadań sprowadza się do pewnego rodzaju zagadnienia przydziału [3], [4], natomiast drugie z nich można opisać jako zagadnienie m - komiwojażerów [2], [6].

2. Korygowanie rozwiązania zagadnienia m maszynowego z kryterium C_{max}

Podejście opisane we wstępie zastosowane zostanie do zagadnienia szeregowania n niezależnych i niepodzielnych zadań, wykonywanych na m identycznych maszynach. Czas wykonywania i - tego zadania oznaczany będzie przez p_i $i = 1,2,\ldots,n$. Niech x_{ij} będzie zmienną przyjmującą wartość 1, gdy i - te zadanie realizowane jest na j - tej maszynie oraz wartość 0, w przeciwnym razie. Jako kryterium optymalności przydziału przyjmujemy:

$$C_{max} = \min_{[x_{ij}]} \max_{1 \leqslant j \leqslant m} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} p_i \qquad /1/$$

Natomiast zbiór ograniczeń jest postaci:

$$x_{ij} \in \{0,1\} \; ; \; i = 1,2,\ldots,n \; ; \; j = 1,2,\ldots,m \; , \qquad /2/$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \text{dla} \quad i = 1,2,\dots,n, \qquad /3/$$

co zapewnia, że każde zadanie wykonywane jest dokładnie na jednej maszynie. Problem ten jest NP - zupełny. Informacje o metodach jego rozwiązywania podano w [3] i cytowanej tam literaturze.

Przyjmijmy, że modelową sytuacją awaryjną jest pojawienie się dodatkowego, n+1 - szego zadania w trakcie realizacji pierwszych n zadań. Zakładamy, że do pojawienia się sytuacji awaryjnej pierwsze n zadań wykonywanych jest zgodnie z optymalnym przydziałem $[\hat{x}_{ij}]$, będącym rozwiązaniem /1/-/3/. Przyjmujemy, że zadania przeznaczone do wykonania na danej maszynie realizowane są w kolejności nierosnących czasów ich trwania. Dowolna inna kolejność realizacji optymalnego przydziału daje również harmonogram optymalny. Powyższą zasadę porządkowania przyjęto, ponieważ jest ona zgodna z algorytmem przybliżonym LPT [3] rozwiązywania zadania /1/-/3/. Wprowadźmy dodatkowe zmienne decyzyjne y_i $i = 1,2,\dots,n$, wskazujące, że i-te zadanie wykonywane będzie według starego przydziału $\hat{x}_{ij}$, wówczas $y_i = 1$; bądź wskazujące, że jego przydział może ulec zmianie i wówczas $y_i = 0$. Przyjmujemy, że $y_i = 1$, jeśli w momencie awarii i-te zadanie zostało już wykonane lub znajduje się w trakcie realizacji. Zbiór takich prac oznaczamy przez $\hat{I}$.

Problem powstający po zaistnieniu awarii sformułować można następująco:

$$\min_{[x_{ij}]\,[y_i]} \left\{ \max_{1 \leqslant j \leqslant m} \left[\sum_{i=1}^{n} x_{ij}p_i(1 - y_i) + \hat{x}_{ij}y_ip_i + x_{n+1,j}p_{n+1} \right] \right\} \qquad /4/$$

$$\sum_{j=1}^{m} \left[\hat{x}_{ij}\,y_i + x_{ij}\,(1 - y_i) \right] = 1, \quad i = 1,2,\dots,n \qquad /5/$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad , \quad i = 1,2,\dots,n \qquad /6/$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \;, \; i=1,2,\dots,n \;:\; j=1,\dots,m \qquad /7/$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \text{dla} \quad i = 1,2,\dots,n \quad \text{oraz} \quad y_i = 1 \quad \text{dla} \quad i \in \hat{I} \;. \qquad /8/$$

Łatwo zauważyć, że w optymalnym rozwiązaniu zadania /4/-/8/ wszystkie y_i będą równe 0, z wyjątkiem prac ze zbioru $\hat{I}$. Nie można wykluczyć istnienia innego optymalnego rozwiązania, w którym zbiór prac z y_i=0 byłby znacznie mniej liczny, jednakże jego znalezienie jest trudne. Ponadto względy wymienione we wstępie zadecydować mogą o nałożeniu pewnych ograniczeń na liczność zbioru prac y_i=0. Dlatego dalej proponuje się heurystyczne reguły podziału zbioru prac na te, w których y_i = 0 oraz na te, w których y_i = 1. Oznacza to, że zmienne $[y_i]$ w problemie /4/-/8/ wyznaczane są według zasad heurystycznych, natomiast minimalizacja względem $[x_{ij}]$ jest problemem zbliżonym do zadania /1/-/3/, lecz o mniejszym rozmiarze.

Proponuje się następujące reguły.

Reguła 1. Przyjmuje się $y_i = 0$, jeżeli $p_i < p_{n+1}$ oraz $y_i = 1$ w przeciw - nym razie.

Reguła ta bazuje na idei wspomnianego wyżej algorytmu LPT.

Reguła 2. Wyznaczamy chwilę

$$t_0 = \max \left\{ C_{max}, \sum_{i=1}^{n+1} p_i / m \right\} - p_{n+1}, \qquad /9/$$

gdzie C_{max} określone jest wzorem /1/, tzn. jest wartością kryterium dla przydziału $[\hat{x}_{ij}]$ odnoszącego się do pierwszych n zadań. Reguła podziału polega na przyjęciu $y_i = 1$, jeśli czas zakończenia zadania i - tego w pierwotnym harmonogramie nie przekracza t_0, oraz $y_i = 0$ w przeciwnym przypadku.

Zauważmy, że $t_0 + p_{n+1}$ jest dolnym oszacowaniem minimalnego czasu realizacji całej partii n + 1 zadań. W związku z tym Reguła 2 stwarza duże możliwości osiągnięcia tej granicy, bez nadmiernego powiększania zbioru prac z $y_i = 0$.

Reguła 3. Jest ona analogiczna jak Reguła 2, z tym że t_0 jest narzucone z zewnątrz jako czas, który musi upłynąć do momentu obliczenia nowego harmonogramu. Innymi słowy, jeżeli przez t_a oznaczyć chwilę wystąpienia awarii, to $t_0 - t_a$ jest czasem potrzebnym do obliczenia skorygowanego harmonogramu optymalnego.

W przypadku awarii jednej z maszyn, zadania do niej przydzielone traktować można jako nowe zadania do wykonania na m - 1 maszynach. Do zadań tych odnieść można wszystkie powyższe zasady postępowania, gdyż Reguły 1, 2,3 dają się w naturalny sposób uogólnić, chociaż uogólnienia takie nie są jednoznaczne.

3. Korygowanie rozwiązania zagadnienia m maszynowego z przezbrojeniami.

W rozdziale tym przedstawione zostanie zastosowanie MKR do zagadnienia szeregowania n niezależnych zadań na m identycznych maszynach, z uwzględnieniem przezbrojeń. Podobnie jak w Rozdziale 2, niech p_i ($i = 1,2,\ldots,n$) będzie czasem realizacji i - tego zadania. Przez c_{ik} oznaczymy czas potrzebny na przezbrojenie maszyny po zakończeniu operacji i - tej a przed rozpoczęciem zadania k - tego ($i,k = 1,2,\ldots,n$). Wprowadzamy również fikcyjną operację o numerze zero i czasie trwania $p_0 = 0$. Pozwala ona uwzględnić czas potrzebny na przygotowania maszyn do pracy i/lub przywrócenie maszyn do stanu początkowego. Czasy te traktowane będą tak jak czasy przezbrojeń i oznaczane przez c_{ok} oraz c_{io} ($i,k = 1,2,\ldots,n$). Wprowadzamy też binarną zmienną decyzyjną $x_{ik}(j)$, równą 1, jeśli i - te oraz k - te zadania są wykonywane bezpośrednio po sobie na j-tej maszynie; $x_{ik}\,j = 0$ w przeciwnym przypadku $i,k = 0,1,\dots,n$, $j = 1,2,\dots,m$. Jako kryterium optymalizacji przyjmuje się sumaryczny czas zajętości maszyn z uwzględnieniem przezbrojeń. Zatem rozważany jest problem

$$\min_{[x_{ik}(j)]} \sum_{j=1}^{m} \sum_{i,k=0,i\neq k}^{n} x_{ik}(j)\cdot\left(c_{ik} + p_i\right) \qquad /10/$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=0}^{n} x_{ik}(j) = 1, \qquad i=0,1,\dots,n, \qquad /11/$$

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=0}^{n} x_{ik}(j) = 1, \qquad k=0,1,\dots,n, \qquad /12/$$

$$\sum_{i=0,i\neq k}^{n} \left(x_{ik}(j) - x_{ki}(j)\right) = 0\ ;\ k=0,1,\dots,n\ ;\ j=1,2,\dots,m \qquad /13/$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{ok}(j) \leqslant 1, \quad j=1,2,\dots,m \qquad /14/$$

$$\sum_{k\in Q} \sum_{i\in Q} x_{ik}(j) \leqslant |Q| - 1, \text{ dla każdego niepustego } Q \subset N, \qquad /15/$$

$$x_{ik}(j) \in \{0,1\} \text{ dla wszystkich } i,j,k . \qquad /16/$$

We wzorze /15/ $N = \{1,2,\dots,n\}$.

Uwaga 1. Można zauważyć, że powyższy model jest zagadnieniem m - komiwojażerów [6]. W szczególności, ograniczenie /15/ jest wymaganiem, by w teoriografowej reprezentacji rozwiązania zadania /10/-/16/ nie wystąpiły podkontury w trasie żadnego z m komiwojażerów.

Jak wiadomo / por. np. [2] /, zagadnienie m - komiwojażerów może być sprowadzone do zadania z jednym komiwojażerem. Dlatego dalej, nie tracąc ogólności, rozpatrywać będziemy tylko zadanie jednomaszynowe. W związku z tym pominiemy indeks j we wszystkich oznaczeniach, natomiast rozwiązanie optymalne zadania /10/-/16/ oznaczać będziemy przez $[\hat{x}_{ik}]$. Jako modelową sytuację awaryjną przyjmujemy pojawienie się w chwili $t_a > 0$ dodatkowego, n + 1 - szego zadania do wykonania. Z zadaniem tym związane są czasy p_{n+1} oraz $c_{i,n+1}$, $c_{n+1,k}$; $(i,k = 0,1,\dots,n)$. Podobnie jak w Rozdziale 2, można byłoby wprowadzić zbiór prac wykonanych lub takich, które po chwili t_a muszą być wykonane zgodnie ze starym harmonogramem. Uwzględnienie takiego zbioru byłoby analogiczne jak poprzednio i w celu uproszczenia zapisów nie będzie on dalej brany pod uwagę.

Wprowadźmy dodatkowe binarne zmienne decyzyjne y_{ik} $(i,k=0,1,\dots,n)$. Przyjęcie $y_{ik} = 1$ oznaczać będzie, że jeżeli w starym harmonogramie zadanie i-te było wykonywane bezpośrednio przed zadaniem k-tym $\hat{x}_{ik} = 1$, to i w nowym harmonogramie uporządkowanie to nie ulegnie zmianie. W przeciwnym przypadku y_{ik} będzie równe zeru. Problem korygowania rozwiązania w sytuacji awaryjnej sformułować można następująco:

$$\min_{[x_{ij}][y_{ij}]} \left\{ \sum_{i=0}^{n} \sum_{\substack{k=0\\k\neq i}} \left[\hat{x}_{ik} y_{ik} + x_{ik} (1 - y_{ik}) (c_{ik} + p_i) \right] + \sum_{i=0}^{n} \left[x_{i,n+1} (c_{i,n+1} + p_i) + x_{n+1,i} (p_{n+1} + c_{n+1,i}) \right] \right\} \qquad /17/$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{k=0, k\neq i}^{n} \left[\hat{x}_{ik} y_{ik} + x_{ik} (1 - y_{ik}) \right] = 1, \quad i = 0,1,\ldots,n \qquad /18/$$

$$\sum_{k=0, k\neq i}^{n} \left[\hat{x}_{ki} y_{ki} + x_{ki} (1 - y_{ki}) \right] = 1, \quad i = 0,1,\ldots,n \qquad /19/$$

$$\sum_{k=0}^{n} x_{n+1,k} = 1 \qquad /20/$$

$$\sum_{k=0}^{n} x_{k,n+1} = 1 \qquad /21/$$

$$y_{ik} \leqslant \hat{x}_{ik} \quad ; \quad k,i = 0,1,\ldots,n \qquad /22/$$

brak podkonturów / patrz Uwaga 1 / /23/

$$y_{ik}, x_{ik} \in \{0,1\}, \text{ dla wszystkich } i,k. \qquad /24/$$

Zauważmy, że dla ustalonych wartości y_{ik} problem /17/-/24/ jest znany jako General Routing Problem - GRP / Ogólny problem Ustalania Tras / , który został sformułowany przez Orloffa [5]. Jest on pewnym uogólnieniem zagadnienia komiwojażera.

Podobnie jak w Rozdziale 2, w ogólnym przypadku minimalizacja względem zmiennych y_{ik} prowadzić będzie do rozwiązania $y_{ik} = 0$ (dla wszystkich i,k). Dla naszych celów interesujące są jednak rozwiązania, w których liczba zmiennych y_{ik} równych jedności jest dostatecznie duża. Stąd proponujemy dalej pewne reguły heurystyczne, które posłużą do wyznaczania zbioru zmiennych y_{ik} równych jedności / a więc do wyznaczenia tego fragmentu uszeregowania, który dalej nie ulegnie zmianie /. Zauważmy, że zagadnienie komiwojażera ma prostą interpretację graficzną / wartości c_{ik} odpowiadają odległościom między punktami symbolizującymi i-te oraz k-te zadanie/. Należy się spodziewać, że w optymalnym uszeregowaniu n+1 prac zadania wykonywane na krótko przed pracą n+1 oraz niedługo po niej powinny znajdować się w bliskim sąsiedztwie pracy n+1. Stąd można oczekiwać, że pojawienie się nowej, n+1 - szej pracy będzie prowadzić do zmian harmonogramu tylko w blis - kim sąsiedztwie n+1 - szej pracy, natomiast pozostałe fragmenty uszeregowania nie powinny ulec zmianie. W przypadku zadań o dużych rozmiarach założenie takie wydaje się sensowne, mimo że nie można ogólnie udowodnić jego teoretycznej poprawności.

Niech zbiór prac $S \subset \{0,1,\ldots,n\}$ będzie sąsiedztwem pracy n+1 - szej. Ustalenie tego sąsiedztwa prowadzić będzie do przyjęcia $y_{ik} = 1$ dla wszyst - kich $i,k \notin S$ oraz $y_{ik} = 0$ w pozostałych przypadkach. Zauważmy, że jeśli liczność zbioru S jest równa K, to ustalenie $[y_{ik}]$ zgodnie z powyższą regułą spowoduje otrzymanie zadania o rozmiarze $2(K+1)$. Im większe będzie K, tym większa będzie szansa zbliżenia się do optymalnej wartości funkcji celu /17/. Równocześnie jednak, wyznaczenie skorygowanego harmonogramu wymagać będzie coraz większych nakładów obliczeniowych.

Proponować można różne metody określenia sąsiedztwa pracy n+1 - szej. Najprostsze z nich to wyznaczenie K najbliższych sąsiadów lub znalezienie wszystkich sąsiadów, dla których wartości $c_{n+1,i}$ lub $c_{i,n+1}$ są nie większe niż pewna zadana wartość. Przy czym, w tym drugim przypadku nie jesteśmy w stanie określić z góry rozmiaru zadania GRP, które przyjdzie nam dalej rozwiązywać.

Wydaje się, że do wyznaczania sąsiedztwa S zastosować można również ~~również~~ metody stosowane w analizie obrazów / por. [1] /, na przykład sąsiedztwa Voronoja. Wymaga to jednak dalszych badań.

4. Zakończenie

W pracy przedstawiono ideę metody korekcji rozwiązań traktowanej jako ogólne podejście do zadań optymalizacji w sytuacjach gdy pierwotne rozwiązanie optymalne traci swą przydatność na skutek nie przewidzianych zmian warunków zewnętrznych. Na zagadnienie to można również spojrzeć jako na specyficzną klasę zadań post - optymalizacyjnych, lecz ten punkt widzenia nie znalazł w pracy odzwierciedlenia z powodu ograniczeń długości tekstu

Przydatność MKR została w pracy pokazana dla zadań przydziału n prac do m maszyn. Odczuwa się potrzebę dalszych badań nad sposobami wyboru ustalonej i zmiennej części harmonogramu.

LITERATURA

[1] Ahuja N., Schachter B.J. : Pattern models , s. 34 - 35, John Wiley, New York 1983.

[2] Bellomore M., Hong S. : Transformation of Multisalesman Problem to the Standart Traveling Salesman Problem, J. ACM, vol. 21. nr 3, s. 500 - 504, 1974.
[3] Błażewicz J., Cellary W., Słowiński R., Węglarz J. : Badania operacyjne dla informatyków. WNT, Warszawa 1983.
[4] Coffman E.G. : Teoria szeregowania zadań, WNT, Warszawa 1980.
[5] Orloff C.S., A Fundamental Problem in Vehicle Routing, Networks vol. 4, s. 35 - 64, 1974.
[6] Skubalska E., Zagadnienie planowania tras pojazdów. Modele matematyczne, Archiwum Automatyki i Telemechaniki Zeszyt 4, ss. 483 - 499, 1984.

Recenzent: Prof.dr inż.Henryk Kowalowski
Wpłynęło do Redakcji do 1986.04.30

ЗАДАЧА ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОДУКЦИИ В УСЛОВИЯХ АВАРИИ

Р е з ю м е

В работе рассматривается задача оптимизации производственного процесса в чрезвычайной обстановке , которая вынуждает изменения в реализованном до сих пор расписании. Предложен общий подход к решению такого типа задач. Детально расомотрены две задачи совершенствования расписания для м параллельно работающих станков при разных показателях качества производственного процесса.

SCHEDULING PROBLEMS UNDER ENVIRONMENTAL CHANGES

S u m m a r y

In a real - life production planning we are frequently faced with the necessity of corrections in a currently realized schedule, due to sud - den changes in an environment. By environmental changes we mean e.g. an extra job to be done, damage of a machine or fluctuations in jobs durations. In the paper, a general approach to optimization problems arising in such cases is proposed. Its essence is in fixing an appropriately chosen part of the realized schedule, with subsequent optimal correction of a remaining part of the schedule. The above idea, further called the solution correction method /SCM/, leads to essential savings in computations, since the resulting optimization problem can be made considerably smaller than the initial one, by fixing a large part of the existing schedule. On the other hand, by fixing too large part of the schedule we reduce a likelihood of finding a globally optimal solution. Patricular rules of resolving this dilemma are problem dependent.

In order to illustrate SCM idea, two problems are considered in details. The first of them is the time - optimal assignment of n independent jobs to m identical machines. In the second one, machines set - up times are also taken into account and the total working time is chosen as the optimality criterion. In both cases various rules are proposed for dividing the schedule into fixed and optimized parts. Ma - thematical models of optimized parts of schedules are formulated.