

Feliks ANDERMANN, Anna WAGNER

OB LICZANIE ŚCIANY WIELKOPŁYTOWEJ NA UPROSZCZONYM MODELU

Streszczenie. W pracy podano sposób obliczania prefabrykowanych ścian wielkopłytowych. Prostokątne płyty są uważane za sztywne elementy połączone sprężysto odkształcalnymi złączami. Wyprowadzono macierz sztywności dla takiego modelu. Rozwiązano dwa przykłady dla jednakowej i zróżnicowanej odkształcalności złączy poziomych i pionowych.

W pracy podjęte próbe przybliżonego określenia sił występujących w stykach wielkowymiarowych elementów prefabrykowanej ściany budynku. Wykorzystano przy tym uproszczony model tej ściany, wynikający z założenia, że odkształcalność złączy w przekrojach stykowych jest znacznie większa od odkształcalności łączonych elementów wielkowymiarowych. Model ten przyjęto zatem w postaci nieodkształcających elementów prostokątnych połączonych sprężysto odkształcalnymi złączami. Schemat takiego modelu pokazano na rys. 1.

Założono, że złącza w przekrojach stykowych cechuje liniowa sprężystość zarówno przy odkształceniach objętościowych jak i postaciowych. Ponadto przyjęto, że konstrukcja złączy jest symetryczna względem środka linii styku przyległych elementów ściany.

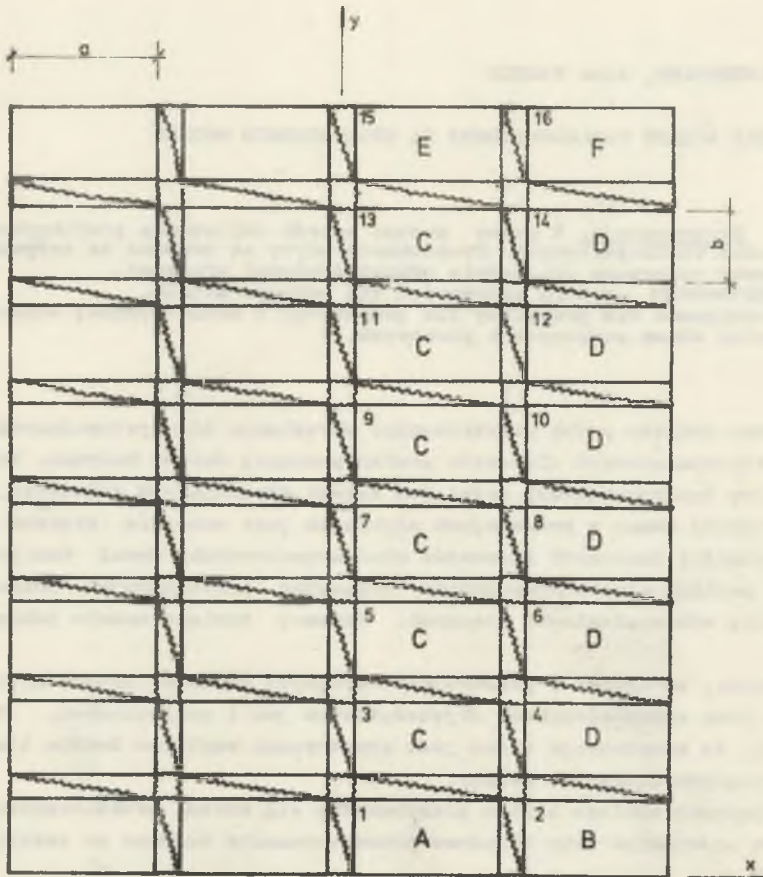
Rozwiązanie takiego układu przeprowadza się metodą przemieszczeń, uważając za niewiadome trzy składowe przemieszczenia każdego ze sztywnych elementów.

Macierz sztywności elementu J ma następującą postać

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} r_{u,u} & r_{v,u} & r_{\varphi,u} \\ r_{u,v} & r_{v,v} & r_{\varphi,v} \\ r_{u,\varphi} & r_{v,\varphi} & r_{\varphi,\varphi} \end{bmatrix} J; \quad (1)$$

gdzie:

- u - przesunięcie w kierunku osi x ,
- v - przesunięcie w kierunku osi y ,
- φ - obrót w płaszczyźnie x,y .



Rys. 1

W dalszym ciągu rozpatruje się przypadek ściany obciążonej symetrycznie względem osi y (rys. 1) złożonej z jednakowych elementów. Złączom w stykach poziomych przypisuje się sztywność przy przesunięciu normalnym (C_y^h), przesunięciu stycznym (C_x^h) oraz obrocie (C_p^h).

Sztywności złącz w stykach pionowych oznaczono odpowiednio przy przesunięciu normalnym przez C_x^v , przesunięciu stycznym przez C_y^v oraz obrocie C_w^v .

Macierz sztywności przytoczymy przykładowo dla ściany złożonej z 32 elementów, pokazanej na rys. 1. Przy uwzględnieniu symetrii stanu odkształcenia ustroju wystąpi 6 typów elementów z następującymi odpowiadającymi im macierzami sztywności (typy A do F na rys. 1):

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 C_x^v + C_x^h & 0 & C_x^h \frac{b}{2} \\ 0 & C_y^v + C_y^h & -C_y^v \frac{a}{2} \\ C_x^h \frac{b}{2} & -C_y^v \frac{a}{2} & 3 C_y^v + C_y^h + C_x^h \frac{b^2}{4} + C_y^v \frac{a^2}{4} \end{bmatrix} ;$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} C_x^v + C_x^h & 0 & C_x^h \frac{b}{2} \\ 0 & C_y^v + C_y^h & C_y^v \frac{a}{2} \\ C_x^h \frac{b}{2} & C_y^v \frac{a}{2} & C_y^v + C_y^h + C_x^h \frac{b^2}{4} + C_y^v \frac{a^2}{4} \end{bmatrix} ; \quad (2)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 3 C_x^v + 2 C_x^h & 0 & 0 \\ 0 & C_y^v + 2 C_y^h & -C_y^v \frac{a}{2} \\ 0 & -C_y^v \frac{a}{2} & 3 C_y^v + 2 C_y^h + C_x^h \frac{b^2}{2} + C_y^v \frac{a^2}{4} \end{bmatrix} ;$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} C_x^v + 2 C_x^h & 0 & 0 \\ 0 & C_y^v + 2 C_y^h & C_y^v \frac{a}{2} \\ 0 & C_y^v \frac{a}{2} & C_y^v + 2 C_y^h + C_x^h \frac{b^2}{2} + C_y^v \frac{a^2}{4} \end{bmatrix} ;$$

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} 3 C_x^v + C_x^h & 0 & -C_x^h \frac{b}{2} \\ 0 & C_y^v + C_y^h & -C_y^v \frac{a}{2} \\ -C_x^h \frac{b}{2} & -C_y^v \frac{a}{2} & 3 C_y^v + C_y^h + C_x^h \frac{b^2}{4} + C_y^v \frac{a^2}{4} \end{bmatrix} ;$$

Układ równań kanonicznych ma postać macierzową

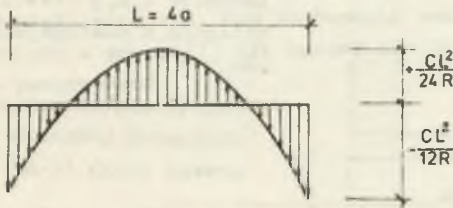
$$RZ + W = Q, \quad (8)$$

gdzie: W stanowi macierz wyrazów wolnych.

Przykłady

Rozpatrzmy przypadek samozrównoważonego parabolicznego obciążenia dolnego brzegu ściany, jaki występuje przy obliczaniu ścian budynków na wpływ krzywizny terenu wywołanej eksploatacją górnictwem.

Funkcja obciążenia ma przy krzywiznie wypukłej (rys.2) postać (por [1], s. 103):



Rys. 2

$$p(x) = -\frac{C}{2R} \left(x^2 - \frac{L^2}{12}\right), \quad (9)$$

gdzie:

- C - współczynnik sprężystości gruntu $[N/m^3]$,
- R - promień krzywizny terenu.

Przy założeniu jednostkowej grubości ściany, na dolne jej elementy 1 i 2 (p. rys. 1) działają przy obciążeniu (9) następujące wypadkowe siły pionowe i momenty:

$$V_1 = \frac{C}{2R} a^3, \quad V_2 = -\frac{C}{2R} a^3,$$

$$M_1 = \frac{C}{24R} a^4, \quad M_2 = \frac{C}{8R} a^4.$$

Kolumnowa macierz wyrazów wolnych ma zatem postać:

$$W = \{0, -V_1, -M_1, 0, -V_2, -M_2, 0, 0, \dots, 0\}. \quad (10)$$

Po wyznaczeniu składowych przemieszczeń elementów ściany można dojść do sił występujących w złączach o określonej strukturze.

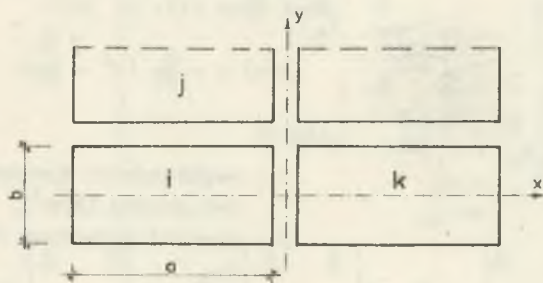
Przyjmując przykładowo strukturę złącz równomierną wzdłuż styków poziomych i pionowych, sztywności ich można wyrazić w następujący sposób:

$$C_y^h = \frac{a t E^h}{s_h}, \quad C_x^h = \frac{a t G^h}{s_h}, \quad C_y^h = \frac{a^3 t E^h}{12s_h}, \quad (11)$$

$$C_x^v = \frac{b t E^v}{E_v}, \quad C_y^v = \frac{b t G^v}{E_v}, \quad C_\varphi^v = \frac{b^3 t E^v}{12 E_v}, \quad (11)$$

gdzie:

- a - długość elementu ściany,
- b - wysokość elementu ściany,
- t - grubość elementu,
- E_h, E_v - zastępcza grubość złącza w styku poziomym i pionowym,
- E^h, E^v - zastępczy moduł Younga dla złącza w styku poziomym i pionowym,
- G^h, G^v - zastępczy moduł Kirchhoffa dla złącza w styku poziomym i pionowym.



Rys. 3

Naprężenia w stykach elementów i, k, j (rys. 3) obliczymy w następujący sposób:

- naprężenia normalne w skrajnych punktach pionowego styku (i-k)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{(u_k - u_i) C_x^v}{t b} \pm \\ &\pm \frac{6(\varphi_k - \varphi_i) C_\varphi^v}{t b^2}; \end{aligned} \quad (12)$$

średnie naprężenie styczne w styku pionowym (i - k)

$$\tau = \frac{(v_k - v_i) C_y^v}{t b}; \quad (13)$$

naprężenia normalne w skrajnych punktach styku poziomego (i-j)

$$\sigma_y = \frac{(v_j - v_i) C_y^h}{t a} \pm \frac{6(\varphi_j - \varphi_i) C_\varphi^h}{t a^2}; \quad (14)$$

średnie naprężenie styczne w styku poziomym (i-j)

$$\tau = \frac{(u_j - u_i) C_x^h}{t a}. \quad (15)$$

Średnią wartość naprężeń normalnych $\sigma_{x,s}$ lub $\sigma_{y,s}$ uzyskuje się, odzrucając z wyrażen (12) i 14) drugi składnik.

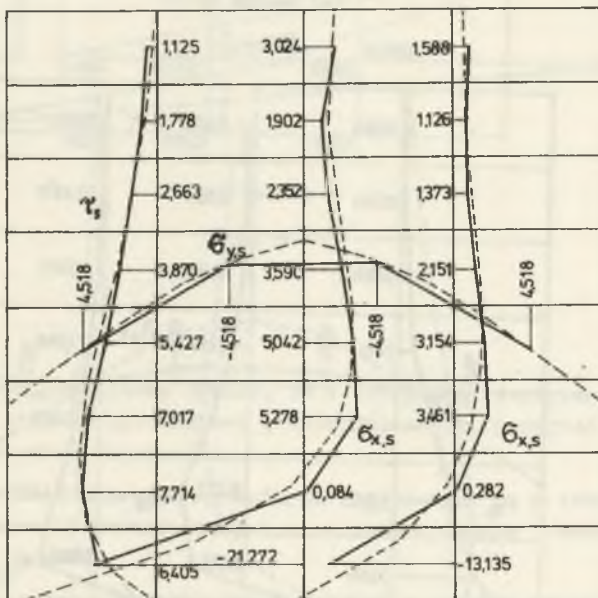
Obliczenia szczegółowe przeprowadzono dla ściany o następujących parametrach

$$a = 6 \text{ m}, \quad b = 3 \text{ m}, \quad G = 0,4 \text{ E.}$$

Rozpatrzono dwa przypadki:

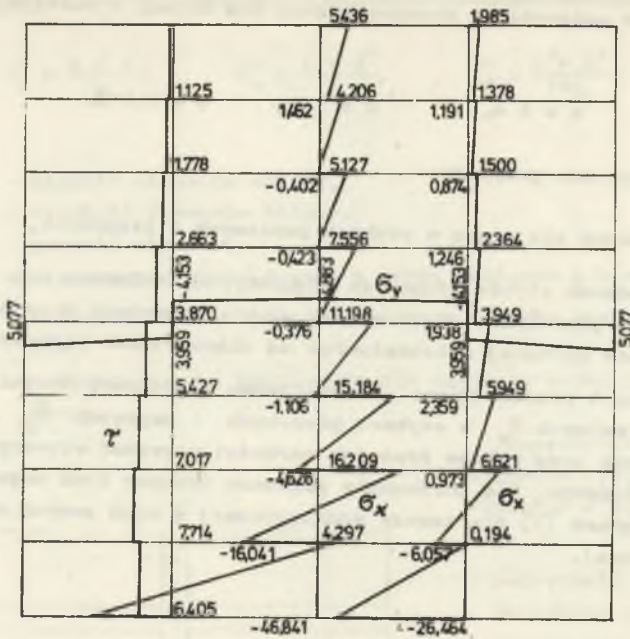
- a) $\frac{E}{G}$ jednakowa dla złączy w stykach poziomych i pionowych,
- b) $\frac{E}{G}$ w złączach styków pionowych pięciokrotnie większe niż w złączach styków poziomych, czyli złącza styków poziomych przyjęto pięciokrotnie bardziej odkształcalne od złączy styków pionowych.

Na rysunku 4 przedstawiono dla przypadku a) wykresy średnich wartości naprężeń normalnych σ_x w stykach pionowych i naprężeń σ_y w środkowym styku poziomym oraz wykres średnich wartości naprężeń stycznych τ w skrajnym styku pionowym. Dla porównania pokazano wykresy tych naprężeń, jakie uzyskano w pracy [1] dla tarczy monolitycznej o tych samych wymiarach (linia przerywana).



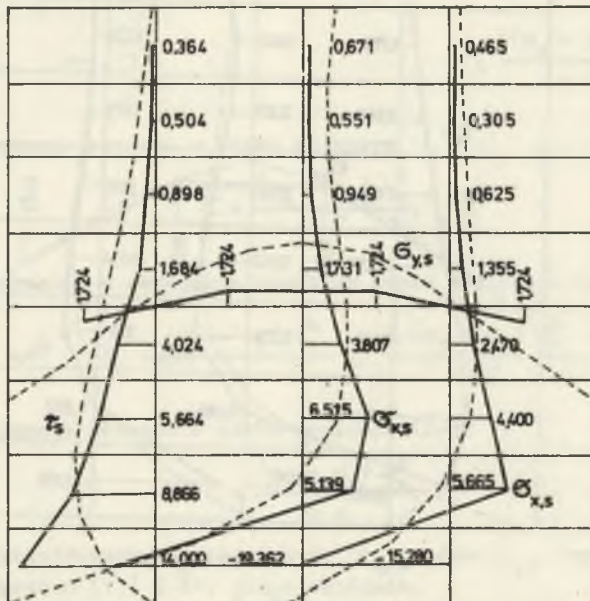
mnożnik $\frac{G}{R}$

Rys. 4



množnik $\frac{C}{R}$

Rys. 5

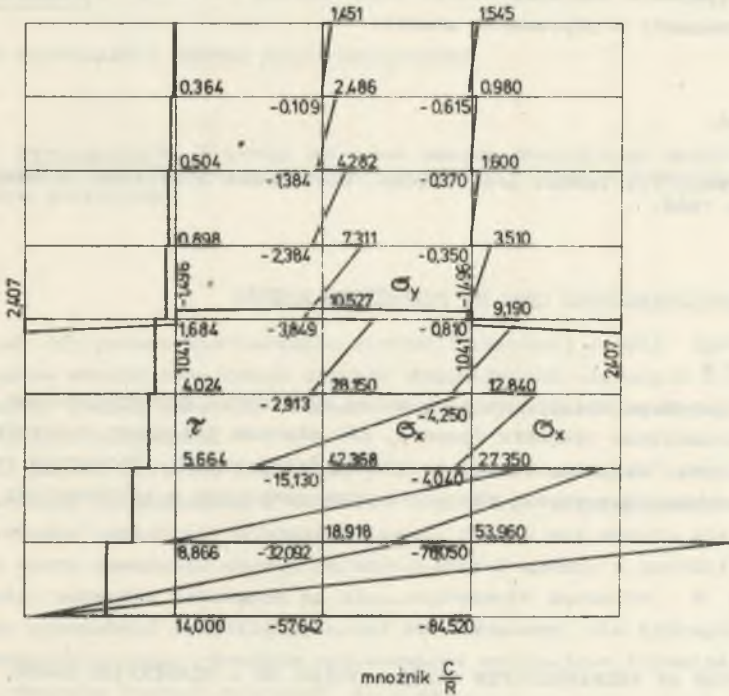


množnik $\frac{C}{R}$

Rys. 6

Na rysunku 5 podano dla przypadku a) wykresy zmian naprężeń σ_x , σ_y i τ wzdłuż boków elementów ściany.

Na rysunkach 6 i 7 pokazano analogiczne wykresy dla przypadku b).



Rys. 7

Wnioski

1. Z obliczonych przykładów wynika, że w przypadku identycznej odkształcalności złączy w stykach poziomych i pionowych wartość naprężeń w stykach nie zależy od tej odkształcalności.

2. Średnie wartości naprężeń normalnych i stykowych są w takim przypadku zbliżone do wartości uzyskiwanych z rozwiązania ściany monolitycznej (rys. 4).

3. W przypadku różnej odkształcalności złączy w stykach poziomych i pionowych wartości naprężeń w złączach zależą od stosunku odkształcalności złączy w stykach pionowych i poziomych ($\frac{C^v}{C^h}$).

4. Większa odkształcalność złączy w stykach poziomych powoduje, w przypadku obciążenia od wpływu krzywizny terenu górniczego, "odprężenie" złączy w stykach górnej części ściany, wzrost zaś naprężeń w dolnej części ściany.

5. Przedstawiony sposób może posłużyć do określenia sił w złączach, których odkształcalność zależy od wartości tych sił.

Wymagałoby to zastosowania postępowania iteracyjnego. W każdym etapie tego postępowania odkształcalność złącz byłaby określona przez siły w złączach wyznaczone w poprzednim etapie.

LITERATURA

- [1] Andermann F.: Tarcze prostokątne. Obliczenia statyczne. Arkady, Warszawa 1966.

РАСЧЕТ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ СТЕН НА УПРОЩЕННОЙ МОДЕЛИ

Р е з ю м е

В настоящей работе представлен метод вычисления крупнопанельных стен.

Крупнопанельные элементы принято, как жёсткие пластинки соединённые упругими связями. Получено матрицу жесткости такой модели. Расчитано два примера для одинаковой и разной жёсткости горизонтальных и вертикальных связей.

CALCULATION OF PREFABRICATED PANEL - WALLS ON A SIMPLIFIED MODEL

S u m m a r y

In the paper a method of calculating prefabricated panel - walls is given. The rectangular panels are assumed as rigid elements connected by elastically deformable constraints. The stiffness matrix of such a model has been derived. Two examples have been solved for equal and different deformability of the horizontal and vertical constraints.