

Jacek T. TOPORKIEWICZ

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

ANALIZA NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO STEROWANEGO IMPULSOWO-SYMETRYCZNIE

Streszczenie. W pracy omówiono ideę impulsowo-symetrycznego sterowania napięciem przemiennego. Przeprowadzono analizę przebiegu napięcia wyjściowego impulsowego układu sterowania oraz ocenę jego odkształcenia.

Sterowanie impulsowe symetryczne napięcia przemiennego polega na cyklicznym załączaniu sinusoidalnego napięcia zasilającego u_1 o postaci:

$$u_1(t) = U_{\max} \sin(\omega_1 t) \quad (1)$$

gdzie:

$$t \in \mathbb{R}, U_{\max} \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}, \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}, T_1 \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\},$$

do obwodu wyjściowego za pomocą elementu łączeniowego (klucza) K synchronicznie względem chwil t_n ekstremalnych jego wartości, tzn.:

$$\left\{ t_n : u_1(t_n) = \sup_{t \in \mathbb{R}} |u_1(t)| \right\}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

oraz zmianie czasu załączenia napięcia u_1 symetrycznie względem punktów $\{t_n\}$ [4,5].

Pracę idealnego elementu łączeniowego K napięcia zasilającego u_1 do obwodu wyjściowego opisuje funkcja impulsowania w postaci analitycznej:

$$K(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in (t_n' - t_0, t_n' + t_0) \cup (t_n'' - t_0, t_n'' + t_0) \\ \frac{1}{2} & \text{dla } t \in \{t_n' \pm t_0, t_n'' \pm t_0\} \\ 0 & \text{dla } t \in (nT_1, t_n' - t_0) \cup (t_n' + t_0, t_n'' - t_0) \cup (t_n'' + t_0, (n+1)T_1) \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

$$t_n' = \frac{(4n+1)}{4} T_1, \quad t_n'' = \frac{(4n+3)}{4} T_1, \quad t_0 \in \left[0, \frac{T_1}{4}\right], \quad n \in \mathbb{N}.$$

Chwilową wartość napięcia wyjściowego u_2 impulsowego układu sterowania określa zależność:

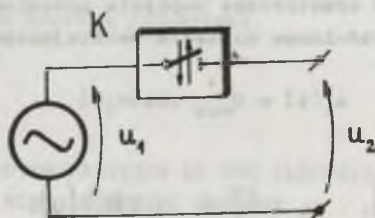
dla $t \in R_+$

$$u_2(t) = (K \cdot u_1)(t), \quad (4)$$

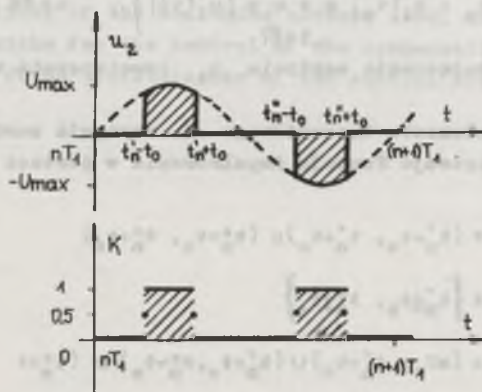
która po uwzględnieniu (1) i (3) daje (rys. 1):

$$u_2(t) = \begin{cases} U_{\max} \sin(\omega_1 t) & \text{dla } t \in (t_n' - t_0, t_n' + t_0) \cup (t_n'' - t_0, t_n'' + t_0) \\ \frac{U_{\max}}{2} \sin(\omega_1 t) & \text{dla } t \in \{t_n' \pm t_0, t_n \pm t_0\} \\ 0 & \text{dla } t \in (nT_1, t_n' - t_0) \cup (t_n' + t_0, t_n'' - t_0) \cup \\ & \cup (t_n'' + t_0, (n+1)T_1) \end{cases} \quad (5)$$

a)



b)



Rys. 1. Impulsowo-symetryczne sterowanie napięcia przemiennego

a - schemat ideowy układu sterowania, b - przebiegi czasowe: funkcji impulsowania K i napięcia wyjściowego u_2 układu sterowania

Przebieg napięcia wyjściowego u_2 jest więc funkcją okresową o okresie równym okresowi napięcia zasilającego T_1 . Wartość średnia napięcia wyjściowego jest równa zeru ($U_{2sr} = 0$) w całym zakresie sterowania, a jego wartość skuteczna U_2 ma postać:

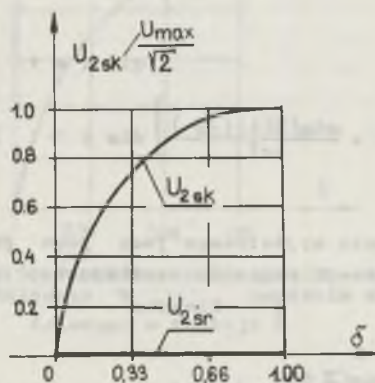
$$U_2 \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_{nT_1}^{(n+1)T_1} u_2^2(t) dt} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{4t_0}{T_1} + \frac{\sin(\frac{4\pi}{T_1} t_0)}{\pi}} \quad (6)$$

Przyjmując jako zmienną sterowania względny czas załączenia δ napięcia zasilania do obwodu wyjściowego:

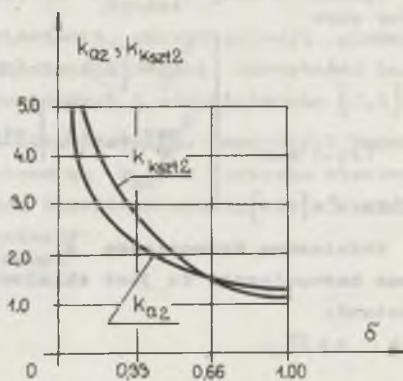
$$\delta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{4t_0}{T_1}, \quad \delta \in [0, 1] \quad (7)$$

otrzymuje się:

$$U_2 = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \sqrt{\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi}} \quad (8)$$



Rys. 2. Przebiegi wartości: średniej U_{2sr} i skutecznej U_{2sk} napięcia wyjściowego w funkcji δ



Rys. 3. Przebiegi współczynników: amplitudy k_{a2} i kształtu k_{ksz2} napięcia wyjściowego w funkcji δ

Zmieniając względny czas załączenia δ napięcia zasilającego do obwodu wyjściowego w przedziale $[0, 1]$ steruje się wartością skuteczną U_2 napięcia wyjściowego w zakresie $\left[0, \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}\right]$, przy czym jest ona nieliniową funkcją δ o postaci (8) (rys. 2).

Współczynnik amplitudy k_a napięcia wyjściowego u_2 impulsowego układu sterowania ma postać (rys. 3):

$$k_{a2} \stackrel{\text{df}}{=} \frac{U_{\max}}{U_2} = \sqrt{\frac{2}{\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi}}}, \quad (9)$$

a jego współczynnik kształtu k_{sz2} określa relacja (rys. 3):

$$k_{\text{sz2}} \stackrel{\text{df}}{=} \frac{U_2}{U_{2\delta r}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi}}}{\sin(\frac{\pi}{2}\delta)}, \quad (10)$$

gdzie: $\delta \in (0, 1]$.

Przebieg czasowy napięcia wyjściowego u_2 jako funkcja okresowa, przedziałami monotoniczna, przedziałami klasy $\mathcal{C}^{(1)}$ oraz spełniająca w punktach nieciągłości założenia twierdzenia Dirichleta, jest rozwijalny w szereg Fouriera:

$$\text{dla } t \in \mathbb{R}_+ \\ u_2(t) = \sum_{i=1}^{\infty} U_{(2i-1)\max} \sin((2i-1)\omega_1 t) \quad (11)$$

przy czym

$$U_{(2i-1)\max} = \begin{cases} \frac{U_{\max}}{\pi} [\pi\delta + \sin(\pi\delta)] & \text{dla } i = 1 \\ \frac{U_{\max}}{\pi} (-1)^i \left[\frac{\sin(\pi i \delta)}{i} + \frac{\sin(\pi(i-1)\delta)}{i-1} \right] & \text{dla } i > 1 \end{cases} \quad (12)$$

gdzie: $\delta \in [0, 1]$.

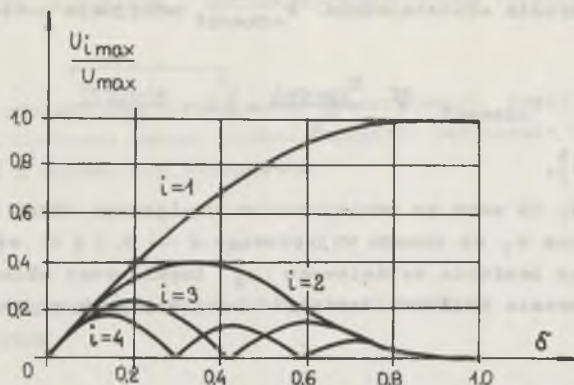
Podstawową harmoniczną $u_{2\text{podst}}$ napięcia wyjściowego jest jego pierwsza harmoniczna, to jest składowa o pulsacji napięcia zasilającego ω_1 o postaci:

$$\text{dla } t \in \mathbb{R}_+ \\ u_{2\text{podst}}(t) = U_{\max} \left(\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right) \sin \omega_1 t \quad (13)$$

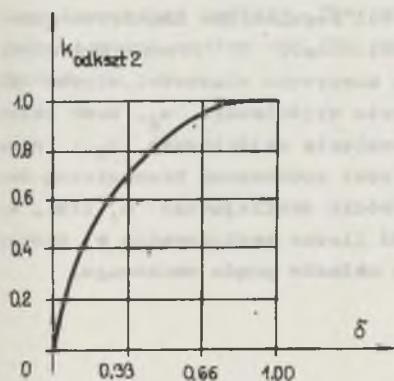
gdzie $\delta \in [0, 1]$.

Zmieniając względny czas załączenia δ napięcia zasilającego u_1 do obwodu wyjściowego w przedziale $[0, 1]$ steruje się amplitudą podstawowej harmonicznej napięcia wyjściowego w zakresie $[0, U_{\max}]$, przy czym jest ona nieliniową funkcją δ o postaci (13).

Jak wynika z otrzymanych relacji (12), widmo napięcia wyjściowego impulsowego układu sterowania zawiera wyłącznie wyższe harmoniczne nieparzyste, będące w fazie z napięciem źródła zasilającego (rys. 4).



Rys. 4. Widmo amplitudowe napięcia wyjściowego impulsowego układu sterowania



Rys. 5. Przebieg współczynnika odkształcenia k_{odksz2} napięcia wyjściowego w funkcji δ

Odkształcenie przebiegu napięcia wyjściowego u_2 względem przebiegu podstawowej harmonicznej napięcia u_{2podst} , jako wielkości odniesienia, charakteryzują globalnie współczynniki: zawartości harmonicznych i odkształcenia [1,2].

Współczynnik zawartości harmonicznych k_{h2} w napięciu sterowanym impulsowo-symetrycznie określa relacja:

$$k_{h2} \stackrel{df}{=} \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^{\infty} U_{2imax}^2}{U_{2podst \max}^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} \left[\frac{\sin(\pi i \delta)}{i} + \frac{\sin(\pi (i-1) \delta)}{i-1} \right]^2}}{\pi \delta + \sin(\pi \delta)} \leq \frac{2}{3} \frac{\pi^2}{\pi \delta + \sin(\pi \delta)} \leq \frac{2}{3} \frac{\pi}{\delta}, \quad (14)$$

a jego współczynnik odkształcenia k_{odksz2} przyjmuje postać (rys. 5):

$$k_{\text{odksz2}} \frac{df}{d\delta} \frac{U_{2\text{podst}}}{U_2} = \sqrt{\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi}} \quad (15)$$

gdzie $\delta \in (0, 1]$.

Wynika stąd, iż wraz ze zmniejszaniem względnego czasu załączenia δ napięcia zasilania u_1 do obwodu wyjściowego $\delta \rightarrow 0$, $\delta \neq 0$ wzrasta odkształcenie przebiegu napięcia wyjściowego u_2 impulsowego układu sterowania, a tym samym wzrasta względna zawartość harmonicznych w jego widmie (14), (15).

Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono podstawowe własności regulacyjne impulsowo-symetrycznego sposobu sterowania napięcia przemiennego. Z przeprowadzonych rozważań wynika, iż ze względu na niektóre korzystne własności, między innymi: ciągłość sterowania parametrów napięcia wyjściowego u_2 , brak składowej stałej i subharmonicznych w widmie napięcia wyjściowego u_2 , niezmienniczość kąta przesunięcia fazowego między podstawową harmoniczną napięcia wyjściowego $u_{2\text{podst}}$ a napięciem źródła zasilającego u_1 itp., analizowany algorytm sterowania może znaleźć liczne zastosowania w systemach zasilania, przetwarzania i sterowania układów prądu zmiennego.

LITERATURA

- [1] Atabekow G.I.: Teoria liniowych obwodów elektrycznych. WNT, Warszawa 1967.
- [2] Cholewiński T.: Elektrotechnika teoretyczna. T. I, II, WNT, Warszawa 1971-72.
- [3] Kuratowski K.: Rachunek różniczkowy i całkowy. PWN, Warszawa 1973.
- [4] Revankar G.N., Trasi D.S.: Symmetrically Pulse Width Modulated AC Chopper. IEEE Trans. Ind. Electron. & Constr. Instr., Vol. 24 1977 No 1.
- [5] Toporkiewicz J.T.: Impulsowe układy sterowania napięcia stałego i przemiennego. Materiały konferencyjne: "Nowoczesne Elektryczne Układy Napędowe". OPT, Katowice 1978.

Recenzent: prof. dr inż. Mieczysław Wierzejski

Wpłynęło do redakcji dn. 11.V.1982 r.

АНАЛИЗ ПЕРЕМЕННОГО НАПЯЖЕНИЯ С ИМПУЛЬСНО-СИММЕТРИЧНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Резюме

В работе представлен способ импульсно-симметричного управления переменным напряжением. Проведен анализ режима выходного напряжения импульсной системы управления и оценки его деформации.

ANALYSIS OF THE ALTERNATING VOLTAGE SIGNAL WITH PULSE
SYMMETRICAL CONTROL

Summary

The paper presents the algorithm of the pulse - symmetrical control of the alternating voltage. The analysis of the output voltage signal of the pulse control system and the estimation of wave-form deformation is performed.