

Jacek T. TOPORKIEWICZ

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki ŚląskiejANALIZA WŁASNOŚCI ODBIORNIKÓW: (R) i (RL) STEROWANYCH
IMPULSOWO-SYMETRYCZNIE

Streszczenie. W pracy przeanalizowano podstawowe własności energetyczne układów obciążenia: rezystancyjnego (R) i rezystancyjno-indukcyjnego (RL) w stanie ustalonym zasilanych napięciem sterowanym impulsowo-symetrycznie.

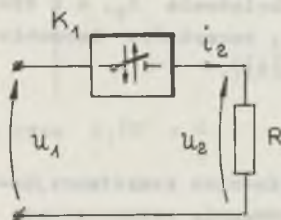
Przedmiotem rozważań będą liniowe odbiorniki: rezystancyjny (R) i rezystancyjno-indukcyjny (RL) zasilane napięciem wyjściowym u_2 impulsowego układu sterowania o postaci (rys. 1) [6]:

$$u_2(t) = \begin{cases} U_{\max} \sin(\omega_1 t) & \text{dla } t \in (t'_n - t_0, t'_n + t_0) \cup (t''_n - t_0, t''_n + t_0) \\ 0 & \text{dla } t \in (nT_1, t'_n - t_0) \cup (t'_n + t_0, t''_n - t_0) \cup (t''_n + t_0, (n+1)T_1) \end{cases}$$

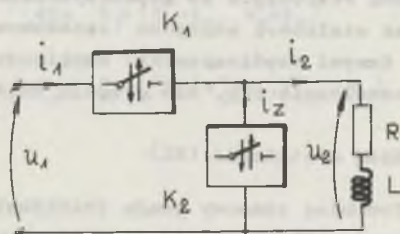
gdzie: $U_{\max} \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$, $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$, $T_1 \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$, (1)

$$t'_n = \frac{4n+1}{4} T_1, \quad t''_n = \frac{4n+3}{4} T_1, \quad t_0 \in \left[0, \frac{T_1}{4}\right], \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

a)



b)



Rys. 1. Schematy ideowe odbiorników:

(R) - (a) i (RL) - (b) sterowanych impulsowo-symetrycznie

Oznacza to, że odbiornik (R) jest cyklicznie załączany do źródła napięcia sinusoidalnego w czasie δ , $\delta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_0}{T_1}$, $\delta \in [0, 1]$ za pomocą elementu łączeniowego (klucza) K_1 , a odbiornik (RL) jest cyklicznie załączany do źródła napięcia sinusoidalnego w czasie δ za pomocą elementu łączeniowego K_1 oraz na przemian cyklicznie zwierany w czasie $(1 - \delta)$ za pomocą elementu zwierającego K_2 , przy czym zachodzi:

dla $t \in \mathbb{R}_+$

$$(K_1 + K_2)(t) = 1 \quad (2)$$

Wszystkie elementy wykonawcze (K_1 , K_2) impulsowego układu sterowania przyjęto w rozważaniach jako elementy idealne.

1. Prądy układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo-symetrycznie

- Układ obciążenia (R)

Prąd obciążenia i_2 odbiornika rezystancyjnego (R), będący jednocześnie prądem źródła zasilającego i_1 , tzn. $i_1 = i_2$, na podstawie (1) ma postać (rys. 2a):

$$i_2(t) = \begin{cases} I_{\max} \sin(\omega_1 t) & \text{dla } t \in (t'_n - t_0, t'_n + t_0) \cup (t''_n - t_0, t''_n + t_0) \\ 0 & \text{dla } t \in (nT_1, t'_n - t_0) \cup (t'_n + t_0, t''_n - t_0) \cup (t''_n + t_0, (n+1)T_1) \end{cases} \quad (3)$$

gdzie: $I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R} \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$.

Tak więc wszystkie wielkości charakteryzujące przebieg prądu obciążenia i_2 , a wśród nich między innymi: wartość średnia, średnia bezwzględna, skuteczna, amplitudy poszczególnych harmonicznych widma itp. są proporcjonalne do odpowiadających im wielkości napięcia wyjściowego u_2 impulsowego układu sterowania ze współczynnikiem proporcjonalności $\frac{1}{R}$. Wszystkie natomiast wielkości względne (stosunkowe) prądu obciążenia i_2 , a w tym między innymi współczynniki: amplitudy, kształtu, zawartości harmonicznych, odkształcenia itp. nie ulegają zmianie (por. [6]).

- Układ obciążenia (RL)

Przebieg czasowy prądu obciążenia i_2 odbiornika rezystancyjno-indukcyjnego (RL) w stanie nieustalonym opisuje równanie rekurencyjne:

$$i_2(t) = \begin{cases} I_{\max} \sin(\omega_1 t - \varphi) + \left[i(t'_n - t_0) - I_{\max} \cos(\omega_1 t_0 + \varphi) \right] e^{-\frac{t - (t'_n - t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t'_n - t_0, t'_n + t_0] \\ i(t'_n + t_0) e^{-\frac{t - (t'_n + t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t'_n + t_0, t''_n - t_0] \\ I_{\max} \sin(\omega_1 t - \varphi) + \left[i(t''_n - t_0) + I_{\max} \cos(\omega_1 t_0 + \varphi) \right] e^{-\frac{t - (t''_n - t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t''_n - t_0, t''_n + t_0] \\ i(t''_n + t_0) e^{-\frac{t - (t''_n + t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t''_n + t_0, t'_{n+1} - t_0] \end{cases}$$

przy czym $i_2(0) = 0$ (4)

gdzie:

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + (\omega_1 L)^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{\omega_1 L}{R}, \quad \tau = \frac{L}{R}$$

Przebiegi czasowe prądów: źródła zasilającego i_1 i elementu zwierającego K_2 i_z w stanie nieustalonym mają odpowiednio postać:

$$i_1(t) = \begin{cases} I_{\max} \sin(\omega_1 t - \varphi) + \left[i(t'_n - t_0) - I_{\max} \cos(\omega_1 t_0 + \varphi) \right] e^{-\frac{t - (t'_n - t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t'_n - t_0, t'_n + t_0) \\ I_{\max} \sin(\omega_1 t - \varphi) + \left[i(t''_n - t_0) + I_{\max} \cos(\omega_1 t_0 + \varphi) \right] e^{-\frac{t - (t''_n - t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t''_n - t_0, t''_n + t_0) \\ 0 & \text{dla } t \in (t'_n + t_0, t''_n - t_0) \cup (t''_n + t_0, t'_{n+1} - t_0) \end{cases} \quad (5)$$

przy czym $i_1(0) = 0$,

$$i_z(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \in (t_n' - t_0, t_n' + t_0) \cup (t_n'' - t_0, t_n'' + t_0) \\ i(t_n' + t_0) e^{-\frac{t - (t_n' + t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t_n' + t_0, t_n'' - t_0) \\ i(t_n'' + t_0) e^{-\frac{t - (t_n'' + t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in (t_n'' + t_0, t_{n+1}' - t_0) \end{cases}$$

przy czym $i_z(0) = 0$.

(6)

Na mocy twierdzeń o wartości granicy zbieżnych ciągów rekurencyjnych oraz okresowości i antysymetrii funkcji prądu obciążenia i_2 w stanie ustalonym dla odbiornika (RL) sterowanego impulsowo, zachodzi:

$$i_{2ust}(t_k' - t_0) = -i_{2ust}(t_k'' - t_0) = i_{2ust}(t_{k+1}' - t_0) \quad (7)$$

gdzie $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Na podstawie (4), uwzględniając (7), otrzymuje się:

$$i_{2ust}(t_k' - t_0) = I_{\max} \frac{\cos(\omega_1 t_0 + \varphi) - e^{-\frac{2t_0}{\tau}} \cos(\omega_1 t_0 - \varphi)}{1 + e^{-\frac{T_1}{2\tau}}} \quad (8)$$

gdzie $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Przyjmując w relacji (4) $n \rightarrow \infty$ oraz wstawiając (8) otrzymuje się przebieg czasowy prądu obciążenia odbiornika (RL) sterowanego impulsowo-symetrycznie w stanie ustalonym (rys. 2b):

$$i_{2ust}(t) = \begin{cases} I_{\max} \sin(\omega_1 t - \varphi) + \left[i_{2ust}\left(\frac{T_1}{4} - t_0\right) - I_{\max} \cos(\omega_1 t_0 + \varphi) \right] e^{-\frac{t - (\frac{T_1}{4} - t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in \left(\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0\right] \\ i_{2ust}\left(\frac{T_1}{4} + t_0\right) e^{-\frac{t - (\frac{T_1}{4} + t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in \left(\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0\right] \\ -i_{2ust}\left(\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0\right] & \text{dla } t \in \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0, \frac{3}{4} T_1 + t_0\right] \\ -i_{2ust}\left(\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0\right] & \text{dla } t \in \left(\frac{3}{4} T_1 + t_0, \frac{5}{4} T_1 - t_0\right] \end{cases} \quad (9)$$

Przebiegi czasowe prądów: źródła zasilającego i_{1ust} oraz elementu zwierającego K_2 i_{zust} w stanie ustalonym mają odpowiednio postać:

$$i_{1ust}(t) = \begin{cases} I_{max} \sin(\omega_1 t - \varphi) + \left[i_{2ust} \left(\frac{T_1}{4} - t_0 \right) - I_{max} \cos(\omega_1 t_0 + \varphi) \right] \cdot \\ \cdot e^{-\frac{t - (\frac{T_1}{4} - t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in \left(\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0 \right) \\ - i_{1ust} \left(\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0 \right) & \text{dla } t \in \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0, \frac{3}{4} T_1 + t_0 \right) \\ 0 & \text{dla } t \in \left(\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0 \right) \cup \left(\frac{3}{4} T_1 + t_0, \frac{5}{4} T_1 - t_0 \right) \\ 0 & \text{dla } t \in \left(\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0 \right) \cup \left(\frac{3}{4} T_1 - t_0, \frac{3}{4} T_1 + t_0 \right) \end{cases} \quad (10)$$

$$i_{zust}(t) = \begin{cases} i_{2ust} \left(\frac{T_1}{4} + t_0 \right) e^{-\frac{t - (\frac{T_1}{4} + t_0)}{\tau}} & \text{dla } t \in \left(\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0 \right) \\ - i_{zust} \left(\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0 \right) & \text{dla } t \in \left(\frac{3}{4} T_1 + t_0, \frac{5}{4} T_1 - t_0 \right) \end{cases} \quad (11)$$

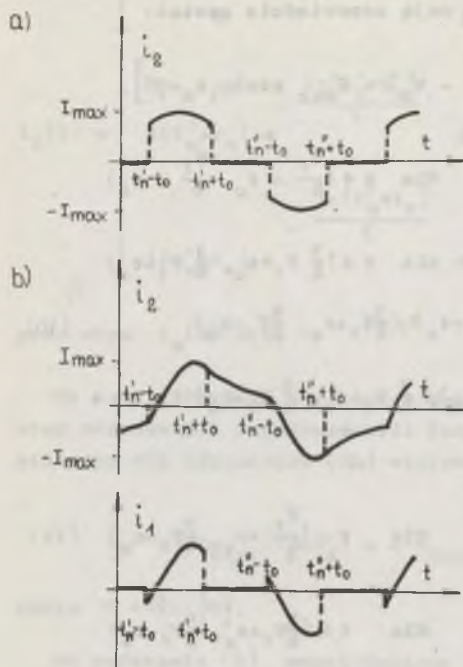
Wartości średnie prądów układu, w całym zakresie sterowania, są równe zeru ($I_{1sr} = 0$, $I_{2sr} = 0$, $I_{zsr} = 0$) a ich wartości skuteczne wynoszą (rysunek 3):

$$I_2 = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \left[\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \cos(2\varphi) + A(\delta) + B(\delta) e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) + \right. \\ \left. + D(\delta) \left(1 - e^{-\frac{(1-\delta)T_1}{\tau}} \right) \right] \frac{1}{2}, \quad (12)$$

$$I_1 = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \left[\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \cos(2\varphi) + A(\delta) + B(\delta) e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) \right] \frac{1}{2}, \quad (27)$$

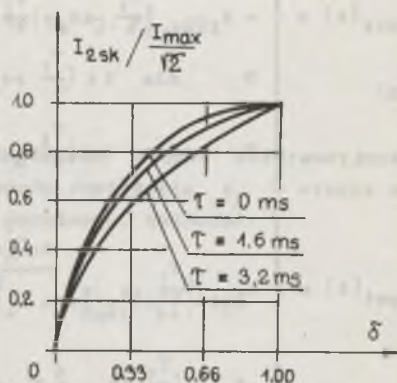
$$I_z = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \sqrt{D(\delta) \left(1 - e^{-\frac{(1-\delta)T_1}{\tau}} \right)} \quad (13)$$

gdzie $\delta \in [0, 1]$, przy czym



Rys. 2. Przebiegi czasowe prądów układu:

(R) - (a) i (RL) - (b) sterowanych impulsowo-symetrycznie



Rys. 3. Przebiegi wartości skutecznej prądu obciążenia I_{2sk} w funkcji δ układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo

$$A(\delta) = \frac{4 \frac{\tau}{T_1} (1 - e^{-\frac{T_1}{2\tau}})}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \left[\frac{i_{2ust} (\frac{T_1}{4} (1 - \delta))}{I_{max}} - \cos(\frac{\pi}{2} \delta + \varphi) \right] \left[\cos(\frac{\pi}{2} \delta + \varphi) + \right. \\ \left. + 2\pi \frac{\tau}{T_1} \sin(\frac{\pi}{2} \delta + \varphi) \right],$$

$$B(\delta) = \frac{4 \frac{\tau}{T_1} (e^{-\frac{T_1}{2\tau}} - 1)}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \left[\frac{i_{2ust} (\frac{T_1}{4} (1 - \delta))}{I_{max}} - \cos(\frac{\pi}{2} \delta + \varphi) \right] \left[\cos(\frac{\pi}{2} \delta - \varphi) - \right. \\ \left. - 2\pi \frac{\tau}{T_1} \sin(\frac{\pi}{2} \delta - \varphi) \right],$$

$$c(\delta) = \frac{T_1}{T_1} \left(1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}} \right) \left[\frac{i_{2ust} \left(\frac{T_1}{4} (1-\delta) \right)}{I_{max}} - \cos \left(\frac{\pi}{2} \delta + \varphi \right) \right]^2,$$

$$D(\delta) = \frac{T_1}{T_1} \left(1 + e^{-\frac{T_1}{\tau}} \right) \left[\frac{i_{2ust} \left(\frac{T_1}{4} (1+\delta) \right)}{I_{max}} \right]^2$$

Przebieg czasowy prądu obciążenia i_{2ust} odbiornika (RL) w stanie ustalonym jako funkcja okresowa, przedziałami monotoniczna, przedziałami klasy $\mathcal{C}^{(1)}$ (klasy $\mathcal{C}$ na $\mathbb{R}_+$) jest rozwijalny w szereg Fouriera, przy czym na mocy zasady superpozycji zachodzi (por. [6]):

dla $t \in \mathbb{R}_+$

$$i_{2ust}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} I_{2(2i-1)max} \sin((2i-1)\omega_1 t - \varphi_{2i-1}) \quad (14)$$

gdzie:

$$I_{2(2i-1)max} = \frac{U_{2(2i-1)max}}{\sqrt{R^2 + ((2i-1)\omega_1 L)^2}}, \quad \text{tg } \varphi_{2i-1} = \frac{(2i-1)\omega_1 L}{R}$$

Współczynnik odkształcenia prądu obciążenia $k_{odkszt1_2}$ odbiornika (RL) sterowanego impulsowo w stanie ustalonym ma postać:

$$k_{odkszt1_2} = \frac{I_{2podst}}{I_2} = \left[\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} / \left[\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \cos(2\varphi) + A(\delta) + B(\delta) e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) + D(\delta) \left(1 - e^{-\frac{(1-\delta)T_1}{\tau}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

gdzie $\delta \in (0, 1]$.

Kąt przesunięcia fazowego φ_{2podst} między podstawową harmoniczną prądu obciążenia i_{2podst} a napięciem źródła zasilającego u_1 jest stałym w całym zakresie sterowania $\delta \in (0, 1]$ i wynosi:

$$\varphi_{2podst} = \begin{cases} 0 & \text{dla odbiornika (R),} \\ \varphi & \text{dla odbiornika (RL) w stanie ustalonym.} \end{cases} \quad (16)$$

2. Moc układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo-symetrycznie [7]

Moc chwilową p_2 odbiorników: (R) i (RL) w stanie ustalonym sterowanych impulsowo-symetrycznie opisują relacje:

- układ obciążenia (R)

$$p_2(t) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} [1 - \cos(2\omega_1 t)] & \text{dla } t \in (\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0) \\ 0 & \text{dla } t \in (\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0) \end{cases} \quad (17)$$

- układ obciążenia (RL):

$$p_2(t) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left[\cos \varphi - \cos(2\omega_1 t - \varphi) + 2 M e^{-\frac{t - (\frac{T_1}{4} - t_0)}{\tau}} \cdot \sin(\omega_1 t) \right] & \text{dla } t \in (\frac{T_1}{4} - t_0, \frac{T_1}{4} + t_0) \\ 0 & \text{dla } t \in (\frac{T_1}{4} + t_0, \frac{3}{4} T_1 - t_0) \end{cases} \quad (18)$$

gdzie:

$$M = \frac{i_{2\text{ust}}(\frac{T_1}{4} - t_0)}{I_{\max}} - \cos(\omega_1 t_0 + \varphi),$$

a stąd ich moc czynna P_2 przyjmuje postać (rys. 4):

$$P_2 = \frac{2}{T_1} \int_{\frac{T_1}{4} - t_0}^{\frac{T_1}{4} + t_0} p_2(t) dt = \begin{cases} \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left[\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \right] & \text{dla układu obciążenia (R)} \\ \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left\{ \left(\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \right) \cos \varphi + \frac{4 M \frac{\tau}{T_1}}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \cdot \right. \\ \cdot \left[(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}}) \cos(\frac{\pi}{2} \delta) + 2\pi \frac{\tau}{T_1} (1 + e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}}) \cdot \right. \\ \cdot \left. \left. \sin(\frac{\pi}{2} \delta) \right) \right\} & \text{dla układu obciążenia (RL) w stanie ustalonym} \end{cases} \quad (19)$$

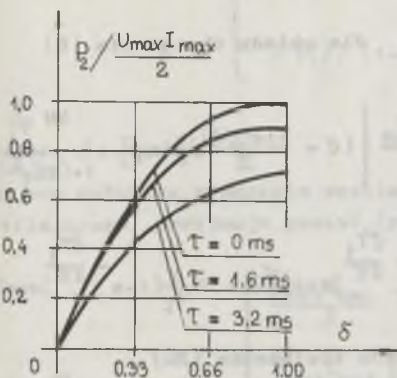
gdzie $\delta \in [0, 1]$.

Zmieniając względny czas załączenia δ napięć zasilających do obwodu obciążenia w przedziale $[0, 1]$ steruje się mocą czynną w zakresie:

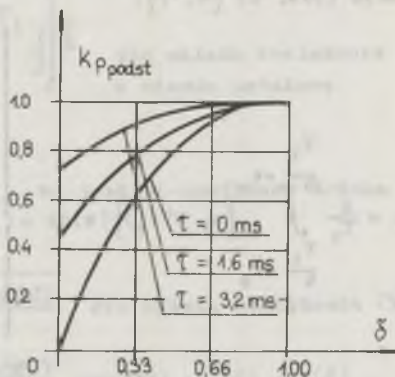
$$\left[0, \frac{U_{\max} I_{\max}}{2}\right] \text{ - dla odbiornika (R),}$$

$$\left[0, \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \cos \varphi\right] \text{ - dla odbiornika (RL) w stanie ustalonym.}$$

przy czym jest ona nieliniową funkcją δ o postaci (19) (rys. 4).



Rys. 4. Przebiegi mocy czynnej P_2 w funkcji δ odbiorników: (R) i (RL) sterowanych impulsowo



Rys. 5. Przebiegi współczynnika udziału mocy czynnej $k_p \text{ podst}$ w funkcji δ dla odbiorników: (R) i (RL) sterowanych impulsowo

Współczynnik udziału mocy czynnej dla podstawowych harmonicznych napięcia wyjściowego i prądu obciążenia k_p dla odbiorników: (R) i (RL) w stanie ustalonym sterowanych impulsowo-symetrycznie wyraża się następująco (rys. 5):

$$k_p \frac{d\varphi}{d\delta} \frac{P_2 \text{ podst}}{P_2} = \begin{cases} \delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} & \text{dla układu obciążenia (R)} \\ \frac{\left[\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi}\right]^2 \cos \varphi}{\left(\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \cos \varphi + \frac{4M \frac{\pi}{T_1}}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \left[\left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\delta\right) + \right. \right.} \\ \left. \left. + 2\pi \frac{\tau}{T_1} \left(1 + e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\delta\right) \right] \right)} & \text{dla układu obciążenia (RL) w stanie ustalonym} \end{cases} \quad (20)$$

gdzie $\delta \in (0, 1]$.

Wynika stąd, że wraz ze zmniejszaniem poziomu wysterowania δ układu $\delta \rightarrow 0$, $\delta \neq 0$ maleje udział mocy czynnej dla podstawowych harmonicznych napięcia wyjściowego i prądu obciążenia. Zjawisko to spowodowane jest wzrastającym odkształceniem przebiegów napięć i prądów względem ich podstawowych harmonicznych, a występuje tym słabiej, im większa jest indukcyjność obwodu obciążenia ze względu na własności tłumiące odbiornika (RL) dla wyższych harmonicznych prądów układu.

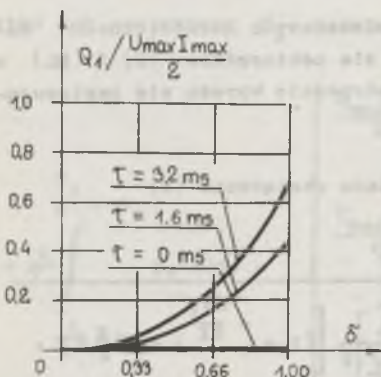
Moc bierną w punkcie zasilania Q_1 , to jest na zaciskach źródła zasilającego układów (R) i (RL) sterowanych impulsowo-symetrycznie, określa reakcja (rys. 6) [4, 7]:

$$Q_1 = \frac{2}{T_1} \int_{\frac{T_1}{4} - t_0}^{\frac{T_1}{4} + t_0} [u_1 H(i_1)](t) dt = \begin{cases} 0 & \text{dla układu obciążenia (R)} \\ \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left\{ \left(\delta - \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \right) \sin \varphi - \frac{4M \frac{\tau}{T_1}}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \cdot \left[\left(1 + e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} \right) \sin\left(\frac{\pi \delta}{2}\right) - 2\pi \frac{\tau}{T_1} \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} \right) \cos\left(\frac{\pi \delta}{2}\right) \right] \right\} & \text{dla układu obciążenia (RL)} \end{cases}$$

(21)

w stanie ustalonym

gdzie $H(\)$ oznacza transformatę Hilberta funkcji, a $\delta \in [0, 1]$.



Rys. 6. Przebiegi mocy biernej w punkcie zasilania Q_1 w funkcji δ układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo

Tak więc dla układu (R) sterowanego impulsowo-symetrycznie nie występuje obciążenie źródła zasilającego mocą bierną w całym zakresie sterowania $\delta \in [0, 1]$, a dla układu (RL) w stanie ustalonym moc bierna maleje nieliniowo wraz ze zmniejszaniem poziomu wysterowania δ układu. Z zależności (16) wynika, iż udział mocy biernej w punkcie zasilania dla podstawowych harmonicznych napięcia i prądu jest stały w całym zakresie sterowania $\delta \in (0, 1]$ układu.

Moc modułowa układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo-symetrycznie w punkcie obciążenia S_{m2} , to jest na zaciskach odbiornika, ma postać:

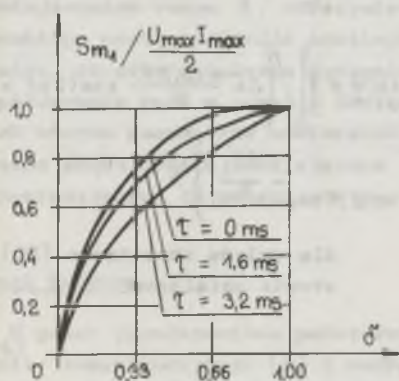
$$S_{m2} \stackrel{df}{=} U_2 \cdot I_2 = \begin{cases} \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left[\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \right] & \text{dla układu obciążenia (R)} \\ \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left\{ \left[\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \right] \left[\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \cos(2\varphi) + \right. \right. \\ \quad + A(\delta) + B(\delta) e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) + \\ \quad \left. \left. + D(\delta) \left(1 - e^{-\frac{(1-\delta)T_1}{\tau}} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} & \text{dla układu obciążenia (RL)} \\ & \text{w stanie ustalony} \end{cases} \quad (22)$$

gdzie $\delta \in [0, 1]$,

a moc modułowa, w punkcie zasilania S_{m1} , to jest na zaciskach źródła zasilającego, przyjmuje postać (rys. 7):

$$S_{m1} \stackrel{df}{=} (U_1, I_1) = \begin{cases} \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \sqrt{\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi}} & \text{dla układu obciążenia (R)} \\ \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \left[\delta + \frac{\sin(\pi \delta)}{\pi} \cos(2\varphi) + A(\delta) + B(\delta) \cdot \right. \\ \quad \left. \cdot e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} & \text{dla układu obciążenia} \\ & \text{(RL) w stanie ustalonym} \end{cases} \quad (23)$$

gdzie $\delta \in [0, 1]$.



Rys. 7. Przebiegi mocy modułowej w punkcie zasilania S_{m1} w funkcji δ układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo

Współczynnik mocy λ układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo-symetrycznie, zdefiniowany jako stosunek mocy czynnej do ich mocy modułowej, określa efektywność wykorzystania mocy elektrycznej doprowadzonej do sterowanych układów.

Współczynnik mocy w punkcie obciążenia λ_2 , to jest na zaciskach sterowanych odbiorników, ma postać:

1

dla układu obciążenia (R)

$$\lambda_2 \stackrel{\text{df}}{=} \frac{P_2}{S_{m2}} = \left\{ \begin{aligned} & \left(\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right) \cos\varphi + \frac{4M \frac{\tau}{T_1}}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \left[\left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} \right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\delta\right) + \right. \\ & \left. + 2\pi \frac{\tau}{T_1} \left(1 + e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} \right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\delta\right) \right] \Bigg/ \left[\left(\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right) \left[\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right] \right. \\ & \left. + \cos(2\varphi) + A(\delta) + B(\delta) e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) + D(\delta) \right. \\ & \left. \cdot \left(1 - e^{-\frac{(1-\delta)T_1}{\tau}} \right) \right] \Bigg\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right. \quad \begin{array}{l} \text{dla układu obciążenia (RL) w sta-} \\ \text{nie ustalonym} \end{array}$$

gdzie $\delta \in (0, 1]$,

(24)

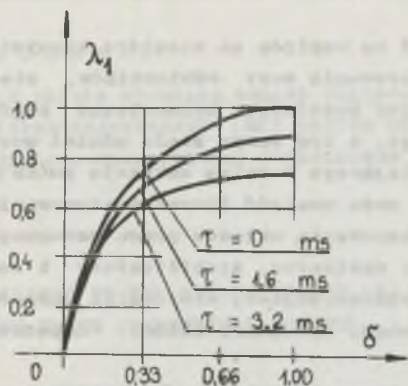
a w punkcie zasilania λ_1 , to jest na zaciskach źródła zasilającego, wyraża się następująco (rys. 8):

$$\lambda_1 \stackrel{\text{df}}{=} \frac{P_2}{S_{m1}} = \left\{ \begin{aligned} & \sqrt{\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi}} \quad \text{dla układu obciążenia (R)} \\ & \left\{ \left(\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right) \cos\varphi + \frac{4M \frac{\tau}{T_1}}{1 + (2\pi \frac{\tau}{T_1})^2} \left[\left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} \right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\delta\right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2\pi \frac{\tau}{T_1} \left(1 + e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} \right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\delta\right) \right] \right\} \Bigg/ \left\{ \left(\delta + \frac{\sin(\pi\delta)}{\pi} \right) \cos(2\varphi) + \right. \\ & \left. + A(\delta) + B(\delta) e^{-\frac{\delta T_1}{2\tau}} + C(\delta) \left(1 - e^{-\frac{\delta T_1}{\tau}} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right. \quad \begin{array}{l} \text{dla układu obciążenia (RL) w} \\ \text{stanie ustalonym} \end{array}$$

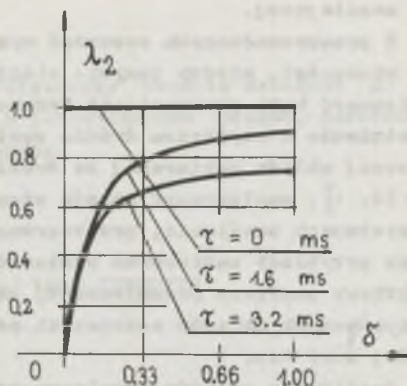
gdzie $\delta \in (0, 1]$.

(25)

a)



b)



Rys. 8. Przebiegi współczynnika mocy: w punkcie zasilania λ_1 - (a) oraz w punkcie obciążenia λ_2 - (b) w funkcji δ układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że współczynnik mocy układów: (R) i (RL) sterowanych impulsowo-symetrycznie zależy ogólnie od parametrów odbiornika oraz od poziomu wysterowania δ układu. Zmieniając względny czas załączenia δ napięć zasilających do odbiornika w przedziale $(0, 1]$ współczynnik mocy układu zmienia się w zakresie:

$(0, 1]$ - dla układu obciążenia (R),

$(0, \cos\varphi]$ - dla układu obciążenia (RL) w stanie ustalonym,

przy czym wraz ze zmniejszaniem poziomu wysterowania $\delta, \delta \rightarrow 0, \delta \neq 0$ współczynnik mocy układu maleje. Zjawisko to spowodowane jest rosnącym, wraz ze zmniejszaniem czasu δ , odkształceniem przebiegów prądów układu względem przebiegu napięcia źródła zasilającego. Z porównania relacji (24) i (25) wynika, iż przy ustalonym poziomie wysterowania δ wyższe wartości osiąga współczynnik mocy w punkcie obciążenia λ_2 niż w punkcie zasilania λ_1 dla tych samych parametrów odbiorników, co spowodowane jest większym odkształceniem prądu źródła zasilającego i_1 niż prądu obciążenia i_2 względem odpowiadających im przebiegów napięć w układzie.

Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono podstawowe własności energetyczne układów: obciążenia: rezystancyjnego (R) i rezystancyjno-indukcyjnego (RL) zasilanych napięciem sterowanym impulsowo-symetrycznie. Analizę własności układów przeprowadzono w punkcie obciążenia, to jest na zaciskach odbiorników oraz w

punkcie zasilania, to jest na zaciskach źródła zasilającego, co pozwoliło na porównanie przebiegów odpowiadających sobie wielkości odbiorników i sieci zasilającej.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, iż ze względu na niektóre korzystne własności, między innymi: ciągłość sterowania mocy odbiorników, niezmienność kąta przesunięcia fazowego między podstawową harmoniczną prądu obciążenia a napięciem źródła zasilającego, a tym samym stały udział mocy biernej układu pobieranej ze źródła zasilającego w całym zakresie zmian $\delta \in (0, 1]$, analizowany sposób sterowania może znaleźć liczne zastosowania w systemach zasilania, przetwarzania i sterowania układów prądu zmiennego. Jako przykłady zastosowań wymienić można: zasilacze, stabilizatory i regulatory napięcia przemiennego, układy przetwarzające, sterowniki ozonów wykonawczych układów automatyki przemysłowej, specjalne układy napędowe małej mocy itp.

Realizacja układów impulsowo-symetrycznego sterowania odbiorników prądu zmiennego wymaga jednak zastosowania elementów wykonawczych pracujących w reżimie komutacji wymuszonej, to jest ostatecznie sterowalnych elementów półprzewodnikowych (transzystory mocy), bądź elementów półsterowalnych (tyrystory) wraz z obwodami komutacyjnymi.

LITERATURA

- [1] Atabiekow G.I.: Teoria liniowych obwodów elektrycznych. WNT, Warszawa 1967,
- [2] Cholewicki T.: Elektrotechnika teoretyczna. T. I - II. WNT, Warszawa 1971-72.
- [3] Kuratowski K.: Rachunek różniczkowy i całkowy. PWN, Warszawa 1973.
- [4] Nowomiejski Z., Sowa E.: Teoria mocy układów elektrycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ELEKTRYKA z. 49, 1977.
- [5] Revankar G.N., Trasi D.S.: Symmetrically Pulse Width Modulated AC Chopper. IEEE Trans. INd. Electron. & Constr. Vol. 24, No 1, 1977.
- [6] Toporkiewicz J.T.: Analiza napięcia przemiennego sterowanego impulsowo-symetrycznie. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. ELEKTRYKA z. 84, 1982.
- [7] Toporkiewicz J.T.: Impulsowe układy sterowania napięcia stałego i przemiennego. Materiały Konferencyjne: "Nowoczesne elektryczne układy napędowe" OPT, Katowice 1978.

Recenzent: prof. dr inż. Mieczysław Wierzejski

Wpłynęło do redakcji dn. 11.V.1982 r.

АНАЛИЗ СВОЙСТВ ПРИЕМНИКОВ ТИПА: (R) И (RL)
С ИМПУЛЬСНО-СИММЕТРИЧНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Р е з ю м е

В работе проведен анализ основных энергетических свойств активной (R) и активно-индуктивной (RL) систем нагрузки в установленном режиме, питаемых импульсно-симметричным управляемым напряжением.

ANALYSIS OF THE PROPERTIES OF (R) AND (RL) LOAD CIRCUITS
WITH PULSE SYMMETRICAL CONTROL

S u m m a r y

In the paper the fundamental power properties of resistance (R) and resistance-inductance (RL) load circuits in the steady state, supplied by the alternating voltage with pulse symmetrical control is presented.