

Kazimierz GIERLOTKA

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

METODA DOBORU NASTAW REGULATORA PRĘDKOŚCI W UKŁADACH NAPĘDOWYCH PRĄDU STAŁEGO Z POŁĄCZENIAMI SPRĘŻYSTYMI

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę doboru nastaw regulatora prędkości typu P i PI dla układów napędowych prądu stałego z połączeniami sprężystymi, pracujących w typowych kaskadach układów regulacji ze sprzężeniami zwrotnymi od prądu i prędkości silnika. Podano wykresy do doboru wartości wzmożenia i stałej czasowej regulatora prędkości, dla których tłumienie przebiegów przejściowych w układzie jest maksymalne.

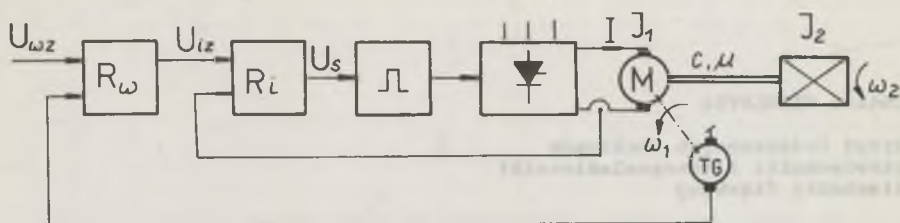
1. Wprowadzenie

Synteza układów regulacji napędów elektrycznych z połączeniami sprężystymi w układzie mechanicznym jest ważnym zagadnieniem w napędach kopalnianych maszyn wyciągowych, przenośników taśmowych o znacznej długości, maszyn papierniczych itp. Istnienie elementów sprężystych w połączeniach mechanicznych może spowodować w stanach przejściowych pracy układu napędowego wystąpienie przebiegów oscylacyjnych pogarszających przebieg procesu technologicznego, zmniejszających niezawodność maszyn. Synteza układu regulacji prędkości napędu z połączeniami sprężystymi przeprowadzona wg powszechnie stosowanych w napędach prądu stałego kryteriów doboru regulatorów, np. kryteriów Kesslera, prowadzi do powstania w układach rzeczywistych przebiegów niezgodnych z założonymi, oscylacyjnych o małym tłumieniu.

W artykule zostanie przeprowadzona analiza tyrystorowego napędu prądu stałego z uwzględnieniem podatności połączeń mechanicznych, pracującego w typowym dwuobwodowym układzie regulacji ze sprzężeniem zwrotnym od prądu i prędkości silnika. Podany zostanie sposób doboru nastaw regulatora prędkości zapewniających duże tłumienie przebiegów przejściowych.

2. Model matematyczny układu

Schemat analizowanego układu napędowego przedstawiono na rys. 1. Silnik napędowy o momencie bezwładności J , połączony jest z maszyną roboczą o



Rys. 1. Schemat tyrystorowego układu napędowego prądu stałego z połączeniem sprzężystym w układzie mechanicznym

momencie bezwładności J_2 za pomocą elementu sprzężystego o sztywności c i tłumieniu wewnętrznym μ .

Analizowany układ jest opisany następującymi równaniami:

$$E_d(s) = \frac{K}{1 + s\tau_0} U_s(s)$$

$$E_d(s) - K_e \omega_1(s) = I(s) R_g (1 + sT_g)$$

$$K_M I(s) = J_1 s \omega_1(s) + \mu [\omega_1(s) - \omega_2(s)] + c \frac{1}{s} [\omega_1(s) - \omega_2(s)]$$

$$J_2 s \omega_2(s) - \mu [\omega_1(s) - \omega_2(s)] - c \frac{1}{s} [\omega_1(s) - \omega_2(s)] + M_{\square}(s) = 0 \quad (1)$$

$$[U_{iz}(s) - K_1 I(s)] G_{r1}(s) = U_s(s)$$

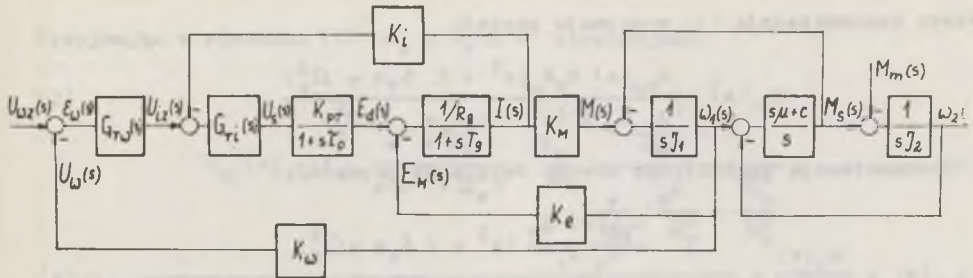
$$[U_{\omega z}(s) - K_{\omega} \omega_1(s)] G_{r\omega}(s) = U_{iz}(s)$$

gdzie:

- K_{PT}, τ_0 - wzmożenie i stała czasowa przekształtnika tyrystorowego,
- K_1, K_{ω} - współczynniki wzmożenia w torze pomiaru prądu i prędkości,
- $G_{r1}(s), G_{r\omega}(s)$ - transmitancje operatorowe regulatora prądu i regulatora prędkości.

Schemat blokowy układu napędowego opisanego równaniami (1) przedstawiono na rys. 2.

W dalszym ciągu rozważań założymy, że przedmiotem analizy są układy o niskiej pulsacji drgań własnych (o okresie drgań o wiele większym od stałej czasowej τ_0 przekształtnika tyrystorowego). Można wtedy sygnał wewnętrzny sprzężenia zwrotnego silnika $E_M(s)$ traktować jako wolnozmienny,



Rys. 2. Schemat blokowy układu napędowego z połączeniami sprzężystymi

nie mający większego wpływu na proces regulacji prądu twornika i syntezę regulatora prądu przeprowadzić wg kryteriów doboru regulatorów dla układów inercyjnych. Zakładając, że nastawy regulatora prądu są dobrane z kryterium modułu Kesslera, transmitancja zamkniętego obwodu regulacji prądu przyjmuje postać [1]:

$$G_{z1}(s) = \frac{I(s)}{U_{iz}(s)} = \frac{1}{2\tau_o^2 s^2 + 2\tau_o s + 1} \frac{1}{K_1} \quad (2)$$

Ze schematu blokowego (rys. 2) przy uwzględnieniu równania (2) otrzymujemy transmitancję operatorową otwartego układu regulacji prędkości:

$$G_{o1}(s) = \frac{U_{\omega}(s)}{E_{\omega}(s)} = \frac{G_{r\omega}(s) K_M K_{\omega} (s^2 + 2G_F s + \Omega_F^2)}{J_1 K_1 s (s^2 + 2G_e s + \Omega_e^2) (2\tau_o^2 s^2 + 2\tau_o s + 1)} \quad (3)$$

gdzie:

$$\Omega_F = \sqrt{\frac{c}{J_2}}, \quad G_F = \frac{\mu}{2J_2} \quad - \text{pulsacja drgań własnych nietłumionych i współczynnik tłumienia drgań przy nieruchomym (zahamowanym) silniku,}$$

$$\Omega_e = \sqrt{\frac{\sigma(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}, \quad G_e = \frac{\mu(J_1 + J_2)}{2J_1 J_2} \quad \text{pulsacja drgań własnych nietłumionych i współczynnik tłumienia drgań układu przy odhamowanym silniku.}$$

W pracy [2] wykazano, że dla $\frac{1}{\tau_o} \gg \Omega_F$ można w analizie układu przyjąć, że zamknięty obwód regulacji prądu silnika jest członem proporcjonalnym, czyli przyjmując w równaniu (2) $\tau_o = 0$ otrzymujemy:

$$G_{z1}(s) = \frac{1}{K_1}$$

Wtedy transmitancja (3) przyjmuje postać:

$$G_{01}(s) = \frac{G_{r\omega}(s) K_M K_\omega (s^2 + 2 \zeta_F s + \Omega_F^2)}{J_1 K_i s (s^2 + 2 \zeta_e s + \Omega_e^2)} \quad (4)$$

a transmitancja zamkniętego obwodu regulacji prędkości:

$$G_{z1}(s) = \frac{\omega_1(s)}{\omega_z(s)} = \frac{\frac{G_{r\omega}(s) K_M}{K_i J_1} (s^2 + 2 \zeta_F s + \Omega_F^2)}{s(s^2 + 2 \zeta_e s + \Omega_e^2) + \frac{G_{r\omega}(s) K_M K_\omega}{K_i J_1} (s^2 + 2 \zeta_F s + \Omega_F^2)} \quad (5)$$

3. Analiza układu z proporcjonalnym regulatorem prędkości

Dla regulatora prędkości typu P o transmitancji operatorowej:

$$G_{r\omega}(s) = K_n$$

transmitancje operatorowego otwartego i zamkniętego układu regulacji prędkości mają postać:

$$G_{01}(s) = K_1 \frac{s^2 + 2 \zeta_F s + \Omega_F^2}{s(s^2 + 2 \zeta_e s + \Omega_e^2)} \quad (6)$$

$$G_{z1}(s) = \frac{K_1}{K_\omega} \frac{s^2 + 2 \zeta_F s + \Omega_F^2}{[s^3 + (2 \zeta_e + K_1)s^2 + (\Omega_e^2 + 2 \zeta_F K_1)s + K_1 \Omega_F^2]} \quad (7)$$

gdzie:

$$K_1 = \frac{K_n K_M K_\omega}{K_i J_1} \quad (8)$$

W ogólnym przypadku, gdy układ napędowy opisany jest transmitancjami (6) i (7), wzmocnienie K_n regulatora prędkości, dla którego tłumienie przebiegów przejściowych w układzie jest maksymalne, zależne jest od parametrów Ω_e , Ω_F , ζ_e , ζ_F układu i może być wyznaczone np. z wykresu miejsc geometrycznych pierwiastków.

Ogólne zależności na dobór nastaw regulatora prędkości typu P i PI dających maksymalne tłumienie drgań dla danych parametrów układu napędowego i sprzężenia od prędkości silnika można otrzymać przy pominięciu tłumienia wewnętrznego połączenia sprzężystego.

Przyjmując w równaniu (6) $\delta_e = \delta_F = 0$ otrzymujemy:

$$G_{o1}(s) = K_1 \frac{s^2 + \Omega_F^2}{s(s^2 + \Omega_e^2)} = \frac{K_1}{\Omega_F} \frac{\frac{s^2}{\Omega_F^2} + 1}{\frac{s}{\Omega_F} \left(\frac{s^2}{\Omega_F^2} + \frac{\Omega_e^2}{\Omega_F^2} \right)} \quad (9)$$

Zmieniając skalę czasu $p = \frac{s}{\Omega_F}$ otrzymujemy:

$$G_{o1}(p) = K_{1b} \frac{p^2 + 1}{p(p^2 + \beta^2)} \quad (10)$$

gdzie:

$$K_{1b} = \frac{K_1}{\Omega_F} = \frac{K_n K_M K_\omega}{K_1 J_1 \Omega_F} \quad (11)$$

$$\beta = \frac{\Omega_e}{\Omega_F} = \sqrt{\frac{J_1 + J_2}{J_1}} \quad (12)$$

i analogicznie dla układu zamkniętego

$$G_{z1}(p) = \frac{K_{1b}}{K_\omega} \frac{p^2 + 1}{p^3 + K_{1b}p^2 + \beta^2 p + K_{1b}} \quad (13)$$

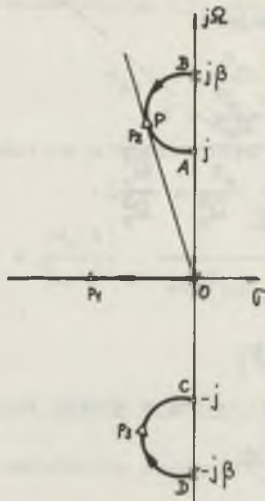
Z transmitancji (10) wynika, że kształt wykresu miejsc geometrycznych pierwiastków transmitancji operatorowej zamkniętego układu regulacji prędkości (13) zależy od współczynnika β - można więc dla każdego β wyznaczyć wartość współczynnika K_{1b} , dla którego tłumienie ζ przebiegów przejściowych w układzie jest maksymalne (rys. 3).

$$\zeta = - \frac{\operatorname{Re}(p_2)}{\sqrt{[\operatorname{Re}(p_2)]^2 + [\operatorname{Im}(p_2)]^2}} \quad (14)$$

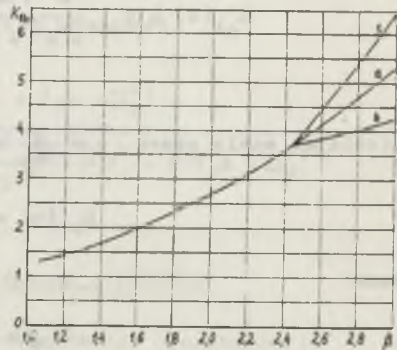
Wykres $K_{1b} = f(\beta)$ dla maksymalnego tłumienia drgań przedstawiono na rys. 4 - krzywa a.

Dla $\beta > 2,45$ maksymalne tłumienie pierwiastków zespolonych przy doborze wzmożenia regulatora wg krzywej a jest większe od $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Na rys. 4 podano również zależności graficzne $K_{1b} = f(\beta)$, dla których dla $\beta > 2,45$ tłumienie pierwiastków zespolonych jest stałe i równe $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (odcinki b i c zależności $K_{1b} = f(\beta)$).



Rys. 3. Wykres miejsc geometrycznych pierwiastków transmittancji (13) zamkniętego układu regulacji z regulatorem prędkości typu P



Rys. 4. Wykres do doboru wzmocnienia regulatora prędkości

a - dla $\zeta = \zeta_{\max}$, b, c - dla $\zeta = 0,707$
($\beta > 2,45$)

Ze wzoru (11) można obliczyć wzmocnienie regulatora prędkości typu P.

$$K_n = \frac{K_{1b} K_1 J_1 \Omega_F}{K_M K_\omega} \quad (15)$$

4. Analiza układu z proporcjonalno całkującym regulatorem prędkości

Dla regulatora prędkości typu PI o transmittancji operatorowej

$$G_{r\omega}(s) = K_n \left(1 + \frac{1}{sT_0} \right) \quad (16)$$

transmittancje operatorowe (4) i (5) otwartego i zamkniętego układu regulacji prędkości przyjmują postać:

$$G_{o1}(s) = K_1 \frac{\left(s + \frac{1}{T_c} \right) (s^2 + 2\zeta_F s + \Omega_F^2)}{s^2 (s^2 + 2\zeta_0 s + \Omega_0^2)} \quad (17)$$

$$G_{z1}(s) = \frac{\frac{K_1}{K_\omega} \left(s + \frac{1}{T_c} \right) (s^2 + 2\zeta_F s + \Omega_F^2)}{s^4 + (2\zeta_0 + K_1)s^3 + \left[\Omega_0^2 + K_1 \left(\frac{1}{T_0} + 2\zeta_F \right) \right] s^2 + K_1 \left(\frac{2\zeta_F}{T_0} + \Omega_F^2 \right) s + \frac{K_1 \Omega_F}{T_c}} \quad (18)$$

Pomijając tłumienie wewnętrzne połączenia sprężystego i zmieniając skalę czasu otrzymujemy:

$$G_{o1}(p) = K_{1b} \frac{(p + \frac{1}{T_{c1}})(p^2 + 1)}{p^2(p^2 + \beta^2)} \quad (19)$$

$$G_{z1}(p) = \frac{K_{1b}}{K\omega} \frac{(p + \frac{1}{T_{c1}})(p^2 + 1)}{p^4 + K_{1b}p^3 + (\beta^2 + \frac{K_{1b}}{T_{c1}})p^2 + K_{1b}p + \frac{K_{1b}}{T_{c1}}} \quad (20)$$

gdzie:

$$T_{o1} = T_o \Omega_F \quad (21)$$

$$p = \frac{s}{\Omega_F}$$

Przekształcając transmitancję (20) można doprowadzić ją do postaci, na podstawie której można wyznaczyć wykres miejsc geometrycznych pierwiastków transmitancji operatorowej zamkniętego układu regulacji prędkości z regulatorem prędkości typu PI w zależności od stałej czasowej T_c regulatora prędkości [3].

$$G_{z1}(p) = \frac{\frac{T_{o1}}{K\omega} (p + \frac{1}{T_{c1}})}{1 + \frac{T_{c1}}{K_{1b}} \frac{p(p^3 + K_{1b}p^2 + \beta^2 p + K_{1b})}{p^2 + 1}}$$

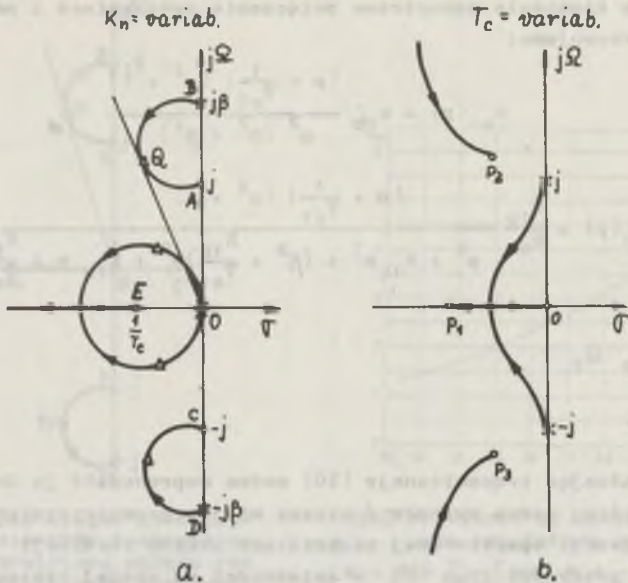
Wykres miejsc geometrycznych pierwiastków w zależności od stałej czasowej T_{c1} otrzymuje się na podstawie zależności:

$$E(p) = \frac{T_{c1}}{K_{1b}} \frac{p(p^3 + K_{1b}p^2 + \beta^2 p + K_{1b})}{p^2 + 1} \quad (23)$$

Przebieg linii pierwiastkowych transmitancji operatorowej (20) w zależności od wzmożenia regulatora prędkości typu PI (wartości współczynnika K_{1b}) przedstawiono na rys. 5a, a w zależności od wartości stałej czasowej regulatora na rys. 5b.

Wzmożenie regulatora prędkości typu PI, dla którego tłumienie przebiegów przejściowych w układzie dla danej wartości T_{c1} jest maksymalne, można obliczyć na podstawie rys. 5a z zależności:

$$K_{1b} = \frac{QB \cdot (QC)^2 \cdot QD}{QA \cdot QC \cdot QE} \quad (24)$$



Rys. 5. Wykres miejsc geometrycznych pierwiastków transmitancji (20) zamkniętego układu regulacji z regulatorem prędkości typu PI

a - przy $K_n = \text{variab.}$; $T_0 = \text{const.}$ b - przy $T_c = \text{variab.}$; $K_n = \text{const.}$

Analogicznie dla regulatora prędkości typu P na podstawie rys. 3 otrzymujemy:

$$K_{1b} = \frac{PB \cdot PO \cdot PD}{PA \cdot PC} \quad (25)$$

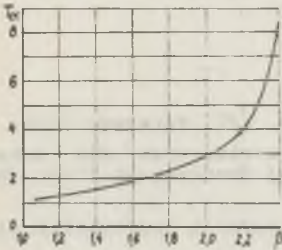
Na podstawie wykresów przedstawionych na rys. 3 i rys. 5a dla tej samej wartości współczynnika β można napisać następujące zależności (o ile zero $s = -\frac{1}{T_0}$ transmitancji (19) leży dostatecznie blisko początku układu współrzędnych):

$$\begin{aligned} \frac{PB}{PA} &\approx \frac{QB}{QA} \\ PO &\approx QO \\ PC &\approx QC \\ PD &\approx QD \\ QO &\approx QE \end{aligned} \quad (26)$$

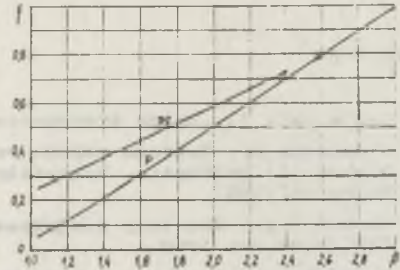
Z zależności (24), (25) i (26) wynika, że w układzie z regulatorem prędkości typu P i PI wartości współczynników K_{1b} , dla których tłumienie przebiegów przejściowych jest maksymalne, niewiele się od siebie różnią.

Wzmocnienie regulatora prędkości typu PI można więc obliczyć z dostateczną w praktyce dokładnością identycznie jak wzmocnienie regulatora prędkości typu P z wykresu przedstawionego na rys. 4 i zależności (15).

Ponieważ wartość współczynnika K_{1b} jest jednoznaczną funkcją współczynnika β , to kształt wykresu miejsc geometrycznych pierwiastków transzancji zamkniętego układu regulacji (20) z regulatorem prędkości PI w zależności od stałej czasowej T_{o1} (rys. 5b) zależy tylko od wartości współczynnika β .



Rys. 6. Wykres do doboru stałej czasowej regulatora prędkości typu PI



Rys. 7. Zależność tłumienia przebiegów przejściowych od współczynnika β dla układu zamkniętego z regulatorem prędkości typu P i PI

Tym samym wartość stałej czasowej T_{o1} , dla której tłumienie przebiegów w układzie z regulatorem prędkości typu PI jest maksymalne, jest zależna od współczynnika β . Wykres $T_{o1} = f(\beta)$ przedstawiono na rys. 6.

Stałą czasową regulatora prędkości oblicza się z zależności:

$$T_o = \frac{T_{o1}}{4\beta} \quad (27)$$

Na rys. 7. przedstawiono zależności współczynnika tłumienia drgań $\xi = f(\beta)$ w układach napędowych z połączeniami sprzężystymi ze sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i z regulatorem prędkości typu P i PI o nastawach dobranych z wykresów przedstawionych na rys. 4 i rys. 6.

5. Uwagi końcowe

Przedstawiona w artykule metoda pozwala w prosty sposób dobrać nastawy regulatora prędkości typu P lub PI dla układu napędowego prądu stałego z podatnym połączeniem silnika z maszyną roboczą. Tłumienie przebiegów przejściowych przy sprzężeniu od prędkości silnika ω_1 jest większe w układzie z regulatorem prędkości typu PI aniżeli w układzie z regulatorem typu P i rośnie ze wzrostem współczynnika β , czyli ze wzrostem momentu

bezwładności J_2 za połączeniem sprężystym w stosunku do momentu bezwładności J_1 silnika. W liczniku transmitancji operatorowej (20) zamkniętego układu regulacji z regulatorem prędkości typu PI występuje człon forsujący $(s + 1/T_c)$, który powoduje powstanie przeregulowań w układzie. Działanie członu forsującego w układzie z regulatorem prędkości typu PI można skompensować znaną metodą, przez zastosowanie w torze zadawania prędkości filtra o transmitancji:

$$G_F(s) = \frac{1}{1 + s T_c}$$

LITERATURA

- [1] Czajkowski A.: Napęd tyrystorowy prądu stałego. WNT, Warszawa 1974.
- [2] Gierlotka K.: Synteza układu regulacji maszyn wyciągowych dla dużej głębokości wydobywania. Materiały Międzynarodowej Konferencji ICAMC-80, Katowice 1980.
- [3] Savant C.J.: Podstawy projektowania układów regulacji automatycznej. PWT, Warszawa 1960.
- [4] U. Jański S.: Synteza wybranych układów stabilizacji prędkości obrotowej z silnikami prądu stałego. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej Nr 14, Białystok 1977.
- [5] Burgin B.Sz.: O możliwych sposobach syntezy regulatora prędkości dla dwumassowej elektromechanicznej systemy. W: сб Автоматизация производственных процессов. NETI, Nowosybirsk 1977.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Karol Wajs

Wpłynęło do redakcji dn. 26.V.1982 r.

Ostateczną wersję dostarczono dn. 19.X.1982 r.

МЕТОД ПОДБОРА КОРРЕКТОРОВ РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ

Р е з ю м е

В статье представлен метод расчета корректоров регулятора скорости типа П и ПИ для электропривода постоянного тока с упругой связью. Приведены диаграммы для подбора значений усиления и постоянной времени регулятора скорости, для которых затухание колебаний системы является максимальным.

A METHOD OF THE CALCULATION OF SPEED REGULATOR PARAMETERS
OF DC ELECTRIC DRIVES WITH ELASTIC CONNECTIONS

S u m m a r y

A method of calculating parameters of both P and PI kinds of speed regulator for DC electric drives with elastic connections in mechanical system is presented in the paper. The diagrams for calculation for both gain and time constant of the speed regulator, that ensures maximal dumping of vibrations, are given.