

Tadeusz GLINKA

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych  
Politechniki ŚląskiejANALIZA ZAWARTOŚCI WYŻSZYCH HARMONICZNYCH W NAPIĘCIU ROTACJI  
I MOMENCIE ELEKTROMAGNETYCZNYM MIKROSILNIKA PRĄDU STAŁEGO  
O TRZECH DZIAŁKACH KOMUTATORA  
PRZY RÓŻNYCH ROZKŁADACH POLA MAGNETYCZNEGO W SZCZELINIE

Streszczenie. Przedstawiono zagadnienia związane z konstrukcją i technologią silników małej mocy o trzech zębach wirnika. W silnikach tych przebiegi czasowe napięcia rotacji i momentu elektromagnetycznego zależą od kształtu pola w szczelinie silnika. Analizuje się za pomocą maszyny cyfrowej widmo częstotliwości tych funkcji przy różnych rozkładach pola magnetycznego. Dyskutuje się również wpływ dokładności montażu podzespołów silnika na to widmo przy zadanych rozkładach pola.

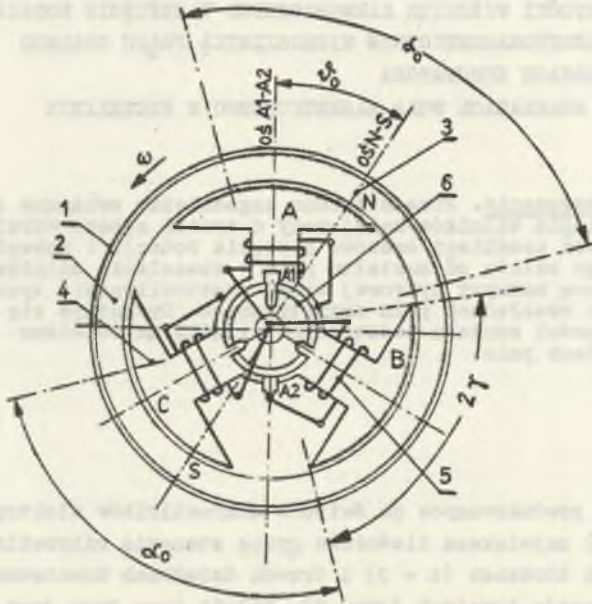
Wstęp

W zbiorze produkowanych na świecie mikrosilników elektrycznych (do mocy około 2 W) największą ilościowo grupę stanowią mikrosilniki prądu stałego o trzech żłobkach ( $z = 3$ ) i trzech działkach komutatorów ( $k = 3$ ) wzbudzone od magnesów trwałych (rys. 1). Silnik tego typu jest najtańszy w produkcji i najbardziej ekonomiczny w eksploatacji. O jego zaletach może świadczyć mała masa oraz wysoka sprawność w porównaniu z masą i sprawnością np. silnika indukcyjnego ze zwojem zwartym, który również uchodzi za bardzo prosty silnik, a w zbiorze produkowanych mikrosilników stanowi pod względem ilościowym grupę uszeregowaną na drugim miejscu. Ilustrują to dane znamionowe silnika prądu stałego typu HD-2200 i silnika indukcyjnego ze zwojem zwartym typu 1074.b

Typ silnika	1074,b	HD-220
Moc wydawana	1,8 W	1,8 W
Moc pobierana	24 W	3,3 W
Prędkość obrotowa	1800 obr/min	6000 obr/min
Sprawność	0,08	0,54
Masa	450 g	50 g

Z podanego zestawienia widać, że masa mikrosilnika prądu stałego jest 9 razy mniejsza, jeżeli natomiast uwzględnić różnice prędkości obrotowych,

to ten stosunek masy zmniejszy się do około trzech. Podobny stosunek będzie w cenie silników, gdyż bardzo tani magnes trwały (z ferrytu baru) obniża znacznie cenę silnika, która jest determinowana przez wirnik. Sprawność silnika z magnesem trwałym jest około 7 razy większa od sprawności silnika indukcyjnego ze zwojem zwartym. W tym zakresie mocy jest to silnik o najwyższej sprawności, jest więc p-edysponowany do wszelkiego rodzaju napędów bateryjnych.



Rys. 1. Obwód elektromagnetyczny silnika

1 - obudowa, 2 - magnes trwały, 3 - znak osi bieguna N, 4 - rdzeń wirnika, 5 - uzwojenie wirnika, 6 - komutator

Mała liczba żłobków i działek komutatora ( $z = k = 3$ ) powoduje znaczne pulsacje napięcia rotacji, momentu elektromagnetycznego i prądu silnika, które wpływają na pulsacje prędkości. Ponieważ znaczna liczba tego typu silników jest stosowana w napędach fonicznych, więc pulsacje te muszą być tak minimalizowane, aby nie zakłócały odbieranego dźwięku.

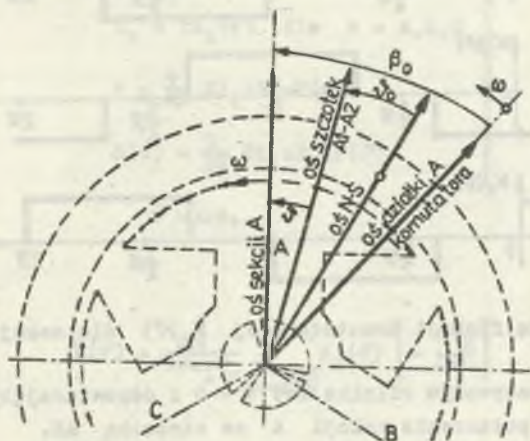
Na wymienione pulsacje ma wpływ:

- rozkład pola magnetycznego w szczelinie silnika,
- dokładność montażu poszczególnych podzespołów silnika.

Aby śledzić wpływ wymienionych czynników na pulsacje momentu elektromagnetycznego i prędkości kątowej, nie tylko od strony jakościowej lecz również ilościowej, opracowano model matematyczny silnika, w którym para-

metrami są rozkład indukcji na obwodzie twornika oraz kąty  $\psi'_0$  i  $\beta_0$  (rys. 2), które charakteryzują dokładność montażu elementów silnika,

Uzwojenie silnika może być połączone w trójkąt ( $\Delta$ ) lub gwiazdę ( $\lambda$ ), które pod względem elektromagnetycznym są sobie równoważne (jeśli pominąć sprawy przełączeń komutacyjnych), dlatego też opracowany model dotyczy układu elektrycznie prostszego, tzn. gwiazdy  $\lambda$  [1].



Rys. 2. Oznaczenie osi charakterystycznych w silniku oraz kątów  $\psi'_0$ ;  $\beta_0$ ;  $\psi_0$ . Przesunięcia katowe zgodne ze strzałkami uważa się za dodatnie

## 2. Model matematyczny silnika

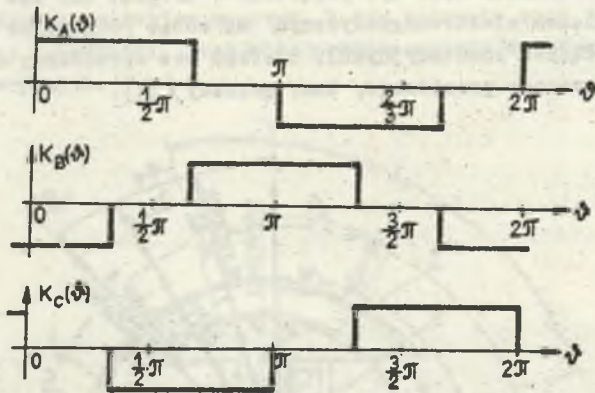
W czasie wirowania wirnika szczotki poprzez komutator załączają prąd kolejno na poszczególne sekcje uzwojenia, a następnie go wyłączają. Ponieważ w silnikach fonicznych rolę szczotek spełniają cienkie sprężyste druciki ze stopów srebra, dlatego można założyć, że styk szczotki z komutatorem jest punktowy. Zakładamy również, że grubość izolacji między działkami komutatora jest równa zero, tzn. wyłączenie skokowe prądu w jednej sekcji zachodzi równocześnie z załączeniem skokowym prądu w drugiej sekcji. Działanie komutatora i szczotek przy podanych wyżej założeniach można uwzględnić za pomocą funkcji komutatorowej  $K(\psi)$ . Funkcja ta uwzględnia w równaniach silnika prostownikowe działanie komutatora (stan aktywnej sekcji). Zatem funkcję komutatorową definiujemy następująco:

$K(\psi) = 1$ , gdy analizowana sekcja uzwojenia jest połączona poprzez działkę komutatora ze szczotką A1,

$K(\psi) = -1$ , gdy analizowana sekcja uzwojenia jest połączona ze szczotką A2,

$K(\psi) = 0$ , dla stanów biernych sekcji (prąd w sekcji równy zero).

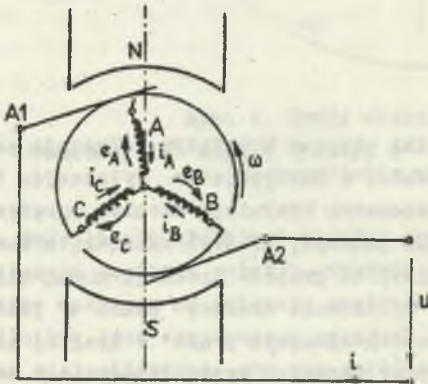
Zgodnie z powyższą definicją funkcja  $K(\psi)$  dla poszczególnych sekcji będzie mieć przebieg podany na rys. 3.



Rys. 3. Definicja funkcji komutatorowej  $K_k(\psi)$  dla sekcji  $k = A, B, C$

W modelu matematycznym silnika kąt  $\psi^0 = 0$  i odpowiadający mu czas  $t = 0$  oznaczają chwilę połączenia sekcji A ze szczotką A1.

Definiując model matematyczny silnika przyjmuje się następujące założenia:



Rys. 4. Schemat elektryczny silnika

- pole magnetyczne w szczeliny spełnia warunki pola płaskorównoległego, tzn. jego rozkład wzdłuż osi maszyny nie ulega zmianie,
- pole magnetyczne w połączeniach czołowych jest pomijalnie małe,
- moment reluktancji jest równy zero.

- rozkład pola magnetycznego wytworzonego przez magnes trwały posiada dwie osie symetrii,
- wirnik posiada trzy osie symetrii, to znaczy, że sekcje A, B, C są identyczne lecz przesunięte o kąt  $\pm \frac{2}{3}\pi$ ,
- długość łuku zęba wirnika wynosi  $(2\gamma \frac{D}{2} = \frac{1}{3}\pi D)$ ,
- styk szczotki z komutatorem jest punktowy,
- przepływ twornika nie zmienia rozkładu pola magnetycznego w szczeliny,
- liczba biegunów  $2p = 2$ ,

Przy powyższych założeniach równania silnika opisujące jego stan elektromechaniczny mają postać [1]:

$$\left. \begin{aligned}
 U &= e + Ri + L \frac{di}{dt} \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= M(t) - M_{Ob} \\
 i_k &= iK_k(\psi) \quad \text{dla } k = A, B, C \\
 e &= \frac{2}{2\pi} D l_1 z B_m \omega F(\psi) \\
 M(\psi) &= \frac{2}{2\pi} D l_1 z B_m i F(\psi) \\
 \psi &= \omega t,
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

przy czym:

$$F(\psi) = \frac{2\pi}{9 D l_1 B_m} \sum_{k=A, B, C} K_k(\psi) \left[ - \frac{d\Phi_k}{d\psi} \right] \quad (2)$$

- $U, i, i_k$  - oznaczone są na rys. 4,
- $R, L$  - rezystancja i indukcyjność silnika równa podwójnej rezystancji i indukcyjności jednej sekcji,
- $J$  - moment bezwładności układu,
- $\omega$  - prędkość katowa wirnika,
- $M_{Ob}$  - założony moment obciążenia silnika,
- $\psi$  - kąt obrotu sekcji A wirnika,
- $e, e_k$  - napięcie rotacji silnika i sekcji k,
- $M(t), M(\psi)$  - moment elektromagnetyczny silnika,
- $D$  - średnica wirnika,
- $l_1$  - długość osiowa wirnika,
- $B_m$  - indukcja maksymalna w szczelinie,
- $\Phi_k$  - strumień wytworzony przez stojan (magnes trwały) a sprzężony z sekcją k,
- $z$  - liczba zwojów jednej sekcji uzwojenia wirnika.

Przedstawione założenia są w rozpatrywanym silniku na ogół spełnione. Pewnego komentarza wymaga pominięcie przepływu twornika na rozkład pola magnetycznego w szczelinie silnika. Natężenie powściągające  $H_0$  magnesów ferrytowych stosowanych powszechnie w tego typu silnikach wynosi około

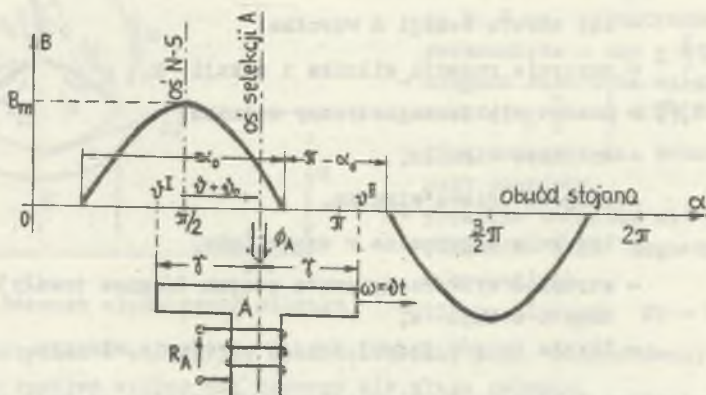
150 kA/m, a grubość magnesu jest na ogół nie mniejsza od 3 mm, co daje siłę magnetomotoryczną koercycji 450 A.

Siła magnetomotoryczna magnesu zależy od punktu pracy magnesu na charakterystyce odmagnesowania, jest jednak na ogół większa od przepływu sekcji twornika, który np. w silniku typu PRM w znamionowych warunkach pracy wynosi 30 A. Ponadto strumień oddziaływania twornika musi się zamykać nie tylko przez szczelinę powietrzną, lecz również przez magnes trwały, który ma grubość kilkakrotnie większą od szczeliny powietrznej, a przenikalność zbliżoną do przenikalności szczeliny powietrznej  $\mu = 14,6 \cdot 10^{-7}$  H/m.

Tak więc pominięcie oddziaływania twornika na rozdział pola magnetycznego jakkolwiek może wzbudzać zastrzeżenia, to jednak nie wpływa w sposób znaczący na wynik analizy.

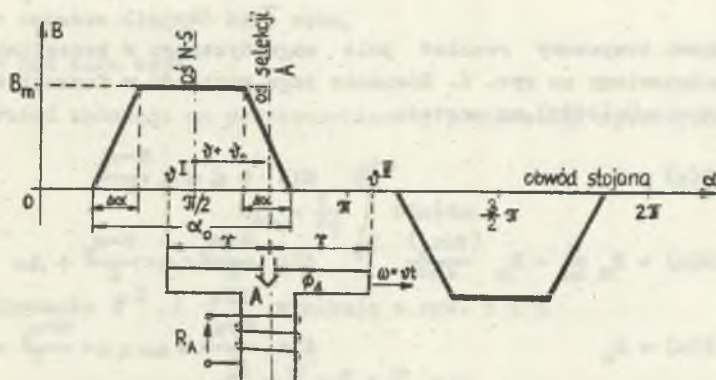
Aby zestaw równań (1) przy zadanych parametrach  $U, R, L, J, M_{Ob}, D, l_1, B_m$  był rozwiązywalny, to znaczy, aby można było w oparciu o jego rozwiązanie określić przebiegi prądu i oraz prędkości kątowej  $\omega$ , należy znaleźć funkcję  $F(\psi')$  zdefiniowaną równaniem (2). Funkcja  $F(\psi')$  zależy od rozkładu pola magnetycznego silnika oraz kątów  $\psi', \psi'_0, \beta_0, \gamma, \alpha_0$ . Współczynnik  $\frac{2\pi}{\gamma D l_1 B_m}$  w równaniach (1) i (2) jest tak dobrany, aby składowa stała funkcji  $F(\psi')$  przy sinusoidalnym rozkładzie pola  $\alpha_0 = \pi$  oraz przy  $\beta_0 + \psi'_0 = \frac{2\pi}{3}, \gamma = \frac{1}{3}\pi$  była równa jedności. Ponieważ magnes trwały w czasie magnesowania można odpowiednio formować uzyskując teoretycznie nieskończenie dużo różnych rozkładów pola magnetycznego, obliczanie funkcji  $F(\psi')$  będzie przeprowadzone dlatego też dla rozkładu pola:

- odcinkowo sinusoidalnego (rys. 5), które przy kącie  $\alpha_0 = \pi$  jest polem sinusoidalnym,



Rys. 5. Obliczanie strumienia  $\phi_{k=A}(\psi')$  przy rozkładzie pola magnetycznego odcinkowo sinusoidalnym

- odcinkowo trapezowego (rys. 6), które w zależności od współrzędnych  $\Delta\alpha$  i  $\alpha_0$  może przechodzić w pole odcinkowo prostokątne ( $\Delta\alpha = 0$ ;  $\alpha_0 < \pi$ ), prostokątne ( $\Delta\alpha = 0$ ;  $\alpha_0 = \pi$ ), trapezowe ( $\Delta\alpha > 0$ ;  $\alpha_0 = \pi$ ), odcinkowo trapezowe ( $\Delta\alpha > 0$ ;  $\alpha_0 < \pi$ ), trójkątne ( $\Delta\alpha = \frac{\pi}{2}$ ;  $\alpha_0 = \pi$ ); odcinkowo trójkątne ( $\Delta\alpha = \frac{1}{2}\alpha_0$ ;  $\alpha_0 < \pi$ ).



Rys. 6. Obliczanie strumienia  $\Phi_{k=A}(\psi)$  przy rozkładzie pola magnetycznego odcinkowo trapezowym

We wszystkich rozkładach przyjmuje się  $B_m = \text{const}$ , gdyż jest ona determinowana własnościami magnetycznymi materiału, z którego wykonany jest magnes trwały.

### 3. Obliczanie funkcji $F(\psi)$

Funkcję  $F(\psi)$  obliczamy dla rozkładów pola magnetycznego odcinkowo sinusoidalnego i odcinkowo trapezowego. W rozkładach tych zmieniając parametry  $\alpha_0$  i  $\Delta\alpha$  można uzyskać nieskończenie dużo różnych rozkładów teoretycznych pola.

Rozkład pola odcinkowo sinusoidalny (rys. 5) w funkcji współrzędnej biejącej  $\alpha$  ( $\sim (0+2\pi)$ ) można zapisać za pomocą następujących funkcji:

$$\left. \begin{aligned}
 B(\alpha) &= 0 && \text{dla } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi - \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= B_m \sin \frac{\pi\alpha - \frac{1}{2}\pi(\pi - \alpha_0)}{\alpha_0} && \text{dla } \frac{\pi - \alpha_0}{2} \leq \alpha < \frac{\pi + \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= 0 && \text{dla } \frac{\pi + \alpha_0}{2} < \alpha < \frac{3\pi - \alpha_0}{2}
 \end{aligned} \right\} (3a)$$

$$\left. \begin{aligned}
 B(\alpha) &= B_m \sin \frac{\pi\alpha - \frac{3}{2}\pi(\pi - \alpha_0)}{\alpha_0} & \text{dla } \frac{3\pi - \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi + \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= 0 & \text{dla } \frac{3\pi + \alpha_0}{2} < \alpha \leq 2\pi
 \end{aligned} \right\} (3a)$$

Odcinkowo trapezowy rozkład pola magnetycznego w szczelinie silnika jest przedstawiony na rys. 6. Równania tego rozkładu w funkcji współrzędnej bieżącej  $\alpha$  ( $\sim (0+2\pi)$ ) ma postać:

$$\left. \begin{aligned}
 B(\alpha) &= 0 & \text{dla } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi - \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= B_m \frac{\alpha}{\Delta\alpha} - B_m \frac{(\pi - \alpha_0)}{2\Delta\alpha} & \text{dla } \frac{\pi - \alpha_0}{2} < \alpha < \frac{\pi - \alpha_0}{2} + \Delta\alpha \\
 B(\alpha) &= B_m & \text{dla } \frac{\pi - \alpha_0}{2} + \Delta\alpha \leq \alpha < \frac{\pi + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha \\
 B(\alpha) &= B_m \frac{\pi + \alpha_0}{2\Delta\alpha} - B_m \frac{\alpha}{\Delta\alpha} & \text{dla } \frac{\pi + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha < \alpha < \frac{\pi + \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= 0 & \text{dla } \frac{\pi + \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi - \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= B_m \frac{3\pi - \alpha_0}{2\Delta\alpha} - B_m \frac{\alpha}{\Delta\alpha} & \text{dla } \frac{3\pi - \alpha_0}{2} < \alpha < \frac{3\pi - \alpha_0}{2} + \Delta\alpha \\
 B(\alpha) &= B_m & \text{dla } \frac{3\pi - \alpha_0}{2} + \Delta\alpha \leq \alpha \leq \frac{3\pi + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha \\
 B(\alpha) &= B_m \frac{\alpha}{\Delta\alpha} - B_m \frac{3\pi + \alpha_0}{2\Delta\alpha} & \text{dla } \frac{3\pi + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha < \alpha < \frac{3\pi + \alpha_0}{2} \\
 B(\alpha) &= 0 & \text{dla } \frac{3\pi + \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq 2\pi
 \end{aligned} \right\} (3b)$$

Jakkolwiek funkcja  $B(\alpha)$  jest funkcją ciągłą (rys. 5 i 6) i wartość funkcji na granicy przedziału może być obliczana z jednego [bądź drugiego] wyrażenia, to jednak z uwagi na parametrycznie zmieniany kąt  $\Delta\alpha$  w równaniu (3b), który w przypadku granicznym może być równy zero ( $\Delta\alpha = 0$ ), można otrzymać skokową zmianę indukcji. Dlatego aby jednoznacznie zdefiniować, jaką wartość indukcji należy przyjmować na granicy przedziałów, zaznaczono dla  $\alpha$  przedziały otwarte i zamknięte.

Jak widać z równania (3a) i równania (3b) rozkład indukcji w szczelinie silnika jest funkcją dwuparametryczną. Parametrami w tych równaniach są kąty  $\alpha_0$  i  $\Delta\alpha$ .



Strumień  $\Phi(\psi)$  sprzężony z uzwojeniem ( $k = A$ ) można obliczyć:

$$\Phi_{k=A} = bl_1 B_{sr} = \gamma D l_1 B_{sr} \quad (4)$$

gdzie:

$b = \gamma D$  - oznacza długość łuku zęba,

$2\gamma$  - kąt łuku zęba.

Średnia wartość indukcji na przyszczelinowej powierzchni zęba wynosi:

$$B_{sr} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\psi^I}^{\psi^{II}} B(\alpha) d\alpha \quad (5)$$

Granice całkowania  $\psi^I$  i  $\psi^{II}$  wynikają z rys. 5 i 6

$$\psi^I = \frac{\pi}{2} + \psi' + \psi'_0 - \gamma$$

$$\psi^{II} = \frac{\pi}{2} + \psi' + \psi'_0 + \gamma$$

przy czym  $\psi'$  jest kątem biejącym

$$\psi' = \omega t$$

W oparciu o równania (3a) lub (3b) oraz (4) i (5) oblicza się strumień  $\Phi_{k=A}(\psi)$ . Strumienie  $\Phi_{k=B}(\psi)$  i  $\Phi_{k=C}(\psi)$  opisane są funkcjami identycznymi do strumienia  $\Phi_{k=A}(\psi)$ , lecz przesuniętymi w fazie o kąt  $\frac{2}{3}\pi$  i  $\frac{4}{3}\pi$ .

Ze strumieni  $\Phi_{k=A, B, C}$  oblicza się ich pochodne, a następnie w oparciu o równanie (2) oblicza się funkcję  $F(\psi)$ .

Funkcja  $\left. \frac{d\Phi}{d\psi} \right|_{k=ABC}$  jest funkcją zmienną okresową o okresie  $2\pi$ . Również funkcja  $F(\psi)$  będzie funkcją zawierającą składową stałą  $F_0$  oraz składową zmienną, która ma przebieg okresowy. Dlatego analizę funkcji  $F(\psi)$  można przeprowadzić w oparciu o szeregi trygonometryczne Fouriera

$$F(\psi) = F_0 + \sum F_1^I \sin \frac{2\pi}{T} t \psi' + \sum F_1^{II} \cos \frac{2\pi}{T} t \psi' \quad (6)$$

przy czym

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T F(\psi) d\psi \\ F_1^I &= \frac{2}{T} \int_0^T F(\psi) \sin i \frac{2\pi}{T} \psi d\psi \\ F_1^{II} &= \frac{2}{T} \int_0^T F(\psi) \cos i \frac{2\pi}{T} \psi d\psi \end{aligned} \right\} (6)$$

Funkcja  $F(\psi)$  jest sumą trzech jednakowych funkcji  $\left[ K_k(\psi) \left[ -\frac{d\phi_k}{d\psi} \right] \right]$  przesuniętych względem siebie o kąt  $\pm \frac{2}{3}\pi$ .

Właściwością szeregu trygonometrycznego Fouriera dla tego typu funkcji jest to, że harmoniczne rzędu  $i = (6n \pm 1)$  są równe zero, a harmoniczne  $i = 3n$  są różne od zera, gdzie  $n$  jest liczbą naturalną.

Funkcja  $\left[ -\frac{d\phi_k(\psi)}{d\psi} \right]$  jest funkcją okresową o okresie  $2\pi$ , natomiast pomnożona przez funkcję komutatorową  $K_k(\psi) \left[ -\frac{d\phi_k}{d\psi} \right]$  ma okres  $T = \pi$ .

Uwzględniając powyższe spostrzeżenia w równaniu (6) otrzymuje się:

$$\left. \begin{aligned} F(\psi) &= F_0 + 3 \sum_{i=1}^{\infty} \left[ F_{6i}^I \sin(6i\psi) + F_{6i}^{II} \cos(6i\psi) \right] \\ F_0 &= \frac{2}{9Dl_1 B_m} \int_0^{\pi} K_A(\psi) \left[ -\frac{d\phi_A}{d\psi} \right] d\psi \\ F_{6i}^I &= \frac{4}{9Dl_1 B_m} \int_0^{\pi} \left\{ K_A(\psi) \left[ -\frac{d\phi_A}{d\psi} \right] \sin(6i\psi) \right\} d\psi \\ F_{6i}^{II} &= \frac{4}{9Dl_1 B_m} \int_0^{\pi} \left\{ K_A(\psi) \left[ -\frac{d\phi_A(\psi)}{d\psi} \right] \cos(6i\psi) \right\} \end{aligned} \right\} (7)$$

Równania (3), (4), (5) i (7) pozwalają obliczyć zarówno składową stałą  $F_0$ , jak i poszczególne harmoniczne składowej zmiennej  $F_i$ , przy czym amplituda harmonicznej  $i$ -tej wynosi:

$$F_{mi} = \sqrt{(F_1^I)^2 + (F_1^{II})^2} \quad (8)$$

a wartość skuteczna składowej zmiennej:

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{mi}^2} \quad (9)$$

Rozwiązanie ogólne równań (3) do (9) można uzyskać tylko do określonych rozkładów pola magnetycznego, np. sinusoidalnego ( $\alpha_0 = \pi$ ) lub prostokątnego ( $\Delta\alpha = 0$ ;  $\alpha_0 = \pi$ ), natomiast dla dowolnego rozkładu pola opisanego równaniem (3) obliczenia wyrażen  $F_0$ ,  $F_{mi}$ ,  $F$  można wykonać za pomocą maszyny cyfrowej. Wprowadzając do wyżej podanych równań wartości liczbowe dla parametrów:

$$\alpha_0 = \pi; \frac{5}{6}\pi; \frac{2}{3}\pi; \frac{1}{2}\pi$$

$$\gamma_0 = -\frac{1}{3}\pi; -\frac{1}{6}\pi; 0; \frac{1}{6}\pi; \frac{1}{3}\pi; \frac{1}{2}\pi; \frac{2}{3}\pi$$

$$\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$$

$$\delta = \frac{1}{3}\pi; \frac{7}{12}\pi; \frac{1}{4}\pi$$

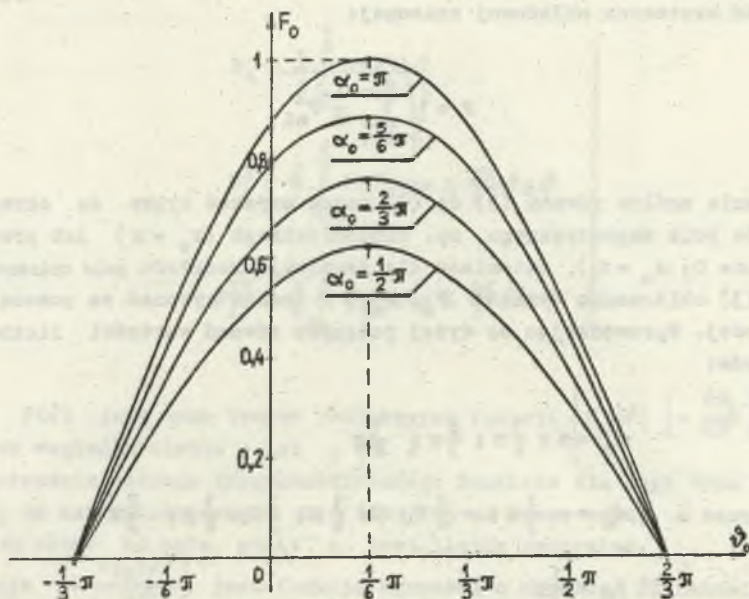
$$\Delta\alpha = 0; 0,1\alpha_0; 0,2\alpha_0; 0,3\alpha_0; 0,4\alpha_0; 0,5\alpha_0$$

uzyskuje się 84 warianty rozwiązań dla rozkładu pola odcinkowo sinusoidalnego oraz 504 warianty rozwiązań dla rozkładu pola odcinkowo trapezowego, w sumie więc otrzymuje się 588 wariantów rozwiązań. Parametr  $\beta_0$  w tych rozwiązaniach ma tylko jedną wartość równą  $1/3\pi$ , oczywiście w praktyce na taśmie produkcyjnej silnika  $\beta_0$  będzie ustawiane z określoną dokładnością, można jednak wykazać [2], że o właściwościach silnika decyduje sumaryczny kąt ( $\beta_0 + \gamma_0$ ). Wpływ zmian sumarycznego kąta ( $\beta_0 + \gamma_0$ ) na właściwości silnika można śledzić uzmienniając tylko kąt  $\gamma_0$ , zakładając jednocześnie, że kąt  $\beta_0$  równy jest wartości optymalnej ( $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$ ).

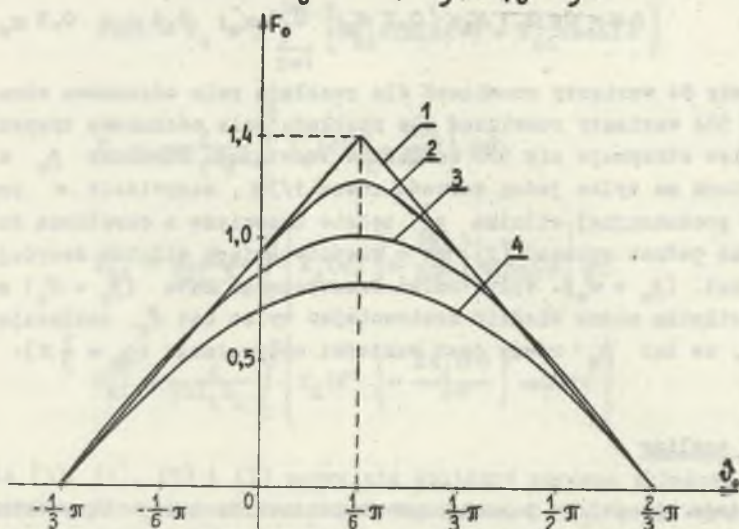
#### 4. Wyniki analizy

Nie wydaje się celowe i konieczne prezentowanie tutaj wszystkich wariantowych rozwiązań. Bardziej interesujące jest śledzenie wpływu zmian poszczególnych parametrów, np.  $\alpha_0$  lub  $\gamma_0$ , na właściwości silnika.

Na rys. 7, 8, 9 przedstawiono wartość liczbową parametru  $F_0 = f(\gamma_0)$  przy  $\alpha_0$  zmienianym parametrycznie dla rozkładów odcinkowo sinusoidalnych

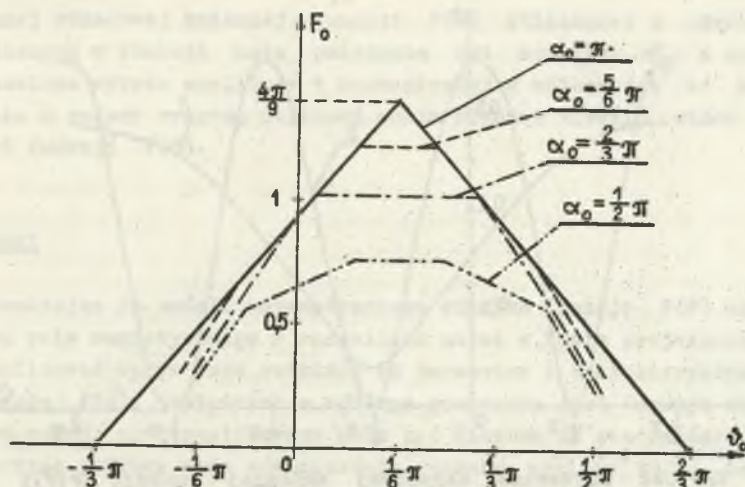


Rys. 7. Zależność współczynnika  $F_0$  od kąta położenia osi szczotek  $\psi_0$  dla rozkładów pola magnetycznego odcinkowo sinusoidalnego o kącie magnesowania  $\alpha_0$  przy  $\gamma = \frac{1}{3}\pi$ ;  $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$



Rys. 8. Zależność współczynnika  $F_0$  od kąta położenia osi szczotek  $\psi_0$  dla rozkładów pola

1 - prostokątnego  $\alpha_0 = \pi$ ;  $\Delta\alpha = 0$ , 2 - trapezowego  $\alpha_0 = \pi$ ;  $\Delta\alpha = \frac{1}{6}\pi$ , 3 - sinusoidalnego  $\alpha_0 = \pi$ , 4 - trójkątnego  $\alpha_0 = \pi$ ;  $\Delta\alpha = \frac{\pi}{2}$  przy  $\gamma = \frac{1}{3}\pi$ ;  $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$



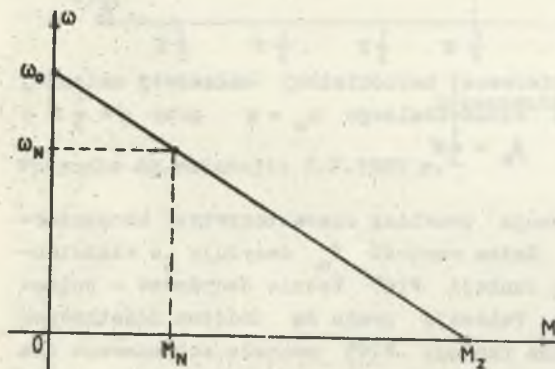
Rys. 9. Zależność współczynnika  $F_0$  kąta położenia osi szczotek  $\varphi_0$  dla rozkładów pola odcinkowo prostokątnych o kącie magnesowania  $\alpha_0$  przy  $\Delta\alpha = 0$ ;  $\gamma = \frac{1}{3}\pi$  i  $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$

i odcinkowo trapezowych. Jak wynika z równań silnika (1) od wartości  $F_0$  zależą zarówno moment zwarcia silnika

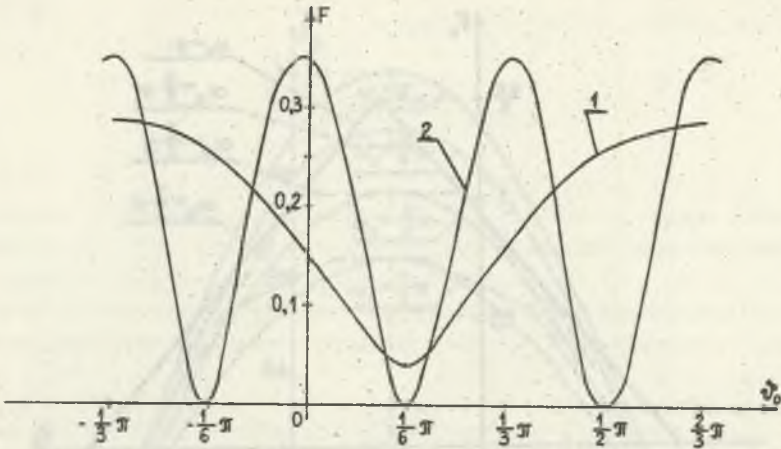
$$M_z = I_z \frac{9}{2\pi} D l_1 B_m F_0,$$

jak i prędkości biegu jałowego

$$\omega_0 = \frac{U}{z F_0} \cdot \frac{2\pi}{9 D l_1 B_m}.$$



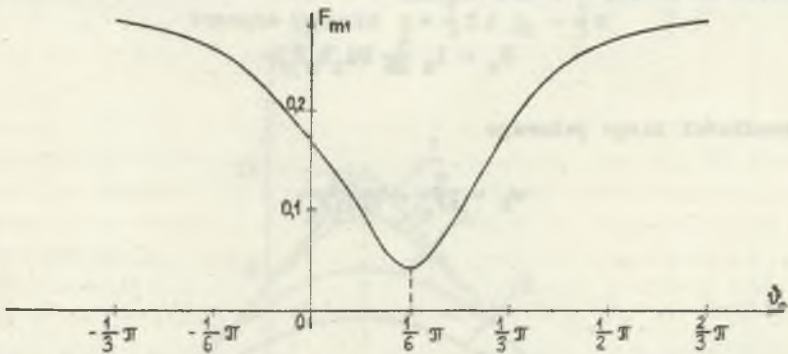
Rys. 10. Charakterystyka mechaniczna mikrosilnika prądu stałego wzбудzanego od magnesów trwałych przy  $U = \text{const}$   $M_N$  i  $M_z$  - moment znamionowy i moment zwarcia,  $\omega_N$  i  $\omega_0$  - prędkość kątowa znamionowa i w stanie jałowym



Rys. 11. Wartość skuteczna składowej zmiennej funkcji  $F(\psi)$ ;

$$F = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [F(\psi) - F_0]^2 dt} \text{ dla rozkładów pola:}$$

1 - sinusoidalnego  $\alpha_0 = \pi$ , 2 - prostokątnego  $\alpha_0 = \pi$ ;  $\Delta\alpha = 0$  przy  $\vartheta = \frac{1}{3}\pi$ ;  
 $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$



Rys. 12. Zależność amplitudy pierwszej harmonicznej składowej zmiennej funkcji  $F(\psi)$  dla rozkładu pola sinusoidalnego  $\alpha_0 = \pi$  przy  $\vartheta = \frac{1}{3}\pi$ ;  
 $\beta_0 = \frac{1}{3}\pi$

Parametry  $M_2$  i  $\omega_0$  determinują przebieg charakterystyki mechanicznej silnika  $\omega = f(M)$  (rys. 10). Zatem wartość  $F_0$  decyduje o właściwościach silnika. Składowa zmienna funkcji  $F(\psi)$  będzie decydować o pulsacjach prądu i prędkości kątowej. Pulsacje prądu są źródłem dodatkowych strat w silniku. Składowa zmienna funkcji  $F(\psi)$  została zobrazowana dla wybranych przebiegów na rys. 11 i 12. Na rys. 11 podano wykres wartości

skutecznej składowej zmiennej funkcji  $F(\psi)$  obliczonej z pierwszych 10 harmonicznych w funkcji kąta położenia osi szczotek  $\psi_0$ , a na rys. 12 przedstawiono wykres amplitudy 1 harmonicznej w zależności od kąta  $\psi_0^1$ . W oparciu o podany program obliczeń można również śledzić widmo częstotliwości funkcji  $F(\psi)$ .

## 5. Wnioski

Wprowadzając do modelu matematycznego silnika funkcję  $F(\psi)$  zależną od rozkładu pola magnetycznego w szczelinie można w fazie projektowania silnika analizować wpływ tego rozkładu na parametry i charakterystyki silnika. Funkcja  $F(\psi)$ , jakkolwiek w ogólnym przypadku jest funkcją złożoną, to jednak w sposób nieskomplikowany może być liczona za pomocą maszyny cyfrowej. Maszyna cyfrowa może równocześnie wykonać analizę widma częstotliwościowego funkcji  $F(\psi)$ , obliczając zarówno składową stałą  $F_0$ , jak również amplitudy poszczególnych harmonicznych składowej zmiennej  $F_{mi}$  oraz wartość skuteczną składowych zmiennych  $F$ . Pewne charakterystyczne zależności  $F_0$ ,  $F_{m i=1}$ ,  $F$  od parametrów technologicznych silnika, a mianowicie kątów  $\beta_0$  i  $\psi_0^1$  oraz parametrów konstrukcyjnych  $\gamma$ ;  $\alpha_0$ ;  $\Delta\alpha$  podano na rysunkach 7, 8, 9, 11, 12.

## LITERATURA

- [1] PAWLAK A.: Wpływ kształtu pola wzbudzenia na parametry silnika prądu stałego małej mocy o magnesach trwałych. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1980.
- [2] GLINKA T., PAWLAK A.: Wpływ kształtu pola w silnikach prądu stałego małej mocy wzbudzanych od magnesów trwałych na parametry tych silników. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Elektryka z.82, Gliwice 1982.

Recenzent: Prof. dr inż. Maciej Krakowski

Wpłynęło do redakcji: 5.V.1983 r.

АНАЛИЗ СОСТАВА ВЫСШИХ ГАРМОНИК В ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЕ  
И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ МОМЕНТЕ МИКРОДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА  
С ТРЕХЛАМЕЛЬНЫМ КОЛЛЕКТОРОМ ПРИ РАЗНЫХ ФОРМАХ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

**Р е з ю м е**

В статье оговариваются вопросы связанные с конструкцией и технологией двигателей малой мощности с тремя зубцами ротора. В этих двигателях временные характеристики электродвижущей силы и электромагнитного момента зависят от формы индукции в зазоре двигателя. При помощи ЭЕМ анализируется гармонический состав этих функций при разных заданных формах поля, а также оговаривается влияние на этот состав технологических свойств таких как точность монтажа подузлов.

ANALYSIS OF THE CAPACITY OF FREQUENCY SPECTRUM IN ROTATIONAL  
ELECTROMOTIVE FORCE AS WELL AS ELECTROMAGNETIC MOMENT  
OF THE DC MICROMOTORS WITH THREE CUTTING COMMUTATOR  
AT DIFFERENT DISTRIBUTIONS OF THE MAGNETIC FIELD SHAPES  
IN THE AIR GAP

**S u m m a r y**

The constructions and technology of micromotors with three slot rotors are discussed. Time courses of rotational electromotive force observed in those motors as well as the electromagnetic moment dependent on the field shape in the air gap. Frequency spectrum of these functions, at the assumed field shapes, was analysed by using of the computer. The effect of technological conditions on the frequency spectrum was discussed.