ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: ELEKTRYKA z. 92 Nr kol. 801

Tadeusz SKUBIS

METODA SEKWENCYJNO-CYKLICZNA ODTWARZANIA PRZEKŁADNI O WARTOŚCI WYMIERNEJ

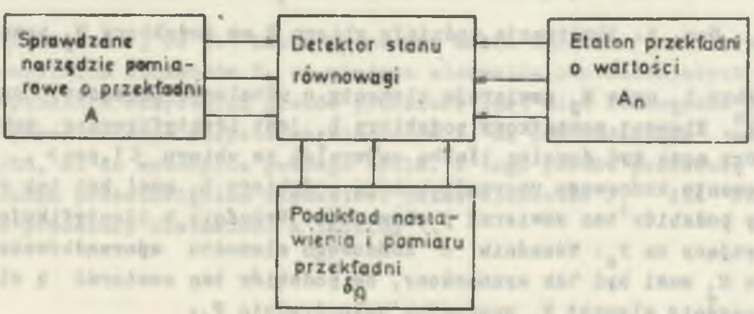
Streszczenie. Przedstawiono podstawy matematyczne metody odtwarzania przekładni o wartości typu p/q. Istotną cechą tej metody jest niezależność od wartości i klasy wzorców zastosowanych do jej realizacji.

1. Wprowadzenie

W precyzyjnych narzędziach pomiarowych mierzących lub odtwarzających stosunek dwu wartości wielkości elektrycznej (przekładnię), wartość rzeczywista przekładni może być wyrażona równaniem (1):

$$A = A_n - \delta_A \tag{1}$$

gdzie: A_n jest wartością nominalną przekładni, wskazywaną przez narzędzie pomiarowe, a δ_A jest błędem bezwzględnym tej wartości. Z równania (1) można obliczyć rzeczywistą wartość przekładni sprawdzanego narzędzia pomiarowego, jeżeli zbudowany zostanie układ umożliwiający wykonanie dokładnego pomiaru różnicy przekładni δ_A i w którym będzie zastosowany wzorzec przekładni o wartości rzeczywistej równej A_n (rys. 1). Układ może mieć dowolną strukturę, ale zawsze problemem jest odtworzenie wzorca przekładni. Proponuje się w tym celu zastosowanie procedury, która zastępuje wzorzec przekładni i nie wymaga użycia dokładnych wzorców. Procedura ta pro-



Rys. 1. Schemat blokowy układu opisanego równaniem (1)

wadzi do odtworzenia przekładni na podstawie wzorca grupowego, tworzonego wg określonego algorytmu. Zostanie przedstawiona idea cyklicznego przestawienia elementów zbioru (p+q)-elementowego, która stanowi matematyczną podstawę proponowanej procedury.

2. j-ty krok procedury

Niech będzie dany zbiór F, zawierający p+q elementów F_i, $i = 1\ldots(p+q)$. Niech elementy F_i zostaną uporządkowane tak, że:

1° za elementem F_i następuje F_{i+1},
2° za elementem F_{p+q} następuje F_1.

Elementy zbioru F tworzą zamknięty łańcuch, w którym kolejność elementów jest stała.

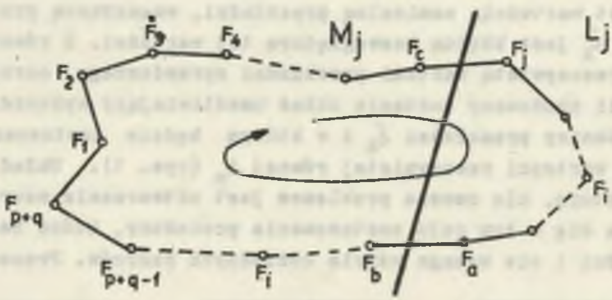
Niech łańcuch elementów F_i zostanie podzielony na dwie części, zawierające odpowiednio p i q elementów (rys. 2), tj. na dwa podzbiory:

L_j, zawierający p elementów

$$L_j \equiv \{F_i : i \in \langle j,a \rangle\} \tag{2}$$

M_j, zawierający q elementów

$$M_j \equiv \{F_i : i \in \langle b,c \rangle\} \tag{3}$$



Rys. 2. Ilustracja podziału zbioru F na podzbiory M_j oraz L_j

Podzbiory L_j oraz M_j zawierają elementy o ustalonym porządku, zgodnym z 1° i 2°. Element początkowy podzbioru L_j jest identyfikowany wskaźnikiem j, który może być dowolną liczbą naturalną ze zbioru $\langle 1,p+q \rangle$. Wskaźnik a elementu końcowego uporządkowanego podzbioru L_j musi być tak wyznaczony, by podzbiór ten zawierał p elementów. Wskaźnik b identyfikuje element następujący za F_a. Wskaźnik c końcowego elementu uporządkowanego podzbioru M_j musi być tak wyznaczony, by podzbiór ten zawierał q elementów. Równocześnie element F_c poprzedza bezpośrednio F_j.

Równania określające wartości wskaźników a,b,c, w zależności od zmiennej wartości j oraz stałych wartości p oraz q można zapisać przy wykorzystaniu funkcji entier:

$$j \in N, \quad 1 \leqslant j \leqslant p+q \tag{4}$$

$$a = j+p-1-(p+q)\ E\left(\frac{j+p-2}{p+q}\right) \tag{5}$$

$$b = j+p-(p+q)\ E\left(\frac{j+p-1}{p+q}\right) \tag{6}$$

$$c = j+p+q-1-(p+q)\ E\left(\frac{j+p+q-2}{p+q}\right) \tag{7}$$

Uwzględniając fakt, że podzbiory L_j oraz M_j powstały przez przecięcie zamkniętego łańcucha elementów oznaczonych liczbami naturalnymi 1...(p+q), można zauważyć, że elementy podzbioru L_j mają wskaźniki "i" określone relacjami:

$$\text{jeśli} \quad j < a, \quad \text{to} \quad j \leqslant i \leqslant a \tag{8}$$

$$\text{jeśli} \quad j > a, \quad \text{to} \quad (j \leqslant i \leqslant p+q) \quad \text{oraz} \quad (1 \leqslant i \leqslant a) \tag{9}$$

Analogicznie elementy podzbioru M_j mają wskaźniki określone relacjami:

$$\text{jeśli} \quad b < c, \quad \text{to} \quad b \leqslant i \leqslant c \tag{10}$$

$$\text{jeśli} \quad b > c, \quad \text{to} \quad (b \leqslant i \leqslant p+q) \quad \text{oraz} \quad (1 \leqslant i \leqslant c) \tag{11}$$

Dla przypadku przedstawionego na rys. 2 zachodzą relacje (8) i (11).

Zbiór F można podzielić na podzbiory L_j i M_j na (p+q) sposobów, przyjmując kolejno $j = 1,2,3,...(p+q)$. Podział, w którym tworzy się podzbiory L_j i M_j, nazwano j-tym krokiem procedury.

3. Kolejne kroki procedury

Przejście od j do j+1 kroku procedury można uzyskać przez przestawienie wszystkich elementów F_i na miejsca elementów poprzedzających w łańcuchu. Wykonanie wszystkich kroków procedury jest więc równoważne (p+q)-krotnemu przestawieniu wszystkich elementów F_i na poprzedzające miejsca w łańcuchu, aż do wykonania pełnego cyklu. Z tego powodu procedurę nazwano cyklicznym przestawieniem elementów. Układ elementów F_i dla wszystkich kroków procedury zestawiono w tablicy 1.

4. Równanie procedury

Dla j-tego kroku procedury stosunek A_j sumy wszystkich elementów podzbioru L_j do sumy wszystkich elementów podzbioru M_j jest zależny od wartości elementów F_i i wynosi:

$$A_j = \frac{\sum_{i=j}^{a} F_i}{\sum_{i=b}^{c} F_i} \tag{12}$$

Ze wszystkich stosunków A_j ($j = 1,2,\ldots,p+q$) można formalnie wyodrębnić dowolny stały składnik A oraz zmienne składniki δ_{A_j}, o odpowiednich wartościach, wg zależności:

$$A_j = A + \delta_{A_j} \tag{13}$$

Wprowadzając dowolną stałą k oraz zmienną W_j, składniki δ_{A_j} można wyrazić następująco:

$$\delta_{A_j} = \frac{kW_j}{\sum_{i=b}^{c} F_i} \tag{14}$$

Z równań (12), (13) i (14) otrzymuje się:

$$\sum_{i=j}^{a} F_i = A \sum_{i=b}^{c} F_i + kW_j \tag{15}$$

Sumując stronami równania (15) dla $j = 1\ldots(p+q)$, otrzymuje się:

$$\sum_{j=1}^{p+q} \sum_{i=j}^{a} F_i = A \sum_{j=1}^{p+q} \sum_{i=b}^{c} F_i + k \sum_{j=1}^{p+q} W_j \tag{16}$$

Każdy element F_i występuje po lewej stronie równania (16) p razy, a po prawej stronie q razy (por. tabl. 1). Zmieniając kolejność sumowania, równanie to można zapisać w postaci:

$$p \sum_{i=1}^{p+q} F_i = Aq \sum_{i=1}^{p+q} F_i + k \sum_{j=1}^{p+q} W_j \tag{17}$$

Tablica

	Elementy podzbiorów L_j					Elementy podzbiorów M_j				
Nr miejsca "i" / Nr kroku "j"	1	2	3	......	p	(p+1)	(p+2)	......	(p+q-1)	(p+q)
1	F_1	F_2	F_3	......	F_p	F_{p+1}	F_{p+2}	......	F_{p+q-1}	F_{p+q}
2	F_2	F_3	F_4	......	F_{p+1}	F_{p+2}	F_{p+3}	......	F_{p+q}	F_1
3	F_3	F_4	F_5	......	F_{p+2}	F_{p+3}	F_{p+4}	......	F_1	F_2
4	F_4	F_5	F_6	......	F_{p+3}	F_{p+4}	F_{p+5}	......	F_2	F_3
...	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......
j	F_j	F_{j+1}	F_{j+2}	......	F_a	F_b	F_{b+1}	......	F_{c-1}	F_c
...	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......
(p+q-1)	F_{p+q-1}	F_{p+q}	F_1	......	F_{p-2}	F_{p-1}	F_p	......	F_{p+q-3}	F_{p+q-2}
(p+q)	F_{p+q}	F_1	F_2	......	F_{p-1}	F_p	F_{p+1}	......	F_{p+q-2}	F_{p+q-1}

Z równania (17) otrzymuje się:

$$\frac{p}{q} = A + \frac{k\sum\limits_{j=1}^{p+q} W_j}{q\sum\limits_{i=1}^{p+q} F_i} \tag{18}$$

Lewa strona równania (18) zależy od liczebności podzbiorów L_j i M_j, a nie zależy od wartości elementów F_i. Ponadto, jeżeli stały składnik A dobierze się tak, że $A \approx \frac{p}{q}$, to składnik zależny od sum ma wartość bliską 0.

Z analizy równań (13) ... (18) wynika wniosek ogólny: procedura cyklicznego przestawienia elementów w układzie opisanym równaniem (15) jest równoważna zastosowaniu w tym układzie wzorca przekładni o wartości p/q i wykonaniu jednego pomiaru. Procedura ta stanowi zatem podstawę metody tworzenia wzorca grupowego przekładni o wartości wymiernej. Ze względu na sposób przestawiania elementów i liczbę wykonywanych kroków metodę nazwano sekwencyjno-cykliczną.

5. Realizacja procedury pomiarowej

Podstawowym warunkiem realizacji metody sekwencyjno-cyklicznej odtworzenia przekładni o wartości p/q jest zbudowanie układu, którego stan równowagi jest opisany równaniem (15). W układzie tym elementy F_i ($i=1...p+q$) są immitancjami tego samego rodzaju o zbliżonych do siebie wartościach, A jest przekładnią sprawdzanego narzędzia, W_j jest wartością parametru równoważącego układ w j-tym kroku procedury, k jest stałą proporcjonalności, zależną od struktury układu. W układzie należy cyklicznie przestawiać elementy F_i i za każdym razem w stanie równowagi mierzyć wartość W_j. Po wykonaniu całego cyklu przestawień elementów wartość A przekładni oblicza się z równania (18), w którym składnik zależny od sum ma małą wartość w stosunku do A.

Jako przykład zastosowania metody na rys. 3 przedstawiono układ do sprawdzania błędu przekładni napięciowej indukcyjnego dzielnika napięcia. Układ ma strukturę mostka, w którym prąd nierównowagi jest kompensowany prądem $I_{r,j}$. Źródło prądu $I_{r,j}$ musi umożliwiać nastawienie obu składowych $\mathrm{Re}\{I_{r,j}\}$ oraz $\mathrm{Im}\{I_{r,j}\}$ z dużą rozdzielczością. Napięciem odniesienia dla źródła prądu $I_{r,j}$ jest napięcie U_n lub w przybliżeniu U_z. Obie składowe prądu $I_{r,j}$ w stanie kompensacji prądu nierównowagi mostka muszą być dokładnie mierzone lub obliczane na podstawie nastaw źródła. W stanie równowagi układu obowiązuje równanie:

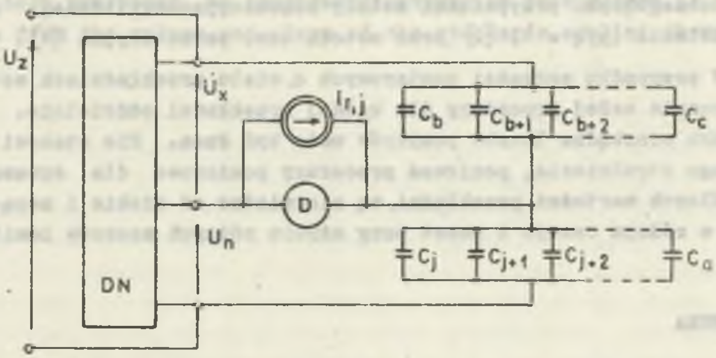
$$U_x \sum_{i=b}^{c} Y_i + I_{r,j} = U_n \sum_{i=j}^{a} Y_i \tag{19}$$

Definiując przekładnię napięciową dzielnika jako:

$$A = \frac{U_x}{U_n} \tag{20}$$

otrzymuje się z równania (19):

$$\sum_{i=j}^{a} Y_i = A \sum_{i=b}^{c} Y_i + \frac{1}{U_n} I_{r,j} \tag{21}$$



Rys. 3. Przykład zastosowania metody

Metoda sekwencyjno-cyklicznego przestawienia elementów może być zastosowana, ponieważ struktury równań (21) oraz (15) są takie same, przy czym $F_i = Y_i$, $W_j = I_{r,j}$, $k = 1/U_n$. Przestawiając cyklicznie wszystkie admitancje Y_i (por. tabl. 1) i za każdym razem równoważąc układ przez nastawienie odpowiedniej wartości prądu $I_{r,j}$, wykonuje się p+q kroków procedury pomiarowej. Z równania (18) oblicza się błąd przekładni sprawdzanego dzielnika:

$$\delta = \frac{p}{q} - A = \frac{\sum_{j=1}^{p+q} I_{r,j}}{qU_n \sum_{i=1}^{p+q} Y_i} \tag{22}$$

6. Wnioski

1. Metoda sekwencyjno-cykliczna przestawienia elementów pozwala odtworzyć przekładnię p/q, gdy istnieją elementy o wartościach stałych w czasie wykonywania procedury.

2. Przedstawiona metoda jest równoważna zastosowaniu jednego wzorca przekładni o wartości rzeczywistej p/q. O ile wzorzec taki jest pojęciem abstrakcyjnym, o tyle metoda stanowi alternatywę realizowalną praktycznie.

3. Z idei metody wynika, że elementy F_i podlegające cyklicznemu przestawianiu mogą być dowolne, a wynik pomiaru nie zależy od ich wartości. W układach elektrycznych mogą to być np. immitancje, w układach mechanicznych np. odważniki lub płytki wzorcowe.

4. Szczególnymi przypadkami metody sekwencyjno-cyklicznej są metoda przestawienia (p/q = 1) [2] oraz metoda tzw. permutacyjna [1].

5. W przypadku narzędzi pomiarowych o wielu przekładniach metoda wymaga wykonania całej procedury dla każdej przekładni oddzielnie. W takim przypadku niezbędna liczba pomiarów może być duża. Nie stanowi to jednak istotnego utrudnienia, ponieważ procedury pomiarowe dla sprawdzania poszczególnych wartości przekładni są niezależne od siebie i mogą być wykonywane w różnym czasie i nawet przy użyciu różnych wzorców immitancji.

LITERATURA

[1] Cutkosky R.D., Shields J.Q.: The Precision Measurement of Transformer Ratios. IRE Trans. on Instr., Sept. 1960.

[2] Kuryłowicz J.: Wybrane działy elektrycznego miernictwa precyzyjnego. Skrypt Uczelniany Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1971.

[3] Skubis T.: Determination of the ratio error by the successive permutation of immittance standards. Mat. konf. EMISCON '83, Tatranska Lomnica 1983.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Wojciech Fuliński

Wpłynęło do Redakcji dnia 15.XI.1983 r.

ПЕРИОДИЧЕСКИ-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ МЕТОД ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ПЕРЕДАЧИ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ЗНАЧЕНИЕМ

Р е з ю м е

В статье представляются математические основы метода воспроизведения передачи величиной типа p/q. Существенной особенностью этого метода является независимость от величины и класса образцов, применяемых для его реализации.

SEQUENCE-CYCLIC METHOD OF REPRODUCING OF RATIO WITH RATIONAL VALUE

S u m m a r y

A mathematical base of a method of reproducing of ratio with p/q type value has been presented. An important feature of this method is its independence from the values and class of the standards applied there.