

Bogdan Grygiel, Krzysztof Martowski
Politechnika Wrocławska

WYBÓR KOLEJNOŚCI OPERACJI Z RÓWNOCZESNYM ROZPOZNAWANIEM I ROZDZIAŁEM
ZASOBÓW W DYSKRETNYCH PROCESACH PRODUKCYJNYCH

Streszczenie. W pracy rozważono problem optymalnego wyboru kolejności operacji i rozdziału zasobów w kompleksie operacji w przypadku braku bezpośredniej informacji o stanie. Zaproponowano rozwiązanie problemu poprzez dekompozycję na optymalne rozpoznawanie stanu i optymalne sterowanie kompleksem na podstawie znajomości rozpoznanego stanu.

1. Wstęp.

Systemy złożone z operacji (czynności, prac) powiązanych między sobą warunkowaniami czasowymi nazywa się kompleksami operacji. Mówiąc o warunkowaniach czasowych operacji mamy na myśli to, że kolejność ich wykonywania nie jest na ogół dowolna, tzn. z różnych względów, np. technologicznych, niektóre operacje mogą zostać rozpoczęte dopiero po ukończeniu innych. Systemy takie różnią się swą strukturą od systemów, w których powiązania między podsystemami mają charakter wejściowo-wyjściowy. Typowe przykłady kompleksów operacji to procesy technologiczne czy procesy obliczeniowo-decyzyjne. Problemy sterowania formułowane w tych systemach to problem obsługi zadań oraz problem rozdziału zadań i zasobów, czyli problem alokacji - przy ekstremalizacji określonego wskaźnika jakości. W jednej z podstawowych prac dotyczących problematyki alokacji w kompleksie operacji [7] mówi się o takich kryteriach jak czas wykonania kompleksu operacji (ew. prawdopodobieństwo zakończenia kompleksu w określonym czasie), ilość zasobów wydatkowanych na realizację kompleksu (przy określonym zadaniu), jakość rezultatów wykonania kompleksu czy wreszcie kryterium uwzględniające wszystkie lub niektóre z podanych wyżej wskaźników. Podstawowa część prac z tego zakresu dotyczy jednak sterowania optymalno-czasowego, przy czym rozpatruje się tutaj zarówno problem deterministyczny [3, 4, 5, 7], jak i probabilistyczny [1, 3]. Sporo opracowań poświęconych jest również realizacjom konkretnych, często numerycznych algorytmów sterowania kompleksami operacji.

W wielu sytuacjach praktycznych istotnym problemem jest sterowanie

Praca była częściowo finansowana przez CPBP 02.15 "Rozwój badań systemowych i ich priorytetowych zastosowań".

wykonywaniem poszczególnych operacji, które w stosunku do alokacji jest zadaniem podrzędnym. W takim ujęciu mamy do czynienia z dwupoziomą strukturą sterowania kompleksem operacji rozpatrywaną np. w pracy [2]. W powyżej cytowanych opracowaniach rozpatrywano różne struktury kompleksu operacji (równoległa, szeregową i bardziej skomplikowane). Zawsze jednak struktura ta była z góry określona.

W rozwijanej w ostatnich latach problematyce elastycznych systemów produkcyjnych pojawiły się zadania sterowania takimi kompleksami operacji, których struktura kształtuje się na bieżąco poprzez sterowanie - wybór kolejności operacji. Problemy takie w przypadku probabilistycznym rozpatrywano między innymi w pracach [6,9], gdzie szczególną uwagę zwrócono na zrobotyzowane procesy montażu. Prezentowana praca dotyczy przypadku szerszego, to jest takiego, w którym sterowanie realizuje się nie tylko przez wybór operacji, ale także przez przydzielenie wybranej operacji określonej ilości ograniczonego zasobu. Rozpatruje się przypadek probabilistyczny, to jest taki, w którym wynikiem decyzji sterującej jest przejście systemu ze stanu do stanu z pewnym prawdopodobieństwem zależnym od sterowania. W zależności od sposobu zdobywania informacji o systemie rozróżnić można dwie sytuacje:

- bezpośredni pomiar stanu,
- pomiar wyjścia (cech stanu) zależnego od stanu.

Dla określonego kryterium jakości sterowania zarówno w pierwszym, jak i w drugim przypadku można wyznaczyć algorytm sterowania w układzie zamkniętym stosując metodę programowania dynamicznego. W sytuacji pierwszej optymalny algorytm sterowania wyznaczono w pracy [8]. Algorytm ten podaje zależność sterowania od stanu. W sytuacji drugiej odpowiedni algorytm określać będzie decyzję sterującą w zależności od zmierzonego wektora cech. Postać tego algorytmu, jak i sposób jego wyznaczania są bardzo skomplikowane [8]. Uzasadnia to zaproponowane w poniższej pracy podejście polegające na wyodrębnieniu rozpoznawania stanu systemu na podstawie pomiaru cech, co prowadzi do systemu sterowania z rozpoznawaniem stanu.

W rezultacie algorytm sterowania jest złożeniem algorytmu rozpoznawania oraz algorytmu wyboru operacji i rozdziału zasobów w przypadku bezpośredniego pomiaru stanu.

2. Sformułowanie problemu.

Weźmy pod uwagę system dyskretny, w którym $n=0,1,2,\dots$ oznaczać będzie numer kolejnego taktu sterowania. Sterowanie w każdym takcie obejmować będzie wybór operacji wraz z przydzieleniem zasobu na jej wykonanie. Powyższe decyzje sterujące podejmowane są na podstawie informacji o bieżącym stanie systemu w postaci zmierzonego wektora cech. W każdym takcie

zbiory dopuszczalnych stanów oraz możliwych do wykonania operacji są skończone. Można je zatem ponumerować i zamiast ich nazwami posługiwać się odpowiednimi numerami. W dalszym ciągu zamiast "numer stanu" i "numer operacji" będziemy mówić krótko "stan" i "operacja". Ponadto zakładamy, że zasób przydzielany na wykonanie operacji jest ograniczony i ma charakter dyskretny (bądź taki charakter uzyskuje ze względu na potrzebę kwantowania).

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- $J_n = \{1, 2, \dots, l_n\}$ - zbiór stanów w taktie n -tym,
 $j_n \in J_n$ - stan systemu w taktie n -tym,
 $K_n = \{1, 2, \dots, r_n\}$ - zbiór operacji w taktie n -tym,
 $k_n \in K_n$ - operacja wybrana do wykonywania w taktie n -tym,
 u_n - ilość zasobu przydzielonego w taktie n -tym
 $u_n \in U_n = \{m_n, m_n + 1, \dots, M_n\}$ (1)
 gdzie m_n, M_n - odpowiednio dolne i górne ograniczenia zasobu do wykorzystania w taktie n -tym,

$$\sum_{n=0}^{N-1} u_n \leq U \quad (2)$$

U - całkowity zasób do rozdzielenia w N kolejnych taktach sterowania,
 N - ustalony horyzont sterowania,

$x_n \in X_n \subseteq S_n$ - wektor cech stanu z przestrzeni S_n -wymiarowej wektorów o składowych rzeczywistych.

Model matematyczny procesu dany jest macierzą prawdopodobieństw przejścia:

$$P(j_{n+1} = j_{n+1} \mid j_n = j_n, k_n, u_n) = p_n(j_{n+1}, j_n, k_n, u_n) \quad (3)$$

gdzie $p_n(j_{n+1}, j_n, k_n, u_n)$ jest prawdopodobieństwem wystąpienia w taktie $n+1$ stanu j_{n+1} pod warunkiem, że w taktie n -tym wystąpił stan j_n i wykonano operację k_n przy użyciu zasobu u_n , a j_n oznacza dyskretną zmienną losową o realizacjach ze zbioru J_n .

Dany jest także warunek początkowy, to jest prawdopodobieństwo wystąpienia stanu j_0 dla $n=0$:

$$P(j_0 = j_0) = p(j_0) \quad (4)$$

Ponieważ stan procesu nie jest mierzony bezpośrednio, a dokonywany jest jedynie pomiar wektora cech, określone są również warunkowe gęstości prawdopodobieństwa wektora losowego x_n :

$$f_n(x_n \mid j_n), \quad j_n \in J_n, \quad n=0, 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

Człon o wejściu j_n i wyjściu x_n jest zatem czlonem stochastycznym statyczną w odróżnieniu od dynamicznego obiektu (3).

W dalszym ciągu używać będziemy następujących oznaczeń:

$$\begin{aligned} \bar{j}_n &= (j_0, j_1, \dots, j_n) & \bar{j}_n \in J_0 \times J_1 \times \dots \times J_n = \bar{J}_n \\ \bar{x}_n &= (x_0, x_1, \dots, x_n) & \bar{x}_n \in X_0 \times X_1 \times \dots \times X_n = \bar{X}_n \\ \bar{k}_n &= (k_0, k_1, \dots, k_n) & \bar{k}_n \in K_0 \times K_1 \times \dots \times K_n = \bar{K}_n \\ \bar{u}_n &= (u_0, u_1, \dots, u_n) & \bar{u}_n \in V_n, \text{ gdzie} \\ V_n &= \{(u_0, u_1, \dots, u_n) : u_\lambda \in (m_\lambda, m_\lambda + 1, \dots, M_\lambda), \lambda = 0, 1, \dots, n, \sum_{\lambda=0}^n u_\lambda \leq U\} \\ v_n &= \sum_{\lambda=0}^{n-1} u_\lambda - \text{suma zasobów przydzielonych do taktu } n. \end{aligned} \quad (6)$$

W sytuacji pierwszej - znajomości stanu systemu - optymalny algorytm sterowania

$$\begin{aligned} k_n &= H_n(j_n, v_n) \\ u_n &= G_n(j_n, v_n) \end{aligned} \quad (7)$$

otrzymuje się minimalizując wskaźnik jakości sterowania

$$Q_N = \mathop{\text{E}}_{\bar{j}_n} \sum_{n=0}^{N-1} c_n(j_{n+1}, k_n, u_n) \quad (8)$$

gdzie $c_n(j_{n+1}, k_n, u_n)$ - zadana funkcja mająca sens kosztów przejścia do stanu j_{n+1} przy wykonaniu operacji k_n i użyciu zasobu u_n .

Algorytm sterowania (7) określony jest przez następujące równanie rekurencyjne (8):

$$\begin{aligned} V_1(j_{N-1}, v_{N-1}) &= \\ &= \min_{\substack{k_{N-1} \in K_{N-1}, \\ u_{N-1} \in \bar{U}_{N-1}}} \sum_{j_{N-1}=1}^{I_{N-1}} c_{N-1}(j_N, k_{N-1}, u_{N-1}) P_{N-1}(j_N | j_{N-1}, k_{N-1}, u_{N-1}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} V_{N-n}(j_n, v_n) &= \\ &= \min_{\substack{k_n \in K_n, \\ u_n \in \bar{U}_n}} \sum_{j_{n+1}=1}^{I_{n+1}} [c_n(j_{n+1}, k_n, u_n) + V_{N-n-1}(j_{n+1}, v_{n+1})] P_n(j_{n+1} | j_n, k_n, u_n) \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie dla $n=0, 1, \dots, N-2$, gdzie $\bar{U}_n = U \cap W_n$,

$$W_n = (m_n, m_n + 1, \dots, w_n).$$

Definiując

$$a_n = \sum_{\lambda=0}^{n-1} m_\lambda, \quad b_n = \sum_{\lambda=n}^{N-1} m_\lambda \quad \text{określamy } w_n \text{ jako } w_n = U - b_{n+1} - v_n.$$

gdzie v_n mając sens ilości zasobu zużytego do taktu n przyjmować może wartości ze zbioru:

$$v_n \in \{a_n, \dots, U - b_n\}.$$

W przypadku drugim wymienionym we wstępie algorytm sterowania ma następującą postać:

$$\begin{aligned} k_n &= \Theta_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \\ u_n &= \bar{\Phi}_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

Dla tego przypadku poszukiwać będziemy algorytmu rozpoznawania stanu

$$i_n = \Psi_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \quad (12)$$

minimalizującego wskaźnik jakości sterowania

$$R_n = \mathop{\text{E}}_{\substack{\bar{k}_{n-1}, \bar{x}_n, \bar{j}_n, \bar{u}_{n-1}}} \sum_{\lambda=0}^n LC(i_\lambda, j_\lambda) \quad (13)$$

gdzie:

- $i_\lambda \in J_\lambda$ - stan rozpoznany,
- $LC(i_\lambda, j_\lambda)$ - lokalna funkcja strat,
- k_n, u_n - dyskretne zmienne losowe o realizacjach z odpowiednich zbiorów.

Następnie proponuje się algorytm sterowania będący złożeniem algorytmu rozpoznawania (12) oraz algorytmu sterowania (7) na podstawie rozpoznanego stanu. W rezultacie otrzymamy algorytm oznaczony przez Θ_n i $\bar{\Phi}_n$:

$$\begin{aligned} k_n &= H_n(i_n, v_n) = \Theta_n(\Psi_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}), \bar{v}_n) = \Theta_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \\ u_n &= G_n(i_n, v_n) = \bar{\Phi}_n(\Psi_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}), \bar{v}_n) = \bar{\Phi}_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

Ostatecznie problem można sformułować następująco:

Należy wyznaczyć algorytm rozpoznawania (12) dla $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ minimalizujący wskaźnik jakości rozpoznawania (13). Następnie poprzez złożenie algorytmów (12) i (7) wyznaczyć algorytm sterowania (14).

3. Algorytm wyboru operacji i rozdziału zasobów z wyodrębnionym rozpoznaniem:

Dla wyznaczenia algorytmu rozpoznawania zauważmy, że ponieważ

$$i_n = \Psi_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$$

to

$$\min_{i_0, i_1, \dots, i_n} R_n = \min_{i_0, i_1, \dots, i_n} \mathop{\text{E}}_{\substack{\bar{x}_n, \bar{j}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}}} \sum_{\lambda=0}^n LC(i_\lambda, j_\lambda) =$$

$$\begin{aligned}
&= \min_{i_0, i_1, \dots, i_n} \sum_{j_0=1}^{l_0} \dots \sum_{j_n=1}^{l_n} \sum_{k_0=1}^{r_0} \dots \sum_{k_{n-1}=1}^{r_{n-1}} \sum_{u_0 \in \tilde{U}_0} \dots \sum_{u_{n-1} \in \tilde{U}_{n-1}} \int_{X_0} \dots \int_{X_n} L(i_0, j_0) \\
&+ L(i_1, j_1) + \dots + L(i_n, j_n) P(\bar{j}_n = j_n, \bar{x}_n = x_n, \bar{k}_{n-1} = k_{n-1}, \bar{u}_{n-1} = u_{n-1}) d\bar{x}_n = \\
&= \min_{i_0, i_1, \dots, i_n} \int_{X_0} \int_{X_0} L(i_0, j_0) P(\bar{j}_0 = j_0, \bar{x}_0 = x_0) dx_0 + \sum_{j_1=1}^{l_1} \sum_{k_0=1}^{r_0} \sum_{u_0 \in \tilde{U}_0} \int_{X_0} \int_{X_1} L(i_1, j_1) \\
&\times P(\bar{j}_1 = j_1, \bar{k}_0 = k_0, \bar{u}_0 = u_0, \bar{x}_1 = x_1) d\bar{x}_1 + \dots + \sum_{j_n=1}^{l_n} \sum_{k_0=1}^{r_0} \dots \sum_{k_{n-1}=1}^{r_{n-1}} \sum_{u_0 \in \tilde{U}_0} \dots \sum_{u_{n-1} \in \tilde{U}_{n-1}} \int_{X_0} \dots \\
&\dots \int_{X_n} L(i_n, j_n) P(\bar{j}_n = j_n, \bar{k}_{n-1} = k_{n-1}, \bar{u}_{n-1} = u_{n-1}, \bar{x}_n = x_n) d\bar{x}_n = \\
&= \min_{i_0 \in J_0} \sum_{j_0=1}^{l_0} \int_{X_0} L(i_0, j_0) P(\bar{j}_0 = j_0, \bar{x}_0 = x_0) dx_0 + \min_{i_1 \in J_1} \sum_{j_1=1}^{l_1} \sum_{k_0=1}^{r_0} \sum_{u_0 \in \tilde{U}_0} \int_{X_0} \int_{X_1} L(i_1, j_1) \\
&\times P(\bar{j}_1 = j_1, \bar{k}_0 = k_0, \bar{u}_0 = u_0, \bar{x}_1 = x_1) d\bar{x}_1 + \dots + \min_{i_n \in J_n} \sum_{j_n=1}^{l_n} \sum_{k_0=1}^{r_0} \dots \sum_{k_{n-1}=1}^{r_{n-1}} \sum_{u_0 \in \tilde{U}_0} \dots \\
&\dots \sum_{u_{n-1} \in \tilde{U}_{n-1}} \int_{X_0} \dots \int_{X_n} L(i_n, j_n) P(\bar{k}_{n-1} = k_{n-1}, \bar{j}_n = j_n, \bar{u}_{n-1} = u_{n-1}, \bar{x}_n = x_n) d\bar{x}_n.
\end{aligned}$$

W związku z tym, dla każdego n należy minimalizować ryzyko lokalne:

$$\begin{aligned}
R_n(\psi_n) &= \sum_{j_n=1}^{l_n} \sum_{k_0=1}^{r_0} \dots \sum_{k_{n-1}=1}^{r_{n-1}} \sum_{u_0 \in \tilde{U}_0} \dots \sum_{u_{n-1} \in \tilde{U}_{n-1}} \int_{X_0} \dots \int_{X_n} L(\psi_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}), j_n) \times \\
&\times P(\bar{x}_n = x_n, \bar{j}_n = j_n, \bar{u}_{n-1} = u_{n-1}, \bar{k}_{n-1} = k_{n-1}) d\bar{x}_n. \quad (15)
\end{aligned}$$

Znalezienie minimum wyrażenia (15) dla każdej ustalonej sekwencji $(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$ sprowadza się do minimalizacji ryzyka warunkowego

$$r(i_n | \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) = \sum_{j_n=1}^{l_n} L(i_n, j_n) \bar{p}_n(j_n | \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}),$$

gdzie $\bar{p}_n(j_n | \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) = P(\bar{j}_n = j_n | \bar{x}_n = x_n, \bar{k}_{n-1} = k_{n-1}, \bar{u}_{n-1} = u_{n-1})$.

Jest to równoważne minimalizacji wyrażenia

$$\bar{r}_n(i_n | \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) = \sum_{j_n=1}^{l_n} L(i_n, j_n) \bar{p}_n(j_n | \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) f_{1,n}(\bar{x}_n | \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}),$$

gdzie $f_{1,n}(\bar{x}_n | \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$ jest warunkowa gęstością prawdopodobieństwa \bar{x}_n pod warunkiem $\bar{k}_{n-1} = \bar{k}_{n-1}$, $\bar{u}_{n-1} = \bar{u}_{n-1}$.

Dla zero-jedynkowej funkcji strat (jednakowa konsekwencja błędnego rozpoznania) otrzymujemy optymalny algorytm rozpoznawania:

$$j_n = \Psi_n^*(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \quad (16)$$

Jeżeli dla każdego $q \in J_n$

$$d_n(j_n, \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) \geq d_n(q, \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$$

gdzie

$$d_n(q, \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) = p_n(q | \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) f_{1,n}(\bar{x}_n | \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}).$$

Mozna pokazać, że wartości $d_n(q, \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$, $q \in J_n$ w kolejnych taktach sterowania określone są według następującej rekurencji:

$$d_0(q, x_0) = f_0(x_0 | q) p(q), \quad q \in J_0$$

$$d_n(q, \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) = \quad (17)$$

$$= f_n^*(\bar{x}_n | q) \sum_{j_{n-1} \in J_{n-1}} p_{n-1}(q, j_{n-1}, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}) d_{n-1}(j_{n-1}, \bar{x}_{n-1}, \bar{k}_{n-2}, \bar{u}_{n-2}), \quad q \in J_n$$

Rekurencja (17) znacznie upraszcza algorytm rozpoznawania, pozwalając na pamiętanie jedynie ostatnich wartości $d_n(q, \bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$, $q \in J_n$ w miejsce całej sekwencji $(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$.

W celu uzyskania algorytmu sterowania dokonuje się następnie złożenia algorytmów (16) i (7) poprzez zastąpienie w (7) stanu j_n mierzonyego bezpośrednio stanem rozpoznany $\Psi_n^*(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$. W efekcie algorytm sterowania przyjmuje postać (14):

$$k_n = H_n(\Psi_n^*(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}), \bar{v}_n) = \Theta_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1})$$

$$u_n = G_n(\Psi_n^*(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}), \bar{v}_n) = \Phi_n(\bar{x}_n, \bar{k}_{n-1}, \bar{u}_{n-1}).$$

5. Przykład obliczeniowy i badania symulacyjne

W celu przeprowadzenia badań symulacyjnych rozważono uproszczoną wersję procesu szlifowania. Przyjęto, że w każdym takcie sterowania możliwe są dwa stany procesu:

- $j=1$ - tarcza szlifierki w "dobrym" stanie,
- $j=2$ - tarcza szlifierki w "złym" stanie (cięższe możliwości pracy, ale przy większych kosztach).

Ocena stanu szlifierki odbywa się poprzez pomiar gładkości z jej tarczy.

W procesie wykonywane mogą być jedynie dwie operacje:

- $k=1$ - wymień tarczę,
 $k=2$ - szlifuj dalej.

Zakładamy przy tym, że w przypadku podjęcia decyzji o wymianie dobrej tarczy koszt będzie znacznie większy od kosztu taktu normalnej pracy. Zaso-
 bem U rozdzielanym w poszczególnych taktach procesu niech będzie czas,
 który w każdym takcie oraz na całym horyzoncie sterowania będzie ograni-
 czony zgodnie z (1) i (2). Proces polega zatem na wybraniu w każdym tak-
 cie sterowania operacji do wykonania (wymień tarczę lub szlifuj), przy-
 dzieleniu tej operacji określonego czasu 1 w wyniku pracy systemu przejdzie do następnego stanu (co wiązać się będzie z określonym kosztem).
 Dla powyższego przykładu zadanie wyboru operacji i rozdziału zasobów
 sprowadza się zatem do określenia odstępów czasowych między kolejnymi
 "inspekcjami" systemu oraz operacji wykonywanych po tych "inspekcjach".
 Przyjęto następujący zestaw funkcji kosztów i prawdopodobieństw przejścia
 (niezależny od taktu sterowania n):

$$c(1,1,u) = \frac{30u}{u+1} \quad p(1,1,1,u) = \frac{11(3u+1)}{31(u+1)}$$

$$c(1,2,u) = \frac{2u}{2u+1} \quad p(1,1,2,u) = \frac{u+1}{20+2}$$

$$c(2,1,u) = \frac{60u}{u+1} \quad p(1,2,1,u) = \frac{21u}{10(2u+1)}$$

$$c(2,2,u) = \frac{75u}{2u+1} \quad p(1,2,2,u) = 0$$

Całkowity zasób do rozdzielenia w $N=2$ taktach sterowania ustalono na $U=10$
 przy ograniczeniach $m_n = m=1$, $M_n = M=6$. Przyjęto, że stan procesu scharaktery-
 zowany jest przez cechę x_n , będącą realizacją zmiennej losowej $x_n = \underline{x}_n$ o roz-
 kładzie normalnym. Warunkowe gęstości zmiennej losowej \underline{x} określone są
 przez parametry:

$$E(\underline{x}|1) = \mu_1 = 2 \quad \text{Var}(\underline{x}|1) = 1$$

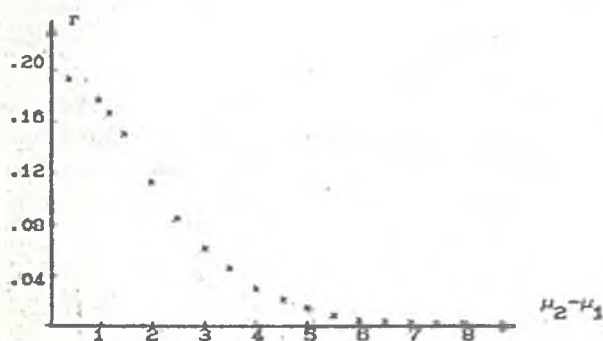
$$E(\underline{x}|2) = \mu_2 = 2.2 - 10 \quad \text{Var}(\underline{x}|2) = 1.$$

Określono również prawdopodobieństwa znalezienia się w poszczególnych sta-
 nach w taktach $n=0$:

$$p(1) = 0.9 \quad p(2) = 0.1.$$

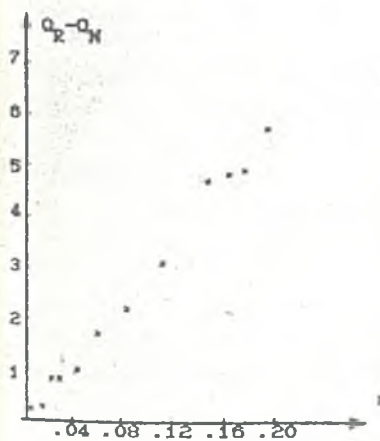
Dla tak dobranych parametrów procesu przeprowadzone zostały badania symu-
 lacyjne. Badano mianowicie wpływ własności statystycznych pomiaru cechy
 stanu na koszty procesu. Dla parametru μ_2 zmieniającego się w zakresie
 2.2 - 10 przeprowadzano zadana ilość (10000) symulacji procesu wyznacza-
 jąc średnie koszty Q_R , średnie rozrzuty kosztów σ_R oraz średnie częstot-
 li błędnej klasyfikacji r . Na rys.1 przedstawiono wpływ $\mu_2 - \mu_1$ na empirycznie
 wyznaczaną częstotliwość błędnej klasyfikacji r . Rys.2 ilustruje zmiany wska-

znika jakości sterowania Q_R przy rozpoznawaniu stanu w odniesieniu do Q_N przy wzroście częstości błędnej klasyfikacji r . Wzrost parametru r powoduje również zwiększanie średniego rozrzutu kosztów Q_R względem rozrzutu σ_N otrzymanym w wyniku symulacji sterowania procesem z bezpośrednią informacją o stanie.



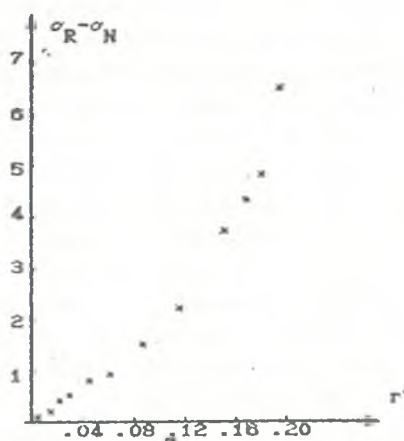
Rys. 1. Zależność r od $\mu_2 - \mu_1$.

Fig. 1. r on $\mu_2 - \mu_1$ dependence.



Rys. 2. Zależność $Q_R - Q_N$ od r .

Fig. 2. $Q_R - Q_N$ on r dependence.



Rys. 3. Zależność $\sigma_R - \sigma_N$ od r .

Fig. 3. $\sigma_R - \sigma_N$ on r dependence.

5. Uwagi końcowe.

Dla rozwiązania problemu wyboru operacji z jednoczesnym rozdziałem zasobów w kompleksie operacji o strukturze szeregowej (3), (4), (5) zapropon-

nowano algorytm sterowania z wyodrębnionym rozpoznawaniem stanu systemu. Podejście takie uzasadnione jest złożonością obliczeniową bezpośredniego algorytmu sterowania. W wyniku dekompozycji zadania na optymalne rozpoznawanie i optymalne sterowanie na podstawie stanu rozpoznanego problem wyznaczenia algorytmu sterowania znacznie się upraszcza. Otrzymany algorytm, ze względu na rekurencję (17), jest bardzo wygodny do realizacji komputerowej. Zastosowanie dekompozycji pogarsza jednak jakość sterowania w stosunku do algorytmu bezpośredniego. Odpowiednie badania symulacyjne są przedmiotem dalszych prac autorów. W opracowaniu zamieszczono jedynie rezultaty badań symulacyjnych wpływu jakości rozpoznawania na jakość sterowania. Prace teoretyczne będą przeprowadzane również dla przypadku niepełnej informacji probabilistycznej o systemie.

LITERATURA

- [1] Bubnicki Z.: Optimal control of the complex of operations with random parameters, Podstawy sterowania, t.1, Z.1, 1971.
- [2] Bubnicki Z.: Two-level optimization and control of the complex of operations, Proc. of VII World IFAC Congress, vol.2, Helsinki, Pergamon Press, Oxford-N.York, 1978.
- [3] Bubnicki Z.: Optymalizacja kompleksów operacji w sterowaniu dyskretnymi procesami produkcyjnymi, Prace VII KKA, t.3, Referaty plenarne i przeglądowe, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 1979, s.37-49.
- [4] Burkow W.N.: Raspridelenije resursow kak zadacza optimalnogo bystrodiejstwija, Awtomatika i Tielemechanika, t.27, Nr 7, 1966.
- [5] Burkow W.N.: Optimalnoje uprawlieniye kompleksami operacji, Prace IV Kongresu IFAC, t.35, Warszawa 1969.
- [6] Grygiel B., Kilanowski S., Martowski K., Szyrkowiec A.: Optymalizacja, adaptacja i zdecentralizowane sterowanie złożonych systemów operacyjnych (kompleksów operacji), Raporty ISTIS PWr, Seria: Sprawozdania, Nr 12, Wrocław 1987.
- [7] Lerner A., Tejman A.: Ob optimalnom rasprideleniji resursow, Prace IV Kongresu IFAC, t.35, Warszawa 1969.
- [8] Martowski K., Rzyman G.: Sterowanie optymalne w dyskretnych systemach stochastycznych z jednoczesnym rozdziałem zasobów, Raporty ISTIS PWr, Seria Sprawozdania, Nr 17, Wrocław 1986.
- [9] Rzyman G.: Optymalny wybór operacji w systemie montażowym z robotem sterującym, Praca doktorska, Raporty ISTIS PWr, Seria Preprint, Nr 23 Wrocław 1985.

Recenzent: Prof. dr inż. H. Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

**ВЫБОР ОПЕРАЦИЙ С ОДНОВРЕМЕННЫМ РАСПОЗНАВАНИЕМ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ
РЕСУРСОВ В ДИСКРЕТНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ****Р е з ю м е**

В работе исследована проблема оптимального выбора операций и распределения ресурсов в комплексе операций в случае, когда нет непосредственной информации о состоянии. Для решения этой задачи был использован подход с выделенным распознаванием состояния для оптимального алгоритма управления в зависимости от распознанного состояния.

**THE CHOICE OF THE OPERATIONS WITH SIMULTANEOUS RECOGNITION AND
RESOURCE ALLOCATION IN THE DISCRETE PRODUCTION PROCESSES****С и ж л а г у**

In the paper the optimal operations choice with simultaneous resource allocation in a complex of operations in the case of lack of direct state-information is considered. A solution of the problem based on the decomposition on the optimal recognition of the state and optimal control of the complex in the case when the state is known, were proposed.