ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988
Seria:AUTOMATYKA z.94 Nr kol.970

Ewa Skubalska-Rafajłowicz
Politechnika Wrocławska

ZAGADNIENIE WRAŻLIWOŚCI ROZWIĄZAŃ OPTYMALNYCH ZADAŃ SZEREGOWANIA

Streszczenie. W artykule sformułowano zadania optymalizacji uwzględniające przybliżoną znajomość parametrów opisujących proces produkcyjny. Celem optymalizacji jest znalezienie rozwiązania mało wrażliwego (w sensie kryterium) na zmiany parametrów tak zwanego rozwiązania bezpiecznego. Na przykładach porównano rozwiązania bezpieczne z rozwiązaniami optymalnymi w sensie średnim.

1. Wstęp

Poszukiwanie rozwiązań optymalnych zadań szeregowania występujących w automatyzacji dyskretnych procesów produkcyjnych wiąże się, na ogół, z rozwiązaniem złożonych problemów dyskretnej optymalizacji wymagających dużego nakładu czasu obliczeń i pamięci komputera. Efektem tych obliczeń jest rozwiązanie (optymalne lub przybliżone), które jest dobre jedynie dla konkretnych danych operacyjnych rozpatrywanego zadania szeregowania (tzn. dla konkretnego zestawu liczb). Często niewielka zmiana danych (parametrów) powoduje, że wyznaczone z tak dużym nakładem środków (czasu i pamięci komputera) rozwiązanie jest rozwiązaniem nie tylko znacznie odległym od optymalnego (zupełnie inne uszeregowanie), ale także złym w sensie wartości kryterium. W pracy ograniczymy się jedynie do badania wpływu zmian parametrów procesu na wartość kryterium optymalizacji. Nie będzie nas natomiast interesować różnica między uszeregowaniem wyznaczonym przy niepełnej informacji o wartościach parametrów opisujących proces a uszeregowaniem optymalnym dla konkretnego zestawu danych.

Szereg autorów zajmowało się badaniem problemów stochastycznego szeregowania (por. prace [1],[2],[3],[4],[5],[6],[7], [12]). W pracach tych przyjmuje się znajomość rozkładu prawdopodobieństwa parametrów procesu (na ogół są to rozkłady typu wykładniczego).

W niniejszym artykule niepełna informacja o wartościach parametrów procesu będzie polegała na znajomości parametrów opisujących proces jedynie z pewną dokładnością. To znaczy przyjmiemy, że znana jest tylko maksymalna i minimalna wartość, jaką mogą przyjmować konkretne parametry, przy czym wszystkie wartości z określonego przedziału są równouprawnione (formalnie wyniki można interpretować tak, jak gdyby rozkłady parametrów były równomierne w odpowiednich przedziałach).

Celem pracy jest znalezienie rozwiązania stosunkowo mało wrażliwego (w sensie wartości kryterium) na zmiany parametrów opisujących proces. W gruncie rzeczy mamy do czynienia z całą klasą konkretnych zadań szeregowania różniących się między sobą w niewielkim stopniu. Musimy znaleźć takie uszeregowanie, które będzie zadowalające, niezależnie od tego, jaki konkretny zestaw parametrów zrealizuje się w praktyce.

2. Sformułowanie problemu optymalizacji bezpiecznej

Przyjmijmy, że rozpatrujemy pewne zagadnienie szeregowania n zadań, nazwijmy je $\mathcal{P}$. Zagadnienie to opisane jest przez wektor parametrów procesu $\tau = (\tau_1,\ldots,\tau_m)$, przy czym wartości parametrów mieszczą się w kostce o wymiarach $t_i \leqslant \tau_i \leqslant T_i$, $i = 1,\ldots,m$. Liczby t_i oraz T_i określają odpowiednio minimalną i maksymalną wartość parametru τ_i $(i = 1,\ldots,m)$ i są dane. Oznaczmy przez π dopuszczalne uszeregowanie będące pewnym rozwiązaniem zagadnienia $\mathcal{P}$. Niech Π oznacza zbiór wszystkich takich uszeregowań. Przez $K(\pi;\tau_1,\ldots,\tau_m)$ oznaczmy funkcję kryterium optymalizacji. Funkcja ta zależy od uszeregowania $\pi \in \Pi$ oraz od wartości parametrów opisujących proces $\tau = (\tau_1,\ldots,\tau_m)$. W klasycznym zagadnieniu szeregowania wektor τ jest ustalony i znany z góry. Należy znaleźć takie uszeregowanie $\pi^*(\tau_1,\ldots,\tau_m)$, które minimalizuje (ewentualnie maksymalizuje) wartość kryterium $K(\pi;\tau_1,\ldots,\tau_m)$ przy ustalonych wartościach $\tau_1,\ldots,\tau_m$. Zapis $\pi^*(\tau_1,\ldots,\tau_m)$ oznacza, że optymalne uszeregowanie π^* w zagadnieniu $\mathcal{P}$ zależy w każdym przypadku od konkretnych wartości parametrów procesu $\tau_1,\ldots,\tau_m$. Jeżeli nie znamy dokładnie tych konkretnych wartości parametrów powstaje problem sformułowania nowego zagadnienia decyzyjnego, które pozwoli wybrać w miarę dobre rozwiązanie problemu $\mathcal{P}$ mimo nieposiadania pełnej informacji o wartościach parametrów opisujących proces.

W niniejszej pracy proponujemy szukanie tak zwanego rozwiązania bezpiecznego.

Definicja. Przez uszeregowanie bezpieczne π_b będziemy rozumieć uszeregowanie dopuszczalne $\pi \in \Pi$ w zagadnieniu $\mathcal{P}$, które spełnia warunki:

$$K(\pi_b;\tau_1,\ldots,\tau_m) \leqslant K_b, \tag{1}$$

$$t_i \leqslant \tau_i \leqslant T_i, \quad i = 1,\ldots,m, \tag{2}$$

$$\pi_b \in \Pi, \tag{3}$$

gdzie $K_b > 0$ jest dane.

K_b jest pewną wartością progową kryterium optymalizacji, która nie powinna być przekroczona niezależnie od tego, jakie konkretne wartości przyjmują parametry $\tau_1,\ldots,\tau_m$. Naturalnie dla pewnych wartości K_b rozwiązanie zadania (1)-(3) może w ogóle nie istnieć. Jak pokaże dalsza analiza, rozwiązanie problemu (1)-(3) nie jest trudniejsze niż rozwiązanie odpowiadającego mu klasycznego (to znaczy z ustalonymi parametrami) zadania szeregowania.

Rozpatrzmy problem tzw. "najgorszego przypadku", to znaczy problem minimaksowy:

$$\min_{\pi\in\Pi} \left\{ \max_{\substack{t_i\leqslant\tau_i\leqslant T_i\\ i=1,\dots,m}} K(\pi;\tau_1,\dots,\tau_m) \right\} \tag{4}$$

Łatwo zauważyć, że w typowych zadaniach szeregowania funkcja $K(\pi;\tau_1,\dots,\tau_m)$ jest niemalejącą funkcją parametrów $\tau_1,\dots,\tau_m$. Na pewno dotyczy to szerokiej klasy zagadnień szeregowania, w których parametry określają czasy (koszty) wykonywania zadań, a kryterium optymalizacji wymaga minimalizacji czasu realizacji, kosztów bądź innych zasobów.

Przy tym założeniu, dla dowolnego dopuszczalnego uszeregowania $\pi\in\Pi$, spełniona jest nierówność:

$$K(\pi;\tau_1,\dots,\tau_m)\leqslant K(\pi;T_1,\dots,T_m)$$
$$t_i\leqslant \tau_i\leqslant T_i,\quad i=1,\dots,m$$

W ten sposób zadanie minimaksowe (4) sprowadza się do rozwiązania "klasycznego" zagadnienia szeregowania postaci: znaleźć uszeregowanie $\pi\in\Pi$ minimalizujące $K(\pi;T_1,\dots,T_m)$, przy skrajnych (maksymalnych) wartościach parametrów τ_i $(i = 1,\dots,m)$ opisujących proces produkcyjny.

Optymalna wartość funkcji kryterialnej $K_{max} = K(\pi^*(T_1,\dots,T_m);T_1,\dots,T_m)$ jest najmniejszą wartością progową K_b, przy której istnieje rozwiązanie zadania (1)-(3). A więc uszeregowanie $\pi^*(T_1,\dots,T_m)$ jest najlepszym (w sensie wartości K_b) uszeregowaniem bezpiecznym. Jest to uszeregowanie, które gwarantuje nam, że niezależnie od tego, jakie wartości przyjmą parametry opisujące proces (jeśli tylko mieszczą się w zakreślonych granicach), to poniesione koszty (wartość funkcji kryterialnej) nie będą większe niż $K_{max} = K(\pi^*(T_1,\dots,T_m);T_1,\dots,T_m)$. Natomiast jeżeli wymagamy, by K_b spełniało warunek $K_b < K_{max}$, to rozwiązanie dopuszczalne problemu (1)-(3) w ogóle nie istnieje.

Wnioski płynące z tych rozważań są w sumie dość proste. Jeśli wiemy, że funkcja kryterialna $K(\pi;\tau_1,\dots,\tau_m)$ jest niemalejącą funkcją ze względu na wartości parametrów $\tau_1,\dots,\tau_m$, to również rozwiązanie (uszeregowanie) heurystyczne π_h problemu szeregowania $\mathcal{P}$ przy przyjętych maksymalnych wartościach parametrów $\tau_1 = T_1$, $\tau_2 = T_2,\dots,\tau_m = T_m$ jest uszeregowaniem bezpiecznym, spełniającym warunki (1)-(3), jeśli tylko $K(\pi_h;T_1,\dots,T_m)$ jest mniejsze, co najwyżej równe wartości progowej K_b.

Przeprowadzona do tej pory analiza dotyczy uwzględnienia tzw. "najgorszego przypadku". Porównajmy rozwiązanie bezpieczne z innym stosowanym w szeregowaniu stochastycznym, podejściem, którym jest szukanie uszeregowania najlepszego w sensie średnim (por. [10]). W naszym przypadku uszeregowanie $\pi_{\text{śr}}$ jest najlepszym uszeregowaniem w sensie średnim, jeśli minimalizuje całkę

$$K_{\Sigma}(\pi) = \int\limits_{\substack{t_i \leq \tau_i \leq T_i \\ i=1,\ldots,m}} K(\pi;\tau_1,\ldots,\tau_m)d\tau_1,\ldots,d\tau_m \tag{5}$$

Wartość $K_{\Sigma}(\pi)/\prod_{i=1}^{m}(T_i-t_i)$ jest równa średniemu kosztowi uszeregowania π. Ponieważ w naszym przypadku żadna z wartości τ_i mieszczących się w przedziale $[t_i,T_i]$, $i = 1,\ldots,m$ nie jest wyróżniona, możemy przyjąć, że wektor parametrów $\tau = (\tau_1,\ldots,\tau_m)$ jest realizacją m niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie równomiernym w odpowiednim przedziale. Stąd średni koszt uszeregowania π ma interpretację wartości oczekiwanej.

Łatwo zauważyć, że to samo uszeregowanie $\pi_{\text{śr}}$ minimalizuje również całkę

$$\int\limits_{\substack{t_i \leq \tau_i \leq T_i \\ i=1,\ldots,m}} (K(\pi;\tau_1,\ldots,\tau_m) - K(\pi^{\pi}(\tau_1,\ldots,\tau_m);\tau_1,\ldots,\tau_m))d\tau_1,\ldots,d\tau_m \tag{6}$$

Tak więc uszeregowanie optymalne w sensie średnim $\pi_{\text{śr}}$ zapewnia również najmniejszą w sensie średnim odległość od wartości rozwiązania optymalnego dla każdej konkretnej realizacji danych (parametrów τ opisujących proces). W pewnych konkretnych sytuacjach koszt realizacji uszeregowania $\pi_{\text{śr}}$ może być jednak bardzo duży, znacznie przewyższający koszt uszeregowania bezpiecznego.

Rozwiązanie problemu wyznaczenia uszeregowania $\pi \in \Pi$ minimalizującego $K_{\Sigma}(\pi)$ wydaje się w ogólnym przypadku dość trudne. Samo wyznaczenie postaci funkcji $K_{\Sigma}(\pi)$ może być dość kłopotliwe, jeśli postaci całki po obszarze $t_i \leq \tau_i \leq T_i$, $i = 1,\ldots,m$ nie można wyznaczyć w sposób iteracyjny. Samo założenie o liniowości funkcji $K(\pi;\tau_1,\ldots,\tau_m)$ względem parametrów $\tau_1,\ldots,\tau_m$ tutaj nie wystarczy. Parametry te bowiem w ogólnym przypadku mogą być między sobą powiązane.

3. Przykład: zagadnienie jednomaszynowe z kryterium minimalizacji średniego czasu przepływu zadań

Rozpatrzmy klasyczne zagadnienie szeregowania n niezależnych, niepodzielnych zadań wykonywanych na jednej maszynie (jednym procesorze). Czasy realizacji zadań są równe τ_i, $i = 1,\ldots,n$. Kryterium optymalizacji jest minimalizacja średniego czasu przepływu $\overline{F}$ (średniego czasu przebywania zadań w systemie) będącego średnim czasem zakończenia realizacji zadań równym

$$\bar{F} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)\,\tau_{\pi(i)},$$

gdzie $\pi = (\pi(1),\ldots,\pi(n))$ jest uszeregowaniem zadań na maszynie.

Jak wiadomo (por. [1], [11]), średni czas przepływu jest minimalizowany przez uszeregowanie zadań w kolejności nie malejących czasów ich wykonywania.

Przyjmijmy teraz, że nie znamy dokładnych czasów wykonywania zadań τ_i, $i = 1,\ldots,n$. Wiemy jedynie, że $t_i \leqslant \tau_i \leqslant T_i$, $i = 1,\ldots,n$.

Łatwo zauważyć, że funkcja kryterialna

$$K(\pi;\tau_1,\ldots,\tau_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)\,\tau_{\pi(i)}$$

jest dla każdego konkretnego uszeregowania π funkcją nie malejącą ze względu na czasy wykonywania zadań τ_i $(i = 1,\ldots,n)$.

Uszeregowanie bezpieczne π_b otrzymamy więc porządkując zadania według nie malejących wartości maksymalnych czasów wykonywania T_i $(i = 1,\ldots,m)$. Naturalnie musimy przy tym przyjąć założenie, że wartość progowa kryterium spełnia warunek

$$K_b \geqslant \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)\,T_{\pi_b(i)}.$$

Zupełnie inne będzie uszeregowanie optymalne w sensie średnim $\pi_{śr}$. Zauważmy, że całkę

$$K_{\Sigma}(\pi) = \frac{1}{n}\int\limits_{\substack{t_i \leqslant \tau_i \leqslant T_i\\ i=1,\ldots,m}} (n-i+1)\,\tau_{\pi(i)}\,d\tau_1\,d\tau_2\ldots d\tau_n$$

możemy wyliczyć w sposób iteracyjny jako

$$K_{\Sigma}(\pi) = \frac{1}{n}\int_{t_n}^{T_n}\int_{t_{n-1}}^{T_{n-1}}\cdots\int_{t_1}^{T_1} (n-i+1)\,\tau_{\pi(i)}\,d\tau_1\ldots d\tau_n.$$

Po ciągu przekształceń otrzymamy

$$K_{\Sigma}(\pi) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{n-i+1}{2}\left(T^2_{\pi(i)} - t^2_{\pi(i)}\right)\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\left(T^2_{\pi(i)} - t^2_{\pi(i)}\right) \tag{7}$$

Dalej, ponieważ $T^2_{\pi(i)} - t^2_{\pi(i)} = (T_{\pi(i)} + t_{\pi(i)})(T_{\pi(i)} - t_{\pi(i)})$, otrzymujemy

$$K_{\Sigma}(\pi) = \frac{1}{n}\prod_{j=1}^{n}(T_j - t_j)\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)\frac{T_{\pi(i)} + t_{\pi(i)}}{2}.$$

W tej sytuacji, czego należało się spodziewać, uszeregowanie $\pi_{śr}$ jest identyczne z uszeregowaniem według nie malejących średnich czasów wykonywania zadań $(T_i + t_i)/2$, $i = 1,\ldots,n$ (por. [11]).

Należy mieć świadomość, że jeśli dla pewnego uszeregowania $\bar{\pi}$ spełniony będzie warunek

$$t_{\bar{\pi}(i+1)} \geqslant T_{\bar{\pi}(i)}, \quad i = 1,\ldots,n-1 \tag{8}$$

to uszeregowanie to jest optymalne dla każdego zestawu parametrów τ ($t_i \leqslant \tau_i \leqslant T_i$, $i = 1,\ldots,n$) i minimalizuje średni czas przepływu zadań (średni czas przebywania zadań w systemie). Niezależnie bowiem od tego, jakie będą czasy realizacji zadań τ_i, $i = 1,\ldots,n$, uszeregowanie $\bar{\pi}$ porządkuje w tym przypadku zadania według nie malejących wartości czasów ich wykonywania. Rozwiązanie $\bar{\pi}$ nie jest więc, przy spełnionym warunku (8), wrażliwe na zmiany parametrów.

Niech na przykład $n = 2$: $t_1 = 1$, $t_2 = 4$, $T_1 = 10$, $T_2 = 8$. Uszeregowaniem bezpiecznym będzie tutaj uszeregowanie (2,1), natomiast uszeregowaniem optymalnym w sensie średnim - uszeregowanie (1,2).

Uszeregowanie (2,1) gwarantuje, że wartość funkcji celu nie będzie większa niż 26. Gdyby jednak zrealizował się zestaw parametrów $\tau_1 = 10$, $\tau_2 = 8$, wówczas zastosowanie uszeregowania optymalnego w sensie średnim spowoduje wzrost wartości kryterium do 28.

4. Przykład - zagadnienie komiwojażera

W przeciwieństwie do poprzedniego problemu, który był zagadnieniem wielomianowym, problem komiwojażera należy do klasy zagadnień NP-zupełnych. Bywa on formułowany w różny sposób (por. [8]). W niniejszej pracy posłużymy się następującym sformułowaniem:

Dany jest graf pełny G z obciążonymi łukami, scharakteryzowany przez parę (N,c), gdzie $N = \{1,\ldots,n\}$ jest zbiorem wierzchołków, natomiast c jest funkcją kosztu przyporządkowującą parom wierzchołków (krawędziom grafu G) liczby rzeczywiste. Funkcja kosztu c spełnia następujące warunki:

$$c_{ij} = c_{ji} \quad \text{dla wszystkich } i,j \in N,$$

$$c_{ij} \geqslant 0 \quad \text{dla wszystkich } i,j \in N.$$

Czasami przyjmuje się również warunek trójkąta

$$c_{ij} + c_{jk} \geqslant c_{ik} \quad \text{dla wszystkich } i,j,k \in N.$$

W przypadku zastosowań zagadnienia komiwojażera w uszeregowaniu produkcji warunek ten zazwyczaj nie bywa spełniony, toteż nie będziemy go uwzględniać w dalszych rozważaniach.

Aby rozwiązać zagadnienie komiwojażera, należy wyznaczyć takie uszeregowanie $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$ wierzchołków grafu $N = \{1, \dots, n\}$, które minimalizuje koszt trasy komiwojażera równy

$$TSP(\pi; c) = \sum_{i=1}^{n} c_{\pi(i)\pi(i+1)}, \tag{9}$$

gdzie $\pi(n+1) = \pi(1)$.

W klasycznym zagadnieniu komiwojażera wartości c_{ij}, $i,j \in N$ są znane. Podobnie jak poprzednio załóżmy, że nie znamy z góry konkretnych wartości c_{ij}, wiemy natomiast, w jakim zakresie się mieszczą. To znaczy, dla każdej pary (i,j), $i,j \in N$ znamy wartości t_{ij} oraz T_{ij}, przy czym

$$t_{ij} \leqslant c_{ij} \leqslant T_{ij}, \quad i,j \in N.$$

Zauważmy, że tak jak w poprzednim przykładzie funkcja kryterialna $TSP(\pi; c)$ jest niemalejącą funkcją parametrów c_{ij}, $i,j \in N$.

Najlepsze uszeregowanie bezpieczne π_b otrzymamy więc rozwiązując zagadnienie komiwojażera z funkcją kosztów T_{ij}, $i,j \in N$.

Jeżeli maksymalna wartość kosztów K_b, którą jesteśmy skłonni ponosić, jest nie mniejsza niż koszt pewnego rozwiązania heurystycznego π_h zagadnienia komiwojażera z funkcją kosztów również równą T_{ij}, $i,j \in N$, czyli

$$TSP(\pi_h, T) \leqslant K_b$$

to wtedy uszeregowanie π_h jest również uszeregowaniem bezpiecznym ze względu na wartość K_b.

Natomiast najlepsze uszeregowanie w sensie średnim $\pi_{śr}$ otrzymamy minimalizując po π całkę postaci

$$TSP_{\Sigma}(\pi) = \int_{t_{\pi(1)\pi(2)}}^{T_{\pi(1)\pi(2)}} \cdots \int_{t_{\pi(n)\pi(1)}}^{T_{\pi(n)\pi(1)}} \sum_{i=1}^{n} c_{\pi(i)\pi(i+1)} dc_{\pi(1)\pi(2)} \cdots dc_{\pi(n)\pi(1)},$$

gdzie $\pi(n+1) = \pi(1)$.

Ze względu na liniowość funkcji $TSP(\pi; c)$ względem parametrów c, po odpowiednich przekształceniach otrzymamy

$$TSP_{\Sigma}(\pi) = \prod_{i=1}^{n} (T_{\pi(i)\pi(i+1)} - t_{\pi(i)\pi(i+1)}) \sum_{i=1}^{n} 0.5(T_{\pi(i)\pi(i+1)} + t_{\pi(i)\pi(i+1)}),$$

gdzie $\pi(n+1) = \pi(1)$.

Tak więc $TSP_{Z}(\mathfrak{N})$ jest funkcją celu w zagadnieniu komiwojażera z kosztami średnimi $c_{ij} = 0.5(T_{ij} + t_{ij})$, $i,j \in N$.

Podobnie jak poprzednio , łatwo pokazać przykłady, w których uszeregowanie optymalne w sensie średnim da gorsze wyniki niż uszeregowanie bezpieczne.

5. Zakończenie

Zagadnienie badania wrażliwości rozwiązań problemów dyskretnej optymalizacji, a do tego typu zadań należą zadania szeregowania produkcji, jest sprawą niezwykle trudną ze względu na specyficzną nieliniowość tkwiącą w tych problemach, (por. np. [9]). Proponowane w pracy podejście polegające na szukaniu rozwiązań bezpiecznych jest swoistą metodą "odwrażliwiania" zadań optymalizacji poprzez zastąpienie problemu optymalizacyjnego szukaniem rozwiązania dopuszczalnego (o koszcie ograniczonym z góry), które jest niewrażliwe na zmiany parametrów opisujących proces (zmiany w określonym zakresie).

Jest to podejście, które moim zdaniem pozwala uniknąć pułapek dokładnej optymalizacji, szczególnie w przypadku zagadnień NP-zupełnych przy niedokładnej (np. obarczonej błędem pomiarowym) znajomości parametrów opisujących proces.

LITERATURA

[1] Błażewicz J., Cellary W., Słowiński R., Węglarz J.: Badania operacyjne dla informatyków, WNT, Warszawa 1983.

[2] Frieze A.M.: On the Exact Solution of Random Travelling Salesman Problems with Medium Size Integer Coefficients, SIAM J. Comput. vol. 16, no 6 (1987) s. 1052-1072.

[3] Glazebrook K.: Evaluating the Effects of Machine Breakdowns in Stochastic Scheduling Problems, Naval Research Logistics vol. 34, nr 3 (1987) s. 319-336.

[4] Glazebrook K.: Methods for the Evaluation of Permutations as Strategies in Stochastic Scheduling Problems. Management Science vol. 29, nr 10 (1983) s. 1142-1155.

[5] Marchandani P., Veatch M.: "Hot jo " Routing through a Stochastic Job-shop Network, Large Scale Systems, vol. 11, nr 2 (1986) s. 131-148.

[6] Papadimitriou Ch., Tsitsiklis J.: On Stochastic Scheduling with In-tree Precedence Constraints, SIAM J. on Comput., vol. 16, nr 1 (1987) s. 1-6.

[7] Pinedo M.: A Note on Stochastic Shop Models in which Jobs have Same Processing Requirements on each Machine, Management Science, vol. 31 nr 7 (1985) s. 840-846.

[8] Rosenkrantz D.J., Stearns R.E., Lewis P.M.: An Analysis of Several heuristics for the Traveling Salesman Problem, SIAM J. Comput. vol. 6, no 3 (1977) s. 563-581.

[9] Skorin-Kapov J., Granot F.: Non-linear integer programming: Sensitivity analysis for branch and bound, Operations Research Letters vol. 6, nr 6 (1987) s. 269-274.

[10] Weber M.: Decision making with in complete information, European Journal of Operational Research, vol. 28, nr 1 (1987) s. 44-57.

[11] Teoria szeregowania zadań, pod red. E. Coffmana, WNT, Warszawa 1980.

[12] Yao D., Kim S.: Reducing the Congestion in a Class of Job Shops, Management Science vol. 33, nr 9 (1987) s. 1165-1172.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. J. Klamka

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ПРОБЛЕМ ОПТИМИЗАЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ОПЕРАЦИЙ

Р е з ю м е

В работе рассматривается задача оптимизации последовательности операций в условиях неопределённости параметров процесса. Предложены два подхода. Первый это задача нахождения такой последовательности операций, которая обеспечивает желаемый уровень критерия оптимальности. Второй подход заключается в использовании усреднённого по параметрах критерия оптимальности. Примеры показывают, что первый подход ведёт к более безопасным решениям относительно к неопределённости параметров.

SENSITIVITY ANALYSIS OF OPTIMAL SOLUTIONS IN SCHEDULING PROBLEMS

S u m m a r y

The paper deals with optimal scheduling problems under uncertainties in initial data. It is assumed that parameters describing operations are not given but they take values in known intervals. Two approaches for finding schedules are proposed and investigated. The first of them, called safely scheduling, consists in finding schedules, which ensure a prescribed level of an optimality criterion. For comparison purposes the second approach is investigated using mean value of an optimality criterion with respect to uncertain parameters. Examples show that safely solutions are more robust to parameter uncertainties.