

Janusz Rydel

Instytut Badań Systemowych PAN

HARMONOGRAM PRZEWOZÓW LOTNICZYCH

Streszczenie

W artykule przedstawiono sposób wyznaczania rozkładu lotów samolotów metodą podziału horyzontu planowania na mniejsze podokresy. W każdym z podokresów układany jest optymalny cząstkowy rozkład lotów /dzięki zmniejszeniu wymiarowości zadania/, a uzyskane rozwiązania cząstkowe dają w sumie rozwiązanie globalne, które jest tym bardziej zbliżone od optymalnego, im większy jest podokres planowania.

1. Wstęp

Harmonogramowanie przewozów lotniczych polega na przydzielaniu samolotów do zbioru codziennie powtarzających się lotów, tak aby zapewnić wykonanie zadań przewozowych minimalnym kosztem. Jest to zadanie należące do klasy zadań programowania nieliniowego lub liniowego z mieszanymi zmiennymi o bardzo dużej wymiarowości.

Duży rozmiar tego zadania, spowodowany długością okresu, dla którego plan lotów jest układany, nie pozwala uzyskać efektywnego rozwiązania.

Dlatego zdecydowano się podzielić okres planowania na mniejsze podokresy, by w ten sposób obniżyć wymiarowość zadania. Wtedy zadanie układania harmonogramu lotów sprowadza się do optymalnego rozwiązywania ciągu problemów o małej wymiarowości, dotyczących małego okresu czasu, którego granice są przesuwane aż do pokrycia całego okresu planowania.

Połączenie uzyskanych rozwiązań cząstkowych daje w sumie rozwiązanie globalne, które tym bardziej zbliża się do optymalnego, im bardziej podokresy cząstkowe zbliżają się do globalnego okresu planowania.

2. Sformułowanie problemu wyznaczania rozkładu lotów.

Aby można było określić funkcję celu i zmienne decyzyjne, konieczne jest zdefiniowanie następujących wielkości:

- zbioru zapotrzebowań przewozowych,
- charakterystyki sieci dróg powietrznych,
- charakterystyki lotnisk /procesy przeładunku/.

2.1. Zbiór zapotrzebowań transportowych

Każde zapotrzebowanie transportowe można scharakteryzować poprzez dwie wielkości:

$$|(i,j), t_{ij}| \quad \text{dla} \quad (i,j) \in R \quad (1)$$

gdzie:

(i,j) - określa wymaganą trasę lotu,

i - lotnisko startu $i=1,2,\dots,I$,

j - lotnisko lądowania $j=1,2,\dots,I$,

I - liczba lotnisk,

t_{ij} - wymagany czas startu z lotniska i do obsługi rejonu (i,j) .

Zbiór R jest zbiorem par (i,j) relacji przewozowych. Jeśli oznaczymy zbiór numerów lotnisk jako

$$I = \{1,2,\dots,I\}$$

łatwo zauważyć, że zbiór R jest podzbiorem iloczynu kartezjańskiego:

$$R \subset I \times I \quad (2)$$

Korzyści wynikające z transportu ładunków linią (i,j) wyrażone są poprzez wartości spodziewanego dochodu D_{ij} .

2.2. Sieć dróg powietrznych

Aby opisać sieć dróg lotniczych, wystarczy dla każdej pary (i,j) podać wartość τ_{ij}^j wymaganego czasu lotu z lotniska i na lotnisko j .

$$|(i,j), \tau_{ij}^j| \quad \text{dla} \quad (i,j) \in I \times I \quad (3)$$

Celowe jest określenie kosztów przelotu K_{ij}^j na trasie (i,j) wraz z opłatami za start i lądowanie na lotnisku i,j .

2.3. Charakterystyka lotnisk

Dla każdego lotniska $i=1,2,\dots,I$ określamy dwie wielkości związane z procesami przeładunku:

$$|\Delta\tau_i, \Delta\tau_i^i| \quad \text{dla} \quad i=1,2,\dots,I \quad (4)$$

gdzie:

$\Delta\tau_i$ - czas załadowania samolotu /przygotowanie do lotu/,

$\Delta\tau_i^i$ - czas rozładowania samolotu.

Z procesem przeładunku związane są koszty, które muszą być uwzględnione w funkcji celu:

K_i^1 - koszty załadunku samolotu na lotnisku i ,

K_i^2 - koszty rozładunku samolotu na lotnisku i ,

τ_i^j - jednostkowy koszt postoju samolotu na lotnisku i .

Takie charakterystyki zapotrzebowań lotnisk i tras przewozowych pozwalają łatwo określić wszystkie wielkości związane z procesem transportowym, jak np.

* czas lądowania: $t_{ij} + \tau_i^j$

* czas "pełnego" procesu przewozowego dla relacji (i, j) :

$$t^{ij} = t_{ij} - \Delta\tau_i + \tau_i^j + \Delta\tau^j \quad (5)$$

* czas startu do dołotu /lotu pomocniczego/ z lotniska k na lotnisko i :

$$t_k^{ij} = t_{ij} - \Delta\tau_i - \tau_k^i \quad (6)$$

* koszty lotu (i, j) , przeładunku oraz dołotu (k, i) :

$$K_k^{ij} = K_k^i + K_i^1 + K_i^j + K^j \quad (7)$$

2.4. Określenie funkcji celu

Mając opisane powyżej wielkości możemy przejść teraz do sformułowania funkcji celu,

Funkcja ta będzie określona w każdym z podokresów planowania:

$$\begin{aligned} \langle t_0, t_1 \rangle & \quad \text{gdzie:} & t_1 &= t_0 + T. \\ \langle t_1, t_2 \rangle & & t_2 &= t_1 + T \\ & & \vdots & \\ \langle t_{n-1}, t_n \rangle & & t_n &= t_{n-1} + T \end{aligned}$$

zaś T jest horyzontem planowania

$$\langle t_0, t_n \rangle = \sum_{l=0}^n \langle t_l, t_{l+T} \rangle \quad (8)$$

W każdym z podokresów określamy zbiór zapotrzebowań do wykonania A_t , który jest podzbiorem zbioru relacji przewozu

$$A_t \subset \mathbb{R} \quad (9)$$

Naszym zadaniem jest wyznaczenie rozkładu lotów, który będzie realizo-

wał wszystkie potrzeby przewozowe maksymalizując jednocześnie zysk przedsiębiorstwa transportowego.

Wpływy W z przewozów ładunków można określić następująco:

$$W = \sum_{k(1,j) \in U_k} \sum C_k^{ij} x_k^{ij} \quad (9)$$

gdzie:

C_k^{ij} - całkowity zysk przewozowy,

$$C_k^{ij} = D_{ij} - K_k^{ij},$$

D_{ij} - dochód przewozowy,

K_k^{ij} - koszty przewozowe
/dolot ; przeładunek , lot/,

x_k^{ij} - binarna macierz decyzyjna

$$x_k^{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli samolot z lotniska } k \text{ był użyty do obsługi} \\ & \text{rejsu } (i,j), \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku,} \end{cases} \quad (10)$$

$$U_k = \{(i,j) \in A_t : t_1 < t_k^{ij} < t_1 + T\} \quad (11)$$

U_k jest zbiorem tych rejsów (i,j) , dla których możliwe jest wykonanie dolotu z lotniska k w granicach horyzontu planowania.

Ponieważ wartość K_k^{ij} poniesionych kosztów nie zawiera strat wynikłych z przestojów samolotów i pustych przelotów, dlatego celowe jest uwzględnienie ich w następującej postaci:

$$P = \sum_k \kappa_k \sum_{(j,k) \in V_k} \tau^{ik} \left(\sum_m x_m^{ik} \right) \quad (12)$$

gdzie:

κ_k - jednostkowe koszty przestojów na lotnisku "k",

τ^{ik} - długość okresu przestojów w przedziale $\langle t_1, t_1 + T \rangle$,

$$V_k = \{(j,k) : t_1 < t^{lk} < t_1 + T\}. \quad (13)$$

V_k jest zbiorem tych rejsów (j,k) , których czas lądowania t^{lk} mieści się w granicach horyzontu planowania.

Problem wyznaczania rozkładu lotów w przedziale $\langle t_1, t_1 + T \rangle$ sprowadza się więc do wyznaczenia wartości binarnej macierzy decyzyjnej x_k^{ij} maksymalizującej funkcję celu postaci:

$$F_t = W - P + \max \left\{ \sum_k \left[\sum_{(i,j) \in U_k} C_k^{ij} x_k^{ij} - \kappa_k \sum_{(j,k) \in V_k} \tau^{ik} \left(\sum_m x_m^{ik} \right) \right] \right\} \quad (14)$$

i spełniające warunki:

$$1/ \quad \sum_k x_k^{ij} \leq 1 \quad \text{gdzie: } (i,j) \in U_k$$

$$2/ \quad \sum_{(l,m) \in U_k} x_k^{lm} - \sum_{(l,k) \in V_k} \sum_m x_m^{lk} < M_t^k$$

gdzie: M_t^k jest mocą zbioru V_k .

Warunek 2 oznacza, że liczba samolotów wylatujących z lotniska k nie może być większa od liczby samolotów przylatujących na lotnisko k .

3. Metoda rozwiązania problemu

Jak już stwierdzono, aby określić rozkład dla wymaganego okresu czasu, podzielono go na segmenty o długości T . W każdym segmencie /podokresie/ określa się funkcję celu, tak jak pokazano w punkcie 2.4.

Maksymalizując funkcję celu za pomocą znanych z literatury algorytmów optymalizacji /sympleks, algorytm podziału i ograniczeń/ wyznacza się przydział samolotów do zbioru relacji przewozowych.

Początkowe dane dla każdego z podokresów łatwo określić za pomocą wzorów rekurencyjnych.

I tak np. zbiór zapotrzebowań przewozowych A_{t+T} w przedziale $(t+T, t+2T)$ będzie różnicą zapotrzebowań A_t z poprzedniego przedziału $(t, t+T)$ oraz sumy zrealizowanych przewozów w tym przedziale:

$$A_{t+T} = A_t \setminus \{(i,j) : \sum_k x_k^{ij} = 1\} \quad (15)$$

Podobnie można określić liczbę samolotów N_t^k dostępnych do wykorzystania na granicy każdego podokresu na k -tym lotnisku.

$$N_{t+T}^k = M_t^k + \sum_{(l,k) \in V_k} \sum_m x_m^{lk} - \sum_{(l,m) \in U_k} x_k^{lm} \quad (16)$$

4. Zastosowanie metody wyznaczania rozkładu lotów

Opisany w artykule sposób wyznaczania rozkładu lotów metodą dekompozycji okresu planowania jest podstawą działania uruchomionego w Instytucie Badań Systemowych PAN komputerowego systemu o nazwie KODYST.

KODYST - Komputerowa Dyspozytornia Transportu, to pakiet programów napisanych w języku TURBO-PASCAL dla komputera typu IBM PC XT/AT służących do:

- układania okresowych /sezonowych/ rozkładów jazdy w przedsiębiorstwie przewozowym /samochodowym, samolotowym/,
- bieżącego operacyjnego kierowania ruchem środków przewozowych w przedsiębiorstwie,

- oceny rentowności użytych środków przewozowych na poszczególnych trasach /typów samolotów, samochodów/.

W zależności od długości okresu planowania przewozów i rozmiaru zadania danego liczbą zapotrzebowań, KODYST układa rozkłady optymalne lub suboptymalne /dekompozycja i łączenie rozwiązań cząstkowych/.

Szerokiemu zastosowaniu systemu KODYST sprzyja możliwość wyboru różnych kryteriów optymalizacji /w zależności od rodzaju przedsiębiorstwa/, jak np.

- * minimalizacja przestoju,
- * minimalizacja kosztów przewozowych,
- * maksymalizacja zysku przewozowego.

Dla każdego rodzaju funkcji kryterium wyznaczana jest minimalna niezbędna liczba środków przewozowych, a przy ustalaniu długości podokresu planowania uwzględniana jest średnia długość lotu w proponowanym horyzoncie czasowym.

Literatura

- [1] Bartlett T.E. An Algorithm for the Minimum Number of Transport Units to Meet a Fixed Schedule. Naval Res. Logist. Quart. 4, 139-149.
- [2] Dontzig G.B., Fulkerson D.R.: Minimizing the Number of Tankersto Meet a Fixed Schedule, Naval. Res. Logist. Quart. 1, 217-222.
- [3] Garfinhel R.S., Nemhauser G.L. Programowanie całkowitoliczbowe. WNT, Warszawa.
- [4] Orlin J.B. 1982 'Minimizing the Number of Vehicles to Meet a Fixed Periodic Schedule,' Operations Research, vol.30, No 4, 760-775.
- [5] Piasecki S., Rydel J.: 'Algorytm opriedielenia grafika polotow. Optimizacja i uprawlenie w kibernetycznych sistemach. Warszawa 1986, 215 - 225.
- [6] Walhner R.D. 1980. An Airline Schedule Tail Routing Algorithm presented at the Fall 1980, ORSA/TIMS conference in Colorado Springs.

Recenzent: Prof.dr inż.H.Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

РАСПИСАНИЕ САМОЛЕТНЫХ ПЕРЕВОЗОВ

Резюме

В статье представлен способ определения графика полётов самолётов. Задача эта, для заданного периода времени, является задачей большой размерности. Поэтому она сводится к оптимальному решению ряда задач небольшой размерности, каждая из которых касается небольшого отрезка времени. По мере расширения временного периода, глобальное решение приближается к оптимальному решению.

THE SCHEDULE OF FLIGHT PLANNING

Summary

This paper contains a method for flight planning. In order to determine the flight time-table for a given line period, this period is divided into segments, subperiods of the length T . In every subperiod the optimal time-table is determined. Global time-table for a given period becomes a sum of these optimal time-tables in subperiods. If T can be chosen so as to encompass the whole planning period then the time-table obtained is optimal in terms of criterion T .