ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988

Seria: ELEKTRYKA z. 104 Nr kol. 905

Marian KALUS

Tadeusz SKOCZKOWSKI

ZASTOSOWANIE MODELU MATEMATYCZNEGO DO OPTYMALIZACJI PROCESU NAGRZEWANIA INDUKCYJNEGO RUR

Streszczenie. W artykule opisano model matematyczny procesu nagrzewania indukcyjnego stalowych rur ferromagnetycznych. Model ten składa się z równań różniczkowych wraz z warunkami granicznymi, które opisują sprzężone zjawiska cieplne i elektromagnetyczne w nagrzewnicy indukcyjnej. W modelu uwzględniono nieliniowość wszystkich współczynników, wpływ charakteru źródła zasilania i termiczny wpływ wymurówki. Równania modelu zostały rozwiązane metodą różnic skończonych. W celu skrócenia czasu obliczeń zaproponowano nową metodę częściowego rozprzęgnięcia pól. Opisano również rezultaty zastosowania modelu do optymalizacji nagrzewania. Przedstawiono wyniki eksperymentalnej weryfikacji wyników uzyskanych na drodze obliczeniowej.

Ważniejsze oznaczenia

B	-	indukcja magnetyczna
C	-	ciepło właściwe
D	-	indukcja elektryczna
E	-	natężenie pola elektrycznego
J	-	gęstość prądu
H, H_p	-	natężenie pola magnetycznego, jego wartość początkowa
r, r_1, r_2, r_3, r_4	-	promień, promienie wewnętrzne i zewnętrzne odpowiednio rury i wymurówki
t	-	czas
v	-	prędkość liniowa
T, T_c, T_{ot}, T_p, T_{oo}	-	temperatura; punktu Curie, otoczenia, początkowa, wody chłodzącej wzbudnik
W_o, $W_{śr}$	-	funkcja opisująca rozkład wewnętrznych źródeł ciepła; jej wartość średnia
α	-	współczynnik przejmowania ciepła
γ	-	gęstość masy; konduktywność

ε – emisyjność całkowita

λ – przewodność cieplna właściwa

μ_o, μ – przenikalność magnetyczna próżni, względna

ρ – rezystywność

σ_o – stała Stefana

$f_{1,2}$ – uogólniony średni współczynnik konfiguracji między powierzchniami

e, i – wielkość na powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej rury

1, 2, w – wielkość związana ze wzbudnikiem, wsadem i wymurówką

1. Cel budowy modelu

Podejmowane od paru lat w wielu krajach próby zoptymalizowania procesu nagrzewania indukcyjnego rur są przejawem światowych tendencji zmierzających do obniżenia energochłonności procesów przemysłowych oraz do maksymalnego podniesienia jakości wytwarzanych produktów. Zadanie optymalizacji może być sformułowane wielorako, a minimalizowany w procesie optymalizacji wskaźnik jakości może zapewnić realizację tego procesu, np. przy minimalnym zużyciu energii, w jak najkrótszym czasie, przy minimalnej zgorzelinie, przy określonych błędach między wymaganym a uzyskanym końcowym rozkładem temperatury oraz przy ograniczeniach nałożonych na funkcję sterującą i wielkość charakteryzującą proces nagrzewania, jaką może być np. szybkość nagrzewania, gradient temperatury, średnia temperatura wsadu, naprężenia termiczne itp.

Celem artykułu jest prezentacja modelu matematycznego procesu nagrzewania indukcyjnego rur ferromagnetycznych oraz ilustracja wyników procesu optymalizacji przeprowadzonego na podstawie zbudowanego modelu,

Zadanie optymalizacji procesu nagrzewania indukcyjnego można sformułować np. tak:

poszukuje się takiego sterowania mocą źródła zasilania nagrzewnicy $P(t)$, $t \in [0,t^*]$, należącego do klasy funkcji przedziałami ciągłych i zapewniającego, przy ograniczeniach technologicznych i ograniczeniach nałożonych na wektor sterowania, spełnienie w czasie całego procesu nagrzewania warunku:

$$\max \left[\frac{\partial T}{\partial r}\right] < \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{dop}$$

oraz uzyskanie minimalnego czasu nagrzewania. Znaleziony algorytm sterowania optymalnego musi ponadto uwzględniać takie czynniki jak np. zmianę asortymentu i parametrów walcowania, różne warunki wymiany ciepła w nagrzewnicy, różnorodność warunków początkowych oraz zmianę parametrów źródła zasilania. Przystępując do poszukiwania algorytmu sterowania należy zawczasu znać parametry energetyczne źródła zasilania oraz strukturę jego układu regulacji, a ponadto przyjąć typ urządzenia realizującego algorytm, np. maszynę cyfrową, mikroprocesor.

W rozpatrywanym przypadku, zgodnie z tendencjami światowymi założono, że nagrzewnica zasilana będzie z tyrystorowego falownika równoległego, a do sterowania zostanie wykorzystany system mikroprocesorowy.

2. Model matematyczny

Warunkiem niezbędnym rozwiązania zadania optymalizacji jest posiadanie modelu matematycznego procesu nagrzewania - modelu, który z jednej strony ujmowałby całą złożoność procesów fizycznych w nagrzewnicy, z drugiej zaś strony zapewniałby niski koszt i dużą szybkość obliczeń oraz techniczną możliwość jego wykorzystania w układzie sterowania opartym na mikroprocesorze.

Cechą charakterystyczną indukcyjnych układów grzejnych jest występowanie ściśle sprzężonych pól elektromagnetycznych i temperatury. Te silnie nieliniowe pola: elektromagnetyczne i temperatury w nagrzewnicy składającej się ze wsadu oraz ze wzbudnika wraz z izolacją cieplną można ogólnie opisać układem równań Maxwella dla pola elektromagnetycznego i Fouriera-Kirchhoffa.

dla pola temperatury

$$\mathrm{rot}\, H_1(x,y,z,t) = J_{całk_1}; \quad \mathrm{div}\, H_1(x,y,z,t) = 0;$$

$$\mathrm{rot}\, E_1(x,y,z,t) = \frac{-\partial B(x,y,z,t)}{\partial t}; \quad \mathrm{div}\, E_1(x,y,z,t) = \frac{\rho_1(x,y,z,t)}{\varepsilon_1(x,y,z,t)}$$

$$\mathrm{rot}\, H_2(x,y,z,t) = J_{całk_2}; \quad \mathrm{div}\, H_2(x,y,z,t) = 0;$$

$$\mathrm{rot}\, E_2(x,y,z,t) = -\frac{\partial B_2(x,y,z,t)}{\partial t}; \quad \mathrm{div}\, E_2(x,y,z,t) = \frac{\rho_2(x,y,z,t)}{\varepsilon_2(x,y,z,t)};$$

$$\mathrm{div}(\lambda_1(x,y,z,t)\,\mathrm{grad}\, T_1) - c_1(x,y,z,t)\gamma_1(x,y,z,t)\frac{\partial T_1(x,y,z,t)}{\partial t} = 0;$$

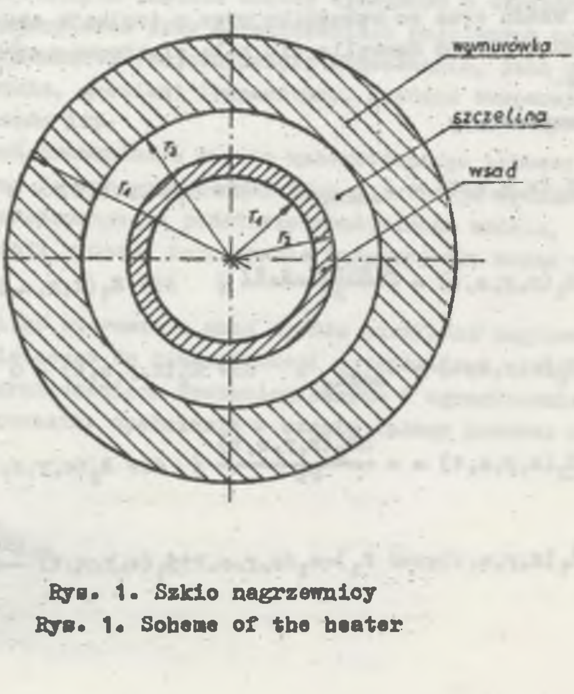
$$\operatorname{div}(\lambda_2(x,y,z,t)\operatorname{grad}T_2) - c_2(x,y,z,t)\cdot\gamma_2(x,y,z,t)\,\frac{\partial T_2(x,y,z,t)}{\partial t} = W_c(x,y,z,t),$$

gdzie:

$$J_{całk} = \gamma E + \frac{\partial D}{\partial t} + \gamma(V \times B) + J_{obc} + \operatorname{rot}(D \times V) \tag{1}$$

Dopiero jednak poczynienie szeregu założeń upraszczających pozwala układ ten doprowadzić do postaci znacznie prostszej, praktycznie umożliwiającej jego rozwiązanie. Do założeń tych zaliczymy: przyjęcie nieskończenie długiego modelu geometrycznego nagrzewnicy o pełnej symetrii osiowej i ograniczenie rozważań do układów nieruchomych, przyjęcie założenia o jednorodności i izotropii ciał oraz o niezmienności ich wymiarów w czasie, pominięcie prądów przesunięcia, pominięcie polowych zjawisk elektromagnetycznych we wzbudniku, przyjęcie do obliczeń jednoznacznej krzywej magnesowania, przy analizie zjawisk termokinetycznych pominięcie wpływu uzwojeń wzbudnika ograniczając rozważania jedynie do izolacji cieplnej wzbudnika.

Szkic nagrzewnicy pokazano na rys. 1. Poprawność przyjęcia tych założeń, w przypadku nagrzewnic przemysłowych, została dokładnie przedyskutowana w pracy [1].



Rys. 1. Szkic nagrzewnicy
Rys. 1. Scheme of the heater

Równania pól sprzężonych po uwzględnieniu wszystkich powyższych założeń przyjmą postać:

- dla pola elektromagnetycznego we wsadzie:

$$\frac{\partial\left[\mu_2(H,T)H(r,T)\right]}{\partial t} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[r\rho_2(T)\,\frac{\partial H(r,T)}{\partial r}\right] = 0 \tag{2.1}$$

- dla pola temperatury we wsadzie:

$$\gamma_2(T)c_2(T)\,\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_2(T)\,\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right] = W_o(r,t) \tag{2.2}$$

- w wymurówce:

$$\gamma_w(T)c_w(T)\,\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_w(T)\,\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right] = 0 \tag{2.3}$$

Równwnia (2.1)-(2.3) zostały uzupełnione o odpowiednie warunki początkowe i graniczne, od przyjęcia których o dużej mierze zależy pracochłonność rozwiązania i dokładność wyników:

$$H(r,0) = Hp$$

$$H(r_2,t) = He(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{2}{\mu_0\gamma_2 r_1}\cdot\left.\frac{\partial H}{\partial r}\right|_{r=r_1}$$

$$T(r,0) = T_p$$

$$-\lambda_2(T)\,\frac{\partial T(r_2,t)}{\partial r} = \sigma_o f^*_{2,3}\left[(T_e+273)^4-(T_{w1}+273)^4\right] + \alpha_2(T_e-T_w)$$

$$T_w(r,0) = T_{wp}$$

$$T_{we} = T_{oo} \tag{3}$$

$$-\lambda_w(T)\,\frac{\partial T(r_3,t)}{\partial t} = \sigma_o f^*_{3,2}\left[(T_e+273)^4-(T_{wi}+273)^4\right] + \alpha_{w_3}(T_e-T_1)$$

Współczynniki równań $C(T)$, $\gamma(T)$, $\lambda(T)$, $\rho(T)$ zarówno dla wymurówki, jak i dla wsadu są opisane w szerokim zakresie temperatur (0-1200°C), w zależności od składu chemicznego, wyrażeniami analitycznymi z dokładnością lepszą niż 5%. Zależność μ od H i T została uwzględniona w następujący sposób:

$$\mu(H,T) = \mu_0 \left[1 + \left(\frac{\mu(H)}{\mu_0} - 1\right)\Phi(T)\right],$$

$$\Phi(T) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{T}{T_0}\right)^6 & T < T_0 \\ 0 & T > T_0. \end{cases} \tag{4}$$

$\mu(H)$ jest nieliniową przenikalnością magnetyczną wyznaczoną z uśrednionej dla różnych gatunków stali krzywej magnesowania przy $H > 10^4$ A/m, co ma miejsce w nagrzewnicach indukcyjnych, błąd wynikający z korzystania z krzywej uśrednionej nie przekracza 2,5%.

3. Stosowane metody numeryczne

Z wielu metod, jakie mogą być użyte przy rozwiązywaniu układu cząstkowych równań różniczkowych (2) wraz z warunkami (3), wybrano metodę siatek. Równania (2) zostały zastąpione równaniami różnicowymi niejawnymi o różnicach centralnych z dokładnością $O(h^2+t)$. Uzyskany w ten sposób liniowy układ równań algebraicznych dla równania przewodnictwa cieplnego rozwiązano metodą przebiegania, a równania dla pola elektromagnetycznego metodą rozkładu macierzy współczynników na macierze L i U.

Porównując zastępcze stałe czasowe procesu elektromagnetycznego i termokinetycznego można stwierdzić, że różnią się one aż o dwa rzędy. Konsekwencją tego jest fakt, że rozwiązywanie równań obu pól z tym samym krokiem czasowym jest bardzo nieefektywne. Zaproponowano zastosowanie jednej z metod mechaniki nieliniowej tzw. metody uśredniania [2]. Idea tej metody polega na wyróżnieniu i oddzieleniu od siebie zjawisk szybkich (elektromagnetycznych) i wolnych (termokinetycznych) - zakłada się, że pole elektromagnetyczne jest okresowe pomiędzy dwoma chwilami próbkowania pola temperatury. Do równania (2.2) w miejsce chwilowych wartości wewnętrznych źródeł ciepła $W_0(r,t)$ ustawia się ich wartość uśrednioną obliczoną jako:

$$W_{śr} = \rho_2 \left[\frac{\partial H_{śr}}{\partial r}\right]^2 \tag{5}$$

gdzie:

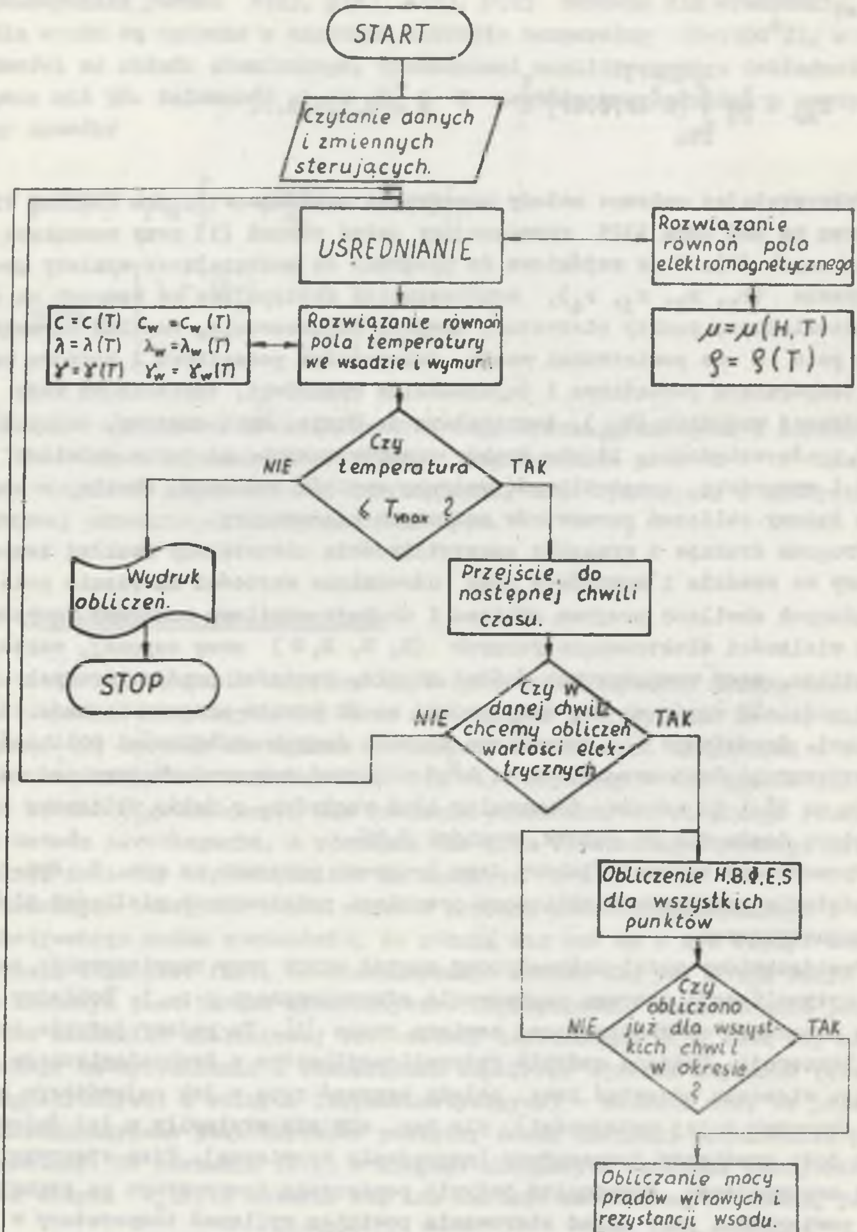
$$H_{śr} = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi n}^{2\pi(n+1)} \left[H^2(r,\vartheta)d\vartheta\right]^{\frac{1}{2}} \qquad n = 0,1,2,3...$$

Wykorzystując opisane metody numeryczne napisano w języku FORTRAN 1900 program na EMC ODRA 1325 rozwiązujący układ równań (1) przy warunkach granicznych (2). Dane wejściowe do programu są następujące: wymiary geometryczne (r_1, r_2, r_3, r_4), współczynniki występujące we wzorach na stałe materiałowe, punkty pierwotnej krzywej magnesowania, rozkład harmonicznych pola H na powierzchni wsadu, temperatura początkowa i końcowa wsadu, temperatura początkowa i dopuszczalna wymurówki, temperatura wody chłodzącej wzbudnik (T_{oo}), temperatura p. Curie, krok czasowy, częstotliwość prądu wzbudnika, liczba kroków przestrzennych, na jakie dzielimy wsad i wymurówkę, częstotliwość wydruku wyników obliczeń, chwile, w których żądamy obliczeń parametrów całkowych nagrzewnicy.

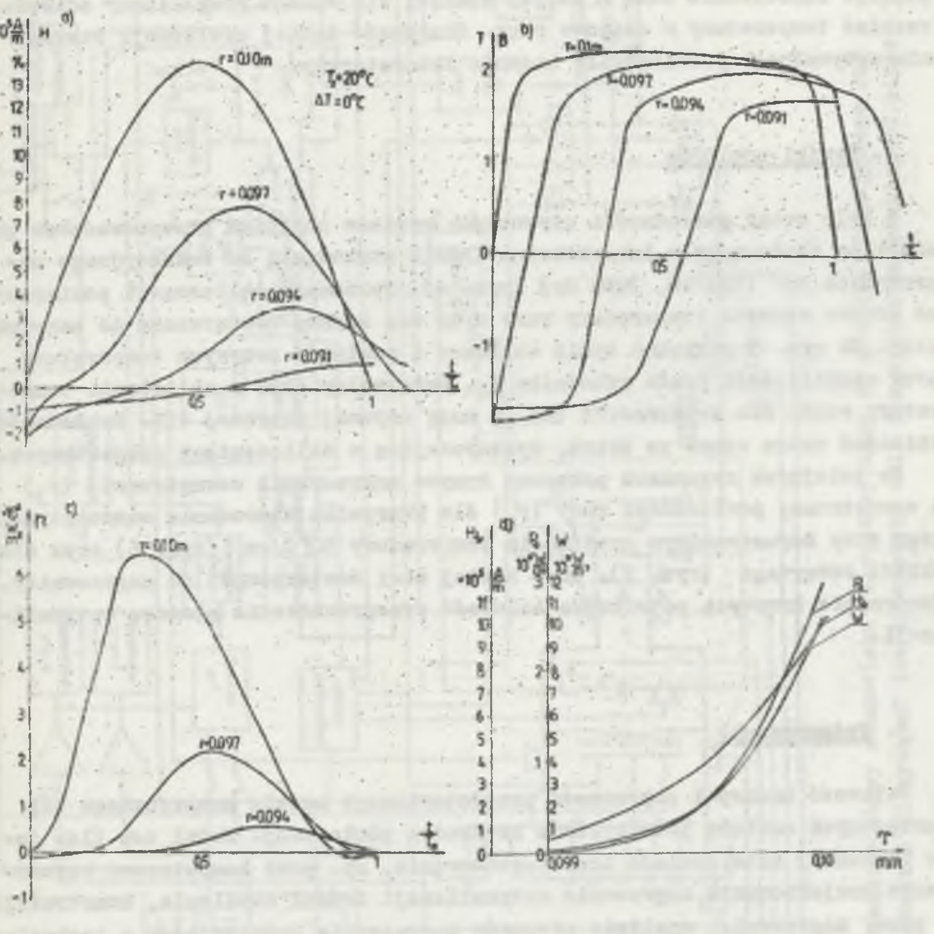
Program drukuje z wymaganą częstotliwością nieustalony rozkład temperatury we wsadzie i wymurówce oraz uśrednione wartości natężenia pola H. W żądanych chwilach program oblicza i drukuje chwilowe rozkłady wszystkich wielkości elektromagnetycznych (H, B, E, Φ) mocy czynnej, wektora Poyntinga, mocy wewnętrznych źródeł ciepła, gęstości prądów wirowych. Przy podziale wsadu na 50, a wymurówki na 20 warstw program zajmuje 15 k pamięci. Sprawdzono dla szerokiego zakresu danych stabilności obliczeń numerycznych. Oszacowano również błąd obliczeń temperatury przy podziale wsadu na 25 i 50 warstw. Maksymalny błąd względny, z jakim obliczono temperaturę wsadu dla 25 warstw, wyniósł 2,7%.

Uproszczony schemat blokowy tego programu pokazano na rys. 2. Rys. 3 przedstawia przykładowo obliczone przebiegi podstawowych wielkości elektromagnetycznych.

Przedstawiony model matematyczny został użyty przy rozwiązywaniu zadania optymalizacji procesu nagrzewania sformułowanego w p. 1. Dokładny opis procedury optymalizującej zawiera praca [3]. Tu podamy jedynie opis jej koncepcji. Opisane zadanie optymalizacji można z technologicznego punktu widzenia odczytać tak: należy nagrzać rurę w jak najkrótszym czasie (warunek dużej wydajności), ale tak, aby nie wystąpiły w jej ściance zbyt duże gradienty temperatury (naprężenia termiczne). Idea sterowania jest następująca: dysponując jedynie pomierzoną temperaturą na zewnętrznej powierzchni rury układ sterowania powinien wyliczać temperatury w poszczególnych punktach wewnątrz ścianki rurki, a w przypadku stwierdzenia zbyt dużych gradientów temperatury wyłączać moc aż do chwili, gdy na skutek zjawisk termokinetycznych niebezpieczne gradienty znikną. Taka koncepcja układu sterowania zmusza do rozwiązywania równania przewodnictwa cieplnego w nagrzewnicy w rzeczywistym czasie sterowania. Nawet maszyna



Rys. 2. Uproszczony schemat blokowy programu
Fig. 2. Simplified flow chart of the program



Rys. 3. Przebiegi natężenia pola H(a), indukcji magnetycznej B(b), wektora Poyntinga Π (c) i rozkład uśrednionej mocy powierzchniowej P_o, wewnętrznych źródeł ciepła W i natężenia $H_{śr}$(d). Stan zimny

Fig. 3. Waveforms of magnetic strenght H(a), magnetic flux density B(b), Poynting's vector Π (c) and average surface power density P_o, average heat source W and average magnetic strenght H_{av}(d). Ferromagnetic state

o średniej szybkości obliczeń nie jest w stanie w czasie rzeczywistym dokonać tych obliczeń. Chcąc więc wykorzystać do sterowania znacznie wolniejszy system mikroprocesorowy, sterowanie optymalne odbywa się następująco: do pamięci systemu wprowadza się dane uzyskane z rozwiązania równania przewodnictwa cieplnego na dużej maszynie cyfrowej, algorytm sterowania oparty na pomiarach temperatury powierzchni zewnętrznej rury, wyszukuje odpowiednie dane w swojej pamięci i w sposób przybliżony odtwarza rozkład temperatury w ściance rury. Słuszność takiej realizacji sterowania optymalnego potwierdziły badania laboratoryjne.

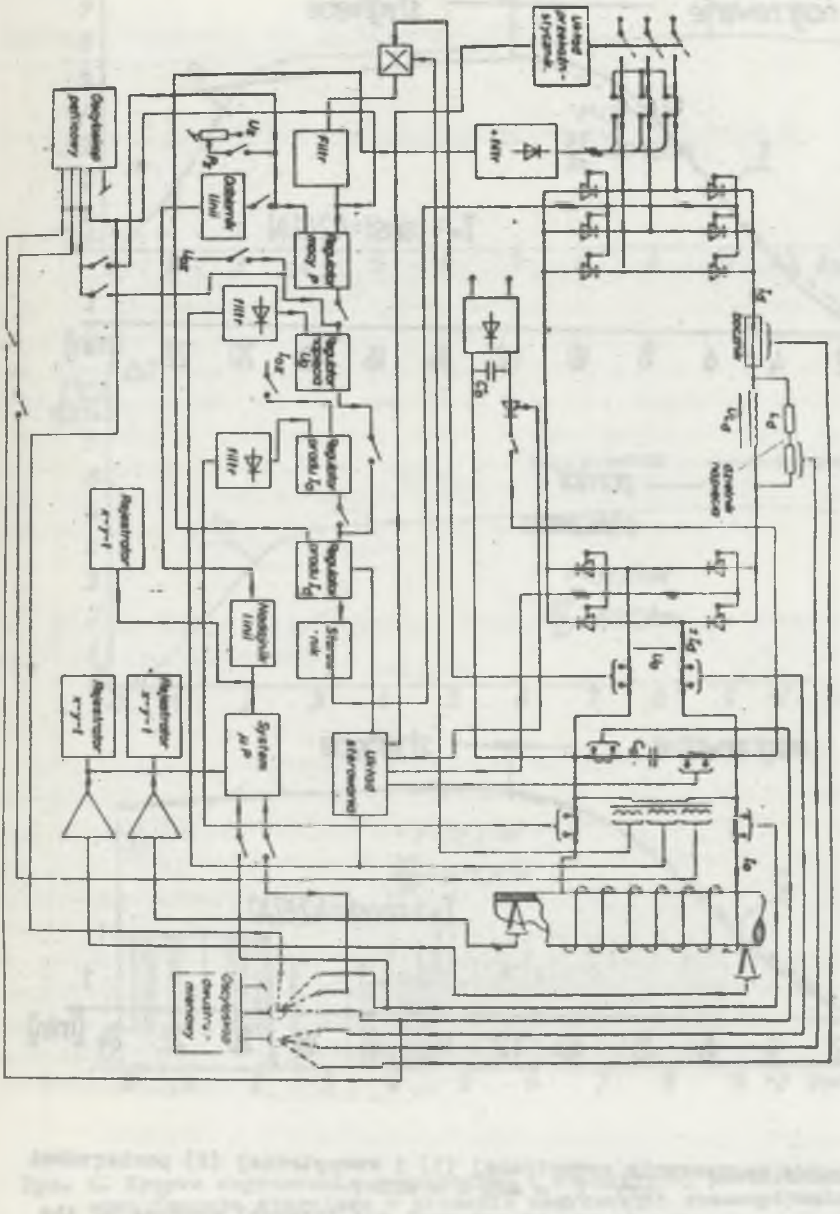
4. Wyniki pomiarów

W celu oceny dokładności uzyskanych wyników obliczeń przeprowadzono pomiary na zbudowanym w laboratorium IPPEiE stanowisku do indukcyjnego nagrzewania rur (100 kW, 3000 Hz) (rys. 4). Porównano obliczone i pomierzone krzywe wzrostu temperatury rury oraz moc czynną dostarczoną do nagrzewnicy. Na rys. 5 pokazano wynik obliczeń i pomiarów krzywych temperatury przy stabilizacji prądu wzbudnika I_o. Maksymalny błąd w obliczaniu temperatury wsadu nie przekroczył 10%, a mocy czynnej pobranej 12%. Dokładność obliczeń można uznać za dobrą, wystarczającą w obliczeniach projektowych.

Na kolejnych rysunkach pokazano krzywe nagrzewania zewnętrznej (r_3) i wewnętrznej powierzchni rury (r_o) dla przypadku sterowania czasooptymalnego przy dopuszczalnym gradiencie temperatury $50^oC/cm$ (rys. 6) oraz dla układu otwartego (rys. 7), przy stałej mocy dostarczonej do nagrzewnicy. Porównanie krzywych potwierdza celowość przeprowadzenia procesu optymalizacji.

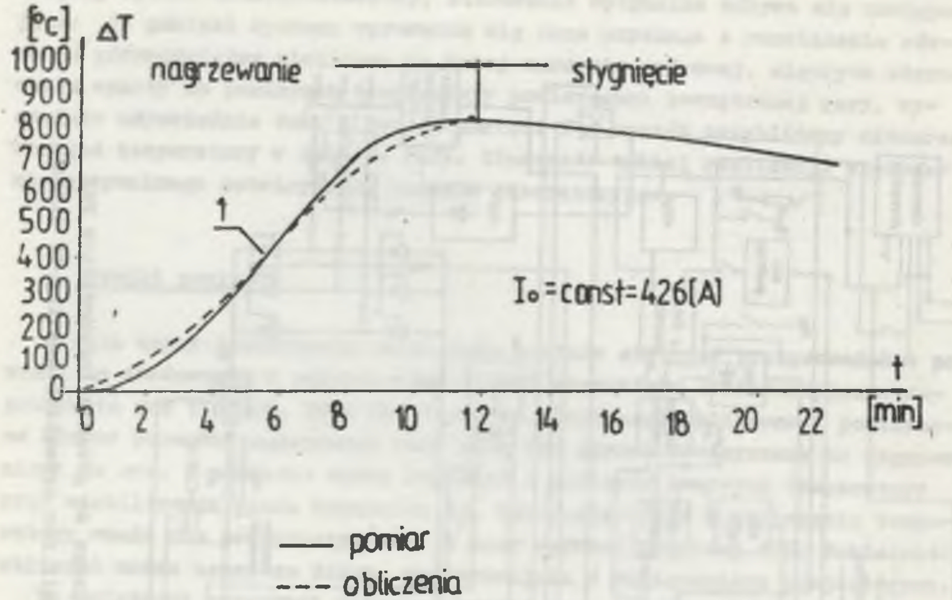
5. Podsumowanie

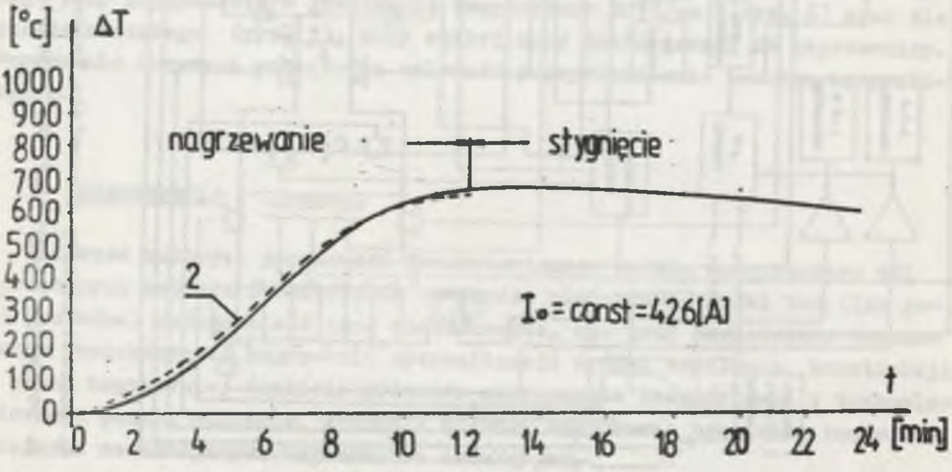
Celowość budowy i poprawność przedstawionego modelu numerycznego pól sprzężonych została potwierdzona na drodze pomiarowej. Model ten (lub jego pochodne) może znaleźć inne zastosowanie, np. przy komputerowo wspomaganym projektowaniu nagrzewnic optymalizacji źródeł zasilania, konstrukcji i pracy nagrzewnic, analizie procesów nagrzewania indukcyjnego z technologicznego punktu widzenia, syntezie układów sterowania procesami technologicznymi zawierającymi nagrzewnice indukcyjne.



Rys. 4. Schemat blokowy stanowiska laboratoryjnego do grzania indukcyjnego rur

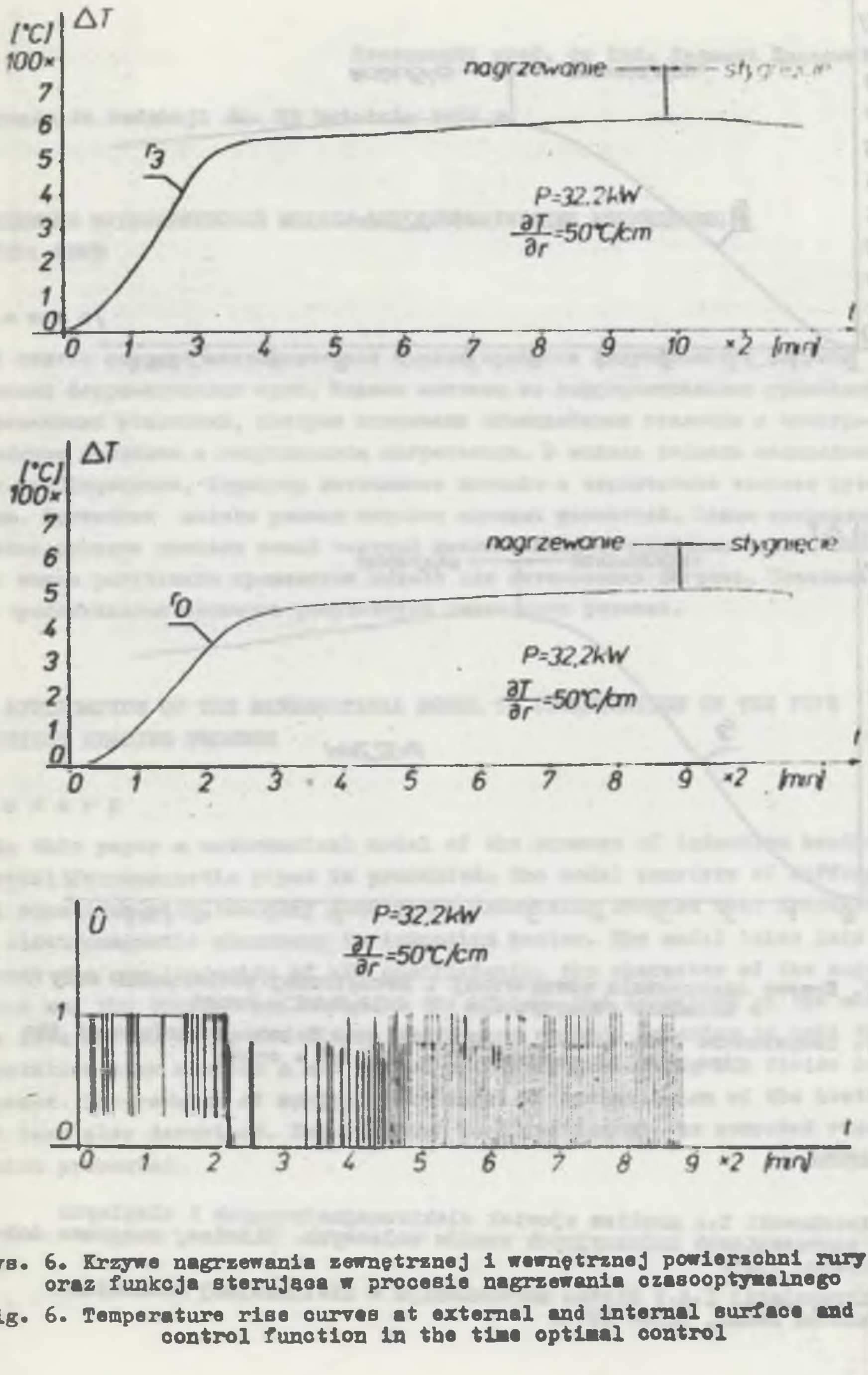
Fig. 4. Schematic diagram of the laboratory unit for induction heating of pipes





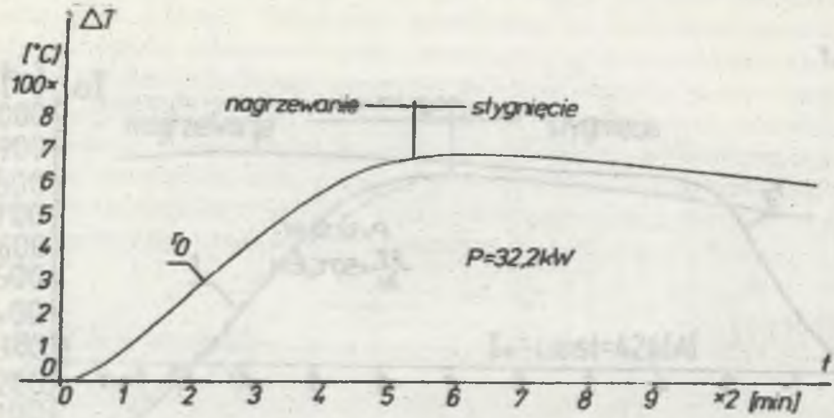
Rys. 5. Krzywe nagrzewania zewnętrznej (1) i wewnętrznej (2) powierzchni rury I_o = 426 A = const

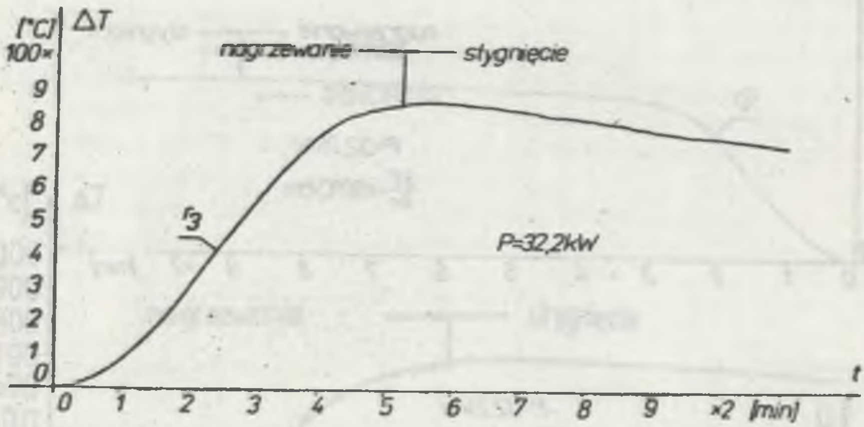
Fig. 5. Temperature rise curves at external and internal surface of the pipe I_o = 426 A = const



Rys. 6. Krzywe nagrzewania zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni rury oraz funkcja sterująca w procesie nagrzewania czasooptymalnego

Fig. 6. Temperature rise curves at external and internal surface and the control function in the time optimal control





Rys. 7. Krzywe nagrzewania wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni rury w układzie otwartym dla P = 32,2 kW = const

Fig. 7. Temperature rise curves at external and internal surface of the pipe with no control P = 32,2 kW = const

LITERATURA

[1] Skoczkowski T.: Analiza zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych w nagrzewnicach indukcyjnych wsadów walcowych. Gliwice, rozprawa doktorska, 1985.

[2] Mitropolskij I.A.: Mietod usrednienija w nieliniejnoj mechanikie. Naukowa Dumka, Kijów 1971.

[3] Kalus M.: Sterowania optymalne grzania indukcyjnego. Gliwice, rozprawa doktorska, 1986.

Recenzent: prof. dr inż. Zygmunt Kuczewski

Wpłynęło do redakcji dn. 15 kwietnia 1986 r.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПТИМАЛИЗАЦИИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ТРУБ

Р е з ю м е

В статье описана математическая модель процесса индукционного нагрева стальных ферромагнитных труб. Модель состоит из дифференциальных уравнений с граничными условиями, которые описывают объединённые тепловые и электромагнитные процессы в индукционном нагревателе. В модель введена нелинейность всех коэффициентов, характер источников питания и термическое влияние футеровки. Уравнения модели решены методом кончных разностей. Целью сокращения времени решения показан новый частной декомпозиции соединённых полей. Описаны также результаты применения модели для оптимизации нагрева. Показана экспериментальная проверка результатов численного решения.

THE APPLICATION OF THE MATHEMATICAL MODEL TO OPTIMIZATION OF THE PIPE INDUCTION HEATING PROCESS

S u m m a r y

In this paper a mathematical model of the process of induction heating of steel ferromagnetic pipes is presented. The model consists of differential equations with boundary conditions describing coupled heat transfer and electromagnetic phenomena in induction heater. The model takes into account the non linearity of all coefficients, the character of the supply source and the thermal influence of the lining. The equations of the model have been solved using the finite difference method. In order to make the computation time shorter a new method of partly decoupling the fields is proposed. The results of applying the model to optimization of the heating have been also described. Experimental werification of the computed results is also presented.