

Stefan PASZEK

WYKORZYSTANIE TWIERDZENIA O ISTNIENIU TRANSFORMACJI UKŁADU
LINIOWYCH RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH O WSPÓŁCZYNNIKACH OKRESOWO ZMIENNYCH
DO STAŁYCH DLA ROZWIĄZANIA RÓWNAŃ STANU
NA PRZYKŁADZIE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ Z NIESYMETRIĄ ZEWNĘTRZNĄ

Streszczenie. Przedstawiono metodę służącą do uzyskania analitycznego rozwiązania stanów nieustalonych modeli maszyn synchronicznych wirujących ze stałą prędkością przy niesymetrycznym obciążeniu, bazującą na iteracyjnym wyznaczeniu wartości własnych nieznanej macierzy układu liniowych równań różniczkowych stanu o stałych współczynnikach jako macierzy stransformowanej z pierwotnego układu równań stanu o współczynnikach okresowych. Metodę pokazano na przykładzie wybranego niesymetrycznego obciążenia - zwarcia dwufazowego z biegu jałowego. Wyznaczono zmienność wartości własnych w funkcji częstotliwości dla modeli obwodowych dwóch maszyn synchronicznych o różnych mocach znamionowych. Wyznaczono przebiegi elektromagnetycznych zmiennych stanu dla dwóch skrajnych częstotliwości obrotowych. Przedstawiono częstotliwościowe widma prądu wzbudzenia dla stanu ustalonego i dla chwili początkowej po zakłóceniu, rozumiane w ten sposób, że pomija się wykładnicze zanikanie składników.

Podkreślono, że przedstawiona metoda, w odróżnieniu od metod przybliżonych znanych w literaturze, jest jedyną pozwalającą na analityczne rozwiązanie dla dowolnie małej prędkości obrotowej wirnika i dowolnej niesymetrii impedancyjnej obciążenia.

1. Wstęp i założenia

Typowym przykładem równań stanu o okresowo zmiennych współczynnikach jest opis matematyczny maszyny synchronicznej przy obciążeniu niesymetrycznym. W równaniach tych występuje macierz indukcyjności o współczynnikach zmiennych okresowo względem kąta położenia magnesu i twornika, a przy stałej prędkości obrotowej również względem czasu. Równania te są liniowe przy następujących założeniach [7]:

- a) nienasycony obwód magnetyczny,
- b) sinusoidalne rozłożenie uzwojeń twornika,
- c) stałość prędkości obrotowej,
- d) przyjęcie modelu obwodowego maszyny o stałych skupionych, w którym wyodrębniono obwód tłumiący umieszczony w osi wzdłużnej d i analogicznie w osi poprzecznej q maszyny.

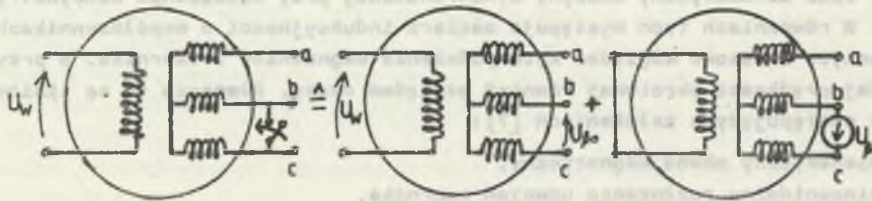
Lapunow i Floquet [9] wykazali, że istnieje macierz transformacyjna macierzy wyjściowego układu równa o współczynnikach okresowych do takiego nowego układu współrzędnych, w którym nastąpiłoby ustalenie współczynników macierzy układu. Mimo że ta macierz transformacyjna w ogólnym przypadku nie jest znana, własność istnienia takiej transformacji może być pomocna przy poszukiwaniu rozwiązania. W tym nieznanym nowym układzie współrzędnych nie zmienia się wymiar macierzy ustalonych współczynników w stosunku do wymiaru macierzy współczynników okresowych. Można zatem określić ilość wartości własnych tej nieznannej macierzy o stałych współczynnikach. Przedstawiona zostanie rekurencyjno-analityczna metoda bazująca na iteracyjnym wyznaczeniu tych wartości własnych.

2. Rozwiązanie szczególnego przypadku niesymetrycznego obciążenia twornika maszyny synchronicznej, zwarcia dwufazowego z biegu jałowego

Układ równań różniczkowych opisujący stan nieustalony maszyny synchronicznej przy zwarcu dwufazowym składa się z czterech równań (występują trzy niezależne obwody wirnika: obwód wzbudzenia, obwody tłumiące w osiach d i q oraz jeden obwód stojana, któremu odpowiada równanie stanu w osi β).

Macierze indukcyjnościowe i rezystancyjne występujące w wyjściowym układzie równań mają wymiar 4×4 , występują zatem cztery wartości własne nieznannej macierzy o stałych współczynnikach.

Przy rozwiązywaniu niesymetrycznego zwarcia z biegu jałowego można skorzystać z zasady superpozycji i wynikowy niesymetryczny stan nieustalony złożyć ze stanu biegu jałowego i stanu zakłóceniewego o zerowych warunkach początkowych. W przypadku zwarcia dwufazowego stan zakłóceniewy można uzyskać przez załączenie do dwóch faz twornika maszyny niewzbudzonej napięcia międzyprzewodowego z przeciwnym znakiem w stosunku do napięcia biegu jałowego maszyny (rys. 1).



Rys. 1. Ilustracja zastosowania metody superpozycji do rozwiązania zwarcia dwufazowego z biegu jałowego

$U_{\beta 0}$ - napięcia biegu jałowego

Fig. 1. Example of the use of superposition method for the solution of 2-phase short - circuit of idle running

$U_{\beta 0}$ - idle running voltage

Podstawą rozwiązania jest wyrażenie prądów twornika w osiach d i q za pomocą funkcji rzeczywistych [1], [8], [6]

$$I_{d,q} = \sum_{h=0}^4 e^{-p_h t} F_{hd,q}(t). \quad (1a)$$

Uwzględnienia więzów wynikających z asymetrii obciążenia i okresowości współczynników w równaniach stanu implikuje okresową postać funkcji:

$$F_{hd}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (U_{hk} e^{j(\psi_0 + \omega t)k} + D'_{hk} e^{-j(\psi_0 + \omega t)k}) + D_{ho}, \quad (1b)$$

$$F_{hq}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (Q_{nk} e^{j(\psi_0 + \omega t)k} + Q'_{hk} e^{-j(\psi_0 + \omega t)k}) + Q_{ho}.$$

gdzie:

- $p_h (h=1,2,3,4)$ - wartości własne nieznanej macierzy układu liniowych równań stanu o współczynnikach stałych,
- ω - elektryczna prędkość obrotowa,
- D, Q - współczynniki wagowe prądów twornika w osiach d i q (wielkości primowane odnoszą się do ujemnych pulsacji).

Wzory (1a) i (1b) dotyczą zarówno stanu zakłóceniegowego (dla $h = 1,2,3,4$), jak również odnoszą się do stanu ustalonego, jeśli założyć, że odpowiada mu wartość własna $p_0 = 0$.

Wzory (1) uwzględniono w równaniach dla składowych zakłóceniegowych prądu i napięcia twornika wynikających z rys. 1 [6]

$$I_\alpha = 0, \quad U_\beta = -U_{\beta 0}(t) = -U_{q0} \cos \psi, \quad (2)$$

gdzie:

- $U_{\beta 0}, U_{q0}$ - napięcie biegu jałowego twornika w osi β lub q ,
- ψ - kąt położenia twornika względem magnety.

Przeprowadzono następnie transformację Laplace'a otrzymanych równań i uzyskano wyrażenia operatorowe wiążące amplitudy współczynników wagowych D i Q [6]. Przez porównanie składników o jednakowych biegunach w tych wyrażeniach otrzymano równania algebraiczne wiążące ze sobą odpowiednio parzyste lub nieparzyste współczynniki wagowe prądów twornika:

$$-Q_{hk-1} + jD_{hk-1} + Q_{hk+1} + jD_{hk+1} = 0 \quad (3a)$$

$$-Q'_{hk+1} + jD'_{hk+1} + Q'_{hk-1} + jD'_{hk-1} = 0 \quad (3b)$$

$$D_{hk-1} [R + (-\varphi_h + jk\omega)L_d(-\varphi_h + j(k-1)\omega)] + jQ_{hk-1} [R + (-\varphi_h + jk\omega)L_q(-\varphi_h + j(k-1)\omega)] - D_{hk+1} [R + (-\varphi_h + jk\omega)L_d(-\varphi_h + j(k+1)\omega)] + jQ_{hk+1} [R + (-\varphi_h + jk\omega)L_q(-\varphi_h + j(k+1)\omega)] = 0 \quad (3c)$$

$$D'_{hk+1} [(R + (-\varphi_h - jk\omega)L_d(-\varphi_h - j(k+1)\omega)] + jQ'_{hk+1} [R + (-\varphi_h - jk\omega)L_q(-\varphi_h - j(k+1)\omega)] - D'_{hk-1} [R + (-\varphi_h - jk\omega)L_d(-\varphi_h - j(k-1)\omega)] + jQ'_{hk-1} [R + (-\varphi_h - jk\omega)L_q(-\varphi_h - j(k-1)\omega)] = 0. \quad (3d)$$

Ponadto dla $h = 0$ i $\varphi_0 = 0$:

$$-jU_{q0} = [R + j\omega L_d(p=0)]D_{00} + j[R + j\omega L_q(p=0)]Q_{00} + j[R + j\omega L_q(p=2j\omega)]Q_{02} - [R + j\omega L_d(p=2j\omega)]D_{02}. \quad (3e)$$

Ze wzorów (3) dla dużych wekaźników k , które odpowiadają składnikom prądów twornika odnoszących się do częstotliwości dążącej do nieskończoności, można otrzymać wyrażenie:

$$\frac{D_{k+3}}{D_{k+1}} + \frac{D_{k+1}}{D_{k-1}} + 2a \frac{D_{k+1}}{D_{k-1}} + 1 = 0, \quad (4)$$

gdzie:

$$a = \frac{L_d'' + L_q''}{L_q'' - L_d''},$$

L_d'' i L_q'' - graniczne indukcyjności operatorowe dla $p \rightarrow \infty$ (indukcyjności podprzejściowe) twornika w osiach d i q .

Wprowadzono następujące oznaczenia stosunków współczynników wagowych:

$$\frac{D_{k+1}}{D_{k-1}} = -\xi_{k+1}, \quad \frac{D'_{k+1}}{D'_{k-1}} = -\xi'_{k+1}, \quad \frac{Q_k}{D_k} = jk_k, \quad \frac{Q'_k}{D'_k} = -jk'_k. \quad (5)$$

Założono, że współczynniki wagowe D_{k-1} , D_{k+1} , D_{k+3} , tworzą dla dużych rosnących nieograniczenie wartości wskaźnika k malejący postęp geometryczny o ilorazie $-\xi_\infty$.

Implikacja takiego założenia wynika z przybliżonej analizy zwrót niesymetrycznych i rozumowania fizycznego. Z równania kwadratowego wynikającego z wzoru (5) dla $k \rightarrow \infty$ wynikają wartości współczynników ξ_∞ i k_∞ :

$$-\xi_\infty = -a + \sqrt{a^2 - 1}, \quad k_\infty = \sqrt{\frac{L_d''}{L_q}} \quad (6)$$

Wyznaczenie wartości własnych odbywa się metodą iteracyjną. Rozpoczynamy proces iteracji np. od dużego nieparzystego wskaźnika $k = N$, dla którego można założyć przybliżone relacje:

$$\frac{D_{hN}}{D_{hN-2}} = -\xi_N \approx -\xi_\infty, \quad \frac{D'_{hN}}{D'_{hN-2}} \approx -\xi_\infty, \quad \frac{Q_{hN}}{D_{hN}} \approx jk_\infty, \quad \frac{Q'_{hN}}{D'_{hN}} \approx -jk_\infty. \quad (7)$$

Zakładamy pierwsze przybliżenie wartości własnej korzystając np. ze wzorów przybliżonych (oznaczone ρ'). Ze wzorów (3) wyznaczamy ξ_{N-2} , ξ'_{N-2} , ξ_{N-4} , ξ'_{N-4} ... dochodząc do ξ_1 i ξ'_1 .

Z uwagi na to, że

$$-\xi_1 = \frac{D_1}{D_{-1}} = \frac{D_1}{D_1'} \quad \text{oraz} \quad -\xi'_1 = \frac{D_1'}{D_{-1}'} = \frac{D_1'}{D_1},$$

wyznaczono warunek określający poszukiwaną graniczną wartość własną:

$$\xi_1 \xi'_1 = 1. \quad (8a)$$

Ze względu na to, że przyjęto początkowo pierwsze przybliżenie na wartość własną, wartości ξ_1 i ξ'_1 obliczona za pomocą ρ' nie spełniają dokładnie równania (8a). Równanie to można przekształcić do równania wyznaczającego poprawioną wartość własną, uwzględniając fakt, że zarówno ξ_1 i ξ'_1 są uwikłanymi funkcjami wartości własnej:

$$\rho'' a'(\rho') + b'(\rho') = 0, \quad (8b)$$

gdzie a' i b' zmieniają się, jak się okazało, powoli względem ρ' , a ρ'' jest to poprawiona wartość własna. Równanie (8b) jest równaniem liniowym 1 stopnia względem ρ'' , istnieje więc tylko jedna wartość własna ρ_1 związana z nieparzystymi wskaźnikami. Poprawioną wartość własną ρ_1'' wyznaczoną z równania (8b) uwzględnia się ponownie w równaniach (3), dochodząc drogą kolejnych iteracji do coraz bardziej poprawnej wartości ρ_1 , spełniającej równanie (8a) z dowolnie dużą dokładnością.

Podobnie dla wskaźników parzystych stosując te same wzory dochodzimy do równań:

$$\frac{Q_0}{D_0} = jk_0, \quad \frac{Q'_0}{D'_0} = -jk'_0,$$

z których otrzymujemy warunek określający poszukiwaną graniczną poprawioną wartość własną:

$$k_0 + k'_0 = 0. \quad (9a)$$

Korzystając z równań (3) można równanie (9a) zapisać następująco:

$$\rho'^3 a''(\rho') + \rho'^2 b''(\rho') + \rho' c''(\rho') + d''(\rho') = 0, \quad (9b)$$

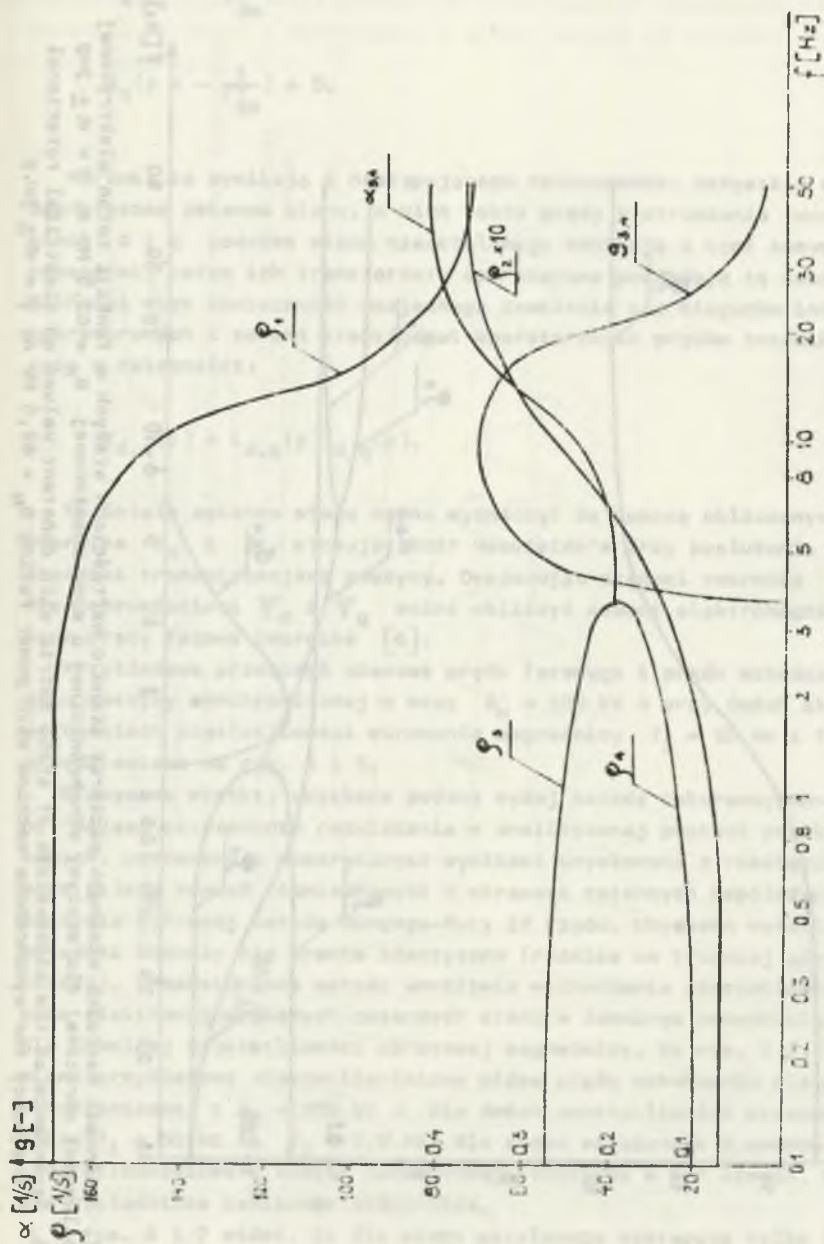
gdzie a'' , b'' , c'' , d'' zmieniają się również powoli w zależności od ρ' . Równanie (9b) jest równaniem 3 stopnia względem ρ' , wyznacza zatem trzy wartości własne związane z parzystymi wskaźnikami k .

Na rys. 2 i 3 przedstawiono obliczone wartości własne w funkcji częstotliwości dla dwóch modeli maszyn synchronicznych, których parametry odnoszą się do maszyn o mocach znamionowych $S_N = 100 \text{ kV A}$ i $S_N = 62,5 \text{ MV A}$. Wartości ρ_1 i ρ_2 są rzeczywiste dla obydwóch maszyn w rozpatrywanym przedziale częstotliwości (0,1 Hz - 50 Hz). ρ_3 i ρ_4 w zależności od rodzaju maszyny i częstotliwości wirowania są rzeczywiste lub zespolone sprzężone.

W celu wyznaczenia prądów I_d i I_q w stojanie wystarczy wyznaczyć cztery współczynniki wagowe związane z zanikającymi składnikami prądów D_{11} , D_{20} , D_{30} , D_{40} oraz dwa D_{00} i Q_{00} związane ze stanem ustalonym. Pozostałe współczynniki wagowe można obliczyć znając wyznaczone uprzednio wartości własne i wymienione wyżej współczynniki.

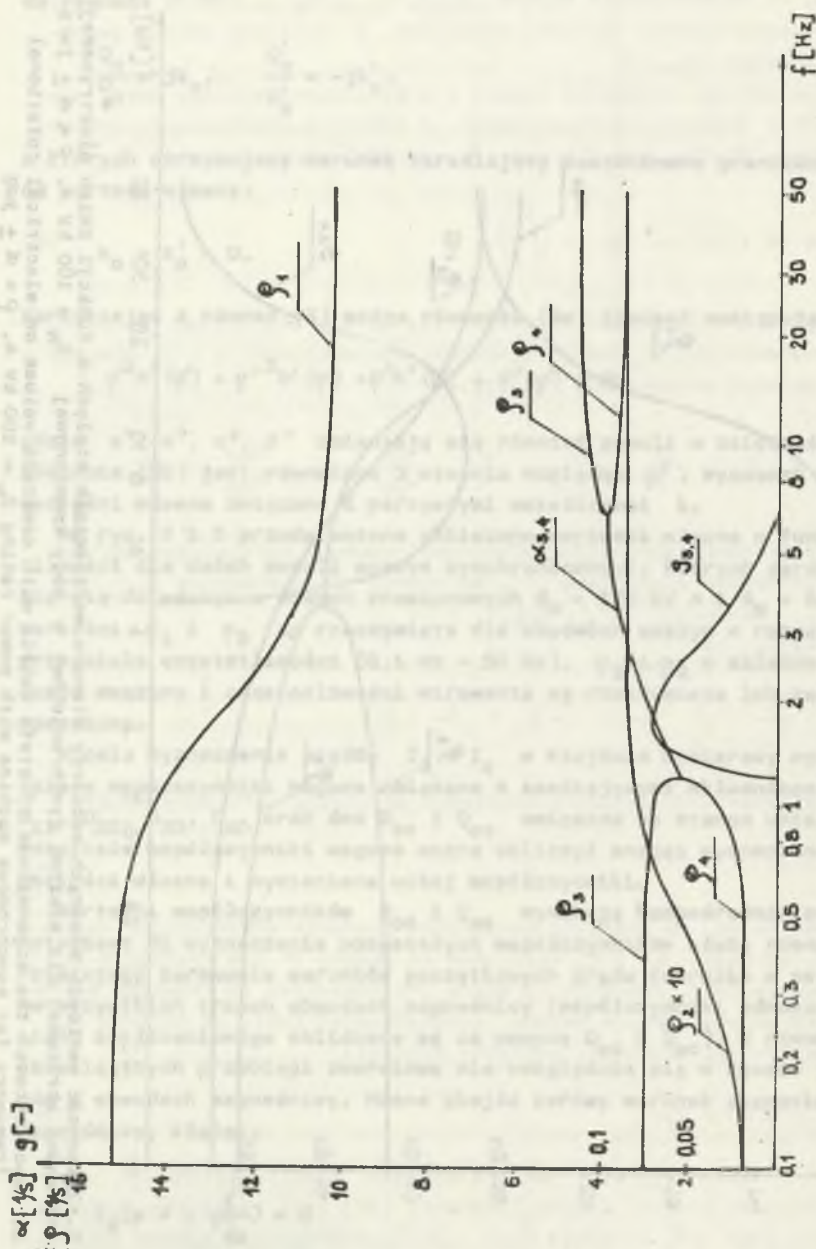
Wartości współczynników D_{00} i Q_{00} wynikają bezpośrednio ze wzoru (3e), natomiast do wyznaczenia pozostałych współczynników służą równania wykorzystujące zerowanie warunków początkowych prądu twornika w osi β oraz we wszystkich trzech obwodach magneśnicy (współczynniki odnoszące się do stanu zakłóceniewego obliczane są za pomocą D_{00} i Q_{00}). W równaniach określających przebiegi zwarcia nie uwzględnia się w sposób jawny prądów w obwodach magneśnicy. Można obejść zerowy warunek początkowy obwodów magneśnicy, kładąc:

$$I_d(p = -\frac{1}{T_{do}}) = 0 \quad (10a)$$



Rys. 2. Zmienność wartości własnych macierzy stanu o wartościach stałych w funkcji zmian elektrycznej częstotliwości obrotowej dla maszyny synchronicznej o mocy znamionowej $S_N = 100$ kV A, $\rho = \alpha \pm j\omega g$

Fig. 2. Dependence of the eigenvalues of state matrix with constant values on electrical rotational frequency for synchronous machine with power rating $S_N = 100$ kV A, $\rho = \alpha \pm j\omega g$



Rys. 3. Zmienność wartości własnych macierzy stanu o wartościach stałych w funkcji zmian elektrycznej częstotliwości obrotowej dla maszyny synchronicznej o mocy znamionowej $S_N = 62,5$ MW A, $p = \alpha \pm j\omega g$

Fig. 3. Dependence of the eigenvalues of state matrix with constant values on electrical rotational frequency for synchronous machine with power rating $S_N = 62,5$ MW A, $p = \alpha \pm j\omega g$

$$I_d(p = -\frac{1}{T_{do}}) = 0 \quad (10b)$$

$$I_q(p = -\frac{1}{T_{qo}}) = 0. \quad (10c)$$

Warunki te wynikają z następującego rozumowania: wszystkie elektromagnetyczne zmienne stanu, a więc także prądy i strumienie twornika w osiach d i q podczas stanu nieustalonego zanikają z tymi samymi stałymi czasowymi, zatem ich transformaty operatorowe posiadają te same bieguny. Zachodzi więc konieczność wzajemnego znoszenia się biegunów indukcyjności operatorowych z zerami transformat operatorowych prądów twornika, wynikająca z zależności:

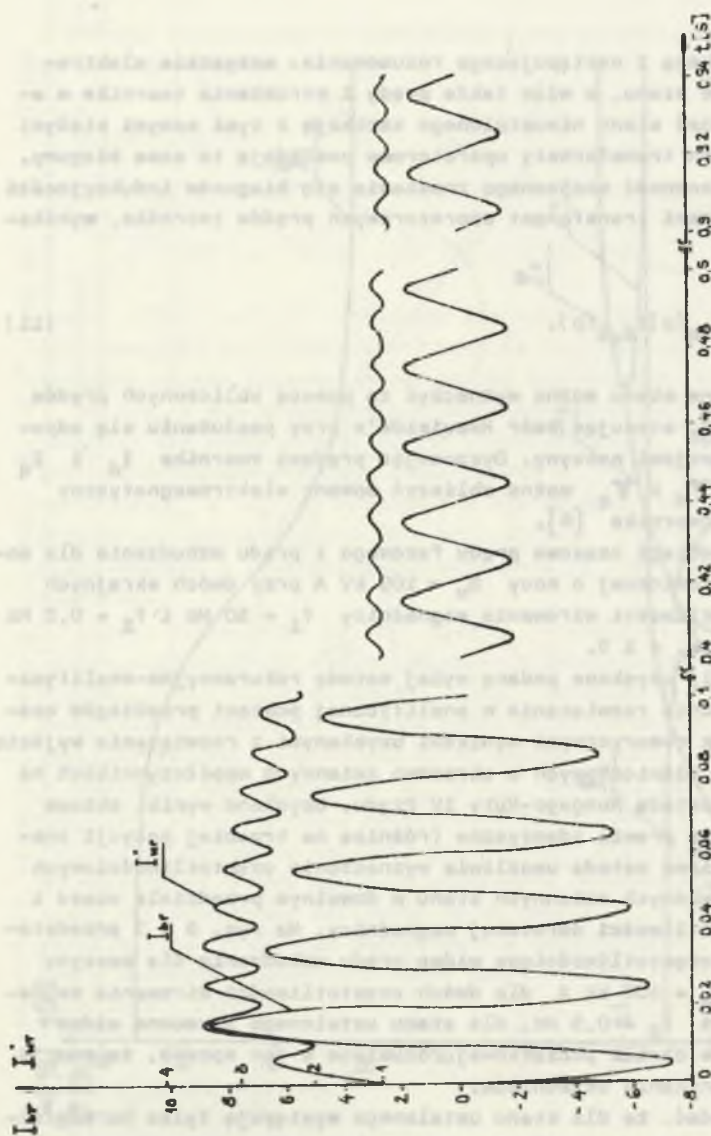
$$\Psi_{d,q}(p) = L_{d,q}(p)I_{d,q}(p). \quad (11)$$

Pozostałe zmienne stanu można wyznaczyć za pomocą obliczonych prądów twornika I_d i I_q , stosując wzór Heaviside'a przy posłużeniu się odpowiednimi transmitancjami maszyny. Dysponując prądami twornika I_d i I_q oraz strumieniami Ψ_d i Ψ_q można obliczyć moment elektromagnetyczny oraz prądy fazowe twornika [6].

Przykładowe przebiegi czasowe prądu fazowego i prądu wzbudzenia dla modelu maszyny synchronicznej o mocy $S_N = 100$ kV A przy dwóch skrajnych wartościach częstotliwości wirowania magnesnicy $f_1 = 50$ Hz i $f_2 = 0,5$ Hz przedstawiono na rys. 4 i 5.

Otrzymane wyniki, uzyskane podaną wyżej metodą rekurencyjno-analityczną, dającą ostatecznie rozwiązanie w analitycznej postaci przebiegów czasowych, porównano z numerycznymi wynikami uzyskanymi z rozwiązania wyjściowego układu równań różniczkowych o okresowo zmiennych współczynnikach na maszynie cyfrowej metodą Rungego-Kuty IV rzędu. Uzyskane wyniki oboma metodami okazały się prawie identyczne (różnice na trzeciej pozycji znaczącej). Przedstawiona metoda umożliwia wyznaczenie częstotliwościowych widm elektromagnetycznych zmiennych stanu w dowolnym przedziale czasu i dla dowolnej częstotliwości obrotowej magnesnicy. Na rys. 6 i 7 przedstawiono przykładowe częstotliwościowe widma prądu wzbudzenia dla maszyny synchronicznej o $S_N = 100$ kV A dla dwóch częstotliwości wirowania magnesnicy $f_1 = 50$ Hz i $f_2 = 0,5$ Hz, dla stanu ustalonego i umowne widma częstotliwościowe w chwili początkowej rozumiane w ten sposób, że pomija się wykładnicze zanikanie składników.

Z rys. 6 i 7 widać, że dla stanu ustalonego występują tylko harmoniczne parzyste prądu wzbudzenia. Dla początkowych chwil czasu, w przypadku gdy wszystkie wartości własne są rzeczywiste ($f_2 = 0,5$ Hz), występują zarówno harmoniczne parzyste jak i nieparzyste, natomiast gdy wartości włas-



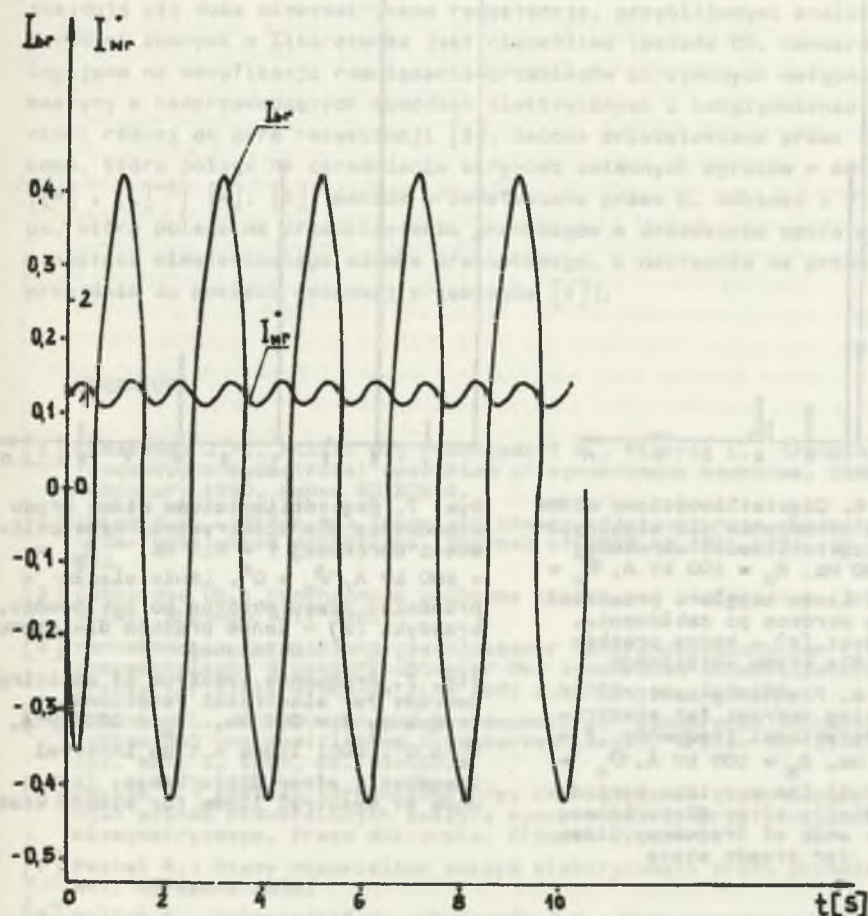
Rys. 4. Przebiegi względnego prądu fazowego twornika I_{br} i względnego sprawozdanego prądu wzbudzenia przy zwarceniu dwufazowym

$f = 50 \text{ Hz}$, $\psi_0 = 0^\circ$, $I_b \text{ odn} = 152 \text{ A}$, $I'_w \text{ odn} = 188 \text{ A}$, $S_N = 100 \text{ kV A}$

Fig. 4. Oscillations of the armature relative phase current I_{br} and relative exciting current in stator terms at 2-phase short circuit

$f = 50 \text{ Hz}$, $\psi_0 = 0^\circ$, $I_b \text{ odn} = 152 \text{ A}$, $I'_w \text{ odn} = 188 \text{ A}$, $S_N = 100 \text{ kV A}$

ne p_3 i p_4 są zespolone sprzężone występują w częstotliwościowym widmie dodatkowe prążki wokół parzystych harmonicznych (odległość pomiędzy harmoniczną parzystą a dodatkowymi prążkami zależy od wartości urojonej wartości własnej p_3).

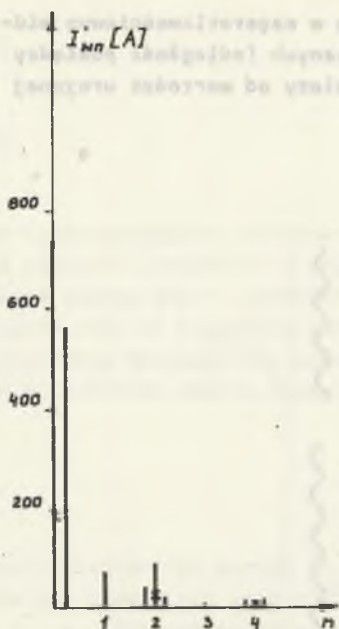


Rys. 5. Przebiegi względnego prądu fazowego twornika I_{br} i względnego sprowadzonego prądu wzbudzenia przy zwarcu dwufazowym

$f = 0,5 \text{ Hz}$, $\psi_0 = 0^\circ$, $I_{b \text{ odn}} = 152 \text{ A}$, $I'_{w \text{ odn}} = 188 \text{ A}$, $S_N = 100 \text{ kV A}$

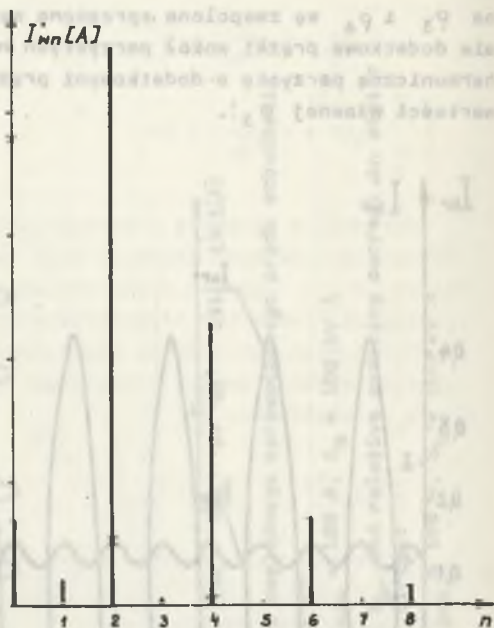
Fig. 5. Oscillations of the armature relative phase current and relative exciting current in stator terms at 2-phase short circuit

$f = 0,5 \text{ Hz}$, $\psi_0 = 0^\circ$, $I_{b \text{ odn}} = 152 \text{ A}$, $I'_{w \text{ odn}} = 188 \text{ A}$, $S_N = 100 \text{ kV A}$



Rys. 6. Częstotliwościowe widmo prądu wzbudzenia dla elektrycznej częstotliwości obrotowej $f = 50$ Hz, $S_N = 100$ kV A, $\psi_0 = 0^\circ$. Linie ciągłe - przedział czasu wkrótce po zakłóceniu, krzyżyki (x) - końce prążków dla stanu ustalonego

Fig. 6. Frequency spectrum of exciting current for electrical rotational frequency $f = 50$ Hz, $S_N = 100$ kV A, $\psi_0 = 0^\circ$. Full lines - time period immediately after disturbance; (x) - ends of frequency lines for steady state



Rys. 7. Częstotliwościowe widmo prądu wzbudzenia dla elektrycznej częstotliwości obrotowej $f = 0,5$ Hz, $S_N = 100$ kV A, $\psi_0 = 0^\circ$. Linie ciągłe - przedział czasu wkrótce po zakłóceniu, krzyżyki (x) - końce prążków dla stanu ustalonego

Fig. 7. Frequency spectrum of exciting current for electrical rotational frequency $f = 0,5$ Hz, $S_N = 100$ kV A, $\psi_0 = 0^\circ$. Full lines - time interval immediately after disturbance; (x) - ends of spectral lines for steady state

3. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przedstawioną metodę, nazwaną rekurencyjno-analityczną, na przykładzie zwarcia dwufazowego można uogólnić na przypadek załączenia na twornik maszyny synchronicznej niesymetrycznego obciążenia o impedancjach operatorowych [6]. Wzory wyznaczające wartości własne są oczywiście bardziej skomplikowane i zależą od postaci wyrażeń operatorowych opisujących obciążenie. Zasada postępowania jest jednak podobna jak dla zwarcia dwufazowego. Podstawową zaletą tej metody jest uzyskanie rozwiązania elektromagne-

tycznych zmiennych stanu w ostatecznej postaci analitycznej i jego rozbi-
cie na funkcje własne umożliwiające dyskusję i interpretację fizyczne
dla dowolnej prędkości obrotowej wirnika (także bardzo małej) i dowolnego
obciążenia.

Uzyskanie analogicznych wyników dla małych prędkości obrotowych wirni-
ka ($\omega < 0,1 \omega_N$), a nawet dla dużych prędkości, jeżeli w obwodach maszyny
znajdują się duże niesymetryczne rezystancje, przybliżonymi analitycznymi
metodami znanymi w literaturze jest niemożliwe (metoda Ch. Concordii, po-
legająca na modyfikacji rozwiązania przebiegów otrzymanych wstępnie dla
maszyny o nadprzewodzących obwodach elektrycznych i uwzględnieniu a poste-
riori różnej od zera rezystancji [3], metoda przedstawiona przez L. Hanna-
kama, która polega na uśrednieniu okresowo zmiennych wyrazów w macierzy
 $\{[R] \cdot [L]^{-1}\}$ [4], [5], metoda przedstawiona przez B. Adkinse i Y.K. Chin-
ga, która polega na przedstawieniu przebiegów w dziedzinie operatorowej
w postaci nieskończonego ułamka drabinkowego, a następnie na przybliżonym
przejściu do postaci czasowej przebiegów [2]).

LITERATURA

- [1] Chasseande J.P., Pillet E., Poloujadoff M., Pierrat L.: Transient low frequency unsymmetrical operation of synchronous machines. IEEE-PES, February 1980, Paper 80 208-9.
- [2] Ching Y.K., Adkins B.: Transient theory of synchronous generators under unbalanced conditions. Journal of IEEE no 101, 1954, pp. 166-182.
- [3] Concordia Ch.: Synchronous machines theory and performance. John Wiley, Chapman Hall 1951.
- [4] Hannakam L.: Entwicklung geschlossener Näherungsbeziehungen für unsymmetrische Stosskurzschlüsse der synchronen Schenkelpolmaschine. Archiv für Elektrotechnik XLV, Heft 2, 1960, ss. 118-156.
- [5] Hannakam L.: Spannungen und Drehmomente der synchronen Schenkelpolmaschine bei unsymmetrischen Stosskurzschlüssen. Archiv für Elektrotechnik. Heft 2, 1965, ss. 91-100.
- [6] Paszek S.: Analiza harmoniczna przy rozwiązywaniu elektromagnetycznych stanów nieustalonych maszyny synchronicznej przy obciążeniu niesymetrycznym. Praca doktorska. Gliwice 1986.
- [7] Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemienneego. WNT, Warszawa 1986.
- [8] Pillet E., Poloujadoff M., Chasseande J.P.: Time constants of unsymmetrical short circuits of synchronous machines. IEEE-PES, Winter, 1979, Paper F 79 2049.
- [9] Roza M.: Nelineijnyje kolebania i teoria ustojczivosti. Głównaja redakcija fiziko-matematycznej literatury. Moskwa 1971.

Recenzent: doc. dr inż. Zdzisław Klonowicz

Wpłynęło do redakcji dnia 15 maja 1987 r.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕМЫ О СУЩЕСТВОВАНИИ ПРЕСБРАЗОВАНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ КОЭФФИЦИЕНТАМИ К ПОСТОЯННЫМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ НА ПРИМЕРЕ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ С ВНЕШНЕЙ НЕСИММЕТРИЕЙ

Р е з ю м е

Представлен метод определения аналитического решения переходных режимов для моделей синхронных машин, вращающихся с постоянной скоростью при несимметричной нагрузке. Метод базируется на итерационном определении собственных значений неизвестной матрицы линейной системы дифференциальных уравнений состояния с постоянными коэффициентами, как преобразованной матрицы из первоначальной системы уравнений состояния с периодическими коэффициентами. Метод иллюстрирует пример избранной несимметричной нагрузки — двухфазного короткого замыкания холостого хода. Определена изменчивость собственных значений в зависимости от частоты для цепных моделей двух синхронных машин с разными номинальными мощностями. Определены временные кривые электромагнитных переменных состояния для двух крайних частот вращения. Представлены частотные спектры тока возбуждения для установившегося состояния и для начального момента после возмущения, понимаемые в том смысле, что пренебрегается экспоненциальным затуханием слагающих. Подчеркнуто, что представленный метод, в отличие от методов известных из литературы, является единственным методом допускающим аналитическое решение для произвольно малой скорости вращения ротора и произвольной несимметрии сопротивления нагрузки.

APPLICATION OF THE THEOREM ON EXISTENCE OF TRANSFORMATION
OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS SYSTEM
WITH PERIODICALLY VARIABLE COEFFICIENTS INTO
CONSTANTS FOR THE SOLUTION OF STATE EQUATIONS BY
AN EXAMPLE OF SYNCHRONOUS MACHINE WITH EXTERNAL ASYMMETRY

S u m m a r y

A method of obtaining analytical solutions of transients in the models of asymmetrically loaded synchronous machines with constant rotational speed has been shown.

The method is based on the iterative calculation of the unknown matrix eigenvalues of the linear differential equations with constant coefficients as the matrix transformed from primary system of the state equations with periodical coefficients. The chosen asymmetrical load i.e. 2-phase short-circuit of idle running has been shown as an example.

The dependence of the eigenvalues on frequency for the models of two synchronous machines with different power ratings and electromagnetic

state variables for two extreme rotational frequencies have been determined. The frequency spectra of exciting current for steady state and for initial constant after disturbance have been shown. Exponential decay of the components has been disregarded in the spectra.

It has been stressed that the presented method, as distinguished from approximate methods known from professional literature, is the only one allowing analytical solution for arbitrarily low rotational rotor speed and for every impedance load asymmetry.

Praca dotyczyła wyznaczenia

w dziedzinie transformacji

z wykorzystaniem

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań nad wyznaczeniem stanu zmiennych stanu dla dwóch ekstremalnych prękości obrotowej. Wykazano, że metoda ta umożliwia wyznaczenie spektrum prądu poboru mocy dla stanu ustalonego oraz dla stanu ustalonego po zaburzeniu. Wzrost eksponentylny składowych został pominięty w spektrumie.

Podkreślono, że przedstawiona metoda, w odróżnieniu od przybliżonych metod znanych z literatury zawodowej, jest jedyną umożliwiającą rozwiązanie analityczne dla dowolnie niskiej prękości obrotowej wirnika oraz dla dowolnej asymetrii obciążenia impedancyjnego.

1. WSTĘP

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań nad wyznaczeniem stanu zmiennych stanu dla dwóch ekstremalnych prękości obrotowej. Wykazano, że metoda ta umożliwia wyznaczenie spektrum prądu poboru mocy dla stanu ustalonego oraz dla stanu ustalonego po zaburzeniu. Wzrost eksponentylny składowych został pominięty w spektrumie.