

Jan KUBIK

Wyższa Szkoła Inżynierska
Opole

MODEL CIAŁA KAPILARNO-POROWATEGO

Streszczenie. Dla ograniczonej grupy materiałów kapilarno-porowatych poddanych działaniu naprężeń oraz przepływów masy i energii konstruuje się model termomechaniczny pozwalający z jednolitego punktu widzenia badać wzajemne powiązania między procesami wymiany.

1. WSTĘP

Celem opracowania jest podanie podstawowych równań termomechaniki, które pozwalają z pozycji makroskopowej badać procesy wymiany masy energii i pędu w ciałach kapilarno-porowatych. Model takiego procesu obejmuje zarówno równania bilansów, równania konstytutywne, jak i warunki początkowo-brzegowe. Zauważmy, że w przytoczonych grupach równań pierwsza, dotycząca bilansów procesu, jest niezależna od konkretnych własności fizycznych materiału, podobnie jak i warunki początkowo-brzegowe. Natomiast równania fizyczne są w określonym zakresie domeną badań doświadczalnych. Oczywiście, wszystkie z przytoczonych równań decydują o opisie procesu, z tym że równania bilansów są najczęściej terenem dociekań teoretycznych. Z tej też przyczyny zostaną one w opracowaniu dokładniej omówione.

2. TEKSTURA MATERIAŁU

Omawiana materiały należą do grupy tworów o rozwiniętej powierzchni wewnętrznej krącowo rzędu $20\ 000\ m^2/1\ g$ substancji. Istnienie tej powierzchni i odbywające się na niej procesy sorpcji cieczy i gazów oraz transportu decydują o specyficznych cechach ciał kapilarno-porowatych. Jedną z nich jest oddziaływanie przepływów wilgoci ze zmianami naprężeń i odkształceń.

Stosowana w chemii fizycznej klasyfikacja (por. [9]) przyjmuje, że mikropory posiadają średnicę φ co najwyżej równą $20\ \text{Å}$ ($2\ nm$). Pory pośrednie (mezopory) mają średnicę φ z przedziału $20\ \text{Å} < \varphi < 1000\ \text{Å}$, zaś makropory są o średnicy $\varphi > 1000\ \text{Å}$. Zgodnie z przyjętą klasyfikacją większość cieczy w normalnych warunkach jest adsorbowana przez mikropory, na-

tomiaat z makropor może wyparować. Dla porównania pory żelu cementowego są rzędu 15 \AA , czyli należą do mikropor, zaś pory kapilarne do makropor.

Analizując przepływ cieczy przez mikro- i makrokapilary zauważamy, że wymiary cząstki wody są tylko o rząd mniejsze od wymiarów mikrokapilar. Fakt ten decyduje o możliwości dyfuzyjnego przepływu przez sieć mikrokapilar oraz filtracyjnego przez makrokapilary.

W trakcie analizy przepływów wilgoci przez sieć kapilar należy uwzględnić:

- obecność przepływu dyfuzyjnego w każdym punkcie ośrodka,
- lokalne przepływy o charakterze filtracyjnym.

Przytoczone własności tekstury ciała oraz warunki przepływu dały podstawę do zbudowania modelu domen filtracyjnych dokładniej omówionych w pracy [8]. Warto przy tym zwrócić uwagę, że warunki przepływu wilgoci przez sieć mikrokapilar ujmują zależność empiryczną

$$D = D_0 \frac{1}{1 + 2,4 r/R} \quad (2.1)$$

łącząca efektywny współczynnik dyfuzji z współczynnikiem dyfuzji przy swobodnym przepływie D_0 , średnicą cząstki r oraz średnicą kapilary R . Z zależności tej wynika wpływ mikrokapilar na zmniejszenie prędkości przepływu wilgoci w materiale.

3. BILANSE MASY

Określony w poprzednim punkcie charakter przepływów masy wymaga sprecyzowania bilansów masy dla szkieletu o gęstości ρ^0 , migrującej w mikro- i makrokapilarach wilgoci ρ^1 , fizykochemicznie związanej ze szkieletem wilgoci ρ^2 absorbowanej na ściankach kapilar oraz obszarów spękań i zniszczeń występujących w szkielecie ρ^3 .

Przy formułowaniu tych bilansów wykorzystamy ujęcie i wyniki znane z teorii mieszanin [3, 4, 5, 7, 11].

Wzmiankowane bilanse mają postać:

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + (\rho^\alpha v_k^\alpha)_{,k} = R^\alpha, \quad \alpha = 0, 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

Oczywiście spełniony jest globalny bilans masy

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho w_k)_{,k} = 0, \quad \rho = \sum_{\alpha} \rho^\alpha, \quad \rho w_k = \sum_{\alpha} \rho^\alpha v_k^\alpha \quad (3.2)$$

W równaniach tych $\rho(\alpha)$ jest gęstością składnika (α), V_k^α - jego prędkością, R^α - źródłem masy, a w_k - prędkością średnią.

Po wprowadzeniu koncentracji składnika (α), $C^\alpha = \rho^\alpha / \rho$ równania bilansów masy przyjmą postać:

$$\rho \frac{dc^\alpha}{dt} + (j_1^\alpha)_{,1} = R^\alpha, \quad j_1^\alpha = \rho^\alpha V_1^\alpha, \quad V_1^\alpha = U_1^\alpha + w_1 \quad (3.3)$$

Równania (3.3) będą stanowić podstawę dalszych rozważań.

4. BILANSE PĘDU, ENERGII I ENTROPII

Globalny bilans pędu dla całego układu przyjmuje postać [7]

$$\rho \frac{dw_1}{dt} = \rho F_1 + [t_{1j} - \sum_{\alpha} \rho^\alpha U_1^\alpha U_j^\alpha]_{,j} \quad (4.1)$$

gdzie: $\rho F_1 = \sum_{\alpha} \rho^\alpha F_1^\alpha$ jest siłą masową, a $t_{ik} = \sum_{\alpha} t_{ik}^\alpha$ jest symetrycznym tensorem naprężenia. Występujący w strumieniu pędu człon $\sum_{\alpha} \rho^\alpha U_1^\alpha U_j^\alpha$ jest tzw. siłą dyfuzyjną.

Bilans energii dla całego ośrodka posiada następującą formę [7]

$$\rho \frac{d}{dt} (U + K) = \rho r + \rho F_1 w_1 - q_{1,1} + (t_{1j} w_j)_{,1} + \sum_{\alpha} \left[\frac{1}{\rho^\alpha} t_{1j} j_j^\alpha - (U^\alpha + K^\alpha) j_1^\alpha \right]_{,1} \quad (4.2)$$

Natomiast nierówność entropii określona jest relacją

$$\rho \frac{ds}{dt} > \rho \frac{q_1}{T} - \left(\frac{q_1}{T} \right)_{,1} - \sum_{\alpha} (j_1^\alpha s^\alpha)_{,1}$$

W przytoczonych zależnościach przez U , K , S , T , ρr , q_1 określono kolejno energię wewnętrzną i kinetyczną, entropię, temperaturę, źródło ciepła i strumień ciepła dla całego ośrodka. Natomiast analogiczne wielkości z indeksami (α) oznaczają odpowiedniki dla składnika (α).

5. BILANSE DLA CIAŁA KAPILARNO-POROWATEGO

Przytoczone w poprzednich punktach bilanse mają dosyć złożoną postać, która w przypadku analizowanego zagadnienia powinna ulec dosyć znacznym

uproszczeniom. Istotnie, jeżeli założymy, że gęstość szkieletu ϱ^0 oraz obciążenie zniszczeń ϱ^3 jest o rząd większe od gęstości migrującej wilgoci ($\varrho^0 + \varrho^3 \gg (\varrho^1 + \varrho^2)$), to $\varrho w_1 \approx (\varrho^0 + \varrho^3)v_1^0$. ($v_1^0 = v_1^3$).

Można wykazać przy powyższym założeniu, że znika też siła dyfuzyjna w równaniu pędu $\sum_{\alpha} \varrho^{\alpha} U_1^{\alpha} U_j^{\alpha} \approx 0$, a także $\sum_{\alpha} K_{j1}^{\alpha} \approx 0$. Zakładając ponadto, że entropie jednostki masy każdego ze składników (α) jest taka sama, uzyskujemy w efekcie następujący układ bilansów:

$$\varrho \frac{dc^{\beta}}{dt} = R^{\beta}, \quad \beta = 0, 3 \quad (5.1)$$

$$\varrho \frac{dc^f}{dt} = R^f - j_{1,1}^f, \quad f = 1, 2 \quad (5.2)$$

$$\varrho \frac{dw_1}{dt} = \varrho F_1 + t_{1j,j}, \quad t_{1j} = t_{j1} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \varrho \frac{d}{dt}(V + K) &= \varrho r + \varrho F_1 w_1 - q_{1,1} + (t_{1j} w_j)_{,1} \\ &+ \sum_{\alpha} \left[\frac{1}{\varrho^{\alpha}} t_{1k,jk}^{\alpha} - \mu^{\alpha} j_{1,1}^{\alpha} \right]_{,1} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\varrho \frac{ds}{dt} \geq \varrho r - \left(\frac{q_1}{T} \right)_{,1} \quad (5.5)$$

Jeżeli z kolei wprowadzimy do układu równań (5.1)-(5.5) potencjały: chemiczny M^{α} i filtracyjny N^{α} dla migrującej wilgoci zgodnie z relacjami

$$M^{\alpha} = U^{\alpha}, \quad N^{\alpha} = \frac{1}{\varrho^{\alpha}} t_{1j}^{\alpha} c_{1j}, \quad (5.6)$$

to uzyskamy poszukiwany układ bilansów dla procesów wymiany wilgoci i ciepła w ciałach kapilarno-porowatych.

W dalszej kolejności z układu bilansów (5.1)-(5.5) należy uzyskać nierówność rezydualną, przyjęc założenia konstytutywne i określić równania fizyczna wg sposobów podanych w pracach [1, 2, 4, 11].

LITERATURA

- [1] Christensen R.M.: *Mechanics of Composite Materials*, J.Wiley, New York 1979.
- [2] Christensen R.M.: *Theory of Viscoelasticity*, Academic Press, New York 1971.
- [3] Green A.E. (i in.): *Podstawy nieliniowej teorii ośrodków ciągłych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Wrocław 1973.

- [4] Gumiński K.: Termodynamiki procesów nieodwracalnych Wyd.II, PWN, Warszawa 1983.
- [5] Gumiński K.: Wykłady z chemii fizycznej, PWN, Warszawa 1973.
- [6] Kieza A., Sobczyk P.: Chemia fizyczna, PWN, Warszawa 1981.
- [7] Kubik J. (w red.): Termodyfizja a teoria mieszanin, Acta Geo.et.Mech.
- [8] Kubik J.: Termodynamiki termoobróbki betonu, Arch. Inż. Łąd. (w druku).
- [9] Ościk J.: Adsorpcja, PWN, Warszawa 1979.
- [10] Tamaru K.: Interface Chemistry, Iwanami Skoten Publ. 1980.
- [11] Wilmański K.: Podstawy termodynamiki fenomenologicznej, PWN, Warszawa 1974.

МОДЕЛЬ КАПИЛЯРНО-ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Р е з ю м е

В работе дан основной состав уравнений балансов: массы, импульса, момента импульса, энергии и энтропии для капиллярно-пористой среды.

A MODEL OF THE CAPILAR - PORUS CONTINUA

S u m m a r y

The equations of equilibrium of mass, of momentum, of energy and entropy for capilar - porus continua are presented.