ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988
Seria:AUTOMATYKA z.96 Nr kol.972

Eugeniusz Toczyłowski
Instytut Automatyki Politechniki Warszawskiej

STRUKTURALNE ASPEKTY AGREGACJI ZASOBÓW PRZY ELASTYCZNYCH SPOSOBACH WYTWARZANIA [1]

Streszczenie. Badany jest wpływ stukturalnych właściwości elastycznego wytwarzania na złożoność zagregowanych modeli harmonogramowania. Dla jednorodnych produkcyjnie zasobów podano sposób konstrukcji regularnego modelu zagregowanego, gwarantującego dopuszczalność rozwiązania zdezagregowanego oraz pokazano, w jaki sposób struktura wytwarzania może doprowadzić do prostszych lub bardziej złożonych zadań zagregowanego harmonogramowania.

1. Wprowadzenie

W elastycznych i w coraz większym stopniu automatyzowanych systemach wytwarzania duże znaczenie ma właściwe zaprojektowanie systemu, w tym taki dobór instalowanych środków wytwarzania i sterowania produkcją, aby możliwe było wykonywanie tych samych operacji produkcyjnych na dwóch lub większej liczbie środków produkcji. Dzięki łatwemu przezbrajaniu maszyn oraz komputerowemu sterowaniu procesami produkcji poszczególne zadania realizowane być mogą wariantowo, po wyborze jednej z wielu możliwych marszrut. Zwiększa to niezawodność wytwarzania oraz umożliwia uzyskanie lepszego kompromisu między uniwersalnością procesów wytwarzania i efektywnością produkcji. Możliwe jest z jednej strony uzyskanie efektywności zbliżonej (przynajmniej potencjalnie) do efektywności masowej produkcji taśmowej, a z drugiej strony elastyczności zbliżonej do elastyczności produkcji w tradycyjnych warsztatach [9].

Praktyczne możliwości wykorzystania wszystkich potencjalnych korzyści, jakie daje elastyczna automatyzacja, są jednak ograniczone ze względu na zwiększenie złożoności procesów decyzyjnych zarówno na etapie projektowania (decyzji strategicznych), jak już i w trakcie sterowania procesami produkcji (decyzji taktycznych). Decyzje strategiczne to określenie zakresu uniwersalności i elastyczności systemu, wybór maszyn, urządzeń systemu transportowego oraz innych środków produkcji. Decyzje taktyczne podejmowane w trakcie produkcji mogą polegać na wyborze typów wyrobów produkowanych w różnych okresach, proporcji, w jakich wyroby są produkowane, dotyczą też przydziału maszyn, narzędzi i innych zasobów do realizacji zadań, szeregowania części na wejściu do systemu oraz harmonogramowania wszystkich operacji.

Procesy decyzyjne są szczególnie złożone, co wynika z elastyczności (wiele możliwych wariantów relizacji tej samej operacji, alternatywne marszruty), istotnych ograniczeń występujących w systemie (pojemność magazynków narzędzi, magazynków buforowych, przepustowość systemu transportu, ograniczona ilość narzędzi, palet i uchwytów) oraz celowości jednoczesnego rozważania różnorodnych zagadnień decyzyjnych

[1] praca częściowo finansowana w ramach problemu R.P.I.02 w temacie 5.3

(łączne traktowanie problemów załadunku zadań, przydziału zasobów oraz szeregowania operacji). Zmniejszenie złożoności uzyskuje się dzięki stosowaniu zasad technologii grupowej prowadzących do wyodrębniania mniejszych, zupełnie niezależnych gniazd obróbki, w których wykonywane są wydzielone grupy wyrobów. Rezultatem jest uproszczenie zagadnień sterowania oraz krótkie czasy realizacji zadań, ale prowadzi to do stosunkowo niewielkiego wykorzystania maszyn i innych zasobów.

Z powodu złożoności problemów decyzyjnych sterowanie pocesami wytwarzania w elastycznych systemach odbywa się za pomocą algorytmów przybliżonych, takich jak heurystyczne i analityczne [3,6,11,14] oraz metody oparte na podejściach hierarchicznych [13,10,8,4,5], w których złożone problemy decyzyjne są dekomponowane na różnorodne problemy decyzyjne rozważane na różnych szczeblach hierarchii. W podejściu hierarchicznym na najniższym szczeblu rozważa się szczegółowe problemy decyzyjne w stosunkowo krótkim horyzoncie, natomiast na wyższych poziomach złożoność modeli jest redukowana za pomocą agregacji różnorodnych zmiennych i ograniczeń [1,2,7,15,16,18]. W modelu zagregowanym pomijane są pewne szczegółowe zmienne i ograniczenia, które nie mogą być w nim uwzględnione, natomiast grupy zmiennych i ograniczeń odpowiadające podobnym operacjom, wyrobom i zasobom są przekształcane do postaci zagregowanej.

W zależności od pewnych strukturalnych cech elastyczności systemu wytwarzania zadanie zagregowane może być łatwiejsze lub trudniejsze do rozwiązywania. Przy ustalonych dopuszczalnych rozmiarach zadania zagregowanego może ono też mniej lub bardziej dokładnie odzwierciedlać zadanie szczegółowe. W najprostszym strukturalnie przypadku elastyczność wyboru alternatywnych marszrut uzyskuje się dzięki grupowaniu identycznych lub podobnych maszyn (podobnie uzbrojonych) w centra robocze realizujące identyczne operacje. Jest to przypadek najczęściej stosowany i najprostszy do sterowania, nie zawsze pozwalający na najbardziej efektywne wykorzystanie możliwości produkcyjnych systemu.

Największą elastyczność wytwarzania można by uzyskać zakładając, że wszystkie operacje mogą być realizowane na wszystkich maszynach. Na ogół nie jest to jednak możliwe ze względu na ograniczone potencjalne możliwości maszyn oraz ograniczoność zasobów, takich jak pojemność magazynków narzędzi. Potrzebny jest zatem taki wybór struktury określającej możliwości przydziału operacji do maszyn, aby uzyskać jak najlepszy kompromis między elastycznością wytwarzania a efektywnością systemu produkcji.

W pracy badany jest związek strukturalnych cech elastyczności wytwarzania ze złożonością modelu zagregowanego. Należy zauważyć, że jest to tylko jeden wyróżniony aspekt problemu harmonogramowania.

2. Wybór struktury elastycznej produkcji

Rozważmy elastyczny system produkcji złożony ze sterowanych komputerowo centrów obróbkowych posiadających magazynki narzędzi i połączonych ze sobą sterowanym centralnie systemem transportu. Istnieje w nim możliwość doboru podzbiorów maszyn realizujących operacje. W centrum obróbkowym o numerze l w pewnym okresie czasu mogą być jednocześnie wykonywane operacje z grupy tych operacji, dla których załadowano do magazynków niezbędne narzędzia. Niech $N_{ml}, N_{ml} \subset N$, oznacza m-tą grupę wyrobów wymagających pewnych podzbiorów narzędzi zajmujących objętość p_{ml} w magazynku narzędzi o pojemności Q_l. Dla ustalonej maszyny l mamy zatem pewną rodzinę zbiorów $\{N_{ml}\}_{m \in M_l}$ które na ogół są nierozłączne. Ograniczenie na pojemność magazynku wyraża się wzorem

$$\sum_{m \in M} p_{ml} v_{ml} \leq Q_l,$$

gdzie $v_{ml} \in \{0,1\}$. Niech niezerowy współczynnik α_{li} zero-jedynkowej macierzy A określa potencjalną możliwość wykonywania operacji typu i na maszynie l. Niech a_{li} będzie zmienną binarną określającą rzeczywistą możliwość wykonywania operacji i na maszynie l po załadowaniu niezbędnych narzędzi. Jest oczywiste,że $a_{li} \leq \alpha_{li}$. Współczynniki macierzy $A = [a_{li}]$) oraz zmienna v_m są powiązane następującym warunkiem

$$\sum_{i \in N_{ml}} a_{li} \leq |N_{ml}|\, v_m \quad ,$$

który oznacza, że operacje z grupy N_{ml} mogą być wykonywane tylko wtedy, gdy załadowane są niezbędne narzędzia.

Określenie rzeczywistych możliwości wykonywania operacji w danej chwili (ustalenie wartości współczynników macierzy $A = [a_{li}]$) to tylko fragment złożonego zadania harmonogramowania. Właściwy wybór A powinien uwzględniać obciążenia maszyn oraz pozostałe aspekty mające wpływ na efektywność produkcji. Aspekt strukturalny wyboru A polega na tym, że przy niewłaściwej strukturze odpowiedni model zagregowany może być zbyt złożony, aby dał się rozwiązać dokładnie. W rezultacie prowadziłoby to do konieczności uproszczeń i niewykorzystania w pełni potencjalnych możliwości systemu produkcji. Tak więc należy ograniczyć się do takich struktur produkcji, dla których model zagregowany jest możliwie prosty.

3. Rodzaje podobieństw zasobów

Rozważmy system produkcyjny, w którym zbiór $L = \{1,\ldots,l\}$ podobnych zasobów (na przykład maszyn) jest wykorzystywany do wykonywania operacji określonych typów należących do zbioru $N = \{1,\ldots,i,\ldots,n\}$. Oznaczmy zmienne:

x_{il} - liczba operacji typu i wykorzystujących zasób l,

x_i - $\sum_{l \in L} x_{il}$,

x - $(x_1,\ldots,x_n)$,

Wprowadźmy też wektor pozostałych zmiennych zadania $u = (u_1,\ldots,u_m)$, których tutaj nie precyzujemy. Zadania harmonogramowania, w których rozważa się ograniczoność zasobów ze zbioru L w pewnym okresie, można najogólniej zapisać następująco:

Zadanie P

$$\text{minimalizuj} \sum_{i \in N} \sum_{l \in L} c_{il} x_{il} + Q(x,u) \tag{3.1}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{i \in N} p_{il} x_{il} \leq Q_l \quad l \in L \tag{3.2}$$

$$0 \leq x, \quad x \in X(u), \tag{3.3}$$

gdzie ograniczenie (3.2) odpowiada ograniczonej dostępności zasobów $l \in L$, a $X(u)$ jest zbiorem pozostałych ograniczeń zadania. Współczynniki w ograniczeniach zasobowych oznaczają:

p_{il} - ilość jednostek zasobu l wykorzystywanych przez jedną operację typu i

Q_l - łączna wielkość zasobu l.

W przypadku gdy zasób l nie może być wykorzystywany do wykonywania operacji i, to przyjmujemy, że $p_{il} = \infty$. Zadanie P może być zwartym zapisem dynamicznego zadania harmonogramowania, w którym występują zmienne dotyczące różnych okresów czasu. Zbiór $X(u)$ może zawierać pozostałe ograniczenia zasobowe, bilanse materiałów, i.t.p.

W celu konstrukcji modelu zagregowanego korzystnie byłoby zastąpić ograniczenia (3.2) za pomocą

$$\sum_{i \in N} \sum_{l \in L} \beta_l p_{il} x_{il} \leq \sum_{l \in L} \beta_l Q_l,$$

gdzie $\beta_l, l = 1, \ldots, L$ są dodatnimi współczynnikami skalującymi, takimi aby $\beta_l p_{il} \cong p_i$ dla $l \in L$, gdzie p_i jest uśrednioną wartością. W dalszym kroku można by wprowadzić zmienne zagregowane

$$x_i = \sum_{l \in N} x_{il}, i \in L \tag{3.4}$$

i otrzymać ograniczenie zagregowane

$$\sum_{i \in N} p_i x_i \leq \sum_{l \in L} \beta_l Q_l \tag{3.5}$$

Powstałoby zadanie zagregowane

Zadanie AG:

$$\text{minimalizuj} \sum_{i \in N} c_i x_i + Q(x, u) \tag{3.6}$$

przy ograniczeniach (3.3) i (3.5). W zadaniu tym c_i jest uśrednioną wartością współczynników $c_{il}, l = 1 \in L$.

W rzeczywistości, jak zostanie pokazane w rozdziale następnym, poprawny model zagregowany jest bardziej złożony i jego postać zależy od struktury macierzy ograniczeń $P = (p_{il})$ oraz stopni podobieństwa zasobów definiowanych niżej.

Struktura macierzy współczynników ograniczeń $P = (p_{il})$ może być przedstawiona za pomocą zero-jedynkowej macierzy incydencji $A = (a_{li})$, gdzie

$$a_{li} = \begin{cases} 1 & 0 < p_{il} < \infty \\ 0 & p_{il} = \infty \end{cases}$$

Operacja i może wykorzystywać zasób l wtedy i tylko wtedy, gdy $a_{li} = 1$.

Definicja 1. *Dwa zasoby k, l należące do zbioru L są* jednorodne strukturalnie, *jeżeli wiersze a_k, a_l macierzy incydencji A są identyczne.*

Definicja 2. *Dwa zasoby k, l są* jednorodne produkcyjnie, *jeżeli współczynniki p_{ik} i $p_{il}, i = 1,..,n$, są wzajemnie proporcjonalne, tzn. istnieje współczynnik proporcjonalności β_{kl} taki, że dla każdego $i, 1 \leq i \leq n$, zachodzi $p_{ik} = \beta_{kl} p_{il}$ albo też $p_{ik} = \infty$, lub $p_{il} = \infty$.*

Definicja 3. *Dwa produkcyjnie jednorodne zasoby k, l są* jednorodne, *jeżeli dodatkowo $c_{ik} = c_{il}$, $i = 1,..,n$.*

Zasoby jednorodne mogą być strukturalnie niejednorodne i vice versa. Dla wygody dalszych rozważań przeskalujmy współczynniki (3.2). Niech $k = 0$ będzie indeksem sztucznie dodanego zasobu, któremu odpowiada ograniczenie

$$\sum_{i \in N} p_i x_{i0} \leq Q_0 \tag{3.7}$$

Przyjmujemy, że $Q_0 = 0$, natomiast współczynnik $p_i = p_{i0}$ jest dobrany tak, aby był średnią ważoną wartością współczynników $p_{il}, l \in L, p_{il} < \infty$. W sytuacji gdy dwa zasoby k, l nie są produkcyjnie jednorodne, współczynniki $\beta^i_{kl} = p_{ik}/p_{il}, i \in N$, mogą być różne dla różnych operacji. Niech β_{0l} będzie średnią ważoną współczynników $\beta^i_{0l}, i \in N$. Oznaczmy

$$\lambda_{il} = \beta_{0l}/\beta^i_{0l}.$$

Wymnażając (3.2) przez β_{0l} otrzymamy

$$\sum_{i \in N} \lambda_{il} \bar{p}_{il} x_{il} \leq \beta_{0l} Q_l, \quad l \in L, \tag{3.8}$$

gdzie $\bar{p}_{il} = \begin{cases} \beta^i_{0l} p_{il} & \text{gdy } p_{il} < \infty \\ \infty & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$

Jeżeli dwa zasoby są produkcyjnie jednorodne, to $\lambda_{il} = 1$ dla i, l. Jeżeli zasoby nie są produkcyjnie jednorodne, to można otrzymać przybliżony model jednorodny zastępując λ_{il} przez 1 dla wszystkich i, l.

4. Regularna agregacja zasobów produkcyjnie jednorodnych

Modele zagregowane są najczęściej relaksacjami zadania pierwotnego, dostarczając jedynie oszacowania od dołu wartości optymalnej i nie pozwalając na otrzymanie dopuszczalnego rozwiązania zdezagregowanego. W przypadku rozwiązywania zadań harmonogramowania podejściem hierarchicznym ta cecha agregacji jest szczególnie niedogodna. Zajmiemy się teraz takim sformułowaniem modelu zagregowanego, aby było zawsze możliwe otrzymanie dopuszczalnego rozwiązania zadania pierwotnego w wyniku dezagregacji rozwiązania zadania zagregowanego. Agregację spełniającą powyższy warunek nazywamy agregacją *regularną*.

Dla ustalonego podzbioru zasobów J , $J \subseteq L$, niech N_J będzie zbiorem tych operacji, które mogą wykorzystywać jedynie zasoby ze zbioru J

$$N_J = \{i : p_{il} = \infty \ \forall l \in L \setminus J, \quad \text{oraz } \exists k \in J \text{ taki,że } p_{ik} < \infty\}, \tag{4.1}$$

Podzbiór $J, J \subseteq L$ jest nazywany *nietrywialnym*, jeżeli $N_J \neq \emptyset$. Rodzina wszystkich nietrywialnych podzbiorów zbioru L jest oznaczona przez M.

Twierdzenie 1. *Aby zadanie zagregowane uzyskane w wyniku agregacji produkcyjnie jednorodnych zasobów $l \in L$ było regularne, model zagregowany powinien być postaci*

Zadanie A1:

$$\textit{minimalizuj} \sum_{i \in N} \sum_{l \in L} c_{il} x_{il} + Q(x, u) \tag{4.2}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{i \in N_J} \sum_{l \in J} p_{il} x_{il} \leq \beta_{0l} Q_l, \quad J \in M \tag{4.3}$$

$$0 \leq x, \quad x \in X(u). \tag{4.4}$$

Dowód twierdzenia podano w ([17]). Zadanie A jest najsilniejszą możliwą relaksacją zadania P. Liczba ograniczeń zadania A zależy od struktury macierzy incydencji A. Przy niedogodnej strukturze macierzy A liczba ta może nawet przewyższać liczbę pierwotnych zasobów $|L|$.

5. Agregacja zmiennych

Dalszym krokiem agregacji jest agregacja zmiennych postaci $x_i = \sum_{l \in L}$. Jeżeli zasoby $l, l \in L$, są jednorodne, to można łatwo wprowadzić zmienne $x_i = \sum_{l \in L} x_{il}, i \in N$, zauważając, że dla $i \in N_J$ zachodzi $x_i = \sum_{l \in J} x_{il}$. Otrzymujemy zatem model ze zmiennymi zagregowanymi

Problem A:

$$\text{minimalizuj} \sum_{i \in N} c_i x_i + Q(x, u) \tag{5.1}$$

przy spełnieniu ograniczeń (3.3) oraz

$$\sum_{i \in N_J} p_i x_i \leq \sum_{l \in J} \beta_{0l} Q_l \quad , J \in M, \tag{5.2}$$

gdzie $c_i = c_{il}, l = 1, .., L$. Jeżeli zasoby $l, l \in L$ są produkcyjnie jednorodne, lecz nie są jednorodne, to przybliżony model zagregowany można otrzymać wyznaczając c_i jako średnie ważone wartości współczynników c_{il}.

6. Dezagregacja

Z rozwiązania $\bar{x}_i, i \in N$ regularnego zadania zagregowanego można zawsze otrzymać przynajmniej jedno rozwiązanie dopuszczalne zadania pierwotnego. Najczęściej rozwiązań dopuszczalnych jest więcej, a najlepsze można otrzymać rozwiązując zadanie dezagregacji mające strukturę zadania transportowego. Oznaczmy

$$L_i = \{l : \bar{p}_{il} < \infty\} \text{ i } N_l = \{i : \bar{p}_{il} < \infty\}.$$

Po wprowadzeniu zmiennych $y_{il} = p_i x_{il}$, gdzie $i \in N, l \in L_i$, zadanie dezagregacji jest postaci

Zadanie DT:

$$\text{minimalizuj} \sum_{i \in N} \sum_{l \in L_i} \frac{c_{il}}{p_i} y_{il} \tag{6.1}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{i \in N_l} y_{il} = z_l \quad l \in L \tag{6.2}$$

$$\sum_{l \in L_i} y_{il} = p_i \bar{x}_i \quad i \in N \tag{6.3}$$

$$0 \le y_{il}, \quad 0 \le z_l \le \beta_{0l} Q_l \quad \forall i, l \tag{6.4}$$

Dokładność rozwiązania zdezagregowanego zależy od stopnia jednorodności zasobów. Jeżeli $c_{il} \to c_i, \forall l \in L$, to rozwiązanie zdezagregowane zbliża się do rozwiązania optymalnego.

7. Zasoby niejednorodne produkcyjnie

W przypadku gdy zasoby $l, l \in L$ nie są produkcyjnie jednorodne, można uzyskać przybliżony model zagregowany postaci zadania A zastępując współczynniki λ_{il} w (3.8) przez 1. W zależności od wyboru współczynników $\beta_{0l}, l \in L$ można otrzymać dwa rodzaje modeli zagregowanych

(i) *Relaksacja* (gdy współczynniki $\lambda_{il} \ge 1 \ \forall i, l$) Zamiana $\lambda_{il}, i \in N, l \in L$, na 1 prowadzi do utworzenia modelu dającego oszacowanie od dołu optymalnej wartości funkcji celu, nie gwarantującego uzyskanie rozwiązania dopuszczalnego. Model relaksacyjny może być wykorzystany w algorytmach optymalizacji dyskretnej, takich jak metody przybliżone oparte na relaksacji Lagrange'a oraz metodzie podziału i ograniczeń.

(ii) *Restrykcja* (gdy współczynniki $\lambda_{il} \le 1 \ \forall i, l$) Zamiana $\lambda_{il}, i \in N, l \in L$, na 1 prowadzi do utworzenia modelu zagregowanego, który, jeżeli posiada rozwiązanie dopuszczalne, pozwala na wyznaczenie przybliżonego, ale zawsze dopuszczalnego rozwiązania zagregowanego.

8. Wyznaczanie regularnego modelu zagregowanego

Postać modelu zagregowanego A, a w tym i liczba ograniczeń, istotnie zależy od struktury macierzy $A = (a_{ki})$. W celu automatyzacji etapu generowania modelu zagregowanego z modelu pierwotnego niezbędna jest algorytmizacja następujących zagadnień:

1. wyznaczenie podgrup zasobów strukturalnie jednorodnych,
2. wyznaczenie podgrup zasobów i operacji incydentnych,
3. wyznaczenie struktury macierzy ograniczeń i wartości niezerowych współczynników modelu zagregowanego.

Zasoby strukturalnie jednorodne można łatwo wyznaczyć znajdując identyczne wiersze w macierzy A. Dla podzbioru strukturalnie jednorodnych zasobów należy przeskalować ograniczenia (3.2) do postaci (3.8) przez odpowiedni wybór współczynników β_{il}. Następnie zamiana λ_{il} przez 1 pozwala na otrzymanie jednego ograniczenia zagregowanego (3.7). Ograniczenia zasobowe każdej grupy mogą być zastąpione przez jedno ograniczenie zastępcze (3.7).

Mówimy, że dwa zasoby k, l są *incydentne*, jeżeli istnieje przynajmniej jedna operacja, która może być wykonywana za pomocą każdego z tych zasobów ($p_{ik} < \infty$ oraz $p_{il} < \infty$). Niech $G = (V, E)$ będzie nieskierowanym grafem reprezentującym incydentność zasobów. V jest zbiorem wierzchołków odpowiadających zasobom, natomiast krawędź $\{k, l\} \in E$ oznacza incydentność zasobów k, l. Każdej maksymalnej podgrupie zasobów incydentnych odpowiada pewna składowa spójności grafu G. Składowe spójności grafu G można łatwo wyznaczyć za pomocą algorytmu poszukiwania w głąb grafu (Tarjan [8]).

Ograniczenia modelu zagregowanego (4.3) konstruuje się oddzielnie dla podgrup zasobów incydentnych. Konstrukcja ograniczeń zagregowanych polega na wyznaczeniu zbiorów N_J (4.1), a następnie wyznaczeniu parametrów modelu. Liczba zbiorów N_J zależy od wielkości i struktury podgrupy zasobów incydentnych.

Rzędem podgrupy zasobów nazywamy liczbę podzbiorów strukturalnie jednorodnych zasobów. Regularny model zagregowany podgrupy rzędu pierwszego zawiera tylko jedno ograniczenie. W przypadku podgrupy rzędu drugiego liczba ograniczeń może być równa 2 lub 3. Grupa rzędu trzeciego może zawierać od 3 do 7 ograniczeń.

9. Wnioski końcowe

Dokonanie poprawnej, regularnej agregacji wszystkich zasobów podobnych pozwala w rezultacie na otrzymanie modelu zagregowanego o zmniejszonej liczbie zmiennych i ograniczeń, ponadto o prostszej strukturze, bez zmiennych alokacyjnych. Model ten pozwala na znalezienie rozwiązania dopuszczalnego dla zadania pierwotnego. Przykład zastosowania agregacji zasobów dla układu elastycznych linii pakujących przedstawiono w pracy [15].

W pracy przeanalizowano związek struktury elastycznej produkcji ze złożonością zagregowanych modeli harmonogramowania. Struktura ta ma istotny wpływ na złożoność zagadnień decyzyjnych. W celu uzyskania możliwie najprostszych zagregowanych modeli harmonogramowania należy ograniczyć się do wybranych, najprostszych struktur elastycznego wytwarzania.

Przykładowe, dogodne struktury produkcyjne to blokowo diagonalna (odpowiadająca zasadom technologii grupowej) oraz blokowo diagonalna ze wstęgą

$$A=\begin{bmatrix} 1&1&1&1&&&&&&&& \\ 1&1&1&1&&&&&&&& \\ &&&&1&1&1&1&&&& \\ &&&&1&1&1&1&&&& \\ &&&&&&&&1&1&1&1 \\ &&&&&&&&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&&&&&&&& \\ &&&&1&1&1&1&&&& \\ &&&&&&&&1&1&1&1 \end{bmatrix} \quad \text{oraz } A=\begin{bmatrix} 1&1&1&1&&&&&&&& \\ 1&1&1&1&&&&&&&& \\ &&&&1&1&1&1&&&& \\ &&&&1&1&1&1&&&& \\ &&&&&&&&1&1&1&1 \\ &&&&&&&&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1 \end{bmatrix}$$

Dowolne kombinacje tych struktur są również dogodne.

W pierwszym przykładzie 36 zmiennych i 9 ograniczeń zadania pierwotnego może być zastąpiona przez 12 zmiennych zagregowanych i 3 ograniczenia, natomiast w drugim przypadku 60 zmiennych oraz 9 ograniczeń można zastąpić przez 12 zmiennych i 9 ograniczeń w regularnym modelu zagregowanym.

Obok organizacji wytwarzania zgodnych z zasadami technologii grupowych, z rozważań przedstawionych w pracy wynika możliwość innych organizacji elastycznego wytwarzania pozwalającej na nienadmiernie złożone metody sterowania produkcją, a mogące dać lepszy kompromis między elastycznością wytwarzania a wykorzystaniem zasobów i efektywnością produkcji.

Literatura

[1] Axtsater, S., Johnson, H., 'Aggregation and Disaggregation in Hierarchical Planning', European Journal of Oper. Res., 17, (1984), 338-350.

[2] Axtsater, S., 'Aggregation of Product Data for Hierarchical Production Planning', Oper. Res., 29 (1981), 744-756.

[3] Akella, R., Choong, and S. B. Gershwin 'Real-Time Production Scheduling of an Automated Cardline' *Annals of Operations Research* vol. 3, (1985) pp.403-425.

[4] Bitran, G.R., Haas, E.A., and Hax, A.C., 'Hierarchical Production Planning: a Single-Stage System', Oper. Res., 29 (1981) 717-743.

[5] Bitran, G.R., Haas, E.A., and Hax, A.C., 'Hierarchical Production Planning: a Two-Stage System', Oper. Res., 30 (1982), 232-251.

[6] Chang, Y. L., R. S. Sullivan, U. Bagchi, and J. R. Wison 'Experimental Investigation of Real-Time Scheduling in flexible Manufacturing Systems' *Annals of Operations Research*, vol. 3 (1985), pp. 355-378.

[7] Gaalman, G.J., 'Optimal Aggregation of Multi-Item Production Smoothing Models', Management Sci., 24 (1978), 1733-1739.

[8] Kusiak, A., 'Application of Operational Research Models and Techniques in Flexible Manufacturing Systems', European Journal of Operational Research 24 (1986), 336-345.

[9] ' Ranky, P.G.' *The Design and Operation of FMS - Flexible Manufacturing Systems*', IFS (Publications) L.Td., Beford,(1983).

[10] Stecke K.E., 'A Hierarchical Approach to Production Planning in Flexible Manufacturing Systems', Graduate School of Business Administration, The University of Michigan, Working Paper No. 316, 1982.

[11] Stecke, K. E., 'Design, Planning, Scheduling, and Control Problems of Flexible Manufactiring Systems,' *Annals of Operations Research*, vol. 3, (1985), pp.. 3-12.

[12] Tarjan, R.E. 'Depth-first search and linear graph algorithms'. SIAM J. Comput., 1 (1972), 146-160.

[13] Stecke, K. E. ' A Hierarchical Approach to Solving Machine Grouping and Loading Problems of Flexible Manufactiring Systems' *European Journal of Operatioal Research*, vol. 24, (1986), pp. 569-378.

[14] Suri, R. ' An Overview of Evaluative Models for Flexible Manufactiring Systems, *annals of Operations Research*, vol. 3, (1985), pp.13-22.

[15] Toczyłowski, E., 'On Aggregation of Items in the Single-Stage Lot Size Scheduling Problem', Large Scale Systems: Theory and Applications, 10, 1986, pp. 157-164.

[16] Toczyłowski, E., Nowosad, K.,Jagdev,H., Hindi,K. ' Aggregate Lot-Size Scheduling for a Class of Two-Stage Batch Production Systems' Large Scale Systems,11 (1987),pp. 165-175.

[17] Toczyłowski, E. ' Aggregation of Resource Constraints for Groups of Similar Components in Manufacturing Systems', raport Control Systems Centre, nr 668, UMIST, Manchester, (1987).

[18] Wijngard, 'Aggregation in Manpower Planning', Management Sci., 12 (1983), 1427-1435.

Recenzent:Doc.dr hab.inż.M.Zaborowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

СТРУКТУРНЫЕ АСПЕКТЫ АГРЕГИРОВАНИЯ РЕСУРСОВ ПРИ ГИБКИХ МЕТОДАХ ПРОИЗВОДСТВА

Р е з ю м е

В статье исследовано влияние структурных свойств гибкого производства на сложность агрегированных моделей календарного планирования. Для производственно - однородных ресурсов дан способ конструкции регулярной агрегированной модели.

STRUCTURAL ASPECTS OF THE AGGREGATION OF RESOURCES FOR FLEXIBLE MANUFACTURING

Summary

The complexity of the aggregated scheduling models depends on structural properties of flexible manufacturing. For productively uniform resources the method of regular aggregation of resources, which provides a feasible disaggregate solutions of the detailed scheduling problem is presented. It is shown how the structure of flexible manufacturing may lead to simpler or harder aggregate scheduling problems.