ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988
Seria: AUTOMATYKA z.96 Nr kol.972

Andrzej Świerniak
Politechnika Śląska

STEROWANIE ROBOTEM W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI PARAMETRÓW JEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO[x/]

Streszczenie. W artykule przedstawiono rozwiązanie zadania sterowania odpornego układem napędowym robota . Model dynamiczny ruchu robota zawiera zmienne niepewne, które powodują, że nominalne sterowanie nie zapewnia nominalnej wartości kosztów nadążania. "Odporność " na niepewność uzyskuje się poprzez dodatkowe "tanie", tzn. nie uwzględniane we wskaźniku, sterowanie . Proponowane prawo sterowania jest nieliniowe, a jego postać wynika z zastosowania równań Bellmana-Hamiltona-Jacobiego .

1. Wstęp

Podstawowymi wymaganiami stawianymi robotom jest szybkość i precyzja odtwarzania pożądanej trajektorii . W przypadku pełnej informacji o modelu realizacja tych wymagań możliwa jest poprzez minimalizację wskaźnika kwadratowego ze względu na uchyb nadążania i sterowanie (optymalne nadążanie). Złożoność obiektu robot-element transportowany i zmienność obciążenia powodują, że najczęściej mamy do czynienia z niepełną informacją o modelu i zakłóceniach. Otrzymanie kosztów sterowania nie wyższych od nominalnych możliwe jest poprzez wykorzystanie informacji o górnych ograniczeniach dla niepewności momentów bezwładności, sprężystości i obciążenia .

2. Sformułowanie problemu

Modele dynamiki manipulatorów są zwykle oparte na jednym z dwóch podejść: równaniach Lagrange'a dynamiki (np. : [1], [2]) lub równaniach Kane'a (np. : [3]) . Druga metoda jest bardziej ekonomiczna i stąd stosowana w modelowaniu i symulacji ruchu robotów (np. : [4]). Fizyczna interpretacja zmiennych i wpływu sterowania na zmienne stanu prostsza jest w pierwszym podejściu, stąd wykorzystamy je w przedstawionej pracy .

W rozważanym modelu uwzględnione zostaną trzy stopnie swobody , co w wielu przypadkach wystarczy do opisu trajektorii, np. : [5], [6], ale nic nie stoi na przeszkodzie rozszerzeniu rezultatu na bardziej złożone postacie ruchu [9]. Model można przedstawić w postaci :

---

x/ Praca finansowana z projektu badawczego RP.I.02 : Teoria sterowania i optymalizacji ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych.

$$D(q)\ddot{q} = P(\dot{q}, q, t)\dot{q} + G(q,t) + u + h, \qquad /1/$$

gdzie $q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$, jest wektorem współrzędnych, $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$, jest wektorem sterowań, D i P są funkcjami macierzowymi 3×3, a wektory h i G reprezentują zakłócenia, obciążenie i momenty grawitacyjne. Przykładowe funkcje D, P oraz G dla manipulatora ogólnego przeznaczenia mają postać / p. [5] /:

$$D(q) = \begin{bmatrix} I_1+I_{22}\sin^2 q_2+I_{33}\sin^2 q_3+2I_{23}\sin q_2\sin q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{23}\cos(q_2-q_3) \\ 0 & I_{23}\cos(q_2-q_3) & I_{33} \end{bmatrix}$$

$$P(\dot{q},q,t) = \left[\begin{array}{c:c:c} -p_1 & -(I_{22}\sin 2q_2+2I_{23}\sin q_3\cos q_2)\dot{q}_1 & -(I_{33}\sin 2q_3+2I_{23}\sin q_2\cos q_3)\dot{q}_1 \\ (\frac{1}{2}I_{22}\sin 2q_2+I_{23}\sin q_3\cos q_2)\dot{q}_1 & -p_2 & -I_{23}\sin(q_2-q_3)\dot{q}_3 \\ (\frac{1}{2}I_{33}\sin 2q_3+I_{23}\sin q_2\cos q_3)\dot{q}_1 & I_{23}\sin(q_2-q_3)\dot{q}_2 & -p_3 \end{array}\right]$$

$$G(q,t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_2\sin q_2 \\ -\omega_3\sin q_3 \end{bmatrix}$$

Ze względu na znaczną zmienność współczynników oraz niepewność parametrów model nominalny uzyskuje się poprzez linearyzację równania /1/ / po wcześniejszym pomnożeniu go przez D^{-1} przy uwzględnieniu nieosobliwości macierzy D / wokół pożądanej trajektorii q_d. Oznaczając $x = \Delta q = q - q_d$ otrzymuje się:

$$\ddot{x} = [A(t)+\Delta A(x,\dot{x},t)]\dot{x} + [B(t) + \Delta B(x,t)]x + [C(t) + \Delta C(x,\dot{x},t)]u + F(x,\dot{x},t), \qquad /2/$$

gdzie $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ są parametrami modelu nominalnego, za. ΔA, ΔB, ΔC, F, reprezentują zmienne niepewne, które mogą być zdekomponowane do postaci:

$$\Delta A = CA_1, \quad \Delta B = CB_1, \quad \Delta C = CC_1, \quad F = CF_1 \qquad /3/$$

Najczęściej bez trudu można ocenić ograniczenia na zmienne niepewne, a mianowicie :

$$\|A_1\dot{x}\| \leq a(x,\dot{x},t), \ \|B_1 x\| \leq b(x,t), \ \|C_1\| \leq c(x,\dot{x},t) < 1, \ \|F_1\| \leq f(x,\dot{x},t) \qquad /4/$$

Wymaganie dotyczące $\|C_1\|$ oznacza, iż mimo niedokładnej znajomości "wzmocnienia" toru sterowania znamy "kierunek" oddziaływania sterowania . W przypadku realizacji sterowania w układzie zamkniętym oznacza to znajomość znaku sprzężenia zwrotnego.

W pracy [7] cel sterowania przyjmowany był jako wymaganie stabilizowalności praktycznej układu dynamicznego. W niniejszej pracy zakłada się, iż cel sterowania daje się sformułować w postaci zadania minimalizacji kwadratowego wskaźnika jakości o postaci :

$$I = \int_{t_o}^{t_k} \{(q-q_d)^T Q_1 (q-q_d) + (\dot{q}-\dot{q}_d)^T Q_2 (\dot{q}-\dot{q}_d) + v^T R v\} dt =$$
$$= \int_{t_o}^{t_k} \{x^T Q_1 x + \dot{x}^T Q_2 \dot{x} + v^T R v\} dt. \qquad /5/$$

Sterowanie u składa się z dwóch składowych : pierwsza v zapewnia minimalizację wskaźnika dla modelu nominalnego i jej koszt uwzględniony jest we wskaźniku a, druga Δu jest składową korekcyjną gwarantującą "odporność" sterowania na niepewność . "Odporność" rozumiana jest jako nieprzekroczenie przez wartość wskaźnika jego wartości nominalnej / optymalnej dla modelu nominalnego / dla dowolnych wartości zmiennych niepewnych z zakresu określonego nierównościami /4/. Koszt Δu nie jest uwzględniany we wskaźniku, natomiast zakłada się ograniczenie wielkości Δu poprzez nierówność :

$$\|\Delta u\| \leq U(x,\dot{x},t), \qquad /6/$$

którego wielkość zostanie określona w dalszej części pracy .

3. Synteza sterowania odpornego

Sterowanie optymalne dla modelu nominalnego jest liniową funkcją zmiennych x i $\dot{x}$ o postaci :

$$v = -R^{-1}C^T\left(K_1(t)\,x + K_2(t)\,\dot{x}\right), \qquad /7/$$

gdzie macierze wzmocnień $K_1(t)$ oraz $K_2(t)$ mogą być znalezione poprzez rozwiązanie równań Riccatiego w postaci / Macierz K_3 będzie wykorzystywana do wyznaczania wartości wskaźnika / :

$$\dot{K}_1 + K_2B + B^TK_2 - K_1CR^{-1}C^TK_1 + Q_1 = 0 \ , \ K_1(t_k) = 0 \qquad /8/$$

$$\dot{K}_2 + K_1 + K_2A + B^TK_3 - K_1CR^{-1}C^TK_2 = 0 \ , \ K_2(t_k) = 0 \qquad /9/$$

$$\dot{K}_3 + 2K_2 + K_3A + A^TK_3 - K_2CR^{-1}C^TK_2 + Q_2 = 0 \ , \ K_3(t_k) = 0 \qquad /10/$$

Model /2/ po zastosowaniu sterowania $u = v + \Delta u$ i uwzględnieniu /3/ oraz /7/ ma zatem postać :

$$\ddot{x} = \left[A(t) - C(t)R^{-1}C^T(t)K_2(t)\right]\dot{x} + \left[B(t) - C(t)R^{-1}C^T(t)K_1(t)\right]x +$$

$$+ C(t)\,\Delta u + C(t)\,e \ , \qquad /11/$$

gdzie :

$$e = A_1\dot{x} + B_1x + C_1\Delta u - C_1R^{-1}CK_2\dot{x} - C_1R^{-1}CK_1x + F_1 \ . \qquad /12/$$

Całkowita niepewność e może być oszacowana za pomocą nierówności :

$$\|e\| \leq a(x,\dot{x},t) + b(x,t) + c(x,\dot{x},t)\,U(x,\dot{x},t) + f(x,\dot{x},t) \ . \qquad /13/$$

Przyjmując, że ograniczenie górne normy e równe jest ograniczeniu normy sterowania $U(x,\dot{x},t)$ otrzymuje się :

$$U = a_1 + b_1 + c\,U + f \ .$$

Czyli :

$$U = (1-c)^{-1}\,(a_1 + b_1 + f) \ , \qquad /14/$$

gdzie

$$a_1(x,\dot{x},t) = a(x,\dot{x},t) + c(x,\dot{x},t)\,\|K_2x\|$$

$$b_1(x,\dot{x},t) = b(x,\dot{x},t) + c(x,\dot{x},t)\,\|K_1x\|$$

Poprawka Δu zapewniająca odporność algorytmu sterowania może być wyznaczona przy wykorzystaniu aparatu Bellmana-Hamiltona-Jacobiego /np.: [8] /.

Optymalna powierzchnia jakości dla modelu nominalnego jest formą kwadratową o postaci :

$$V(x,\dot{x},t) = x^T K_1 x + 2\dot{x}^T K_2 x + \dot{x}^T K_3 \dot{x} . \qquad /15/$$

Poprawka Δu ma zatem zapewnić wartość wskaźnika jakości dla modelu z niepewnością /11/ przy dowolnej wartości niepewności z zakresu określonego nierównością /13/, nie większą niż:

$$x^T(t_o)K_1(t_o)x(t_o) + 2\dot{x}^T(t_o)K_2(t_o)x(t_o) + \dot{x}(t_o)K_3(t_o)\dot{x}(t_o)$$

Różniczkując funkcję $V(x,\dot{x},t)$ względem t otrzymamy :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \dot{x}}\ddot{x} + \frac{\partial V}{\partial x}\dot{x} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial V}{\partial \dot{x}}\Big\{\left[A - CR^{-1}C^T K_2\right]\dot{x} +$$

$$+ \left[B - CR^{-1}C^T K_1\right]x + C\,(\Delta u + e)\Big\} . \qquad /16/$$

Równanie Hamiltona-Jacobiego dla modelu nominalnego ma postać :

$$x^T Q_1 x + \dot{x}^T Q_2 \dot{x} + v^T R v + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial V}{\partial \dot{x}}\Big\{(A - CR^{-1}C^T K_2)\dot{x} +$$

$$+ (B - CR^{-1}C^T K_1)\,x\Big\} = 0 . \qquad /17/$$

Zatem na podstawie /16/, /17/ mamy :

$$\frac{dV}{dt} = - x^T Q_1 x - \dot{x}^T Q_2 \dot{x} - v^T R v + \frac{\partial V}{\partial \dot{x}} C\,(\Delta u + e)$$

Przyjmijmy :

$$\Delta u = - U \frac{C^T(K_2 x + K_3 \dot{x})}{\|C^T(K_2 x + K_3 \dot{x})\|} \qquad /18/$$

Wówczas :

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{x}} C(\Delta u + e) = - U(\dot{x}^T K_3 + x^T K_2)\,CC^T(K_3\dot{x} + K_2 x)\,/\,\|C^T(K_3\dot{x} + K_2 x)\| +$$

$$+ (\dot{x}^T K_3 + x^T K_2)Ce \leq \|(\dot{x}^T K_3 + x^T K_2)C^T\|(-U + \|e\|) \leq 0 .$$

A zatem

$$\int_{t_o}^{t_k} \frac{dV}{dt}\,dt + \int_{t_o}^{t_k} (x^T Q_1 x + \dot{x}^T Q_2 \dot{x} + v^T R v)\,dt \leq 0$$

Ponieważ $V(x(t_k), \dot{x}(t_k), t_k) = x^T(t_k)K_1(t_k)x(t_k) + 2\dot{x}^T(t_k)K_2(t_k)x(t_k) + \dot{x}^T(t_k)K_3(t_k)\dot{x}(t_k) = 0$

Zatem

$$\int_{t_0}^{t_k} (x^TQx + \dot{x}^TQ_2\dot{x} + v^TRv)dt \leq x^T(t_0)K_1(t_0)x(t_0) + 2\dot{x}^T(t_0)K_2(t_0)x(t_0) + \dot{x}^T(t_0)K_3(t_0)\dot{x}(t_0),$$

co dowodzi, że Δu dane przez /18/ zapewnia odporność algorytmu sterowania.

4. Podsumowanie

Przedstawiono metodę syntezy sterowania odpornego w sensie kwadratowego wskaźnika jakości dla modelu układu napędowego robota. Wykorzystuje ona "tanią" poprawkę sterowania, której wartości nie uwzględniono we wskaźniku jakości. Poprawka ta nie przekracza co do normy górnego ograniczenia niepewności modelu dynamiki. Im mniejsza niepewność w równaniach dynamiki robota, tym mniejsza będzie amplituda sterowania realizującego algorytm sterowania odpornego. Wykorzystanie niekwadratowego kryterium jakości w przedstawionej metodzie jest możliwe, o ile jesteśmy w stanie wyznaczyć funkcję optymalnej jakości dla modelu nominalnego.

LITERATURA

[1] Brady M. i in. : Robot motion, MIT Press, Cambridge Massachusetts. 1982.

[2] Paul R.P. : Robot manipulators : mathematics, programing and control, MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1981.

[3] Kane Th.R. : The use of Kane's dynamical equations in robotics, International Jourbal of Robotics Research, v.2, n.3, 1983.

[4] Wloka D.W.: Robsim-a robot simulation system, Proceedings 11th IMACS World Congress, 1985, v.4, s.61-64.

[5] Saridis G.N. : Intelligent robotic control, IEEE Transactions on Automatic Control, v.AC-28, n.5, s.547-557.

[6] Troch I., Kopacek P., Desoyer K. : Hybrid simulation of robot control, Proceedings 11th IMACS World Congress, 1985, v.4, s.27-30.

[7] Świerniak A. : Sterowanie układem napędowym robota przy niepełnej informacji o modelu i zakłóceniach, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s.Automatyka, z.86, s.93-100.

[8] Athans M., Falb P.L. : Sterowanie optymalne, WNT, Warszawa 1985.

[9] Vukobratović M., Stokić D.: Control of manipulation robots: theory and applications, Springer Verlag, Berlin, 1982.

Recenzent: Prof.dr inż. T. Puchałka

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ В УСЛОВИЯХ НЕУВЕРЕННОСТИ ПАРАМЕТРОВ ЕГО ПРИВОДА

Р е з ю м е

В статье дано решение задачи устойчивого управления приводом робота. Динамическая модель робота включает неуверенные переменные , которые приводят к тому , что номинальное управление не приводит к номинальной стоимости слежения. " Устойчивость" на неуверенность получается путём добавочного " дешевого" управления, не учитываемого в показателе качества. Предлагаемое правило управления - нелинейное а его вид суть применение уравнений Беллмана- Хамильтона- Джакоби

CONTROL OF ROBOT WITH UNCERTAIN PARAMETERS OF ITS DRIVING SYSTEM

S u m m a r y

In the paper an idea and solution of the robust control in the sense of the quadratic performance index is presenzed. A dynamic model with uncertainky is used to describe the robot movement. A design procedure consists of two stages. In the first one the nominal control law which is an optimal strategy for a nominal model /without uncertainty/ is found. Then a cheap /i.e. not encountered in the index/ correction control with nèrm bounded by the bound for uncertainty is found using Bellman-Hamilton - Jacobi theory. The resulting control is nonlinear and may be not continuous although the nominal model is linear /obtained by linearisation of the Lagrange equations of motion along a desired trajectory/.